רמה א׳ · כיתה ח׳

הוכחות בחפיפת משולשים

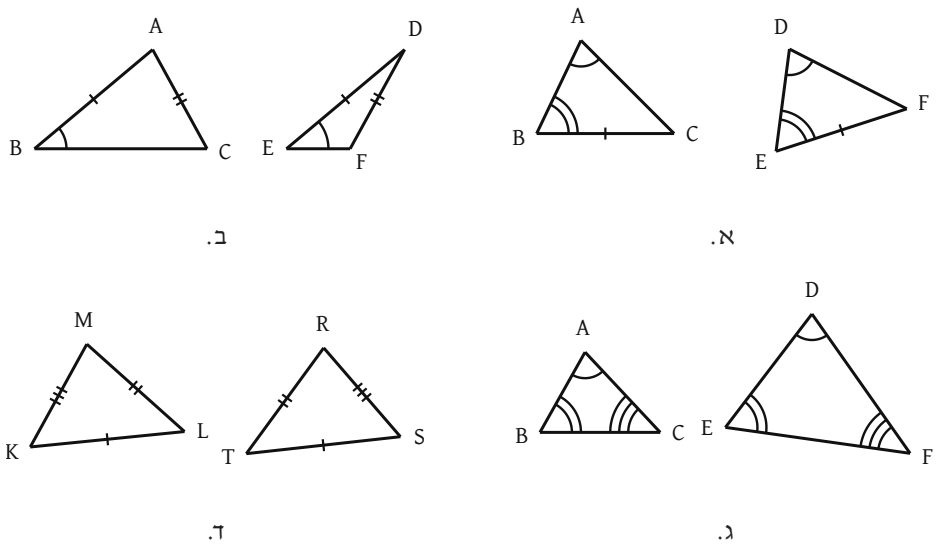
כיתה ח׳ · דף מסכם · רמה א׳

שם: _____ כיתה: _____ תאריך: _____

משפטי החפיפה: צ.ז.צ · ז.צ.ז · צ.צ.צ. בכל הוכחה כתבו טענה ונימוק לכל שלב. **חפשו נתונים נסתרים:** צלע משותפת, זוויות קודקודיות, זוויות צמודות, זוויות בין ישרים מקבילים, זוויות הבסיס במשולש שווה שוקיים, חיבור או חיסור של קטעים שווים ושל זוויות שוות. **במשולשים חופפים** כל הצלעות המתאימות וכל הזוויות המתאימות שוות.

חלק א׳ – חופפים או לא? שאלה 1

(1) בכל סעיף מסומנים נתונים על שני משולשים. האם אפשר לקבוע שהמשולשים חופפים לפי אחד משלושת משפטי החפיפה? אם כן – כתבו לפי איזה משפט. אם לא – הסבירו.



א. האם $\triangle ABC \cong \triangle DEF$? נמקו.

ב. האם $\triangle ABC \cong \triangle DEF$? נמקו.

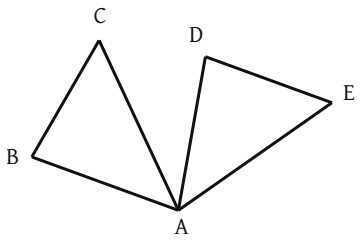
ג. האם $\triangle ABC \cong \triangle DEF$? נמקו.

ד. האם נכון לכתוב $\triangle KLM \cong \triangle RST$? אם לא – כתבו את טענת החפיפה הנכונה.

© כל הזכויות שמורות לנועם דורון · אין להעתיק, לצלם או להפיץ ללא אישור בכתב

חלק ב' – הוכחה עם התחלה שאלות 2-5

(2) נתון: $AB = AD$, $AC = AE$, $\measuredangle BAD = \measuredangle CAE$.



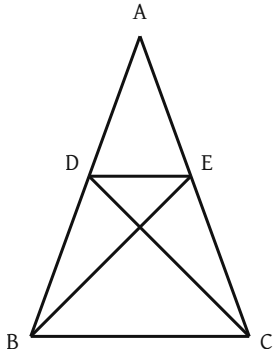
א. הוכיחו: $\triangle ABC \cong \triangle ADE$. התחלה:

$\measuredangle BAC = \measuredangle BAD - \measuredangle CAD = \measuredangle CAE - \measuredangle CAD = \measuredangle$ _____

ב. הסיקו: $BC = DE$.

ג. נתון: $\measuredangle ABC = 80°$, $\measuredangle BAC = 45°$, $\measuredangle BAD = 80°$. חשבו את $\measuredangle AED$ ואת $\measuredangle BAE$.

(3) במשולש ABC: $AB = AC$. הנקודה D על AB והנקודה E על AC, כך ש- $BD = CE$.



א. הוכיחו: $\triangle ABE \cong \triangle ACD$. התחלה:

$AD = AB - BD = AC - CE =$ _____

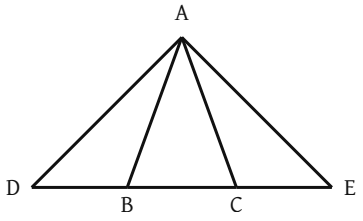
ב. הסיקו: $BE = CD$.

ג. נתון: $\measuredangle BAC = 40°$, $\measuredangle ABE = 25°$. חשבו את $\measuredangle ACD$ ואת $\measuredangle EBC$.

ד. הוכיחו: $DE \parallel BC$. (רמז: איזה משולש שווה שוקיים יש כאן?)

© כל הזכויות שמורות לנועם דורון · אין להעתיק, לצלם או להפיץ ללא אישור בכתב

(4) במשולש ABC: AB = AC. הנקודות D ו-E נמצאות על המשכי הצלע BC (ראו שרטוט), כך ש-BD = CE.



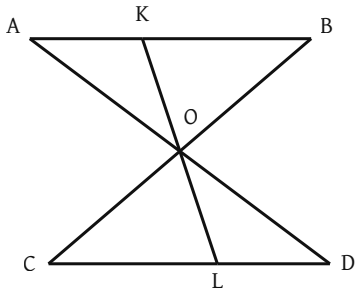
א. הוכיחו: △ ABD ≅ △ ACE. התחלה:

∡ABD = 180° − ∡ABC, וגם _____ = ∡ACE

ב. הסיקו שהמשולש ADE שווה שוקיים.

ג. נתון: ∡BAC = 40°, ∡ADB = 45°. חשבו את ∡BAD ואת ∡DAE.

(5) AB || CD ו-AB = CD. הקטעים AD ו-BC נחתכים בנקודה O. ישר העובר דרך O חותך את AB בנקודה K ואת CD בנקודה L.



א. הוכיחו: △ AOB ≅ △ DOC, והסיקו ש-O אמצע AD.
(רמז: יש כאן שני זוגות של זוויות מתחלפות.)

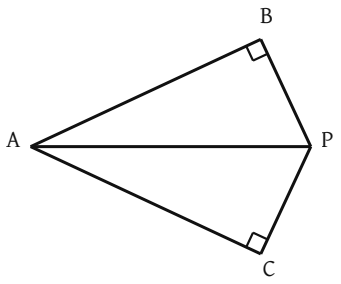
ב. הוכיחו: OK = OL.

ג. נתון: AB = 5 ס"מ, AK = 2 ס"מ. חשבו את CL.

© כל הזכויות שמורות לנועם דורון · אין להעתיק, לצלם או להפיץ ללא אישור בכתב

חלק ג' – הוכחה ומסקנות שאלות 6-10

(6) AP חוצה את ∡BAC , $PB \perp AB$ ו-$PC \perp AC$.

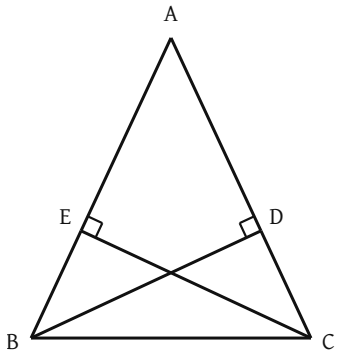


א. הוכיחו: $\triangle ABP \cong \triangle ACP$. (רמז: מה אפשר לומר על ∡APB ועל ∡APC?)

ב. הסיקו: $PB = PC$. נסחו במילים: מה אפשר לומר על נקודה שנמצאת על חוצה זווית?

ג. נתון: $\angle BAC = 50^\circ$. חשבו את ∡BPC .

(7) במשולש ABC: $AB = AC$. BD גובה לצלע AC, ו-CE גובה לצלע AB.



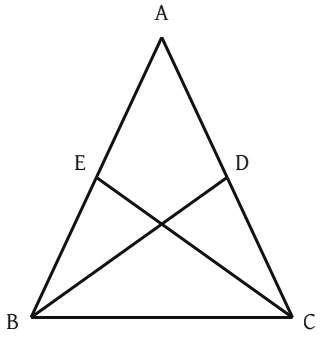
א. הוכיחו: $\triangle ABD \cong \triangle ACE$.

ב. הסיקו: $BD = CE$. נסחו את המסקנה במילים.

ג. נתון: $\angle BAC = 50^\circ$. חשבו את ∡ABD ואת ∡DBC .

© כל הזכויות שמורות לנועם דורון · אין להעתיק, לצלם או להפיץ ללא אישור בכתב

(8) במשולש ABC: AB = AC. BD תיכון לשוק AC, ו-CE תיכון לשוק AB.

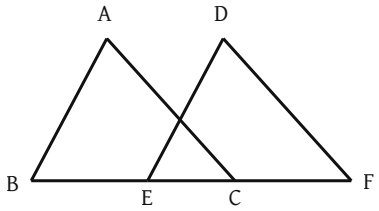


א. הוכיחו: $\triangle ABD \cong \triangle ACE$.

ב. הסיקו: BD = CE.

ג. הוכיחו בדרך אחרת ש-BD = CE, בעזרת המשולשים EBC ו-DCB.

(9) הנקודות B, E, C, F נמצאות על ישר אחד, בסדר הזה. נתון:
DE || AB, DF || AC, BE = CF.



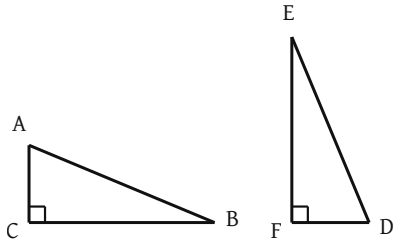
א. הוכיחו: $\triangle ABC \cong \triangle DEF$.

ב. הסיקו: AB = DE ו-AC = DF.

ג. נתון: $\measuredangle ABC = 62°$, $\measuredangle ACB = 48°$. חשבו את $\measuredangle EDF$.

© כל הזכויות שמורות לנועם דורון · אין להעתיק, לצלם או להפיץ ללא אישור בכתב

(10) במשולשים ABC ו-DEF: $\measuredangle ACB = \measuredangle DFE = 90^\circ$,
$AB = DE = 13$ ס"מ, $AC = DF = 5$ ס"מ.



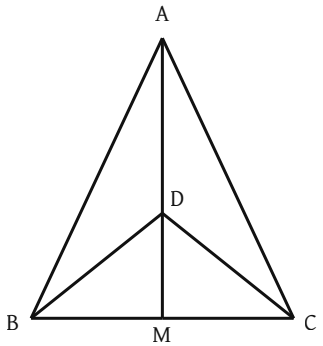
א. חשבו את BC ואת EF.

ב. הוכיחו: $\triangle ABC \cong \triangle DEF$.

ג. הסבירו: אם בשני משולשים ישרי זווית היתרים שווים וגם ניצב אחד שווה, מדוע המשולשים חופפים?

חלק ד' – שני שלבים ואתגר שאלות 11-14

(11) $AB = AC$ ו-$DB = DC$. הנקודה D נמצאת בתוך המשולש ABC, והמשך AD חותך את BC בנקודה M.



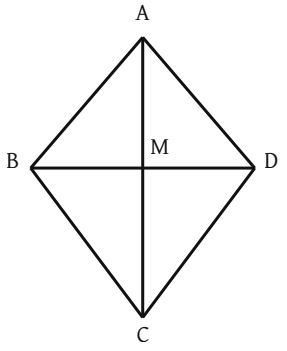
א. הוכיחו: $\triangle ABD \cong \triangle ACD$.

ב. הוכיחו: $\triangle ABM \cong \triangle ACM$.

ג. הסיקו: $AM \perp BC$, ו-M אמצע BC.

© כל הזכויות שמורות לנועם דורון · אין להעתיק, לצלם או להפיץ ללא אישור בכתב

(12) במרובע ABCD: $AB = AD$, $CB = CD$. האלכסונים AC ו-BD נחתכים בנקודה M.

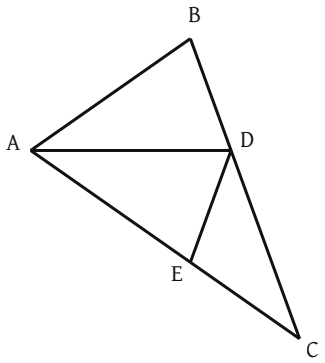


א. הוכיחו: $\triangle ABC \cong \triangle ADC$.

ב. הוכיחו: $\triangle ABM \cong \triangle ADM$.

ג. הסיקו: $AC \perp BD$, ו-M אמצע BD.

(13)★ במשולש ABC: $AC > AB$. AD חוצה את $\measuredangle BAC$, והנקודה E על AC כך ש-$AE = AB$.



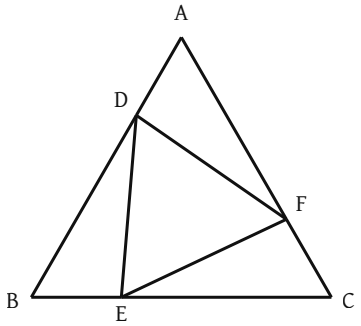
א. הוכיחו: $\triangle ABD \cong \triangle AED$.

ב. הסבירו מדוע $\measuredangle AED = \measuredangle EDC + \measuredangle ACB$.

ג. הוכיחו: $\measuredangle ABC > \measuredangle ACB$.

© כל הזכויות שמורות לנועם דורון · אין להעתיק, לצלם או להפיץ ללא אישור בכתב

(14)★ המשולש ABC שווה צלעות. הנקודות D, E, F נמצאות על הצלעות AB, BC, CA, כך ש-AD = BE = CF.



א. הסבירו מדוע BD = CE = AF.

ב. הוכיחו: $\triangle ADF \cong \triangle BED$.

ג. הוכיחו שהמשולש DEF שווה צלעות.

בהצלחה!

© כל הזכויות שמורות לנועם דורון · אין להעתיק, לצלם או להפיץ ללא אישור בכתב