

- ① una partícula se mueve de tal forma que en el instante t , la distancia está dada por $s(t) = t^3 - 2t$ en que momento la aceleración $a = 5$?

$$s'(t) = 3t^2 - 2$$

$$s''(t) = 6t$$

$$a = 5 = 6t, \quad a = 6t + 5 //$$

- ② un obj se mueve sobre una línea recta con una velocidad dada por $v(t) = 4t^3$ encontrar aceleración $t = 2$

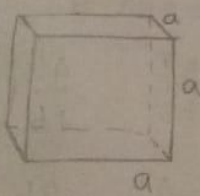
$$v(t) = 4t^3$$

$$v'(t) = 12t^2 \rightarrow \text{Sol General}$$

$$v'(2) = 12(2)^2 = 48 \rightarrow \text{sol. Particular}$$

- ③ Un cubo se expande de tal forma que su arista cambia a razón de 5 pulg/seg, Cuando su arista es de 4 pulg encontrar razón de cambio de su volumen

$$\text{Como } V = L \times h$$



$$V = a \times a \times a$$

$$\frac{da}{dt} = \frac{5 \text{ pulg}}{\text{seg}} \quad \frac{dV}{dt} = ? \text{ cuando } a = 4 \text{ pulg}$$

$$\frac{dV}{dt} = \frac{dV}{da} \cdot \frac{da}{dt} = \frac{d(a^3)}{da} \cdot \frac{da}{dt}$$

$$\frac{dV}{dt} = 5 \frac{dV}{da} = 5 \frac{d(a^3)}{da} \cdot \frac{da}{dt} = 5 \cdot 3a^2$$

$$\text{Cuando } a = 4$$

$$\frac{dV}{dt} = 5(3)(4)^2 = 240 //$$

- ④ Una esfera crece de tal forma que su radio cambia a razón de 1 pul/seg. ¿que vel. cambia su volumen cuando su radio es 3 pul?



$$\frac{da}{dt} = 1 \text{ pul}$$

$$\frac{dv}{dt} = ? \text{ cuando } a = 4$$

$$\frac{dv}{dt} = \frac{dv}{da} \cdot \frac{da}{dt} = \left(\frac{dv}{da} \right) \cdot \frac{da}{dt}$$

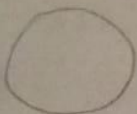
$$V = \frac{4}{3} \pi r^3$$

$$\frac{dv}{dt} = 1 \frac{d(\frac{4}{3} \pi r^3)}{dr} = 1 \left(\frac{4}{3} \pi r^2 \right)$$

$$r = 3 \text{ pul}$$

$$= 4 \pi / 3 = 36 \pi$$

- ⑤ ¿Cual es la razón de cambio del área del círculo con respecto a su diámetro, a su circunferencia?



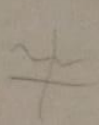
$$\text{Circunferencia} = \text{Diametro}(\pi)$$

$$\text{diametro} = 2r$$

$$A = \pi r^2$$

$$\frac{dA}{dt} = \frac{dA}{dr}$$

- 6) Un Pto. se mueve a lo largo de la grafica $y = \frac{1}{x^2+4}$ de tal forma que su abscisa cambia a razón de 3 u.m. ¿Cuál es la razón de cambio de su ordenada cuando $x = 2$?



$$\frac{dx}{dt} = 3$$

$$\frac{dy}{dt} = ?$$

$$x = 2$$

Derivando mi función

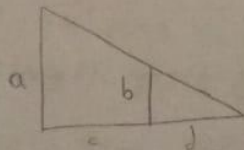
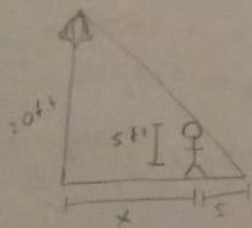
$$\frac{dy}{dt} = \frac{d(\frac{1}{x^2+4})}{dt} = \frac{dy}{dt} = \frac{d}{d(x^2+4)}$$

$$\frac{dy}{dt} = (x^2+4)^{-1} = -\frac{2x}{(x^2+4)^2} \cdot \frac{dx}{dt}$$

Sustituyendo x

$$-\frac{4}{(4+4)^2} (3) = -\frac{12}{64} = -\frac{3}{16}$$

- 7) En lo alto de un farol brilla una luz a 20ft del Suelo, una mujer con estatura de 5ft se aleja caminando desde el farol, encontrar la razón que aumenta su sombra si se aleja a 4ft - segundos



$$\frac{20}{5} = \frac{x+s}{s}$$

$$20d = s(x+s)$$

$$15s = sx$$

$$s = \frac{sx}{15}$$

$$s = \frac{1}{3}x$$

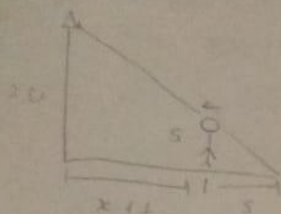
$$\frac{ds}{dt} = \frac{ds}{dx} \cdot \frac{dx}{dt} = \frac{ds}{dx} \cdot \frac{dx}{dt}$$

$$= 4 \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{3}x \right) = 4 \left(\frac{1}{3} \right) = \frac{4}{3} \text{ ft/seg}$$

- 8) Si en el ejercicio anterior la mujer camina hacia la luz encuentre la razón a la que su sombra decrece.

Si camina a razón de $5 \frac{ft}{seg}$

$$\frac{ds}{dt} = ?$$



$$\frac{dx}{dt} = -5 \frac{ft}{seg}$$

$$\frac{20}{s} = \frac{x+1}{s}$$

$$20s = s(x+1)$$

$$15s = sx$$

$$s = \frac{1}{3}x$$

$$\frac{ds}{dt} = \frac{ds}{dx} \cdot \frac{dx}{dt}$$

$$= \frac{dx}{dt} \cdot \frac{ds}{dx} = -5 \left(\frac{1}{3} \right) = -\frac{5}{3} \frac{ft}{seg}$$

- 9) La longitud del lado del cuadrado aumenta a razón de $3 \frac{pul}{seg}$ encontrar la $\frac{dA}{dt}$ cuando el lado tiene 15 pul de longitud

$$\frac{dL}{dt} = 3 \frac{pul}{seg} \quad \frac{dA}{dt} = ? \quad A = L^2$$

$$\frac{dA}{dt} = \frac{dA}{dL} \cdot \frac{dL}{dt} = \frac{dA}{dL} \cdot \frac{dL^2}{dt} = 3 \left(\frac{dL^2}{dL} \right)$$

$$\frac{dA}{dt} = 3 \cdot 2L \rightarrow \text{Sol General}$$

Evaluar cuando el lado tiene 15 pul

$$\frac{dA}{dt} = 6(15) = 90 \frac{pul}{seg}$$

- 11) una infección viral se propaga en cierta población de manera tal que $v(t) = 130t + 10t^2$ personas contraen el virus en t semanas. A qué vel se propaga el contagio al final de la 4ta semana

$$v'(t) = 130 + 20t \rightarrow \text{Evaluar en } t=4$$

$$v'(4) = 130 + 20(4) = 210 \text{ personas}$$

- 12) el costo de producir x celulares es $C(x) = 5x + 1000$ usd y el ingreso por x artefactos es $R(x) = -1x^2 + 30x$ dolares. Encuentre el beneficio marginal cuando la producción esta a un nivel de 500 celulares

$$C(500) = 5(500) + 1000 = 3500$$

y el ingreso por artefacto

$$R(500) = -1(500)^2 + 30(500) = 40000$$

$$\text{Costo Marginal} = R(x) - C(x)$$

$$= 40,000 - 3500 = \underline{36500}$$

- 13) Una inyección de x gramos de cierta droga resulta en una disminución de la presión sanguínea $D(x) = .5x^3 - 4x$ mmHg de mercurio encuentre la sensibilidad a 4 gramos de esta droga

$$D(4) = .5(4)^3 - 4(4) = 20 \text{ mililitro de mercurio}$$

1.4) Graficar las sig. funciones

$$\textcircled{2} f(x) = 4x^5 - 25x^4 + 40x^3 \\ x^3(4x^2 - 25x + 40)$$

Cortes en x

$$x_1 = 0, x_2 = 0, x_3 = 0$$

corte en y

$$f(0) = 0 \quad \text{corte en } y = 0$$

Ptos. crit. cos

$$f'(x) = 20x^4 - 100x^3 + 120x^2$$

$$x_1 = 0, x_2 = 2, x_3 = 3$$

Evaluar en $f''(x)$

$$f''(x) = 80x^3 - 300x^2 + 240x$$

$$f''(0) = 0$$

$$f''(2) = 80(2)^3 - 300(2)^2 + 240(2) = -80$$

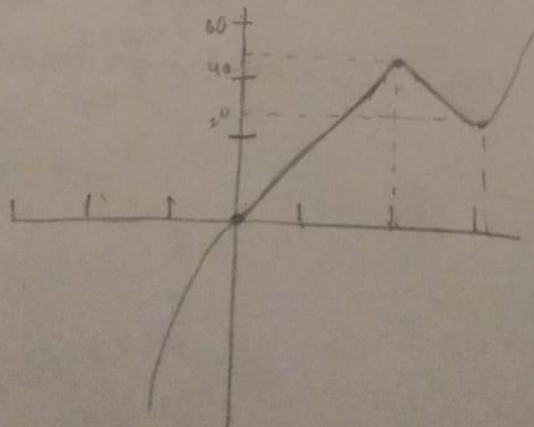
$$f''(3) = 80(3)^3 - 300(3)^2 + 240(3) = 180$$

Evaluar en fun. original

$$f(0) = 0 \quad (0, 0)$$

$$f(2) = 4(2)^5 - 25(2)^4 + 40(2)^3 = 48 \quad (2, 48)$$

$$f(3) = 4(3)^5 - 25(3)^4 + 40(3)^3 = 27$$



$$\textcircled{2} f(x) = \frac{1}{x}$$

Corte en x

No hay

Corte en y

$$f(0) = 0$$

$$f'(x) = x' = -\frac{1}{x^2}$$

Ptos críticos

no hay

No hay ptos críticos

$$\textcircled{3} f(x) = x^4 - 4x^3 - 8x^2 + 60$$

Cortes en x

$$x = 2.244, \quad x_2 = 5.1156$$

Corte en y

$$f(0) = 60$$

Ptos críticos

$$f'(x) = 4x^3 - 12x^2 - 16x$$

$$x = 0, \quad x_2 = -1, \quad x_3 = 4$$

$$f''(x) = 12x^2 - 24x - 16$$

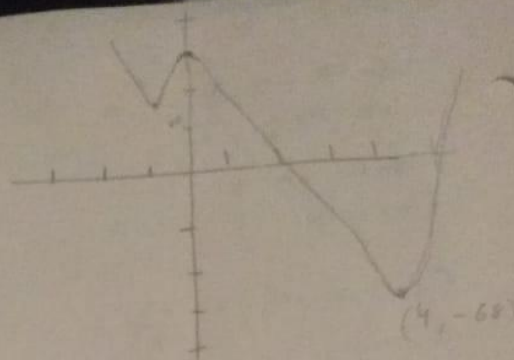
$$f''(0) = -16$$

$$f''(-1) = 12(-1)^2 - 24(-1) - 16 = 20$$

$$f''(4) = 80$$

Evaluación original

$$\begin{aligned} f(0) &= 60 & 0,60 \\ f(-1) &= 57 & ,57 \\ f(4) &= -68 & 4,68 \end{aligned}$$



④ $f(x) = -3x^3 + 8x^2 - 10$

Cortes en x

$$x_1 = 1.369 \quad x_2 = 2.43$$

Corte en y

$$f(0) = -10$$

Ptos críticos

$$f'(x) = -12x^2 + 24x^2 = -x^3 + 24x^2$$

$$12x^2(x+2) \quad \begin{aligned} x_1 &= 0 \\ x_2 &= 2 \end{aligned}$$

$$f''(x) = -3x^2 + 4x$$

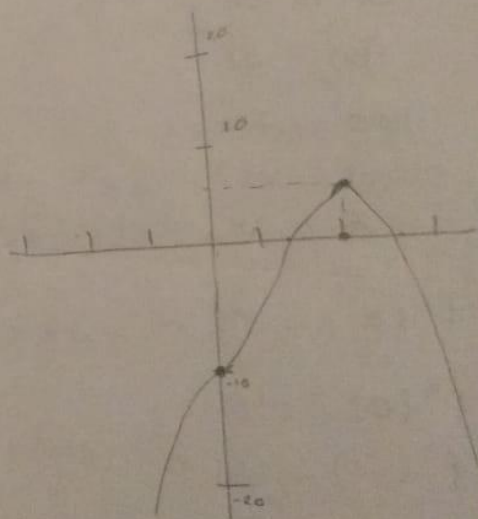
$$f''(0) = 0$$

$$f''(2) = -4$$

Evaluar en $f(x)$

$$f(0) = -10$$

$$f(2) = 6$$



9) $x^3 - 8x^2 + 18x - 10$

cortes en x

$x_1 = .93 \quad x_2 = -6.6$

corte en y

$f(0) = -10$

Ptos. críticos

$f'(x) = 4x^2 - 24x + 36$

$x^3 - 6x^2 + 9x = x(x^2 - 6x + 9)$

$(x-3)(x-3)$

$x_1 = 0$

$x_2 = 3$

$f''(x) = 3x^2 - 12x + 9$

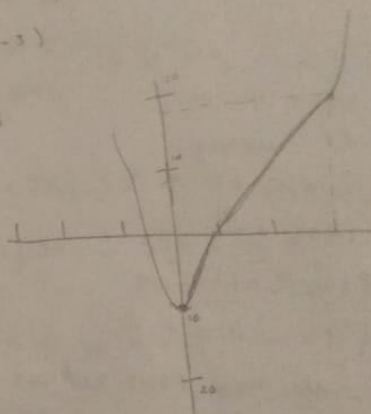
$f''(0) = 9$

$f''(3) = 0$

Evaluar fun original

$f(0) = -10$

$f(3) = 17$



10) $x \ln x$

Puntos en x

$x_1 = 1$

cortes en y

$f(0) = 0$

Ptos. críticos

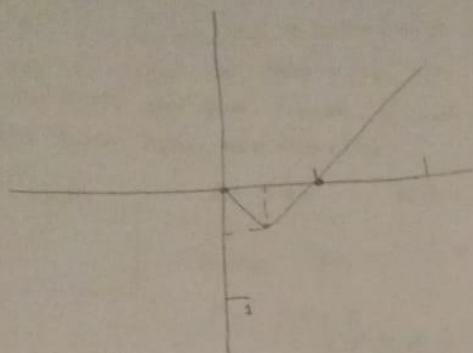
$f'(x) = \ln(x) + 1$

$x = \frac{1}{e}$

$f''(x) = \frac{1}{x}$

$f''(\frac{1}{e}) = \frac{1}{\frac{1}{e}} = 2.71$

$f(\frac{1}{e}) = \frac{1}{e} \ln \frac{1}{e} = -.36$



⑪ $f(x) = x^2 + \ln x$

ptas en x

$x_1 = \text{no hay}$

Conte en y

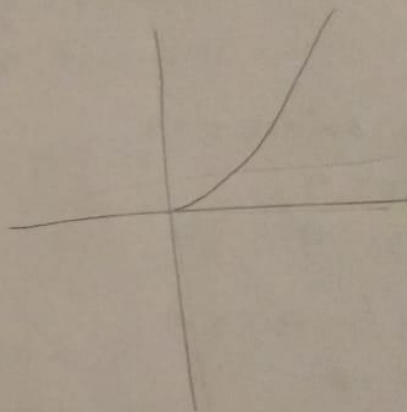
$f(0) = 0$

Ptas Criticas

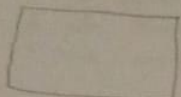
$f'(x) = 2x + \frac{1}{x}$

No hay ptas Criticas

Significa que no hay
maximos ni minimo



- 17) El Sr. Tomas va a construir un jardín rectangular con un área de 400 pies² si por la barda cobran .30 centavos por pie lineal ¿cual es la mínima cantidad que le costara bardarlo?



$$A = B \times h \quad 400 = B \times h$$

$$\text{Costo} = \text{Perimetro} \times .30$$

$$P = 2B + 2h$$

$$\text{Costo} = (2B + 2h) \cdot .30$$

↓ nos queda en fun de 2 variables

$$A = B \times h, \quad 400 = B \times h$$

$$B = \frac{400}{h}$$

$$\text{costo} = \left(2\left(\frac{400}{h}\right) + 2h \right) \cdot .30$$

$$C = \left(\frac{800}{h} + 2h \right) .30 = \frac{240}{h} + \frac{3}{5}h$$

$$C(b)' = -\frac{240}{h^2} + \frac{3}{5} (sh^2), \quad = -1200 + 3h^2$$

$$3h^2 = 1200$$

$$h^2 = 400$$

$$h = \pm 20$$

$$C(20) = \left(\frac{800}{20} + 2(20) \right) .30 = 24 \rightarrow \text{es la min. Cantidad}$$

16) La compañía de reproductores "El Pirata" produce un max de 30 videos semanales. Se estima que pueden vender n videos a p precios donde $p = 120 - 2n$. El costo de producir n videos es $500 + 8n + n^2$. Cuantos videos deberian vender para maximizar la utilidad?

$$G = \text{Egreso} - \text{Gasto}$$

$$= (\# \text{ productos} \times \text{Precio}) - \text{costo}$$

$$G = n(120 - 2n) - n^2 - 8n - 500 = -3n^2 + 112n - 500$$

$$G'(n) = -6n + 112$$

$$G''(n) = -6$$

↙ ES MAXIMO

$$n = \frac{112}{6} \approx 18.6 \approx 19$$

$$G(19) = -3(19)^2 + 112(19) - 500 = 545$$

18) Un cultivador planta 20 naranjos. Cada arbol da 360 naranjos. Por cada arbol adicional que pase de 20 cada arbol dara 15 menos cuantos arboles debera cosechar

$$\text{cosecha} = \text{arbol} \times \# \text{ naranjos}$$

$$\text{cosecha} = 20 + n(360 - 15(n)) = 7200 + 360n - 300n - 15n^2$$

$$= -15n^2 + 60n + 7200$$

$$C'(n) = -30n + 60, \quad n = \frac{-60}{-30} = 2$$

$$C''(n) = -30$$

↙ ES UN MAX

19

Datos

4000 albos

-10 si se venden

2000 albos

2 por producción

5000 cestas (+) 5

$$P = G - \text{costo} + C$$

$$P = (\text{albos} \times \text{precio}) - (2 \times \text{albos} + C(\text{v/u}))$$

$$P = [4000 + 200 \times (5.05 - 10\pi)] - 2(4000 + 200\pi) - 5000$$

$$P = -20\pi^2 + 610\pi + 2040 - 8000 - 400\pi - 5000$$

$$P = -20\pi^2 + 210\pi + 12200$$

$$P'(\pi) = -40\pi + 210$$

$$x = \frac{21}{40} = 5.25$$

$$P''(\pi) = -40$$

$$P(5.25) = -20x^2 + 210x + 12200 = 12751.25$$

$$5.05 - 10(5.25) = 4.25$$

20

5000 localidades

120 asciento

40,000 localidades

150 asciento

1500000

6 x boleto vendido

$$U_M = \text{ganancia} - G_{\text{costo}}$$

$$U_M = [50,000 - 10000(1\pi)](120 + 50\pi) - [6(1500000\pi)]$$

$$= 300000x^2 + 299820x + 4560000$$

$$U_M(x) = -600000\pi + 299820$$

$$x = \frac{4997}{10000} = .4997$$

$$U_M''(x) = -6000$$

$$\text{Max} = .4997$$

$$U_M(.4997) = 45749 \times 10^6$$

(21)

$$22 \text{ días } N(t) = 288 + 30t^2 - t^3$$

$$t \text{ días } N'(t) = 60t - 3t^2$$

$$-3t^2 + 60t = 0$$

$$t_1 = 20, t_2 = 0$$

$$N''(t) = 60 - 6t$$

$$N(0) = 288$$

$$N''(20) = -60$$

$\checkmark \text{ max}$

20 días es el máximo

(22)

$$f(x) = 54t - 0.09t^3$$

Puntos críticos

$$f'(x) = 54 - 0.27t^2$$

$$t = \pm 14.14$$

como no puede trabajar

-14 horas

entonces la máxima

Producción son 14 hr

(23)

$$U(r) = Kr^2(ro - r)$$

$$U'(r) = r[2(ro + r) - Kr]$$

$$0 = r[2(ro + r) - Kr], r = 2(ro + r) - Kr = 0$$

$$r = \frac{2ro}{K-2}$$

si $r = 0$ paciente no tase

$$U''(r) = 4r - 2Kr + 2ro$$

$$U''\left(\frac{2ro}{K-2}\right) = 4\left(\frac{2ro}{K-2}\right) - 2K\left(\frac{2ro}{K-2}\right) + 2ro = -2ro$$

$$\text{la máxima es } r = \frac{2ro}{K-2}$$

(24)

Dinero = (niños) costo

costo = $95 + 5x$, niños $25 - x$

$$D(x) = (25 - x)(95 + 5x)$$

$$= -5x^2 + 30x + 2375$$

$$D'(x) = 30 - 10x$$

$$x = \frac{30}{10} = 3$$

$$D''(x) = -10 \rightarrow \text{es máximo}$$

$$D(3) = (95 + 5(3))(25 - 3) = \underline{2420}$$