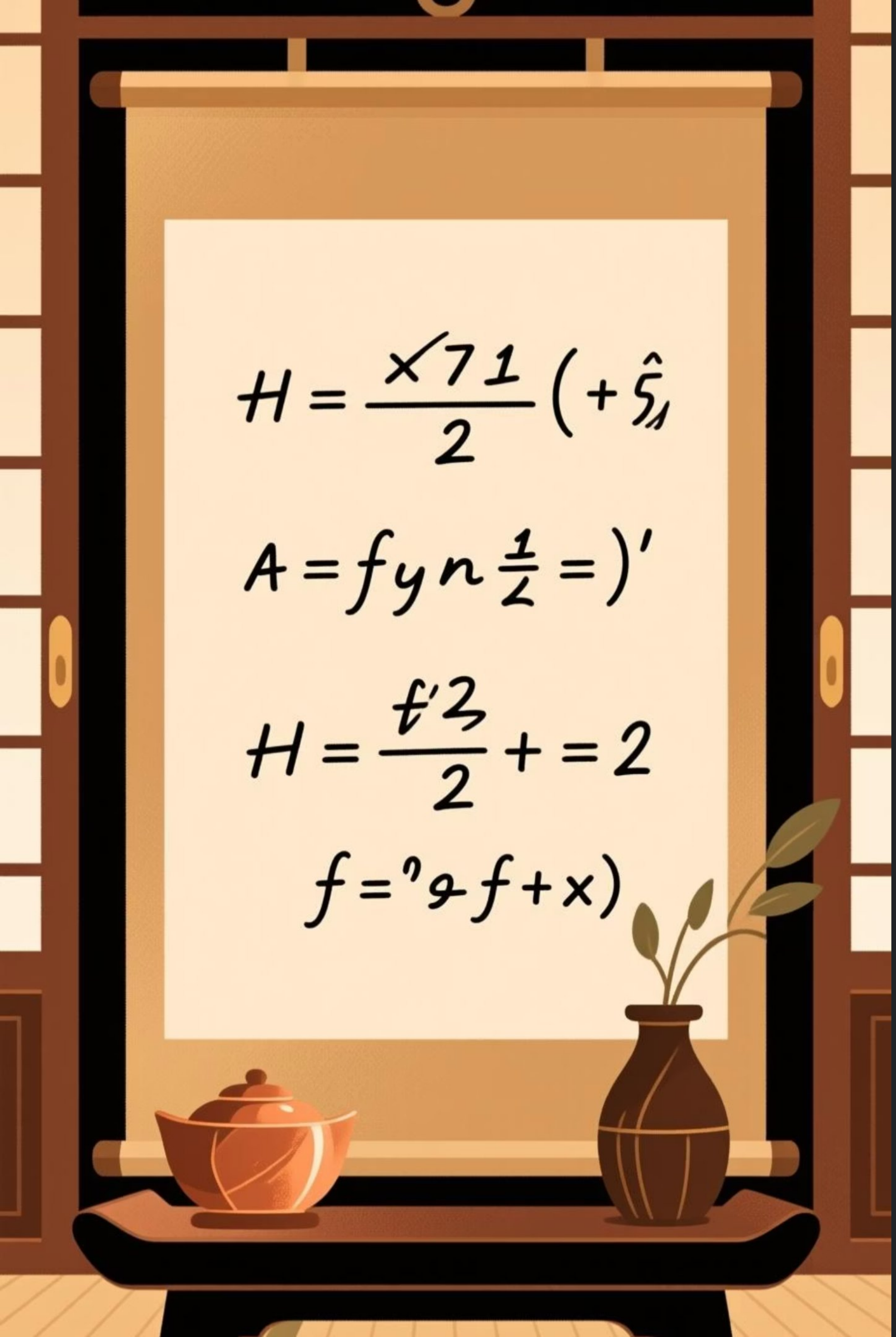


Leyes Lógicas y Reglas de Inferencia

Una presentación clara y accesible para entender los fundamentos de la lógica proposicional. ¡Comencemos nuestro viaje!

POR: Noelia Bustán

¿Qué son las leyes de las proposiciones?

Definición Fundamental

Las **Leyes de las proposiciones** nos ayudan a **simplificar** proposiciones largas para escribirlas de manera más sencilla, pero que signifiquen lo mismo.

Ley de Doble Negación: El Reafirmante

Fórmula Lógica

NO (NO P) ≡ P

En Palabras Simples

Negar dos veces una proposición nos regresa a la proposición original. Es como dar dos pasos hacia atrás para volver a tu posición original.

Aplicación Práctica

Esta ley nos permite simplificar expresiones al eliminar la doble negación, haciendo los argumentos más directos y fáciles de seguir.

> Ejemplo: "No es cierto que no estudié." Significa: "Sí estudié."
>
> $\neg(\neg P) = P$

Ley de Idempotencia: La Repetición Innecesaria

Cuando repetimos la misma proposición usando una conjunción ∧ (Y) o una disyunción ∨ (O) queda igual.

1

Conjunción (Y)

$$P \land P \equiv P$$

Si afirmas algo dos veces con 'Y',
el resultado es lo mismo que si lo afirmaras una sola vez.

2

Disyunción (O)

$$P \lor P \equiv P$$

Si ofreces algo dos veces con 'O',
el valor de la declaración sigue siendo el mismo.

La verdad no se vuelve "más verdadera" por repetirla. Es un principio de economía lógica.

Ley del Tercio Excluido y No Contradicción

Estas dos leyes fundamentales definen cómo evaluamos las proposiciones (Verdadero o Falso).

100%

0%

El Tercio Excluido

$$P \vee \neg P \equiv V$$

Cuando juntamos una proposición y su negación con disyunción da verdadero

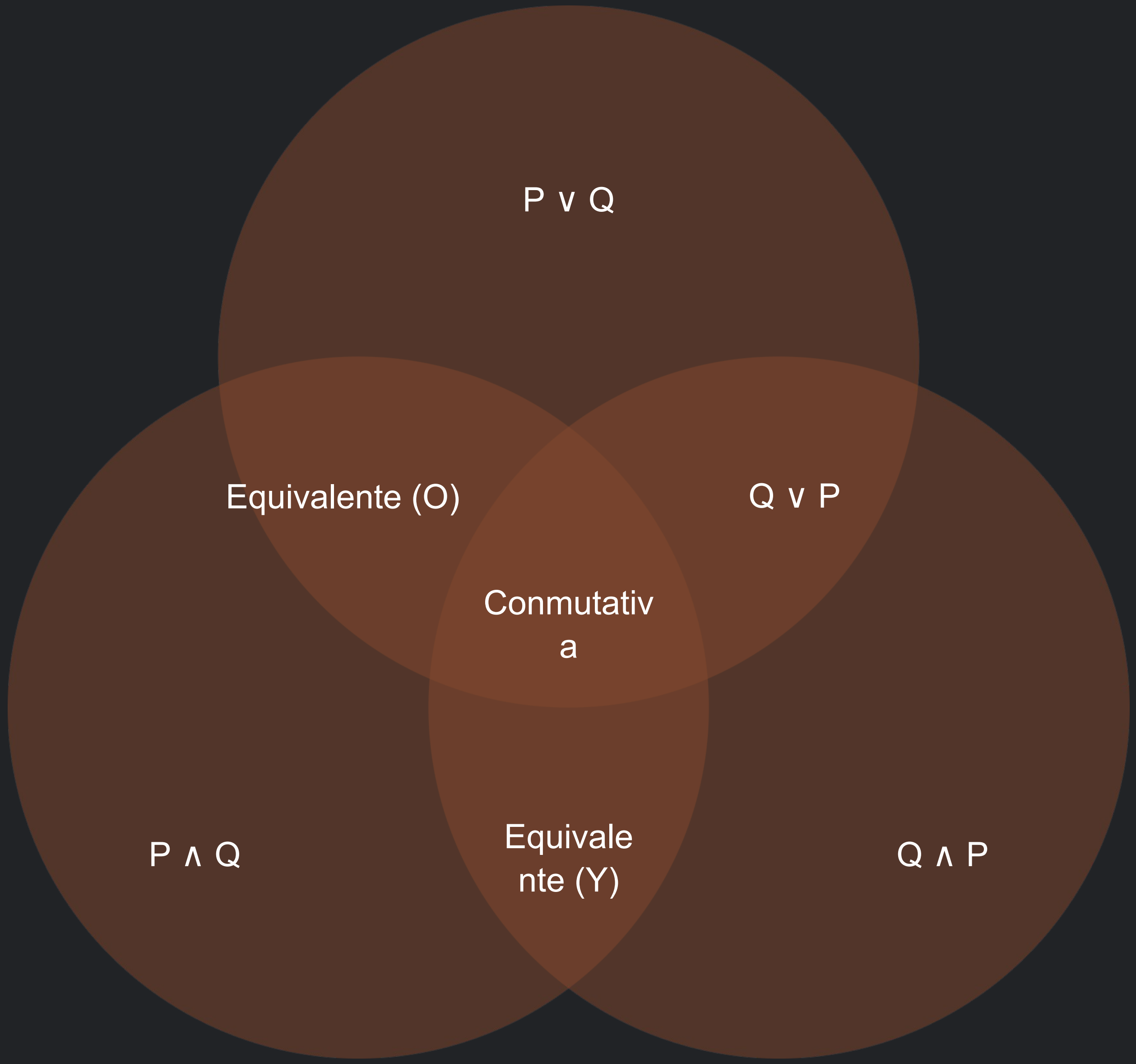
La No Contradicción

$$P \wedge \neg P \equiv F$$

Cuando juntamos una proposición y su negación con la conjunción da falso

Ley Conmutativa: El Orden de los Factores Lógicos

La ley conmutativa nos dice que, tanto en la conjunción (Y) como en la disyunción (O), el orden en que se colocan las proposiciones no altera el resultado final.



Conjunción (Y) $P \wedge Q \equiv Q \wedge P$

Disyunción (O) $P \vee Q \equiv Q \vee P$

Ley Asociativa: Agrupando Proposiciones

Cuando trabajamos con el mismo operador lógico (solo 'Y' o solo 'O'),
la ley asociativa nos permite reorganizar los paréntesis sin cambiar el significado o el valor de la expresión.

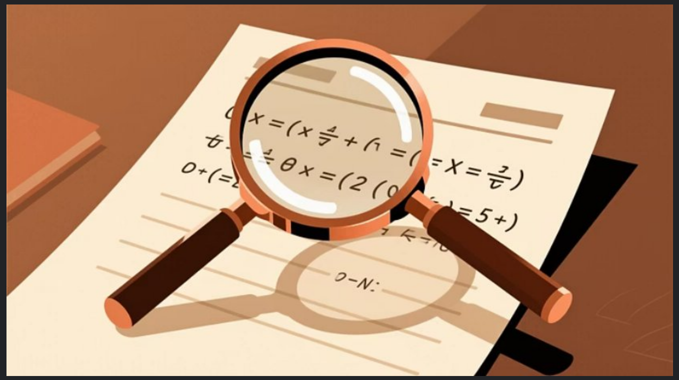
> $(P \land Q) \land R = P \land (Q \land R)$

Esto simplifica el manejo de largas cadenas de proposiciones, ya que el agrupamiento carece de importancia.

La ley se aplica de forma idéntica a la disyunción (O): (P o Q) o R = P o (Q o R)

Ley Distributiva: La Fusión de Operadores

Permite que una operación se "distribuya" sobre la otra, similar a cómo funciona la multiplicación en matemáticas.



La conjunción (Y) se distribuye sobre la disyunción (O):

> $P \wedge (Q \vee R) = (P \wedge Q) \vee (P \wedge R)$

"La letra de afuera se reparte con las dos de adentro"

Leyes de De Morgan: Negando Compuestos

Estas leyes son fundamentales para negar expresiones complejas. Cuando niegas ∧ se convierte en ∨. Cuando niegas ∨ se convierte en ∧.

1. Negación de la Conjunción

$$\neg(P \land Q) \equiv \neg P \lor \neg Q$$

Negar que ambas cosas son verdad, equivale a decir que al menos una de ellas es falsa.

2. Negación de la Disyunción (NO O)

$$\neg(P \lor Q) \equiv \neg P \land \neg Q$$

Negar que al menos una cosa es verdad, equivale a decir que ambas son falsas.

La Ley Condicional: De Implicación a Disyunción

Convierte una proposición con → (entonces), en una expresión con ∨ (o).

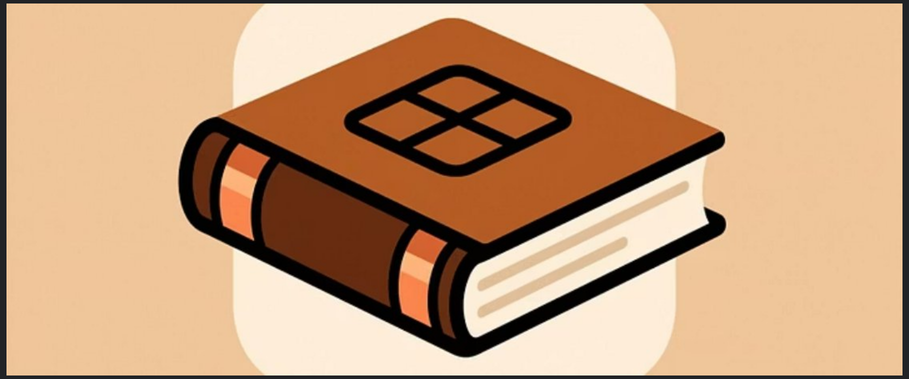
Fórmula Esencial

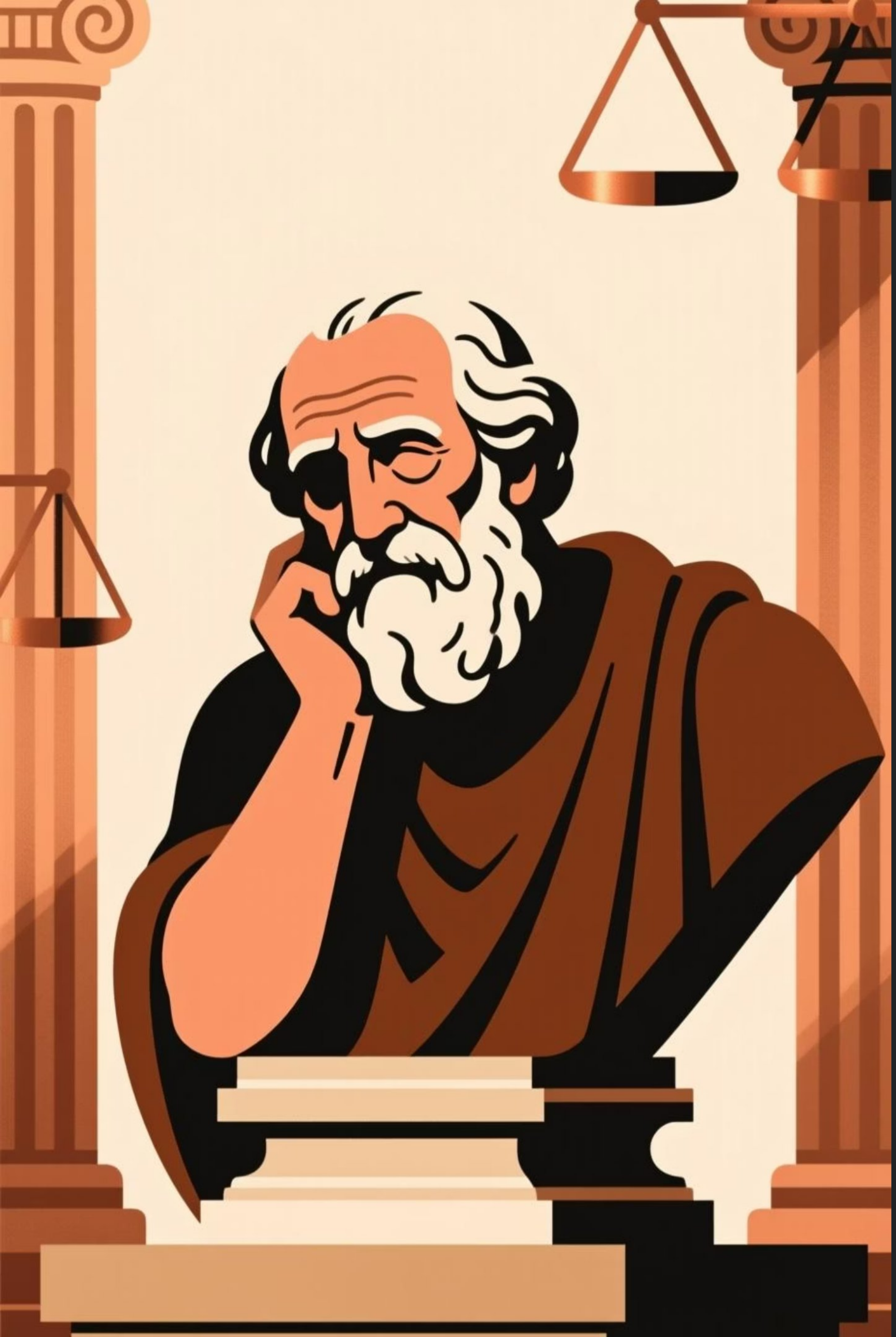
$$P \to Q \equiv \neg P \vee Q$$

La expresión "Si P, entonces Q"
es lógicamente equivalente a decir "NO P o Q".

Entendiendo la Equivalencia

1. Niegas la primera proposición.
2. Cambias el → por el ∨.
3. Copias la segunda proposición.





Ley Bicondicional

1. La Ley Bicondicional

La bicondicional (**si y solo si**) es lo mismo que dos condicionales juntas unidas con la conjunción o la disyunción.

Fórmula Clave

$$P \leftrightarrow Q \equiv (P \rightarrow Q) \land (Q \rightarrow P)$$

Ley de Absorción:

Esta ley nos permite simplificar expresiones disyuntivas o conjuntivas, "absorbiendo" una proposición dentro de la otra cuando existe una repetición.

Fórmula General (Disyunción)

$$P \lor (P \land Q) \equiv P$$

Si afirmamos **P**, la disyunción con una conjunción que incluye **P** (como P y Q) es redundante. El resultado es simplemente **P**.

P: "El cielo es azul."

Q: "Hace calor."

P ∨ (P ∧ Q): "El cielo es azul O (el cielo es azul Y hace calor)."

Resultado: "El cielo es azul." (P)

Reglas de Inferencia

Las Reglas de Inferencia son pasos de razonamiento que permiten llegar a conclusiones verdaderas usando premisas verdaderas.

E. Modus Ponendo Ponens

La regla más fundamental: Cuando **afirmo P**, puedo **afirmar Q**.

(P) Si llueve→ (Q)**me quedo en casa** (P → Q)	**Llueve (P)**
me quedo en casa (Q)	

Solo se puede aplicar en el caso de: si, entonces.

F. Modus Tollendo Tollens

La contrapartida del Modus Ponens: Cuando **niego Q**, puedo **negar P**.

Si llueve→ me quedo en casa P → Q	**No estoy en casa** **~ Q**	**no llueve** **~ P**

negando la consecuencia, niegas la causa.

Solo se puede aplicar en el : si , entonces

G. Tollendo Ponens

Si tengo "o", y niego una parte de las dos proposiciones, entonces la otra es verdadera.

Las Opciones

O juego o estudio.

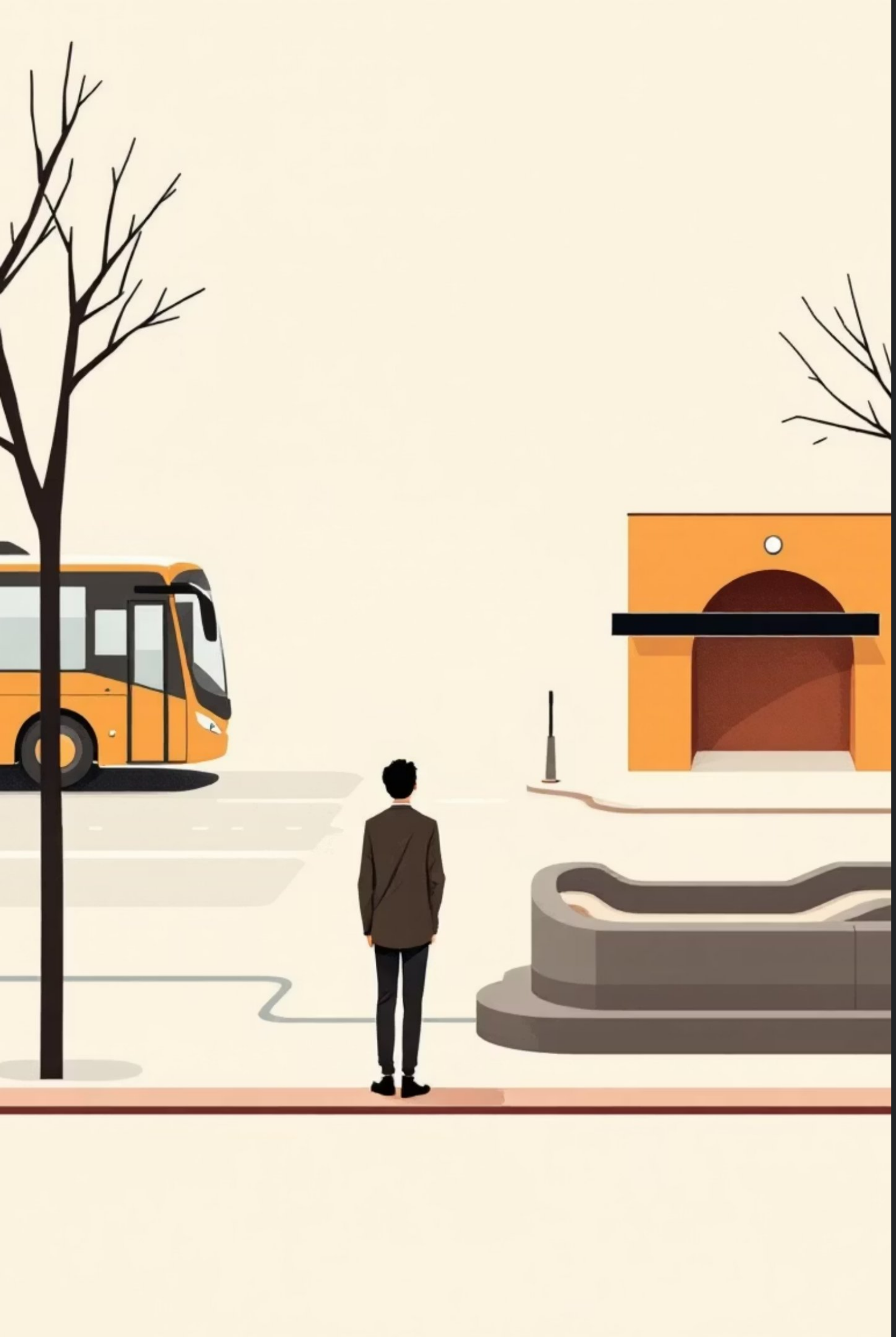
No estoy jugando.

Entonces, estudio.

Si P o Q, y no P → entonces Q.

$(P \vee Q), \neg P \therefore Q$

Solo se puede aplicar en el : si , entonces



D. Silogismo Disyuntivo

Usa proposiciones conectadas con "o" (disyunciones) para deducir cuál debe ser verdadera cuando sabes que una es falsa.

La Estructura

- O P o Q es verdadero
- P es falso
- Por lo tanto, Q es verdadero

Aplicación

O viajo en autobús o en metro. No tomo el autobús. Luego, tomo el metro.

B. Adición

Si tienes una proposición verdadera (P), puedes combinarla con cualquier otra proposición (R), cualquiera que sea, verdadera o falsa, usando una disyunción.

La Regla

De **P** puedo formar **P o R** (sin saber si R es verdadera).

Ejemplo: Si sé que "Estudio lógica" es verdad, puedo decir "Estudio lógica o juego videojuegos" sin comprometer mi argumento.

Solo se puede aplicar cuando hay disyunción.

H. Ley de la Unión

Si tienes dos proposiciones verdaderas por separado, puedes combinarlas en una sola proposición mediante la conjunción.

Tengo lápiz

Verdadero

Tengo cuaderno

Verdadero

Ambos juntos

Tengo cuaderno Y lápiz

La conclusión lógica: si P es verdad y Q es verdad, entonces "P y Q" también es verdad.

Solo se puede aplicar en la conjunción

A. Simplificación

Cuando tienes dos afirmaciones verdaderas juntas (P y Q), puedes usar solo una de ellas.

La Regla

De **P y Q** → puedo decir solo **P** o solo **Q**.

Ejemplo práctico: "Tengo tarea y tengo hambre" → puedo concluir "Tengo tarea".

Solo se puede aplicar en la conjunción

C. Silogismo Hipotético

Una cosa lleva a la otra. Si P causa Q, y Q causa R, entonces P causa R directamente.

1. Estudio
2. Aprendo
3. Buena nota

Conclusión: Si estudio → aprendo;
si aprendo → saco buena nota; **entonces** si estudio → saco buena nota.

Solo se puede aplicar en el : si , entonces