

## PRAKTIKUM 4

ATOME, MOLEKÜLE, KONDENSIERTE MATERIE

### **Versuch 401: Elektronische Übergänge in Atomen**

Gruppe A202

PARTH GADHAVI NOEMI RUPPERT ARIEH THILL

Versuchsdurchführung: 12. / 13. Mai 2025

# Inhaltsverzeichnis

<b>1. Einleitung</b>	<b>1</b>
<b>2. Der Photoeffekt</b>	<b>2</b>
2.1. Aufbau . . . . .	2
2.2. Durchführung . . . . .	2
2.2.1. Energiebilanz der Photoelektronen . . . . .	3
2.3. Auswertung . . . . .	5
<b>3. Die Balmer-Serie</b>	<b>12</b>
3.1. Aufbau . . . . .	12
3.2. Durchführung . . . . .	13
3.3. Bestimmung der Gitterkonstanten . . . . .	14
3.4. Bestimmung der Balmerlinien . . . . .	14
3.4.1. Bestimmung der Isotopieaufspaltung . . . . .	15
3.4.2. Bestimmung der Rydberg-Konstante und des Plankschen Wirkungsquantum .	16
3.5. Weitergehende Überlegungen . . . . .	17
3.5.1. Möglicher Ursprung der anderen auftrennen Spektrallinien . . . . .	17
3.5.2. Doppler-Verbreitung . . . . .	18
3.5.3. Auflösevermögen des Gitters . . . . .	19
<b>4. Fazit</b>	<b>20</b>
<b>5. Formeln: To be deleted at the end</b>	<b>21</b>
<b>A. Anhang</b>	<b>24</b>
A.1. Abbildungen . . . . .	24
A.2. Tabellen . . . . .	32

# 1. Einleitung

Ein zentraler Versuch zur Bestätigung des Zusammenhangs zwischen der Quantelung von Energien und Emissions -und Absorptionslinien ist die Untersuchung des Photoeffekts. Die Spektroskopie ermöglicht die Untersuchung des Atomaufbaus, insbesondere durch die Analyse von Spektrallinien, welche einen Ausdruck der Quantelung von Energie sind und in direktem Zusammenhang mit Lichtfrequenzen stehen.

Im ersten Versuchsteil beobachtet man die Energieabhängigkeit des Photoeffekts und es werden das Planksche Wirkungsquantum, sowie die Austrittsarbeit abgeschätzt.

Im zweiten Versuchsteil wird durch Ausmessung der Balmer-Linien das Planksche Wirkungsquantum erneut bestimmt und mit dem Ergebnis aus dem ersten Versuchsteil verglichen.

## 2. Der Photoeffekt

### 2.1. Aufbau

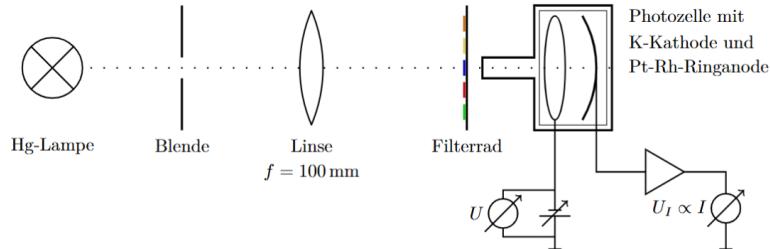


Abbildung 2.1.: Aufbau für die Messung des Photoeffektes [1]

Links ist die Hg-Lampe zu sehen, in der Mitte Optik-Elemente zum Fokussieren und Filtern des Lichtes und rechts ist die Photozelle mit Gegenspannung und Strommessung.

Die Quecksilber-Spektrallampe und die Photozelle werden gemäß Abbildung 2.1 gegenüberliegend auf dem Reiter angeordnet. Eine Irisblende vor der Lampe ermöglicht die Regulierung der Lichtintensität. Eine Linse mit einer Brennweite von  $f=100 \text{ mm}$  wird in diesem Abstand vor die Blende positioniert, sodass sie das Licht parallel auf den nachfolgenden Interferenzfilter mit fünf Filtern sowie eine zusätzliche Blende lenkt.

### 2.2. Durchführung

Eine Abschirmvorrichtung mit einem röhrenförmigen Element verhindert Streulicht. Ein Lichtfleck wird gezielt auf die Kathode projiziert, ohne, dass die Anode beleuchtet wird.

Wenn Photonen aus der Hg-Lampe auf die Photokathode treffen, interagieren sie mit den Elektronen in dieser und überträgt dabei seine gesamte Energie  $E = h\nu$  auf eines der Elektronen. Falls die übertragene Energie größer als die Austrittsarbeit  $W_A$  ist, dann kann sich das Elektron aus der Kathode lösen und zur Ringanode gelangen. Dadurch entsteht ein Stromfluss: der Photostrom  $I_{ph}$ . Durch den Einsatz der Gegenfeldmethode wird die maximale kinetische Energie, die die Elektronen beim verlassen der Kathode besitzen, bestimmt.

Bei dieser Methode wird eine Gegenspannung  $U_G$  zwischen Kathode und Anode angelegt, wodurch die Kathode im Vergleich zur Anode ein positives Potential erhält. Das dadurch erzeugte elektrische Feld verlangsamt die emittierten Elektronen auf ihrem Weg zur Anode, wodurch der Photostrom reduziert wird. Sobald die Grenzspannung  $U_0$  erreicht ist, kommt der Photostrom vollständig zum Erliegen. Dies bedeutet, dass selbst die energiereichsten Elektronen die Anode nicht mehr erreichen können. In diesem Fall gilt die Beziehung:  $E_{kin,max} = eU_0$ .

Man lässt das Gegenfeld mit Hilfe einer variablen Spannungsquelle, welche sich zwischen der Kathode und der Anode befindet, ansteigen. Man erweitert die Schaltung mit Hilfe eines Spannungsteilers (Abbildung 2.2) aus einem  $330\Omega$  und  $100\Omega$  Widerstandes um den Messbereich zu skalieren und genauere Messungen durchzuführen.

## V402: Quantelung von Energie

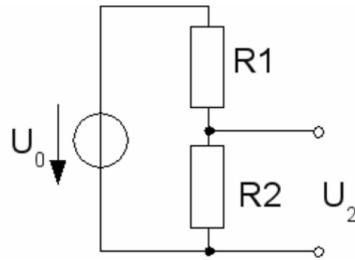


Abbildung 2.2.: Spannungsteiler [2]

Die verwendete Spannungsquelle kann Spannungen von 0 V bis 12 V bereitstellen. Der Photostrom erreicht jedoch bereits bei deutlich geringeren Gegenspannungen seinen Nullpunkt, typischerweise im Bereich von wenigen Volt. Für die Messung der Grenzspannung  $U_0$  genügt daher ein kleiner Teil des gesamten Spannungsbereichs. Die feine Justierung der Gegenspannung ist entscheidend, um den Punkt zu bestimmen, an dem der Photostrom gerade verschwindet.

Es gilt folgender Zusammenhang zwischen der abgefangenen Spannung  $U_2$ , den Widerständen  $R_1 = 330\Omega$ ,  $R_2 = 100\Omega$  und  $U_0$ :

$$U_2 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} U_0. \quad (2.1)$$

Somit wird der Spannungsbereich auf  $[0; 2,8]$  V skaliert.

Der Anodenstrom wird über einen Messverstärker erfasst, wobei eine zum Strom proportionale Spannung mit einem Digitalmultimeter (DMM) gemessen wird. Die Gegenspannung stammt aus einem 12V-Gleichspannungsnetzteil, wobei der negative Pol mit der Anode verbunden ist, um die Elektronen abzubremsen. Diese Spannung wird mit einem weiteren DMM gemessen.

Dieser Vorgang wird für je eine unterschiedliche Wellenlänge  $\lambda$  des Lichtes zwei mal wiederholt (zum Ausgleich der Schwankungen), wobei die Wellenlängen mit Hilfe von Interferenzfiltern einstellbar sind.

### 2.2.1. Energiebilanz der Photoelektronen

Ein Elektron, dass sich in der Kathode befindet, absorbiert ein Photon mit der Energie  $E = h\nu$  und verlässt die Kathode, wenn die Energie des Photons größer ist als eine bestimmte Potentialdifferenz sein: die Austrittsarbit  $W_K$ . In Abbildung 2.3, ?? und 2.5 sind die Austrittsarbit  $W_K$  der Kathode und die Austrittsarbit  $W_A$  der Anode für unterschiedliche elektrische Anordnungen dargestellt.

## V402: Quantelung von Energie

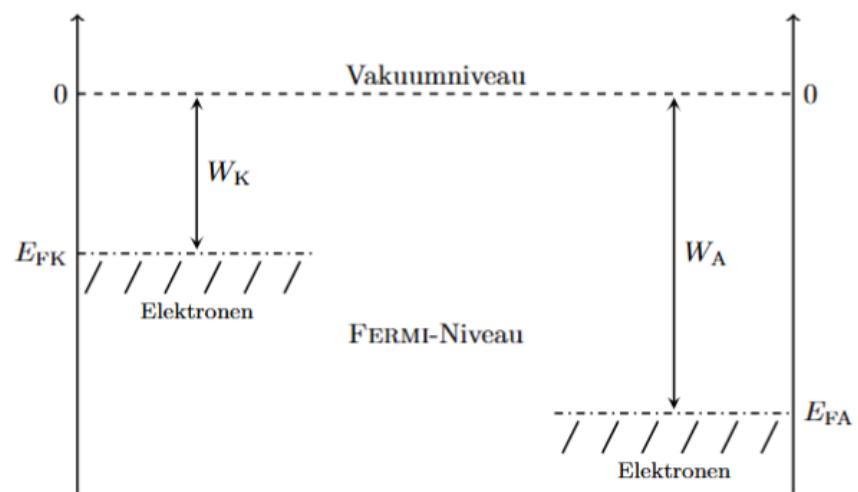


Abbildung 2.3.: Ferminiveaus von Kathode und Anode mit Austrittsarbeit  $W_A$  [1]

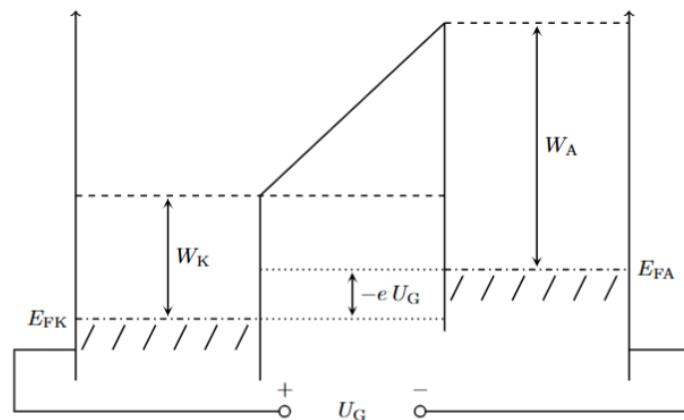


Abbildung 2.4.: Kontaktpotential  $-e U_{KA}$  [1]

## V402: Quantelung von Energie

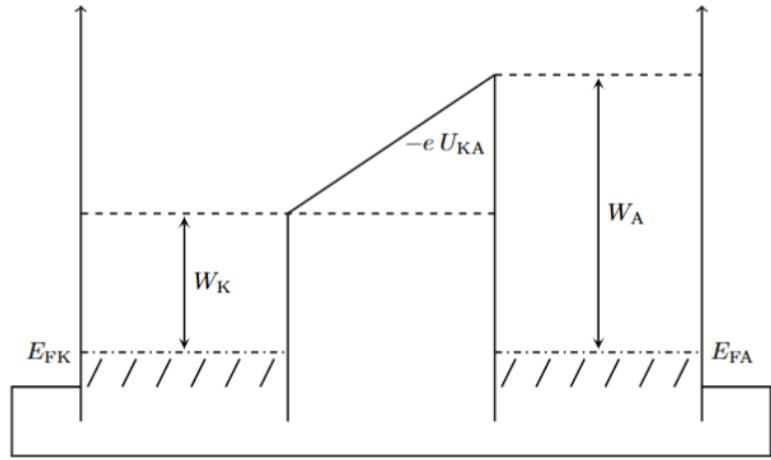


Abbildung 2.5.: Potential dass von der Gegenspannung  $-eU_G$  induziert wird[1]

Wenn Kathode und Anode kurzgeschlossen sind, wie in Abbildung 2.5 dargestellt, fließen die Elektronen von der Kathode zur Anode, bis die Ferminiveaus ausgeglichen sind. Daraus entsteht eine Kontaktspannung  $U_{KA}$ , die folgendermaßen mit den Austrittsarbeiten  $W_K$  und  $W_A$  zusammenhängt:

$$W_K + eU_{KA} = W_A. \quad (2.2)$$

Wenn eine externe Spannung  $U_G$  zwischen Kathode und Anode angelegt wird, wie in Abbildung 2.4 dargestellt, dann verschieben sich die Ferminiveaus um  $-eU_G$ . Beim Photoeffekt müssen die Elektronen die Austrittsarbeitsüberwinden, um in die Anode zu gelangen. Es gilt dann:

$$\begin{aligned} E &= h\nu = W_K + eU_{KA} + eU_G \\ &= W_K + W_A - W_K + eU_G \\ &= W_A + eU_G. \end{aligned} \quad (2.3)$$

Aus der Frequenz des Lichtes können schließlich die Austrittsarbeitsdifferenz  $W_A$  und das Planck'sche Wirkungsquantum  $h$  bestimmt werden:

$$eU_0 = h\nu - W_A, \quad (2.4)$$

wobei  $U_0$  die Grenzspannung ist, und folgendermaßen mit der kinetischen Energie  $E_{kin}$  der Elektronen zusammenhängt:

$$E_{kin} = eU_0. \quad (2.5)$$

### 2.3. Auswertung

Gl. (2.4) stellt eine direkte, quantitative Beziehung zwischen der Energie einfallsender Photonen und der kinetischen Energie der von einer Metalloberfläche emittierten Elektronen her. Sie kann geschrieben werden als:

$$h\nu = eU_0 + W_A, \quad (2.6)$$

wobei  $h$  das Plancksche Wirkungsquantum ist,  $\nu$  die Lichtfrequenz,  $U_0$  die Gegenspannung (zur Unterdrückung des Photostroms),  $e$  die Elementarladung (!!!!!!!!!!!!!!!WERT UND QUELLE

## V402: Quantelung von Energie

HIER EINFÜGEN!!!!!!!!!!!!!!) und  $W_A$  die Austrittsarbeit des Anodenmaterials darstellt. Jedes Photon der Energie  $\hbar\nu$  setzt ein Elektron frei, das die Bindungsenergie  $W_A$  des Materials überwinden muss; jede überschüssige Energie erscheint als kinetische Energie, die elektrisch als  $eU_0$  gemessen wird. Diese Gleichung bestätigte nicht nur die Quantennatur des Lichts, indem sie zeigte, dass der Elektronenaustritt von der Frequenz und nicht der Intensität abhängt, sondern liefert auch eine präzise Methode zur Bestimmung von  $\hbar$  und  $W_A$  anhand experimenteller Messungen von  $U_0$  in Abhängigkeit von  $\nu$ .

In unserem Versuch werden für jeden Messpunkt zwei Rohspannungen gemessen: die Gegenspannung  $U_G$ , die direkt an dem  $100\Omega$ -Zweig des Spannungsteilers in Millivolt abgelesen wird, und die Photospannung  $U_{ph}$ , die der Ausgang des Verstärkers ist und proportional zum Photostrom, ebenfalls in Millivolt. Um die tatsächliche Gegenspannung  $U$  zu erhalten, die auf die Elektronen wirkt, wird  $U_G$  mit  $(100 + 330)/100$  multipliziert, um den Spannungsteiler ( $100\Omega:330\Omega$ ) zu korrigieren. Die Photospannung wird wie folgt in einen Strom umgerechnet: zunächst wird  $U_{ph}$  mit  $10^{-3}$  in Volt umgerechnet, dann durch die Verstärkung  $G$  (in V/A) geteilt, um  $I$  in Ampere zu erhalten, und schließlich mit  $10^{12}$  multipliziert, um den Strom in Pikoampere auszudrücken:

$$U = U_G \frac{100 + 330}{100}, \quad I = \frac{U_{ph} \times 10^{-3}}{G} \times 10^{12} \quad (\text{pA}). \quad (2.7)$$

Durch Anwendung dieser einfachen Einheiten- und Teilerkorrekturen auf jedes  $(U_G, U_{ph})$ -Paar erhalten wir die physikalisch sinnvollen  $(U, I)$ -Daten, die die Grundlage für die anschließende Linearisierung und Ausgleichsrechnung bilden.

Zur Bestimmung des Sättigungsstroms  $I_0$  betrachten wir jede Photostromkurve  $I(U)$  und bestimmen den Stromwert bei der größten angelegten Gegenspannung  $U_{G,\max}$ . Physikalisch entspricht dies dem Fall, in dem das Gegenfeld so stark ist, dass dennoch alle emittierten Elektronen zur Anode gelangen – es bildet sich ein Plateau im  $I$ - $U$ -Diagramm. Praktisch bestimmen wir den Index  $i$ , bei dem  $U_G$  maximal ist, und definieren:

$$I_0 = I(U = U_{G,\max}) \quad (\text{in pA}). \quad (2.8)$$

Dieser Einzelwert  $I_0$  dient dann als Basiswert für die Linearisierung.

Um nun die Grenzspannung  $U_0$  aus den Messdaten zu extrahieren, bilden wir die transformierte Variable

$$y = \sqrt{\max\{0, I(U) - I_0\}} \quad (2.9)$$

für jeden Punkt der  $I$ - $U$ -Kurve. Wird  $y$  gegen die korrigierte Gegenspannung  $U$  aufgetragen, ergibt sich im Bereich kurz unterhalb von  $U_0$  eine nahezu lineare Beziehung, denn theoretisch gilt:

$$I - I_0 \propto (U - U_0)^2. \quad (2.10)$$

Es wird dann eine gewichtete lineare Regression durchgeführt:

$$y = m \cdot U + b \quad (2.11)$$

unter Verwendung der propagierten Unsicherheiten in  $y$  als Gewichte. Die Ausgleichsrechnung liefert die Steigung  $m$  und den Achsenabschnitt  $b$  mit ihren Standardabweichungen. Der Stoppwert ergibt sich aus der Bedingung  $y = 0$ :

$$0 = mU_0 + b \implies U_0 = -\frac{b}{m}. \quad (2.12)$$

## V402: Quantelung von Energie

Durch Fehlerfortpflanzung, einschließlich Kovarianz von  $m$  und  $b$  (sofern verfügbar), wird ein präziser Wert  $U_0 \pm \sigma_{U_0}$  für jede Wellenlänge bestimmt. Diese Grenzspannungen sind die zentralen Größen für das finale Diagramm  $U_0$  gegen Photonfrequenz, aus dem  $h$  und  $W_A$  extrahiert werden.

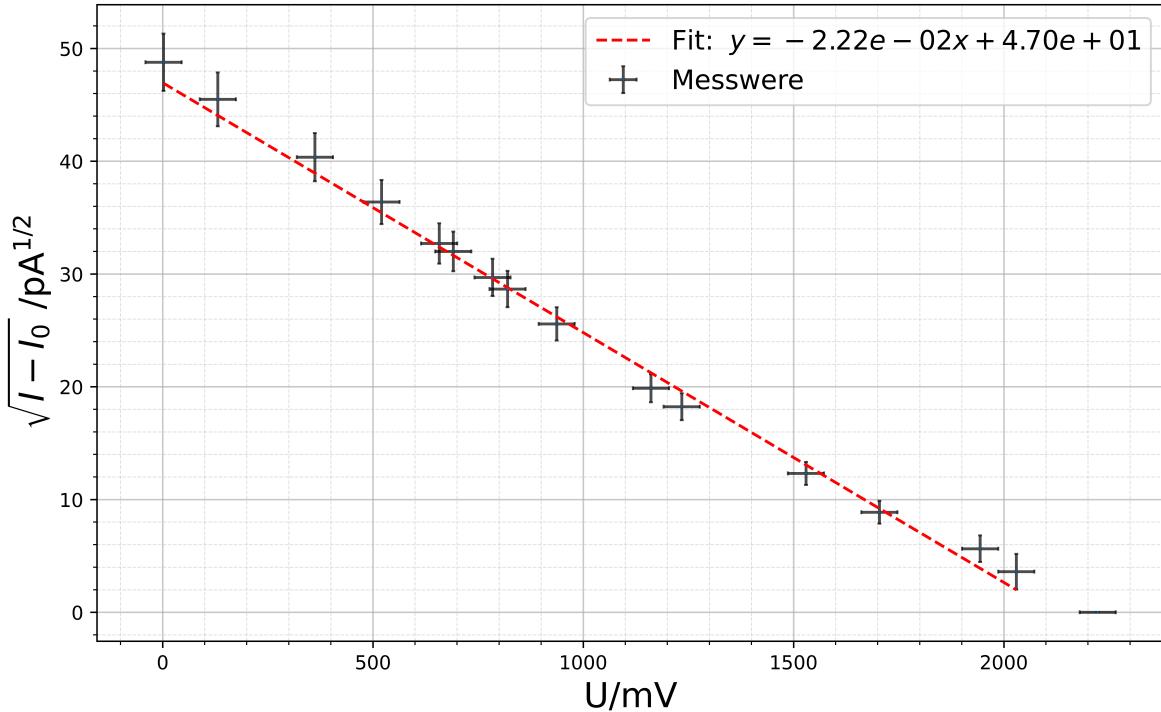


Abbildung 2.6.: Messung 1 bei  $\lambda = 365$  nm. Die Werte und Unsicherheiten sind in Tab. A.5.

Parameter	Wert
Steigung $m$ [ $\text{pA}^{1/2}/\text{mV}$ ]	$(-2,22 \pm 0,56) \times 10^{-2}$
Achsenabschnitt $b$ [ $\text{pA}^{1/2}$ ]	$(4,70 \pm 0,07) \times 10^1$
$\chi^2$	8,28
Freiheitsgrade (dof)	13
$\chi^2/\text{dof}$	0,64
Abbremsspannung $U_0$ [mV]	$2117,12 \pm 62,98$

Tabelle 2.1.: Ergebnisse des gewichteten linearen  $\chi^2$ -Fits zur Bestimmung der Abbremsspannung für die erste Messung bei  $\lambda = 365$  nm. Die hier gezeigten Werte stammen aus Tabelle A.5.

Aus dem Abb. 2.6 und der Tab. 2.1 ergibt sich für die erste Messung bei  $\lambda = 365$  nm eine Stoppspannung von  $U_0 = (2117,12 \pm 62,98)$  mV. Weitere Diagramme für unterschiedliche Wellenlängen befinden sich im Anhang zwischen Abb. A.4 und Abb. A.15, die zugehörigen Tabellen zwischen Tab. A.5 und Tab. A.27.

Da die Photonenergie  $E$  direkt proportional zur Frequenz ist über  $E = h\nu$ , muss jede zentrale Filterwellenlänge  $\lambda$  in die entsprechende Frequenz  $\nu$  umgerechnet werden. Im Vakuum gilt:

$$\nu = \frac{c}{\lambda}, \quad (2.13)$$

wobei  $c$  die Lichtgeschwindigkeit ist ( $= 299\,792\,458 \text{ m s}^{-1}$  [3]) und  $\lambda$  in Metern angegeben wird.

## V402: Quantelung von Energie

In unserem Versuch wurde jede Wellenlänge zweimal gemessen, was zwei Grenzspannungen  $U_{0,1}$  und  $U_{0,2}$  ergibt. Deren gewichteter Mittelwert ist:

$$\begin{aligned} \text{inv\_var}_1 &= \frac{1}{\sigma_1^2}, \quad \text{inv\_var}_2 = \frac{1}{\sigma_2^2}, \\ U_{0,\text{avg}} &= \frac{U_{0,1} \text{inv\_var}_1 + U_{0,2} \text{inv\_var}_2}{\text{inv\_var}_1 + \text{inv\_var}_2}, \\ \sigma_{0,\text{avg}} &= \sqrt{\frac{1}{\text{inv\_var}_1 + \text{inv\_var}_2}}. \end{aligned} \quad (2.14)$$

Die so gemittelten Stopppspannungen  $U_{0,\text{avg}}$  (in Millivolt) werden gegen die entsprechenden Frequenzen  $\nu$  (in Hertz) aufgetragen (Abb. 2.7), um Einsteins Vorhersage zu überprüfen:

$$e U_0 = h \nu - W_A. \quad (2.15)$$

Umgeschrieben nach  $U_0$  ergibt sich die lineare Form:

$$U_0 = \frac{h}{e} \nu - \frac{W_A}{e}. \quad (2.16)$$

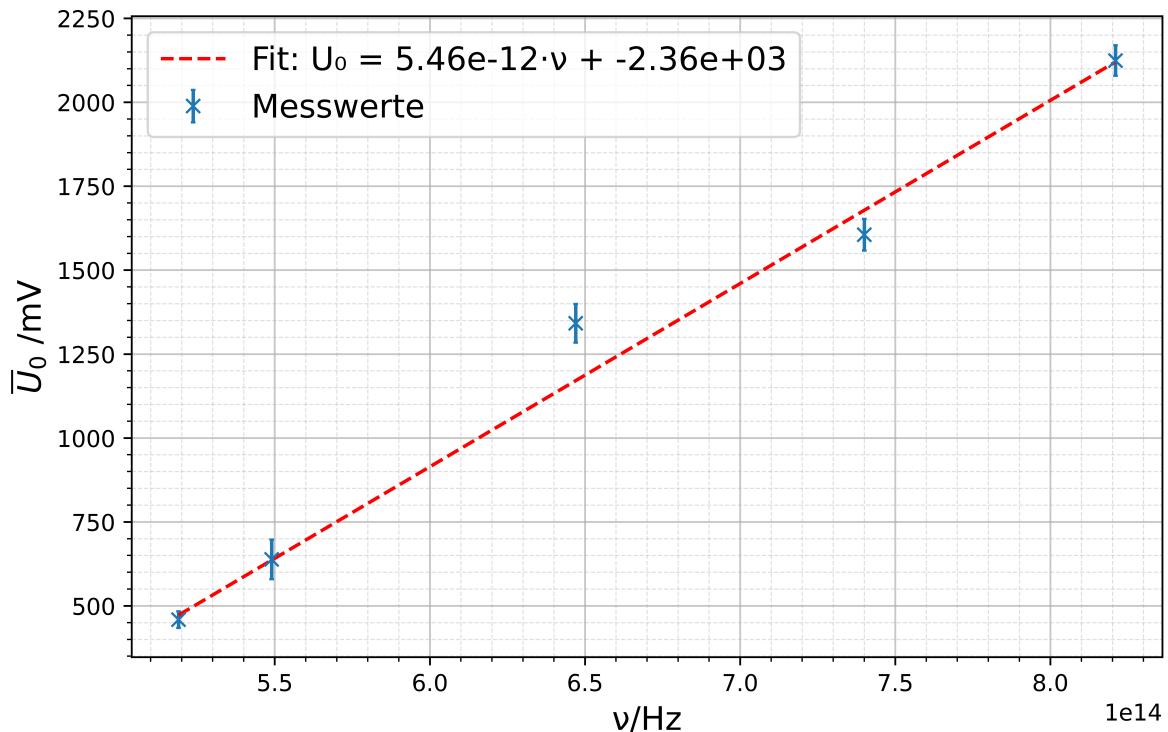


Abbildung 2.7.: Gemittelte Stopppspannungen  $U_0$  gegen Frequenzen  $\nu$ . Werte und Unsicherheiten sind in Tab. 2.2 angegeben.

## V402: Quantelung von Energie

$\lambda$ [nm]	$\nu$ [Hz]	$\overline{U_0}$ [mV]	$\Delta \overline{U_0}$ [mV]
365,00 nm	$8,21 \times 10^{14}$	2124,19	45,39
405,00 nm	$7,40 \times 10^{14}$	1605,23	47,04
463,00 nm	$6,47 \times 10^{14}$	1341,51	57,42
546,00 nm	$5,49 \times 10^{14}$	638,22	59,13
578,00 nm	$5,19 \times 10^{14}$	458,70	24,80

Tabelle 2.2.: Gemittelte Abbremsspannungen  $\overline{U_0}$  und deren Unsicherheiten gegen die jeweiligen Frequenzen.

Parameter	Wert
Steigung $m$ [mV Hz $^{-1}$ ]	$5,46 \times 10^{-12} \pm 2,95 \times 10^{-13}$
Achsenabschnitt $b$ [mV]	$-2,36 \times 10^3 \pm 1,84 \times 10^2$
$\chi^2$	11,56
Freiheitsgrade (dof)	3
$\chi^2/\text{dof}$	3,85

Tabelle 2.3.: Ergebnisse des gewichteten linearen  $\chi^2$ -Fits von  $\overline{U_0}$  gegen  $\nu$ .

Ein linearer Fit von  $U_{0,\text{avg}}(\nu)$  (Abb. 2.7) hat also die Steigung  $m = h/e$  und den y-Achsenabschnitt  $b = -W_A/e$  (Werte in Tab. 2.3). Daraus ergibt sich:

$$h = m e, \quad (2.17)$$

sowie die Austrittsarbeit der Anode:

$$W_A = -b e, \quad (2.18)$$

die durch Division durch  $e$  in Elektronenvolt umgerechnet wird. Numerisch ergibt sich:

$$\begin{aligned} h &= (5.457 \times 10^{-12} \text{ mV/Hz}) \times \frac{1.602 \times 10^{-19} \text{ C}}{10^3} \\ &\implies 8.74 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s} \pm 4.7 \times 10^{-35} \text{ J} \cdot \text{s} \end{aligned} \quad (2.19)$$

$$\begin{aligned} W_A &= -(-2.360 \times 10^3) \times \frac{1.602 \times 10^{-19} \text{ C}}{10^3} \\ &\implies 3.78 \times 10^{-19} \text{ J} \implies 2.36 \text{ eV} \pm 0.18 \text{ eV} \end{aligned} \quad (2.20)$$

Diese experimentell bestimmten Werte für  $h$  und  $W_A$  werden abschließend mit dem CODATA-Wert  $h = 6,626\,070\,15 \times 10^{-34} \text{ Js}$  [3].

Unser berechneter Wert für das Plancksche Wirkungsquantum liegt etwa 32 % über dem anerkannten CODATA-Wert von. Diese systematische Überschätzung deutet darauf hin, dass - obwohl unsere lineare Ausgleichsrechnung der Stoppspannung gegen die Frequenz intern konsistent war ( $\chi^2/\text{dof} \approx 3,8$ ) - gewisse Kalibrierungs- oder Justierfehler bestehen geblieben sind.

## V402: Quantelung von Energie

Die bestimmte Austrittsarbeit der Anode lässt sich nicht direkt mit Literaturwerten vergleichen, da Material und Zustand der Kathode/Anode in der verwendeten Einweg-Photodiode nicht bekannt sind.

### Fehlerquellen und zukünftige Verbesserungen

- **Spannungskalibrierung:** Spannungsteiler und Messverstärker führen zu Skalierungsunsicherheiten. Zukünftig sollten 0,1 %-Präzisionswiderstände und ein kalibriertes Digitalvoltmeter verwendet werden.
- **Drift des Photostromverstärkers:** Temperaturschwankungen beeinflussen die Transimpedanzverstärkung. Eine Temperaturstabilisierung oder regelmäßige Nullpunkt nachführung während der Messung ist empfehlenswert.
- **Kontaktpotenzial und Dunkelstrom:** Oberflächeninhomogenitäten und Leckströme können  $U_0$  systematisch verfälschen. Eine Ausheizung und Abschirmung der Photodiode sowie die Vorabmessung des Dunkelstroms sind hilfreich.
- **Ausrichtung und Fokussierung:** Eine ungleichmäßige Beleuchtung durch falsche Fokussierung kann Messfehler verursachen. Eine fein verstellbare optische Plattform und Kamerabeobachtung des Fokusflecks sind hier sinnvoll.

**Intensitätsabhängigkeit bei  $\lambda = 365 \text{ nm}$**  : Wir untersuchten die Stopppspannung  $U_0$  bei zwei unterschiedlichen Lichtintensitäten – etwa 50 % und maximaler Lampenleistung – unter ansonsten identischen Versuchsbedingungen.

Bei 50 % Intensität ergaben die Messdaten einen Plateau-Photostrom von

$$I_0 = (10,00 \pm 11,00) \text{ pA}, \quad (2.21)$$

und aus dem gewichteten Fit von  $\sqrt{I - I_0}$  gegen  $U$  eine Stopppspannung von

$$U_0(50\%) = (2136,2 \pm 92,0) \text{ mV} \quad (\chi^2/\text{dof} = 0,82). \quad (2.22)$$

Bei voller Intensität stieg der Plateau-Strom auf

$$I_0 = (1,50 \pm 10,15) \text{ pA}, \quad (2.23)$$

(anmerkend, dass das Vorzeichen aufgrund der umgekehrten  $\lambda$ - $U$ -Reihenfolge wechselt), und der Fit ergab:

$$U_0(100\%) = (2190,0 \pm 108,4) \text{ mV} \quad (\chi^2/\text{dof} = 1,47). \quad (2.24)$$

Diese beiden Werte für  $U_0$  stimmen innerhalb ihrer jeweiligen  $1\sigma$ -Unsicherheiten überein und bestätigen Einsteins Vorhersage, dass die Stopppspannung nur von der Frequenz der Photonen abhängt – nicht jedoch von der Intensität des einfallenden Lichts. Die Plateau-Ströme  $I_0$  hingegen skalieren erwartungsgemäß mit der Lichtintensität. Graphen sind in Abb. A.6 und Abb. A.7 dargestellt und Werte in Tab. A.9 und Tab. A.11.

### Mögliche Ursachen für verbleibende Abweichungen

- Unsicherheit bei der exakten Einstellung der Blende auf 50 % sowie Lampendrift über die Zeit,
- Offset-Drift des Photostromverstärkers zwischen den Messreihen,
- Leichte Fehljustierung oder Fokusschwankungen beim Ändern der Intensität,
- Statistische Streuung im Bereich kleiner Ströme nahe der Abschneidespannung.

## V402: Quantelung von Energie

### **Empfehlungen zur Optimierung künftiger Messungen**

- Stabilisierung der Lampenleistung mittels geregeltem Netzteil,
- Verwendung eines automatisierten Graufilterrades zur präzisen Intensitätsregelung,
- Temperaturstabilisierung von Verstärker und Fotozelle,
- Erfassung zusätzlicher Messpunkte nahe der Cutoff-Region zur Reduktion der Fit-Unsicherheit.

### 3. Die Balmer-Serie

Das Bohrsche Atommodell beschreibt ein Atom als einen Kern, mit Elektronen die sich auf bestimmte Kreisbahnen/Energieniveaus um den Kern Bewegen. Durch hinzufügen von Energie , sowie Photonenabsorption oder durch andere äußere Kräfte, können diese Elektronen angeregt werden, welche nun ein höheres Energieniveau haben. Um auf ein niedrigeres Energieniveau zurückzukehren muss dieses Elektron Energie in der Form eines Photonen abgeben. Diese Energie entspricht der Differenz zwischen dem angeregten Niveau m und Endniveau n, wobei  $m > n$ , sehe ?? . Es gibt für jeden Übergang einen bestimmten Namen, zum Beispiel die Lyman-Serie, Balmer-Serie und Paschen-Serie.

Diese Serien sind aber nicht alle sichtbar, die Lyman-Serie strahlt nämlich im ultravioletten Bereich, und ab der Paschen-Serie sind die Emissionslinien im infraroten Bereich. Dazwischen liegt die Balmer-Serien, die ihre Emissionslinien im sichtbaren Bereich hat. In diesem Versuchsteil sollen die Emissionslinien der Balmer-Serien untersucht werden. Hier wird zuerst die Gitterkonstante des benutzten Reflexionsgitter experimentell bestimmt und anschließend sollen die Rydberg-Konstante und das Planksche-Wirkungsquantum anhand von einem Wasserstoffatom bestimmt werden. Zusätzlich sollen die Emissionslinien von der Deuterium-Lampe untersucht werden und die Genauigkeit der Ergebnisse mit Litteraturwerten verglichen werden.

#### 3.1. Aufbau

Es wurde folgender Versuchsaufbau von Abb. 3.1 verwendet.

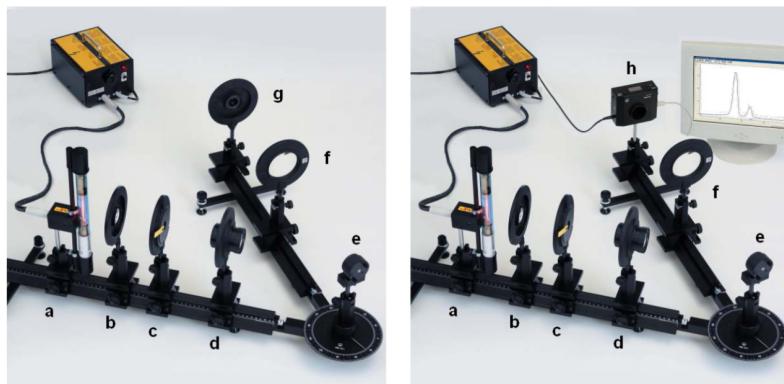


Abbildung 3.1.: Versuchsaufbau mit Okular(links) und CCD-Kamera(rechts) ??

Diese ist wie folgt aufgebaut:

Es befindet sich eine Deuterium-Lampe (**a**), dessen Licht durch eine Sammellinse (**b**) mit Brennweite  $f = 50\text{mm}$  auf ein verstellbareren Spalt (**c**) abgebildet wird, damit der einfallende Lichtstrahl begrenzt wird. Hinter dem Spalt befindet sich ein Projektionsobjektiv (**d**), mit Brennweite  $f = 150\text{mm}$ . Dieses soll genau im Abstand seiner Brennweite zum Spalt stehen, damit der Lichtstrahl parallel zum holographischen Gitter (**e**) einfällt. Dieses holographische Gitter ist ein Reflexionsgitter welches sich auf der drehbaren Säule des Drehgelenk befindet und genutzt wird, um die Spektrallinien der Lampe aufzuspalten. Das reflektierte Licht wird anschließend mit einer Sammellinse (**f**) der Brennweite  $f = 300\text{mm}$  auf einem Okular (**g**) abgebildet. Das Okular kann alternativ mit einer CCD-Kamera (**h**) für genauere Messungen ersetzt werden.

### 3.2. Durchführung

**Justierung** Um die Gitterkonstante zu bestimmen, müssen von einem bekannten Element die Spektrallinien untersucht werden. Dazu wird die Deutrium-Lampe (Balmer-Lampe) mit einer Quecksilber-Lampe (Hg-Lampe) ersetzt. Hierzu muss darauf geachtet werden, dass alle Bauteile des Aufbaus auf der gleichen Höhe bleiben, damit es keine Veränderungen der optischen Achse mit der Balmer-Lampe geben würde. Es wird nun die Linse **b** so justiert, dass ein scharfer Lichtfleck von der Lampe auf der Platte abgebildet wird. Das Projektionsobjektiv **d** wird auf ungefähre Brennweite hinter dem Spalt positioniert. Es wird nun das Drehgelenk des Gitters (**e**) auf die  $0^\circ$  position gebracht und das Projektionobjektiv so verschoben, dass ein scharfes Bild der Lampe auf dem Spalt erkennbar ist, so wird der Spalt im Unendlichen abgebildet. Zuletzt wird die Linse **f** so justiert, dass im Okular ein scharfes Bild des Spektrums zu erkennen ist. Dieses Bild soll eine beliebige Spektrallinie der ersten Ordnung sein. Nun soll für den folgenden Versuchsteil die Winkel der optischen Bank ( $\omega_B$ ) und der Winkel des Gitters ( $\omega_G$ ) abgelesen werden. Damit diese Werte benutzt werden können, müssen diese in die relevanten Winkel für das Gitter umgerechnet werden, siehe **??**. Mit Hilfe von **??** können die Winkel  $\alpha$  und  $\beta$  bestimmt werden:

$$\alpha = \omega_G \quad (3.1)$$

$$\beta = \omega_B + \omega_G - 180^\circ, \quad (3.2)$$

wobei  $\alpha$  der Einfallswinkel und  $\beta$  der Ausfallswinkel ist. Dieses Soll nach dem Austausch der Hg-Lampe und der Balmer-Lampe wiederholt werden.

**Bestimmung der Gitterkonstante** Die Gitterkonstante wird mit Hilfe der aufgenommenen Spektrallinien der Hg-Lampe bestimmt. Es wird nach der ersten Spektrallinie gesucht. Hierzu wird die Hellichkeit der Spektrallinien über den Spalt aufgedreht, wenn diese nicht sichtbar sind und dann auf etwa 1 Skalen Teil (0,1mm) eingestellt sind, aber so dass sie nicht verschwinden. Um zu vergleichen welche Wellenlänge gesehen werden, wird für die Auswertung die Hg-Linien von dem Anhang **??** verwendet. Es werden nun  $\omega_B$  und  $\omega_G$  abgelesen und mit **??** zugeordnet.

**Untersuchung der Balmer-Linien** Nach dem Tauschen der Lampen wird erstmal die Justierung wiederholt. Nach der Justierung werden für jede Spektrallinie widerrum die Winkel  $\omega_B$  und  $\omega_G$  gemessen und der Abstand der Aufspaltung  $d$  der Spektrallinien abgeschätzt.

**Ersätzen Okular mit CCD-Kamera** Es wird nun das Okular mit einer CCD-Kamera ersetzt, damit eine genauere Bestimmung der Spektrallinien stattfinden kann. Es wird ein Programm verwendet, welches die Intensität und Pixelkoordinate (Position der Intensität) aufnimmt und gegeneinander aufträgt. Falls die Intensität zu klein ist, kann im Programm die Schaltfläche vergrößert werden. Das Programm gibt einen Winkel aus, den Ausfallswinkel, welches es aus den Pixelkoordinaten entnimmt:

$$\beta = \arctan\left(\frac{(1024 - p) \cdot 0,014\text{mm}}{f}\right) \quad (3.3)$$

wobei  $p$  die Pixelkoordinate und  $f$  die Brennweite der abbildenden Sammellinse sind. Diese Linse wird noch verschoben, bis die Darstellung des Peaks scharf dargestellt werden kann (die Peaks sollen so dünn wie möglich sein). Da die Intensität sehr empfindlich ist, wird mit Hilfe des Programms der Mittelwert der Intensitäten gebildet. Diese Werte werden gespeichert und die Winkel des Gitter aufgenommen. Es wird der gleiche Vorgang für die anderen Balmer-Linien durchgeführt.

### 3.3. Bestimmung der Gitterkonstanten

Um die Gitterkonstante zu berechnen wird die Gittergleichung für ein Reflexionsgitter genutzt:

$$g(\sin \alpha + \sin \beta) = m \lambda \implies g = \frac{m \lambda}{\sin \alpha + \sin \beta}, \quad (3.4)$$

mit  $m$  die Ordnung,  $\lambda$  die Wellenlänge,  $\alpha$  der Einfallswinkel und  $\beta$  der Ausfallswinkel, mit Fehler:

$$\Delta g = \sqrt{\left(\frac{\partial g}{\partial \alpha} \Delta \alpha\right)^2 + \left(\frac{\partial g}{\partial \beta} \Delta \beta\right)^2}. \quad (3.5)$$

$$\frac{\partial g}{\partial \theta_m} = \frac{m \lambda \cos \theta_m}{(\sin \theta_m + \sin \beta)^2}, \quad \frac{\partial g}{\partial \beta} = \frac{m \lambda \cos \beta}{(\sin \theta_m + \sin \beta)^2}. \quad (3.6)$$

$$\implies \Delta g = \sqrt{\left(\frac{m \lambda \cos \alpha}{(\sin \alpha + \sin \beta)^2} \Delta \alpha\right)^2 + \left(\frac{m \lambda \cos \beta}{(\sin \alpha + \sin \beta)^2} \Delta \beta\right)^2}. \quad (3.7)$$

Es wird  $m = 1$  gesetzt, da dies die Ordnung ist, die untersucht wird. Die ausgerechneten Werte befinden sich in ?? mit den entsprechenden Werten und dessen Fehler. Es ist zu bemerken, dass die



Tabelle 3.1.: Caption

roten Spektrallinien für  $\omega_B = 145^\circ$  nicht sichtbar waren.  $\omega_B$  wurde zur Überprüfung geändert, und die Spektrallinien nochmal aufgenommen. Zu beachten ist, dass diese Werte nicht genau übereinstimmen, was mit schlechtem abschätzen zu tun haben könnte, da zum Beispiel  $61,2^\circ$  und  $61,0^\circ$  kaum zu unterscheiden waren. Mit der Erkenntnis dieser Fehlerquelle sind die Werte angemessen. Zusätzlich waren manche Linien so blass, das diese kaum erkannt wurden und mehr Linien beobachtet wurden. Diese wurden aber nicht aufgenommen, da diese sehr schlecht zu sehen waren. Um einen festen Wert für die Berechnung der Balmer-Linien zu haben, wurde der Mittelwert von den ausgerechneten Gitterkonstanten genommen:

$$\bar{g} = \frac{\sum_{i=1}^N (g_i / \Delta g_i)}{\sum_{i=1}^N (1 / \Delta g_i)}, \quad \Delta \bar{g} = \sqrt{\frac{N}{\sum_{i=1}^N 1 / (\Delta g_i)^2}}. \quad (3.8)$$

Es ergibt sich nun die Gitterkonstante:

$$\bar{g} = (420.76 \pm 1.51) nm. \quad (3.9)$$

Dieser Wert passt nicht zu allen  $g$ -Werten, aber da die meisten Werte übereinstimmen, ist es somit ein sinnvoller Wert.

### 3.4. Bestimmung der Balmerlinien

Mit der Gitterkonstante können nun die Wellenlängen der Balmer-Lampe berechnet werden. Dies kann durch die Gittergleichung 3.4 in der ersten Ordnung berechnet werden. Die dazu gehörige Wellenlängen sind zwischen 388nm und 656nm sichtbar ([Uni Ulm]) und werden zu den Messungen zugeordnet. Die Emissionslinien sind dabei die Übergänge von Energieniveaus  $n > 2 \rightarrow n = 2$ . Die Photonen die den Übergang beschreiben, können durch die Rydberg-Formel (??, S.100)

$$\frac{1}{\lambda} = Ry \left( \frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2} \right), \quad n = 3, 4, 5, \dots \quad (3.10)$$

## V402: Quantelung von Energie

berechnet werden. Diese werden noch im Abschnitt 3.4.2 bestimmt. Es werden nochmals die Winkel für die bestimmten Emissionslinien aufgenommen und die ausgerechneten Werte in Tab. 3.2, so wie deren Literaturwert, aufgelistet.

Während des Versuches wurden nur 3 Emissionslinien beobachtet, dies könnte an der fehlenden Abschirmung der Lampe liegen, welche durch Reflexion an der Linse vor dem Okular, die schwer zu sehenden Emissionslinien, überleuchtet hat. Diese könnten zu  $H_\alpha$ ,  $H_\beta$  und  $H_\gamma$  zugeordnet werden.



Tabelle 3.2.: Deuterium

Es ist zu sehen, dass die berechneten Wellenlängen nicht mit dem Literaturwert übereinstimmen. Dies könnte an der Näherung der Winkel liegen, da diese zum Beispiel als  $55,3^\circ \approx 55,5^\circ$  festgehalten wurden. Zusätzlich hätten die Fehler auch zu klein geschätzt werden können. Obwohl die Werte innerhalb ihrer Fehler nicht mit den Literaturwerten übereinstimmen, sind die Werte genau genug, um zugeordnet zu werden.

### 3.4.1. Bestimmung der Isotopiaufspaltung

Bei der Untersuchung der Emissionslinien der Balmer-Linien, wurde gesehen, dass die Emissionslinien eine zweite Emissionslinie existiert. Der Grund hierfür ist, dass die Balmer-Lampe nicht rein aus Deuterium, sondern auch aus Wasserstoff besteht, im Verhältnis von  $\approx 1 : 2$  ([1]). Dies weist darauf hin, dass die Kermasse einen Einfluss auf die Energieniveaus hat. Aus der Quantenmechanik kann die Rydberg-Konstante zusätzlich mit

$$R_y = \frac{\mu e^4}{8c\epsilon_0^2 h^3} \quad (3.11)$$

beschrieben werden (??, S.101). Dabei ist zu beachten, dass dieser Wert von der reduzierten Masse abhängt:

$$\mu = \frac{m_e \cdot m_K}{m_e + m_K} = \frac{m_e}{1 + \frac{m_e}{m_K}}, \quad (3.12)$$

mit  $m_e$  die Elektronen Masse und die Kernmasse  $m_K$ . Somit kann eine feste Rydbergkonstante ( $R_{y\infty}$ ) bestimmt werden:

$$R_y = \frac{1}{1 + \frac{m_e}{m_K}} \cdot \frac{\mu m_e e^4}{8c\epsilon_0^2 h^3} = \frac{1}{1 + \frac{m_e}{m_K}} \cdot R_{y\infty}. \quad (3.13)$$

Da das Deuterium ein extra Neutron hat, ist dieses schwerer, und somit ist die Rydberg-Konstante kleiner und so auch proportional zur Wellenlänge. Dieses wurde auch für größere Wellenlänge deutlicher sichtbar. Diese Aufspaltung wird als Isotopiaufspaltung bezeichnet, wobei es sich in diesem Fall über ein Masseneffekt der Isotopiaufspaltung handelt.

Mit der Skala im Okular kann die Breite  $d$  der Isotopiaufspaltung für die Emissionslinien geschätzt werden. Diese befinden sich in ??.

Mit Gl. (3.4)

$$\lambda = g(\sin \alpha + \sin \beta), \quad \frac{\Delta \lambda}{\Delta \beta} \approx \frac{\partial \lambda}{\partial \beta} = g \cos \beta, \quad \Delta \beta \approx \frac{d}{f}, \quad (3.14)$$

und mit der Brennweite der Abbildungslinse lässt sich der Winkel  $\Delta \beta$  mit

$$\Delta \beta = \arctan\left(\frac{d}{f}\right) \approx \frac{d}{f} \quad \text{für } d \ll f \quad (3.15)$$

berechnen lassen.

## V402: Quantelung von Energie

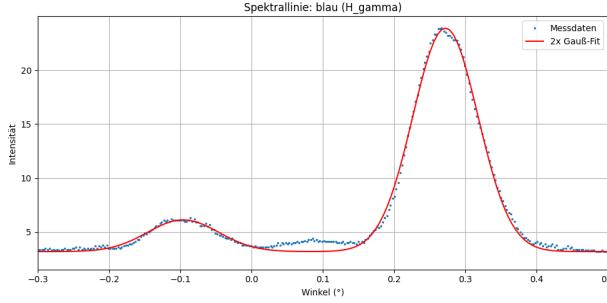


Abbildung 3.2.: Isotopieaufspaltung von der  $H_\gamma$

Diese Werte sind aber ungenau, da die Aufspaltung sehr schwer zu erkennen war und nur mit Mühe abgeschätzt wurde.

Die CCD-Kamera hat dieses Problem aber nicht und kann die Isotopieaufspaltung genauer messen.

Die gemessenen Intensitäten bilden Peaks die in Abb. A.2, Abb. A.1 und Abb. 3.2 dargestellt sind.

Hierbei sind mehrere Peaks zu erkennen und können durch folgende Gauß-Funktion

$$I(\beta) = \sum_i^2 A_i \cdot \exp\left(-\frac{\beta - \mu_i}{2\sigma_i}\right) + b \quad (3.16)$$

gefittet werden, wobei  $b$  der Offset ist und  $\beta$  der Winkel.

Die berechneten Werte sind in ?? zu sehen. Die Isotopieaufspaltung wird durch  $\Delta\beta = |\mu_2 - \mu_1|$  gegeben. Man erhält: Obwohl nur 3 Emissionslinien gesehen wurden, hat die CCD- Kamera noch

|

Tabelle 3.3.: Caption

eine zusätzlich aufgenommen, welches als  $H_\delta$  vermutet wird. Die berechneten Werte weichen aber signifikant ab. Dies lag vermutlich daran, dass die Balmer-Lampe nicht abgeschirmt war und somit die Genauigkeit der Messung beeinträchtigt hat. Es kann aber trotzdem die Aufspaltung beobachten und somit wurde das Ziel der Untersuchung erreicht.

### 3.4.2. Bestimmung der Rydberg-Konstante und des Plankschen Wirkungsquantum

**Rydberg-Konstante** Wie schon in Abschnitt ?? erwähnt kann die Rydberg-Konstante über die Wellenlänge bestimmt werden. Dafür ist eine folgende Umrechnung nötig:

$$Ry = \frac{1/\lambda}{\left(\frac{1}{4} - \frac{1}{n^2}\right)}, \quad \Delta Ry = \frac{\Delta\lambda}{\lambda^2 \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{n^2}\right)}. \quad (3.17)$$

Mit den berechneten Werten in Tab. 3.4 sieht man, dass die Werte miteinander übereinstimmen, aber unterschiedliche Wert haben.

Um den Wert zu bestimmen wird das gleiche Verfahren wie bei der Gitterkonstante benutzt:

$$\bar{g} = \frac{\sum_{i=1}^N (g_i / \Delta g_i)}{\sum_{i=1}^N (1 / \Delta g_i)}, \quad \Delta \bar{g} = \sqrt{\frac{N}{\sum_{i=1}^N 1 / (\Delta g_i)^2}}. \quad (3.18)$$

## V402: Quantelung von Energie

Linie	$\lambda / \text{nm}$	n	Rydberg-Konstante / $10^7 \text{ m}$
$H_\alpha$	$620,049 \pm 4,091$	5	$1,161 \pm 0,008$
$H_\beta$	$494,113 \pm 4,393$	4	$1,079 \pm 0,010$
$H_\gamma$	$442,969 \pm 4,508$	3	$1,075 \pm 0,011$

Tabelle 3.4.: Berechneten Rydbergkonstanten für die berechentn Wellenlängen

Dies liefert einen Wert von:

$$Ry = (1,105 \pm 0,006) \cdot 10^7 \frac{1}{m}. \quad (3.19)$$

Dieser Wert stimmt sehr gut mit dem Literaturwert (??, S.101) von der Rydbergkonstante, welcher

$$Ry_{lit} = 1,097 \frac{1}{m} ist, \quad (3.20)$$

in einer  $2\sigma$ -Umgebung vom experimentellen Wert liegt. Es könnte auch einen Fehler in der Fehlerrechnung vorgekommen sein, da dieser sehr klein ist.

**Planksche Wirkungsquantum** Mit Hilfe der berechneten Rydberg-Konstante kann das Planksche-Wirkungsquantum bestimmt werden:

$$Ry = \frac{\mu e^4}{8c\epsilon_0^2 h^3} \quad (3.21)$$

$$\Leftrightarrow h = \left( \frac{m_e e^4}{8 \epsilon_0^2 c Ry} \right)^{1/3}, \quad \Delta h = \frac{1}{3} \left( \frac{m_e e^4}{8 \epsilon_0^2 c} \right)^{1/3} Ry^{-4/3} \Delta Ry. \quad (3.22)$$

Somit wird das Planksche-Wirkungsquantum bestimmt auf:

$$h = (6.6104 \pm 0.109) \cdot 10^{-34} \text{ J} \dots \quad (3.23)$$

welches mit dem Literaturwert (??, S.75) von

$$h = 6,626 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot s \quad (3.24)$$

sehr gut übereinstimmt. Dieser liegt auch innerhalb einer  $2\sigma$ -Umgebung des experimentellen Wertes und stimmt mit der Berechnung des Plankschen-Wirkungsquantum durch den Photoeffekt überein.

## 3.5. Weitergehende Überlegungen

### 3.5.1. Möglicher Ursprung der anderen auftrennen Spektrallinien

In diesem Versuchsteil werden aber nicht nur die Balmer-Linien beobachtet. Durch einfallendes Licht von anderen Quellen, vor allem elektronische Geräte die für die Messung verwendet werden, besteht die Möglichkeit, dass dieses auch aufgenommen wird. Sehr wichtig ist, dass der Effekt des Streulichtes berücksichtigt wird, welches die Bamler-Lampe emittiert, da dieses anders reflektiert werden kann, als wenn es mittig auf dem Gitter trifft. Wenn die Linsen beschädigt wären, dann würden zusätzlich Linsenfehler oder Aberrationen auftreten und diese müssen somit auch berücksichtigt werden. Zusätzlich muss beachtet werden, dass es mehr als eine Ordnung gibt und somit die letzten beobatbaren Linien der Ordnung mit Linien einer höheren Ordnung überschneiden kann.

## V402: Quantelung von Energie

### 3.5.2. Doppler-Verbreitung

Wegen der termischen Bewegung der Atome relative zu einem ruhenden Betrachter, entsteht eine Doppler-Verschiebung der emittierten Photonen. Dies führt zu einer Verbreiterung der Spektrallinien über ihre natürliche Breite hinaus, welche mit der Formel (??, S.230)

$$\delta\lambda = \frac{\lambda_0}{c} \cdot \sqrt{\frac{8k_B T \cdot \ln 2}{m}} \quad (3.25)$$

beschrieben werden kann. Dabei ist  $\delta\lambda$  die Halbwertsbreite, die Temperatur  $T \approx 1000K$  ([praktikum]) und  $m$  die Masse des Atomes ( $2m_H \approx m_D$ ) Diese Werte werden in Tab. 3.5

Linie	Literaturwert $\lambda$ in nm	$\delta\lambda$ für $^1H$ in nm	$\delta\lambda$ für $^2H$ in nm
$H_\alpha$	656,28	0,015	0,011
$H_\beta$	486,13	0,011	0,008
$H_\gamma$	434,05	0,010	0,007

Tabelle 3.5.: (Theoretische) Doppler-Verbreitung von Wasserstoff und Deuterium

Um die natürliche Linienbreite  $\delta\nu$  zu berechnen, wird die Formel

$$\delta\nu = \frac{1}{2\pi \cdot \tau} \quad (3.26)$$

benutzt (??, S.228f), mit  $\tau$  die Lebensdauer. Diese Formel hängt nur von exakten Werten ab und die Linienbreite kann auch von der Heisenberg'schen Unschärferelation hergeleitet werden. Die Lebensdauer von Atomen liegt in der Größenordnung von  $10^{-8}s$ . Dies führt dazu, dass  $\delta\nu$  in der Größenordnung von  $16MHz$  ist und durch  $\frac{\Delta\nu}{\nu} = \frac{\Delta\lambda}{\lambda}$  mit  $\nu = \frac{c}{\lambda}$  führt dazu, dass die Linienbreite in der Ordnung von  $10^{-14}nm$  ist und somit vernachlässigbar groß gegenüber der Dopplerverbreitung ist. Daher ist es sinnvoller die Doppler-Verbreitung mit den Halbwertsbreiten der berechneten Gaußkurven zu vergleichen. Diese kann bestimmt man mit:

$$\delta\beta = 2\sqrt{\ln 2} \cdot \sigma, \quad (3.27)$$

wobei  $\sigma$  die Halbwertsbreite ist. Hierdurch kann man mit ?? die Wellenlängendifferenz berechnen. Die berechneten Werte sind in ??.

Linie	$\delta\lambda$ für $^1H$ in nm	$\delta\lambda$ für $^2H$ in nm
$H_\alpha$	$0.848 \pm 0.006$	$0.586 \pm 0.049 nm$
$H_\beta$	$2.258 \pm 0.051 nm$	$0.609 \pm 0.003$
$H_\gamma$	$0.831 \pm 0.021 nm$	$0.758 \pm 0.004 nm$

Tabelle 3.6.: Gemessene Halbwertsbreite für bekannte Spektrallinien

Es ist deutlich zu sehen, dass die Halbwertsbreiten sehr groß sind. Die Fehler sind auch sehr klein, dies kann an einer falschen Anpassung einiger Gaußkurven ( zum Beispiel bei  $H_\beta$  konnte die Gauß Kurve nicht gut zu dem zeiten Peak angepasst werden ) liegen. Zusätzlich hätte der Breite der Peaks beim messen besser eingestellt werden können, da der Aufbau möglicherweise nicht richtig justiert wurde, sodass die Spaltbreite zu groß gewählt wurde und nicht vollständig ausgeleuchtet war oder ,sodass das Streulicht die Basisintensität durch fehlender Abschirmung angehoben hat und dadurch die Peaks "flacher erschienen.

## V402: Quantelung von Energie

### 3.5.3. Auflösevermögen des Gitters

Anschliessend wird das Auflösungsvermögen des Gitters abgeschätzt. Dies wird mit der Formel

$$A = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = m \cdot N \quad (3.28)$$

gemacht, wobei m die Ordnungs Zahl ist und N die Anzahl der Beleuchteten Spalten. Das gesammte Gitter beträgt eine 25 mm x 25 mm Fläche:

$$\Rightarrow N = \frac{d}{g}, d = 25mm \quad (3.29)$$

$$\Rightarrow A = \frac{25mm}{420,76nm} = (5,94 \pm 0,02) \cdot 10^4 \quad (3.30)$$

So wäre es möglich alle Aufspaltungen zu messen, da das Auflösungsvermögen vom Gitter so groß ist. Dies würde aber bedeuten, dass das ganze Gitter beleuchtet werden müsste, welches aber bei der Untersuchung der Isotopieaufspaltung stören würde, da dies nicht mehr sichtbar wäre. Um dieses wiederum messen zu können, müsste der Spalt verringert werden und somit auch das Licht welches auf dem Gitter fällt.

## 4. Fazit

Im ersten Teil des Experiments gelang die Nachweisung des photoelektrischen Effekts durch Bestrahlung der Photozelle mit einer Quecksilberdampflampe. Es konnten unterschiedliche Grenzspannungen ermittelt werden. Durch Auftragen der Randspannungen als Funktion der Frequenz wurde eine Einstiegerade ermittelt, aus deren Steigung sich die Planck-Konstante in der Form  $h = (8,74 \pm 0,47) \times 10^{-34} \text{ J s}$  ableiten lässt. Der Achsenabschnitt der y-Achse ergab die Austrittsarbeit  $W_A = (2,36 \pm 0,18) \text{ eV}$ . Somit konnte die Plancksche Konstante mit einer Abweichung von etwa 32% bestimmt werden.

Im zweiten Teil des Experiments wurde die Balmer-Reihe analysiert. Die Gitterkonstante des holographischen Gitters wurde zu  $g = (420,76 \pm 1,51) \text{ nm}$  bestimmt, was innerhalb der Fehlergrenzen mit dem Literaturwert übereinstimmt. Die für die Balmer-Linien ermittelten Wellenlängen zeigen eine gute Übereinstimmung mit den Literaturwerten. Darüber hinaus wurde die Isotopenspaltung nachgewiesen. Auch die mit der CCD-Kamera gemessenen Wellenlängenverschiebungswerte stimmen gut mit bekannten Literaturwerten überein. Darüber hinaus wurde die Rydberg-Konstante mit  $R = (1,105 \pm 0,006) \cdot 10^7 \text{ m}^{-1}$  bestimmt, was eine sehr geringe Abweichung ( $>1\%$ ) vom Literaturwert darstellt. Schließlich wurde die Planck-Konstante neu definiert und  $h = (6,61 \pm 0,11) \text{ mal } 10^{-34} \text{ J s}$  erhalten, was ein noch genaueres Ergebnis als der photoelektrische Effekt ist und somit näher am Literaturwert liegt.

# 5. Formeln: To be deleted at the end

## Spannungsteiler

$$U = \frac{R_2}{R_1 + R_2} U_{\text{ges}} \quad (5.1)$$

mit  $U$  als Spannung am Widerstand  $R_2$ ,  $R_1$  und  $R_2$  als Widerstände und  $U_{\text{ges}}$  als Gesamtspannung.

## Energieerhaltung

$$h f = E_{\text{kin}} + W_A, \quad E_{\text{kin}} = e U_G \quad (5.2)$$

mit  $h$  dem Planckschen Wirkungsquantum,  $f$  der Photonfrequenz,  $e$  der Elementarladung,  $U_G$  der Gegenspannung und  $W_A$  der Austrittsarbeit.

## Fehlerfortpflanzung I

$$\Delta(\sqrt{I - I_0}) = \sqrt{\left(\frac{\Delta I}{2\sqrt{I-I_0}}\right)^2 + \left(\frac{\Delta I_0}{2\sqrt{I-I_0}}\right)^2}. \quad (5.3)$$

## Beugungsgitter

$$g(\sin \theta_m + \sin \beta) = m \lambda \implies g = \frac{m \lambda}{\sin \theta_m + \sin \beta} \quad (5.4)$$

$$\Delta g = \sqrt{\left(\frac{\partial g}{\partial \theta_m} \Delta \theta_m\right)^2 + \left(\frac{\partial g}{\partial \beta} \Delta \beta\right)^2}. \quad (5.5)$$

$$\frac{\partial g}{\partial \theta_m} = \frac{m \lambda \cos \theta_m}{(\sin \theta_m + \sin \beta)^2}, \quad \frac{\partial g}{\partial \beta} = \frac{m \lambda \cos \beta}{(\sin \theta_m + \sin \beta)^2}. \quad (5.6)$$

## Mittelwert der Gitterkonstante

$$\bar{g} = \frac{\sum_{i=1}^N (g_i / \Delta g_i)}{\sum_{i=1}^N (1 / \Delta g_i)}, \quad \Delta \bar{g} = \sqrt{\frac{N}{\sum_{i=1}^N 1 / (\Delta g_i)^2}}. \quad (5.7)$$

## Isotopenverhältnis

$$\lambda = g(\sin \theta_m + \sin \beta), \quad \frac{\partial \lambda}{\partial \beta} = g \cos \beta, \quad \Delta \beta \approx \frac{d}{f}. \quad (5.8)$$

## Fehlerfortpflanzung II

$$\Delta \lambda = \sqrt{\left(\frac{\lambda}{g} \Delta g\right)^2 + \left(g \cos \alpha \Delta \alpha\right)^2 + \left(g \cos \beta \Delta \beta\right)^2}. \quad (5.9)$$

$$\Delta(\Delta \lambda) = \sqrt{\left(\frac{d \cos \beta}{f} \Delta g\right)^2 + \left(\frac{-d \sin \beta}{f g} \Delta \beta\right)^2 + \left(\frac{g \cos \beta}{f} \Delta d\right)^2}. \quad (5.10)$$

## V402: Quantelung von Energie

### Balmer-Formel

$$\frac{1}{\lambda} = R_H \left( \frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2} \right), \quad n = 3, 4, 5, \dots \quad (5.11)$$

$$R_H = \frac{1/\lambda}{\left( \frac{1}{4} - \frac{1}{n^2} \right)}, \quad \Delta R_H = \frac{\Delta \lambda}{\lambda^2 \left( \frac{1}{4} - \frac{1}{n^2} \right)}. \quad (5.12)$$

### Plancksches Wirkungsquantum

$$h = \left( \frac{m_e e^4}{8 \varepsilon_0^2 c R_H} \right)^{1/3}, \quad \Delta h = \frac{1}{3} \left( \frac{m_e e^4}{8 \varepsilon_0^2 c} \right)^{1/3} R_H^{-4/3} \Delta R_H. \quad (5.13)$$

$$U_0 = - \frac{b}{m} \quad (5.14)$$

$$\frac{\partial U_0}{\partial b} = - \frac{1}{m}, \quad \frac{\partial U_0}{\partial m} = \frac{b}{m^2}. \quad (5.15)$$

$$\text{Var}(U_0) = \left( \frac{\partial U_0}{\partial b} \right)^2 \sigma_b^2 + \left( \frac{\partial U_0}{\partial m} \right)^2 \sigma_m^2 + 2 \frac{\partial U_0}{\partial b} \frac{\partial U_0}{\partial m} \text{Cov}(b, m). \quad (5.16)$$

$$\sigma_{U_0} = \sqrt{\left( \frac{\sigma_b}{m} \right)^2 + \left( \frac{b \sigma_m}{m^2} \right)^2 - 2 \frac{b}{m^3} \text{Cov}(m, b)}. \quad (5.17)$$

$$y = m U + b$$

# Literatur

- [1] *Physikalisches Praktikum Teil IV: Atome, Moleküle, Festkörper.* 15. Apr. 2025. Uni Bonn.
- [2] „Spannungsteiler“. In: (). URL: [https://www.homofaciens.de/technics-base-circuits-voltage-divider\\_ge.htm](https://www.homofaciens.de/technics-base-circuits-voltage-divider_ge.htm).
- [3] Eite Tiesinga, Peter J. Mohr, David B. Newell u. a. „CODATA Recommended Values of the Fundamental Physical Constants: 2018“. In: *J. Phys. Chem. Ref. Data* (2021). Zugriff am 19. Mai 2025. DOI: 10.1063/5.0064853.

# A. Anhang

## A.1. Abbildungen

### Balmer Serie

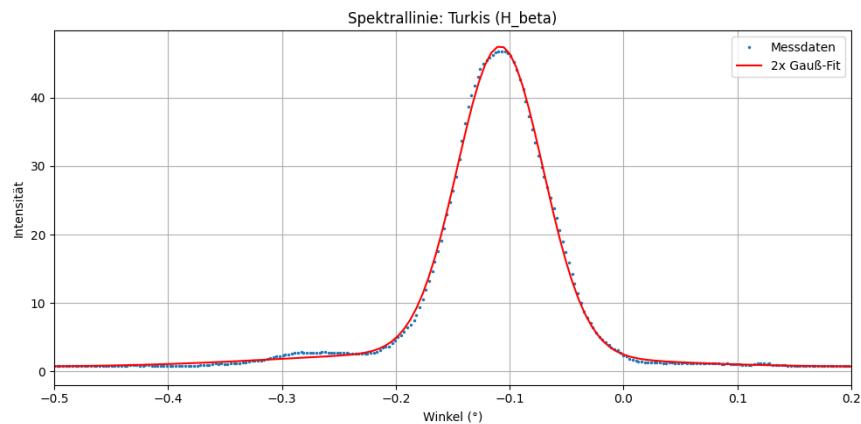


Abbildung A.1.: Gaußfit für  $H_{\beta}$

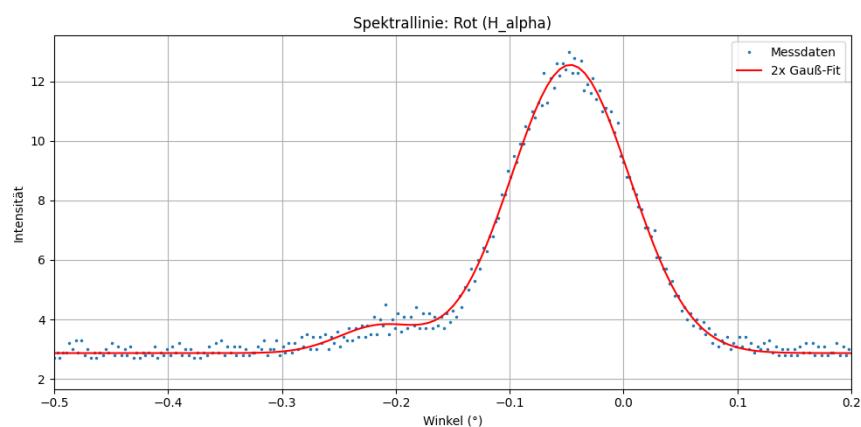


Abbildung A.2.: Gaußfit für  $H_{\alpha}$

## V402: Quantelung von Energie

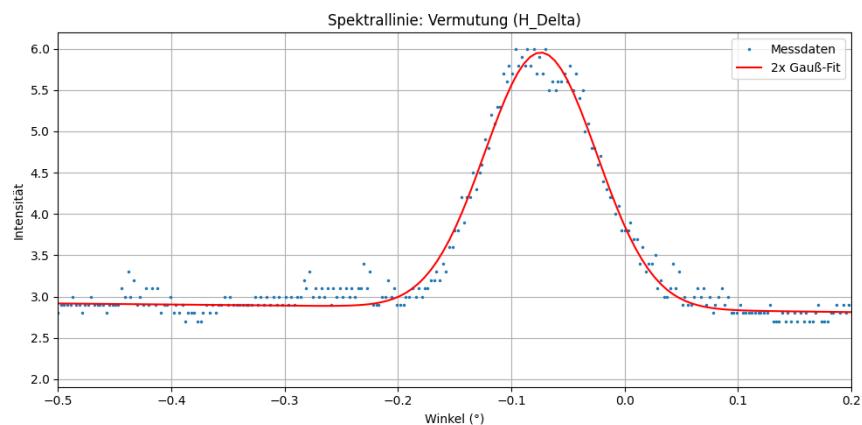


Abbildung A.3.: Gaußfit für die Vermutete Linie  $H_{\delta}$

## V402: Quantelung von Energie

### Photoeffekt

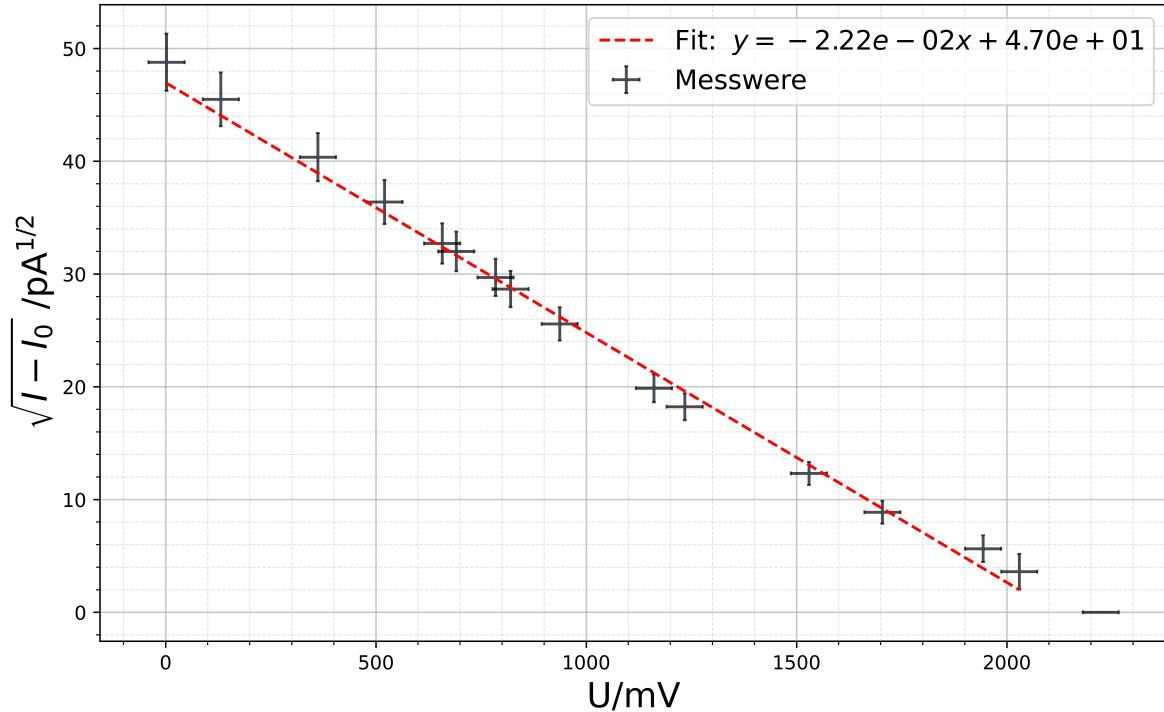


Abbildung A.4.: Messung 1 bei  $\lambda = 365 \text{ nm}$ . Die Werte und Unsicherheiten sind in Tab. A.5.

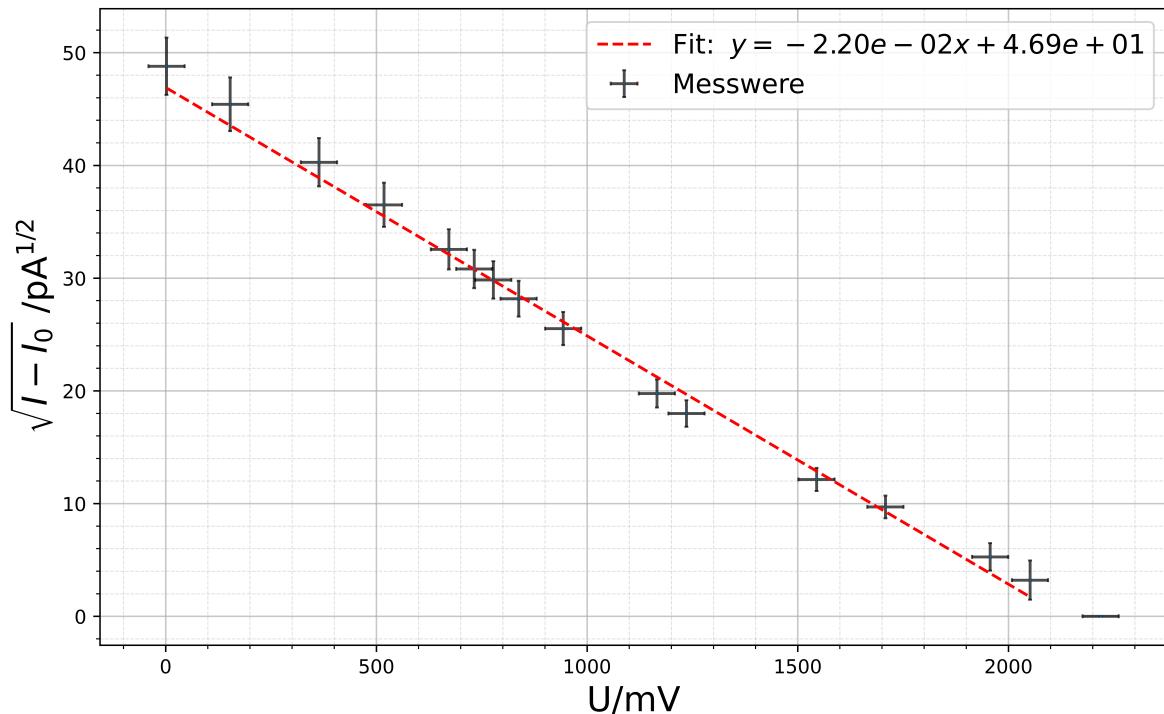


Abbildung A.5.: Messung 2 bei  $\lambda = 365 \text{ nm}$ . Die Werte und Unsicherheiten sind in Tab. A.7.

## V402: Quantelung von Energie

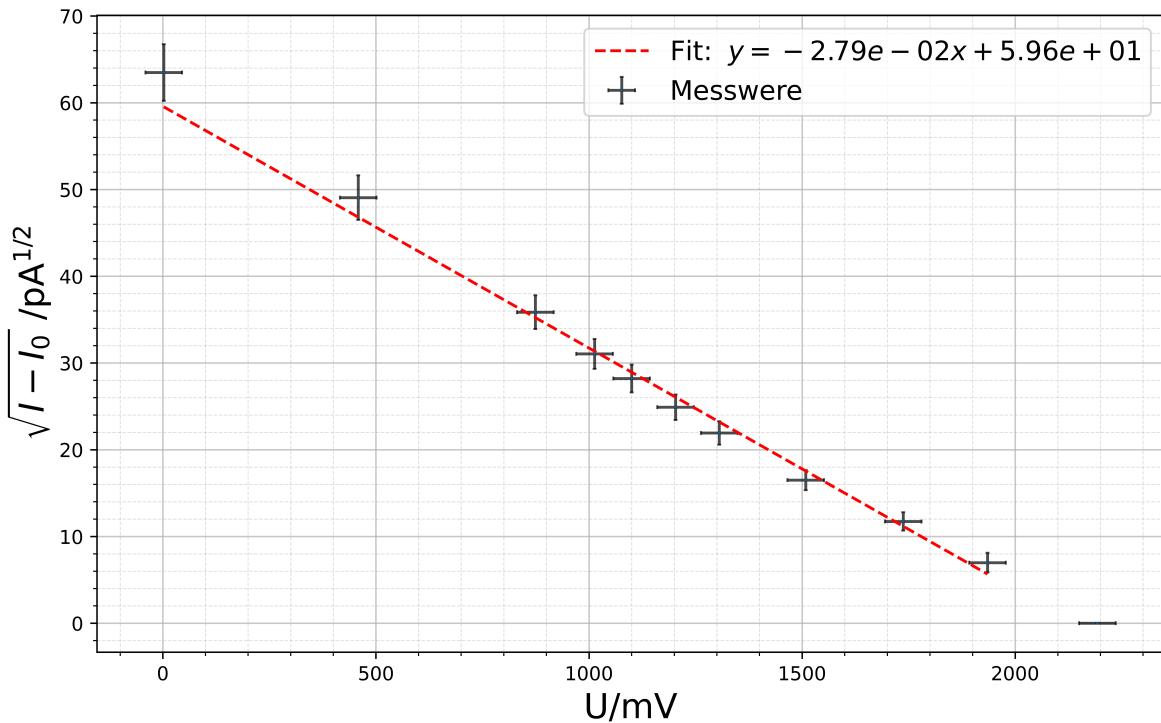


Abbildung A.6.: Messung bei 50% Intensität und  $\lambda = 365 \text{ nm}$ . Die Werte und Unsicherheiten sind in Tab. A.9.

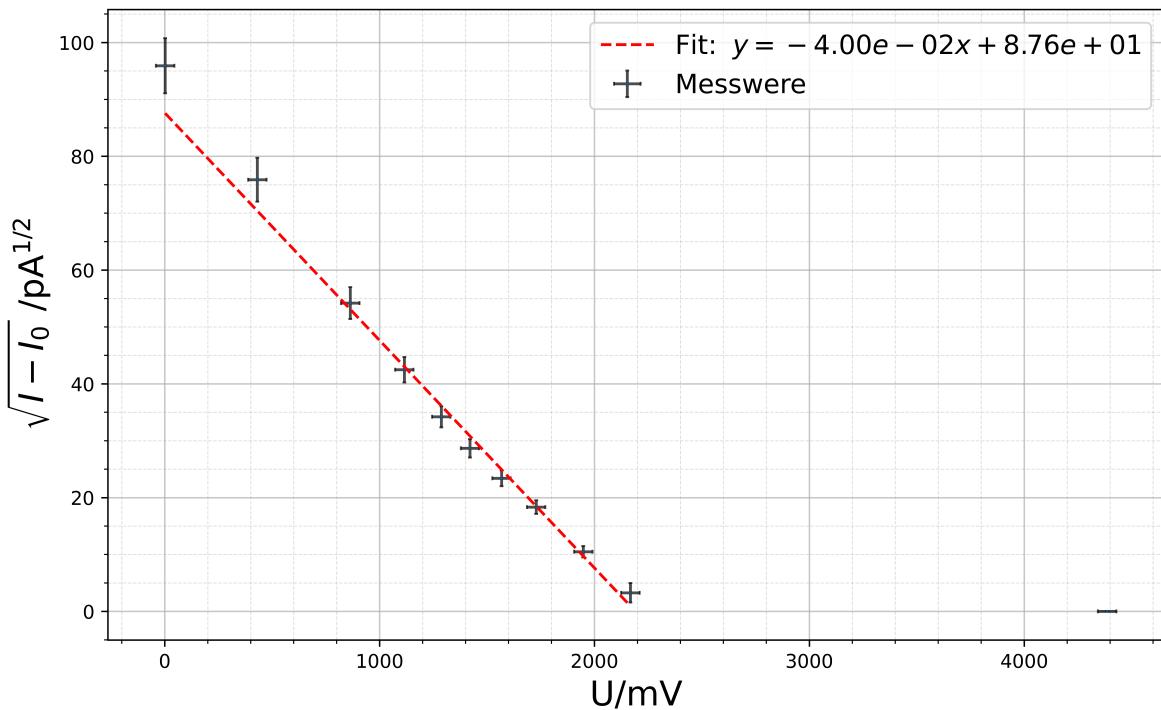


Abbildung A.7.: Messung bei maximaler Intensität und  $\lambda = 365 \text{ nm}$ . Die Werte und Unsicherheiten sind in Tab. A.11.

## V402: Quantelung von Energie

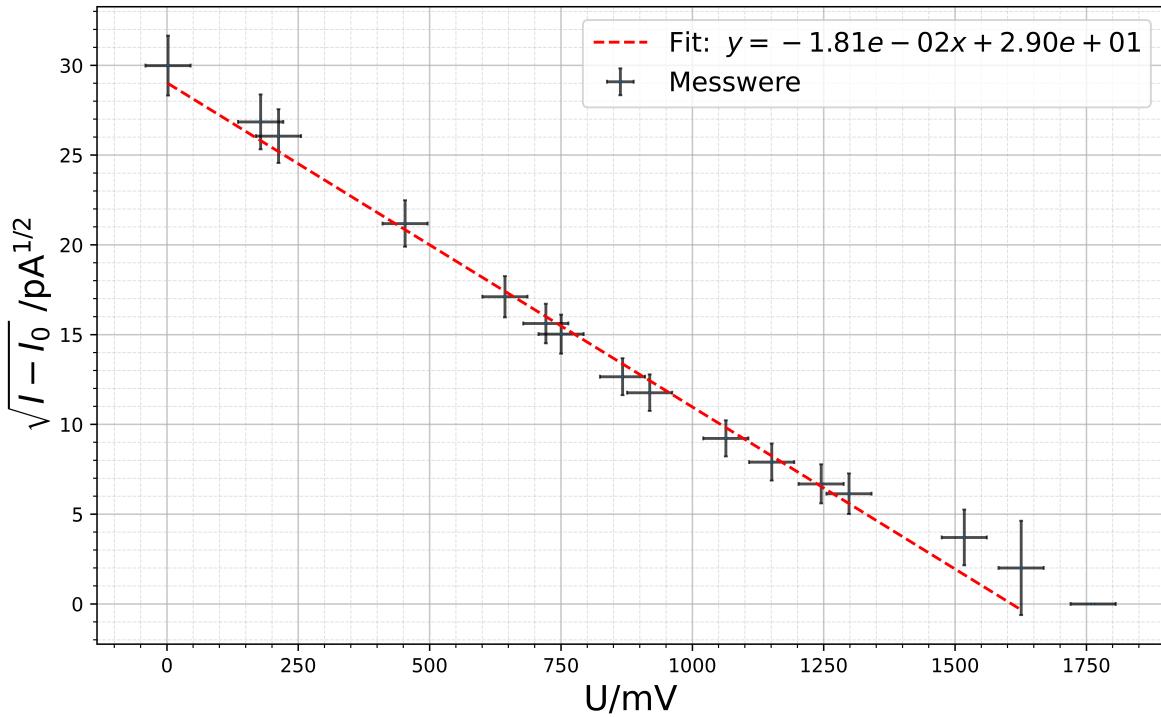


Abbildung A.8.: Messung 1 bei  $\lambda = 405 \text{ nm}$ . Die Werte und Unsicherheiten sind in Tab. A.13.

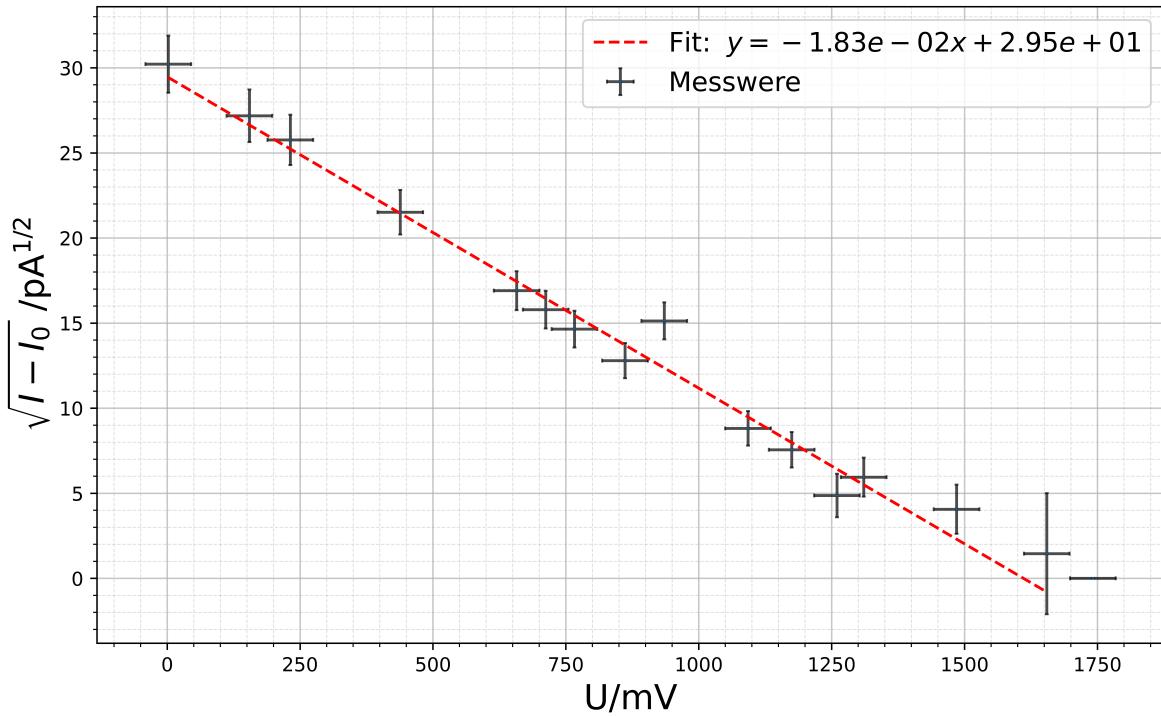


Abbildung A.9.: Messung 2 bei  $\lambda = 405 \text{ nm}$ . Die Werte und Unsicherheiten sind in Tab. A.15.

## V402: Quantelung von Energie

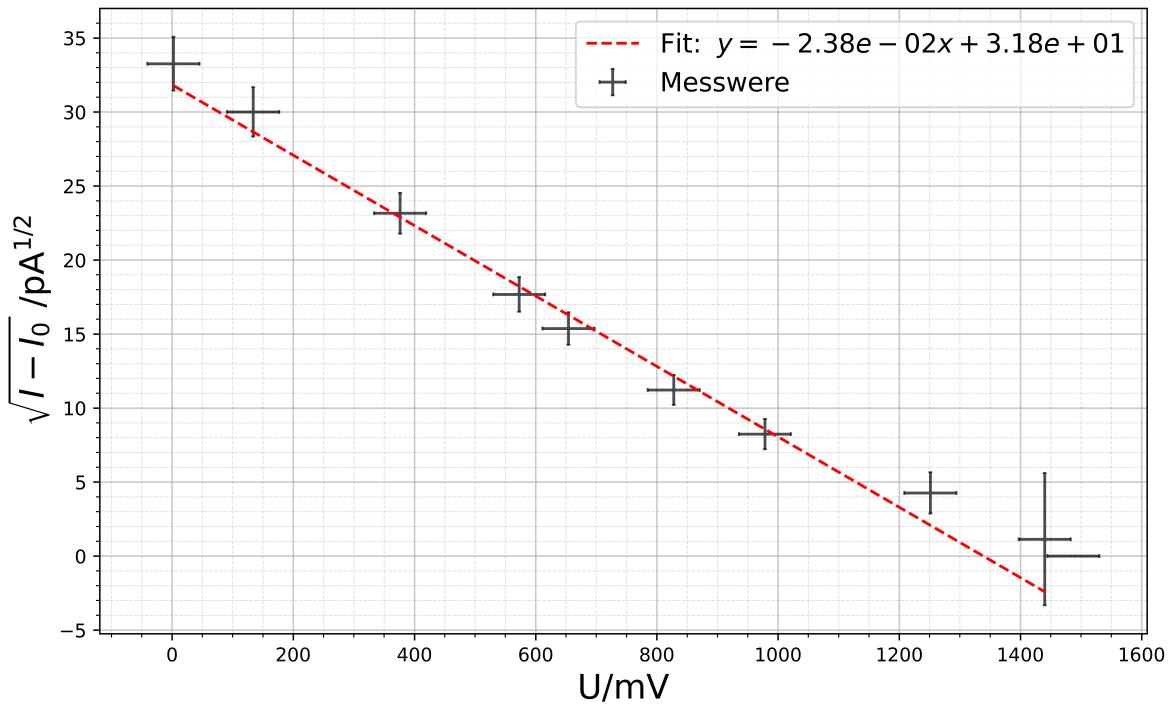


Abbildung A.10.: Messung 1 bei  $\lambda = 463$  nm. Die Werte und Unsicherheiten sind in Tab. A.17.

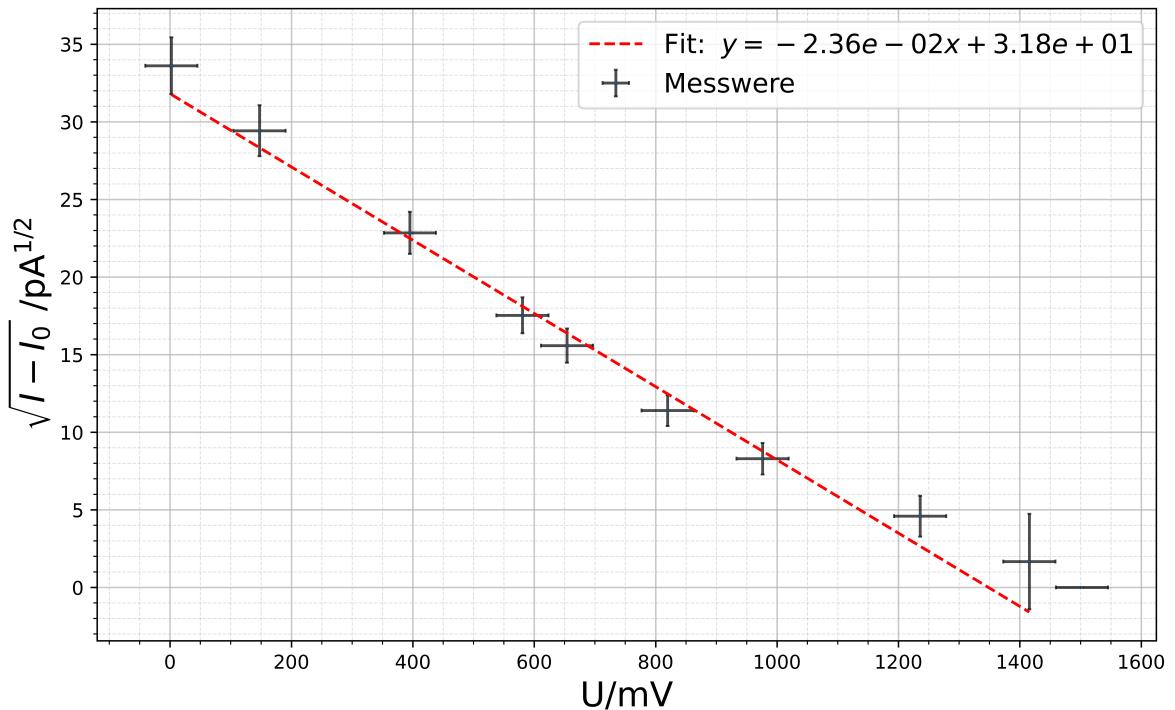


Abbildung A.11.: Messung 2 bei  $\lambda = 463$  nm. Die Werte und Unsicherheiten sind in Tab. A.19.

## V402: Quantelung von Energie

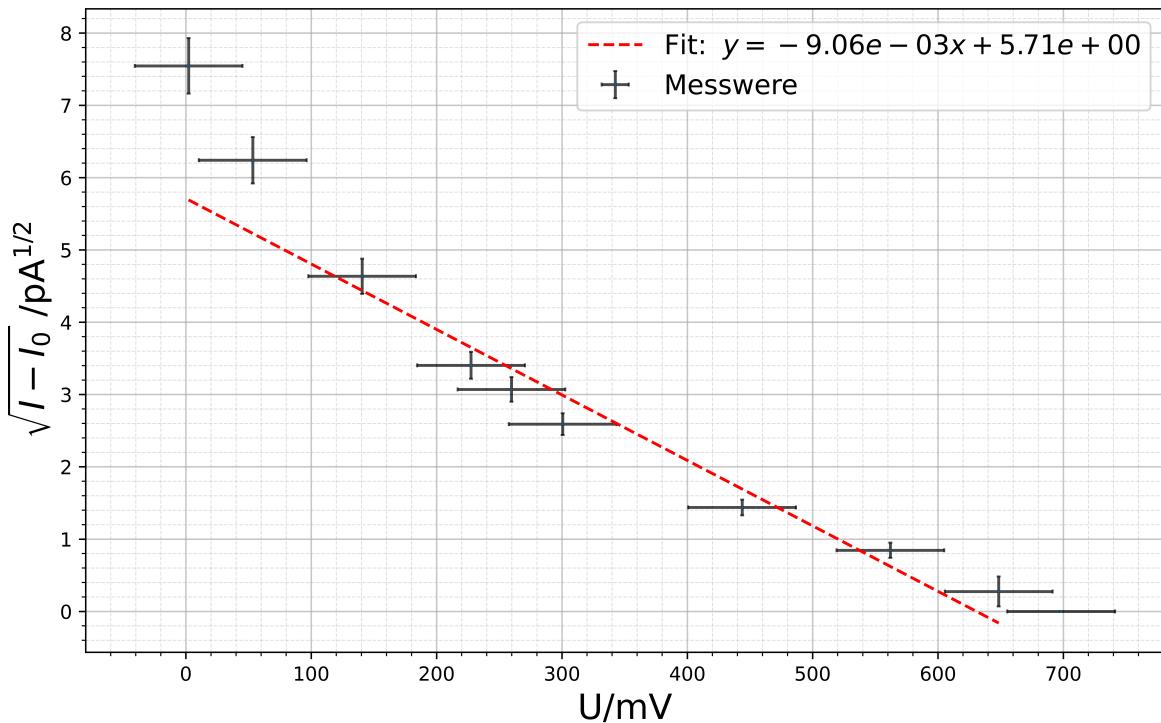


Abbildung A.12.: Messung 1 bei  $\lambda = 546 \text{ nm}$ . Die Werte und Unsicherheiten sind in Tab. A.21.

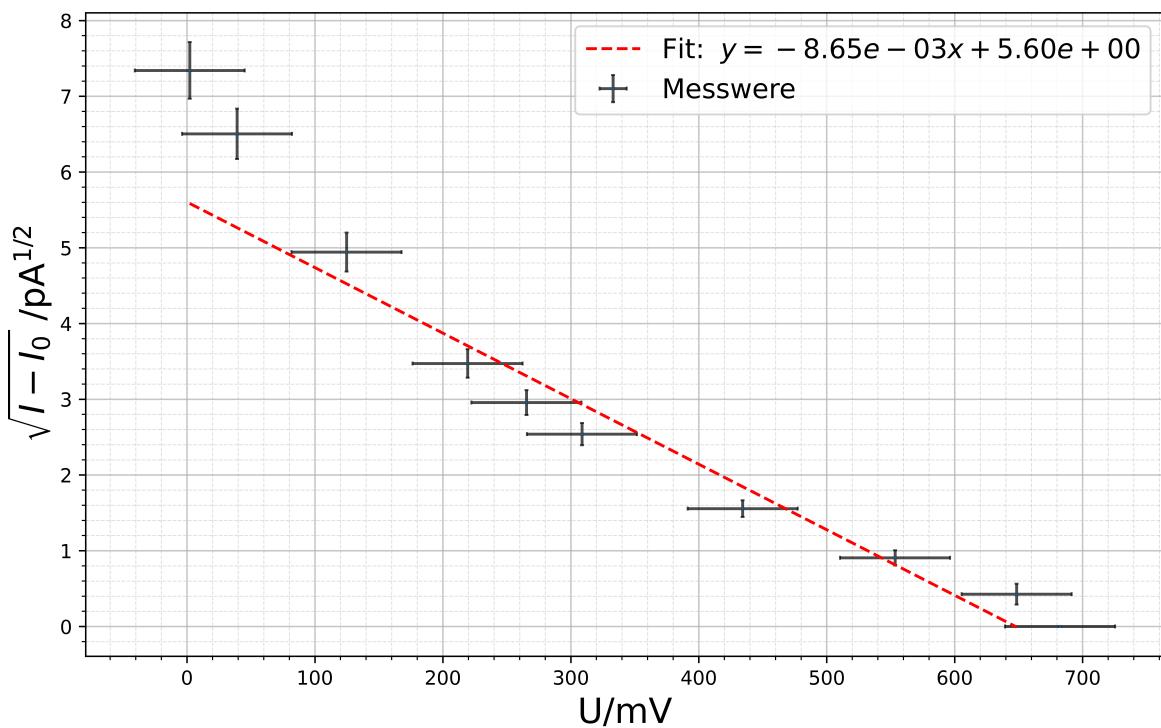


Abbildung A.13.: Messung 2 bei  $\lambda = 546 \text{ nm}$ . Die Werte und Unsicherheiten sind in Tab. A.23.

## V402: Quantelung von Energie

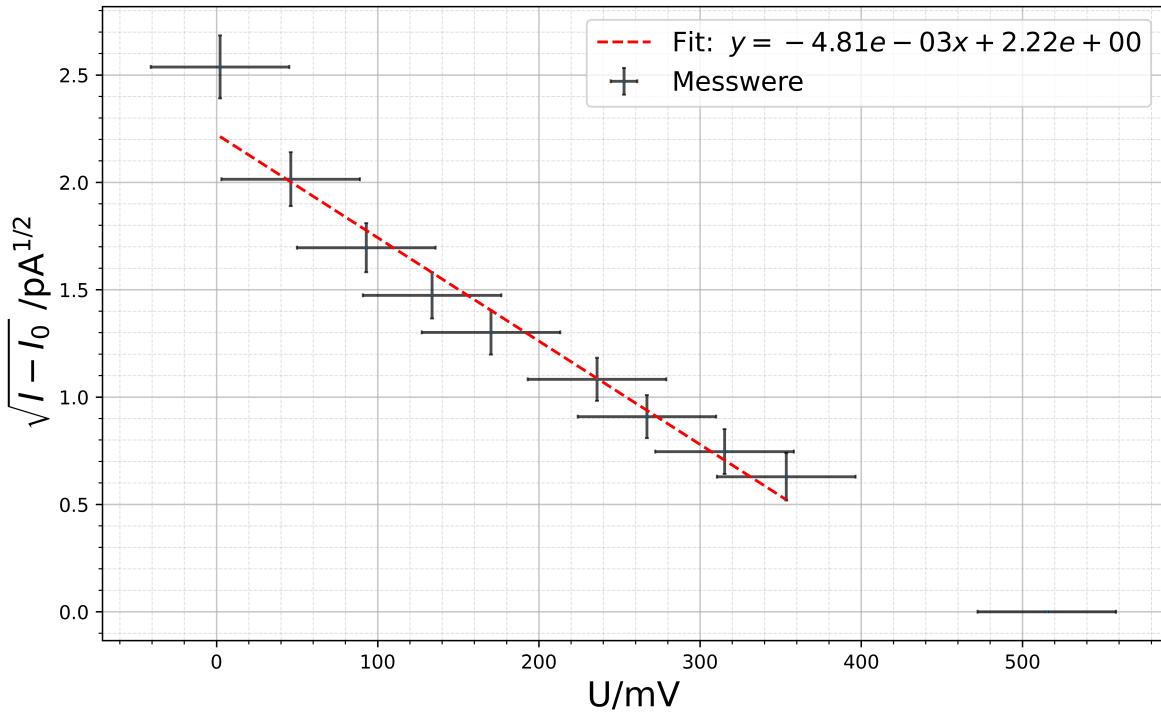


Abbildung A.14.: Messung 1 bei  $\lambda = 578 \text{ nm}$ . Die Werte und Unsicherheiten sind in Tab. A.25.

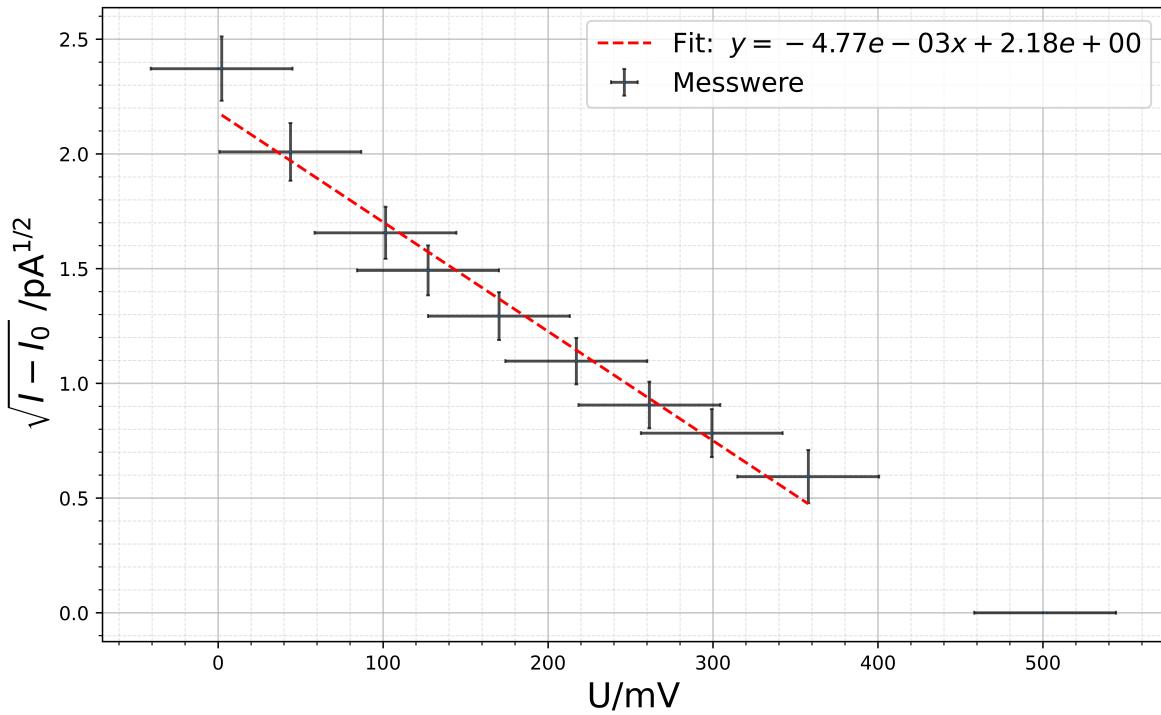


Abbildung A.15.: Messung 2 bei  $\lambda = 578 \text{ nm}$ . Die Werte und Unsicherheiten sind in Tab. A.27.

## V402: Quantelung von Energie

### A.2. Tabellen

#### Photoeffekt

$\lambda = 365 \text{ nm}$				$\lambda = 405 \text{ nm}$			
Messung 1		Messung 2		Messung 1		Messung 2	
$U_G$ [mV]	$U_{ph}$ [mV]	$U_G$ [mV]	$U_{ph}$ [mV]	$U_G$ [mV]	$U_{ph}$ [mV]	$U_G$ [mV]	$U_{ph}$ [mV]
0,5	2380,0	0,5	2382,0	0,5	900,0	0,5	914,0
30,5	2070,0	35,6	2065,0	41,5	722,0	36,0	740,0
84,2	1630,0	84,6	1624,0	49,4	680,0	53,9	665,0
121,0	1325,0	120,5	1334,0	105,4	450,0	102,0	464,0
152,9	1071,0	156,3	1061,0	149,6	293,8	152,9	286,9,0
160,7	1025,0	170,3	951,0	167,7	245,0	165,6	250,5
182,4	883,0	180,8	892,0	174,5	226,9	178,2	215,6
190,7	823,0	194,8	795,0	201,7	161,2	200,3	164,8
217,9	655,0	219,4	653,0	213,7	139,5	217,5	230,0
270,0	396,0	271,1	392,0	247,4	86,1	254,1	78,8
287,0	333,3	287,4	325,0	267,7	63,5	273,2	58,2
355,7	152,7	359,2	148,8	289,6	45,8	293,0	24,8
396,3	79,9	397,2	95,6	301,9	38,8	304,7	36,5
452,0	32,9	455,0	29,2	352,9	14,8	345,3	17,6
472,0	14,1	477,0	11,7	378,1	5,1	384,8	3,2
517,0	1,1	516,0	1,4	410,0	1,1	405,0	1,1

Tabelle A.1.: Messwerte der Photospannung  $U_{ph}$  bei Gegenspannung  $U_G$  für  $\lambda = 365 \text{ nm}$  und  $\lambda = 405 \text{ nm}$ , wobei  $\Delta U_{ph} = 0,1 \cdot U_{ph} + 10 \text{ mV}$ ,  $\Delta U_G = 10 \text{ mV}$

$\lambda = 463 \text{ nm}$			
Messung 1		Messung 2	
$U_G$ [mV]	$U_{ph}$ [mV]	$U_G$ [mV]	$U_{ph}$ [mV]
0,5	1107,0	0,5	1130,0
31,1	901,0	34,3	866,0
87,5	537,0	91,9	522,0
133,2	313,1	135,0	307,4
152,1	236,9	152,1	242,8
192,5	126,6	190,6	130,0
227,5	68,5	227,0	68,8
291,0	18,8	287,4	21,1
334,9	1,9	329,2	2,8
345,9	0,6	349,4	0,0

Tabelle A.2.: Messwerte der Photospannung  $U_{ph}$  bei Gegenspannung  $U_G$  für  $\lambda = 463 \text{ nm}$ , mit  $\Delta U_{ph} = 0,1 \cdot U_{ph} + 10 \text{ mV}$  und  $\Delta U_G = 10 \text{ mV}$ .

## V402: Quantelung von Energie

$\lambda = 546 \text{ nm}$				$\lambda = 578 \text{ nm}$			
Messung 1		Messung 2		Messung 1		Messung 2	
$U_G [\text{mV}]$	$U_{ph} [\text{mV}]$	$U_G [\text{mV}]$	$U_{ph} [\text{mV}]$	$U_G [\text{mV}]$	$U_{ph} [\text{mV}]$	$U_G [\text{mV}]$	$U_{ph} [\text{mV}]$
0,5	5700,0	0,5	5390,0	0,5	644,0	0,5	565,0
32,7	2155,0	29,0	2444,0	10,7	406,0	10,2	406,0
12,4	3900,0	9,1	4230,0	21,6	287,5	23,6	276,8
52,9	1165,0	51,0	1206,0	31,1	217,2	29,6	225,1
69,9	677,0	61,7	874,0	39,6	169,3	39,6	169,6
60,4	949,0	71,8	645,0	54,9	117,2	50,5	122,7
103,2	212,9	101,0	242,1	62,1	82,6	60,8	84,4
130,7	77,7	128,7	82,2	73,3	55,7	69,6	63,7
150,8	13,8	150,8	18,3	82,2	39,6	83,2	37,6
162,4	6,2	158,7	0,1	119,8	0,0	116,6	2,4

Tabelle A.3.: Messwerte der Photospannung  $U_{ph}$  bei Gegenspannung  $U_G$  für  $\lambda = 546 \text{ nm}$  und  $\lambda = 578 \text{ nm}$ , wobei  $\Delta U_{ph} = 0,1 \cdot U_{ph} + 10 \text{ mV}$  und  $\Delta U_G = 10 \text{ mV}$ .

$\lambda = 365 \text{ nm}$			
Messung max		Messung 50%	
$U_G [\text{mV}]$	$U_{ph} [\text{mV}]$	$U_G [\text{mV}]$	$U_{ph} [\text{mV}]$
0,4	9200,0	0,5	4040,0
100,2	5760,0	106,6	2417,0
200,8	2939,0	203,3	1296,0
259,3	1806,0	235,6	974,0
299,3	1172,0	255,8	806,0
330,4	823,0	279,8	630,0
364,5	549,0	303,6	491,0
402,0	337,6	350,8	282,4
453,0	111,6	404,0	147,8
504,0	12,2	450,0	58,8
1020,0	1,5	510,0	10,0

Tabelle A.4.: Messwerte der Photospannung  $U_{ph}$  bei Gegenspannung  $U_G$  für  $\lambda = 365 \text{ nm}$  (Maximalwerte und 50%-Punkt), wobei  $\Delta U_{ph} = 0,1 \cdot U_{ph} + 10 \text{ mV}$  und  $\Delta U_G = 10 \text{ mV}$ .

## V402: Quantelung von Energie

$U$ [mV]	$\Delta U$ [mV]	$I$ [pA]	$\Delta I$ [pA]	$\sqrt{I - I_0}$ [ $\sqrt{\text{pA}}$ ]	$\Delta \sqrt{I - I_0}$ [ $\sqrt{\text{pA}}$ ]
2.15	43.00	2380.00	248.00	48.77	2.54
131.15	43.00	2070.00	217.00	45.49	2.39
362.06	43.00	1630.00	173.00	40.36	2.14
520.30	43.00	1325.00	142.50	36.39	1.96
657.47	43.00	1071.00	117.10	32.71	1.79
691.01	43.00	1025.00	112.50	32.00	1.76
784.32	43.00	883.00	98.30	29.70	1.66
820.01	43.00	823.00	92.30	28.67	1.61
936.97	43.00	655.00	75.50	25.57	1.48
1161.00	43.00	396.00	49.60	19.87	1.25
1234.10	43.00	333.30	43.33	18.23	1.19
1529.51	43.00	152.70	25.27	12.31	1.03
1704.09	43.00	79.90	17.99	8.88	1.01
1943.60	43.00	32.90	13.29	5.64	1.18
2029.60	43.00	14.10	11.41	3.61	1.58
2223.10	43.00	1.10	10.11	0.00	0.00

Tabelle A.5.: Gemessenen Werte für die erste Messung bei  $\lambda = 365$  nm. Die Sättigungsspannung liegt bei  $U_G = 517,00$  mV, daraus folgt  $I_0 = (1,10 \pm 10,11)$  pA.

Parameter	Wert
Steigung $m$ [ $\sqrt{\text{pA}}/\text{mV}$ ]	$-2,22 \times 10^{-2} \pm 5,58 \times 10^{-4}$
Achsenabschnitt $b$ [ $\sqrt{\text{pA}}$ ]	$4,70 \times 10^1 \pm 7,48 \times 10^{-1}$
$\chi^2$	8,28
Freiheitsgrade (dof)	13
$\chi^2/\text{dof}$	0,637
Abbremsspannung $U_0$ [mV]	$2117,12 \pm 62,98$

Tabelle A.6.: Ergebnisse des gewichteten linearen  $\chi^2$ -Fits zur Bestimmung der Abbremsspannung für die erste Messung bei  $\lambda = 365$  nm. Die hier gezeigten Werte stammen aus Tabelle A.5.

## V402: Quantelung von Energie

$U$ [mV]	$\Delta U$ [mV]	$I$ [pA]	$\Delta I$ [pA]	$\sqrt{I - I_0}$ [ $\sqrt{\text{pA}}$ ]	$\Delta \sqrt{I - I_0}$ [ $\sqrt{\text{pA}}$ ]
2.15	43.00	2382.00	248.20	48.79	2.54
153.08	43.00	2065.00	216.50	45.43	2.38
363.78	43.00	1624.00	172.40	40.28	2.14
518.15	43.00	1334.00	143.40	36.50	1.96
672.09	43.00	1061.00	116.10	32.55	1.78
732.29	43.00	951.00	105.10	30.82	1.71
777.44	43.00	892.00	99.20	29.84	1.66
837.64	43.00	795.00	89.50	28.17	1.59
943.42	43.00	653.00	75.30	25.53	1.47
1165.73	43.00	392.00	49.20	19.76	1.24
1235.82	43.00	325.00	42.50	17.99	1.18
1544.56	43.00	148.80	24.88	12.14	1.02
1707.96	43.00	95.60	19.56	9.71	1.01
1956.50	43.00	29.20	12.92	5.27	1.23
2051.10	43.00	11.70	11.17	3.21	1.74
2218.80	43.00	1.40	10.14	0.00	0.00

Tabelle A.7.: Gemessenen Werte für die zweite Messung bei  $\lambda = 365$  nm. Die Sättigungsspannung liegt bei  $U_G = 516,00$  mV, daraus folgt  $I_0 = (1,40 \pm 10,14)$  pA.

Parameter	Wert
Steigung $m$ [ $\sqrt{\text{pA}}/\text{mV}$ ]	$-2,20 \times 10^{-2} \pm 5,73 \times 10^{-4}$
Achsenabschnitt $b$ [ $\sqrt{\text{pA}}$ ]	$4,69 \times 10^1 \pm 7,63 \times 10^{-1}$
$\chi^2$	8,45
Freiheitsgrade (dof)	13
$\chi^2/\text{dof}$	0,650
Abbremsspannung $U_0$ [mV]	$2131,82 \pm 65,47$

Tabelle A.8.: Ergebnisse des gewichteten linearen  $\chi^2$ -Fits zur Bestimmung der Abbremsspannung für die zweite Messung bei  $\lambda = 365$  nm. Die hier gezeigten Werte stammen aus Tabelle A.7.

## V402: Quantelung von Energie

$U$ [mV]	$\Delta U$ [mV]	$I$ [pA]	$\Delta I$ [pA]	$\sqrt{I - I_0}$ [ $\sqrt{\text{pA}}$ ]	$\Delta \sqrt{I - I_0}$ [ $\sqrt{\text{pA}}$ ]
2.15	43.00	4040.00	414.00	63.48	3.26
458.38	43.00	2417.00	251.70	49.06	2.57
874.19	43.00	1296.00	139.60	35.86	1.95
1013.08	43.00	974.00	107.40	31.05	1.73
1099.94	43.00	806.00	90.60	28.21	1.61
1203.14	43.00	630.00	73.00	24.90	1.47
1305.48	43.00	491.00	59.10	21.93	1.35
1508.44	43.00	282.40	38.24	16.50	1.16
1737.20	43.00	147.80	24.78	11.74	1.06
1935.00	43.00	58.80	15.88	6.99	1.14
2193.00	43.00	10.00	11.00	0.00	0.00

Tabelle A.9.: Gemessenen Werte für die Messung bei 50 % Intensität und  $\lambda = 365$  nm. Die Sättigungsspannung liegt bei  $U_G = 510,00$  mV, daraus folgt  $I_0 = (10,00 \pm 11,00)$  pA.

Parameter	Wert
Steigung $m$ [ $\sqrt{\text{pA}}/\text{mV}$ ]	$-2,79 \times 10^{-2} \pm 9,92 \times 10^{-4}$
Achsenabschnitt $b$ [ $\sqrt{\text{pA}}$ ]	$5,96 \times 10^1 \pm 1,45$
$\chi^2$	6,55
Freiheitsgrade (dof)	8
$\chi^2/\text{dof}$	0,819
Abbremsspannung $U_0$ [mV]	$2136,20 \pm 92,03$

Tabelle A.10.: Ergebnisse des gewichteten linearen  $\chi^2$ -Fits zur Bestimmung der Abbremsspannung für die Messung bei  $\lambda = 365$  nm mit 50% Intensität. Die hier gezeigten Werte stammen aus Tabelle A.9.

$U$ [mV]	$\Delta U$ [mV]	$I$ [pA]	$\Delta I$ [pA]	$\sqrt{I - I_0}$ [ $\sqrt{\text{pA}}$ ]	$\Delta \sqrt{I - I_0}$ [ $\sqrt{\text{pA}}$ ]
1.72	43.00	9200.00	930.00	95.91	4.85
430.86	43.00	5760.00	586.00	75.88	3.86
863.44	43.00	2939.00	303.90	54.20	2.80
1114.99	43.00	1806.00	190.60	42.48	2.24
1286.99	43.00	1172.00	127.20	34.21	1.86
1420.72	43.00	823.00	92.30	28.66	1.61
1567.35	43.00	549.00	64.90	23.40	1.39
1728.60	43.00	337.60	43.76	18.33	1.19
1947.90	43.00	111.60	21.16	10.49	1.01
2167.20	43.00	12.20	11.22	3.27	1.72
4386.00	43.00	1.50	10.15	0.00	0.00

Tabelle A.11.: Gemessenen Werte für die Messung bei maximaler Intensität und  $\lambda = 365$  nm. Die Sättigungsspannung liegt bei  $U_G = 1020,00$  mV, daraus folgt  $I_0 = (1,50 \pm 10,15)$  pA.

## V402: Quantelung von Energie

Parameter	Wert
Steigung $m$ [ $\sqrt{\text{pA}}/\text{mV}$ ]	$-4,00 \times 10^{-2} \pm 1,57 \times 10^{-3}$
Achsenabschnitt $b$ [ $\sqrt{\text{pA}}$ ]	$8,76 \times 10^1 \pm 2,64$
$\chi^2$	11,74
Freiheitsgrade (dof)	8
$\chi^2/\text{dof}$	1,467
Abbremsspannung $U_0$ [mV]	$2190,00 \pm 108,37$

Tabelle A.12.: Ergebnisse des gewichteten linearen  $\chi^2$ -Fits zur Bestimmung der Abbremsspannung für die Messung bei  $\lambda = 365 \text{ nm}$  mit maximaler Intensität. Die hier gezeigten Werte stammen aus Tabelle A.11.

$U$ [mV]	$\Delta U$ [mV]	$I$ [pA]	$\Delta I$ [pA]	$\sqrt{I - I_0}$ [ $\sqrt{\text{pA}}$ ]	$\Delta \sqrt{I - I_0}$ [ $\sqrt{\text{pA}}$ ]
2.15	43.00	900.00	100.00	29.98	1.67
178.45	43.00	722.00	82.20	26.85	1.53
212.42	43.00	680.00	78.00	26.06	1.50
453.22	43.00	450.00	55.00	21.19	1.30
643.28	43.00	293.80	39.38	17.11	1.15
721.11	43.00	245.00	34.50	15.62	1.10
750.35	43.00	226.90	32.69	15.03	1.09
867.31	43.00	161.20	26.12	12.65	1.03
918.91	43.00	139.50	23.95	11.76	1.02
1063.82	43.00	86.10	18.61	9.22	1.01
1151.11	43.00	63.50	16.35	7.90	1.03
1245.28	43.00	45.80	14.58	6.69	1.09
1298.17	43.00	38.80	13.88	6.14	1.13
1517.47	43.00	14.80	11.48	3.70	1.55
1625.83	43.00	5.10	10.51	2.00	2.63
1763.00	43.00	1.10	10.11	0.00	0.00

Tabelle A.13.: Gemessenen Werte für die erste Messung bei  $\lambda = 405 \text{ nm}$ . Die Sättigungsspannung liegt bei  $U_G = 410,00 \text{ mV}$ , daraus folgt  $I_0 = (1,10 \pm 10,11) \text{ pA}$ .

Parameter	Wert
Steigung $m$ [ $\sqrt{\text{pA}}/\text{mV}$ ]	$-1,81 \times 10^{-2} \pm 5,50 \times 10^{-4}$
Achsenabschnitt $b$ [ $\sqrt{\text{pA}}$ ]	$2,90 \times 10^1 \pm 5,21 \times 10^{-1}$
$\chi^2$	5,80
Freiheitsgrade (dof)	13
$\chi^2/\text{dof}$	0,446
Abbremsspannung $U_0$ [mV]	$1602,21 \pm 56,56$

Tabelle A.14.: Ergebnisse des gewichteten linearen  $\chi^2$ -Fits zur Bestimmung der Abbremsspannung für die erste Messung bei  $\lambda = 405 \text{ nm}$ . Die hier gezeigten Werte stammen aus Tabelle A.13.

## V402: Quantelung von Energie

$U$ [mV]	$\Delta U$ [mV]	$I$ [pA]	$\Delta I$ [pA]	$\sqrt{I - I_0}$ [ $\sqrt{\text{pA}}$ ]	$\Delta \sqrt{I - I_0}$ [ $\sqrt{\text{pA}}$ ]
2.15	43.00	914.00	101.40	30.21	1.68
154.80	43.00	740.00	84.00	27.18	1.55
231.77	43.00	665.00	76.50	25.77	1.48
438.60	43.00	464.00	56.40	21.52	1.31
657.47	43.00	286.90	38.69	16.91	1.14
712.08	43.00	250.50	35.05	15.79	1.11
766.26	43.00	215.60	31.56	14.65	1.08
861.29	43.00	164.80	26.48	12.79	1.03
935.25	43.00	230.00	33.00	15.13	1.09
1092.63	43.00	78.80	17.88	8.81	1.01
1174.76	43.00	58.20	15.82	7.56	1.05
1259.90	43.00	24.80	12.48	4.87	1.28
1310.21	43.00	36.50	13.65	5.95	1.15
1484.79	43.00	17.60	11.76	4.06	1.45
1654.64	43.00	3.20	10.32	1.45	3.56
1741.50	43.00	1.10	10.11	0.00	0.00

Tabelle A.15.: Gemessenen Werte für die zweite Messung bei  $\lambda = 405$  nm. Die Sättigungsspannung liegt bei  $U_G = 405,00$  mV, daraus folgt  $I_0 = (1,10 \pm 10,11)$  pA.

Parameter	Wert
Steigung $m$ [ $\sqrt{\text{pA}}/\text{mV}$ ]	$-1,83 \times 10^{-2} \pm 8,30 \times 10^{-4}$
Achsenabschnitt $b$ [ $\sqrt{\text{pA}}$ ]	$2,95 \times 10^1 \pm 7,84 \times 10^{-1}$
$\chi^2$	12,92
Freiheitsgrade (dof)	13
$\chi^2/\text{dof}$	0,994
Abbremsspannung $U_0$ [mV]	$1612,02 \pm 84,74$

Tabelle A.16.: Ergebnisse des gewichteten linearen  $\chi^2$ -Fits zur Bestimmung der Abbremsspannung für die zweite Messung bei  $\lambda = 405$  nm. Die hier gezeigten Werte stammen aus Tabelle A.15.

## V402: Quantelung von Energie

$U$ [mV]	$\Delta U$ [mV]	$I$ [pA]	$\Delta I$ [pA]	$\sqrt{I - I_0}$ [ $\sqrt{\text{pA}}$ ]	$\Delta \sqrt{I - I_0}$ [ $\sqrt{\text{pA}}$ ]
2.15	43.00	1107.00	120.70	33.26	1.81
133.73	43.00	901.00	100.10	30.01	1.67
376.25	43.00	537.00	63.70	23.16	1.38
572.76	43.00	313.10	41.31	17.68	1.17
654.03	43.00	236.90	33.69	15.37	1.10
827.75	43.00	126.60	22.66	11.22	1.01
978.25	43.00	68.50	16.85	8.24	1.02
1251.30	43.00	18.80	11.88	4.27	1.39
1440.07	43.00	1.90	10.19	1.14	4.47
1487.37	43.00	0.60	10.06	0.00	0.00

Tabelle A.17.: Gemessenen Werte für die erste Messung bei  $\lambda = 463$  nm. Die Sättigungsspannung liegt bei  $U_G = 1487,37$  mV, daraus folgt  $I_0 = (0,60 \pm 10,06)$  pA.

Parameter	Wert
Steigung $m$ [ $\sqrt{\text{pA}}/\text{mV}$ ]	$-2,38 \times 10^{-2} \pm 1,22 \times 10^{-3}$
Achsenabschnitt $b$ [ $\sqrt{\text{pA}}$ ]	$3,18 \times 10^1 \pm 9,47 \times 10^{-1}$
$\chi^2$	6,31
Freiheitsgrade (dof)	7
$\chi^2/\text{dof}$	0,901
Abbremsspannung $U_0$ [mV]	$1336,13 \pm 79,21$

Tabelle A.18.: Ergebnisse des gewichteten linearen  $\chi^2$ -Fits zur Bestimmung der Abbremsspannung für die erste Messung bei  $\lambda = 463$  nm. Die hier gezeigten Werte stammen aus Tabelle A.17.

$U$ [mV]	$\Delta U$ [mV]	$I$ [pA]	$\Delta I$ [pA]	$\sqrt{I - I_0}$ [ $\sqrt{\text{pA}}$ ]	$\Delta \sqrt{I - I_0}$ [ $\sqrt{\text{pA}}$ ]
2.15	43.00	1130.00	123.00	33.62	1.83
147.49	43.00	866.00	96.60	29.43	1.64
395.17	43.00	522.00	62.20	22.85	1.36
580.50	43.00	307.40	40.74	17.53	1.16
654.03	43.00	242.80	34.28	15.58	1.10
819.58	43.00	130.00	23.00	11.40	1.01
976.10	43.00	68.80	16.88	8.29	1.02
1235.82	43.00	21.10	12.11	4.59	1.32
1415.56	43.00	2.80	10.28	1.67	3.08
1502.42	43.00	0.01	10.00	0.00	0.00

Tabelle A.19.: Gemessenen Werte für die zweite Messung bei  $\lambda = 463$  nm. Die Sättigungsspannung liegt bei  $U_G = 1502,42$  mV, daraus folgt  $I_0 = (0,01 \pm 10,00)$  pA.

## V402: Quantelung von Energie

Parameter	Wert
Steigung $m$ [ $\sqrt{\text{pA}}/\text{mV}$ ]	$-2,36 \times 10^{-2} \pm 1,26 \times 10^{-3}$
Achsenabschnitt $b$ [ $\sqrt{\text{pA}}$ ]	$3,18 \times 10^1 \pm 9,94 \times 10^{-1}$
$\chi^2$	6,97
Freiheitsgrade (dof)	7
$\chi^2/\text{dof}$	0,995
Abbremsspannung $U_0$ [mV]	$1347,46 \pm 83,36$

Tabelle A.20.: Ergebnisse des gewichteten linearen  $\chi^2$ -Fits zur Bestimmung der Abbremsspannung für die zweite Messung bei  $\lambda = 463$  nm. Die hier gezeigten Werte stammen aus Tabelle A.19.

$U$ [mV]	$\Delta U$ [mV]	$I$ [pA]	$\Delta I$ [pA]	$\sqrt{I - I_0}$ [ $\sqrt{\text{pA}}$ ]	$\Delta \sqrt{I - I_0}$ [ $\sqrt{\text{pA}}$ ]
2.15	43.00	57.00	5.80	7.55	0.38
140.61	43.00	21.55	2.25	4.64	0.24
53.32	43.00	39.00	4.00	6.24	0.32
227.47	43.00	11.65	1.26	3.40	0.19
300.57	43.00	6.77	0.78	2.59	0.15
259.72	43.00	9.49	1.05	3.07	0.17
443.76	43.00	2.13	0.31	1.44	0.11
562.01	43.00	0.78	0.18	0.85	0.11
648.44	43.00	0.14	0.11	0.28	0.21
698.32	43.00	0.06	0.11	0.00	0.00

Tabelle A.21.: Gemessenen Werte für die erste Messung bei  $\lambda = 546$  nm. Die Sättigungsspannung liegt bei  $U_G = 698,32$  mV, daraus folgt  $I_0 = (0,06 \pm 0,11)$  pA.

Parameter	Wert
Steigung $m$ [ $\sqrt{\text{pA}}/\text{mV}$ ]	$-9,06 \times 10^{-3} \pm 9,59 \times 10^{-4}$
Achsenabschnitt $b$ [ $\sqrt{\text{pA}}$ ]	$5,71 \pm 4,14 \times 10^{-1}$
$\chi^2$	60,11
Freiheitsgrade (dof)	7
$\chi^2/\text{dof}$	8,587
Abbremsspannung $U_0$ [mV]	$630,24 \pm 80,86$

Tabelle A.22.: Ergebnisse des gewichteten linearen  $\chi^2$ -Fits zur Bestimmung der Abbremsspannung für die erste Messung bei  $\lambda = 546$  nm. Die hier gezeigten Werte stammen aus Tabelle A.21.

## V402: Quantelung von Energie

$U$ [mV]	$\Delta U$ [mV]	$I$ [pA]	$\Delta I$ [pA]	$\sqrt{I - I_0}$ [ $\sqrt{\text{pA}}$ ]	$\Delta \sqrt{I - I_0}$ [ $\sqrt{\text{pA}}$ ]
2.15	43.00	53.90	5.49	7.34	0.37
124.70	43.00	24.44	2.54	4.94	0.26
39.13	43.00	42.30	4.33	6.50	0.33
219.30	43.00	12.06	1.31	3.47	0.19
265.31	43.00	8.74	0.97	2.96	0.16
308.74	43.00	6.45	0.74	2.54	0.15
434.30	43.00	2.42	0.34	1.56	0.11
553.41	43.00	0.82	0.18	0.91	0.10
648.44	43.00	0.18	0.12	0.43	0.14
682.41	43.00	0.00	0.10	0.00	0.00

Tabelle A.23.: Gemessenen Werte für die zweite Messung bei  $\lambda = 546$  nm. Die Sättigungsspannung liegt bei  $U_G = 682,41$  mV, daraus folgt  $I_0 = (0,00 \pm 0,10)$  pA.

Parameter	Wert
Steigung $m$ [ $\sqrt{\text{pA}}/\text{mV}$ ]	$-8,65 \times 10^{-3} \pm 9,51 \times 10^{-4}$
Achsenabschnitt $b$ [ $\sqrt{\text{pA}}$ ]	$5,60 \pm 4,28 \times 10^{-1}$
$\chi^2$	69,41
Freiheitsgrade (dof)	7
$\chi^2/\text{dof}$	9,915
Abbremsspannung $U_0$ [mV]	$647,40 \pm 86,69$

Tabelle A.24.: Ergebnisse des gewichteten linearen  $\chi^2$ -Fits zur Bestimmung der Abbremsspannung für die zweite Messung bei  $\lambda = 546$  nm. Die hier gezeigten Werte stammen aus Tabelle A.23.

$U$ [mV]	$\Delta U$ [mV]	$I$ [pA]	$\Delta I$ [pA]	$\sqrt{I - I_0}$ [ $\sqrt{\text{pA}}$ ]	$\Delta \sqrt{I - I_0}$ [ $\sqrt{\text{pA}}$ ]
2.15	43.00	6.44	0.74	2.54	0.15
46.01	43.00	4.06	0.51	2.01	0.13
92.88	43.00	2.88	0.39	1.70	0.11
133.73	43.00	2.17	0.32	1.47	0.11
170.28	43.00	1.69	0.27	1.30	0.10
236.07	43.00	1.17	0.22	1.08	0.10
267.03	43.00	0.83	0.18	0.91	0.10
315.19	43.00	0.56	0.16	0.75	0.10
353.46	43.00	0.40	0.14	0.63	0.11
515.14	43.00	0.00	0.10	0.00	0.00

Tabelle A.25.: Gemessenen Werte für die erste Messung bei  $\lambda = 578$  nm. Die Sättigungsspannung liegt bei  $U_G = 515,14$  mV, daraus folgt  $I_0 = (0,00 \pm 0,10)$  pA.

## V402: Quantelung von Energie

Parameter	Wert
Steigung $m$ [ $\sqrt{\text{pA}}/\text{mV}$ ]	$-4,81 \times 10^{-3} \pm 3,82 \times 10^{-4}$
Achsenabschnitt $b$ [ $\sqrt{\text{pA}}$ ]	$2,22 \pm 8,54 \times 10^{-2}$
$\chi^2$	8,54
Freiheitsgrade (dof)	7
$\chi^2/\text{dof}$	1,219
Abbremsspannung $U_0$ [mV]	$461,54 \pm 40,73$

Tabelle A.26.: Ergebnisse des gewichteten linearen  $\chi^2$ -Fits zur Bestimmung der Abbremsspannung für die erste Messung bei  $\lambda = 578$  nm. Die hier gezeigten Werte stammen aus Tabelle A.25.

$U$ [mV]	$\Delta U$ [mV]	$I$ [pA]	$\Delta I$ [pA]	$\sqrt{I - I_0}$ [ $\sqrt{\text{pA}}$ ]	$\Delta \sqrt{I - I_0}$ [ $\sqrt{\text{pA}}$ ]
2.15	43.00	5.65	0.67	2.37	0.14
43.86	43.00	4.06	0.51	2.01	0.13
101.48	43.00	2.77	0.38	1.66	0.11
127.28	43.00	2.25	0.33	1.49	0.11
170.28	43.00	1.70	0.27	1.29	0.10
217.15	43.00	1.23	0.22	1.10	0.10
261.44	43.00	0.84	0.18	0.91	0.10
299.28	43.00	0.64	0.16	0.78	0.10
357.76	43.00	0.38	0.14	0.59	0.12
501.38	43.00	0.02	0.10	0.00	0.00

Tabelle A.27.: Gemessenen Werte für die zweite Messung bei  $\lambda = 578$  nm. Die Sättigungsspannung liegt bei  $U_G = 501,38$  mV, daraus folgt  $I_0 = (0,02 \pm 0,10)$  pA.

Parameter	Wert
Steigung $m$ [ $\sqrt{\text{pA}}/\text{mV}$ ]	$-4,77 \times 10^{-3} \pm 2,95 \times 10^{-4}$
Achsenabschnitt $b$ [ $\sqrt{\text{pA}}$ ]	$2,18 \pm 6,37 \times 10^{-2}$
$\chi^2$	4,80
Freiheitsgrade (dof)	7
$\chi^2/\text{dof}$	0,685
Abbremsspannung $U_0$ [mV]	$457,02 \pm 31,26$

Tabelle A.28.: Ergebnisse des gewichteten linearen  $\chi^2$ -Fits zur Bestimmung der Abbremsspannung. Die hier gezeigten Werte stammen aus Tabelle A.27.

V402: Quantelung von Energie

Balmer-Serie

Spektrallinie Hg				
$\omega_B$ [°]	$\Delta\omega_B$ [°]	$\omega_G$ [°]	$\Delta\omega_G$ [°]	Farbe
145,0	0,5	48,0	0,5	violett
145,0	0,5	49,0	0,5	violett
145,0	0,5	49,5	0,5	violett
145,0	0,5	50,5	0,5	violett/blau
145,0	0,5	51,0	0,5	violett/blau
145,0	0,5	51,0	0,5	blau
145,0	0,5	55,5	0,5	türkis
145,0	0,5	61,0	0,5	grün
145,0	0,5	64,0	0,5	gelb
145,0	0,5	64,5	0,5	gelb
145,0	0,5	69,0	0,5	rot
135,0	0,5	68,0	0,5	grün
135,0	0,5	71,0	0,5	gelb
135,0	0,5	71,5	0,5	gelb
155,0	0,5	61,0	0,5	rot
155,0	0,5	61,5	0,5	rot
155,0	0,5	62,5	0,5	rot

Tabelle A.29.: Spektrallinien der Hg-Dampflampe 1. Ordnung, gemessen an den Winkelpositionen und beobachteter Farbe. Hierbei ist  $d$  die Dicke der Spektrallinien (in Strichpunkten),  $\omega_B$  der Winkel der optischen Bank und  $\omega_G$  der Winkel des Gitters.

## V402: Quantelung von Energie

Spektrallinie H/Deuterium						
$\omega_B$ [°]	$\Delta\omega_B$ [°]	$\omega_G$ [°]	$\Delta\omega_G$ [°]	Farbe	$d$ [Skt]	$\Delta d$ [Skt]
145,0	0,5	51,0	0,5	violett	1	0,1
145,0	0,5	55,5	0,5	türkis	1	0,1
155,0	0,5	61,5	0,5	rot	3	1

Tabelle A.30.: Spektrallinien der H/Deuterium-Lampe in erster Ordnung. Hierbei ist  $d$  die Dicke der Spektrallinien (in Strichpunkten),  $\omega_B$  der Winkel der Blende und  $\omega_G$  der Beugungswinkel.