

מבני נתונים – תרגיל 5

תאריך פרסום: 2.6.2019

תאריך הגשה: 16.6.2019

מרצה ומתרגל אחראים: סבסטיאן בן דניאל, משה נויירט

נהלי הגשת עבודה והנחיות:

- את העבודה יש להגיש בזוגות.
- את הפתרון לעבודה זו עליכם להקליד. לא יתקבלו עבודות בכתב יד
- את הפתרון יש להגיש בפורמט PDF במערכת ההגשה (Submission System)
- שאלות לגבי העבודה יש להעלות בפורום של התרגיל או בשעות הקבלה שלל המרצה או המתרגל האחראים על העבודה.

שאלה 1

נאמר כי מערך A הוא מערך $read - only$, אם לא ניתן לשנות או להחליף בו את ערכי התאים. כלומר, ניתן לבצע קריאה מתא, אך לא ניתן לבצע את פעולות המחיקה וההכנסה. בהינתן מערך $read - only$, A , עם n איברים שונים, אנו רוצים למצוא את החציון (האיבר ה- $\lceil \frac{n}{2} \rceil$ בגודלו). הציעו אלגוריתם המשתמש ב- $O(\log n)$ זיכרון ומוצא את החציון בזמן צפוי של $O(n \log n)$

שאלה 2

בהינתן k מערכים ממויינים (לא בהכרח מאותו האורך), טווח המבטיח נציגות לכל המערכים הוא טווח של מפתחות $[a, b]$ כך שלכל מערך $A_1 \dots A_k$ קיים לפחות איבר אחד עם מפתח בטווח. טווח מינימלי המבטיח נציגות הוא הטווח המינימלי המבטיח שלכל מערך קיים לפחות איבר אחד עם מפתח בטווח. לדוגמא, עבור המערכים

$$\begin{aligned} A_1 &= [2, 3, 4, 8, 10, 15] \\ A_2 &= [1, 5, 12] \\ A_3 &= [7, 8, 15, 16] \\ A_4 &= [3, 6] \end{aligned}$$

טווח המבטיח נציגות הוא 2 - 8

טווח מינימלי הוא 4 - 7

הציעו אלגוריתם העובד בזמן $O(n \log k)$ ומוצא את הטווח המינימלי, כאשר n הוא מספר האיברים הכולל. כלומר $\sum_{i=1}^k A_i.size = n$.

שאלה 3

נתונה קבוצה S של n איברים עם מפתחות טבעיים ומספר טבעי z . הצע אלגוריתם הקובע אם קיימים שני איברים ב- S אשר סכום המפתחות שלהם שווה ל- z . במקרים הבאים:

- א. יש $O(\log n)$ מפתחות שונים. על האלגוריתם לעבוד בזמן $O(n \log \log n)$ במקרה הגרוע.
- ב. $z < n$. על האלגוריתם לעבוד בזמן $O(n)$ במקרה הגרוע.

שאלה 4

נתון גרף קשיר, לא מכוון, $G = (V, E)$ וצומת $s \in V$. הציעו אלגוריתם יעיל שמוצא עבור כל קודקוד בגרף את אורך המסלול הקצר ביותר מ- s המכיל מספר זוגי של קשתות, או ∞ אם אין כזה. נתחו זמן ריצה והסבירו נכונות.

שאלה 5

שורש בגרף מכוון הוא צומת ממנו יש מסלול מכוון לכל צומת אחר בגרף.

- א. הציעו אלגוריתם שיעילותו $O(|V| + |E|)$ שבהינתן גרף מכוון $G = (V, E)$ מוצא שורש ב- G או מודיע שאין כזה. הסבירו נכונות ונתחו את זמן הריצה.
- ב. הציעו אלגוריתם שיעילותו $O(|V| + |E|)$ שבהינתן גרף מכוון $G = (V, E)$ מוצא את כל השורשים ב- G או מודיע שאין כזה. הסבירו נכונות ונתחו את זמן הריצה.

שאלה 6

נתון אלגוריתם A המקבל קלט טבעי m ופועל בזמן $f(m)$ כאשר

$$f(m) = \begin{cases} m & m = 2^k \text{ for some } k \in \mathbb{N} \\ 1 & \text{otherwise} \end{cases}$$

נניח שמעבירים ל- A את סדרת הקלטים הבאה $1, 2, \dots, n$. הוכיחו כי ה- $Amortized\ cost$ של כל פעולה הוא $O(1)$