Exercício 2

September 27, 2020

1 Exercício PA1-2

Exercício com data de entrega para 28 de setembro de 2020.

Aluno: Noé de Lima Bezerra

noe_lima@id.uff.br

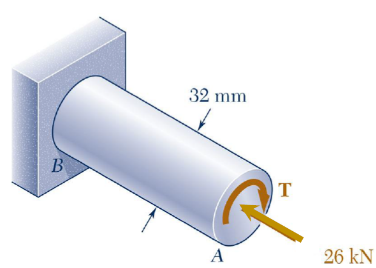
[1]:
```python
import numpy as np
import sympy as sp
import matplotlib.pyplot as plt
from IPython.display import display, Math, Image
sp.init_printing(use_latex='mathjax',latex_mode='equation*')
```

[2]:
```python
Image("Figuras/PA1-2.png")
```

[2]:

AVALIAÇÃO 4 – EXERCÍCIO PA1-2

A barra de alumínio mostrada na figura é feita de uma liga para a qual $\sigma_{uT} = 60$ MPa e $\sigma_{uC} = 120$ MPa. Usando o Critério de Mohr, determine a intensidade do torque T para a qual se espera que ocorra a falha



2 Solução

2.1 Esforços Solicitantes

Na seção S, vista pelo lado direito, temos os seguintes esforços solicitantes:

[3]:
```
mm,N,MPa = sp.symbols("mm,N,MPa")
kN = 1000*N
```

[4]:
```
T,tau_xy,J,r, = sp.symbols("T,tau_xy,J,r")
P = -26*kN
d = 32*mm
A = np.pi*(d**2)/4
Jc = np.pi*(d**4)/32
sigma_x = (P/A).subs(N/(mm**2),MPa)
sigma_y = 0
display(sigma_x,sigma_y)
```

$$-32.3283478155412MPa$$

$$0$$

[5]:
```
eqtau = sp.Eq(tau_xy, T*r/J)
display(eqtau)
```

$$\tau_{xy} = \frac{Tr}{J}$$

Temos, portanto, os valores abaixo:

$$\begin{cases} \sigma_x & = & -32,3283 \quad MPa \\ \sigma_y & = & 0 \\ \tau_{xy} & = & \frac{Tr}{J} \end{cases}$$

2.2 Critério de Mohr Simplificado

Como $\tau_{xy} \neq 0$, os valores de σ_x e σ_y não são os valores das tensões principais e, portanto, podemos então concluir que $\sigma_I > 0$ e $\sigma_{II} < -32,3283MPa$, situando-se, portanto, no quarto quadrante do Hexágono de Tresca.

Assim, a equação da reta no quarto quadrante fica:

$$\sigma_{II} = 2\sigma_I - 120$$

Temos a equação do raio do círculo de Mohr que fornece o valor de τ_{max}, dado por:

$$\tau_{max} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}$$

Assim,

$$\sigma_I = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \tau_{max}$$

$$\sigma_{II} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} - \tau_{max}$$

[6]:
```
tau_max = sp.sqrt((((sigma_x-sigma_y)/2)**2) + (tau_xy)**2)
sigma_I = ((sigma_x+sigma_y)/2) + tau_max
sigma_II = ((sigma_x+sigma_y)/2) - tau_max
display(sigma_I)
display(sigma_II)
```

$$-16.1641739077706MPa + 16.1641739077706\sqrt{MPa^2 + 0.00382730410668516\tau_{xy}^2}$$

$$-16.1641739077706MPa - 16.1641739077706\sqrt{MPa^2 + 0.00382730410668516\tau_{xy}^2}$$

Colocando-se os valores de σ_I e σ_{II} na equação da reta, temos:

$$\frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} - \tau_{max} = 2\left(\frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \tau_{max}\right) - 120$$

Simplificando, temos:

$$\frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} = 120 - 3\tau_{max}$$

Ou, ainda,

$$\tau_{max} = \frac{120 - \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2}}{3} = 40 - \frac{\sigma_x + \sigma_y}{6}$$

[7]:
```
40*MPa - (sigma_x+sigma_y)/6
```

[7]:

$$45.3880579692569MPa$$

Lembramos ainda, que:

$$\tau_{max} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \left(\frac{Tr}{J}\right)^2}$$

Logo,

$$\sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \left(\frac{Tr}{J}\right)^2} = 40 - \frac{\sigma_x + \sigma_y}{6}$$

Ou,

$$\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \left(\frac{Tr}{J}\right)^2 = \left(40 - \frac{\sigma_x + \sigma_y}{6}\right)^2$$

$$\therefore$$

$$\left(\frac{Tr}{J}\right)^2 = \left(40 - \frac{\sigma_x + \sigma_y}{6}\right)^2 - \left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2$$

Portanto,

$$T = \frac{J}{r}\sqrt{\left(40 - \frac{\sigma_x + \sigma_y}{6}\right)^2 - \left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2}$$

[8]:

```
reta = sp.Eq(sigma_I, 2*sigma_II - 120*MPa)
sol = sp.solve(reta,tau_xy)
display(sol[0]*Jc/(d/2))
display(sol[1]*Jc/(d/2))
```

$$-272879.364907619 mm^3 \sqrt{MPa^2}$$

$$272879.364907619 mm^3 \sqrt{MPa^2}$$

[9]:

```
T_max = (Jc/(d/2))*sp.sqrt(((40*MPa-(sigma_x+sigma_y)/6)**2) -␣
↪((sigma_x-sigma_y)/2)**2)
display(T_max.subs(sp.sqrt(MPa**2)*(mm**3),N*mm))
```

$$272879.364907619 Nmm$$

2.3 Conclusão

Como pudemos observar na solução analítica, a partir da equação quadrática, temos dois valores iguais e simétricos. Isso ocorre, pois, independente do sentido de aplicação de T, é necessária a mesma intensidade para atingir esta tensão cisalhante calculada.

Portante, aplicando o critério de Mohr simplificado (já que dispomos apenas dos ensaios de tração e compressão), temos o seguinte valor limite, onde espera-se que, ao excedê-lo o material pode falhar:

$$T = 272,879\ N \cdot m$$