**תרגיל מעשי 2**

**טבלת סיבוכיות**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| זמן ריצה לשיעורין | זמן ריצה במקרה הגרוע | פעולה |
|  |  | insert(k, info) |
|  |  | findMin() |
|  |  | deleteMin() |
|  |  | decreaseKey(x, d) |
|  |  | delete(x) |
|  |  | totalLinks() |
|  |  | totalCuts() |
|  |  | meld(heap2) |
|  |  | size() |
|  |  | numTrees() |

נשים לב שלמעשה הסיבוכיות שקיבלנו זהה לסיבוכיות של עץ פיבונאצ'י רגיל (c=2).   
עבור כל הפונקציות מלבד decreaseKey(x, d), delete(x) ו-deleteMin(), לקבוע c אין שום השפעה.

בפונקציות אלו, הסיבוכיות במקרה הגרוע תלויה באורך ורוחב ה heap ולכן נשארת O(n).

בזמן הריצה לשיעורין החישוב של deleteMin() נשאר זהה משום שכפי שהראנו בסעיף ג בחלק התיאורטי, הדרגה המקסימלית בערימה עם n איברים היא עדיין O(logn).

בנוסף, חישוב הפוטנציאל ב-decreaseKey(x,d) נשאר זהה כאשר צומת שמאבדת מעל בן אחד ועדיין לא נחתכה מקבלת 2 מטבעות.

**חלק תיאורטי**

1. **למה 1:** יהי x, צומת מדרגה k בעץ פיבונאצ'י ויהיו הבנים של הצומת x לפי הסדר שהם קושרו אליו**. אז**: הדרגה של הצומת היא לכל הפחות .

**הוכחה**: יהי . הילד ה- של הצומת x הפך לבן שלו כתוצאה מתהליך successive linking. Link יכול להתבצע רק בין עצים מאותה הדרגה, לכן הצומת x (שהיו לו את הבנים ) והצומת היו מאותה הדרגה - .

מאז שהפך לבן של x, האפשרות היחידה ש- שינה את דרגתו, היא אם בוצע decrease-key לאחד מבניו והוא נחתך (דרגתו לא יכולה לעלות כל עוד הוא בן של x כי link מתבצע רק בין שורשים).

הצומת איבד לכל היותר c-1 בנים, אם הוא היה מאבד יותר מכך, בבן ה-c הוא כבר היה נחתך ולא היה יותר בן של x. לכן, דרגתו של היא לכל הפחות כלומר: .

1. *נראה באינדוקציה שעבור נוסחת נסיגה מהצורה , קיים b>1 עבורו הפתרון לנוסחת הנסיגה הוא: . כלומר נראה שקיים c עבורו:*

***בסיס:*** *נניח שלכל מתקיים .  
אז עבור מתקיים: .*

***צעד****: נניח שקיים b עבורו לכל מתקיים כלומר: קיים עבורו: . ונראה עבור* n*.  
כלומר עבור c= מתקיים ולכן: .*

1. *יהי T עץ בערימת פיבונאצ'י שהשורש שלו x הוא מדרגה k. הבן האחרון שלו הוא צומת מדרגה לפחות k-c (מסעיף א') נסמן אותו כתת עץ . שאר העץ (השורש x עם כל שאר הבנים שלו ) הוא עץ עם שורש מדרגה k-1 נסמן אותו כתת העץ . כמות הצמתים סך הכל בעץ T הוא סכום הצמתים של ועוד סכום הצמתים של .   
   לכן ניתן לבטא את כמות הצמתים הכוללת בעזרת נוסחת הנסיגה: ומסעיף ב' ראינו שהפתרון לנוסחה זו הוא: .*

*כלומר, קיים קבוע t עבורו: . נסמן את כמות הצמתים .*

*מאריתמטיקה נקבל:*

*כלומר הדרגה של עץ בערימה פיבונאצ'י היא .*

**ניסויים**

*A graph with a line

AI-generated content may be incorrect.*ניסוי ראשון

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| *c* | *זמן ריצה (ms)* | *גודל הערמה בסיום* | *מספר חיבורים* | *מספר חיתוכים* | *מספר עצים בסיום* |
| *2* | *319* | *46* | *748898* | *748855* | *3* |
| *3* | *285* | *46* | *553359* | *553316* | *3* |
| *4* | *233* | *46* | *500843* | *500800* | *2* |
| *10* | *215* | *46* | *465089* | *465045* | *2* |
| *20* | *203* | *46* | *464642* | *464598* | *2* |
| *100* | *292* | *46* | *464642* | *464599* | *2* |
| *1000* | *280* | *46* | *464642* | *464599* | *2* |
| *5000* | *274* | *46* | *464642* | *464598* | *2* |

*נבחין כי כמו שציפינו, כמות החיתוכים והחיבורים קטנה כאשר הגדלנו את הערך של c. זאת מפני שככל שc גדול יותר נצטרך לנתק צומת רק לאחר יותר מחיקות של ילדים. כמו כן, זמן הריצה לא היה שונה משמעותית בין הערכים השונים כמו שציפינו (ההשפעה של c היא בקבוע וגודל העץ זהה בין הניסויים).*

*ניסוי שני*

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| *c* | *זמן ריצה (ms)* | *גודל הערמה בסיום* | *מספר חיבורים* | *מספר חיתוכים* | *מספר עצים בסיום* |
| *2* | *136* | *464644* | *929271* | *464635* | *8* |
| *3* | *134* | *464644* | *929270* | *464634* | *8* |
| *4* | *113* | *464644* | *929270* | *464634* | *8* |
| *10* | *107* | *464644* | *929268* | *464632* | *8* |
| *20* | *120* | *464644* | *929228* | *464594* | *10* |
| *100* | *123* | *464644* | *929228* | *464594* | *10* |
| *1000* | *117* | *464644* | *929228* | *464595* | *10* |
| *5000* | *122* | *464644* | *929228* | *464595* | *11* |

*A graph with a line

AI-generated content may be incorrect.*

*לעומת הניסוי הקודם, הפעם לא ראינו שינוי גדול בכמות החיבורים והחיתוכים, מפני שהעץ מספיק גדול כדי שיהיה בהם צורך בכל מקרה (גם עבור ערכי c גדולים). ובדומה לניסוי הקודם גם כאן ראינו שזמני הריצה דומים ביחס לערכי c השונים.*