Exercício 1

September 20, 2020

1 Exercício PA1-1

Exercício com data de entrega para 21 de setembro de 2020.

Aluno: Noé de Lima Bezerra

noe_lima@id.uff.br

[1]:
```
import numpy as np
import sympy as sp
import matplotlib.pyplot as plt
from IPython.display import display, Math, Image
sp.init_printing(use_latex='mathjax',latex_mode='equation*')
```

[2]:
```
Image("Figuras/PA1-1.png")
```

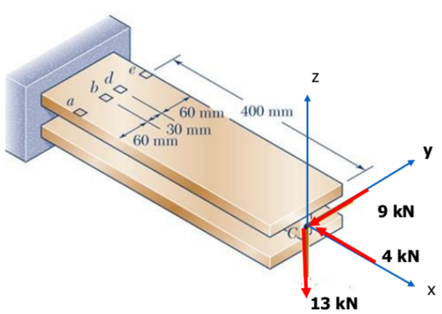
[2]:

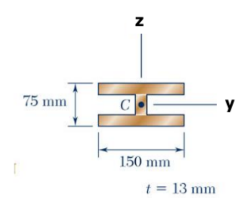
AVALIAÇÃO 2 – EXERCÍCIO PA1-1

Três placas de aço com 13 mm de espessura, são soldadas para formar uma viga em balanço. Para o carregamento mostrado, determine as tensões principais e de cisalhamento máxima:

a) Ponto **a**;
b) Ponto **b**;
c) Ponto **d**;
d) Ponto **e.**

Utilizar Círculo de Mohr





2 Solução

2.1 Esforços Solicitantes

Na seção S, vista pelo lado direito, temos os seguintes esforços solicitantes:

[3]:
```
N = -4000
Vy = 9000
Vz = 13000
Tx = 0
My = (13e3*400e-3/1e3)*1e6
Mz = (-9e3*400e-3/1e3)*1e6
display(Math('N = %d~kN' % (N/1e3)))
display(Math('|V_{y}| = %d~kN' % (Vy/1e3)))
display(Math('|V_{z}| = %d~kN' % (Vz/1e3)))
display(Math('T_{x} = %d' % Tx))
display(Math('M_{y} = %.2f~\\times 10^{6} N\\cdot mm' % (My/1e6)))
display(Math('M_{z} = %.2f~\\times 10^{6} N\\cdot mm' % (Mz/1e6)))
```

$N = -4~kN$

$|V_{y}| = 9~kN$

$|V_{z}| = 13~kN$

$T_{x} = 0$

$M_{y} = 5.20~\times 10^{6} N\cdot mm$

$M_{z} = -3.60~\times 10^{6} N\cdot mm$

2.2 Cálculo da Área Total

[4]:
```
A = 150*75 - (150-13)*(75-26)
display(Math(r'A = %d~mm^{2}' % A))
```

$A = 4537~mm^{2}$

2.3 Momentos de Inércia Estáticos

$$I_y = \frac{13 \times 49^3}{12} + 2 \times \left[\frac{150 \times 13^3}{12} + 150 \times 13 \times 31^2\right]$$

$$I_z = \frac{2 \times 13 \times 150^3}{12} + \frac{49 \times 13^3}{12}$$

[5]:
```
Iy = 13*(49**3)/12 + 2*(150*(13**3)/12 + 150*13*31**2)
display(Math(r'I_{y} = %.2f\times 10^{-6} mm^{4}' % (Iy/1e6)))
Iz = 2*13*(150**3)/12 + 49*(13**3)/12
display(Math(r'I_{z} = %.2f\times 10^{-6} mm^{4}' % (Iz/1e6)))
```

$I_{y} = 3.93\times 10^{-6} mm^{4}$

$I_z = 7.32 \times 10^{-6} mm^4$

2.4 Círculo de Mohr

[6]:
```
def mohr(s_x,s_y,t_xy):
    if t_xy == 0:
        t_xy = 1e-10  # Evitar divisão por zero!
    z = np.linspace(0,360,360)
    r = np.sqrt((((s_x-s_y)/2)**2)+t_xy**2)
    s_med = ((s_x+s_y)/2)
    tg2tc = -(s_x-s_y)/(2*t_xy)
    tg2tp = -1/(tg2tc)
    tc = np.degrees(np.arctan(tg2tc)/2)
    tp = np.degrees(np.arctan(tg2tp)/2)
    x = s_med + r*np.cos(np.radians(z))
    y = r*np.sin(np.radians(z))
    a = ([s_x,s_x,s_y,s_y,s_x])
    b = ([0,t_xy,-t_xy,0,0])
    # Plot
    text = '\n'.join((
        r'$\sigma_{min} = %.1f~MPa$' % (s_med-r,),
        r'$\sigma_{max} = %.1f~MPa$' % (s_med+r,),
        r'$\tau_{max} = %.1f~MPa$' % (r,),
        r'$\theta_{p} = %.0f^{o}$' % (tp,),
        r'$\theta_{c} = %.0f^{o}$' % (tc,)
    ))
    props = dict(boxstyle='round', facecolor='wheat', alpha=0.5)
    plt.plot(a,b,x,y)
    plt.xlabel(r"$\sigma$", size=18)
    plt.ylabel(r"$\tau$", size=18)
    plt.title("Círculo de Mohr")
    plt.text(s_med-1.6*r,r,text, fontsize=12, verticalalignment='top',␣
 ↪bbox=props)
    plt.axis("equal")
    plt.show()
```

2.5 Ponto a

2.5.1 Tensão Normal σ_x

$$\sigma_x = \frac{N}{A} - \frac{M_z y}{I_z} + \frac{M_y z}{I_y}$$

[7]:
```
sigma_xa = N/A - (Mz*(-75)/Iz) + (My*37.5/Iy)
display(Math(r'\sigma_{xa} = %.2f~MPa' % sigma_xa))
```

$\sigma_{xa} = 11.86 \ MPa$

2.5.2 Tensão Normal σ_y

Como não há força comprimindo ou tracionando na direção y, temos, diretamente:

[8]:
```
sigma_ya = 0
display(Math(r'\sigma_{ya} = %d' % sigma_ya))
```

$\sigma_{ya} = 0$

2.5.3 Tensão Cisalhante τ_{xy}

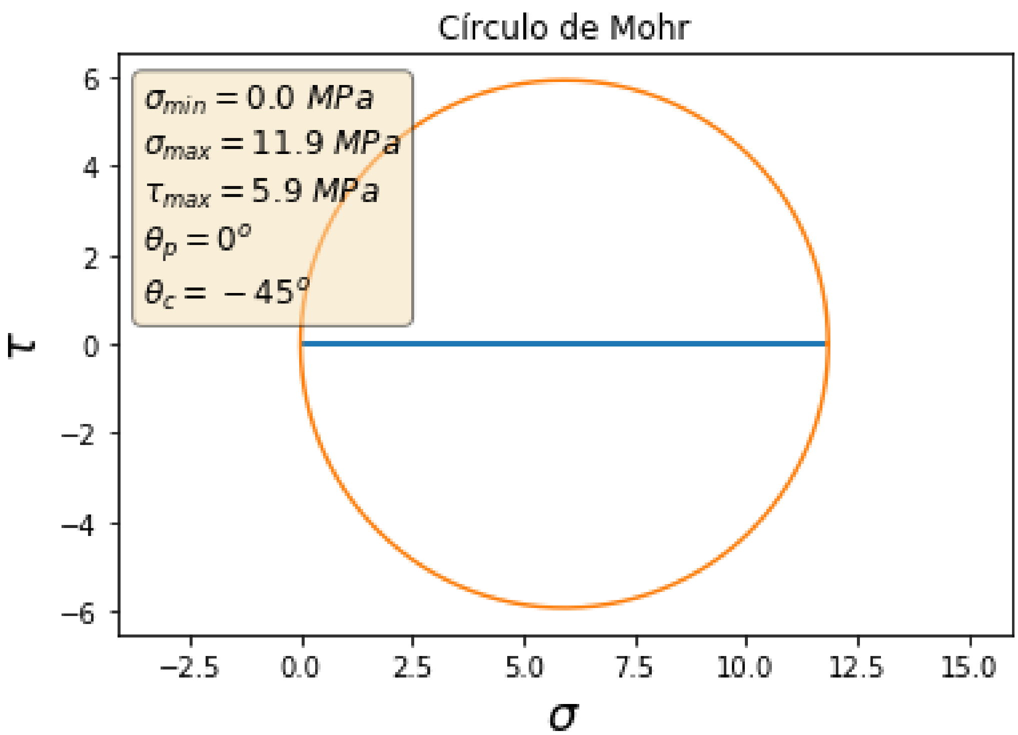
$$\tau = \frac{T}{2t\bar{A}} + \frac{V_z Q_y}{bI_y} + \frac{V_y Q_z}{bI_z}$$

Como no ponto a, $Q_z = 0$, $T = 0$ e, considerando o Estado Plano de Tensão no plano xy, fazemos $V_z = 0$, temos:

[9]:
```
tau_xya = 0
display(Math(r'\tau_{xya} = %d' % tau_xya))
```

$\tau_{xya} = 0$

[10]:
```
mohr(sigma_xa,sigma_ya,tau_xya)
```



2.6 Ponto b

2.6.1 Tensão Normal σ_x

[11]:
```
sigma_xb = N/A - (Mz*(-15)/Iz) + (My*37.5/Iy)
display(Math(r'\sigma_{xb} = %.2f~MPa' % sigma_xb))
```

$\sigma_{xb} = 41.36 \ \ MPa$

2.6.2 Tensão Normal σ_y

Como não há força comprimindo ou tracionando na direção y, temos, diretamente:

[12]:
```
sigma_yb = 0
display(Math(r'\sigma_{yb} = %d' % sigma_yb))
```

$\sigma_{yb} = 0$

2.6.3 Tensão Cisalhante τ_{xy}

$$\bar{d}_{yb} = \frac{2 \times 13 \times 60 \times (-30 - 15)}{2 \times 13 \times 60}$$

[13]:
```
dyb = -2*13*60*45/(2*13*60)
display(Math(r'\bar{d}_{yb} = %.2f~mm' % dyb))
```

$\bar{d}_{yb} = -45.00 \ \ mm$

$$Q_{zb} = -\left(2 \times 13 \times 60\right) \times 45$$

[14]:
```
Qzb = (2*13*60)*dyb
display(Math(r'Q_{zb} = %.2f~mm^{3}' % Qzb))
```

$Q_{zb} = -70200.00 \ \ mm^3$

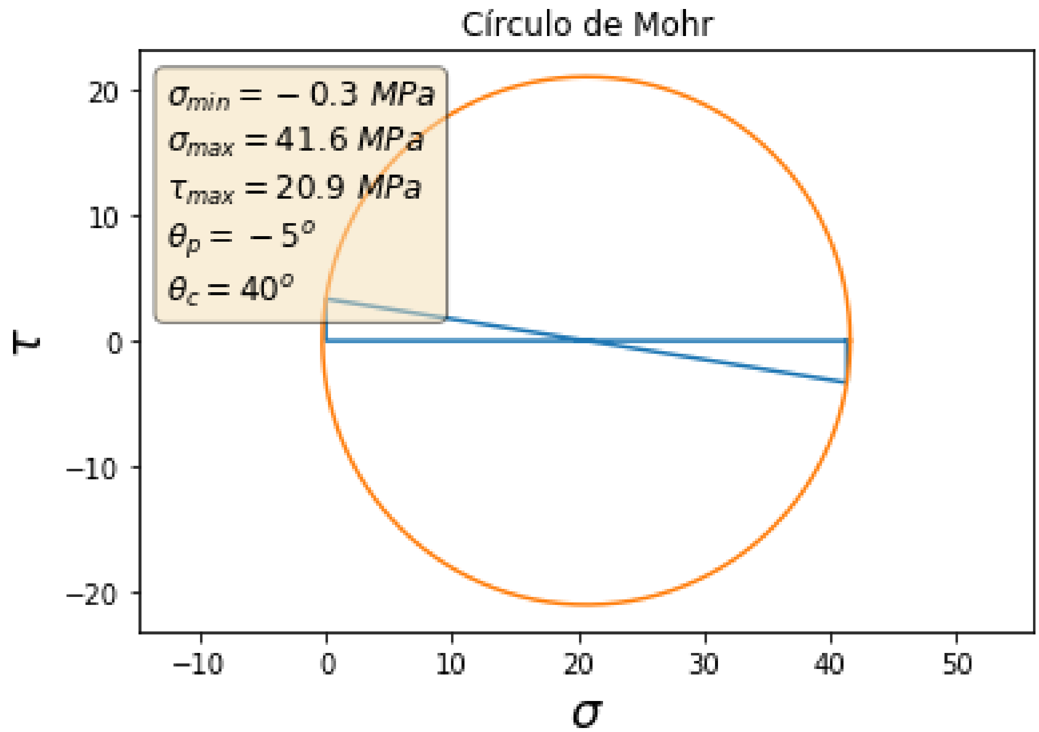
Como no ponto b temos $T = 0$ e, considerando o Estado Plano de Tensão no plano xy, fazemos $V_z = 0$, temos:

$$\tau_{xy} = \frac{V_y Q_z}{b I_z}$$

[15]:
```
tau_xyb = Vy*Qzb/(26*Iz)
display(Math(r'\tau_{xyb} = %.2f~MPa' % tau_xyb))
```

$\tau_{xyb} = -3.32 \ \ MPa$

[16]:
```
mohr(sigma_xb,sigma_yb,tau_xyb)
```



2.7 Ponto d

2.7.1 Tensão Normal σ_x

[17]:
```
sigma_xd = N/A - (Mz*(15)/Iz) + (My*37.5/Iy)
display(Math(r'\sigma_{xd} = %.2f~MPa' % sigma_xd))
```

$\sigma_{xd} = 56.11\ \ MPa$

2.7.2 Tensão Normal σ_y

Como não há força comprimindo ou tracionando na direção y, temos, diretamente:

[18]:
```
sigma_yd = 0
display(Math(r'\sigma_{yd} = %d' % sigma_yd))
```

$\sigma_{yd} = 0$

2.7.3 Tensão Cisalhante τ_{xy}

$$\bar{d}_{yb} = \frac{2 \times 13 \times 60 \times (30 + 15)}{2 \times 13 \times 60}$$

[19]:
```python
dyd = 2*13*60*45/(2*13*60)
display(Math(r'\bar{d}_{yd} = %.2f~mm' % dyd))
```

$\bar{d}_{yd} = 45.00 \ \ mm$

$$Q_{zd} = (2 \times 13 \times 60) \times 45$$

[20]:
```python
Qzd = (2*13*60)*dyd
display(Math(r'Q_{zd} = %.2f~mm^{3}' % Qzd))
```

$Q_{zd} = 70200.00 \ \ mm^3$

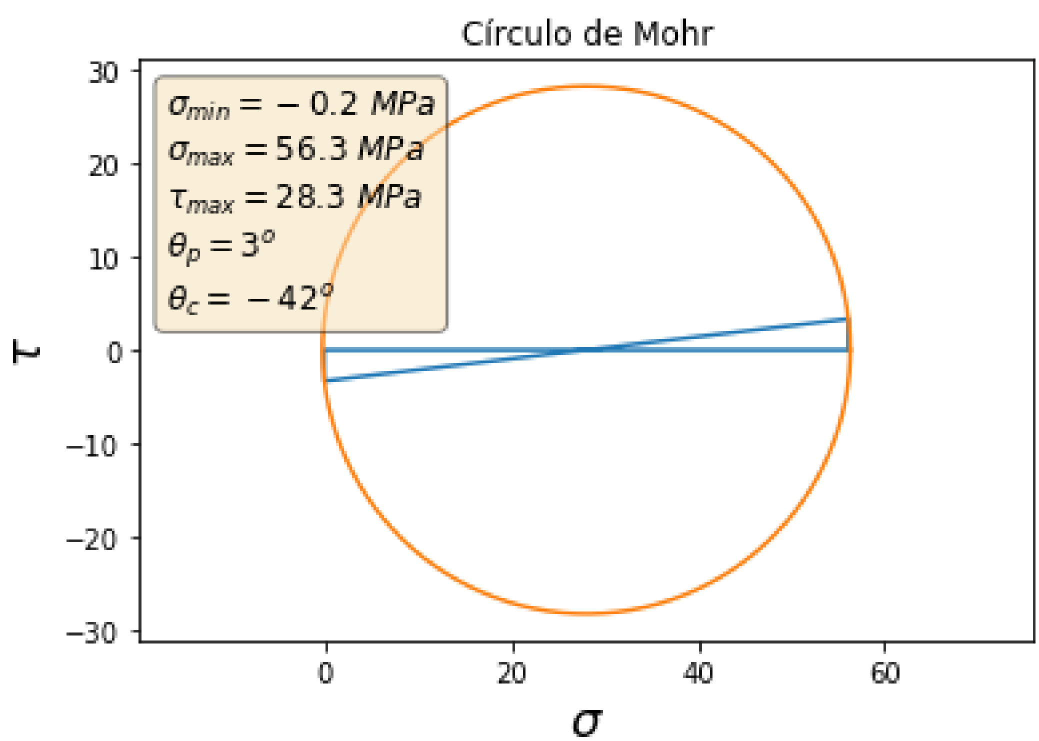
Como no ponto d temos $T = 0$ e, considerando o Estado Plano de Tensão no plano xy, fazemos $V_z = 0$, temos:

$$\tau_{xy} = \frac{V_y Q_z}{b I_z}$$

[21]:
```python
tau_xyd = Vy*Qzd/(26*Iz)
display(Math(r'\tau_{xyd} = %.2f~MPa' % tau_xyd))
```

$\tau_{xyd} = 3.32 \ \ MPa$

[22]:
```python
mohr(sigma_xd,sigma_yd,tau_xyd)
```



2.8 Ponto e

2.8.1 Tensão Normal σ_x

$$\sigma_x = \frac{N}{A} - \frac{M_z y}{I_z} + \frac{M_y z}{I_y}$$

[23]:
```
sigma_xe = N/A - (Mz*(75)/Iz) + (My*37.5/Iy)
display(Math(r'\sigma_{xe} = %.2f~MPa' % sigma_xe))
```

$\sigma_{xe} = 85.61 \;\; MPa$

2.8.2 Tensão Normal σ_y

Como não há força comprimindo ou tracionando na direção y, temos, diretamente:

[24]:
```
sigma_ye = 0
display(Math(r'\sigma_{ye} = %d' % sigma_ye))
```

$\sigma_{ye} = 0$

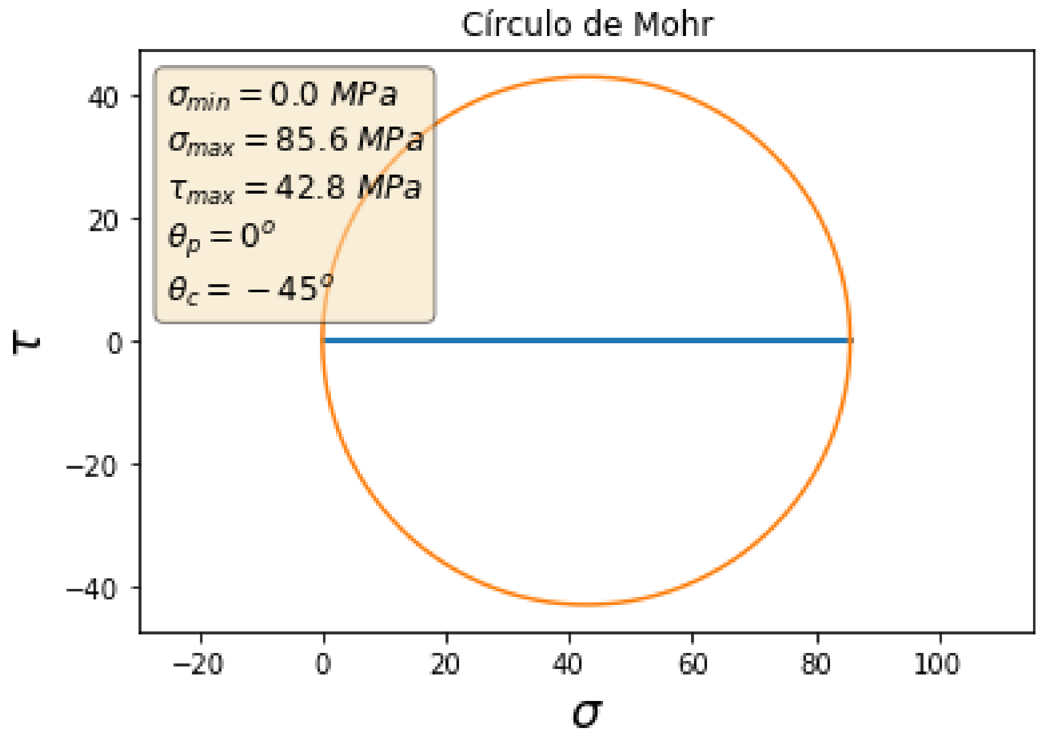
2.8.3 Tensão Cisalhante τ_{xy}

Como no ponto e, $Q_z = 0$, $T = 0$ e, considerando o Estado Plano de Tensão no plano xy, fazemos $V_z = 0$, temos:

[25]:
```
tau_xye = 0
display(Math(r'\tau_{xye} = %d' % tau_xye))
```

$\tau_{xye} = 0$

[26]:
```
mohr(sigma_xe,sigma_ye,tau_xye)
```


Círculo de Mohr
$\sigma_{min} = 0.0\ MPa$
$\sigma_{max} = 85.6\ MPa$
$\tau_{max} = 42.8\ MPa$
$\theta_p = 0^o$
$\theta_c = -45^o$
40
20
0
−20
−40
τ
−20
0
20
40
60
80
100
σ