

中国计量大学 2020 - 2021 学年第 一 学期

《概率论与数理统计 A》课程考试试卷 (A)

开课二级学院: 理学院, 考试时间: 2021 年 1 月 12 日 9 时

考试形式: 闭卷 ☒、开卷 ☐, 允许带 计算器 入场

考生姓名: 学号: 专业: 班级:

题序	一	二	三	四	总分
得分					
评卷人					

装

一、填空题 (共 40 分)

1、已知 $X \sim U(0, \pi)$, $Y = \sin X$, 则 Y 的密度函数 $f_Y(y) =$ _____2、设 A, B 是两个事件, $P(A) = 0.5$, $P(A - B) = 0.2$, $P(B|A) =$ _____3、设 $D(X) = 25$, $D(Y) = 36$, 相关系数 $\rho_{XY} = 0.4$, 则协方差 $Cov(X, Y) =$ _____4、事件 A, B 相互独立, $P(A) = \alpha$, $P(B) = 0.3$, $P(\bar{A} \cup B) = 0.7$, 则 $\alpha =$ _____5、在 $1 \sim 2000$ 的整数中随机地取一个数, 则取到的整数既不能被 6 整除, 又不能被 8 整除的概率是 _____

订

6、设 $X \sim B(n, p)$, 且 $E(X) = 2$, $D(X) = 1.92$, 则 $n =$ _____7、设总体 $X \sim U(0, \theta)$, θ 未知, X_1, X_2, \dots, X_n 是来自 X 的样本, 则 θ 的矩估计量 $\hat{\theta} =$ _____8、设总体 $X \sim N(\mu, 0.3^2)$, X_1, X_2, \dots, X_9 是容量为 9 的样本, 均值 $\bar{x} = 5$, 则未知参数 μ 的置信水平为 0.95 的置信区间是 _____ (查表 $z_{0.025} = 1.96$, $z_{0.05} = 1.645$)9、设随机变量 (X, Y) 的密度为: $f(x, y) = \begin{cases} 12y^2, & 0 \leq y \leq x \leq 1 \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$, 则 $\rho_{XY} =$ _____

线

10、设总体 X 的密度为 $f(x, \theta) = \begin{cases} \frac{2x}{3\theta^2}, & \theta < x < 2\theta \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$, 其中 θ 为未知参数, X_1, X_2, \dots, X_n 是

来自 X 的样本, 若 $c \sum_{i=1}^n X_i^2$ 为 θ^2 的无偏估计量, 则 $c =$ _____

二、计算题 (共 54 分)

1、(8 分) 有两箱同种类的零件, 第一箱 50 只, 其中 10 只一等品; 第二箱 30 只, 其中 18 只一等品。今从两箱中任取一箱, 然后再从该箱中任取一只, 求: 1) 取到的是一等品的概率; 2) 若取到的是一等品, 它是来自第一箱的概率。

2、(6 分) 设 x_1, x_2, \dots, x_n 为总体的一个样本, 总体 X 的密度函数为 $f(x) = \begin{cases} \theta C^\theta x^{-(\theta+1)}, & x > C \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$

其中 $C > 0$ 为已知, $\theta > 1$, θ 为未知参数。求: θ 的最大似然估计值。

3、(6 分) 设某次考试的学生成绩服从正态分布, 从中随机地抽取 36 位学生, 算得平均成绩为 66.5, 标准差为 15 分, 问在显著水平 $\alpha = 0.05$ 下, 是否可以认为这次考试考生成绩的方差为 16^2 ? $[t_{0.05}(35) = 1.6896, t_{0.025}(35) = 2.031, \chi_{0.025}^2(35) = 53.15, \chi_{0.975}^2(35) = 20.06]$

4、(8分) 设随机变量 X 的分布律为:

求: (1) X 的分布函数 $F(x)$; (2) $D(X)$

X	0	1	2
P	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$

5、(6分) 设 $E(X)=3, E(Y)=1, D(X)=4, D(Y)=9, \rho_{XY}=0.25, Z=5X-Y+15$, 求:

$E(Z)$ 和 $D(Z)$ 。

6、(6分) 一整数 N 等可能地在 $1, 2, 3, \dots, 10$ 十个值中取一个值, 设 $D=D(N)$ 是能整除 N 的正整数的个数, $F=F(N)$ 是能整除 N 的素数的个数 (注意 1 不是素数), 求 D 和 F 的联合分布律。

7、(8 分) 设二维离散型随机变量 (X, Y) 的联合概率分布为

求：(1) 相关系数 ρ_{XY} ；(2) 判定 X, Y 是否独立？

$\begin{array}{c} \text{Y} \\ \text{X} \end{array}$	-1	0	1
0	0.1	0.1	0.1
1	0.3	0.1	0.3

8、(6 分) 设 X 的密度函数为 $f_X(x) = \begin{cases} 1, & 0 \leq x \leq 1 \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$, Y 的密度函数为 $f_Y(y) = \begin{cases} e^{-y}, & y > 0 \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$, 且

X, Y 相互独立, 求随机变量 $Z = X + Y$ 的概率密度。

三、证明题：(6 分)

设随机变量 X, Y 相互独立, 且服从同一分布, 试证明:

$$P\{a < \min\{X, Y\} \leq b\} = [P\{X > a\}]^2 - [P\{X > b\}]^2; \quad (a \leq b)$$