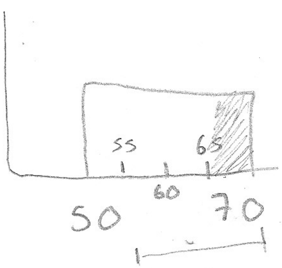
Lista 5

① El tiempo de un Viaje (ida vuelta) de los camiones que transportan concreto hacia una obra de construccion en una carretera esta distribuido uniformemente en un intervalo de 50 a 70 min

¿Probabilidad que la duracion del viaje sea mayor a 65 minutos si se sabe que la duracion del viaje es mayor a 55 mint.

x = Duracion del viaje



$P(x \geq 65) = \frac{1}{b-a}(x_2 - x_1)$ $\quad x \sim U(x,$

$P(x > 65) = \frac{1}{70-55}(70-65)$

$= \frac{1}{15}(5) = \frac{1}{3}$

③ Un Corredor de bienes raices Carga comision fija de $50 mas el 6% a las ganancias de los propietarios. Si la ganancia se distribuye de modo uniforme entre $0 y $2000 obten la dist. de probabilidad de las remuneraciones totales del corredor

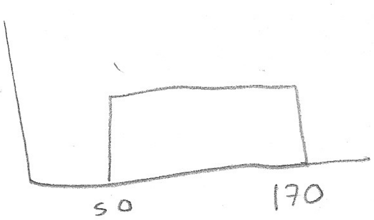
$6\% + 50 = 170$

$2000 \rightarrow 100$

$120 \quad 6\%$

$\frac{1}{6\% + 50 - 50}$

$\frac{2000 - 50}{120 - 50}$



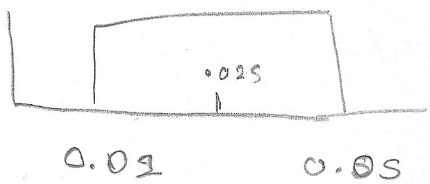
(2)

.01 .05 cm

$V = \frac{4}{3}\pi r^3 - 1.66 \times 10^{-7}$

$E(x) = \frac{b+a}{2}$ $V(x) = \left(\frac{a-b}{12}\right)$

$Va = \frac{4}{3}\pi\left(\frac{.01}{2}\right)^3 = 1.6 \times 10^{-7}$

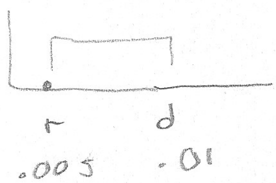


$V(Vol(a)) = \frac{.01 - 1.6\times10^{-7}}{12} = 8.3 \times 10^{-4}$

$Vb = \frac{4}{3}\pi\left(\frac{.05}{2}\right)^3 = 2.08 \times 10^{-5}$

$V(vol(b)) = \left(\frac{.05 - 2.08\times10^{-5}}{12}\right) = 4.16 \times 10^{-3}$

.005



(4) Supongase que 5 estudiantes van a realizar un examen independiente unos de otros y que el numero de minutos de cualquier estudiante necesita para terminar el examen tienen una distribucion Exponencial con media de 80 supongase que el examen empieza a las 9 de la mañana determina la probabilidad de que al menos uno de los estudiantes termine el examen antes de los diez menos 20 de la monana

x terminar antes 40 min

$x \sim Exp(x, B = \frac{1}{80})$ $= 1 - e^{-B(x)}$

$P(x \leq 40) = 1 - e^{-\frac{1}{80}(40)}$ $= .3934$

Probabilidad que terminen ~~me~~ antes de 40 min

x = terminen

$x \sim bin(x, p = .3934)$

$P(x \geq 1) = 1 - P(x = 0)$

$= 1 - \binom{5}{0}(.3934)(1 - 3934)^5$

$1 - .08293 = .9178$

(5) El tiempo requerido para que el individuo sea atendido en una Cafeteria es una v.a que tiene distribución Exponencial con media de 4 minutos

¿Probabilidad de que una persona sea atendido?

a) ¿menos de 3 min.

$X =$ ser atendido

$X \sim Exp(x, \lambda = 4)$

$E(x) = \frac{1}{4}$

$P(X > 3) = 1 - P(X = 3)$

$= 1 - e^{-\frac{1}{4}(3)} = .5276$

b) en menos 3 mint. en almenos 4 dias de los sig 6 dias

$X \sim bin(x, p = .5276, q = 1 - .5276)$

$P(X \geq 4) = P(x=4) + P(x=5) + P(x=6)$

$= \binom{6}{4}(.5276)^4(1-.5276)^2 = .25937$

$\binom{6}{5}(.5276)^5(1-.5276) \quad .1158$

$\binom{6}{6}(.5276)^6(1.5276)^0 \quad .0215$

$= .3967$

(6) un fabricante de un monitor de television garantiza el tubo de imagen por un año (8679 hrs) La vida media de los tubos es 20,000 hrs y siguen una densidad de tiempo Exponencial. el costo de Produccion es \$300 y este se vende en \$400 Cuesta \$150 reemplazar el tubo fallado incluyendo materiales El fabricante no tiene obligacion de sust. el tubo si ya se ha hubido una sustitucion

¿Cual es la utilidad esperada del fabricante?

(6)

x = horas del tubo trancorridos

$x \sim Exp(x, \beta = \frac{1}{20000}$

35493
6450

$P(x \leq 8678) = 1 - e^{-\frac{1}{20000}(8678)} = .3549$

$P(x \geq 8679) = 1 - P(x < 8679) = 1 - (1 - e^{-\frac{1}{20000}(8678)}) =$

$= .6450$

$U(x) = (400 - 300) P(x \geq 8679) - 50 \, P(x \leq 8678)$

$= 100(.6450) - 50(.3549) = \underline{47.1}$

(7) El tiempo Y que tarda en realizarse cierta tarea Clave en la construccion de una casa es una v.a que tiene una distribucion exponencial con media de 10 hrs El costo C para completar esta tarea esta relacionado con el cuadrado del tiempo que tarda en completarse mediante la formula $C = 100 + 40Y + 3Y^2$ encontrar valor esperado

Y = tiempo que tarda

$\beta = \frac{1}{10}$ Media

$Y \sim Exp(x, \frac{1}{10})$

$E(Y) = \frac{1}{\beta}$

$E(C(Y)) = 100 + 40E(Y) + 3E(Y^2)$

$= 100 + 40\left(\frac{1}{\beta}\right) + 3\left(\frac{1}{\beta^2}\right)$

$= 100 + 40\left(\frac{1}{\frac{1}{10}}\right) + 3\left(\frac{2}{\frac{1}{100}}\right)$

$= 100 + 40(10) + 3(200) = 1100$

8 se encontro que los intervalos de tiempo transcurrido entre 2 accidentes de aviacion en el caso de todos los accidentes con victimas ocurridos en vuelo de pasajeros en el interior de estados unidos entre 1949 y 1961, tienen aproximadamente una distribucion Exponencial con media de 44 dias

a) si uno de los accidentes ocurrió el 1 de julio, ¿Probabilidad que otro ocurra el mismo mes

$B = \frac{1}{44}$ $\qquad$ X = Ocurra un accidente

$x \sim Exp(x, \frac{1}{44})$

$$P(X>31) = 1 - P(X=31)$$

$$1-\left(1-e^{-\frac{1}{44}(31)}\right) = .494333$$

b) Cual es la varianza de los intervalos de tiempo entre dos acciones para los años mencionados

$$V(x) = \frac{1}{B^2} = \frac{1}{\frac{1}{(44)^2}} = \frac{(44)^2}{1} = 1936$$

9 Supon que el tiempo empleado por un estudiante seleccionado al azar que utiliza una terminal conectada a un centro local de computo de tiempo compartido, tienen una distribucion gamma con media de 20 min y varianza de 80 minutos

a) ¿cuales son los valores de α y B?

9) a)

$\mu = E(x) = \frac{\alpha}{\beta} = 20$

$\sigma^2 = V(x) = \frac{\alpha}{\beta^2} = 80$

Varianza 1

$80 = \frac{\alpha}{\beta^2}$

Esperanza 2

$20 = \frac{\alpha}{\beta}$

Resolvi por metodo de sustitucion

del 1 despejar α

$80\beta^2 = \alpha$ -- (1')

sust (1') en (2)

$20 = \frac{80\beta^{\cancel{2}}}{\cancel{\beta}}$

$B = \frac{20}{80} = \frac{1}{4}$ sust B en (2)

$20 = \frac{\alpha}{\frac{1}{4}} = 4\alpha$

$\frac{20}{4} = 5, \quad \alpha = 5$

b) Cuales la probab que un estudiante utilize la terminal por lo menos 24 min

x = estudiante utilize terminal

$x \sim G(x, \alpha = 5, \beta = \frac{1}{4})$

$P(x > 24) = 1 - P(x = 24)$

$1 - \int_{1}^{24} \frac{(\frac{1}{4})^5}{24} x^4 e^{-\frac{1}{4}x} = .285$

(10) los tiempos de respuesta para una terminal en line tienen distribuccion gamma con media de 4s y varianza de $8s^2$ ¿obten fcn de densidad para los tiempos de respuesta

x = tiempo de Respuesta

$= V(x) = 8 = \frac{\alpha}{B}$

$\mu = E(\alpha) = 4 = \frac{\alpha}{\beta^2}$

$\alpha = \beta 8$

$4 = \frac{\cancel{\beta} 8}{\beta^{\cancel{2}}}$, $B = 2$

$$\begin{cases} = \frac{(2)^{16}}{15!} x^{15} e^{-\beta(x)} & x > 0 \\ 0 & \text{en cualquier otro caso} \end{cases}$$

$\alpha = 16$

(11) los ingresos anuales de los jefes de fam de cierta seccion tienen distribucion gama $\alpha = 1000$ $\beta = \frac{1}{2}$ Determinar media y varianza

$x \sim G(x, \alpha = 1000, \beta = \frac{1}{2})$

$E(x) = \mu = \frac{\alpha}{\beta} = \frac{1000}{\frac{1}{2}} = 2000$

$V(x) = \frac{\alpha}{\beta^2} = \frac{1000}{(\frac{1}{2})^2} = 4000$