

INFO-F305 : Modélisation et simulation

Modélisation de l'évolution de la température globale moyenne sur Terre

Pascal Tribel — Abel Laval — Gianluca Bontempi

Novembre 2023

1 Introduction

La température moyenne sur Terre est un excellent outil de mesure du changement climatique. On peut constater, par exemple, une augmentation inquiétante de cette température moyenne globale¹ dans la figure 1. Dès lors, il est intéressant de développer un modèle de l'évolution de cette température.

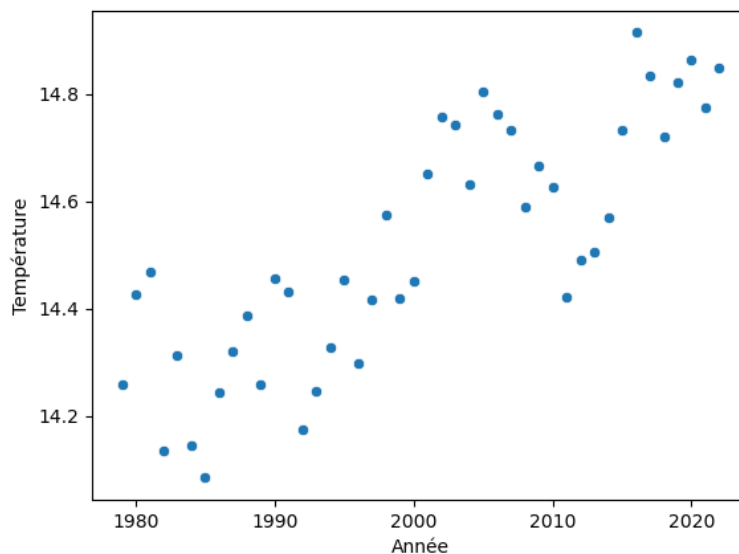


Figure 1: Température globale moyenne (°C) par an, entre 1979 et 2022

Dans ce travail, vous allez manipuler quelques-uns de ces modèles pour évaluer leur évolution selon des conditions initiales données. Nous proposons quatre modèles, de complexité croissante, qui expriment la température en fonction de l'énergie absorbée et émise ou réfléchie par la Terre et son atmosphère.

¹Données issues de https://climatereanalyzer.org/clim/t2_daily/?dm_id=world

2 Energy balance equation (EBM)

Un premier modèle est donné par l'équation (1), décrite dans [3].

$$R \frac{dT}{dt} = Q(1 - \alpha) - \sigma T^4 \quad (1)$$

dans laquelle:

- T (en Kelvin) est la température moyenne dans la photosphère de la Terre (la couche supérieure de l'atmosphère, où nous étudions l'équilibre énergétique).
- t (en années) est le temps.
- R (en $\frac{Wyr}{m^2K}$) est la capacité calorifique moyenne du système Terre/atmosphère (la capacité calorifique est la grandeur qui mesure la quantité de chaleur² nécessaire à augmenter la température d'un système d'1 Kelvin. Sa valeur empirique est de $R = 2.912 \frac{Wyr}{m^2K}$).
- Q (en $\frac{W}{m^2}$) est la moyenne annuelle globale de rayonnement solaire arrivant sur Terre, par m^2 de surface sur la Terre. Sa valeur empirique est de $Q = 342 \frac{W}{m^2}$.
- α , sans dimensions, est l'albédo de la planète. Sa valeur empirique est de $\alpha = 0.3$.
- σ (en $\frac{W}{m^2K^4}$) est la constante de Stefan-Boltzmann, une constante de proportionnalité. Sa valeur est de $\sigma = 5.67 \times 10^{-8} \frac{W}{m^2K^4}$.

Dans ce modèle, la première partie du membre de droite dénote la quantité de chaleur absorbée par le système Terre, et la deuxième partie dénote le rayonnement émis par la Terre, considérée comme un corps noir. Cette seconde partie est appelée *OLR (outgoing longwave radiation)*.

2.1 Question 1

Calculez la température d'équilibre du système 1. Ensuite, à l'aide de la fonction `ode45` d'Octave, simulez l'évolution décrite par l'équation (1) pour $t = [0 \rightarrow 10^4]$, à partir d'une température initiale $T_0 = 0K$ et affichez le résultat sous forme de graphique de la température en fonction du temps. Vérifiez que la simulation tend effectivement vers l'état d'équilibre du système. Analysez graphiquement la stabilité de ce point d'équilibre.

2.2 Question 2

Simulez l'évolution du système pour différentes valeurs de l'albédo α . Écrivez un court paragraphe d'analyse de l'impact de l'albédo sur la température d'équilibre du système.

3 EBM tenant compte de l'émissivité

L'émissivité d'un système dénote le flux de rayonnement thermique émis par la surface d'un système. Le *facteur d'émissivité* peut être pris en compte dans le système (1) en rajoutant un facteur ϵ dans la partie *OLR* de l'équation:

²D'où Wyr , pour Watt-year, c'est-à-dire la quantité d'énergie annuelle

$$R \frac{dT}{dt} = Q(1 - \alpha) - \epsilon \sigma T^4 \quad (2)$$

Une valeur empirique pour ϵ est de 0.61.

3.1 Question 3

Calculez la température d'équilibre du système 2. Simulez l'évolution du système 2 pour différentes valeurs de l'émissivité. Déterminez graphiquement la stabilité du système. Analysez succinctement les résultats des simulations. Que se passe-t-il dans le cas où l'émissivité du système est nulle ?

4 *OLR* dépendant de la température

Considérons maintenant, comme proposé dans [1], que la partie *OLR* de l'équation (1) est maintenant une fonction linéaire qui dépend de la température, c'est-à-dire une fonction de type $A + BT$. L'équation devient:

$$R \frac{dT}{dt} = Q(1 - \alpha) - (A + BT) \quad (3)$$

On peut fixer les valeurs A et B afin d'utiliser des °C au lieu de Kelvins. Empiriquement, on obtient que

- $A = 202 \frac{W}{m^2}$
- $B = 1.90 \frac{W}{m^2 \circ C}$

4.1 Question 4

Vérifiez, par simulation, que la température d'équilibre est proche de la température moyenne de 2022 sur Terre (en termes d'ordre de grandeur), c'est-à-dire $14.84^\circ C$. Expliquez dans un court paragraphe la raison de la différence entre les simulations de l'équation (2) et (3).

5 Albédo dépendant de la température

En pratique, l'albédo de la Terre dépend de sa température: si elle est plus élevée, la glace fond, diminuant l'albédo, et si elle est plus basse, plus de glace se forme, et l'albédo augmente. Dans [2], il est proposé de représenter cette dépendance par l'équation

$$\alpha(T) = 0.5 + 0.2 \tanh(0.1(265 - T - 273.5)) \quad (4)$$

et le système (3) devient alors

$$R \frac{dT}{dt} = Q(1 - \alpha(T)) - (A + BT) \quad (5)$$

5.1 Question 5

Simulez l'évolution du système (5) en considérant la température moyenne de 2022 ($14.84^\circ C$) comme condition initiale.

6 Remise

Le travail compte pour **deux points sur vingt** dans la note finale du cours.

On vous demande **un fichier ZIP** *nom_prenom.zip*, contenant les fichiers suivants:

- **Un fichier Octave** *nom_prenom.m* reprenant le code utilisé pour réaliser les simulations. Veillez à le commenter de manière appropriée.
- **Un fichier PDF** *nom_prenom.pdf* contenant le rapport de vos simulations. Celui-ci doit suivre la structure d'un rapport scientifique (Introduction, expériences, résultats et analyse) et doit être écrit en Latex. Ne dépassez pas les 5 pages (figures comprises).

Le travail peut être réalisé par groupes de **deux étudiant·e·s maximum** (indiscutablement, et dont la note sera identique) et doit être rendu sur l'Université Virtuelle pour le 27/11/2023 à 08:00. Vous pouvez envoyer vos questions à l'adresse pascal.tribel@ulb.be. Mentionnez l'intitulé du cours (F305) dans l'en-tête de votre mail.

7 Utilisation de Chat-GPT, Copilot, et autres assistants

Dans la conclusion de votre rapport, détaillez votre utilisation éventuelle d'outils d'assistanat, que ce soit pour l'écriture du code ou du rapport. Toutes vos sources doivent être pertinentes et exister. L'utilisation de tels outils est tolérée, mais pas encouragée.

References

- [1] Charles E. Graves, Wan-Ho Lee, and Gerald R. North. "New parameterizations and sensitivities for simple climate models". In: *Journal of Geophysical Research: Atmospheres* 98.D3 (1993), pp. 5025–5036.
- [2] KAZUHITO ICHII et al. "A simple global carbon and energy coupled cycle model for global warming simulation: sensitivity to the light saturation effect". In: *Tellus B* 55.2 (2003), pp. 676–691.
- [3] Hans G. Kaper and Hans Engler. "Mathematics and Climate". In: 2013. URL: <https://api.semanticscholar.org/CorpusID:127929783>.