Exercício 3

October 4, 2020

1 Exercício PA1-3

Exercício com data de entrega para 5 de outubro de 2020.

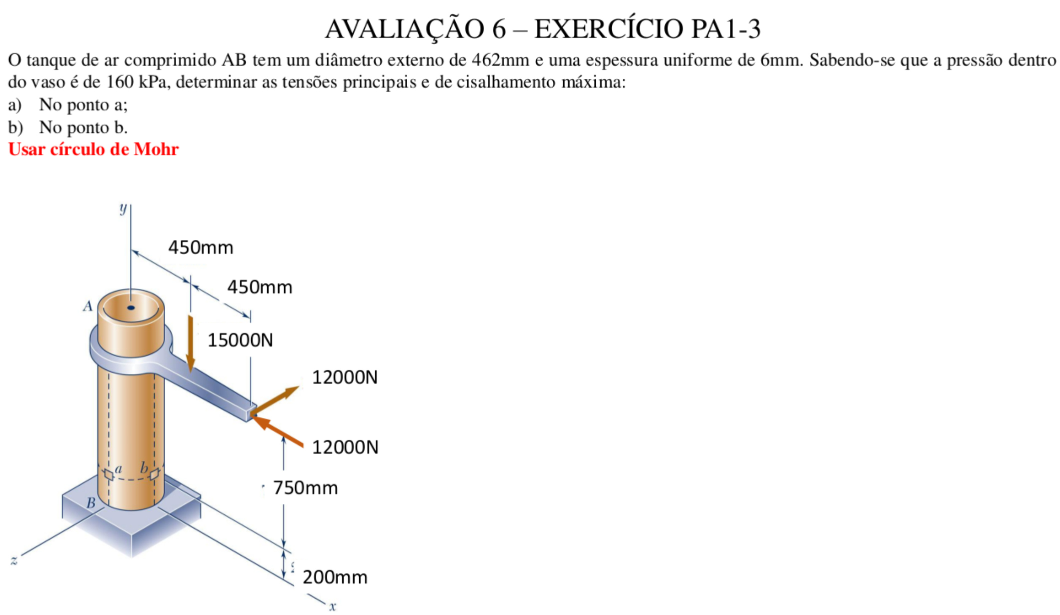
Aluno: Noé de Lima Bezerra

noe_lima@id.uff.br

[1]:
```
import numpy as np
import sympy as sp
import matplotlib.pyplot as plt
from IPython.display import display, Math, Image
sp.init_printing(use_latex='mathjax',latex_mode='equation*')
```

[2]:
```
Image("Figuras/PA1-3.png")
```

[2]:



AVALIAÇÃO 6 – EXERCÍCIO PA1-3

O tanque de ar comprimido AB tem um diâmetro externo de 462mm e uma espessura uniforme de 6mm. Sabendo-se que a pressão dentro do vaso é de 160 kPa, determinar as tensões principais e de cisalhamento máxima:

a) No ponto a;
b) No ponto b.

Usar círculo de Mohr

2 Solução

2.1 Círculo de Mohr

[3]:
```
def mohr(s_x,s_y,t_xy):
    if t_xy == 0:
        t_xy = 1e-10  # Evitar divisão por zero!
    z = np.linspace(0,360,360)
    r = np.sqrt((((s_x-s_y)/2)**2)+t_xy**2)
    s_med = ((s_x+s_y)/2)
    tg2tc = -(s_x-s_y)/(2*t_xy)
    tg2tp = -1/(tg2tc)
    tc = np.degrees(np.arctan(tg2tc)/2)
    tp = np.degrees(np.arctan(tg2tp)/2)
    x = s_med + r*np.cos(np.radians(z))
    y = r*np.sin(np.radians(z))
    a = ([s_x,s_x,s_y,s_y,s_x])
    b = ([0,t_xy,-t_xy,0,0])
    # Plot
    text = '\n'.join((
        r'$\sigma_{min} = %.1f~MPa$' % (s_med-r,),
        r'$\sigma_{max} = %.1f~MPa$' % (s_med+r,),
        r'$\tau_{max} = %.1f~MPa$' % (r,),
        r'$\theta_{p} = %.0f^{o}$' % (tp,),
        r'$\theta_{c} = %.0f^{o}$' % (tc,)
    ))
    props = dict(boxstyle='round', facecolor='wheat', alpha=0.5)
    plt.plot(a,b,x,y)
    plt.xlabel(r"$\sigma$", size=18)
    plt.ylabel(r"$\tau$", size=18)
    plt.title("Círculo de Mohr")
    plt.text(s_med-1.6*r,r,text, fontsize=12, verticalalignment='top',␣
↪bbox=props)
    plt.axis("equal")
    plt.show()
```

2.2 Esforços Solicitantes

Na seção S, vista pelo lado direito, temos os seguintes esforços solicitantes:

[4]:
```
mm,N,MPa = sp.symbols("mm,N,MPa")
kN = 1000*N
m = 1000*mm
kPa = 1e-3*MPa
```

2.2.1 Na Seção B

$$\begin{cases} |V_x| & = & 12\ kN \cdot m \\ N_y & = & -15\ kN \cdot m \\ |V_z| & = & 12\ kN \cdot m \\ M_x & = & -12 \times 0,75 & = & -9\ kN \cdot m \\ T_y & = & 0,9 \times 12 & = & 10,8\ kN \cdot m \\ M_z & = & -0,45 \times 15 + 0,75 \times 12 & = & 2,25\ kN \cdot m \end{cases}$$

[5]:
```
t = 6*mm
d = 462*mm
A = np.pi*((d**2)-(d-2*t)**2)/4
I = np.pi*((d**4)-(d-2*t)**4)/64
J = np.pi*((d**4)-(d-2*t)**4)/32
Q = ((d**3)-(d-2*t)**3)/12
display(A,I,J,Q)
```

$$8595.39750022167 mm^2$$

$$223450251.114513 mm^4$$

$$446900502.229025 mm^4$$

$$623844 mm^3$$

[6]:
```
V_x = -12e3*N
P_y = -15e3*N
V_z = -12e3*N
M_x = -9e6*N*mm
T_y = 10.8e6*N*mm
M_z = 2.25e6*N*mm
P = 160*kPa
```

2.3 Ponto a

O ponto a encontra-se no plano xy. Portanto, as tensões são: σ_x, σ_y e τ_{xy}.

$$\begin{cases} \sigma_{x_a} & = & \frac{Pr_i}{t} \\ \sigma_{y_a} & = & \frac{N_y}{A} - \frac{M_x r_e}{I} + \frac{Pr_i}{2t} \\ \tau_{xy_a} & = & \frac{T_y r_e}{J} + \frac{V_x Q}{2It} \end{cases}$$

[7]:
```
sigma_xa = P*(d/2-t)/t
sigma_ya = (P_y/A - M_x*(d/2)/I + P*(d/2-t)/(2*t)).subs(N/mm**2,MPa)
```

```
tau_xya = (T_y*(d/2)/J + V_x*Q/(2*I*t)).subs(N/mm**2,MPa)
display(sigma_xa,sigma_ya,tau_xya)
```

$$6.0MPa$$

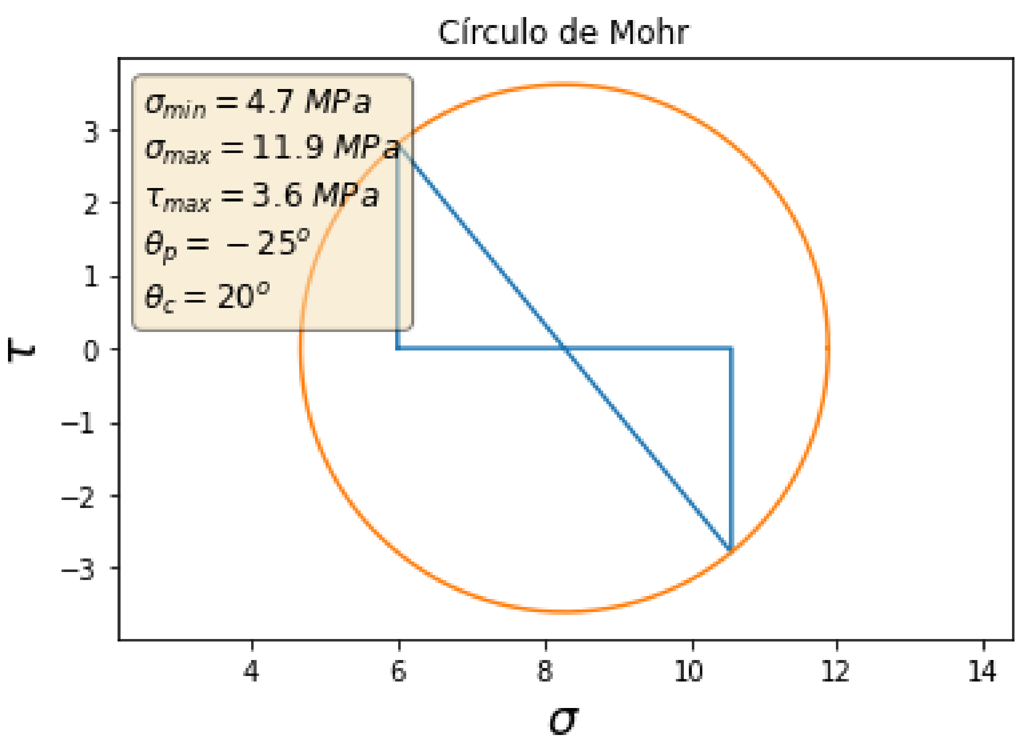
$$10.55896442978MPa$$

$$2.79058088719911MPa$$

Portanto,

$$\begin{cases} \sigma_{x_a} & = & 6\ MPa \\ \sigma_{y_a} & = & 10,56\ MPa \\ \tau_{xy_a} & = & 2,79\ MPa \end{cases}$$

[8]:
```
mohr(float(sigma_xa.subs(MPa,1)),float(sigma_ya.subs(MPa,1)),float(tau_xya.
↪subs(MPa,1)))
```



Como $\sigma_I > 0$ e $\sigma_{II} > 0$, temos $\tau_{max} = \frac{\sigma_I}{2} = 5,95\ MPa$.

2.4 Ponto b

O ponto b encontra-se no plano yz. Portanto, as tensões são: σ_y, σ_z e τ_{yz}.

$$\begin{cases} \sigma_{y_b} & = & \frac{N_y}{A} + \frac{M_z r_e}{I} + \frac{P r_i}{2t} \\ \sigma_{z_b} & = & \frac{P r_i}{t} \\ \tau_{yz_b} & = & -\frac{T_y r_e}{J} + \frac{V_z Q}{2It} \end{cases}$$

[9]:
```
sigma_yb = (P_y/A + M_z*(d/2)/I + P*(d/2-t)/(2*t)).subs(N/mm**2,MPa)
sigma_zb = P*(d/2-t)/t
tau_yzb = (-T_y*(d/2)/J + V_z*Q/(2*I*t)).subs(N/mm**2,MPa)
display(sigma_yb,sigma_zb,tau_yzb)
```

$$3.58090111491295MPa$$

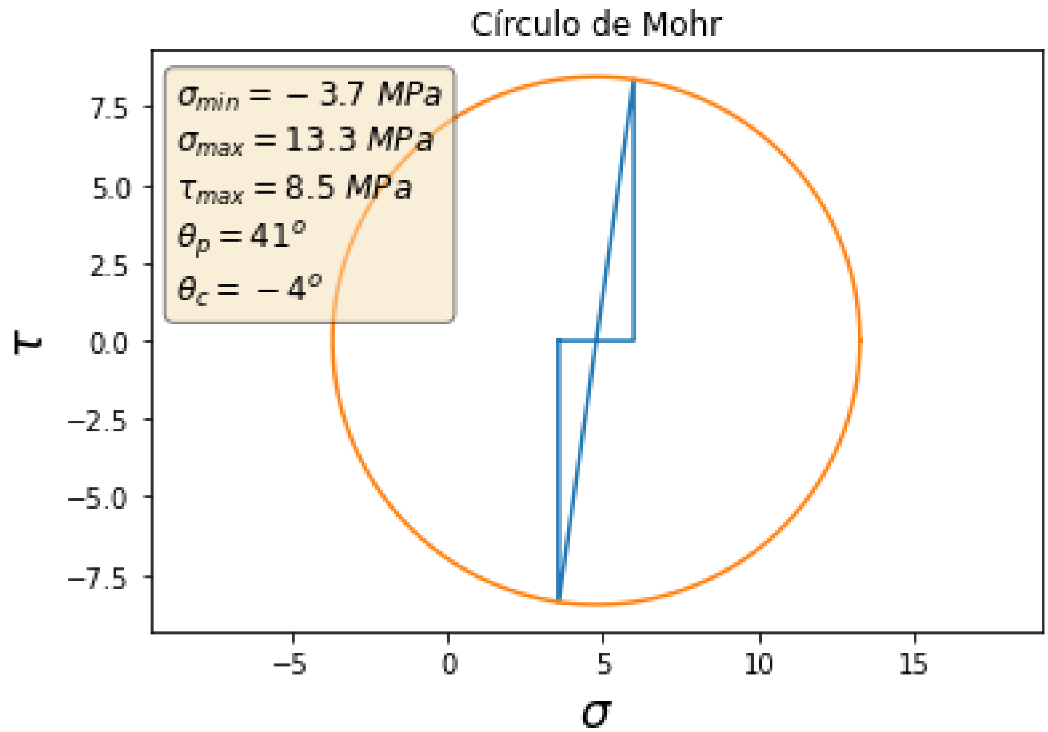
$$6.0MPa$$

$$-8.37432041658809MPa$$

Portanto,

$$\begin{cases} \sigma_{y_b} & = & 3,58\ MPa \\ \sigma_{z_b} & = & 6\ MPa \\ \tau_{yz_b} & = & -8,37\ MPa \end{cases}$$

[10]:
```
mohr(float(sigma_yb.subs(MPa,1)),float(sigma_zb.subs(MPa,1)),float(tau_yzb.
↪subs(MPa,1)))
```



Como $\sigma_I > 0$ e $\sigma_{II} < 0$, temos $\tau_{max} = \frac{\sigma_I - \sigma_{II}}{2} = 8,5\ MPa$.