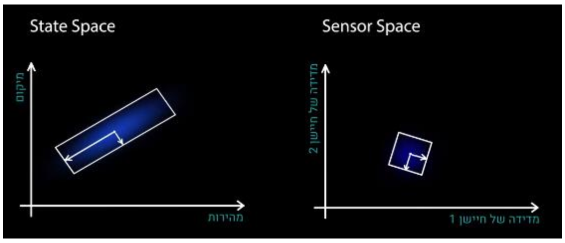
EKF – מסנן קלמן מורחב

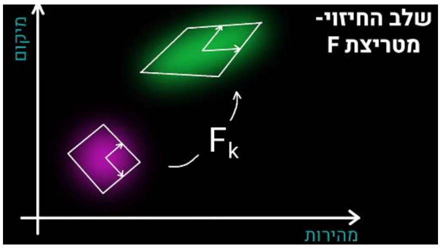
מסנן קלמן רק עובד עם לינאריות. קודם מטריצת F (מטריצת המעבר) והוא חייב להיות התמרה לינארית או במילים אחרות המצב הנוכחי יכול להיות מבוטא רק באמצעות התמרה לינארית מהמצב הקודם. המודל הזה טוב למהירות קבועה ותאוצה קבועה.

מה קורה שהמודל נהיה קצת יותר מורכב כמו sin, cos או תנועה במעגל ?

גם מטריצת H – (המטריצה שמעבירה אותנו ממרכב המצב למרחב החיישן) לינארי. ואם החיישן מודד $x^2 + y^2$ כאן לא נוכל להשתמש בH

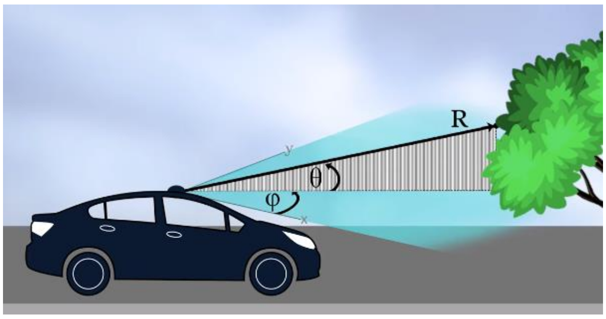
לסיכום מטריצות F וגם H לא לינארית





סוגי חיישנים

LIDAR



נקודות ספריות (sphere)

- Θ – הגובה
- R – range
- ϕ – azimuth או סיבוב

באמצעותם אתה יכול להמיר לx, y , z

$$r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

$$\phi = tg^{-1}\frac{y}{x}$$

$$\theta = cos^{-1}\frac{z}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}} = \frac{r}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}}$$

$$x = r\sin\theta\,\cos\varphi,$$
$$y = r\sin\theta\,\sin\varphi,$$
$$z = r\cos\theta.$$

1. לקריאה בודדת של חיישן לידאר קיימים הפרמטרים (ϵ,α,r)=(5∘,10∘,4 m) . צאו מנקודת הנחה שהמדידות חסרות רעש וחשבו את מיקום האובייקט בקואורדינטות קרטזיות (XYZ).

הקלידו את התשובות בתיבות הטקסט. דייקו עד לשתי ספרות אחרי הנקודה העשרונית.

$\bar{X}$ Answer: 5.43 ✖ 0.343 — 0.343

$\bar{Y}$ Answer: 3.32 ✖ 0.061 — 0.061

$\bar{Z}$ Answer: 6.05 ✖ 3.984 — 3.984

2. נניח שה-LiDAR שלנו מספק את המיקום בשני ממדים (XY) ווקטור המצב שלנו נראה כך:

$$\begin{pmatrix} \acute{P}_x \\ \acute{P}_y \\ \acute{V}_x \\ \acute{V}_y \end{pmatrix}$$

מה הם הערכים של X, Y, Z במטריצת H?

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ \boxed{X} & \boxed{Y} & \boxed{Z} & 0 \end{pmatrix}$$

סמנו את התשובה הנכונה.

- X=0, Y=1, Z=0 ✔

3. מה הם הדברים שצריך לקחת בחשבון כאשר מיישמים חיישן LiDAR עבור רכבים אוטונומיים?

סמנו את כל התשובות הנכונות.

- [x] חיישן ה- LiDAR צריך תמיד להיות ממוקם אופקית, שכן אפילו הטיה קטנה תגרום לשגיאות מדידה. ✔
- [ ] כאשר הרכב נע במהירות, חשוב להביא בחשבון את הפרשי הזמן בין פעימות חיישן ה- LiDAR. ✔
- [x] חשוב לזהות עצמים מבריקים ובוהקים מאוד בסביבה, אחרת מדידות חיישן ה- LiDAR של אותם אובייקטים עשויות להיות לא תקפות. ✔

חיישן RADAR

רק הראדר יכול גם לדעת מהירות של האובייקט שעוקבים אחריו

המרחק לאובייקט ρ (Roh)

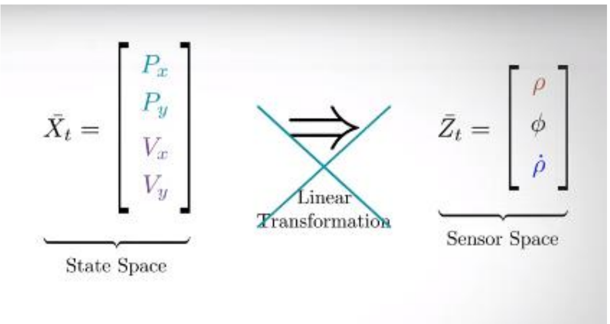
הזווית לאובייקט ϕ (Phi)

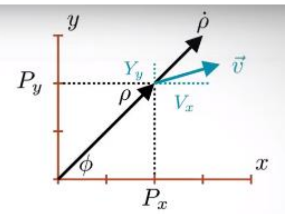
המהירות הרדיאלית $\dot{\rho}$ (Roh Dot)

$\dot{\rho}$ (Roh Dot)

המהירות הרדיאלית

המהירות בה האובייקט מתקרב או מתרחק יחסית אל הרדאר.





$$\rho = \sqrt{P_x^2 + P_y^2}$$

מרחק

זווית

$$\phi = tg^{-1}\frac{P_y}{P_x}$$

הטלה

$$\dot{\rho} = \frac{\vec{v}\vec{\rho}}{|\rho|} = \frac{\binom{V_x}{V_y}\cdot\binom{P_x}{P_y}}{\sqrt{P_x^2+P_y^2}} = \frac{P_xV_x+P_yV_y}{\sqrt{P_x^2+P_y^2}}$$

מעבר מרחב המצב למרחב החיישן

$$\bar{Z}_t = \begin{bmatrix} \rho \\ \phi \\ \dot{\rho} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sqrt{P_x^2+P_y^2} \\ tg^{-1}\frac{P_y}{P_x} \\ \frac{P_xV_x+P_yV_y}{\sqrt{P_x^2+P_y^2}} \end{bmatrix}$$

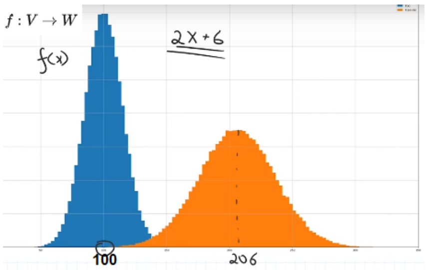
שים לב שהמשוואות אינן ליניאריות

מטריצת Variance Covariance - חוסר ודאות

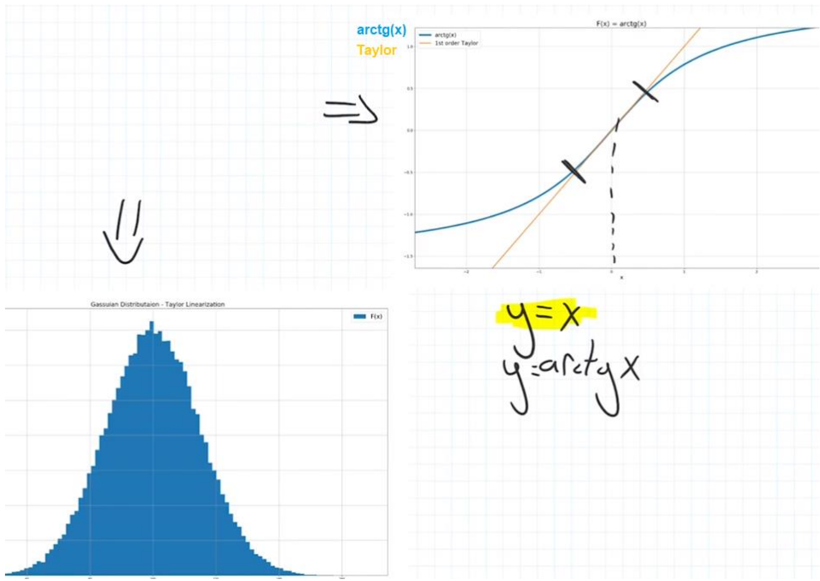
$$R = \begin{bmatrix} \sigma_\rho^2 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_\phi^2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{\dot{\rho}}^2 \end{bmatrix}$$

ליניאריזציה

אם אכניס משתנה X עם M, σ^2 להעתקה לינארית אני אקבל משתנה Y עם M, σ^2 היא עדיין התפלגות גאוסיאנית



מסנן קלמן מורחב לוקח כל פונקציה אפילו לא לינארי ומנסה למצוא קירוב לינארי ע"י טיילור



פיתוח טיילור

נותן קירוב מסביב לנקודה x_0

כאן במסנן קלמן נסתכל רק על הקירוב הראשן והשני או במילים אחרות קירוב מסדר 0 וקירוב מסדר 1

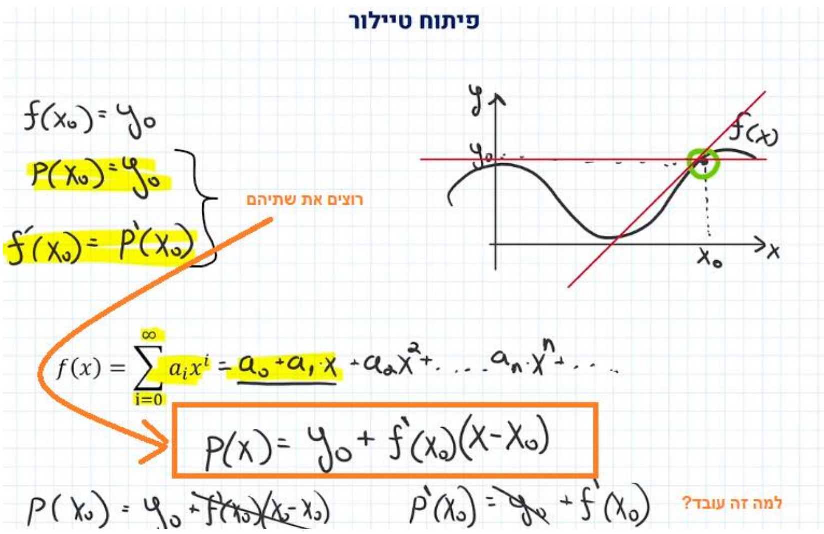
אנו בעצם רוצים לפתח גם מול פולינום שיתן את y_0 שהוא קו האדום מקביל לציר הx וגם מסיבב לנגזרת

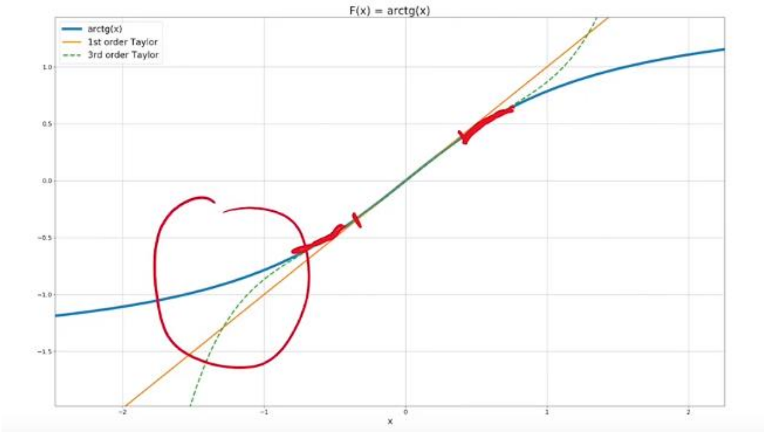
להזכירכם, זו הנוסחה שראינו:

$$f(a)+\frac{f'(a)}{1!}(x-a)+\frac{f''(a)}{2!}(x-a)^2+\frac{f'''(a)}{3!}(x-a)^3+\cdots,$$

כאשר אנחנו לוקחים רק את שני האיברים הראשונים:

$$f(a)+\frac{f'(a)}{1!}(x-a)$$





כאשר המודל שלנו עובד בצורה דומה ללינארי מסנן קלמן מורחב EKF יתן תוצאות טובות. אבל כאשר הוא יתרחק מהגבולות הלינארים הוא יתחיל לזייף.

הוא טוב עובד טוב בסביבות הלינארים

1. חשבו את שורש 65 לפי פיתוח טיילור מסדר 0,1,2. סביב איזו נקודה הכי נכון לפתח?

הקלידו את התשובות בתיבות הטקסט. דייקו עד לארבע ספרות אחרי הנקודה העשרונית.

א. סדר 0 – 8 ✔ 8

ב. סדר 1 – 8.0625 ✔ 8.0625

ג. סדר 2 – 8.0622 ✔ 8.0622

$$p_0 = f(64) = \sqrt{64} = 8$$

$$\sqrt{64} + \frac{1}{2\sqrt{64}} = 8.0625$$

$$\sqrt{64} + \frac{1}{2\sqrt{64}} - \frac{1}{2! * 4 * 64^{\frac{3}{2}}} * (65 - 64)^2 = 8.0622$$

2. עכשיו נסו לפתח את הטור סביב הנקודה 16 ולחשב את שורש 65 ותיווכחו כמה אתם רחוקים.

הקלידו את התשובות בתיבות הטקסט. דייקו עד לארבע ספרות אחרי הנקודה העשרונית.

א. סדר 0 – 4.0000 ✔ 4.0000

ב. סדר 1 – 10.1250 ✔ 10.1250

ג. סדר 2 – 5.4355 ✘ 5.4355

$$p_0 = f(16) = \sqrt{16} = 4$$

$$\sqrt{16} + \frac{1}{2\sqrt{16}} = 10.1250$$

$$\sqrt{16} + \frac{1}{2\sqrt{16}} - \frac{1}{2! * 4 * 16^{\frac{3}{2}}} * (65 - 16)^2 = 5.4355$$

מטריצת יעקוביאן

מפני שאנו לא נמצאים בעולם לינארי מט' F ניתן לייצג אותה בעזרת פונ' $f(x_k)$ ועוד רעש r. וכן לגבי מט' H בעזרת $h(x_k)$ ועוד רעש w

הפונ' $f(x)$ נייצג ע"י טור טיילור

בפונ' h נפתח סביב M שהוא הממוצע

נשים לב שהנגזרת של f שהוא בעיגול ירוק היא דומה לזה שגם ל h יש נגזרת שמסומן בירוק שמט' היעקובין. נסמן אותה בH_j בציור למטה

מטריצת היעקוביאן

לנגזרות:

$$X_{k+1} = F X_k \longrightarrow X_{k+1} = f(X_k) + r$$

$$Z_k = H \cdot X_k \longrightarrow Z_k = h(X_k) + w$$

$$f(x) = f(a) + f'(a)(x-a)$$

$$h(x) = h(\mu) + \frac{\partial h(\mu)}{\partial x}(x-\mu)$$

מטריצת היעקוביאן

$$H_j = \begin{bmatrix} \frac{\partial h_1}{\partial x_1} & \frac{\partial h_1}{\partial x_2} & \frac{\partial h_1}{\partial x_3} & \cdots & \frac{\partial h_1}{\partial x_n} \\ \frac{\partial h_2}{\partial x_1} & \frac{\partial h_2}{\partial x_2} & \frac{\partial h_2}{\partial x_3} & \cdots & \frac{\partial h_2}{\partial x_n} \\ \vdots & \ddots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \frac{\partial h_m}{\partial x_1} & \frac{\partial h_m}{\partial x_2} & \frac{\partial h_m}{\partial x_3} & \cdots & \frac{\partial h_m}{\partial x_n} \end{bmatrix}$$

$$H_j = \begin{bmatrix} \frac{\partial \rho}{\partial P_x} & \frac{\partial \rho}{\partial P_y} & \frac{\partial \rho}{\partial V_x} & \frac{\partial \rho}{\partial V_y} \\ \frac{\partial \varphi}{\partial P_x} & \frac{\partial \varphi}{\partial P_y} & \frac{\partial \varphi}{\partial V_x} & \frac{\partial \varphi}{\partial V_y} \\ \frac{\partial \dot\rho}{\partial P_x} & \frac{\partial \dot\rho}{\partial P_y} & \frac{\partial \dot\rho}{\partial V_x} & \frac{\partial \dot\rho}{\partial V_y} \end{bmatrix}$$

המימד של $H * x$ הוא $3\ x\ 1$ כי הוא מרחב החיישן שלנו שהוא

$$\underbrace{\bar{Z}_t = \begin{bmatrix} \rho \\ \phi \\ \dot\rho \end{bmatrix}}_{\text{Sensor Space}}$$

$$\underline{X} = \begin{pmatrix} P_x \\ P_y \\ V_x \\ V_y \end{pmatrix} \qquad \underline{Z} = \begin{pmatrix} \rho \\ \varphi \\ \dot\rho \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sqrt{P_x^2 + P_y^2} \\ tg^{-1}\left(\frac{P_y}{P_x}\right) \\ \frac{P_x \cdot V_x + P_y \cdot V_y}{\sqrt{P_x^2 + P_y^2}} \end{pmatrix}$$

$$\underset{3\times4}{H} \cdot \underset{4\times1}{X} = \underline{\underline{3\times1}}$$

$$\underline{\underline{3\times4}}$$

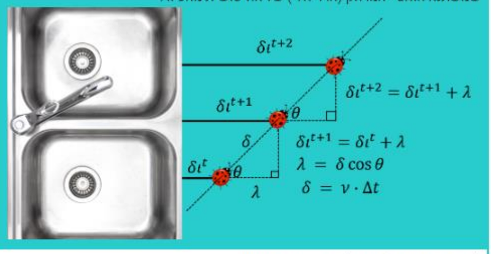
$$\begin{pmatrix} א\ \frac{P_x}{\sqrt{P_x^2+P_y^2}} & \frac{P_y}{\sqrt{P_x^2+P_y^2}} & 0 & 0 \\ \frac{-P_x}{P_x^2+P_y^2} & \frac{P_x}{P_x^2+P_y^2} & ב\ 0 & 0 \\ \frac{P_y(V_xP_y - V_yP_x)}{(P_x^2+P_y^2)^{3/2}} & \frac{P_x(V_yP_x - V_xP_y)}{(P_x^2+P_y^2)^{3/2}} & \frac{P_x}{\sqrt{P_x^2+P_y^2}} & \frac{P_y}{\sqrt{P_x^2+P_y^2}} \end{pmatrix}$$

א $$\frac{\partial \rho}{\partial P_x} = \frac{\partial \sqrt{P_x^2 + P_y^2}}{\partial P_x} = \frac{2P_x}{2\sqrt{P_x^2 + P_y^2}}$$

ב $$\frac{\partial \varphi}{\partial V_x} = \frac{tg^{-1}\left(\frac{P_y}{P_x}\right)}{\partial V_x} = 0$$

שאלות - להשלים

1. פרת משה רבנו מתרחקת מהכיור במהירות קבועה ובזווית קבועה על פני קו ישר. התנועה היא ליניארית והפרמטר היחידי שמשתנה הואd - המרחק (הרדיאלי) של החיפושית מהכיור.



לצפייה בתשובה, לחצו על הכפתור **הצג תשובה** .

הגש השתמשת ב-0 מתוך 2 ניסיונות

שמור

נקודה 1/1 (שלא דורגה)

2. בהמשך לשאלה הקודמת, מה הממדים של מטריצת יעקוביאן?

סמנו את התשובה הנכונה.

- 3X2
- 2X3
- 3X3 ✔

3. בהמשך לשאלה הקודמת, רשמו את מטריצת יעקוביאן עבור הדוגמה הזו.
מה הם הערכים של X, Y, Z במטריצת יעקוביאן?

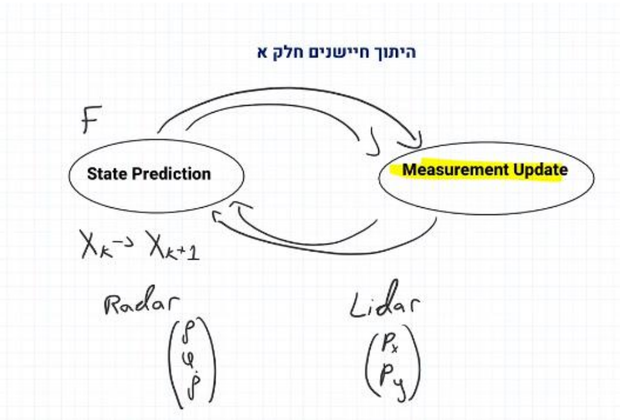
$$X^t = \begin{bmatrix} \delta\iota^t \\ \theta^t \\ v \end{bmatrix}$$

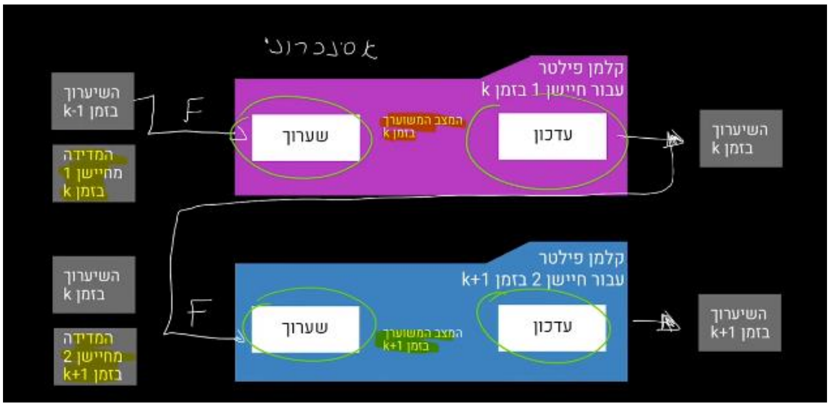
סמנו את התשובה הנכונה.

- X=1 ,Y=1 ,Z=Δt*(cosθ)
- X=0 ,$Y=\Delta_t * V * (-\sin\theta)$,Z=Δt*(cosθ)
- X=Δt * V * (−sinθ) ,Y=1 ,Z=0
- X=1 ,Y=Δt*V*(-sinθ) ,$Z=\Delta_t * (\cos\theta)$ ✔

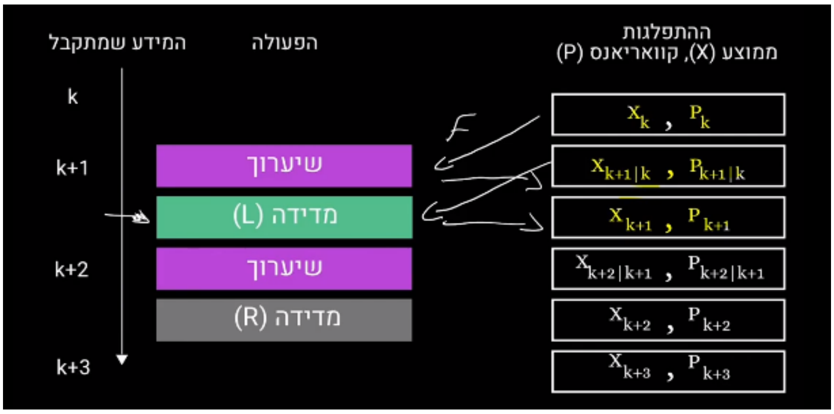
היתוך חיישנים

הראדר הוא לא לינארי לעומת ה lidar שהוא כן לינארי



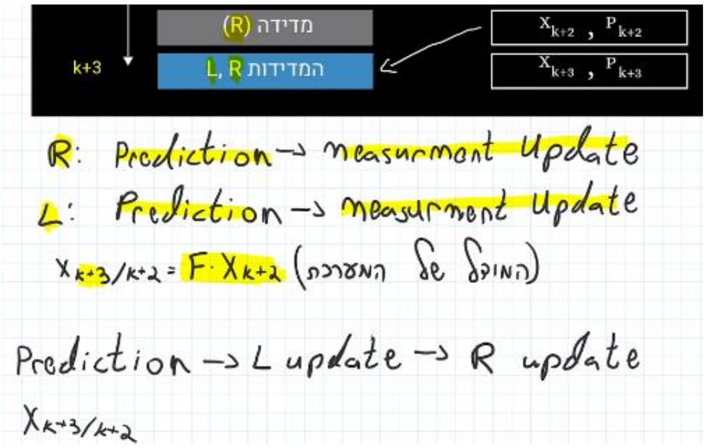


$X_{k+3}| k + 2 = F * X_{k+2}$



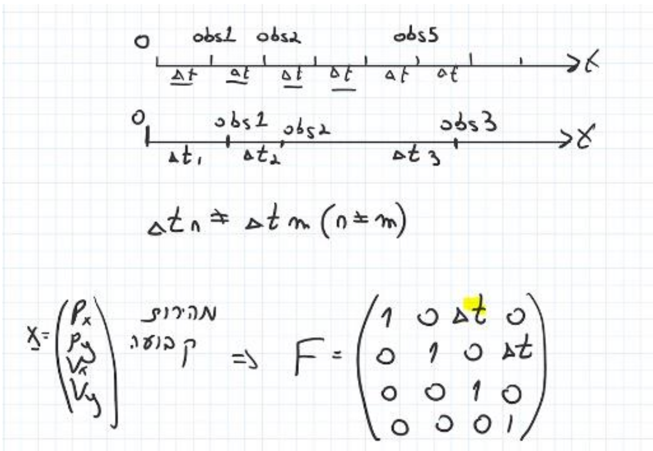
מה קורה כאשר מקבילים 2 מדידות באותה זמן בזמן k+3 ביחד?

תשובה: מיד אחרי ה lidar update אני אעשה Radar update **בלי prediction באמצע**



מדידות בזמנים עוקבים

לא תמיד אנו נקבל את הΔtn באותם הפרשי זמנים ולכן נצטרך לעדכן את המטריצות הרלוונטיות. כאן נשנה בF את הΔtn להיות $\Delta t - \Delta t_1$ כדי לקבל את ה timestamp המתאים



יישום וסיכום

The Motion Equations

$$\begin{bmatrix}P_x'\\P_y'\\V_x'\\V_y'\end{bmatrix} = \underbrace{\boxed{\begin{bmatrix}1&0&\Delta t&0\\0&1&0&\Delta t\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{bmatrix}}}_{\text{F Matrix}} \begin{bmatrix}P_x\\P_y\\V_x\\V_y\end{bmatrix} + \underbrace{\boxed{\begin{bmatrix}a_x\frac{\Delta t^2}{2}\\a_y\frac{\Delta t^2}{2}\\a_x\Delta t\\a_y\Delta t\end{bmatrix}}}_{\text{(known) U vector}}$$

מט' U – כאשר ידוע לנו מהי התאוצה הקבועה אבל מה קורה כאשר התאוצה לא ידוע לנו?

$$\begin{bmatrix}a_x\frac{\Delta t^2}{2}\\a_y\frac{\Delta t^2}{2}\\a_x\Delta t\\a_y\Delta t\end{bmatrix} = \underbrace{\boxed{\begin{bmatrix}\Delta t^2&0\\0&\Delta t^2\\\Delta t&0\\0&\Delta t\end{bmatrix}}}_{\substack{\text{Deterministic}\\\text{(G)}}} \underbrace{\boxed{\begin{bmatrix}a_x\\a_y\end{bmatrix}}}_{\substack{\text{Random}\\\text{(a)}}} = Ga$$

תשובה: אנו נסתכל על U בתור רעש סטוכסטי

$\sigma^2 ax, \sigma^2 ay$ – שונות של כמה בנ"א הולכים בתאוצה כשהולכים ברחוב

$$Q = E[v \cdot v^T] = E[Ga \cdot (Ga)^T] = G \cdot \boxed{E[aa^T]} \cdot G^T$$

$$Q = G \begin{bmatrix}\sigma_{ax}^2 & 0\\ 0 & \sigma_{ay}^2\end{bmatrix} G^T$$

Process Covariance Matrix

$$Q = GQ_vG = \begin{bmatrix}\frac{\Delta t^4}{4}\sigma_{ax}^2 & 0 & \frac{\Delta t^3}{2}\sigma_{ax}^2 & 0\\ 0 & \frac{\Delta t^4}{4}\sigma_{ay}^2 & 0 & \frac{\Delta t^3}{2}\sigma_{ay}^2\\ \frac{\Delta t^3}{2}\sigma_{ax}^2 & 0 & \Delta t^2\sigma_{ax}^2 & 0\\ 0 & \frac{\Delta t^3}{2}\sigma_{ay}^2 & 0 & \Delta t^2\sigma_{ay}^2\end{bmatrix}$$

אנו נוסיף את המטריצה Q לוקטור P כשנוסיף את הרעש

1. ביחידה זו ניקח את כל הידע שצברנו עד כה וניישם אותו במשימת תכנות מאתגרת ומעניינת במיוחד. במשימת התכנות ננסה לעקוב אחרי הולך רגל באמצעות חיישני הרדאר וה-LIDAR. שימו לב, אמנם התרגיל עוסק בעקיבה אחרי הולך רגל אבל ניתן להשתמש באותה שיטה בדיוק כדי לעקוב אחרי כלי רכב.
כפי ראינו בסרטון, הנתון היחידי שצריך לספק הוא סטיית התקן של התאוצות בשני הצירים (X-Y). מחקרים מראים שניתן להגדיר את סטיית התקן (סיגמא) כ-2 מטר חלקי שנייה בריבוע.
בהנחה שזו סטיית התקן ובהנחה שהתאוצה מתפלגת נורמלית עם ממוצע 0 – כמה אנשים נמצאים בין טווח של פלוס מינוס 4 מטר לשנייה בריבוע?

הקלידו את התשובה בתיבת הטקסט.

אחוז

RSME

שגיאת RMSE

ground truth

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left(x_i^{Est} - x_i^{True}\right)^2}$$

residuals

Root mean squared error

$$X_i \begin{pmatrix} P_x \\ P_y \\ V_x \\ V_y \end{pmatrix} - X_i^{true} \begin{pmatrix} P_x \\ P_y \\ V_x \\ V_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \Delta P_x \\ \Delta P_y \\ \Delta V_x \\ \Delta V_y \end{pmatrix} \begin{matrix} \} \, m \\ \\ \} \, m/s \end{matrix}$$

נניח שווקטור המצב המשוערך הוא $x = \begin{pmatrix} Px \\ Py \\ Vx \\ Yy \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 \\ 12 \\ 2 \\ 5 \end{pmatrix}$ בעוד שהמצב האמיתי נראה כך:

$$x_{true} = \begin{pmatrix} 9 \\ 10 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$$

חשבו את שגיאת ה-RMSE.

הקלידו את התשובה בתיבות הטקסט של המטריצה.

RMSE =

1 ✗
2 ✗
0 ✓
5 ✓

הגש