# T4

1. Bosqueja los siguientes campos vectoriales.

   (a) $F(x,y) = e^{x^2+y^2}(-y,x)$.
   (b) $F(x,y) = (x+1, y-2)$.
   (c) $F(x,y) = log(x^2+y^2)(x,y)$.
   (d) $F(x,y) = (\cos(x), \operatorname{sen}(x))$.

2. Calcula los siguientes límites, si es que existen, si no prueba que no existen.

   (a) $\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{(x+y)^2-(x-y)^2}{xy}$
   (b) $\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{\operatorname{sen}(xy)}{y}$
   (c) $\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{x^3-y^3}{x^2+y^2}$

3. Calcula los siguientes límites, si es que existen, si no prueba que no existen.

   (a) $\lim_{(x,y,z)\to(0,0,0)} \frac{\operatorname{sen}(xyz)}{xyz}$
   (b) $\lim_{(x,y,z)\to(0,0,0)} \frac{x^2+3y^2}{x+1}$
   (c) $\lim_{(x,y,z)\to(0,0,0)} \frac{2x^2y\cos(z)}{x^2+y^2}$

4. Calcula $\lim_{(x,y)\to(0,0)}(2x^2+2y^2)\log(x^2+y^2)$.
   Sugerencia: usa coordenadas polares.

5. Demuestra que $\lim_{(x,y,z)\to(0,0,0)} \frac{xyz}{x^2+y^2+z^2} = 0$.

6. Asi como el campo $F(x,y) = (-y,x)$ es perpendicular a las curvas $x^2 + y^2 =$constante, encuentra un campo vectorial $F(x,y)$, tal que es perpendicular a las curvas $2x^2+3y^2 =$constante.

7. Sea $\{U_\alpha\}_{\alpha\in\Lambda}$ una colección de abiertos de $\mathbb{R}^n$. Demuestra que $\cup_{\alpha\in\Lambda}U_\alpha$ es abierto de $\mathbb{R}^n$.

8. (a) Fija $p_0 \in \mathbb{R}^n$. Prueba que si $s < r$ entonces $B_s(p_0) \subseteq B_r(p_0)$.
   (b) Sean $U, V$ abiertos de $\mathbb{R}^n$. Demuestra que $U \cap V$ es abierto.

9. Considera el rectángulo $[a,b]\times[c,d]$ en $\mathbb{R}^2$. Encuentra sus puntos frontera.

10. Si $A$ es un subconjunto de $\mathbb{R}^n$, por $A^o$ denotamos a la unión de todos los subconjuntos abiertos que están contenidos en $A$ (si $A$ no contienen abiertos, $A^o = \emptyset$).

    (a) Prueba que $A^o$ es un conjunto abierto.
    (b) Prueba $A^o \subseteq A$.

(c) $(A^o)^o = A^o$.

(d) $(A \cap B)^o = A^o \cap B^o$.

(e) Da un ejemplo que muestre que $(A \cup B)^o = A^o \cup B^o$ no siempre se da.