**הסתברות מותנית:** $P\left(A|B\right)=\frac{P(A\cap B)}{P(B)}$

**הסתברות שלמה:** $P\left(A\right)=\sum\limits_{b_i\in B}P\left(A|B_i\right)P\left(B_i\right)$

**הסתברות בייס:** $P\left(H|E\right)=\frac{P(E|H)\cdot P(H)}{P(E)}$

השערה $=Hypothesis=H$, המציאות $=Evidence=E$

**chain rule:** $P\left(H|E_1,E_2\right)=\frac{P(E_1|H,E_2)\cdot P(H,E_2)}{P(E_1,E_2)}$

**אנטרופיה:** $H\left(x\right)=-\sum\limits_{x}p\left(x\right)\cdot\log P\left(x\right)$. ודאות גבוה ⇔ אנטר' נמוכה

$\boldsymbol{Multi-Modal\ discrte}$ - מספר ניחושים מדויקים , והניחוש הוא "בינארי" , אין לי מדד של איפה בתוך ה $bin$ אני נמצא.

$\boldsymbol{Uni-Modal\ continous}$ - ניחוש אחד המשקלל את האפשרויות, והניחוש רציף , לכן אפשר להיות בכל מקום .

| | **מרחב המצב** | **פונקציית האמונה** | **יעילות** |
|---|---|---|---|
| **מסנן היסטוגרמה** | בדיד | Mutli-modal | אקספ' |
| **מסנן קלמן** | רציף | Uni-modal | ריבועית |
| **מסנן קלמן מורחב** | רציף | Uni-modal | ריבועית |
| **מסנן חלקיקים** | רציף | Mutli-modal | ?? |

**גאוס :** חוק $68,95,99.7$ . קיים $Data$ בעל ממוצע $\mu$ וסטיית תקן $\sigma$.

הוספת $K$ לכל $Data$: $\mu'=\mu+K$ כפל ב $K$ : $\sigma'=k\sigma \qquad \mu'=k\mu$

$\boldsymbol{Var}$: $\sigma_x^2=\frac{\sum_{i=1}^N(\tilde{x}-x_i)^2}{N}$ | $\boldsymbol{COV}$ : $\sigma_x\sigma_y=\frac{\sum_{i=1}^N(\tilde{x}-x_i)(\tilde{y}-y_i)}{N}$

$\boldsymbol{PDF}$ - פונ' צפיפות ההסת' - הגאוסי: $N\left(\mu_1,\sigma_1^2\right)=\frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_1^2}}e^{\frac{-(x-\mu_1)^2}{2\sigma_1^2}}$

**הכפלת גאוסיינים:** $\left[\mu_3=\frac{\mu_1\cdot\sigma_2^2+\mu_2\cdot\sigma_1^2}{\sigma_1^2+\sigma_2^2} \qquad \sigma_3^2=\frac{1}{\frac{1}{\sigma_1^2}+\frac{1}{\sigma_2^2}}\right]$

ומתקיים: $\begin{bmatrix}\sigma_3^2\leq\sigma_1^2,\sigma_2^2\\ \sigma_1=\sigma_2\Rightarrow\sigma_{\sigma_3}^2=\frac{1}{2}\sigma_1^2\end{bmatrix}$ תנועה : $\begin{Bmatrix}\mu_3=\mu_1+\mu_2\\ \sigma_3^2=\sigma_1^2+\sigma_2^2\end{Bmatrix}$

הסתברות/סבירות: $P\left(\text{data}/\text{distribution}\right)\neq L\left(\text{distribution}/\text{data}\right)$

$P$ - נחשב בעזרת האינטגל. $L$ - נחשב $f(x)=y$

תאור לא פרמטרי: $X=\left\{x^j,w^j\right\}$

$x^j$ - השערת המיקום . $w^j$ - חשיבות הנקודה, חשוב = נק' גדולה

ולכן ההסתברות למאורע תראה כך:

כאשר: $P\left(x\right)=\sum_{j=1}^J w^j\cdot\delta_{x^j}\left(x\right)$ $\quad \delta_{x^j}\left(x\right)=\begin{cases}\infty & x^j=x\\ 0 & else\end{cases}$

**פונקציית משקל מתקדמת:** $w\left(x_t^{|k|}\right)=k\cdot w\left(x_t^{|k|}\right)+(1-k)\cdot w\left(x_{t-1}^{|k|}\right)$

שגיאת ה $RMSE$(קלמן) : $\sqrt{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^n\left(x_i^{Est}-x_i^{True}\right)^2}$

**חישוב שגיאה במסנן חלקיקים** $ground\_truth=(x,y,\theta)$

אפשרות ראשונה: $w_i$ משקל, $P_i$ חלקיק.

$$error=\frac{\sum\limits_{i=1}^{M}w_i\sqrt{(P_i-g)^2}}{\sum\limits_{i=1}^{M}w_i}=\frac{\sum\limits_{i=1}^{M}w_i\left|(P_i-g)^2\right|}{\sum\limits_{i=1}^{M}w_i}$$

אפשרות שניה: $error=\left|P_{Best}-g\right|$

במצב **אסנכרוני**, ביצענו לכל חיישן : Prediction→measurment update.

**סנכרוני** : Prediction→L update → R update.

מדידה בזמנים שונים מעדכנים את $\Delta t$

**משוואות התנועה**

מהירות קבועה: $X\left(t\right)=\int_0^t V\left(t\right)\ dt=\underline{\boldsymbol{V_0\cdot t+X_0}}$

$a\left(t\right)=a_0$

תאוצה קבועה: $X\left(t\right)=\int_0^t V\left(t\right)\ dt=\underline{\boldsymbol{V_0\cdot t+\frac{1}{2}\cdot a_0\cdot t^2+X_0}}$

**משוואות התנועה המוכללות**

$\underline{\theta=0}$: $\begin{bmatrix}x_f=x_i+v\cdot\Delta t\times\cos\left(\theta_0\right)\\ y_f=y_i+v\cdot\Delta t\times sin\left(\theta_0\right)\end{bmatrix}$

$\underline{\theta\neq0}$ : $\begin{bmatrix}x_f=x_i+\frac{v}{\dot\theta}\left(\sin\left(\theta_0+\Delta t\times\dot\theta\right)-\sin\left(\theta_0\right)\right)\\ y_f=y_i+\frac{v}{\dot\theta}\left(\cos\left(\theta_0\right)-\cos\left(\theta_0+\Delta t\times\dot\theta\right)\right)\\ \theta_f=\theta_0+\Delta t\times\dot\theta\end{bmatrix}$

**rotation matrix** : $\begin{bmatrix}x_m\\ y_m\\ 1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\cos\theta & -\sin\theta & x_p\\ \sin\theta & \cos\theta & x_p\\ 0 & 0 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_c\\ y_c\\ 1\end{bmatrix}$

$x_p,y_p$ הקור' של החלקיק. $x_c,y_c$ הקור' של ה $landmark$ $x_m,y_m$ הקור' של ה $landmark$ במפה.

הזווית $\theta$ - מאפשר לנו לחשב גם כאשר הרובוט בזווית ביחס ל$landmark$

**לינאריזציה:** טיילור: $\sum\limits_{n=0}^{\infty}\frac{f^{(n)}(a)}{n!}(x-a)^n$,

רק שני האיברים הראשונים: $f(a)+\frac{f'(a)}{1!}\left(x-a\right)^1$

**יעקוביאן**

$$\begin{Bmatrix}x_{k+1}=Fx_k\longrightarrow x_{k+1}=f(x_k)+r\\ Z_k=Hx_k\longrightarrow Z_k=h(x_k)+w\\ f(x)=f(a)+f'(a)(x-a)\\ h\left(x\right)=h\left(\mu\right)+\underbrace{\frac{dh\left(\mu\right)}{dx}}_{\text{jacobian matrix}}\left(x-\mu\right)\end{Bmatrix}\Rightarrow$$

$$\underbrace{\begin{bmatrix}\frac{\vartheta h_1}{\vartheta x_1} & \frac{\vartheta h_1}{\vartheta x_2} & \cdots & \frac{\vartheta h_1}{\vartheta x_n}\\ \frac{\vartheta h_2}{\vartheta x_1} & \frac{\vartheta h_2}{\vartheta x_2} & & \\ \vdots & & \ddots & \\ \frac{\vartheta h_n}{\vartheta x_n} & & & \frac{\vartheta h_n}{\vartheta x_n}\end{bmatrix}}_{\text{general jacobian matrix}}$$

$$x=\begin{pmatrix}P_x\\ Py\\ V_x\\ V_y\end{pmatrix},z=\begin{pmatrix}\rho\\ \varphi\\ \dot\rho\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\sqrt{p_x^2+P_y^2}\\ \arctan\left(\frac{P_y}{P_x}\right)\\ \frac{\begin{pmatrix}V_x\\ V_y\end{pmatrix}\begin{pmatrix}P_x\\ P_y\end{pmatrix}}{\sqrt{P_x^2+P_y^2}}\end{pmatrix}$$

$$\begin{bmatrix}\frac{P_x}{\sqrt{p_x^2+P_y^2}} & \frac{P_y}{\sqrt{p_x^2+P_y^2}} & 0 & 0\\ -\frac{P_y}{\sqrt{p_x^2+P_y^2}} & \frac{P_x}{\sqrt{p_x^2+P_y^2}} & 0 & 0\\ \frac{P_y(V_xP_y-V_yP_x)}{\left(P_x^2+P_y^2\right)^{3/2}} & \frac{P_x(V_yP_x-V_xP_y)}{\left(P_x^2+P_y^2\right)^{3/2}} & \frac{P_x}{\sqrt{P_x^2+P_y^2}} & \frac{P_y}{\sqrt{P_x^2+P_y^2}}\end{bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix}\mu_{expected}=H_k\cdot X_k\\ \sum_{expected}=H_kPH_k^T\end{Bmatrix},\left\{\sum=P=\begin{pmatrix}\sigma_{pos}^2 & \sigma_{pos*vol}\\ \sigma_{vol*pos} & \sigma_{vol}^2\end{pmatrix}\right\}$$

$$\begin{Bmatrix}\mu_3=\boldsymbol{\mu_2}+\boldsymbol{\frac{\sigma_2^2(\mu_1-\mu_2)}{\sigma_1^2+\sigma_2^2}}\\ \\ \sigma_3^2=\boldsymbol{\sigma_2^2}-\boldsymbol{\frac{\sigma_2^2}{\sigma_1^2+\sigma_2^2}}\end{Bmatrix}\begin{Bmatrix}(1)\ x_k'=x_k+K'\left(\overrightarrow{z}_k-H_kx_k\right)\\ \\ (2)\ P_k'=P_k-K'H_kP_k\\ \\ (3)\ K'=P_kH_k^T\left(H_kP_kH_k^T+R_k\right)^{-1}\end{Bmatrix}$$

**הגבר קלמן:** $kg = \frac{E_{est}}{E_{est}+E_{meas}}$

$$Est_t = Est_{t-1} + kg\left[Meas_t - Est_{t-1}\right]$$

$$E_{EST_t} = \left[1 - kg\right]\left(E_{EST_{t-1}}\right)$$

**אלגוריתם קלמן:**

$$\begin{array}{ccccc}
\textbf{init} & & \textbf{prev st.} & & \textbf{new predicted state} \\
\begin{pmatrix} X_0 \\ P_0 \end{pmatrix} & \rightarrow^{0} & \begin{pmatrix} X_{k-1} \\ P_{k-1} \end{pmatrix} & \longrightarrow & \begin{pmatrix} X_k = AX_{k-1} + Bu_k + w_r \\ P_{k_p} = AP_{k-1}A^T + Q_k \end{pmatrix}^{1,2,3} \\
 & & \uparrow^{8} & & \downarrow \\
 & & & & \textbf{new observation} \\
 & & \uparrow & & \left(Y_k = CY_{k_m} + z_m\right)^5 \\
 & & & & \downarrow \\
 & & \begin{pmatrix} P_k = (I - KH)\,P_k \\ X_k \end{pmatrix}^{7} & \longleftarrow & \begin{pmatrix} K = \frac{P_K H^T}{HP_{k_p}H^T + R} \\ X_k = X_{k_p} + K\left[Y - HX_k\right] \end{pmatrix}^{4,6} \\
 & & \textbf{update state} & & \textbf{Adjust predicted state}
\end{array}$$

0. אתחול = הצבת הנתונים:
1. חישוב ה predicted state : עדכון המיקום $X_k$ על פי משוואות התנועה + רעש $w_k$
2. אתחול מטריצת ה $cov$ (עושים זאת פעם אחת):
3. חישוב ה predicted covarince state: עדכון ל $P_{K_p}$ + רעש $(Q)$
4. חישוב ה $Kalman\ Gain$ : כולל מעבר ממרחב המצב למרחב החיישן $(H)$ + רעש $(R)$
5. קבלת מדידה חדשה: כולל מעבר ממרחב החיישן למרחב המצב $(C)$ + $(z)$
6. חישוב מצב נוכחי (או התאמת הנתונים הקיימים) : התאמת $X_k$
7. עדכון מטריצת ה $cov$: התאמת $P_k$
8. "העכשווי הופך לקודם": הכנה למחזור הבא $X, P_k \Rightarrow X, P_{k-1}$ (חזור ל1)

מטריצה $Q$: $G \cdot cov\left(a\right) \cdot G^T$

```
Resamlpe:
p3 = []
index = int(random.random() * N)
beta = 0.0
mw = max(w_arr)
for i in range(N):

    beta += random.random() * 2.0 * mw
    while beta > w_arr[index]:

        beta -= w_arr[index]
        index = (index + 1) % N
        p3.append(p[index])

p = p3
```

נגזרות בסיסיות: $f,g$ פונ' / מטריצה הפוכה

$$\left\{\begin{array}{c} A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \\ A^{-1} = \frac{1}{ad-bc}\begin{bmatrix} d & -b \\ -c & d \end{bmatrix} \end{array}\right\} \left\{\begin{array}{c} (f \cdot g)' = f'g + g'f \\ \left(\frac{f}{g}\right)' = \frac{f'g + g'f}{g^2} \\ \left(f\left(g\right)\right)' = f'\left(g\right) \cdot g' \\ \sin \rightarrow \cos \rightarrow -\sin \rightarrow -\cos \end{array}\right\}$$

$PID$ : $\frac{d}{dt} = \frac{CTE_t - CTE_{t-1}}{\Delta t}$

$$\alpha = \underbrace{-\tau_P \cdot CTE}_{proportional} - \underbrace{\tau_D \frac{d}{dt} CTE}_{derivative} + \underbrace{\tau_I \sum CTE}_{integral}$$

**המרות** $LiDAR$:

$$\underbrace{\begin{array}{c} r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \\ \varphi = tg^{-1}\left(\frac{y}{x}\right) = \arctan\left(\frac{y}{x}\right) \\ \phi = \cos^{-1}\left(\frac{z}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}}\right) = \arccos\left(\frac{z}{r}\right) \end{array}}_{\text{cartesian to spherical}} \quad | \quad \underbrace{\begin{array}{c} x = r\sin\left(\theta\right)\cos\left(\varphi\right) \\ y = r\sin\left(\theta\right)\sin\left(\varphi\right) \\ z = r\cos\left(\theta\right) \end{array}}_{\text{spherical to cartesian}}$$

$RADAR$: $$\hat{z}_t = \begin{pmatrix} \rho \\ \phi \\ \dot{\rho} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \text{dist' from object} \\ \text{Angle to object} \\ \text{Radial velocity} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sqrt{p_x^2 + P_y^2} \\ tg^{-1}\frac{P_y}{P_x} \\ \frac{V_x P_x + V_y P_y}{\sqrt{P_x^2 + P_y^2}} \end{pmatrix}$$

רד' למעל' ע"י: $\frac{\pi}{180^\circ} = \frac{180^\circ}{\pi} = 1$