

עיבוד אותות, הסחת דופלר, ומה שביניהם

דן וקסלר ונועם גביש, בהנחיית ניר אורבך

22 בינואר 2015

תקציר

עיבוד אותות היא דיסיפלינה שעוסקת בניתוח של מידע רציף דוגמת קול וגלי רדיו. בחיי היומיום אנו נתקלים בשימוש נרחב בעיבוד אותות: החל בטלפון שבכיס, דרך המחשב שעל השולחן וכלה במכשירי ה-GPS. אפקט דופלר הוא תופעה של גלים שגורמת להסטה של התדר הנצפה עקב תנועה. בניסוי זה השתמשנו בכלים של עיבוד אותות כדי לתקף את אפקט דופלר בגלי קול, איכותית וכמותית. במדידה הכמותית מדדנו את מהירות הקול באוויר c ואת תאוצת הכובד g , וקיבלנו תוצאות דומות לערכים הידועים, כאישור לנכונות התיאוריה. עוצמתו של הניסוי היא במערכת ניסוי פשוטה: ציוד מדידה בסיסי (מיקרופון, רמקול), ומחשב לצורך פעולות עיבוד אות. ניתוח הנתונים הצריך יישום של מגוון טכניקות של ניתוחים בעולם התדר, התמודדות עם רעש וגילויים דיגיטליים.

רקע תאורטי

אפקט דופלר

בהינתן תווך של תופעה גלית (למשל גלי קול) ובו מקור גל (מונוכרומטי) וצופה ישנה משמעות למהירויות של הגל והצופה ביחס לתווך. במקרה שהצופה והמקור נייחים ביחס לתווך אז הצופה מודד את אותו התדר לתופעה כשם שהמקור מייצר. כאשר המקור נע ביחס לצופה, אם נסתכל רק על שיאי הגל, המקור מתקדם מרחק מסוים בין שידור שיא לבא אחריו, ולכן, מכיוון שמהירות הגל בתווך קבועה, הפרש הזמנים בו הם יגיעו לצופה יתקצר (או יתארך אם המקור מתרחק מהצופה) והתדר הנצפה יהיה גדול (קטן) מהתדר המשודר. (ראו תמונה 1). תופעה דומה מקבלים עבור התקרבות, תופעה דומה עבור צופה בתנועה.

$$f_{ob} = f_{src} \frac{c + v_{ob}}{c - v_{src}} \Rightarrow f_{ob} - f_{src} = \Delta f = f_{src} \frac{v_{rel}}{c - v_{src}} \approx f_{src} \frac{v_{rel}}{c} \Rightarrow \frac{\Delta f}{f_{src}} = \frac{v_{rel}}{c} \quad (1)$$

\uparrow
 $v_{src} \ll c$

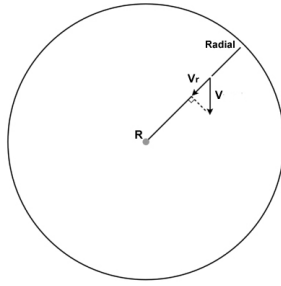
c מהירות הגל, $v_{src/ob/rel}$ מהירות המקור\הצופה\יחסית בהתאמה (מהירות מוגדרת חיובית לכיוון התקרבות המקור והצופה)

דוגמא לאפקט דופלר בחיי היומיום: כאשר מכונית נוסעת היא יוצרת רעש מהמנוע שלה. כאשר המכונית עוקפת צופה נייך, היא עוברת מהתקרבות להתרחקות. כלומר, הצופה שומע הסטה בתדר של הרעש שהוא שומע. כאשר המקור או הצופה נמצאים בתאוצה a , נוסחת אפקט דופלר משתנה. אך כאשר $aT \ll v$ נוסחא 1 מתקיימת תוך התחשבות בשינוי המהירות $v = v(t)$ (משמעות הקירוב היא שהתאוצה משנה את המהירות במהלך הזמן, אך שהשפעתה על ההעתק של המקור בזמן מחזור זניחה לעומת השפעת המהירות על ההעתק). בתנועה דו ממדית רכיב המהירות הרלוונטי לדופלר הוא רכיב המהירות הרדיאלי v_r . בהנחה שהגל מתפשט בצורה כדורית, מהירות יחסית משיקית בין המקור לצופה לא מתקיימת על הציר של התפשטות הגל, ולכן לא יוצרת אפקט. ראו 2.

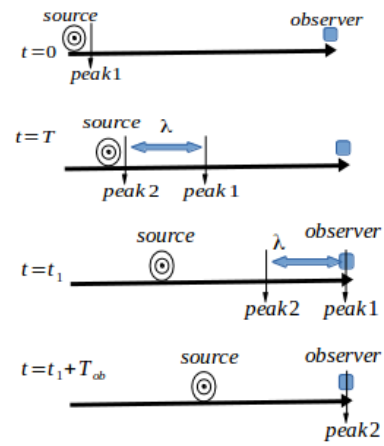
אנליזת פורייה

בעזרת אנליזת פורייה ניתן לתאר ולנתח תופעות מחזוריות (גלי קול, גלי רדיו וכו'). באופן טבעי, אנחנו מתארים פונקציה (סיגנל) $g(t)$ לפי הערך שלה בכל נקודה t . באנליזת פורייה נציג אותה בתור סכום של פונקציות מחזוריות $\exp(i\omega t)$. כאשר מתארים פונקציה הנתונה על תחום סופי, ב- N דגימות דיסקרטיות במרווחים ΔT , ההצגה נתונה לפי טור פורייה בדיד:

$$t_m = m\Delta T, f_n = n \frac{1}{N\Delta T}$$



©The COMET Program



איור 1: המחשה חזותית של אפקט דופלר במקרה של מקור בתנועה וצופה נייך. המקור משדר שתי חזיתות גל (לחילופין פולסים) בהפרש זמן של זמן מחזור שידור. המקור קולט אותן בהפרש זמן של זמן מחזור קליטה. הקשר בין תדירות השידור ותדירות הקליטה נתון לפי נוסחא 1

איור 2: בתנועה דו ממדית רכיב המהירות הרלוונטי לדופלר הוא רכיב המהירות הרדיאלי v_r

$$g(t_m) = \sum_{n=0}^{N-1} \frac{1}{N} G(f_n) \exp(i2\pi f_n t_m)$$

$$G(f_n) = \sum_{m=0}^{N-1} g(t_m) \exp(-i2\pi f_n t_m)$$

באמצעות תיאור פונקציה בהצגת פוריה, ניתן לסנן רעשים בתדרים רחוקים מהתדר של הסיגנל שמעניין אותנו. אלגוריתם שמחשב את מקדמי הפורייה של אות בדיד (ספקטרום) נקרא DFT, וגרסא בעלת יעילות חישובית טובה של אלגוריתם זה הינה FFT.

דגימה

ראשית, עלינו להעביר את ה"פונקציה" שלנו לצורה בה המחשב יכול לקבלה. בהנחה שלרשותנו מחשב עם זיכרון סופי נאלץ לזנוח חלק מהמידע שבעולם האמיתי ולדגום את הפונקציה שמעניינת אותנו רק בנקודות זמן מסויימות.

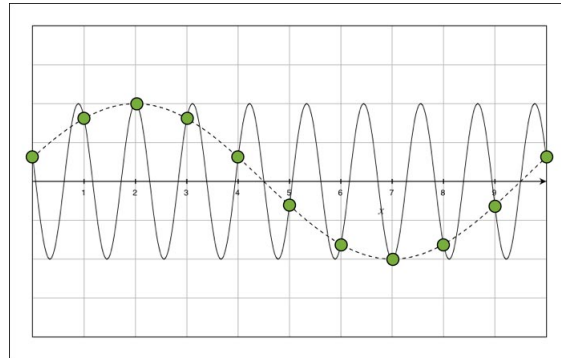
לשם כך ישנם רכיבי A2D שונים (Analog to Digital) ש"דוגמים": ממירים אות חשמלי רציף לסדרה של עוצמות בזמנים בדידים (גם העוצמות בדידות), ולרוב גם במרווח זמן קבוע. לדוגמא, כרטיס קול במחשב שממיר אות ממיקרופון למידע שנכנס לקובץ אודיו. בתהליך זה ישנן שתי תופעות לא רצויות שקורות לאות. לראשונה נקרא "קיפולי תדר" (aliasing בלעז) שבה, כתוצאה מחוסר המידע על האות בין זמן דגימה אחד לשני נוצרת אי וודאות בתדרים שהיו באות הרציף המקורי (כפי שמודגם באיור 3), החסם לתדירות הכי גבוהה אותה ניתן לשחזר נאמנה מדגימה הוא תדר נייקוויסט $f_{nyq} = \frac{f_s}{2}$. חישוב התדר שיפוע בדגימה כאשר תנאי נקוויסט אינו מתקיים נתון בנוסחא $2f$ הוא תדר האות המקורי, $f_{s/nyq/observed}$ הם תדר הדגימה/נייקוויסט/מתועד בהתאמה. התופעה השניה היא רזולוציית תדר מוגבלת שנובעת ממשך הזמן הסופי שבו אנחנו מתעדים את האות (הסבר אינטואיטיבי ניתן באיור 4) הקשר בין .

$$f_{observed} = |f_{nyq} - \text{mod}(f + f_{nyq}, f_s)| \quad (2)$$

$$\Delta f = \frac{f_{nyq}}{(N/2)} = \frac{f_s}{N} = \frac{1}{\Delta t \cdot N} = \frac{1}{T} \quad (3)$$

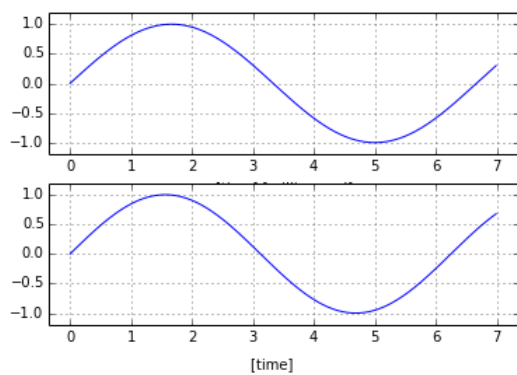
גילויים

פונקציה מחזורית טהורה ניתנת להצגה ע"י אמפליטודה קבועה ופאזה לינארית לזמן: $\phi(t) = 2\pi f t$, $sig(t) = A \sin(\phi(t))$. יש פונקציות לא מחזוריות, שניתן לתאר בצורה דומה, אך שבה f , A אינם בהכרח קבועים. למשל, אם מקור הגל משנה את עצמת הגל,



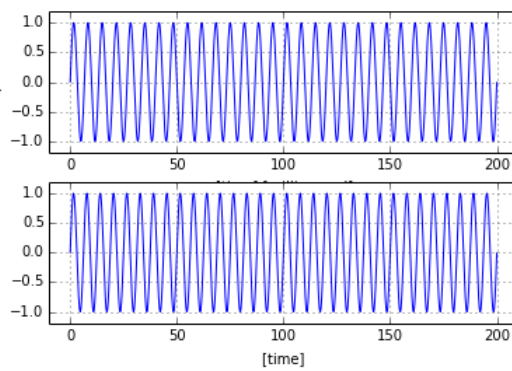
איור 3:

אי הוודאות שנוצרת בדגימה איטית מפעמיים תדירות התופעה: שחזור של הגל לפי הנקודות הדגומות לא נותן את האות המקורי.



$N_1 = 1$

$N_2 = 1$

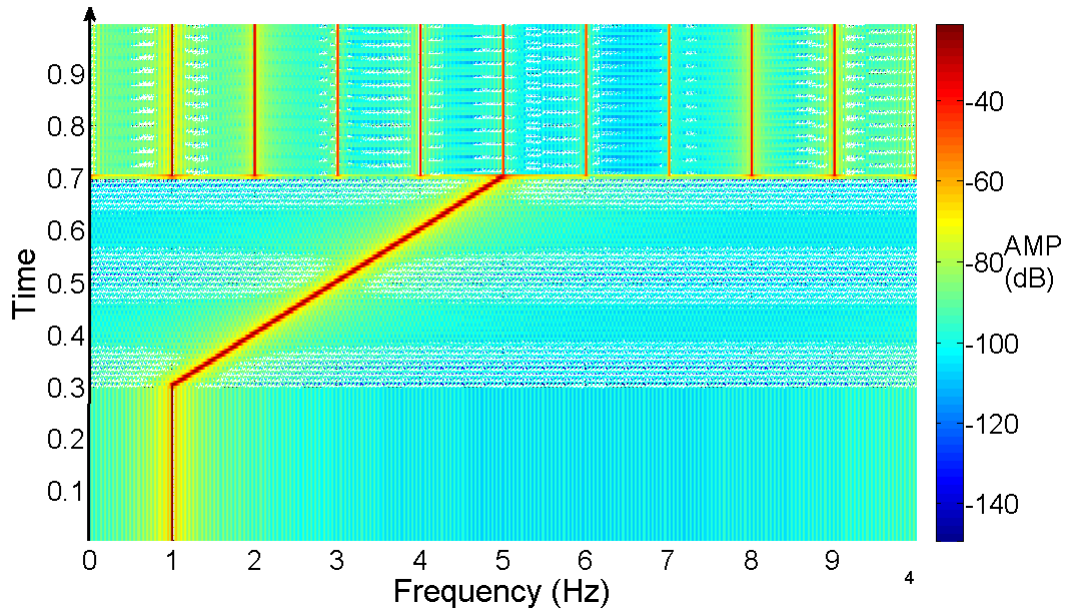


$N_1 = 30$

$N_2 = 32$

איור 4:

שני אותות בתדרים שונים (עליון ב-0.15 הרץ ותחתון 0.16 הרץ). פעם בחלון זמן קצר, בוא לא ניתן להבדיל בין התדרים. ופעם בחלון זמן ארוך, בו ניתן להבדיל ביניהם. ליד הגרפים מספר המחזורים השלמים בחלון הזמן.



איור 5:

ספקטרוגרמה מסונתזת לדוגמא. במקטע הראשון תדר קבוע, בשני תדר משתנה לינארית בזמן ובמקטע השלישי תדרים מרובים (פול בעלת אותו מחזור אך לא סינוס טהור)

נקבל $A = A(t)$. ניתן לתאר גם סיגנל שבו הפאזה לא לינארית בזמן, ואז נגדיר: $f(t) = \dot{\phi}(t) \neq \text{Const}$. במובן מסוים כך אנו מתארים סיגנל לא מחזורי בתור מחזורי באופן רגעי, זה כלי טוב לתיאור תופעות "מחזוריות רגעית" בעולם הפיסי. נרצה לדעת איך העוצמה, הפאזה והתדר הרגעי שלו משתנים בזמן, לשם כך נשתמש בגילויים. גילוי עוצמה (AM) יחזיר לנו את עוצמת האות ברגע נתון $A(t)$. דרך פשוטה לעשות זאת היא על ידי לקיחת ערך מוחלט של האות ומיצוע על זמן ארוך ממחזור הגל שבעוצמתו מעוונים. גילוי פאזה (PM) יחזיר לנו את הפאזה של האות ברגע נתון $\phi(t)$. ועתה, אם נגדיר תדר רגעי בתור הנגזרת של הפאזה אז גילוי תדר (FM) יחזיר לנו בדיוק את זה. קל לראות שעבור סינוס טהור $A = \text{Const}, \phi \propto t$ מתקבל $f(t) = \text{Const}$ והוא התדר של האות.

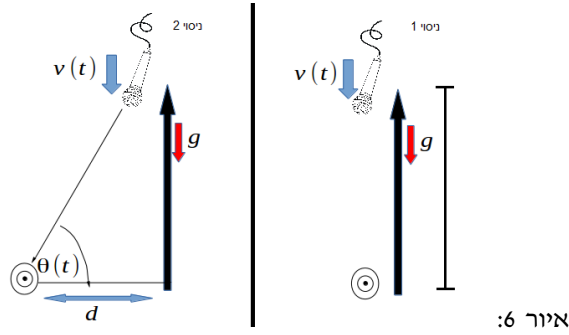
ספקטרוגרמה

אנליזת פורייה הצגה של סיגנל בתור הרכבה של פונקציות בסיס מחזוריות בתדרים מסוימים. במערכות מסוימות מעניין לבחון באיזו מתכונת התדרים משתנים לאורך הזמן. לצורך כך מחלקים את תחום הזמן למקטעים, וכל מקטע (שהוא למעשה סיגנל קצר) מציגים באמצעות התדרים של הצגת פוריה (מבצעים FFT לכל מקטע). דוגמא לספקטרוגרמה באיור (5). ביישום בפועל, כדי לשפר מלאכותית את הרזולוציה בזמן ובתדר ולקבל תמונה קצת יותר ברורה (ויפה) מבצעים zero-padding ולוקחים חלונות זמן חופפים. zero-padding משמעו ביצוע FFT על חלון זמן ארוך יותר (יותר נקודות דגימה) מחלון הזמן שלקחנו בדגימה, זאת על ידי הוספת אפסים (מכאן השם) לסוף החלון עד השלמה לאורך הרצוי. בצורה זו לא מתווספים רכיבים ספקטרליים מזמנים אחרים בדגימה, ומתקבלים תאי תדר קטנים יותר (רזולוציה משופרת בתדר) כאשר הפעולה יותר דומה לאינטרפולציה על הספקטרום שהיה מתקבל מהחלון הקצר, משום שלא הוספנו אינפורמציה ל-FFT לעבד. חלונות זמן חופפים פשוט נותנים לוקליזציה טובה יותר בזמן לתופעה, כאשר חלון הזמן איתו עובדים עדיין "מורח", אך ניתן להבחין בין חלון שבו התופעה מרכזית וכזה שתופס אותה בצורה חלקית.

מערכת הניסוי

בניסוי זה התמקדנו במדידת אפקט דופלר אקוסטי. המקור הינו רמקול המשדר צליל בתדר קבוע f_{src} (התדר נקבע ע"י מחולל אותות חיצוני). הצופה הינו מיקרופון המחובר למחשב, ומקליט את הסיגנל האקוסטי $sig(t)$. ע"י ניתוח ספקטרוגרמה של sig ומציאת התדר העיקרי בכל זמן נקבל את $f_{ob}(t)$. בכל שלבי הניסוי הרמקול היה נייד (ולכן הקירוב בנוסחא (1) מדויק לגמרי), והמיקרופון אז לעומתו.

באופן מיטבי הניסוי הבסיסי ביותר לתיקוף אפקט דופלר הוא של מהירות קבועה בין המקור לצופה. למשל: המיקרופון יהיה בעגלה שנעה במהירות קבועה. אולם, בניסויים מסוג זה החיכוך יהיה משמעותי ויערב תופעה פיזיקלית אחרת קשה לניתוח. לכן, תיכננו ומימשנו מערכת ניסוי שבה החיכוך חלש, והמיקרופון נופל בנפילה חופשית. כדי להדגיש את הסיגנל לעומת הרעש, בחרנו את



איור 6:

מערכת הניסוי: מיקרופון בנפילה חופשית, מקליט את הקול שמשדר רמקול נייד. ניסוי 1: אפקט דופלר חד ממדי. ניסוי 2: אפקט דופלר דו ממדי. מהקלטה $sig(t)$ נחשב את הסחת דופלר $\Delta f(t)$ ולהשוות אותה למהירות הצפויה של המיקרופון.

התדר המיטבי של המיקרופון והרמקול: $f_{src} = 7[kHz]$ (ראה דיון).

ניסוי 1

הניסוי הראשון בוחן אפקט דופלר חד ממדי: המיקרופון נופל נפילה חופשית אנכית לעבר הרמקול (כפי שרואים בצד ימין של איור 6).

בתנאי נפילה חופשית, וע"ס נוסחא (1) נקבל שהסחת דופלר לינארית בזמן, ונחלץ את $\frac{g}{c}$ ע"י רגרסיה לינארית:

$$\frac{\Delta f}{f_{src}} = \frac{v_{rel}}{c} = \frac{v(t)}{c} = \frac{g}{c}t \Rightarrow f_{ob}(t) - f_{src} = \Delta f(t) = f_{src} \frac{g}{c}t$$

בניסוי זה אין כלל מדידות של גדלים הקשורים באורך, ולכן מובן שניתן לחשב רק גדלים ללא ממד אורך ($\frac{g}{c}$)

הערכת אצבע תדרים אופייניים

במהלך פרק זמן של δT המיקרופון צובר מהירות של $\delta v = g\delta T$ ולכן חווה שינוי בהיסט הדופלר בשיעור $\delta \Delta f = f_{src} \frac{g\delta T}{c}$. נדרוש שמשך המדידה (גודל חלון FFT) שלנו יאפשר הפרדה בין תדרים בהפרש $\delta \Delta f = \frac{1}{\delta T}$, כאשר חלון ארוך יותר יוריד מהרזולוציה בזמן כאשר במהלכו הסיגנל תופס יותר מתא תדר בודד (רזולוציה בתדר גבוהה מדי) וחלון קצר יותר יוריד את הרזולוציה בתדר כאשר הסיגנל לא מחליף תא תדר בכל חלון (רזולוציה בזמן גבוהה מדי). ולכן חלון אופטימלי הוא $\delta T = \sqrt{\frac{c}{f_{src}g}} \approx 0.07(sec) \Rightarrow$ שנותן לנו רזולוציה בזמן (חצי חלון FFT) של כ-50 מילי-שניה ורזולוציית תדר (חצי תא תדר) של כ-5 הרץ.

ניסוי 2

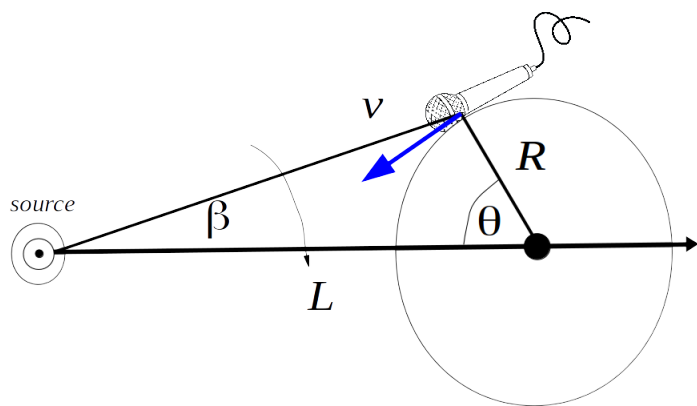
מטרת ניסוי זה לתקף את אפקט דופלר עבור תנועה דו ממדית, ולמדוד בנפרד את g, c . בדומה לניסוי 1, בניסוי זה המיקרופון בנפילה חופשית אנכית, אך על ישר הנמצא בהסחה אופקית d ביחס למיקרופון (איור 6 בצד שמאל). ידיעת גודל בעל ממד אורך d תאפשר מדידה נפרדת של g, c . כמו בניסוי 1, מתוך $sig(t)$ מחשבים את $f_{ob}(t)$. ע"ס המהירות הרדיאלית, וקינמטיקה של נפילה חופשית ממנוחה:

$$v_r = v_y(t) \cdot \sin(\theta), tg(\theta) = \frac{y}{d}$$

וע"ס 1 נקבל קשר בין הסחת דופלר לזמן:

$$f_{ob}(t) - f_{src} = \Delta f(t) = f_{src} \frac{v_r}{c} = f_{src} \frac{gt}{c \sqrt{1 + \frac{d}{y_0 - \frac{1}{2}gt^2}}} \quad (4)$$

באמצעות התאמת עקומה קיבלנו חישוב של הפרמטרים החופשיים g, c .



איור 7:

מערכת ניסוי 3: המיקרופון בתנועה מעגלית קצובה, מקליט את הקול שמסדר מיקרופון נייד.

ניסוי 3

מטרת ניסוי זה למדוד את c באופן בלתי תלוי ב- g . כפי שרואים באיור 7 המיקרופון נקשר בחוט ומאולץ לנוע בתנועה מעגלית במהירות זוויתית $\dot{\theta} \approx \text{Const}$ ו- $\omega = \dot{\theta}$ ומכאן $\theta(t) = \omega t$. תחת בחירת הפרמטרים בניסוי: $a_c = \omega^2 R \gg g$. אנו מודדים את הסיגנל המתקבל במיקרופון $sig(t)$ כמו בניסויים הקודמים. המערכת מקיימת מחזוריות של ω , המתבטאת באיפנון עוצמה $A(\theta(t))$ (המושפעת מהמרחק בין המיקרופון לרמקול), ואיפנון תדר $f(\theta(t))$ (בגלל שינוי היטל המהירות על המהירות הרדיאלית, ובגלל אפקט דופלר). תחת הקירוב $R \ll L$ נקבל: $v_r = v \sin(\theta) = R\omega \sin(\theta)$ ולכן ע"ס (1):

$$\Delta f(\theta) = -\frac{f_{src} R}{c} \omega \sin(\theta) \Rightarrow \Delta f(t) = -\frac{f_{src} R}{c} \omega \sin(\omega t)$$

כעת נוכל לנתח את $\Delta f(t)$ בתור סיגנל בפני עצמו. למעשה, הוא סיגנל מחזורי. ע"י גילוי פאזה נקבל $\phi_{\Delta f}(t) = \omega t$ ורגרסיה לינארית נוכל לחלץ את ω , וגם לתקף את הקירוב $\omega = \dot{\theta} \approx \text{Const}$. ע"י גילוי AM נקבל $A_{\Delta f} = \frac{f_{src}}{cR}$ ממנו נחלץ את c . ללא הקירוב נסמן $\delta = \frac{R}{L}$ ונקבל תיקון לנוסחאות הנ"ל:

$$v_r = -R\omega \sin(\theta) Q(\theta), Q(\theta) = \frac{-2\cos(\theta)\delta + 1}{\sqrt{1 + \delta^2 - 2\cos(\theta)\delta}}$$

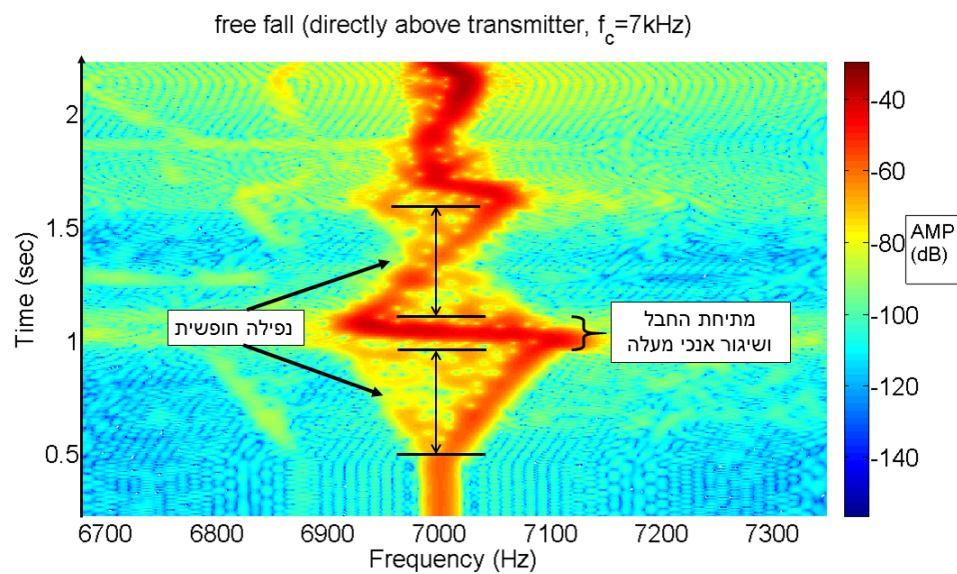
$$a_c = \omega^2 R \approx (2\pi \cdot 5[Hz])^2 \cdot 0.32[m] \approx 300[\frac{m}{s^2}] \gg g$$

הערכת התאוצה המרכזית:

תוצאות

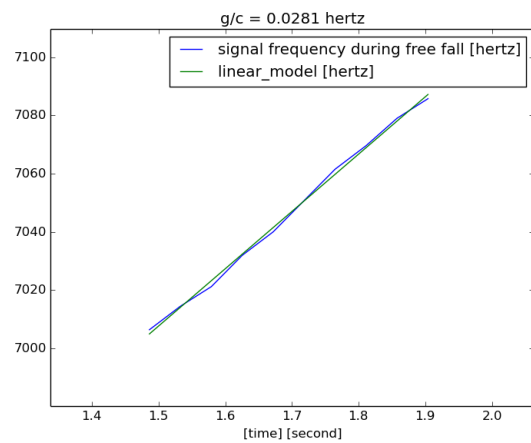
ניסוי 1

הערך שנמדד הוא $\frac{g}{c} = 2.58 \pm 0.12 [10^{-2} \text{Hertz}]$. (כאשר הערך הידוע הוא $\frac{g}{c} = 2.86 \pm 0.03 [10^{-2} \text{Hertz}]$)



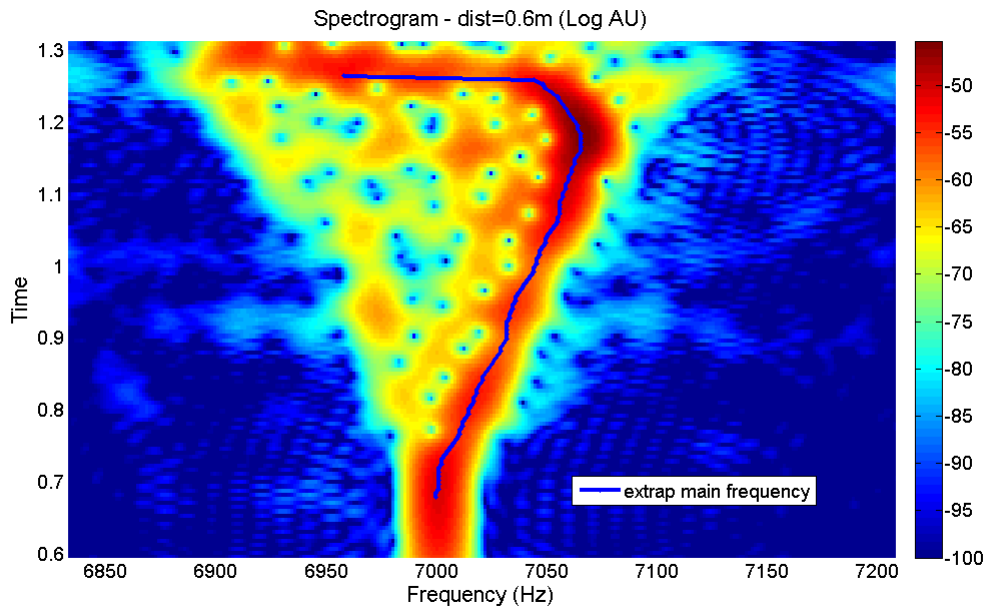
איור 8:

ספקטרוגרמה שלה הקלטה מניסוי 1. איכותית, ניתן לראות שהשינוי בתדר ליניארי בזמן (כצפוי ע"י אפקט דופלר)



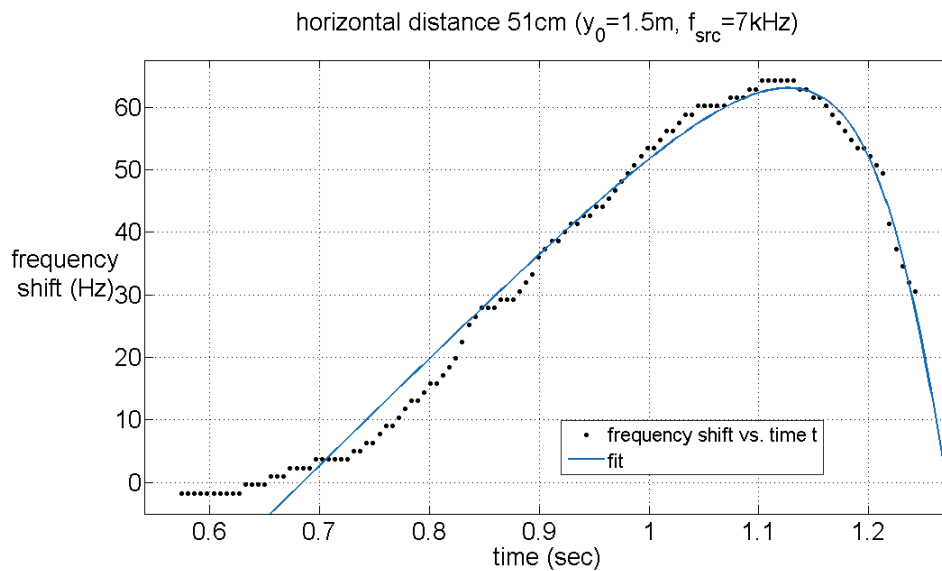
איור 9:

הסחת דופלר $\Delta f(t)$ בנפילה חופשית, שיפוע הגרף הינו $\frac{g}{c}$



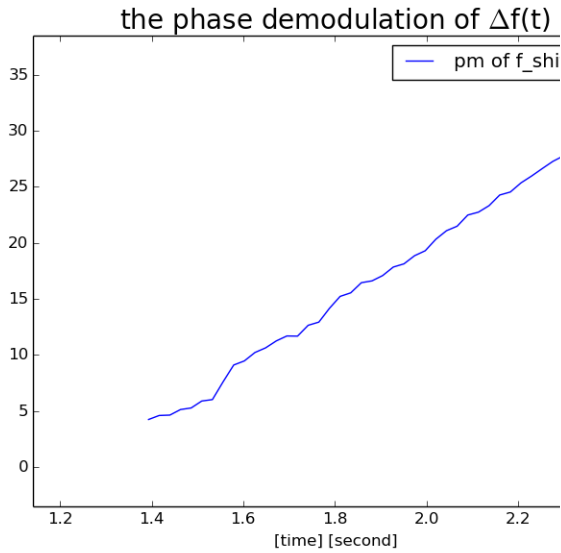
איור 10:

ספקטרוגרמה לדוגמא מנפילה של המיקרופון עם מרחק אופקי מהרמקול (ניסוי 2), בקו כחול על גבי הספקטרוגרמה תדר מקס' בכל פרוסת זמן (המידע שנכנס להתאמת העקומה). שוב איכותית צורת העקומה מתאימה לצפוי עפ"י התיאוריה. בתחילת התנועה, כאשר $\theta \approx \frac{\pi}{2} \Rightarrow \sin(\theta) \approx 1$, השינוי בתדר לינארי כמו במצב ללא הסחה (ניסוי 1).

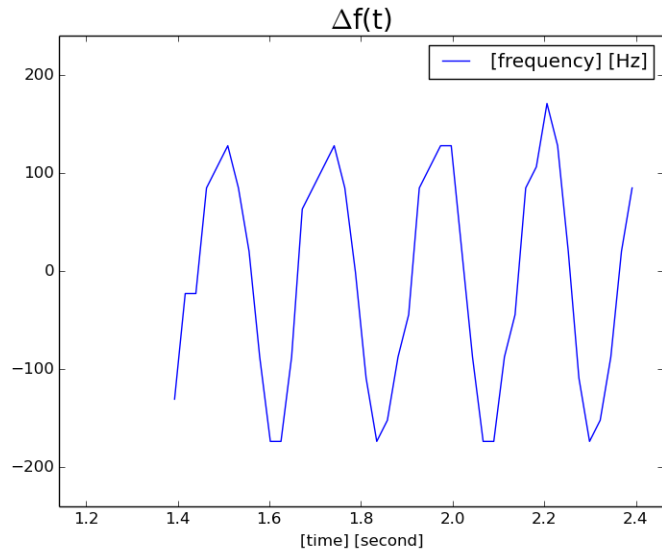


איור 11:

התאמת עקומה של $f(t)$ מדוד למודל התיאורטי. עבור התאמה זו התקבלו ערכים $c = 336 \pm 5 \left[\frac{m}{s} \right]$ ו- $g = 8.7 \pm 0.25 \left[\frac{m}{sec^2} \right]$



איור 13: גילוי פאזה (PM) של היסט התדר מאיור (12). ניתן לראות שהוא מאוד לינארי - אפנון התדר שהתקבל, בקירוב טוב, אכן סינוסואידאלי



איור 12: שינוי בהיסט הדופלר בזמן בתנועה מעגלית (רחוקה מהמקור). ניתן לראות דמיון לסינוס

ניסוי 2

ע"י הוצאת התדר המקסי' מספקטרוגרמה (איור 10) והתאמה לנוסחא (4) כאשר פותרים עבור c, g (איור 11). קיבלנו ערכים ממוצעים של $c = 341 \pm 10 \frac{m}{sec}$ ו- $g = 9.15 \pm 0.62 \frac{m}{sec^2}$.

ניסוי 3

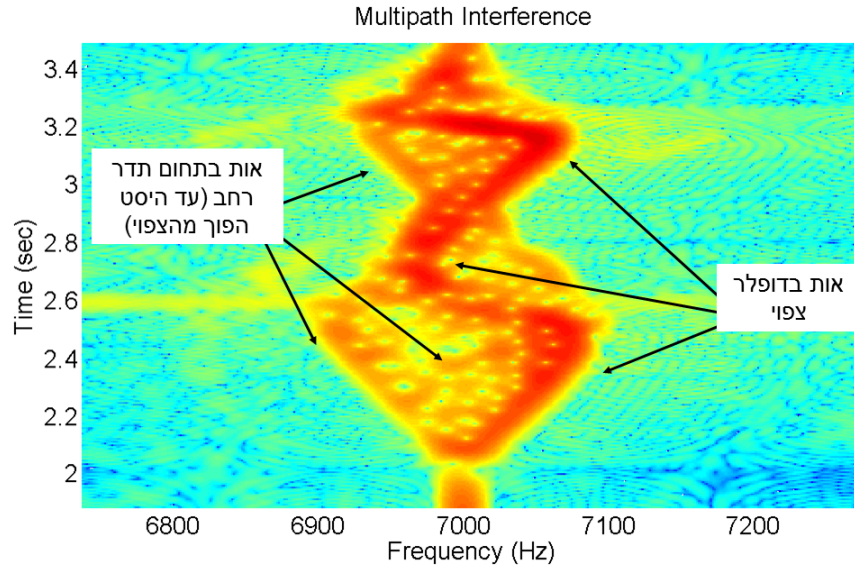
ניסוי 3: הסחת דופלר כתלות בזמן. בהתאם למודל $R \ll L$ מתקבל $\Delta f(t) \propto \sin(\omega t)$ (איור 12) גילוי פאזה של $\Delta f(t)$. בהתאם למודל $R \ll L$ מתקבלת בקירוב פאזה לינארית: $\phi_{\Delta f} \propto t$ (איור 13) ע"ס 4 מדידות עבור $\delta = \frac{R}{L} < 0.2$ קיבלנו $c = 309 \pm 45 [\frac{m}{s}]$. מעניין לציין שגם מדידות עבור הקירוב $R \ll L$ פחות טוב, מתקבל ערך בתחום סביר: $c = 291 \pm 35 [\frac{m}{s}]$ (סה"כ 13 מדידות).

מסקנות/דיון

בניסוי זה חקרנו את אפקט דופלר. תיקפנו אותו במקרה החד ממדי, והדו ממדי. מבחינה איכותית, התוצאות מתאימות לתיאוריה $\Delta f \propto v_{radial}$, ומבחינה כמותית, פרמטרי ההתאמה g, c תואמים בקירוב טוב את הערכים המקובלים. מכשירי המדידה שנדרשו במערכת הניסוי היו פשוטים, אך עיקר האתגר היה בשימוש נכון בדיספלינת עיבוד אותות לצורך ניתוח הנתונים.

מערכת הניסוי

ראשית, ישנה חשיבות רבה לבחירת תדר מתאים למערכת המדידה. הרמקול, והמיקרופון מיועדים לשימוש בתחום תדרים מסוים, והם מגבירים תדרים מסוימים ומחלישים אחרים. לשם כל התחלנו את הניסוי בשידור המכסה באופן הדרגתי את כל התדרים, ובחרנו את התדר המיטבי. דרך ברורה לטייב את תוצאות המדידה, היא להשתמש בצידוד מדידה שמתאים לשימוש בתדר f_{src} גבוה יותר (כיוון ששגיאות המדידה לא תלויות ב- f_{src} , אך הגדלים הנמדדים פרופורציוניים אליו (שגיאה יחסית קטנה)). גורם מרכזי שבו נדרשו להתחשב בניסוי זה, הוא החזרות (הדים). באופן אידיאלי, המיקרופון קולט אך ורק את גלי הקול שמגיעים אליו ישירות מהרמקול. בפועל, גלי הקול מוחזרים מעצמים סמוכים (ארוכות, שולחנות, קירות, ואף מהתקרה) ומוקלטים ע"י המיקרופון (ראה איור 14). לא ברור כיצד ניתן להפריד בצורה טובה בין הקול שמגיע בקו ישיר, לבין הקול המוחזר, וההחזרה משבשת את הסיגנל. כדי להתמודד עם קושי זה, הרחקנו את המערכת מהקיר, שהוא מקור ההחזרות העיקרי (כיוון ששטף האנרגיה של גל כדורי פוחת לפי $\frac{1}{r^2}$, המרחק מהעצמים המחזירים הוא גורם קריטי).



איור 14: דגימה של אות עם "רב-נתיב" חזק. ניתן לראות, חוץ מההיסט שמתאים לצפוי (האות החזק - אדום כהה) גם אותו לא זניחים בתדרים שונים שכמעט ומשלימים תמונה מראה של ההיסט הצפוי (היסט הפוך יתן החזר מנקודה מעל המיקרופון)

עיבוד אות

על כל התוצאות ביצענו סינון סביב תדר השידור (BPF צר סביב $f_{src} = 7[kHz]$). ניתן להשתמש במסננת מתואמת (ראה Cross-correlation או Matched-Filter בוויקיפדיה) אבל בחרנו לא להשתמש בה, כיוון שכך היינו יכולים להדגיש את התוצאה שאנו מצפים לה, במקום לנתח מה שיש.

בכל הניסויים, אנחנו מנתחים את הסחת הדופלר $\Delta f(t)$. הדרך המתבקשת מאליה למדוד אותה, היא להשתמש בגילוי FM על הסיגנל המוקלט $sig(t)$. לצערנו, התברר שאיכות ההקלטה לא מספיקה לשימוש בגילוי FM לצורך ניתוח כמותי, היות והרעשים גורמים לקפיצות לא זניחות בתדר הרגעי. טכניקה אחרת שניסו, הייתה לנתח את הסיגנל בניתוח PM. למשל, בנפילה חופשית חד ממדית: $\Delta f(t) \propto t$ ולכן $\phi(t) \propto t^2$, כך שניתוח של התאמת עקומה פרבולית לפאזה הרגעית הייתה חושפת את $\frac{g}{c}$. גם שיטת ניתוח זו סבלה מרעשים רבים מדי, ולא יכלה לשמש לניתוח כמותי.

פתרנו את הבעיה ע"י שימוש בניתוח ספקטוגרמה של הסיגנל. בספקטוגרמה היה ניתן לזהות בבירור את $\Delta f(t)$ (ראה איור 10), וע"י בחירת התדר החזק ביותר בכל רגע נתון, קיבלנו את $\Delta f(t)$ בצורה נקייה ומתאימה לניתוח כמותי. בניסוי 2 ניסינו גם להעריך את הגדלים לפי נק' הקיצון של ההיסט, אך גם שיטה זו לא נתנה תוצאות מספקות, כנראה שבגלל שהמקס' לא חד ולכן לא ניתן לקבל דיוק גבוהה מספיק למיקומו בזמן.

התוצאות של ניסוי 3 מתאימות איכותית, אך כמותית סוטות מהערך הידוע של c . כרגע לא ברור למה. (ניתן והתקלה היא במורכבות העיבוד) צעד ראשון בשיפור המדידה, יהיה לשלוט בסיבוב המיקרופון באמצעות מנוע, שיקע קצב סיבוב קבוע בדיוק טוב יותר מהאדם.

שגיאות קינמטיות

מכיוון שערך g שהתקבל נמוך מהמצופה בדקנו היתכנות שגרר מתנועת המיקרופון באוויר מסביר את הקטנת התאוצה. מחישוב גס עולה שכוח הגרר קטן בסדר גודל עד שניים מכדי להסביר את ההפרש ($\sim 10\%$)