T0

Vectores

1. Soluciona la siguiente ecuación para x, y, z.
   (a)
   $$x(1,2,3) + (y,3y,2) + (z,2,1) = (1,2,3).$$
   (b)
   $$y(-1,3,2) + (x,-x,3) + (z,2,5) = (-1,0,3).$$
2. Encuentra todos los pares de números reales a, b que satisfacen
   $$a(-1,1) + b(1,1) = 0.$$
3. Encuentra las ecuaciones de la rectas con la información dada
   (a) La recta que pasa por el punto $(1,2,3)$ con vector dirección $v = (-1,2,-3)$.
   (b) La recta que pasa por el punto $(5,10,15)$ y que es paralela al eje x.
   (c) La recta que por el punto $(3,-2,-3)$ y que es perpendicular al plano yz.
4. Encuentra todos los puntos de intersección de la recta $x = 2+5t, y = 5-2t, z = 6+3t$ con los planos coordenados.
5. Determina si las rectas con ecuaciones paramátricas
   $$x = 1+6t, \quad y = 3-3t, \quad z = 3t-2, \quad t \in \mathbb{R}$$
   $$x = 2-5s, \quad y = 1-2s, \quad z = 1+s, \quad s \in \mathbb{R}$$
   se intersectan o no.
6. Determina si los puntos dados están o no en une misma recta:
   (a) $(2,2,4)$, $(1,2,5)$, $(1,2-5)$.
   (b) $(1,-1,-2)$, $(3,0,1)$, $(5,-1,0)$

1 Producto interior, norma

Definición 1. *En* $\mathbb{R}^n$ *se define la norma de un vector* $p = (p_1, \ldots, p_k)$ *como*

$$\|p\| = \left(\sum_{k=1}^{k} p_k \right)^{1/2}$$

La distancia entre dos puntos $p, q \in \mathbb{R}^n$ *se define como*

$$\|p - q\|$$

7. Describe el conjunto de puntos $p = (x, y)$ en el plano que satisface

   (a) $\|p\|_2 = 3$

   (b) $\|p - \hat{j}\|_2 = 6$

   (c) $\langle p, \hat{i} \rangle = 2$

   (d) $\langle p, \hat{i} \rangle = \|p\|_2$

   Recuerda que $\hat{i} = (1, 0)$ y $\hat{j} = (0, 1)$.

8. Sean $v, w \in \mathbb{R}^n$. Usando las propiedades del procuto interior, demostrar la siguiente identidad (llamada ley del paralelogramo)

$$\|v + w\|^2 + \|v - w\|^2 = 2(\|v\|^2 + \|w\|^2)$$

9. Para un vector $p = (p_1 \ldots, p_n)$ demuestra

   (a) $\|p\| \leq \sum_{i=1}^{n} |p_i|$.

   (b) para toda $i = 1, \ldots, n$, $|p_i| \leq \|p\|$

10. Usar la dsigualdad de Cauchy-Schwarz para probar que, para cualesqueira tres reales a, b, c

$$(a + b + c)^2 \leq 3(a^2 + b^2 + c^2)$$