中国计量大学 2019 - 2020 学年第 1 学期

《概率论与数理统计 A》课程考试试卷（A）

开课二级学院：＿理学院＿，考试时间：＿＿年＿＿月＿＿日＿＿时

考试形式：闭卷 √、开卷□，允许带＿计算器＿入场

考生姓名：＿＿＿＿学号：＿＿＿＿ 专业：＿＿＿＿ 班级：＿＿＿＿

题序	一	二	三	四	总分
得分					
评卷人					

装

一、填空题（共 30 分）

1、三个事件 A,B,C 至少有一个发生，用事件的运算关系可表示为＿＿＿＿＿＿

2、设 $D(X)=1,D(Y)=4,$ 相关系数 $\rho_{XY}=0.12$，则协方差 $Cov(X,Y)=$＿＿＿＿＿

3、 $P(A)=P(B)=P(C)=\dfrac{1}{4}$， $P(AB)=0$， $P(AC)=P(BC)=\dfrac{1}{12}$，则 A,B,C 中恰好有一个事件发生的概率为＿＿＿＿＿＿

4、设随机变量 $X\sim N(2,\sigma^2)$，若 $P\{0<X<4\}=0.3$，则 $P\{X<0\}=$＿＿＿＿

订

5、已知随机变量 X 的密度函数为： $f(x)=\begin{cases} Ae^x, & x<0 \\ 1/4, & 0\le x<2 \\ 0, & x\ge 2 \end{cases}$，则常数 A=＿＿＿＿

6、设随机变量 (X,Y) 的分布律为

Y \ X	1	2	3
1	0.12	0.10	0.28
2	0.18	0	0.12
3	0	0.15	0.05

线

则条件概率 $P\{X=3\,|\,Y=2\}=$＿＿＿＿

7、设 $X\sim B(n,p)$，且 $E(X)=12,D(X)=8,$ 则 $n=$＿＿＿＿

8、设 $X \sim \chi^2(2), Y \sim \chi^2(3)$，且 X、Y 相互独立，则 $X+Y \sim$ ________

9、设 X_1, X_2, X_3, X_4 是来自正态总体 $X \sim N(\mu, 4)$ 的样本，则当 $k=$ ___________时，$\hat{\mu}=\frac{1}{3}X_1+kX_2+\frac{1}{3}X_3+\frac{1}{6}X_4$ 是总体均值 μ 的无偏估计.

10、若从正态总体中抽取一个样本，样本容量为 **n**，其均值 μ 的 **95%** 的置信区间为 (a,b)，则其样本均值为________

二、计算题（共 **58** 分）

1、（本小题 **10** 分）设连续型随机变量 X 的密度函数为 $f(x)=\begin{cases} C\left(1-\frac{1}{x^2}\right), 1<x<2 \\ 0, 其它 \end{cases}$

求：**(1)** 常数 C；（**2**）求分布函数 $F(x)$；（**3**）$P(1.5<X\le 2.5)$；（**4**）期望 $E(X)$.

2、（本小题 10 分） 设随机变量（X，Y）的概率密度为 $f(x,y)=\begin{cases}3e^{-(x+3y)}, & x>0,y>0\\ 0\ , & \text{其它}\end{cases}$，

求：（1） X **的密度函数** $f_X(x)$**；（2）判断** X,Y **的独立性；（3）** $P\{X<Y\}$**；（4）联合分布函数** $F(x,y)$**.**

3、（本小题 10 分）某保险公司把被保险人分为三类："谨慎的"、"一般的"、"冒失的"。统计资料表明，上述三种人在一年内发生事故的概率依次为 0.05, 0.15, 0.30，如果"谨慎的"被保险人占 20%，"一般的"占 50%，"冒失的"占 30%，求：

1） 某保险人在一年内事故的概率是多少；

2） 某保险人在一年内出了事故，则他是"谨慎的"概率是多少？

4、（本小题 10 分）设二维离散型随机变量（X，Y）的联合概率分布为

求：（1）X 的概率分布；

（2）相关系数 ρ_{XY}；

（3）判定 X,Y 是否独立？

X \ Y	-1	0	1
0	**0**	$1/3$	**0**
1	$1/3$	**0**	$1/3$

5、（本小题 6 分）设随机变量 X 的概率密度为 $f_X(x)=\begin{cases}2xe^{-x^2}, x>0\\0, x\le 0\end{cases}$，

求 $Y=X^2$ 的密度函数 $f_Y(y)$？

6、（本小题 **6** 分）设总体 X 的概率密度函数为 $f(x;\theta)=(1+\theta)x^{\theta}, 0<x<1$，其中未知参数 $\theta>-1$，$x_1,x_2,\cdots x_n$ 是来自总体 X 的一个样本，试求参数 θ 的最大似然估计.

7、（本小题 **6** 分）已知随机变量 $X\sim N(1,25), Y\sim N(2,36)$，$\rho_{XY}=0.4$，

求：$U=3X+2Y$ 与 $V=X-3Y$ 的协方差.

三、应用题（每小题 **6** 分，共 **12** 分）

1、假设一部机器在一天内发生故障的概率是 0.2，一周工作 5 日。若一周 5 个工作日内无故障则可获 10 万元；若仅有 1 天故障则仍可获利 5 万元；若仅有两天发生故障可获利 0 万元；若有 3 天或 3 天以上出现故障将亏损 2 万元，求一周的期望利润。

2、设某产品的指标 X 服从正态分布 $N(\mu,150^2)$，其中参数 μ 未知，现随机抽取了一个容量为 $n=25$ 的样本，观测得样本均值 $\bar{x}=1637$. 试问在显著性水平 $\alpha=0.05$ 下，能否认为这批产品的期望值 μ 为 1600?

【附常用数据:

$z_{0.05}=1.645; z_{0.025}=1.96; t_{0.05}(25)=1.708; t_{0.05}(24)=1.711; t_{0.025}(25)=2.06; t_{0.025}(24)=2.064;$

】