

中国计量大学 2019 ~ 2020 学年第 1 学期

《概率论与数理统计 A》课程

试卷 (A) 参考答案及评分标准

开课二级学院: 理学院, 学生班级: 18 试点等 教师: 邹海雷等

一、填空题 (30 分)

1.  $A \cup B \cup C$ ;    2. 0.24    3.  $\frac{5}{12}$     4. 0.35    5. 1/2

6. 2/5    7. 36    8.  $\chi^2(5)$     9. 1/6    10.  $\frac{a+b}{2}$

二、计算题 (58 分)

1、

解: (1)  $1 = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x) dx = \int_1^2 C(1 - \frac{1}{x^2}) dx$  .....1 分

得:  $C = 2$  .....3 分

$$(2) \quad F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 1 \\ \int_1^x f(t) dt, & 1 < x < 2 \\ \int_1^2 f(t) dt, & x \geq 2 \end{cases} = \begin{cases} 0, & x \leq 1 \\ 2(x + \frac{1}{x} - 2), & 1 < x < 2 \\ 1, & x \geq 2 \end{cases} \quad \text{.....6 分}$$

$$(3) \quad P(1.5 < X \leq 2.5) = F(2.5) - F(1.5) = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3} \quad \text{.....8 分}$$

分

$$(4) \quad EX = 3 - 2 \ln 2 \quad \text{.....10 分}$$

2、

$$(1) \quad f(x) = e^{-x}, x > 0 \quad \text{.....3 分}$$

$$(2) \quad \text{由 } f(x, y) \text{ 可分离变量, 故 } X \text{ 与 } Y \text{ 独立。} \quad \text{.....5 分}$$

(3)

$$P\{X < Y\} = \iint_{x < y} f(x, y) dx dy = \frac{1}{4} \quad \dots\dots\dots 7 \text{ 分}$$

$$4) \quad F(x, y) = \begin{cases} (1 - e^{-x})(1 - e^{-3y}) & x > 0, y > 0 \\ 0 & \text{其它} \end{cases} \quad \dots\dots\dots 10 \text{ 分}$$

3、

$$P(B) = \sum_{i=1}^3 P(A_i)P(B / A_i) = 0.05 \times 0.20 + 0.15 \times 0.5 + 0.3 \times 0.3 = 0.175 \quad \dots\dots\dots 5 \text{ 分}$$

$$2) \quad P(A_1 / B) = \frac{P(A_1)P(B / A_1)}{\sum_{i=1}^3 P(A_i)P(B / A_i)} = 0.057 \quad \dots\dots\dots 10 \text{ 分}$$

4、(10 分)

X	0	1
P	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$

.....3 分

$$EX = \frac{2}{3}, \quad EY = 0, \quad EXY = 0$$

$$\text{cov}(X, Y) = EXY - EXEY = 0$$

$$\rho = 0 \quad \dots\dots\dots 7 \text{ 分}$$

$$P(X = 0, Y = 1) \neq P(X = 0)P(Y = 1), \text{ 故 } X, Y \text{ 不独立} \quad \dots\dots\dots 10 \text{ 分}$$

5、 $y \leq 0$  时,  $f_Y(y) = 0$  .....1 分

$y > 0$ ,  $F_Y(y) = P(Y \leq y) = P(X^2 \leq y) = P(-\sqrt{y} < X < \sqrt{y}) = F_X(\sqrt{y})$   
.....4 分

$f_Y(y) = F' = e^{-y}$  .....5 分

所以,  $f(y) = \begin{cases} e^{-y}, y > 0 \\ 0, y \leq 0 \end{cases}$  .....6 分

6.

$L(\theta) = \prod_{i=1}^n \varphi(x_i, \theta) = (\theta + 1)^n \left( \prod_{i=1}^n x_i \right)^\theta, \quad 0 < x_i < 1, i = 1, 2, \dots, n$  .....2 分

$\ln L(\theta) = n \ln(\theta + 1) + \theta \sum_{i=1}^n \ln x_i,$  .....3 分

$\frac{\partial \ln L(\theta)}{\partial \theta} = \frac{n}{\theta + 1} + \sum_{i=1}^n \ln x_i = 0$  .....5 分

解得  $\hat{\theta}_2 = -1 - \frac{n}{\sum_{i=1}^n \ln x_i}$  .....6 分

7、

解:  $Cov(U, V) = Cov(3X + 2Y, X - 3Y)$

$$= 3D(X) - 9Cov(X, Y) + 2Cov(X, Y) - 6D(Y) \cdots 3 \text{ 分}$$

$$= 3D(X) - 7\rho_{XY}\sqrt{D(X)}\sqrt{D(Y)} - 6D(Y)$$

$$= 3 \times 25 - 7 \times 0.4 \times 5 \times 6 - 6 \times 36 = -225 \quad \cdots 6 \text{ 分}$$

三、应用题（每小题 6 分，共 12 分）

1、

解：设  $X$  表示一周 5 个工作日机器发生故障的天数，则  $X \sim B(5, 0.2)$ ，分布律为：

$$P(X = k) = C_5^k 0.2^k 0.8^{5-k}, k = 0, 1, \dots, 5 \quad \dots\dots\dots 1 \text{ 分}$$

设  $Y$ （万元）表示一周 5 个工作日的利润，根据题意， $Y$  的分布律

$$Y = f(X) = \begin{cases} 10, & X = 0, P(X = 0) = 0.32768 \\ 5, & X = 1, P(X = 1) = 0.4096 \\ 0, & X = 2, P(X = 2) = 0.2048 \\ -2, & X \geq 3, P(X \geq 3) = 0.05792 \end{cases} \quad \dots\dots\dots 5 \text{ 分}$$

则  $EY = 5.20276$ （万元）。

$\dots\dots\dots 6 \text{ 分}$

2、

1. 提出假设：  $H_0 : \mu = 1600; H_1 : \mu \neq 1600 \quad \dots\dots\dots 1 \text{ 分}$

2. 选取统计量：  $\frac{\bar{X} - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n}} \sim N(0, 1) \quad \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$

3. 拒绝域：  $|z| \geq z_{\frac{\alpha}{2}} \quad \dots\dots\dots 3 \text{ 分}$

4.  $|z| = \left| \frac{1637 - 1600}{150/\sqrt{25}} \right| = 1.23 < 1.96 \quad \dots\dots\dots 5 \text{ 分}$

5. 接受  $H_0$ ，即认为这批产品的指标值为 1600.  $\dots\dots\dots 6 \text{ 分}$