座位号	

装 订 线

中国计量大学 2021 - 2022 学年第 一 学期

《概率论与数理统计 A》课程考试试卷（A）

开课二级学院：__理学院__，考试时间：__2022__年__1__月__5__日__14__时

考试形式：闭卷 √、开卷□，允许带____计算器____入场

考生姓名：________学号：________ 专业：________ 班级：________

题序	一	二	三	四	总分
得分					
评卷人					

一、填空题（共 36 分）

1、一张储蓄卡的密码为 6 位数，每位数字都可从 0-9 中任选，某人取款时忘记了最后一位，则任意按最后一位，不超过 2 次就按对的概率是________

2、设 A,B 是两个事件，$P(A)=0.5$，$P(B)=0.4$，$P(A\cup B)=0.6$，则 $P(A|B)=$______

3、连续型随机变量的分布函数 F(x)________(填“一定”或“不一定”)是连续函数。

4、设 $X\sim \mathrm{U}(-5,6)$，则方程 $t^2+Xt+1=0$ 有实根的概率为________

5、在假设检验中，若要使犯两类错误的概率同时变小， 则只有增加________

6、设 $D(X)=4, D(Y)=1, \rho_{XY}=0.6,$，则 $D(3X-2Y-1)=$________

7、设总体 $X\sim\chi^2(n), X_1,X_2,\cdots,X_{15}$ 是来自总体的样本，则 $D(\overline{X})=$______

8、设总体 X 概率密度函数为 $f(x)=\begin{cases}\theta c^{\theta} x^{-(\theta+1)}, x>c \\ 0, \text{其它}\end{cases}$，其中 $c>0$ 为已知，$\theta>1$，θ 为未知参数，（$X_1,X_2,\cdots,X_n$）是来自总体的一个样本，求参数 θ 的矩估计量 $\hat{\theta}$=________

9、设高速公路上汽车的速度服从正态分布，现对汽车的速度独立地作了 5 次测试，求得这 5 次测试值的方差 $s^2=0.09(m/s)^2$。则汽车速度的方差 σ^2 的置信度为 0.9 的置信区间为

________________(精确到小数点后三位；附：$\chi^2_{0.05}(4)=9.4877,\ \chi^2_{0.95}(4)=0.7107$)

10、设 X_1,X_2,X_3 是容量为 3 的样本，统计量 $\hat{\mu}=aX_1+\frac{1}{9}X_2+\frac{5}{9}X_3$ 是该总体均值 μ 的无偏估计量，则 $a=$______

11、设 $X\sim\mathrm{U}(0,6)$，$Y=|X-3|$，求 Y 的概率密度 $f_Y(y)=$________________

12、设 X，Y 的密度：$f_X\left(x\right)=\begin{cases}2e^{-2x},x>0\\0,x\le 0\end{cases}$,$f_Y\left(y\right)=\begin{cases}3e^{-3y},y>0\\0,y\le 0\end{cases}$，则 $E\left(3X-9Y^2\right)=$____

二、计算题（共 **47** 分）

1、（**8** 分）一袋子中装有 5 个球，编号为 1,2,3,4,5，在袋中同时取 3 只，以 X 表示取出的三只球中的最小号码，（1）写出随机变量 X 的分布律？（2）求 X 的分布函数?

2、（**8** 分）设随机变量 $\left(X,Y\right)$ 的密度 $f(x,y)=\begin{cases}\dfrac{1}{\pi}, & x^2+y^2\le 1\\ 0, & \text{其它}\end{cases}$,求（**1**）$X$ 边缘密度 $f_X\left(x\right)$；（2）求 $\operatorname{cov}\left(X,Y\right)$。

3、（**8** 分）设二维离散型随机变量（X，Y）的联合概率分布为：

求：（**1**）相关系数 ρ_{XY}；（**2**）判定 X,Y 是否独立？

Y \ X	-1	0	1
-1	1/8	1/8	1/8
0	1/8	0	1/8
1	1/8	1/8	1/8

4、（6 分） 某厂生产的产品需用玻璃纸作包装，按规定供应商供应的玻璃纸的横向延伸率不应低于 65。已知该指标服从标准差为$\sigma = 5.5$的正态分布，从近期来货中抽查了 100 个样品，得样本均值$\bar{x} = 55.06$，试问在$\alpha = 0.05$水平下能否接受这批玻璃纸？（$z_{0.05} = 1.645$）

5、（11 分）设连续型随机变量X的密度函数为$f(x) = \begin{cases} kx, & 0 \le x \le 2 \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$，（1）求系数$k$；(2) 求$X$的分布函数$F(x)$；(3)求$E\left(X\right)$、$D(X)$.

6、（6 分）设X的密度函数为$f_X\left(x\right) = \begin{cases} xe^{-x}, x \ge 0 \\ 0, \text{其它.} \end{cases}$, Y的密度函数为$f_Y\left(y\right) = \begin{cases} ye^{-y}, y \ge 0 \\ 0, \text{其它.} \end{cases}$,且$X$，$Y$相互独立，求随机变量$Z = X + Y$的概率密度。

三、应用题（6 分） **在一个每题答案有 4 种选择的测验中，只有一种答案是正确的，学生不知道问题的正确答案时，他就会做随机猜测。倘若我们假定一个学生确实懂了和胡乱猜测的概率都是 1/2。现从卷面上看某题是答对了，求该学生对该题确实是懂了的概率？**

四、证明题（11 分）

设 $X_1, X_2, \cdots X_n$ 为总体的一个样本，总体 X 的密度函数为 $f(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{\theta}x^{(1-\theta)/\theta},0<x<1\\0,\text{其他}\end{cases},0<\theta<\infty$

（1）验证 θ 的最大似然估计量是 $\hat{\theta}=-\dfrac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\ln X_i$；（2）证明 $\hat{\theta}$ 是 θ 的无偏估计量。