Achieving Envy-freeness and Equitability with Monetary Transfers

דוגמאות הרצה

אלגוריתם 1:

נתחיל ב2 מקרים בסיסיים.

<u>דוגמה א</u> : 5 סוכנים, משאב 1:

הערכות שווי למשאב היחיד: סוכן א – 70, סוכן ב- 60, סוכן ג – 40, סוכן ד – 80, סוכן ה – 55. ערך חבילה ריקה הינו 0 לכל הסוכנים.

לצורך הנוחות, נניח שבחלוקה שלנו סוכן א קיבל את המשאב וכל השאר נותרו בלי כלום. נתחיל את לולאת הwhile –

מכיוון ששאר הסוכנים קיבלו חבילה ריקה והשווי שלה עומד על 0 - לאיחוד החבילות אצל סוכן א' (כלומר הוספת והעברת החבילה הריקה לסוכן א') לא יהיה שום משמעות, ולכן הלולאה תעבור לסוכן הבא, סוכן ב.

האלגוריתם יבדוק האם איחוד החבילות (של ב' ושל א') יביא תוצאה טובה יותר מסכום כ"א בנפרד (כפי הערכת הסוכן המחזיק בה), אך ימצא כי האיחוד ישווה ל60 לעומת 70 אם נסכום בנפרד, ולכן יעבור ב' לבדיקה מול שאר הסוכנים. שאר הסוכנים לא מחזיקים בחבילה בעלת ערך ולכן נעבור לסוכן ג'.

גם במקרה זה לא נעביר את החבילה מסוכן א לסוכן ג, שהרי סכום איחוד חבילות א' ג' אצל סוכן ג' יביא 40, זאת לעומת 70+0 בנפרד. סוכן ג' יבדוק מול שאר הסוכנים המחזיקים בחבילה השווה ל0 וימצא כי אין לעשות שום שינוי ונעבור לסוכן ד'.

האלגוריתם יבדוק האם איחוד חבילות א' וד' מביא תוצאה גדולה יותר מהערכת א' כלפי חבילתו (70) והערכת ד' כלפי חבילתו (0) ואכן האיחוד יניב 80. לכן תבוצע העברה של חבילת א' לד' וא' ישאר ללא כלום. מכיוון שלסוכן ד יש הערכת שווי גבוהה יותר מיתר הסוכנים אין טעם להעביר להם את החבילה, ולכן נעבור לסוכן הבא, סוכן ה.

לסוכנים א, ב ו-ג יש כעת חבילות ריקות ולכן אין שום חבילה שנוכל להעביר לסוכן ה. בעת בדיקת העברה של ד' לה' נמצא כי איחוד ד' ה' יניב 55 שקטן ממש מסכום 80+0 ולכן נמשיך הלאה.

בעת נחזור שוב ונבדוק כל אחד מהסוכנים מול שאר חבריו. מכיוון שלסוכן ד' יש את הערכת השווי הכי גבוהה לא נגיע למצב כזה שניקח אותה ממנו, ולכן בסוף המעבר על כל הסוכנים נצא מלולאת הwhile.

קיבלנו סה"כ שהSW הוא 80 (0+0+0+80+0) שגדול ממש מהSW של החלוקה שהתקבלה בקלט. נחשב את פונקציית התשלום של כל סוכן לפי האלגוריתם - הערכת השווי שלו לחבילתו פחות הממוצע של הSW (במקרה שלנו 80/5 = 16). לכל הסוכנים פרט לסוכן ד יש הערכת שווי 0 ולכן נקבל מינוס 16 לכל סוכן (כלומר הסוכן צריך לקבל 16). לסוכן ד יש הערכת שווי של 80 לחבילה שקיבל ולכן ישלם 80-16 = 64.

סה"כ הפלט יראה כך –

וקטור החלוקה יראה כך – (0,0,0,1,0), כל הסוכנים לא קיבלו כלום וסוכן ד קיבל את המשאב היחיד שהיה בידינו.

וקטור התשלום יראה כך – (-16, -16, -16, 64, -16), כל הסוכנים יקבלו 16 שקלים וסוכן ד ישלם 64 שקלים כך שבעת כולם שווים (כולם ברווח של 16 שקלים) וחסרי קנאה.

<u>דוגמה ב:</u> 4 סוכנים, 3 משאבים, הערכות שווי שוות ואדטיביות.

במקרה שלנו הערכת השווי לכל תת קבוצה של המשאבים הינה שווה בקרב כלל הסוכנים. הערכות השווי הן:

מוצרים	הערכת שווי
חבילה ריקה	0
1	10
2	5
3	15
1+2	15
1+3	25
2+3	20
1+2+3	30

נניח שבחלוקה הראשונית סוכן א קיבל את משאב 1, סוכן 2 את משאב 2 וסוכן 3 את משאב 3.

ניכנס ללולאת הwhile ונתחיל לבדוק את סוכן א מול שאר הסוכנים:

סוכן א לא ייקח לסוכן ב את המשאב מכיוון שהערך שיגיע מאיחוד המשאבים לא יהיה גדול ממש מערך כל משאב בנפרד. בדיוק אותו דבר יהיה מול סוכנים ג ו-ד.

נעבור בלולאה לסוכן ב ונשים לב שכמו קודם, מכיוון שלכולם יש הערכות שווי שוות ואדטיביות, בכל פעם שהאלגוריתם יבדוק וישווה את סכום האיחוד למול סכום החלקים, הוא ימצא שאין ערך האיחוד גדול יותר ולכן ימשיך הלאה. אחרי הסוכן הרביעי נצא מהלולאה ונחזיר את אותה החלוקה שהועברה לאלגוריתם בקלט (האלגוריתם מחזיר תמיד חלוקה בעלת SW גדול או שווה לSW של החלוקה בקלט).

נחשב את פונקציית התשלום. SW/n = 7.5 (סה"כ $30 = 0 + 15 + 5 + 10$, ויש 4 סוכנים). לסוכן א יש רווח של 10 ₪ ולכן ישלם 2.5 ₪, לסוכן ב יש רווח של 5 ₪ ולכן יקבל 2.5 ₪, לסוכן ג יש רווח של 15 ולכן ישלם 7.5 ₪ ולסוכן ד יש רווח 0 ולכן יקבל 7.5 ₪.

סה"כ הפלט יראה כך –

וקטור החלוקה יראה כך: $(\{1\},\{2\},\{3\},0)$.

וקטור התשלום יראה כך: $(2.5,-2.5,7.5,-7.5)$, סוכן א ישלם 2.5, סוכן ב יקבל 2.5, סוכן ג ישלם 7.5 וסוכן ד יקבל 7.5 (סה"כ כולם ברווח של 7.5 שקלים).

<u>דוגמה ג</u>: 4 סוכנים, 7 משאבים (בחלוקה ראשונית יחולקו ל 4 קבוצות), ערכים סופר-אדטיבים.

האלגוריתם מקבל חלוקה בה סוכן א קיבל את חבילה מספר 1 (משאבים 1 ו-2), סוכן ב את חבילה מספר 2 (משאבים 3 ו-4), סוכן ג את חבילה מספר 3 (משאבים 5 ו-6) וסוכן ד את חבילה מספר 4 (משאב 7).

טבלת הערכות שווי -

	סוכן א	סוכן ב	סוכן ג	סוכן ד
חבילה ריקה	0	0	0	0
1	15	30	40	5
2	20	35	12	7
3	10	22	13	17
4	5	7	21	19
1+2	45	65	55	12
1+3	25	55	55	25
1+4	20	40	65	25
2+3	30	60	25	25
2+4	30	45	35	30
3+4	20	30	35	36
1+2+3	50	90	65	30
1+2+4	50	75	75	35
1+3+4	30	65	75	45
2+3+4	40	65	50	45
1+2+3+4	50	95	90	50

ניכנס ללולאת while – איחוד חבילה 2 של סוכן ב עם חבילה 1 שברשות סוכן א, אצל סוכן א, לא תגדיל את הSW שכן נקבל 45 במקום 50, ולכן נעבור לסוכן הבא, סוכן ג. גם אם ניקח את החבילה של סוכן ג ונעביר לסוכן א זה לא יגדיל את הSW שכן נקבל 25 במקום 28 ולכן נעבור להשוות מול סוכן ד. כנ"ל לא נעביר את החבילה מסוכן ד לסוכן א (34 לעומת 20), ולכן לא נבצע שום שינויים ונעבור לסוכן הבא, סוכן ב.

נשים לב שאם נעביר את החבילה של סוכן א לסוכן ב אז נגדיל את ה SW שהרי נקבל 65 מול 50 מקודם ולכן נעביר את החבילה לסוכן ב. קיבלנו שכעת בידי סוכן ב חבילות 1 ו-2 וסוכן א יישאר ללא חבילה. נעבור להשוות מול סוכן ג. אם נעביר את החבילה של סוכן ג לסוכן ב אז נגדיל את SW ונקבל 90 מול 78 ולכן נעביר את החבילה. עכשיו לסוכן ב יהיו את חבילות 1,2 ו-3 וסוכן ג יישאר ללא חבילה. נמשיך להשוות מול סוכן ד. במקרה זה, העברת החבילה לא תגדיל את הSW שכעת סכום החלקים הינו 109 והאיחוד יביא רק 95. לכן נשאיר את החבילה אצל סוכן ד. סיימנו עם סוכן ב ונעבור לסוכן ג.

השוואה מול סוכן א לא רלוונטית כי לשניהם יש חבילות ריקות אז נעבור להשוות מול סוכן ב. נשים לב שהעברת החבילה של סוכן ב לסוכן ג לא תגדיל את הSW כי נקבל 65 במקום 90, ולכן לא נעביר ונעבור להשוות מול סוכן ד. אם נעביר את החבילה של סוכן ד לסוכן ג, נגדיל את הSW ונקבל עבור האיחוד 21 במקום 19, ולכן נעביר ועכשיו חבילה 4 תהיה אצל סוכן ג וסוכן ד יישאר בלי כלום. ולעת עתה המצב הוא שאצל סוכן ב ישנן חבילות 1,2,3 ואצל סוכן ג' חבילה 4.

נעבור לסוכן ד. מול סוכן א אין מה לבדוק כי לשניהם יש חבילה ריקה, ומל סוכנים ב ו-ג כבר בדקנו וראינו שלא שווה לתת לסוכן ד, אז סיימנו עם סוכן ד ונחזור שוב לסוכן א.

נראה שאם נעביר את החבילה של סוכן ב לסוכן א לא נגדיל את הSW כי נקבל 50 במקום 90, ולכן לא נבצע העברה, כנ"ל לגבי העברה מסוכן ג לסוכן א (21 מול 5). סוכן ד לא רלוונטי כי אין לו כלום.

נעבור לסוכן ב. השוואה מול א לא רלוונטית כי לא' אין כלום. נשווה מול סוכן ג ונראה שגם פה לא שווה להעביר את החבילה (111 כעת לעומת 95 לאחר ההעברה). השוואה מול ד לא רלוונטית כי אין לו כלום.

נעבור לסוכן ג. השוואה מול א לא רלוונטית כי אין לו כלום. נשווה מול סוכן ב ונראה שגם פה לא שווה להעביר את החבילה (111 לעומת 90). השוואה מול ד לא רלוונטית כי אין לו כלום.

נעבור לסוכן ד. השוואה מול א לא רלוונטית כי אין לו כלום. נשווה מול סוכן ב ונראה שגם פה לא שווה להעביר את החבילה (111 לעומת 50). גם מול סוכן ג לא שווה להעביר את החבילה (21 מול 19) ולכן לא נשנה כלום ובעצם נצא מהלולאה.

ניתן לשים לב שהגענו באמת לSW המקסימלי (111).

עכשיו נחשב את התשלום – SW/4 = 111/4 = 27.75.

הרווח של סוכן א הוא 0 ולכן יקבל 27.75 ₪, הרווח של סוכן ב הוא 90 ולכן ישלם 62.25 ₪, הרווח של סוכן ג הוא 21 ולכן יקבל 6.75 ₪ והרווח של סוכן ד הוא 0 ולכן יקבל 27.75 ₪.

סה"כ הפלט יראה כך –

וקטור החלוקה יראה כך – $(0,\{1,2,3\},\{4\},0)$.

וקטור התשלום יראה כך – $(-27.75,\ 62.25,\ -6.755,\ -27.75)$, סוכן א יקבל 27.75, סוכן ב ישלם 62.25, סוכן ג יקבל 6.75 וסוכן ד יקבל 27.75 (סה"כ כולם ברווח של 27.75 שקלים).

אלגוריתם 2:

נזכיר כי באלגוריתם 2 איננו זקוקים לסופר-אדטיביות ואיננו מחויבים להגיע לשוויוניות. בשונה מהאלגוריתם הראשון שבו ניתן לאחד חבילות, כאן ניתן רק להחליף ביניהן. לכן נוכל להעזר בטבלאות ע"מ להבין באופן טוב יותר את הערכת השווי העדכנית לכל חבילה ע"י כל סוכן.

<u>דוגמה א:</u> חלוקה פשוטה ל4 סוכנים, בעלי הערכות שווי שונות:

הטבלה הבאה מציגה את הערכת השווי הסובייקטיבית לכל חבילה ואת פונקציית התשלום ההתחלתית לכל סוכן:

P_i		X_1	X_2	X_3	X_4
$P_A = 0$	Agent A	20	15	24	35
$P_B = 0$	Agent B	12	30	18	24
$P_C = 0$	Agent C	20	10	15	25
$P_D = 0$	Agent D	15	25	22	20

נניח כי החלוקה נעשתה כך:

Agent A	Agent B	Agent C	Agent D
X_1,0	X_2,0	X_3,0	X_4,0

פונקציית התשלום p של כל סוכן מאותחלת ל0. נכנס ללולאת while שרצה כל עוד קיים סוכן שמקנא בסוכן אחר. סוכן A מקנא בסוכן C ובסוכן D. ע"פ האלג' מכיוון שהחבילה עם השווי המקסימלי בעיני סוכן A היא החבילה של סוכן D, נבצע swap על החבילות. גם בפונקציות התשלום יש לעשות חילוף, אך הפונ' של A תגדל ותהיה לא רק הפונקצייה של סוכן D , אלא יתווסף לה גם הפער שבין החבילה של סוכן D לבעלת הערך הגבוה אחריה - זו של סוכן C (כפי שהיה קודם החילוף) + אפסילון. סה"כ p_Aתהיה שווה ל10 ואפסילון ולכן המצב כרגע הוא:

P_i		X_1	X_2	X_3	X_4
$P_A = 10 + \varepsilon$	**Agent A**	20	15	25	$35 - (10 + \varepsilon) = 25 - \varepsilon$
$P_B = 0$	**Agent B**	12	30	18	$24 - (10 + \varepsilon) = 14 - \varepsilon$
$P_C = 0$	**Agent C**	20	10	15	$25 - (10 + \varepsilon) = 15 - \varepsilon$
$P_D = 0$	**Agent D**	15	25	22	$20 - (10 + \varepsilon) = 10 - \varepsilon$

סוכן B אינו מקנא באף אחד לכן נעבור לסוכן C שמקנא בסוכן D. נחליף בין החבילות ופונקציות התשלומים ונעדכן את פונקציית התשלום של סוכן C להיות p_D+הפער בין החבילה עם הערך הגבוה (של D) לחבילה הבאה בתור (זו שאצל C עצמו לפני החילוף) + אפסילון. סה"כ p_Cשווה 5 ואפסילון ולכן המצב כרגע הוא:

P_i		X_1	X_2	X_3	X_4
$P_A = 10 + \varepsilon$	**Agent A**	$20 - (5 + \varepsilon) = 15 - \varepsilon$	15	25	$25 - \varepsilon$
$P_B = 0$	**Agent B**	$12 - (5 + \varepsilon) = 7 - \varepsilon$	30	18	$14 - \varepsilon$
$P_C = 5 + \varepsilon$	**Agent C**	$20 - (5 + \varepsilon) = 15 - \varepsilon$	10	15	$15 - \varepsilon$
$P_D = 0$	**Agent D**	$15 - (5 + \varepsilon) = 10 - \varepsilon$	25	22	$10 - \varepsilon$

סוכן D מקנא בסוכן B. נחליף בין החבילות ונעדכן את p_Dלהיות הפער 25-22 פלוס אפסילון:

P_i		X_1	X_2	X_3	X_4
$P_A = 10 + \varepsilon$	**Agent A**	$15 - \varepsilon$	$15 - (3 + \varepsilon) = 12 - \varepsilon$	25	$25 - \varepsilon$
$P_B = 0$	**Agent B**	$7 - \varepsilon$	$30 - (3 + \varepsilon) = 27 - \varepsilon$	18	$14 - \varepsilon$
$P_C = 5 + \varepsilon$	**Agent C**	$15 - \varepsilon$	$10 - (3 + \varepsilon) = 7 - \varepsilon$	15	$15 - \varepsilon$
$P_D = 3 + \varepsilon$	**Agent D**	$10 - \varepsilon$	$25 - (3 + \varepsilon) = 22 - \varepsilon$	22	$10 - \varepsilon$

סיימנו סבב ראשון. האם עדיין יש מי שמקנא? ניתן לראות כי לאחר של Dקינא בB, כעת B מקנא בD. נחליף ונעדכן את פונקציית התשלום של B:

P_i		X_1	X_2	X_3	X_4
$P_A = 10 + \varepsilon$	**Agent A**	$15 - \varepsilon$	$12 - \varepsilon - (9) = 3 - \varepsilon$	25	$25 - \varepsilon$
$P_B = P_D + 9 + \varepsilon = 12 + 2\varepsilon$	**Agent B**	$7 - \varepsilon$	$27 - \varepsilon - (9) = 18 - \varepsilon$	18	$14 - \varepsilon$
$P_C = 5 + \varepsilon$	**Agent C**	$15 - \varepsilon$	$7 - \varepsilon - (9) = -2 - \varepsilon$	15	$15 - \varepsilon$
$P_D = 0$	**Agent D**	$10 - \varepsilon$	$22 - \varepsilon - (9) = 13 - \varepsilon$	22	$10 - \varepsilon$

כעת ניתן לראות כי המצב הוא ε-envy—free בו לא קיים סוכן כך שחבילות חבריו שוות יותר בעיניו בקירוב אפסילון. הלולאה תעצור. עבודת האלגוריתם מיועדת לייצור פונקצית תשלום חסרת קנאה ואם נביט כעת בטבלה המקורית לצד פונקציות התשלום נוכל לראות כי אכן אין כאן קנאה (בקירוב אפסילון):

P_i		X_1	X_2	X_3	X_4
$P_A = 10 + \varepsilon$	Agent A	20	15	24	35
$P_B = 12 + 2\varepsilon$	Agent B	12	30	18	24
$P_C = 5 + \varepsilon$	Agent C	20	10	15	25
$P_D = 0$	Agent D	15	25	22	20

קיבלנו SW בשווי 107 הגדול מ85 שקיבלנו בחלוקת הקלט. וקטור החלוקה שיחזור הוא :

Agent A	Agent B	Agent C	Agent D
$X_{4}, 10 + \varepsilon$	$X_{2}, 12 + 2\varepsilon$	$X_{1}, 5 + \varepsilon$	$X_{3}, 0$

דוגמה ב: חבילה אחת בעלת ערך:

נניח כי קיימת חלוקה בה סוכן אחד (Agent B) מקבל חבילה בעלת שווי (משתנה בין הסוכנים) ואילו כל השאר מקבלים חבילה ריקה:

P_i		X_1	X_2	X_3	X_4
$P_A = 0$	Agent A	0	50	0	0
$P_B = 0$	Agent B	0	40	0	0
$P_C = 0$	Agent C	0	30	0	0
$P_D = 0$	Agent D	0	45	0	0

החלוקה נעשתה כך:

Agent A	Agent B	Agent C	Agent D
X_1,0	X_2,0	X_3,0	X_4,0

נכנס ללולאה - סוכן A מקנא בB ולכן נחליף בין החבילות. פונקציית P_A תהייה שווה לP_B+ההפרש בין הערכת A לחבילת B לבין החבילה הבאה בערכה שהיא שווה ל0. נעדכן את הטבלה:

P_i		X_1	X_2	X_3	X_4
$P_A = 50 + \varepsilon$	Agent A	0	$50 - (50 + \varepsilon) = -\varepsilon$	0	0
$P_B = 0$	Agent B	0	40	0	0
$P_C = 0$	Agent C	0	30	0	0
$P_D = 0$	Agent D	0	45	0	0

כעת לאחר איטרציה יחידה הגענו למצב שאף אחד לא מקנא בחברו, שכן כל אחד מחזיק בחבילה השווה בקירוב ל0. אף סוכן לא ירצה להתחלף עם סוכן A ולקבל גם את התשלום הגבוה שלו...

בנוסף קיבלנו מהאלגוריתם SW בשווי 50 הגדול מ40 שקיבלנו בהתחלה.
וקטור החלוקה שיחזור מהאלגוריתם הוא:

Agent A	Agent B	Agent C	Agent D
$X_{2,50+\varepsilon}$	X_1,0	X_3,0	X_4,0

<u>דוגמה ג</u> - משאבים חיוביים ושליליים:

מכיוון שמחבר המאמר טען כי האלגוריתמים שלו מביאים פתרון גם לחלוקת ערכים שליליים, בשונה ממחקרים רבים שנעשו בעבר שהתעסקו רק בערכים חיוביים, כעת נתבונן בדוגמת הרצה שבה קלט החלוקה מורכב מערכים חיוביים ושליליים.

נניח כי הערכות השווי והחלוקה הינן כדלהלן:

	X_1	X_2	X_3	X_4
Agent A	-5	20	10	25
Agent B	15	-15	-12	-15
Agent C	-10	12	9	-5
Agent D	12	20	30	-10

פונקציית התשלום מאותחלת ב0 לכל אחד ולכן נתחיל במצב הזה:

Agent A	Agent B	Agent C	Agent D
X_1,0	X_2,0	X_3,0	X_4,0

נכנס ללולאת האלגוריתם. סוכן A מקנא בכל חבריו, אך הוא מקנא במידה רבה יותר בסוכן D. נחליף בין החבילות ונעדכן את פונקציית התשלום של A להיות פונ' התשלום של D + הפער בין ערך חבילת D לערך חבילת B (הבא בתור במדד הקנאה) + אפסילון. סה"כ נקבל:

P_i		X_1	X_2	X_3	X_4
$P_A = 5 + \varepsilon$	Agent A	-5	20	10	$25 - (5 + \varepsilon) = 20 - \varepsilon$
$P_B = 0$	Agent B	15	-15	-12	$-15 - (5 + \varepsilon) = -20 - \varepsilon$
$P_C = 0$	Agent C	-10	12	9	$-5 - (5 + \varepsilon) = -10 - \varepsilon$
$P_D = 0$	Agent D	12	20	30	$-10 - (5 + \varepsilon) = -15 - \varepsilon$

סוכן B מקנא בסוכן C אך בעיקר בסוכן D שכן הוא מחזיק בחבילה בעלת שווי חיובי בעיניו. נחליף בין החבילות ונעדכן את פונקציית התשלום שכעת תוריד את B למרחב השלילי:

P_i		X_1	X_2	X_3	X_4
$P_A = 5 + \varepsilon$	Agent A	$-5 - (27 + \varepsilon) = -32 - \varepsilon$	20	10	$20 - \varepsilon$
$P_B = 27 + \varepsilon$	Agent B	$15 - (27 + \varepsilon) = -12 - \varepsilon$	-15	-12	$-20 - \varepsilon$
$P_C = 0$	Agent C	$-10 - (27 + \varepsilon) = -37 - \varepsilon$	12	9	$-10 - \varepsilon$
$P_D = 0$	Agent D	$12 - (27 + \varepsilon) = -15 - \varepsilon$	20	30	$-15 - \varepsilon$

סוכן C מקנא בסוכן D. נבצע חילופים ונעדכן את פונקציית התשלום:

P_i		X_1	X_2	X_3	X_4
$P_A = 5 + \varepsilon$	Agent A	$-32 - \varepsilon$	$20 - (3 + \varepsilon) = 17 - \varepsilon$	10	$20 - \varepsilon$
$P_B = 27 + \varepsilon$	Agent B	$-12 - \varepsilon$	$-15 - (3 + \varepsilon) = -18 - \varepsilon$	-12	$-20 - \varepsilon$
$P_C = 3 + \varepsilon$	Agent C	$-37 - \varepsilon$	$12 - (3 + \varepsilon) = 9 - \varepsilon$	9	$-10 - \varepsilon$
$P_D = 0$	Agent D	$-15 - \varepsilon$	$20 - (3 + \varepsilon) = 9 - \varepsilon$	30	$-15 - \varepsilon$

סוכן D לא מקנא באף אחד. אם נעבור שוב על הסוכנים נראה כי כולם אינם מקנאים בחבריהם. לכן נצא מהלולאה ויחזור וקטור החלוקה X,p הבא:

Agent A	Agent B	Agent C	Agent D
X_4, $5+\varepsilon$	X_1, $27+\varepsilon$	X_2, $3+\varepsilon$	X_3, 0

גם כאן SW החלוקה בפלט הינו 82 שגדול ממש מ$21-$ ערך הSW של החלוקה שנתקבלה בקלט.