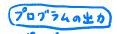
## [XI. 数值積分法]

**XI-B.** XI-A で示した定積分をシンプソン則を用いて数値積分する問題を考える。ニュートン・コーツ則で 2 次多項式近似を行う区間の数を  $M=2^{n-1}$  (積分点の数は  $2M+1=2^n+1$ ) とした時の  $n\geq 1$  を 1 ずつ増やして積分値を求めるプログラムを作成し、数値積分の値の相対誤差が  $10^{-8}$  を下回る最も小さい n を求めよ。作成したプログラムも提出すること。プログラミング言語は問わない。

```
import numpy as np
                              \begin{cases} f(\kappa) = e^{\kappa} \end{cases}
def f(x):
    return np.exp(x) + 1
                                                                 n = 5
ans = np.e
                                                                 M = 16
n_max = 21
a = 0.0
b = 1.0
width = b - a
for n in range(1, n_max+1):
    M = 2**(n-1)
    h = width/(2*M)
    I = (1.0/3.0)^* f(a)
    for i in range(1, 2*M, 2): d,/h, d,/h, ..., d,2m-1.1/h
        I += (4.0/3.0) *f(a + i * h)
    for i in range(2, 2*M, 2):
        I += (2.0/3.0) *f(a + i * h)
                            d2/h, dq/h, ..., d2n-2/h
    I += (1.0/3.0) * f(b)
    I *= h
    if abs(I - ans)/ans < 10**-8:
        print(n, M, I, ans, abs(I - ans)/ans)
        break
                                     相対誤差
```



5 16 2.718281837561771 2.718281828459045

3.348705801259184e-09

[〆切] 2021/1/13 19:00

## [XII. 数值積分法]

**XII-A.** 1 階の常微分方程式  $\frac{dy}{dt} = y$  について考える。

- (1)  $\frac{dy}{dt} = y$  を解析的に解くことにより一般解を求めよ。
- (2) 上記の常微分方程式をオイラー法を用いて数値的に解く場合を考える。初期値を  $(t_0,y_0)=(0,1)$ 、時間の刻み幅を h=0.01 とした時、 y(10) の数値解を求めるプログラムを作成し解答せよ。また問 1 の答えと比べることにより 相対誤差を求めよ。解答の数値は有効数字 3 桁で 4 桁目を四捨五入すること。作成したプログラムも提出すること。 プログラミング言語は問わない。

(1)

袋=など流たし頻解になっている

Esu o + f (ii)

南辺をよる まりまん

となる、よらに 面辺をオで不定積分すると

2つの積分定数をまなめて ピニピーピーとして

(2) import numpy as np

$$h = 0.01$$

n = 1000

$$t = 0$$

y = 1

for i in range(n):

$$y = y + y * h$$

t += h

print(t, y)

print(abs(y-np.exp(10))/np.exp(10))

9.999999999999831 20959.15563781363 0.04845580616227286

初期条件が (た, \*(た)) = (0,1)であるから

: ec=1

徒, て 与えられた 初期条件で一般解 は

てなりにれより相対誤差は

$$\frac{|\ddot{3}(10) - 3(10)|}{|3(10)|} = \frac{|\ddot{3}(10) - e^{10}|}{|e^{10}|} = 0.0486$$