

רשתות מהירות – חורף תשע"ח  
199815  
הרצאה מספר 9

יוסי קניזו

ykanizo@telhai.ac.il

# איפה אנחנו?

- הצגנו נתבים מבוססי תורי כניסה עם תורי יציאה וירטואלים.
- ראינו שבעיית חסימת ראש התור נפתרת.  
– אבל בכלליות צריך אלגוריתמים טובים להשגת 100% תפוקה.
- ניתן להשיג 100% תפוקה כאשר מטריצת התעבורה ידועה.

# איפה אנחנו?

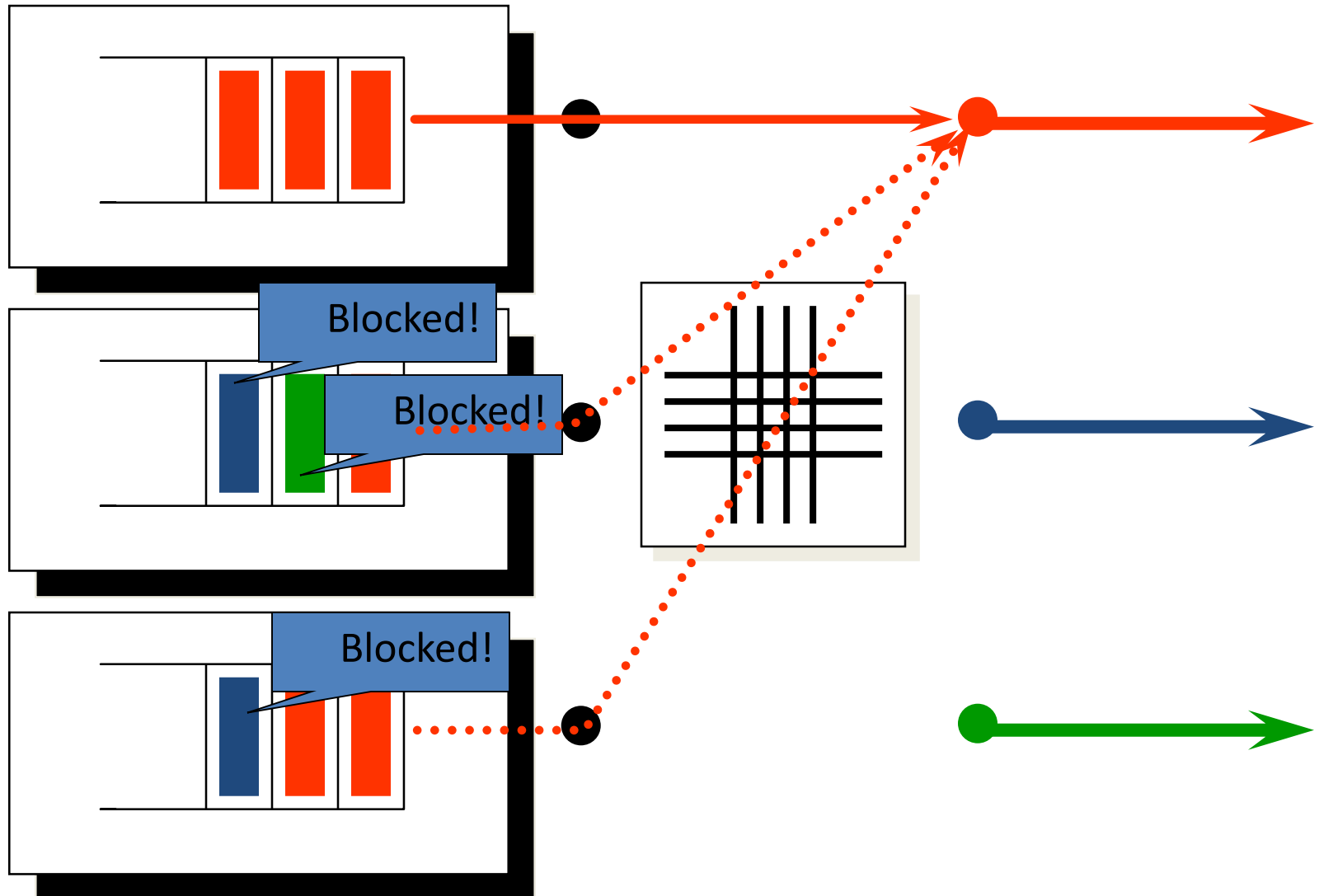
- ניתן להשיג 100% תפוקה גם כאשר מטריצת התעבורה אינה ידועה, על ידי אלגוריתם מבוסס שידוך מקסימום ממשוקל.

– אבל דורש סיבוכיות גדולה של זמן ריצה.

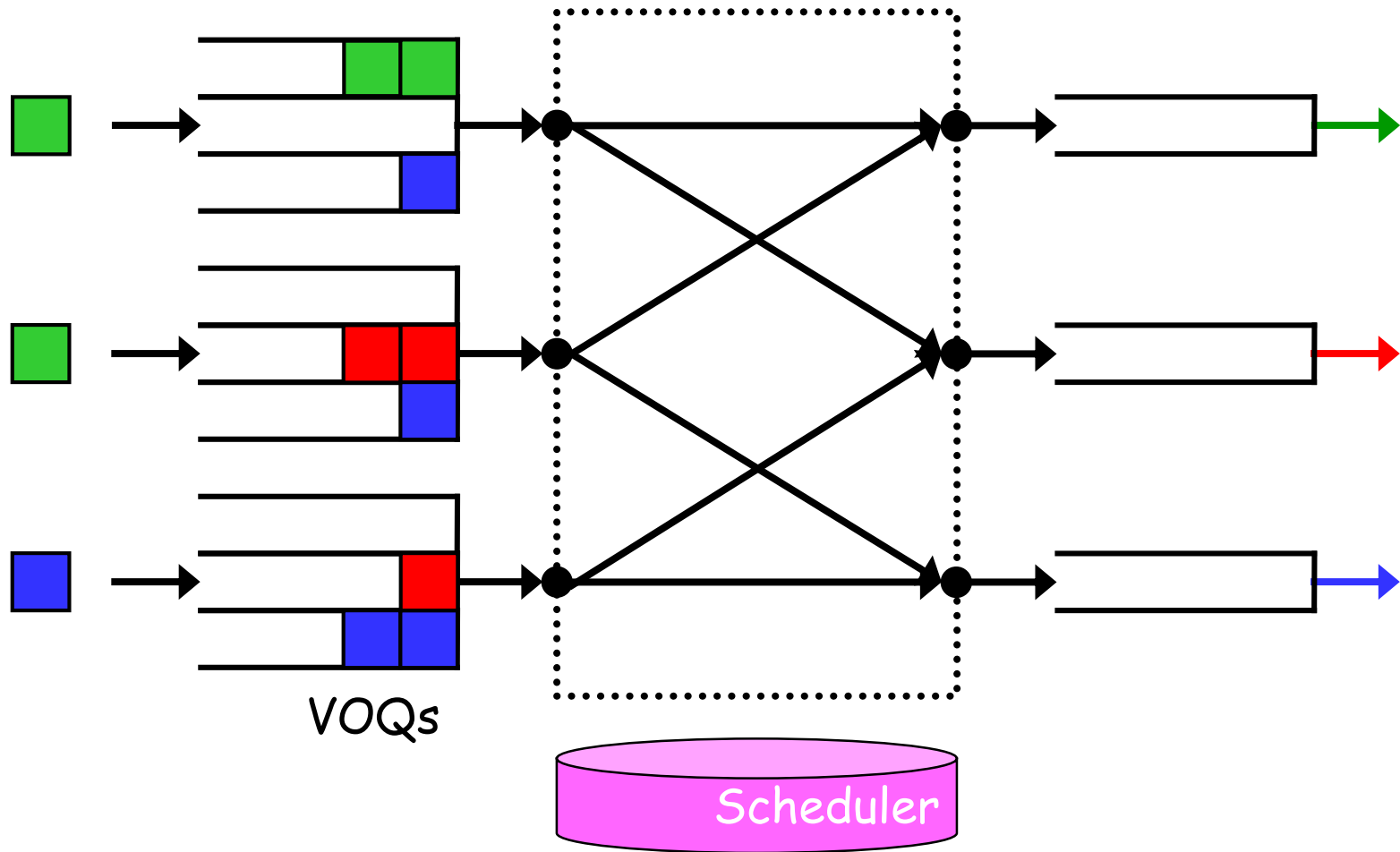
- היום נמשיך ללמוד על נתבים מבוססי תורי כניסה עם תורי יציאה וירטואלים.

– שימוש באלגוריתמים מבוססים שידוך מקסימלי.

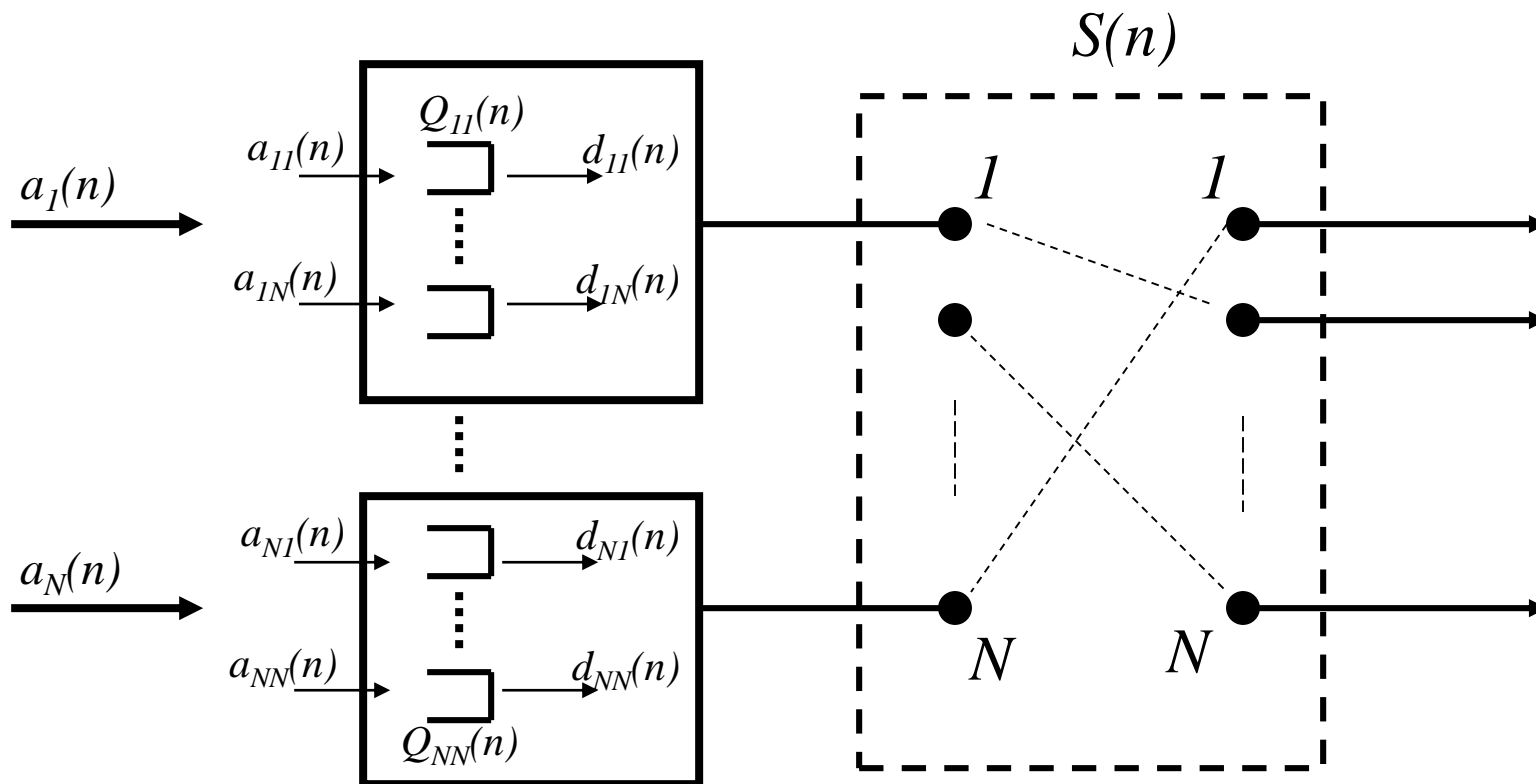
# Head-of-Line Blocking



# VOQs: איך החבילות מועברות



# מודל הנתב



# סימונים והגדרות: הגעת חבילות

- $a_{ij}(n)$ : חבילות המגיעות מכניסה  $i$  ומיועדות ליציאה  $j$  ב-time-slot-ה- $n$ .

– מתקיים  $a_{ij}(n) = 0$  או  $a_{ij}(n) = 1$ .

- $\lambda_{ij}$ : קצב ההגעה הממוצע מכניסה  $i$  ליציאה  $j$ .

- מטריצת התעבורה היא:

$$\Lambda = \begin{pmatrix} \lambda_{11} & \dots & \dots & \dots & \lambda_{1N} \\ \vdots & \ddots & & \ddots & \vdots \\ \vdots & & \lambda_{ij} & & \vdots \\ \vdots & \ddots & & \ddots & \vdots \\ \lambda_{N1} & \dots & \dots & \dots & \lambda_{NN} \end{pmatrix}$$

# סימונים והגדרות: מטריצת התעבורה

- מטריצת התעבורה היא קבילה אם:

– לכל  $i$  מתקיים  $\sum_j \lambda_{ij} < 1$ . כלומר, הקצב הכולל מכניסה מסויימת תמיד קטן (ממש) מ-1.  
• אף כניסה לא "מציפה" את הנתב.

– לכל  $j$  מתקיים  $\sum_i \lambda_{ij} < 1$ . כלומר, הקצב הכולל המגיע ליציאה מסויימת (מכל הכניסות יחד) קטן (ממש) מ-1.  
• אף יציאה לא "מוצפת" בנתב.



# סימונים והגדרות: מטריצת השירות

- $Q_{ij}(n)$ : אורך התור בתור יציאה הוירטואלי השייך לכניסה  $i$  ויציאה  $j$ .
- $S_{ij}(n)$ : האם ב-time-slot-ה- $n$ , מועברת חבילה מכניסה  $i$  ליציאה  $j$ .  
–  $S_{ij}(n) = 0$  או  $S_{ij}(n) = 1$ .
- $S = [S_{ij}(n)]$  היא מטריצת השירות.
- מגדירה את החיבוריות (הפיזית) ב-time-slot-ה- $n$  בין הכניסות ליציאות.

# תנאי על מטריצת השירות

- בכל time-slot:

- כל יציאה מחוברת בדיוק לכניסה אחת.

- כל כניסה מחוברת בדיוק ליציאה אחת.

- נובע מכך שבמטריצת השירות  $S$ , מתקיים כי בכל

- שורה ובכל עמודה יש בדיוק פעם אחת 1 (וכל שאר האיברים הם 0).

- זוהי למעשה מטריצת פרמוטציה.

# אלגוריתם התאמה

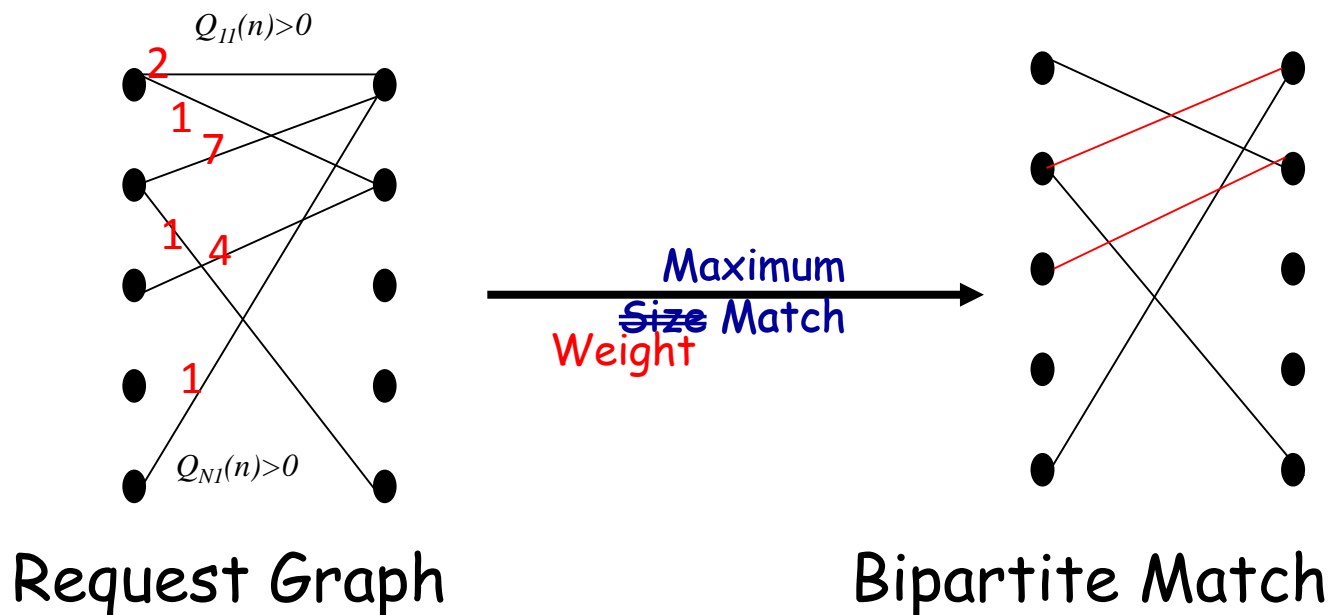
- תפקיד אלגוריתם ההתאמה הוא למצוא את  $S(n)$  בכל time-slot.
- לעיתים על ידי שימוש במטריצת התעבורה  $A$  (אם היא ידועה).
- ובדרך כלל, על ידי שימוש במצב התורים  $Q(n)$ , מאחר ומטריצת התעבורה  $A$  אינה ידועה.
- מטרה:
  - "100% תפוקה".
  - מטרה משנית, למזער ככל הניתן את ההשהיות.

# מה זה "100% תפוקה"?

- נתב שאינו משמר עבודה
  - נתב מבוסס תורי כניסה (גם עם תורי יציאה וירטואלים) אינו משמר עבודה באופן כללי.
  - בספרות המקצועית ישנו מספר הגדרות שלא נביאן.
    - במידת הצורך, נגדיר בהמשך.
  - אנחנו נדרוש שקצב השירות הממוצע של כל תור במערכת יהיה גדול מקצב ההגעה הממוצע.

# שידוך מקסימום ממושקל (MWM)

- Longest queue first (LQF) – העדף לשרת תורי יציאה וירטואלים עמוסים יותר קודם.



- אלטרנטיבה – העדף לשרת את החבילה שממתינה הכי הרבה זמן (OCF).

# ביצועי LQF

- ניתן להראות שאלגוריתם LQF, כלומר MWM עם משקל לפי גודל התורים, משיג 100 אחוז תפוקה גם על תעבורה לא אחידה (ולא ידועה).  
– הוכחה מתמטית לא במסגרת הקורס.
- האם LQF תמיד משרת את התור הכי גדול?  
– לא, הוא רק נותן משקל הכי גדול לתור הכי גדול.

# הנושאים להיום

אלגוריתמים מבוססים שידוך מקסימלי:

iLQF • 

WFA •

iSLIP-PIM •

# סיבוכיות של אלגוריתמי שידוך

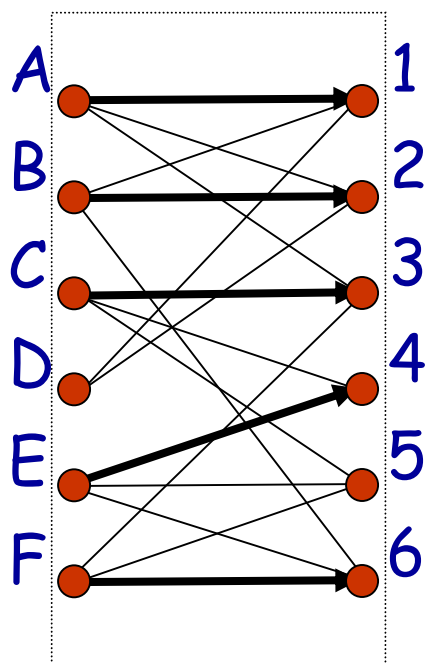
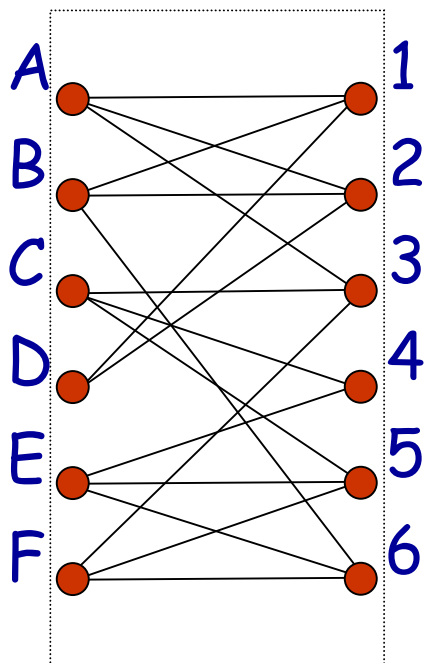
- שידוך מקסימום
  - סיבוכיות אופיינית:  $O(N^{2.5})$ .
- שידוך מקסימום ממושקל
  - סיבוכיות אופיינית:  $O(N^3)$ .
- באופן כללי:
  - קשה למימוש בחומרה.
  - איטי.
- האם ניתן למצוא אלגוריתמים מהירים יותר?



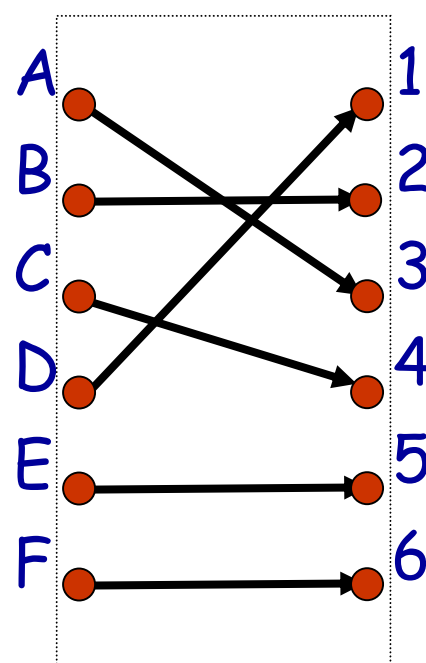
# שידוך מקסימלי

- שידוך מקסימלי הינו שידוך שלא ניתן להגדיל יותר על ידי הוספת קשתות נוספות.
- בדרך כלל בונים שידוך מקסימלי בתהליך איטרטיבי בו מוסיפים כל פעם קשת לשידוך מבלי להוציא קשתות שכבר הוספו.
- סיבוכיות זמן הריצה של אלגוריתמי שידוך מקסימלי הם קטנים יותר באופן מהותי.  
–  $O(n)$ , כאשר  $n$  מספר הצמתים.

# דוגמא לשידוך מקסימלי



Maximal  
Size Matching



Maximum  
Size Matching

# שידוך מקסימלי

- באופן כללי, שידוך מקסימלי קל הרבה יותר לממש והוא מהיר יותר.
- הגודל של (כל) שידוך מקסימלי הוא לפחות חצי מהגודל של שידוך מקסימום.
- נלמד את האלגוריתמים הבאים:
  - Greedy LQF –
  - WFA –
  - PIM –
  - iSLIP –

# אלגוריתם LQF גרידי

- אלגוריתם LQF גרידי (Greedy Longest Queue First) מוגדר באופן הבא:

1. בחר תור יציאה וירטואלי (VOQ) עם המספר הרב ביותר של חבילות. אם יש תיקו בין מספר תורים, בחר תור באופן אקראי. נניח שהתור הנבחר הוא  $Q_{i,j}$ .
2. מעתה לא ניתן לבחור יותר תורי יציאה וירטואליים שבכניסה  $i$ , או שמיועדים ליציאה  $j$  (בכניסות אחרות).
3. חזור על שלבים 1 ו-2, עד אשר לא ניתן להוסיף יותר תורים.

# תכונות של LQF גרידי

- נקרא גם iLQF (iterative LQF), מאחר והוא מתבצע באיטרציות.
- האלגוריתם מתכנס ב-  $N$  צעדים.
- תחת ההנחה שנתונה רשימת התורים ממויינת.
- אלגוריתם iLQF תמיד מוצא שידוך מקסימלי.
- אלגוריתם iLQF תמיד מוצא שידוך שהגודל (והמשקל שלו) הוא לפחות חצי מהגודל (והמשקל) של השידוך מקסימום.

# אפשר יותר מהר?

- נניח שרשימת התורים ממויינת.  
– ראינו שאלגוריתם iLQF עובד ב- $N$  צעדים.
- אבל בכל צעד יש מספר פעולות שמתבצעות על מנת לעדכן\להוציא התורים מהרשימה.
- אמנם זה מתבצע ב-  $O(N)=cN$ , אבל עבור קבוע  $c$  כלשהו גדול מ-1.

# אפשר יותר מהר?

- באופן כללי:

– עבור אלגוריתם סדרתי, נרצה שהקבוע  $c$  יהיה כמה שיותר קרוב ל-1 (ואולי אפילו פחות?).

– ניתן להשתמש באלגוריתמים המפעילים מקבול כלשהו.

– ניתן להשתמש באלגוריתמים אשר כל "צעד" שלהם פועל בהרבה פחות זמן.

# הנושאים להיום

אלגוריתמים מבוססים שידוך מקסימלי:

• iLQF

• WFA 

• PIM-iSLIP.

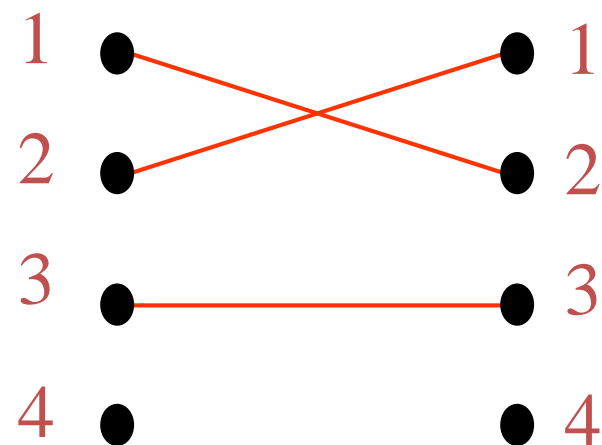
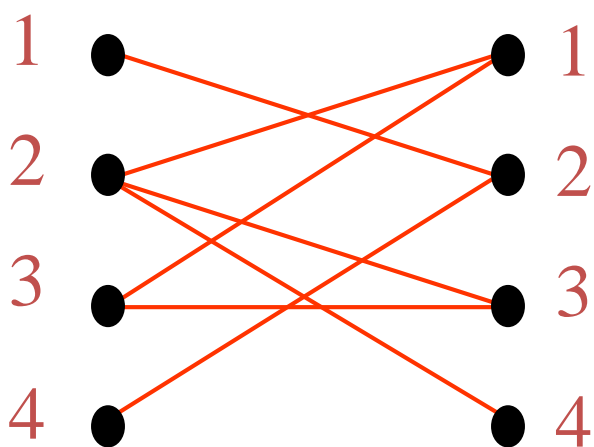
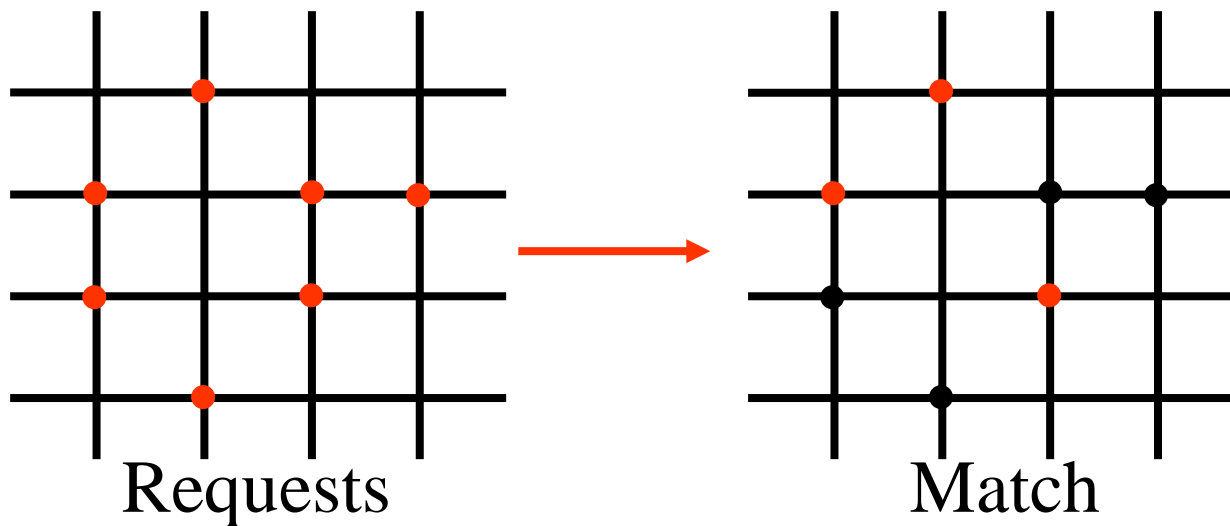


# WFA (Wave Front Arbiter)

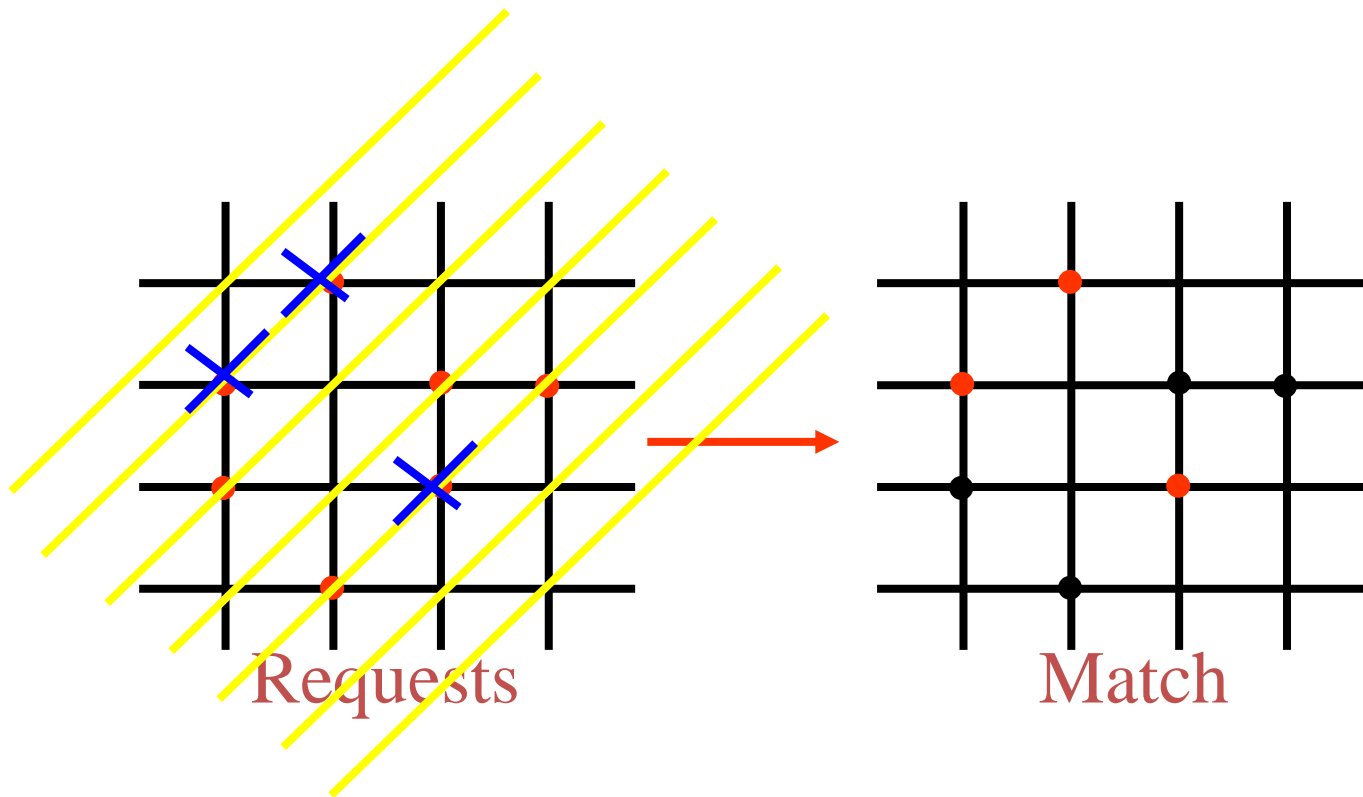
[Tamir and Chi, 1993]

- אלגוריתם למציאת שידוך מקסימלי הממומש בחומרה.
  - אינו משתמש בזיכרון כלל.
  - מבוסס על שערים לוגיים בלבד.
- ראשית נבין את אופן פעולתו.

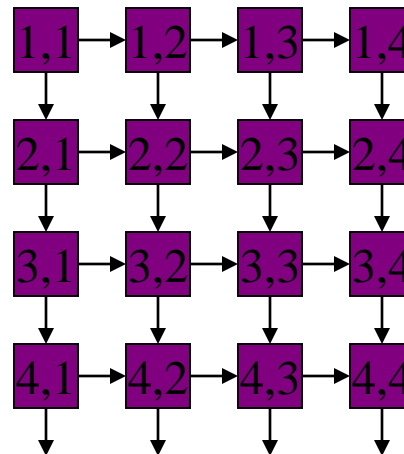
# תרשים הבקשות ותרשים השידוך



# Wave Front Arbiter



# מימוש אלגוריתם Wave Front



בלוקים לוגיים שאינם  
דורשים שימוש בזיכרון.

# מימוש בלוק יחיד

- באופן כללי כל בלוק הוא בעל 3 כניסות (משמאל, למעלה, וכניסת "בקשה"), ו-3 יציאות (מימין, מלמטה, ויציאת "אישור בקשה").
- בלוק יחיד צריך לממש את הפונקציה הבאה:
  - אם כניסת ה"בקשה" היא 0, הוא מעביר ליציאה מימין את מה שקיבל מהכניסה משמאל, ליציאה למטה את מה שקיבל בכניסה למעלה, וליציאה "אישור בקשה" הוא מוציא 0.
  - אם כניסת ה"בקשה" היא 1, הוא מוציא 1 ליציאה "אישור בקשה" אם ורק אם הכניסות משמאל ומלמעלה הן 0. אחרת הוא פועל כמו בסעיף הקודם.

# מימוש בלוק יחיד

- כל בלוק מממש לוגיקה פשוטה מאוד.
- ניתן למימוש על ידי שערים סטנדרטיים בחומרה (AND, OR, NOT וכו').
- אין שימוש בזיכרון בכלל, ולכן כל "צעד" הוא מהיר בהרבה.

# תכונות אלגוריתם Wave front

- תמיד מוצא שידוך מקסימלי.  
– צמת תמצא בשידוך אם היא הראשונה עם בקשה בשורה ובעמודה שלה.
- נוטה להעדיף את התור  $Q_{11}$ .  
– דרוש מכניזם נוסף על מנת למנוע העדפה זו.
- באופן כללי ניתן למימוש מבוזר, ובלי שימוש בזיכרון.

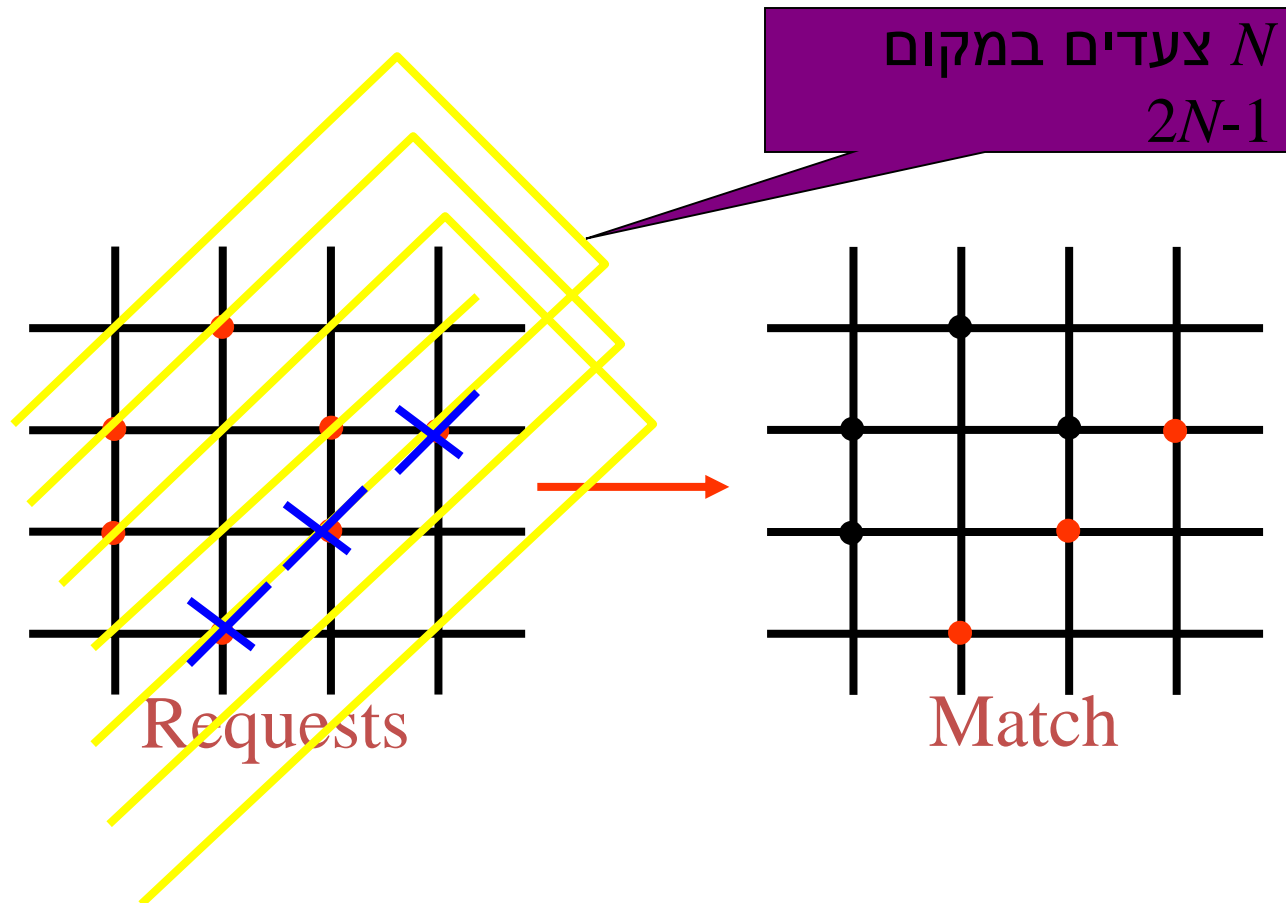
# תכונות אלגוריתם Wave front

- אמנם פועל ב- $2N-1$  צעדים, אבל כל צעד הוא מהיר מאוד מאחר ואין שימוש בזיכרון.
- בדרך כלל מתכנס תוך מחזור שעון אחד או מספר בודד של מחזורי שעון.



# שיפור לאלגוריתם Wave Front

## *Wrapped WFA (WWFA)*



# תכונות *Wrapped WFA*

- מוצא תמיד שידוך מקסימלי.
  - מתי צמת עם בקשה תמצא בשידוך, ומתי לא?
  - תלוי במיקום שלה.
- עדיין נוטה להעדיף את התור  $Q_{11}$ .
- מעט מסובך יותר אבל מתכנס מהר יותר.

# הנושאים להיום

אלגוריתמים מבוססים שידוך מקסימלי:

• iLQF

• WFA

• PIM ו-iSLIP. ←

# Parallel Iterative Matching

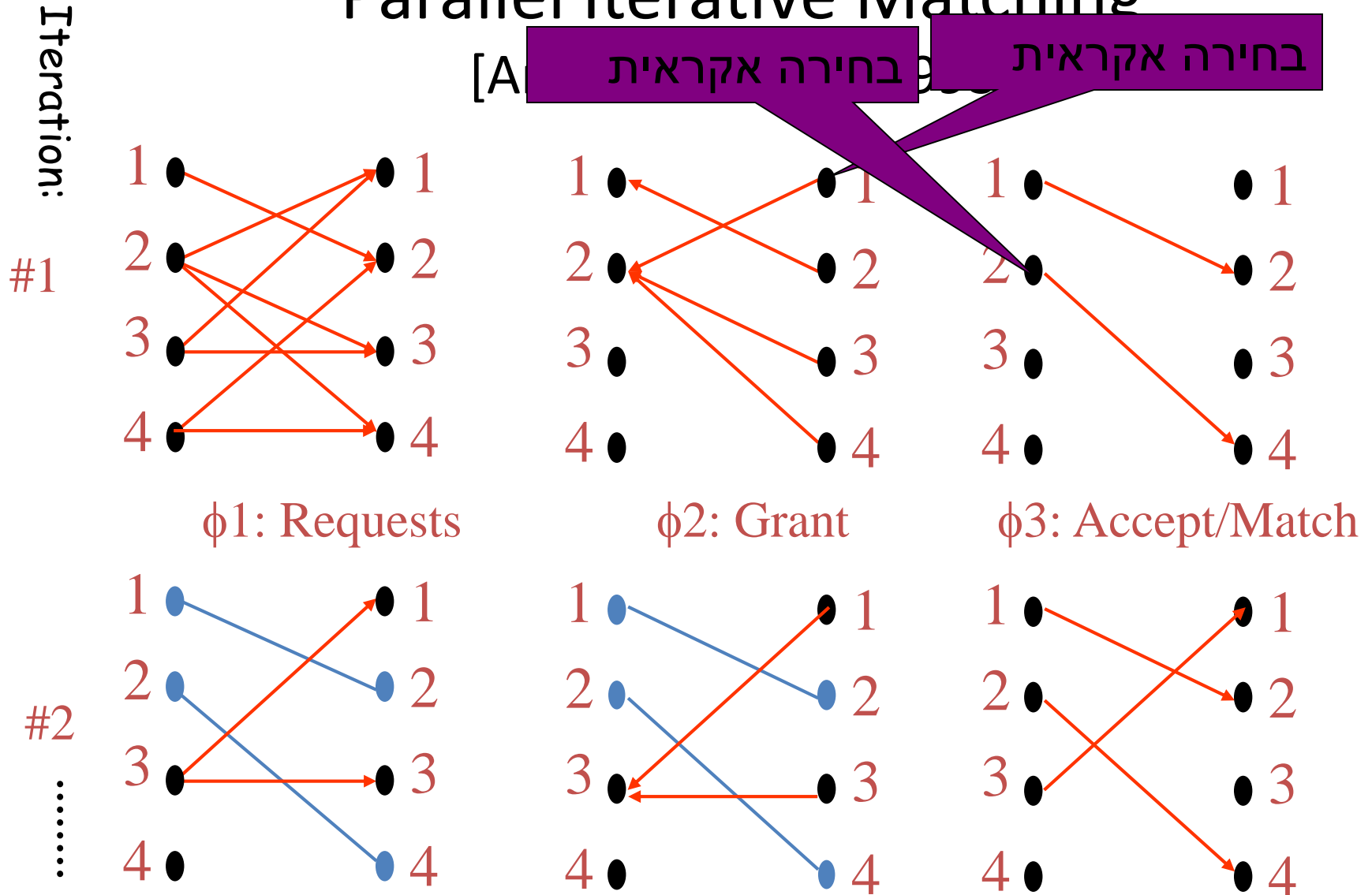
- הכח הגדול של אלגוריתם *WFA* הוא שאינו משתמש כלל ברכיבי זיכרון.  
– מנצל את היות החומרה מהירה ביותר.
- נראה עתה אלגוריתם נוסף, שנוקט בגישה אחרת של מקבול התהליך למציאת שידוך מקסימלי.

# Parallel Iterative Matching

[A

בחירה אקראית

בחירה אקראית



# תכונות PIM

- בהכרח מתכנס לשידוך מקסימלי תוך  $N$  צעדים.  
– למה?
- בכל שלב, כל כניסה וכל יציאה יכולים לעבוד באופן בלתי תלוי בכניסות וביציאות האחרות.
- באופן כללי, צפוי להתכנס הרבה יותר מהר מ- $N$  איטרציות.
- כמה איטרציות עלינו להריץ?

# כמה איטרציות צריך?

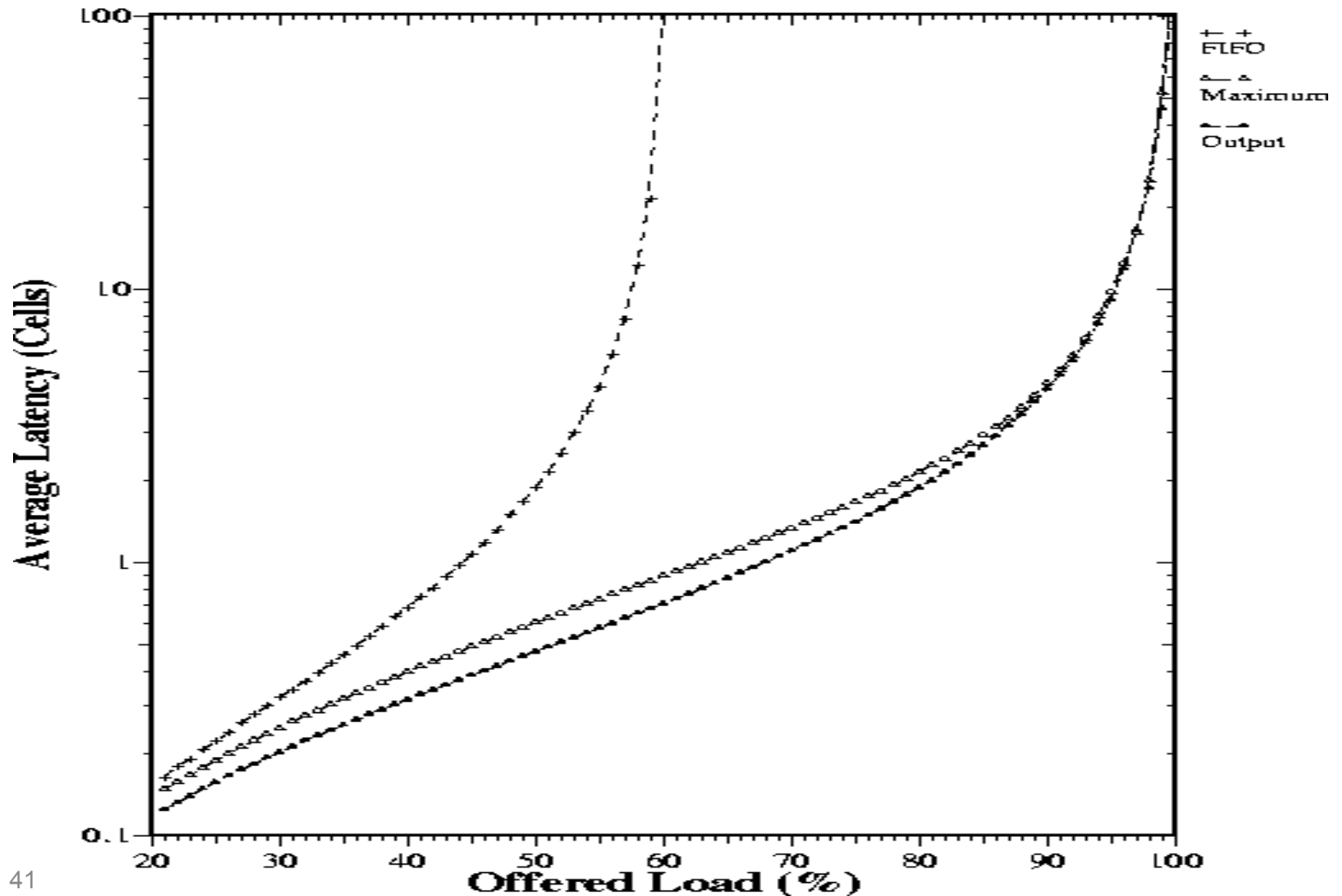
- נתונות התוצאות הבאות מהספרות:
- נסמן ב-  $U_i$  את מספר הצמתים שאינם בשידוך אבל ניתן להכניסן לשידוך.  
– אזי:  $E(U_i) \leq N^2/4^i$
- כתוצאה מכך, אם  $C$  הוא מספר האיטרציות הדרושות להתכנסות נקבל:  $E(C) \approx \log(N)$

# ביצועי PIM

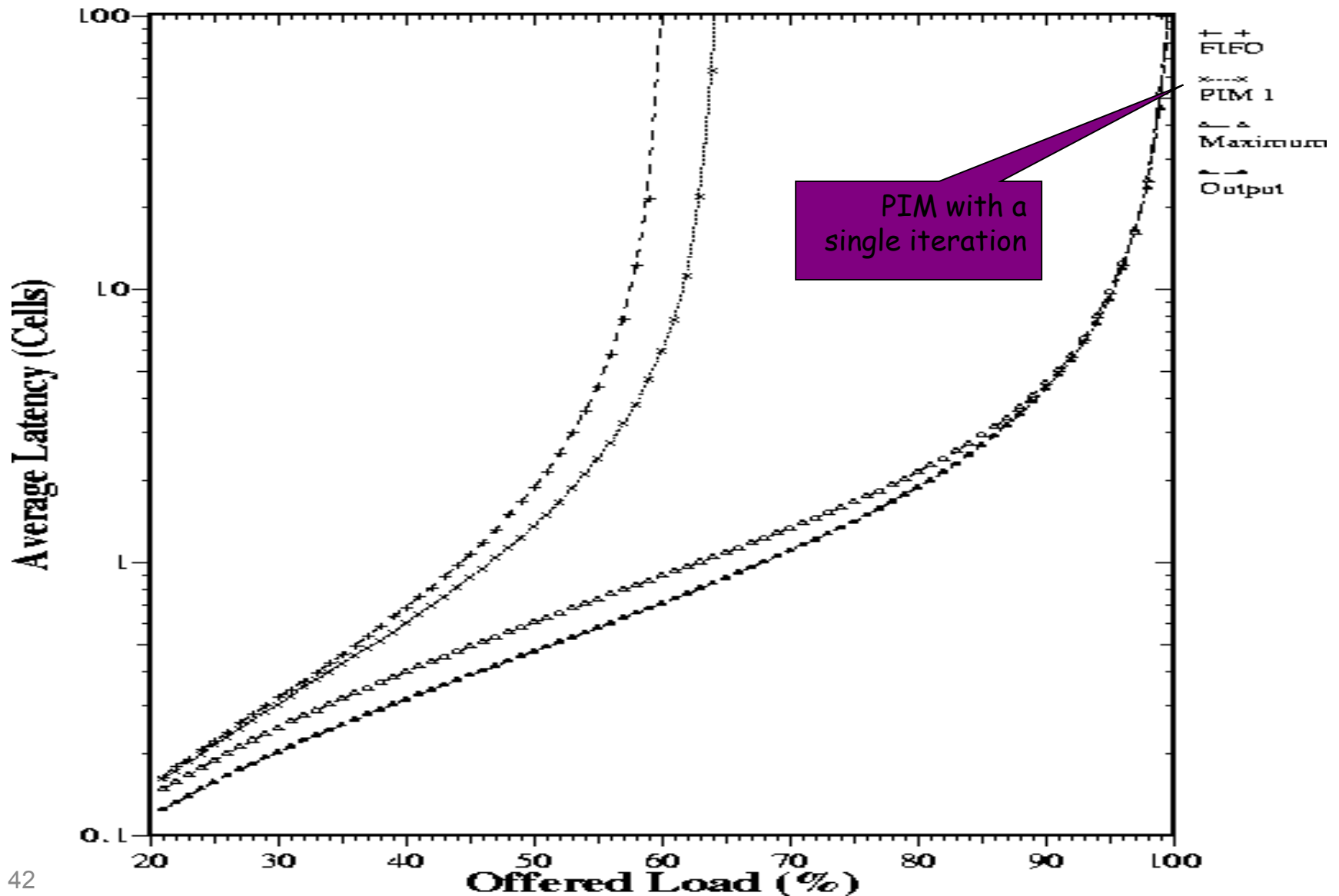
- באופן כללי, קשה מאוד לנתח מתמטית את ביצועי אלגוריתמים מבוססי שידוך מקסימלי.  
– בדרך כלל הערכת הביצועים מבוצעת באמצעות סימולציות.
- בגרפים הבאים:
  - FIFO = תורי כניסה פשוטים ללא VOQs (58% תפוקה).
  - Maimum = אלגוריתם שידוך מקסימום.
  - Output = ביצועי נתב מבוסס תורי יציאה (הביצועים האופטימליים, כפי שלמדנו).



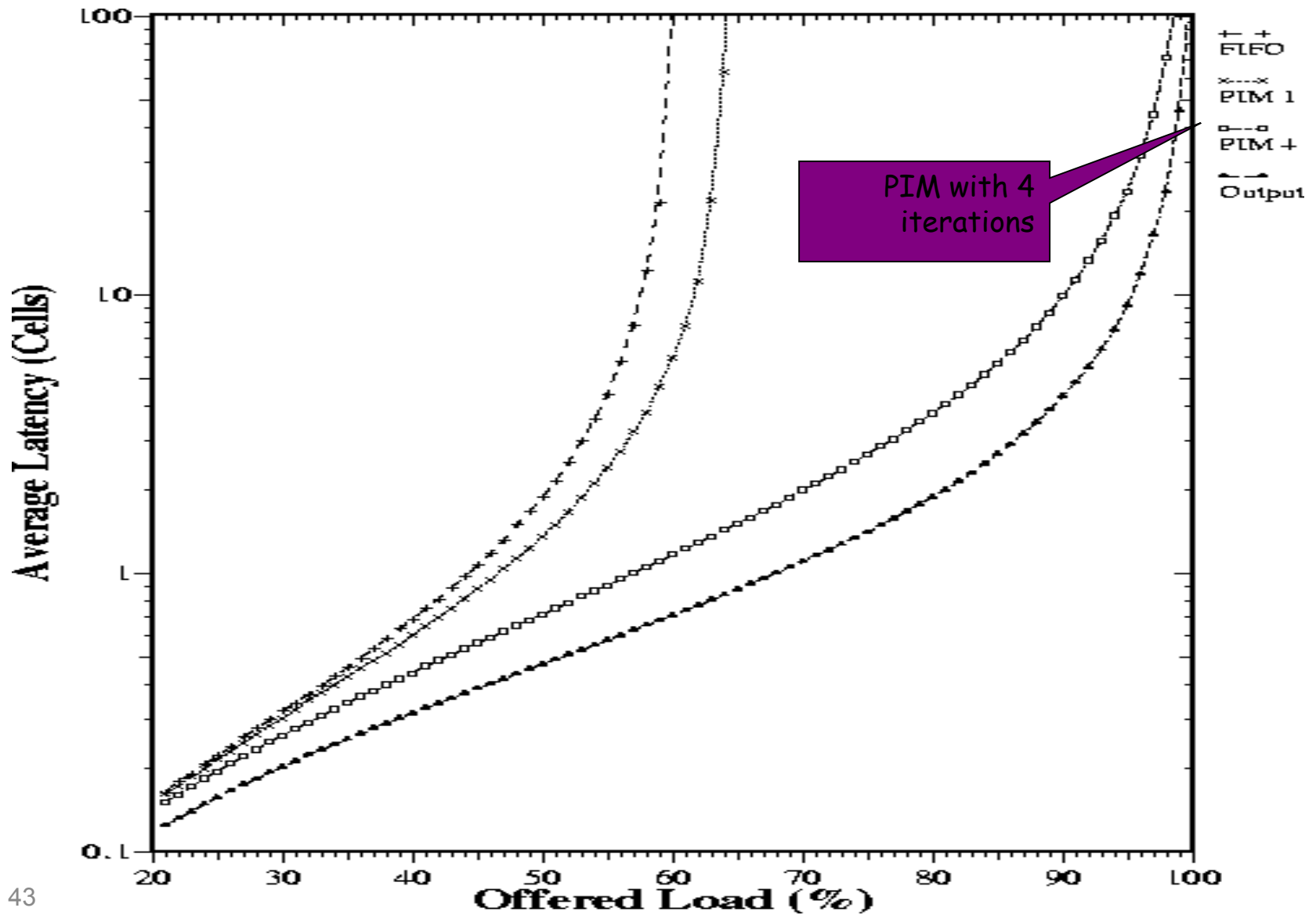
# Parallel Iterative Matching



# Parallel Iterative Matching



# Parallel Iterative Matching



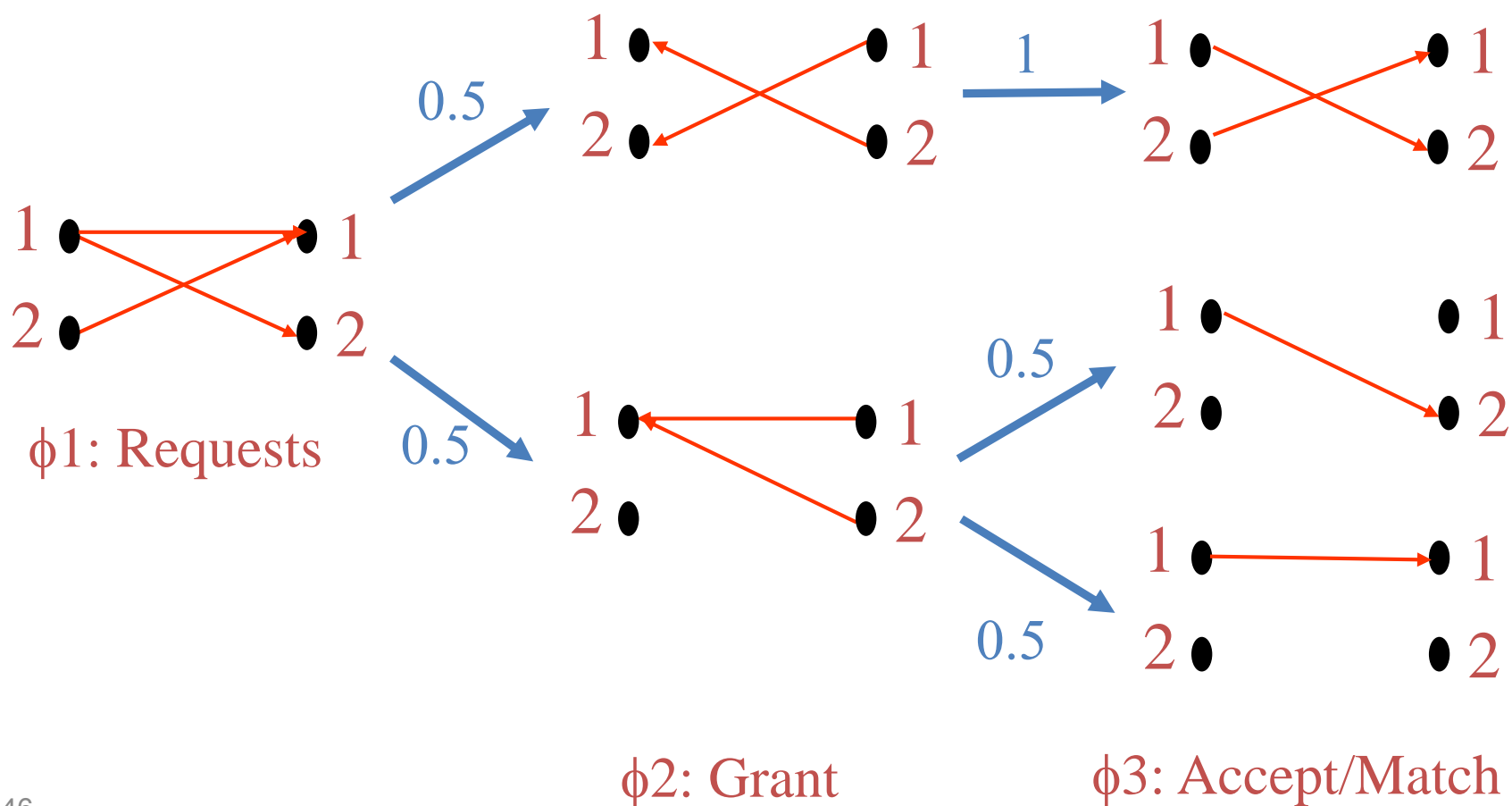
# iSLIP

- אלגוריתם PIM יעיל מאוד, אבל בעומסים גבוהים, ישנן שתי בעיות:
  - איטרציות מיותרות שנובעות מאופי הפעולה האקראי שלו.
  - בשלב ה-grant ובשלב ה-accept הבחירה היא אקראית.
  - חוסר הוגנות.

# חוסר הוגנות PIM

- לצורך מתן אינטאיציה, נניח נתב  $2 \times 2$ , כאשר ישנן חבילות בכניסה הראשונה לשתי היציאות, ובכניסה השנייה ליציאה הראשונה בלבד.  
– בנוסף נניח כי מריצים רק איטרציה אחת.
- נציג בשקף הבא את תרשים עץ ההסתברויות.

# חוסר הוגנות PIM - המשך



## חוסר הוגנות PIM - המשך

- קיבלנו:

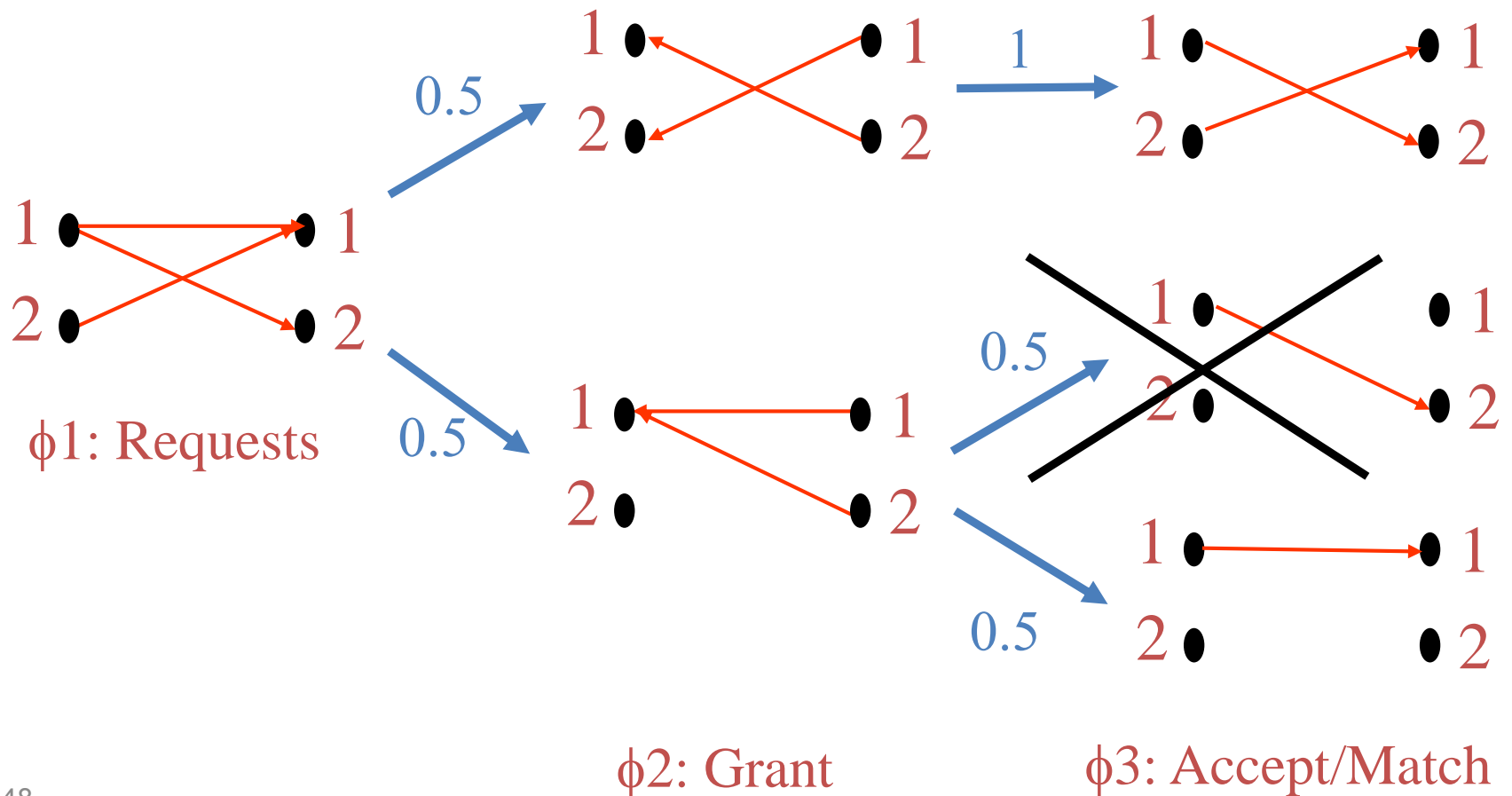
- תור  $Q_{11}$  משורת בהסתברות 0.25.

- תור  $Q_{12}$  משורת בהסתברות 0.75.

- תור  $Q_{21}$  משורת בהסתברות 0.5.

- היה הוגן יותר עם כולם היו בהסתברות 0.5.

# חוסר הוגנות PIM - המשך



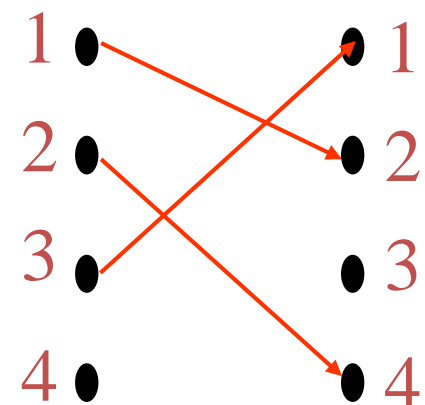
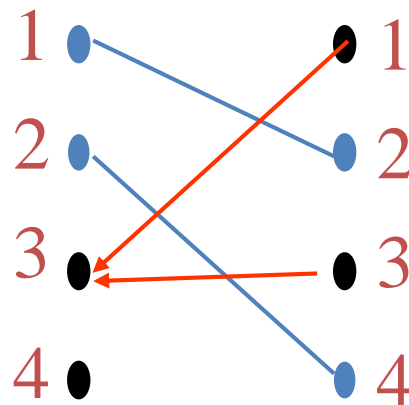
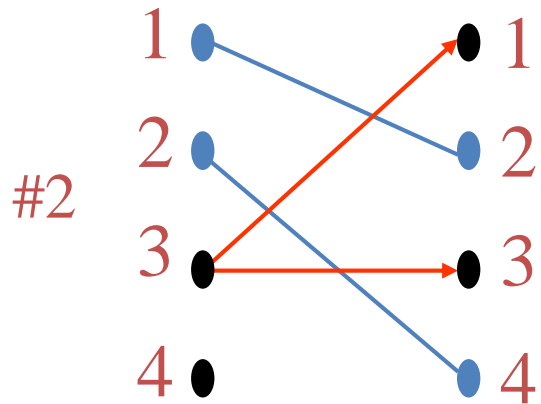
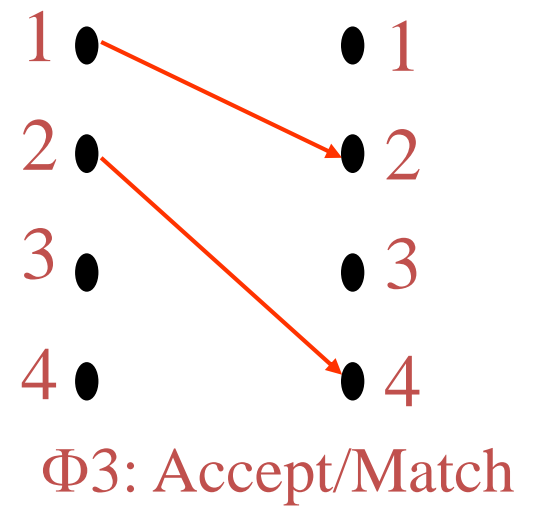
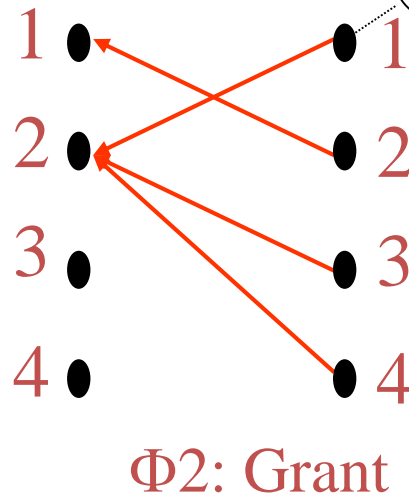
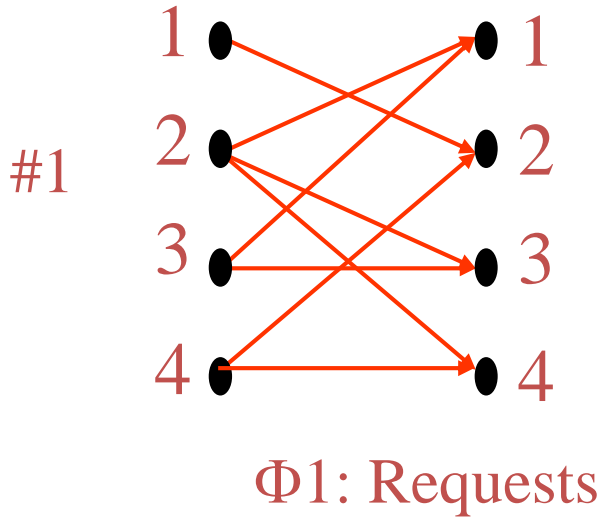
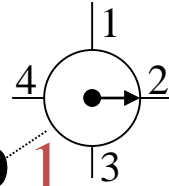


## חוסר הוגנות PIM - המשך

- צריך לאפשר לכל התורים שירות הוגן ככל האפשר.  
– לתת עדיפות נמוכה למי ששורת אחרון.
- אלגוריתם PIM נותן אותה עדיפות לכל תור (כאשר מצב התורים זהה).

# iSLIP

[McKeown *et al.*, 1993]



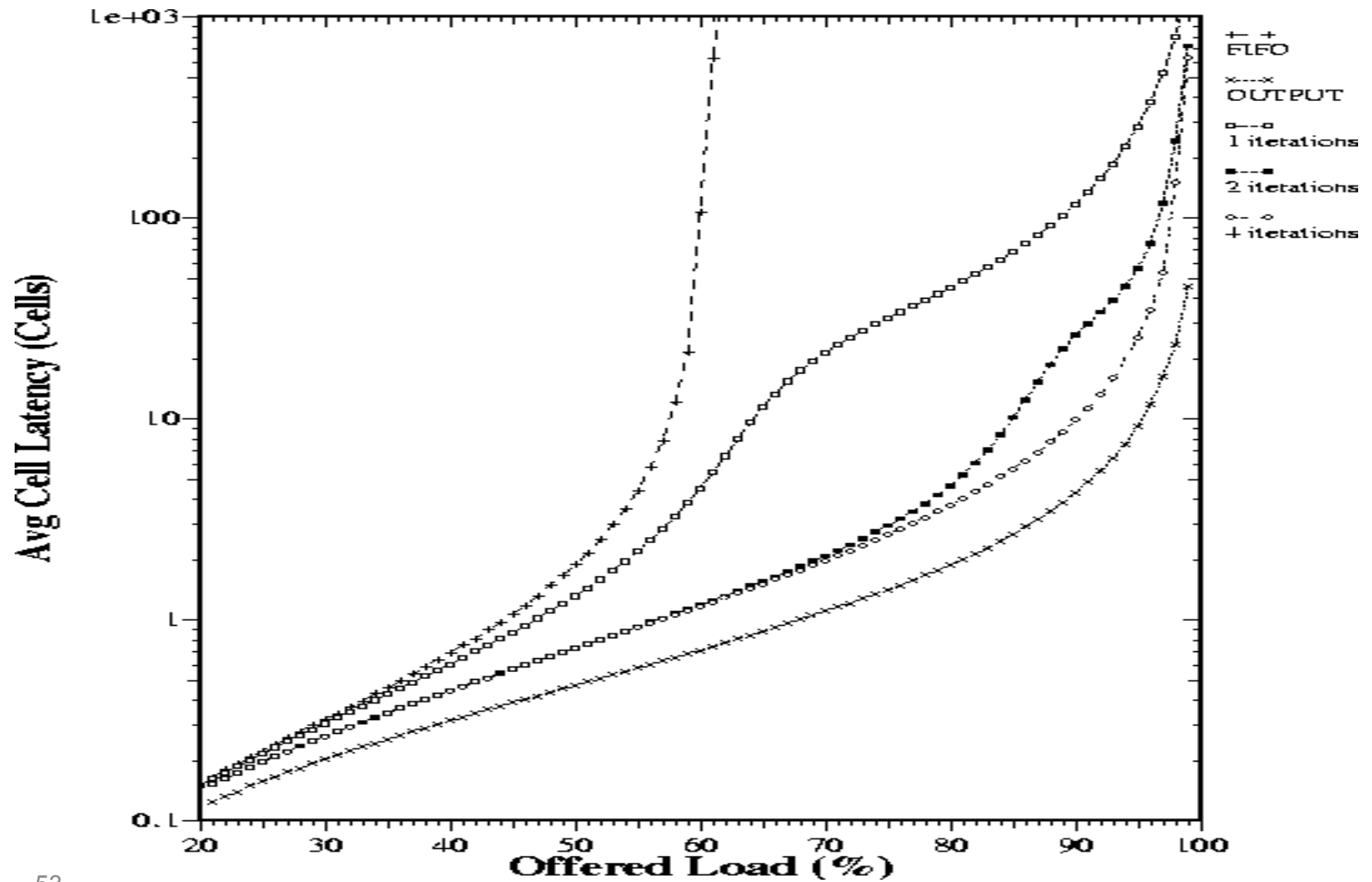
# פעולת ה- iSLIP

- **שלב ה-Grant:** כל יציאה בוחרת את הכניסה כפי שמצויין במצביע שלה, או את כניסה שאחריה, בסדר של round-robin. **עדכון של המצביע מתבצע רק עם התקבל accept באיטרציה הראשונה.**
- **שלב ה-Accept:** כל כניסה בוחרת את היציאה על פי המצביע שלה, או יציאה שאחריה, בסדר של round-robin. **מתבצע עדכון של המצביע אם התקבל accept ורק באיטרציה הראשונה.**

# תכונות ה- iSLIP

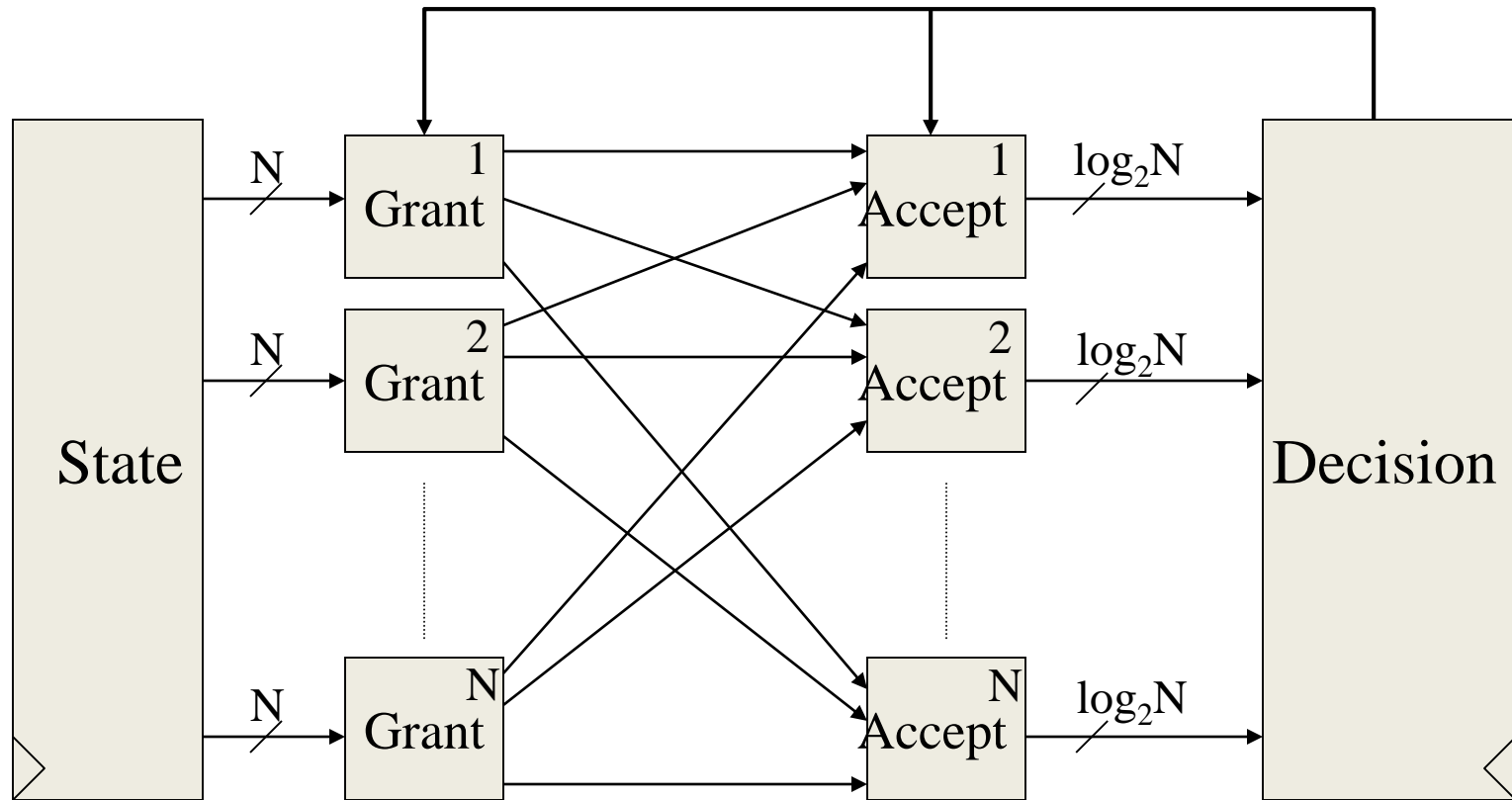
- תמיד מוצא שידוך מקסימלי.
- מתכנס בהכרח תוך  $N$  צעדים ובפועל תוך  $\log(N)$  בממוצע.
- תחת עומסים כבדים, המצביעים נוטים להיות שונים אחד מהשני.
- פחות איטרציות להתכנסות מאשר ה-PIM.
- בעומסים נמוכים מתנהג כמו ה-PIM.
- נותן עדיפות נמוכה למי ששורת אחרון.
- הוגנות.

# iSLIP



# *i*SLIP

## *Implementation*



# מה הלאה?

- ראינו מספר אלגוריתמים מבוססי שידוך מקסימלי.
- אלגוריתמים אלו נפוצים מאוד בתעשייה.
  - במיוחד WFA ו-iSLIP.
- בדרך כלל לא מריצים את PIM ו-iSLIP עד ההתכנסות.
  - התועלת של כל איטרציה פוחתת לעומת האיטרציה הקודמת.
  - לכן "מוותרים" אחרי מספר קטן של איטרציות.

# מה הלאה?

- על מנת לפצות על כך, עובדים עם speedup.
- שיעור הבא נלמד על  $\text{speedup} > 1$ , ועל ההשלכות (החיוביות) הנובעות מכך.
- הצגת נתב מבוסס תורי כניסה ויציאה (CIOQ).