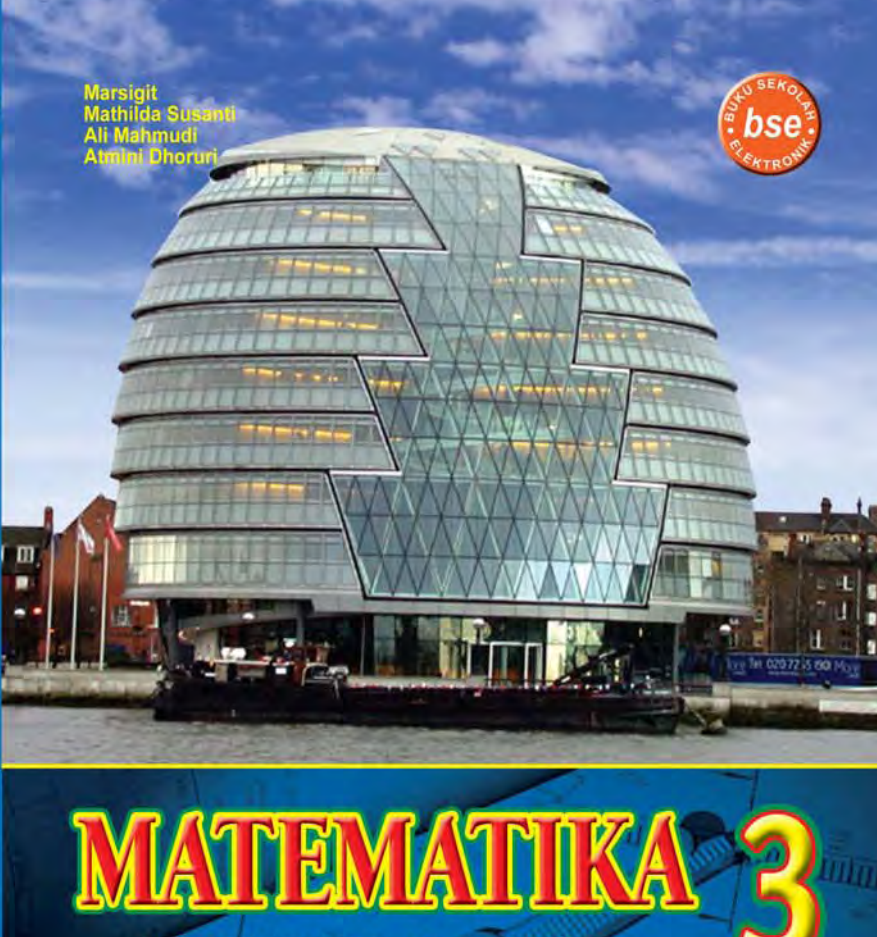


Marsigit
Mathilda Susanti
Ali Mahmudi
Atmini Dhoruri

BUKU SEKOLAH bse ELEKTRONIK

MATEMATIKA 3

untuk SMP/MTs Kelas IX

PUSAT KURIKULUM DAN PERBUKUAN
Kementerian Pendidikan Nasional

• Marsigit • Mathilda Susanti • Ali Mahmudi • Atmini Dhoruri MATEMATIKA 3 untuk SMP/MTs Kelas IX

Matematika 3

untuk SMP/MTs Kelas IX

Marsigit
Mathilda Susanti
Ali Mahmudi
Atmini Dhoruri

PUSAT KURIKULUM DAN PERBUKUAN
Kementerian Pendidikan Nasional

Matematika 3

untuk SMP/MTs Kelas IX

Penulis Dr. Marsigit, M.A.
Dra. Mathilda Susanti, M.Si.
Drs. Ali Mahmudi, M.Pd.
Dra. Atmini Dhoruri, M.S.

Editor Trija Fayeldi, S.Si.

Desain Isi Riyono

Desain sampul **M. Nurhadi**
Ukuran buku **17,6 x 25 cm**

Marsigit
Matematika 3 / penulis, Marsigit...[et al] ; editor, Trija Fayeldi. -- Jakarta : Pusat Kurikulum dan Perbukuan, Kementerian Pendidikan Nasional, 2011.
2 jil.: ilus.; foto ; 25 cm.

untuk SMP/MTs Kelas IX
Termasuk bibliografi
Indeks
ISBN 978-979-095-661-2 (no.jil.lengkap)
ISBN 978-979-095-666-7 (jil.3.2)

1.Matematika--Studi dan Pengajaran I. Judul
II. Marsigit III. Trija Fayeldi
510.07

Diterbitkan oleh Pusat Kurikulum dan Perbukuan
Kementerian Pendidikan Nasional 2011

Diperbanyak oleh ....

Kata Sambutan

Puji syukur kami panjatkan ke hadirat Allah SWT, berkat rahmat dan karunia-Nya, Pemerintah, dalam hal ini, Kementerian Pendidikan Nasional, sejak tahun 2007, telah membeli hak cipta buku teks pelajaran ini dari penulis/penerbit untuk disebarluaskan kepada masyarakat melalui situs internet (*website*) Jaringan Pendidikan Nasional.

Buku teks pelajaran ini telah dinilai oleh Badan Standar Nasional Pendidikan dan telah ditetapkan sebagai buku teks pelajaran yang memenuhi syarat kelayakan untuk digunakan dalam proses pembelajaran melalui Peraturan Menteri Pendidikan Nasional Nomor 81 Tahun 2008, tanggal 11 Desember 2008.

Kami menyampaikan penghargaan yang setinggi-tingginya kepada para penulis/penerbit yang telah berkenan mengalihkan hak cipta karyanya kepada Kementerian Pendidikan Nasional untuk digunakan secara luas oleh para siswa dan guru di seluruh Indonesia.

Buku-buku teks pelajaran yang telah dialihkan hak ciptanya kepada Kementerian Pendidikan Nasional ini, dapat diunduh (*download*), digandakan, dicetak, dialihmediakan, atau difotokopi oleh masyarakat. Namun, untuk penggandaan yang bersifat komersial harga penjualannya harus memenuhi ketentuan yang ditetapkan oleh Pemerintah. Diharapkan bahwa buku teks pelajaran ini akan lebih mudah diakses sehingga siswa dan guru di seluruh Indonesia maupun sekolah Indonesia yang berada di luar negeri dapat memanfaatkan sumber belajar ini.

Kami berharap, semua pihak dapat mendukung kebijakan ini. Kepada para siswa kami ucapkan selamat belajar dan manfaatkanlah buku ini sebaik-baiknya. Kami menyadari bahwa buku ini masih perlu ditingkatkan mutunya. Oleh karena itu, saran dan kritik sangat kami harapkan.

Jakarta, Juni 2011
Kepala Pusat Kurikulum dan Perbukuan

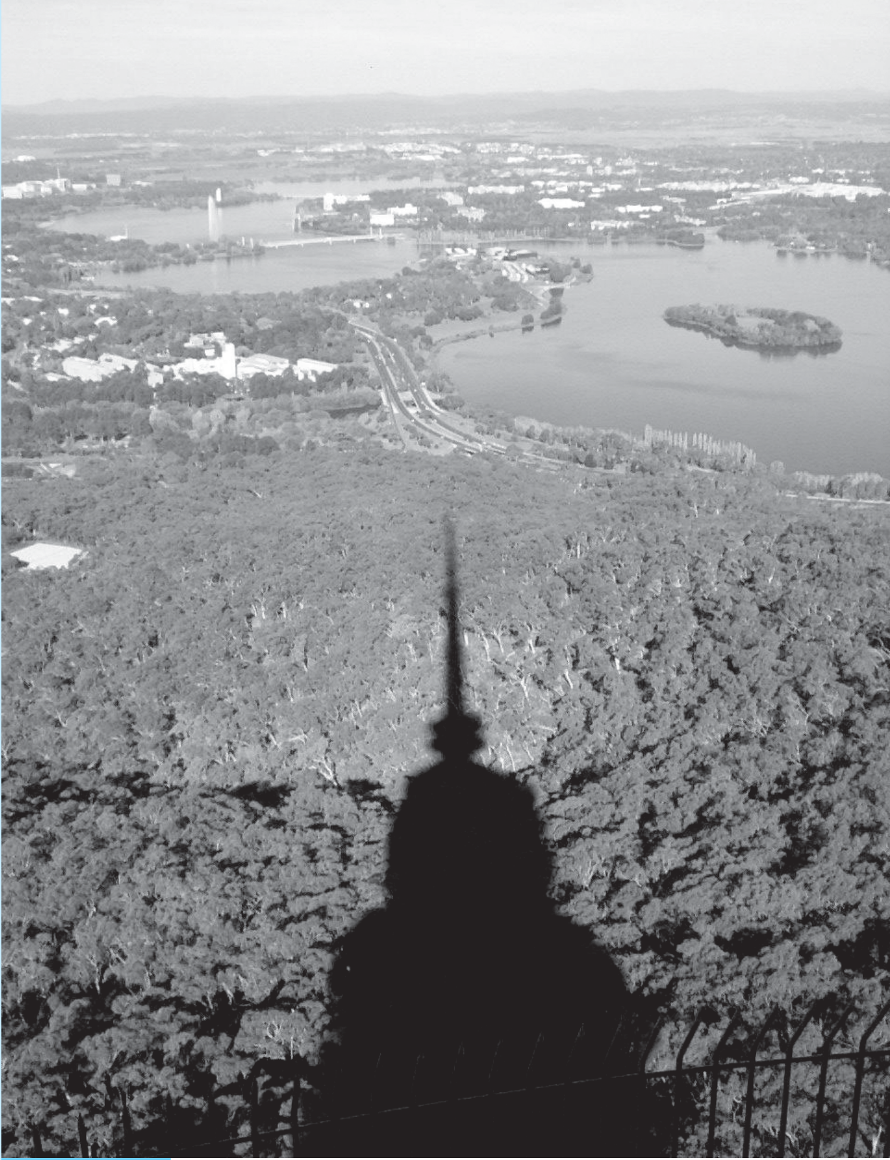
Daftar Isi

Sports Invasion
Sports Invasion
Sports Invasion

Sajian Isi Buku

Buku ini merupakan buku matematika dengan nuansa baru, namun tetap sesuai dengan kurikulum yang berlaku. Paparan pada buku ini terbagi sebagai berikut.

1. **Apersepsi Awal Bab**
   Bagian ini berisi gambaran mengenai materi yang akan dibahas melalui wacana kontekstual yang dilengkapi dengan gambar penunjang. Selain itu, terdapat pula tujuan pembelajaran yang harus dicapai oleh peserta didik pada bab tersebut.
2. **Peta Konsep dan Kata Kunci**
   Pada bagian ini, peserta didik akan diberikan gambaran pembagian bab secara sistematis dalam bentuk diagram. Setelah itu, peserta didik akan dikenalkan pada istilah-istilah matematika yang akan ditemukan pada bab tersebut. Penjelasan setiap istilah dapat dilihat pada Glosarium di akhir buku.
3. **Uji Prasyarat Matematika**
   Sebelum mempelajari suatu bab, ada baiknya peserta didik mengerjakan beberapa soal yang merupakan prasyarat untuk mempelajari bab tersebut.
4. **Paparan Materi**
   Materi pada buku ini dipaparkan secara jelas, runtut, dan komunikatif sehingga memudahkan peserta didik untuk mencapai tujuan pembelajaran yang diinginkan.
5. **Ingat Kembali**
   Berisi hal-hal penting pada materi-materi sebelumnya yang akan digunakan kembali pada pembahasan saat ini.
5. **Contoh Soal**
   Bagian ini berisi contoh-contoh soal berkaitan dengan materi yang telah dipelajari sebelumnya.
6. **Latihan**
   Bagian ini merupakan sarana bagi peserta didik untuk menguji kemampuannya setelah mempelajari suatu bahasan pada bab tersebut. Soal-soal diberikan secara bertahap dengan tingkat kesulitan yang semakin besar.
7. **Eksplorasi**
   Pada bagian ini, peserta didik diajak untuk memahami suatu materi melalui kegiatan terbimbing.
8. **Info Matematika**
   Bagian ini berisi artikel matematika yang berhubungan dengan materi yang telah dipelajari.
9. **Rangkuman**
   Bagian ini berisi uraian singkat tentang materi yang telah dipelajari oleh peserta didik pada bab tersebut.
10. **Evaluasi dan Tugas Proyek**
    Evaluasi merupakan media bagi peserta didik untuk menguji kemampuannya setelah mempelajari satu atau beberapa materi. Evaluasi terdiri atas soal akhir bab, evaluasi 1 dan 2, tugas proyek 1 dan 2, serta evaluasi akhir.
11. **Daftar Simbol dan Glosarium**
    Apabila mengalami kesulitan untuk mengenali simbol ataupun istilah matematika yang digunakan pada suatu bab, peserta didik dapat mencari pengertian simbol atau istilah tersebut melalui daftar simbol dan glosarium yang ada di akhir buku.
12. **Indeks**
    Bagian ini berisi kata-kata penting yang terdapat pada buku ini beserta halaman kemunculannya.



Sumber: *www.mi.astro.it*

Bab I

Kesebangunan

Apabila sebagian sinar matahari terhalang oleh sebuah benda maka akan terbentuk bayangan dari benda tersebut. Coba kamu bandingkan antara bayanganmu dan bayangan menara di sampingmu. Adakah perbedaannya? Dengan membandingkan antara bayanganmu dan bayangan sebuah menara, kamu dapat mengukur tinggi menara tersebut. Konsep yang kamu gunakan untuk melakukan pengukuran ini adalah konsep kesebangunan. Apakah kesebangunan itu? Simaklah uraian berikut.

Sumber: *www.maxskywatcher.de*

Tujuan Pembelajaran:

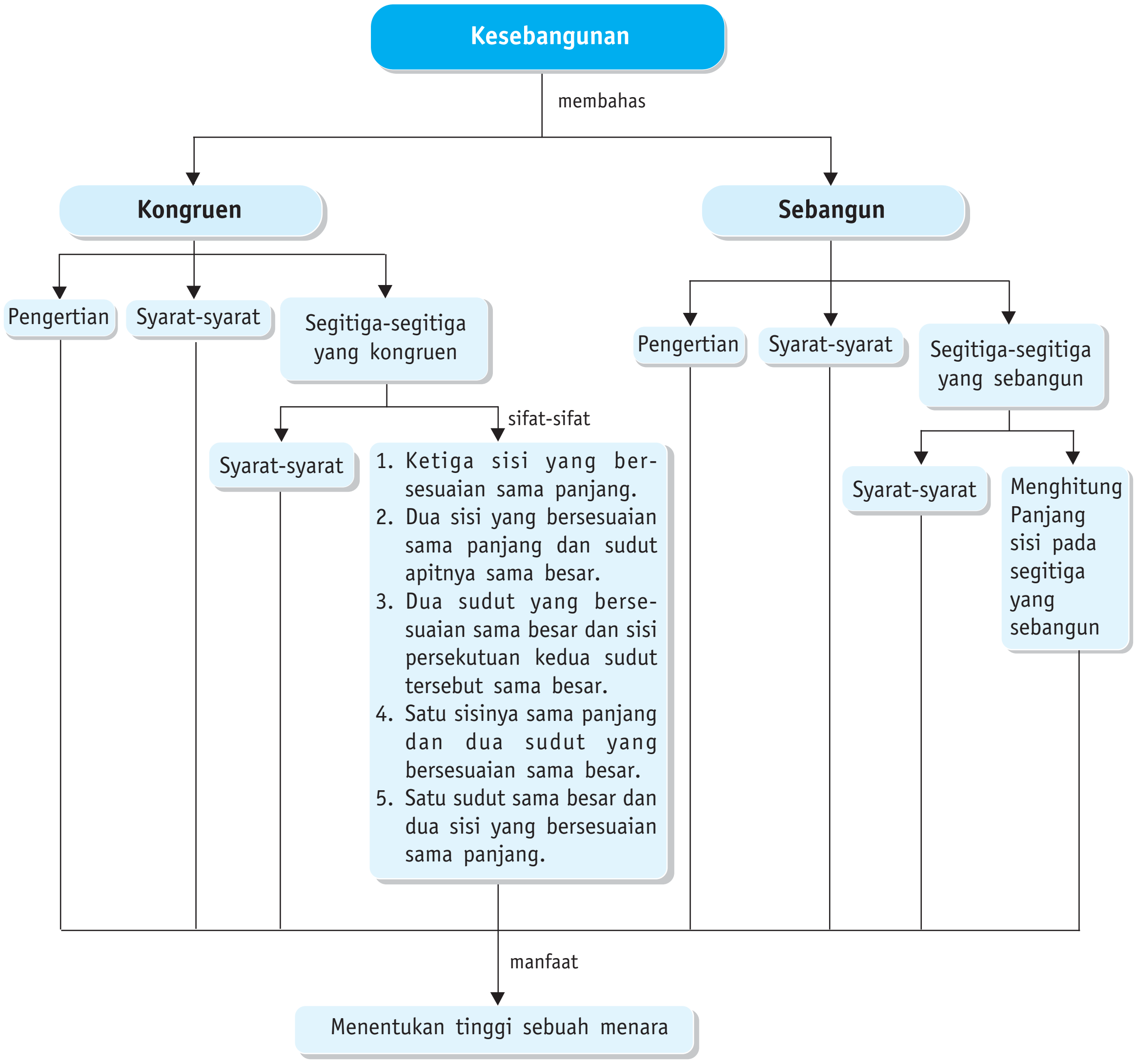
Setelah mempelajari bab ini, kamu akan mampu untuk:

a. mengenal berbagai bangun datar yang sebangun dan kongruen,
b. memahami sifat-sifat dua segitiga yang sebangun dan kongruen, serta
c. memecahkan berbagai masalah yang melibatkan kesebangunan.

Apa yang akan dipelajari pada bab ini?

A. Dua Bangun Datar yang Kongruen
B Dua Bangun Datar yang Sebangun
C. Memecahkan Masalah yang Melibatkan Konsep Kesebangunan

Peta Konsep



1. Ketiga sisi yang bersesuaian sama panjang.
2. Dua sisi yang bersesuaian sama panjang dan sudut apitnya sama besar.
3. Dua sudut yang bersesuaian sama besar dan sisi persekutuan kedua sudut tersebut sama besar.
4. Satu sisinya sama panjang dan dua sudut yang bersesuaian sama besar.
5. Satu sudut sama besar dan dua sisi yang bersesuaian sama panjang.

Kata Kunci

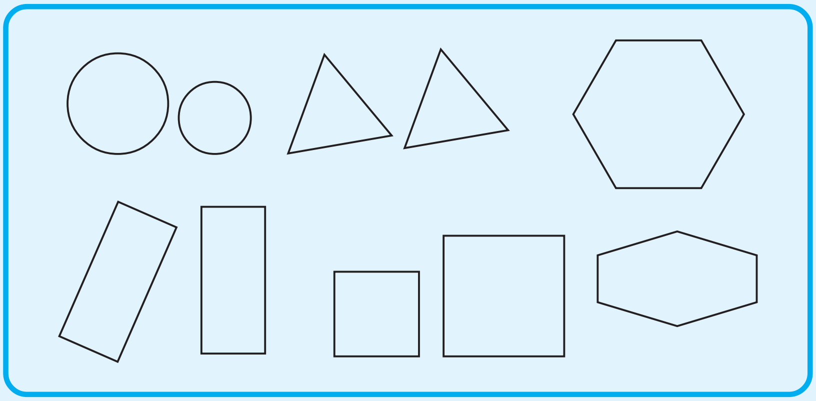
Pada bab ini, kamu akan menemukan istilah-istilah berikut.

- bangun datar
- segitiga
- sebangun
- kongruen
- maket

Uji Prasyarat Matematika

Uji Prasyarat

Sebelum membahas materi kesebangunan, perhatikan bangun-bangun geometri pada gambar berikut. Kemudian, jawablah pertanyaan-pertanyaan yang diberikan.



1. Apakah kamu menemukan bangun-bangun yang sama?
2. Adakah bangun-bangun yang ukurannya tidak sama, tetapi bentuknya sama?
3. Adakah bangun-bangun yang ukurannya sama dan bentuknya juga sama?

Sumber: *ecivilnet.com*

Gambar 1.1
Dua gedung kembar merupakan contoh benda-benda kongruen.

Kamu tentu dapat menemukan benda-benda di sekitarmu yang mempunyai bentuk dan ukuran yang sama. Jika kamu pernah melihat dua gedung yang kembar maka gedung-gedung tersebut merupakan contoh-contoh benda yang mempunyai bentuk dan ukuran yang sama. Dapatkah kamu menemukan benda-benda yang mempunyai bentuk sama, tetapi ukurannya berbeda? Ketika kamu memperhatikan produk alas kaki dari produsen tertentu dengan model dan tipe yang sama, kamu pasti akan dapat melihat alas kaki yang bentuknya sama, namun mempunyai ukuran yang bermacam-macam. Benda-benda yang mempunyai bentuk dan ukuran yang sama dinamakan *benda-benda yang kongruen*. Adapun benda-benda yang mempunyai bentuk sama, tetapi ukurannya berbeda dengan syarat tertentu, dinamakan *benda-benda yang sebangun*.

A. Dua Bangun Datar yang Kongruen

Masihkah kamu ingat materi bangun datar di Kelas VII? Kamu tentu dapat menyebutkan contoh-contoh bangun datar di sekitarmu. Bentuk ubin (persegi), bentuk papan tulis (persegi panjang), bentuk penggaris segitiga, bentuk kartu ucapan untuk temanmu, bahkan bentuk kartu pelajarmu merupakan contoh-contoh bangun datar. Coba kamu ambil kartu pelajarmu, kemudian bandingkan dengan kartu pelajar temanmu. Bagaimanakah bentuk dan ukuran kartu pelajarmu dan kartu pelajar temanmu? Tentu sama. Dalam hal ini, kartu pelajarmu dan kartu pelajar temanmu dinamakan *dua bangun datar yang kongruen* . Coba kamu sebutkan contoh lain dari pasangan bangun datar yang kongruen. Bilakah dua bangun datar dikatakan kongruen? Berikut akan diuraikan syarat dua bangun datar kongruen.

1. Syarat Dua Bangun Datar Kongruen

Coba kamu perhatikan gambar berikut.

Sumber: *seriouswheels.com*

Gambar 1.2
Dua gambar mobil yang mempunyai bentuk dan ukuran sama akan saling menutupi dengan tepat jika diimpitkan.

Jika gambar mobil di sebelah kiri digeser searah dan sejauh ruas garis putus-putus maka gambar mobil tersebut akan menutupi dengan tepat gambar mobil di sebelah kanan. Dengan kata lain, hasil pergeseran suatu benda mempunyai bentuk dan ukuran sama dengan benda aslinya.

Untuk mengetahui syarat dua bangun datar kongruen, coba kamu lakukan kegiatan berikut.

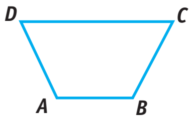
Eksplorasi 1.1

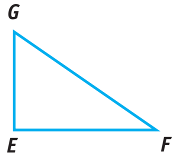
Tujuan:

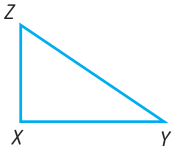
Menemukan syarat dua bangun datar kongruen.

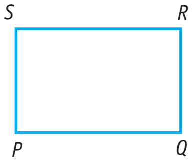
Kegiatan:

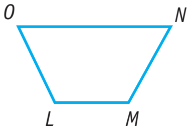
1. Gambarlah bangun-bangun datar berikut pada buku latihanmu.









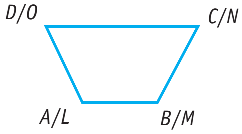


2. Guntinglah gambar bangun-bangun tersebut. Kemudian, pilihlah pasangan gambar-gambar yang tepat saling menutupi ketika diimpitkan. Ternyata, diperoleh hasil sebagai berikut.

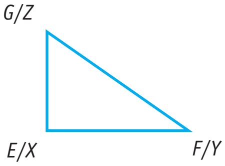
Ingat Kembali

Dalam penulisan, sudut dinotasikan dengan lambang $\angle$. Misalnya, sudut *DAB* ditulis $\angle DAB$.

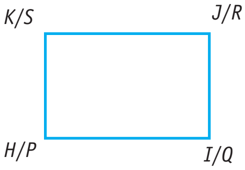
   a. Trapesium *ABCD* menutupi dengan tepat trapesium *LMNO*.
      AB menempati *LM*.
      BC menempati *MN*.
      CD menempati *NO*.
      DA menempati *OL*.
      $\angle DAB$ menempati $\angle OLM$.
      $\angle ABC$ menempati $\angle LMN$.
      $\angle BCD$ menempati $\angle MNO$.
      $\angle CDA$ menempati $\angle NOL$.



   b. Segitiga *EFG* menutupi dengan tepat segitiga *XYZ*.
      EF menempati *XY*.
      FG menempati ....
      GE menempati *ZX*.
      $\angle GEF$ menempati $\angle ZXY$.
      $\angle$ ... menempati $\angle XYZ$.
      $\angle FGE$ menempati $\angle$ ....



   c. Persegi panjang *HIJK* menutupi dengan tepat persegi panjang *PQRS*.
      HI menempati *PQ*.
      IJ menempati ....
      JK menempati ....
      ... menempati *SP*.
      $\angle KHI$ menempati $\angle$ ....
      $\angle$ ... menempati $\angle PQR$.
      $\angle IJK$ menempati $\angle QRS$.
      $\angle JKH$ menempati $\angle$ ....



Setelah melakukan kegiatan tersebut, kamu dapat memahami bahwa jika dua bangun datar yang mempunyai bentuk dan ukuran sama saling diimpitkan maka kedua bangun tersebut akan saling menutupi dengan tepat.

Dua bangun datar yang tepat saling menutupi atau saling berimpit disebut *dua bangun datar yang kongruen*. Dengan demikian, dari hasil kegiatan tadi diperoleh bahwa:

a. Trapesium *ABCD* dan trapesium *LMNO* kongruen, ditulis trapesium $ABCD \cong$ trapesium $LMNO$.

b. ΔEFG dan ΔXYZ kongruen, ditulis $\Delta EFG \cong \Delta XYZ$.

c. Persegi panjang *HIJK* dan persegi panjang *PQRS* kongruen, ditulis persegi panjang $HIJK \cong$ persegi panjang $PQRS$.

Ingat Kembali

Dalam penulisan, segitiga dinotasikan dengan lambang Δ. Misalnya, segitiga *EFG* ditulis ΔEFG.

Dari hasil kegiatan yang sudah kamu lakukan, kamu telah dapat menemukan syarat dua bangun datar kongruen sebagaimana pernyataan berikut.

a. Dua bangun datar dikatakan *kongruen* jika kedua bangun datar tersebut mempunyai sisi-sisi yang bersesuaian sama panjang dan sudut-sudut yang bersesuaian sama besar.

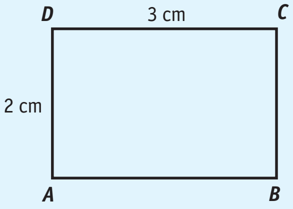
b. Jika dua bangun datar *kongruen* maka:
   1. Sisi-sisi yang bersesuaian sama panjang, dan
   2. Sudut-sudut yang bersesuaian sama besar.

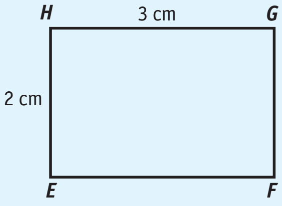
Untuk menentukan sisi-sisi dan sudut-sudut yang bersesuaian dari dua bangun datar, biasanya dapat dilakukan dengan memperhatikan urutan dalam penamaan dua bangun datar tersebut. Coba kamu perhatikan ΔEFG dan ΔXYZ pada kegiatan tadi. Sisi-sisi yang bersesuaian dari kedua segitiga tersebut adalah *EF* bersesuaian dengan *XY*, *FG* bersesuaian dengan *YZ*, dan *GE* bersesuaian dengan *ZX*. Adapun sudut-sudut yang bersesuaian dari kedua segitiga tersebut adalah $\angle GEF$ bersesuaian dengan $\angle ZXY$, $\angle EFG$ bersesuaian dengan $\angle XYZ$, dan $\angle FGE$ bersesuaian dengan $\angle YZX$. Coba kamu sebutkan sisi-sisi dan sudut-sudut yang bersesuaian pada pasangan bangun datar yang lain pada kegiatan tadi.

Contoh Soal 1.1

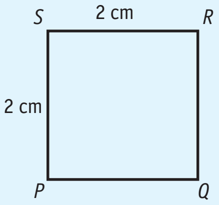
Tentukan pasangan-pasangan bangun datar berikut kongruen atau tidak kongruen.

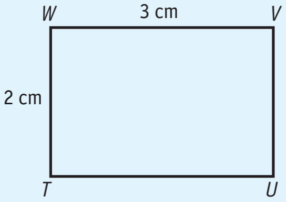
a. Persegi panjang *ABCD* dan persegi panjang *EFGH*



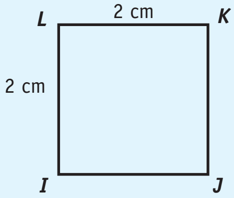


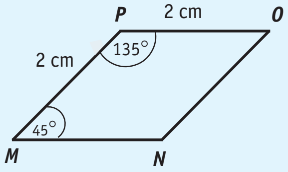
b. Persegi *PQRS* dan persegi panjang *TUVW*





c. Persegi $IJKL$ dan segi empat $MNOP$





Penyelesaian :

a. Diketahui persegi panjang $ABCD$ dan persegi panjang $EFGH$. Sudut-sudut yang bersesuaian adalah $\angle DAB$ bersesuaian dengan $\angle HEF$, $\angle ABC$ bersesuaian dengan $\angle EFG$, $\angle BCD$ bersesuaian dengan $\angle FGH$, dan $\angle CDA$ bersesuaian dengan $\angle GHE$. Berikut adalah besar sudut dari sudut-sudut yang bersesuaian.

$\angle DAB = \angle HEF = 90°$ (sudut siku-siku),
$\angle ABC = \angle EFG = 90°$ (sudut siku-siku),
$\angle BCD = \angle FGH = 90°$ (sudut siku-siku), dan
$\angle CDA = \angle GHE = 90°$ (sudut siku-siku).

Ternyata, diperoleh sudut-sudut yang bersesuaian sama besar. Sisi-sisi yang bersesuaian adalah AB bersesuaian dengan EF, BC bersesuaian dengan FG, CD bersesuaian dengan GH, dan DA bersesuaian dengan HE. Berikut adalah panjang sisi-sisi yang bersesuaian.

$AB = EF = 3$ cm,
$BC = FG = 2$ cm,
$CD = GH = 3$ cm, dan
$DA = HE = 2$ cm.

Ternyata, diperoleh panjang sisi-sisi yang bersesuaian adalah sama. Oleh karena sudut-sudut yang bersesuaian sama besar dan sisi-sisi yang bersesuaian sama panjang maka persegi panjang $ABCD$ dan persegi panjang $EFGH$ kongruen.

b. Coba kamu perhatikan sisi-sisi yang bersesuaian dari persegi $PQRS$ dan persegi panjang $TUVW$. PQ bersesuaian dengan TU, QR bersesuaian dengan UV, RS bersesuaian dengan VW, dan SP bersesuaian dengan WT. Berikut adalah panjang sisi-sisi yang bersesuaian.

$PQ = 2$ cm, sedangkan $TU = 3$ cm sehingga $PQ \neq TU$,
$QR = UV = 2$ cm,
$RS = 2$ cm, sedangkan $VW = 3$ cm sehingga $RS \neq VW$, dan
$SP = WT = 2$ cm.

Oleh karena salah satu syarat dari dua bangun datar yang kongruen tidak dipenuhi, yaitu sisi-sisi yang bersesuaian tidak sama panjang maka persegi $PQRS$ dan persegi panjang $TUVW$ tidak kongruen.

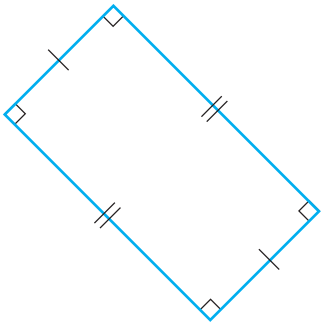
c. Coba kamu perhatikan sudut-sudut yang bersesuaian dari persegi $IJKL$ dan segi empat $MNOP$. $\angle LIJ$ bersesuaian dengan $\angle PMN$, $\angle IJK$ bersesuaian dengan $\angle MNO$, $\angle JKL$ bersesuaian dengan $\angle NOP$, dan $\angle KLI$ bersesuaian dengan $\angle OPM$. Berikut adalah besar sudut-sudut yang bersesuaian.

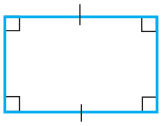
$\angle LIJ = 90°$, sedangkan $\angle PMN = 45°$ sehingga $\angle LIJ \neq \angle PMN$,
$\angle IJK = 90°$, sedangkan $\angle MNO = 135°$ sehingga $\angle IJK \neq \angle MNO$,
$\angle JKL = 90°$, sedangkan $\angle NOP = 45°$ sehingga $\angle JKL \neq \angle NOP$, dan
$\angle KLI = 90°$, sedangkan $\angle OPM = 135°$ sehingga $\angle KLI \neq \angle OPM$.
Oleh karena salah satu syarat dari dua bangun datar yang kongruen tidak dipenuhi, yaitu sudut-sudut yang bersesuaian tidak sama besar maka persegi *IJKL* dan segi empat *MNOP* tidak kongruen.

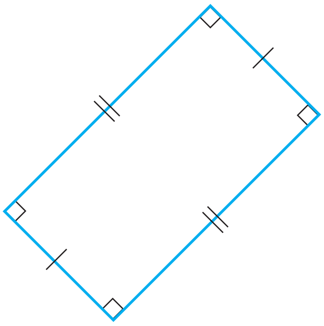
Latihan 1.1

Tunjukkan pasangan bangun-bangun datar yang kongruen pada gambar berikut. Jelaskan jawabanmu.

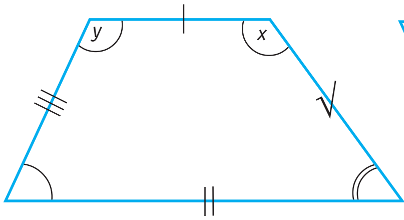
1.


(a)

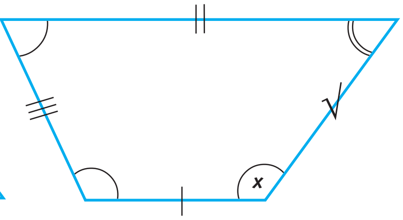

(b)


(c)

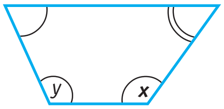
2.



(a)

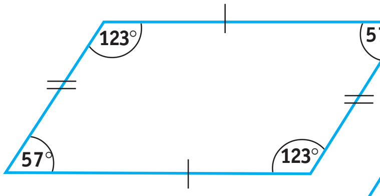


(b)

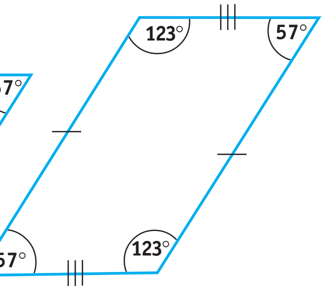


(c)

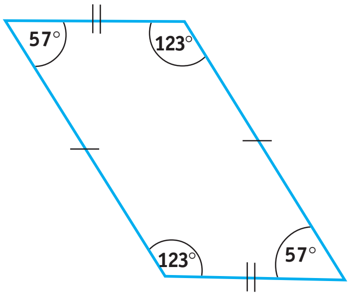
3.



(a)

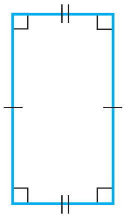


(b)

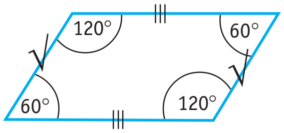


(c)

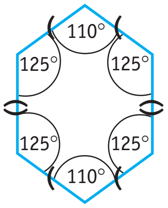
4. Dengan menggunakan syarat dua bangun datar kongruen, carilah pasangan-pasangan bangun berikut yang kongruen.



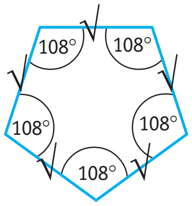
(a)



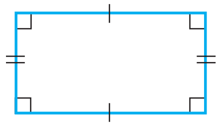
(b)



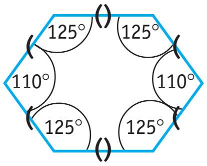
(c)



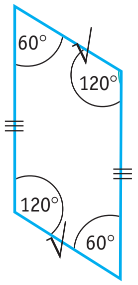
(d)



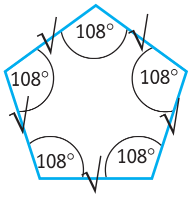
(e)



(f)

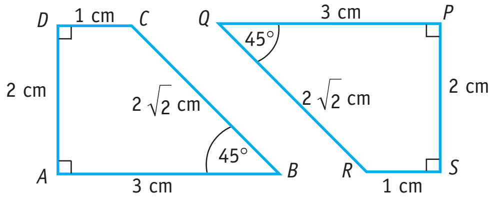


(g)

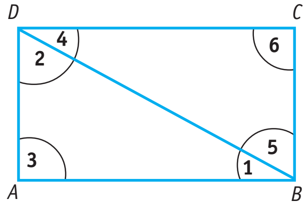


(h)

5. Diberikan pasangan bangun datar yang kongruen sebagai berikut.



(a)



(b)

Sebutkan sisi-sisi yang bersesuaian dan sudut-sudut yang bersesuaian dari pasangan bangun datar yang kongruen tersebut.

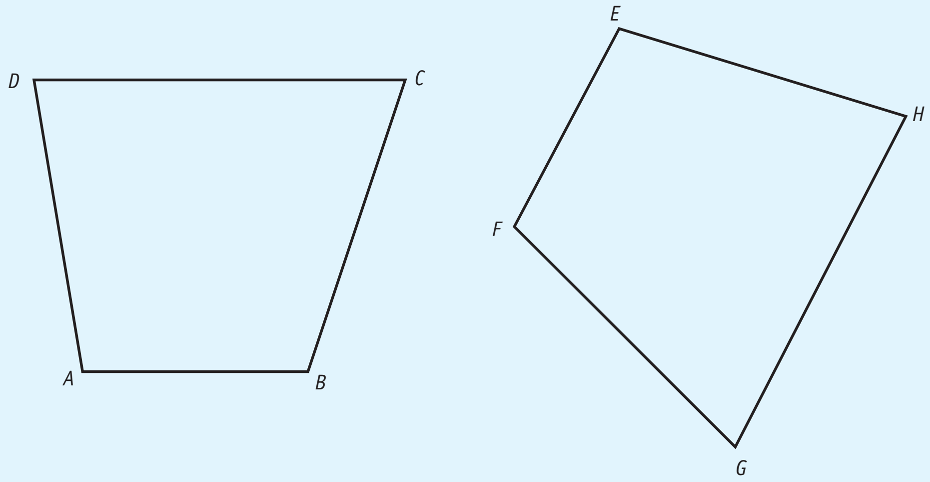
2. Menentukan Panjang Sisi pada Dua Bangun yang Kongruen

Setelah kamu memahami syarat dua bangun datar kongruen pada subbab sebelumnya, kali ini kamu akan mempelajari penerapannya.

Ketika kamu sudah mengetahui ukuran kartu pelajarmu, kamu tentu dapat mengetahui ukuran kartu pelajar temanmu tanpa harus mengukurnya kembali, karena kartu pelajarmu dan kartu pelajar temanmu adalah dua bangun datar yang kongruen. Dengan demikian, syarat dua bangun datar kongruen dapat digunakan untuk menentukan panjang sisi pada dua bangun datar yang kongruen sebagaimana contoh berikut.

Contoh Soal 1.2

Pada gambar berikut, trapesium *ABCD* dan trapesium *EFGH* kongruen. Panjang *AB* = 6 cm, *CD* = 10 cm, dan *EH* = 8 cm. Tentukan panjang *GH*, *EF*, dan *AD*.



Penyelesaian :

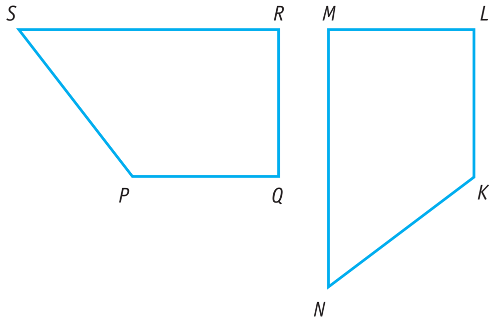
Sisi-sisi yang bersesuaian adalah *AB* bersesuaian dengan *EF*, *BC* bersesuaian dengan *FG*, *CD* bersesuaian dengan *GH*, dan *AD* bersesuaian dengan *EH*. Oleh karena trapesium *ABCD* dan trapesium *EFGH* kongruen maka:

Panjang *GH* = *CD* = 10 cm,

Panjang *EF* = *AB* = 6 cm, dan

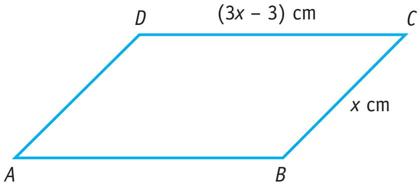
Panjang *AD* = *EH* = 8 cm.

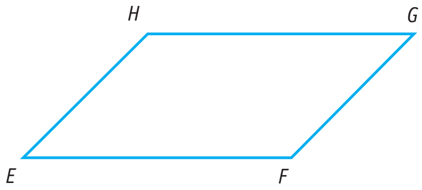
Latihan 1.2

1. 

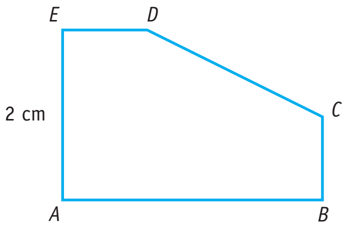
Pada gambar di atas, trapesium *PQRS* dan trapesium *KLMN* kongruen. Jika panjang *PQ* = 4 cm, *QR* = 4 cm, dan *RS* = 7 cm, tentukan panjang *NK*.

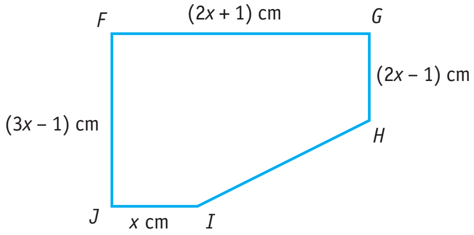
2. Diberikan jajargenjang $ABCD$ dan jajargenjang $EFGH$ yang kongruen. Jika keliling jajargenjang $ABCD$ adalah 10 cm, hitunglah nilai x, panjang sisi EF, FG, GH, dan HE.



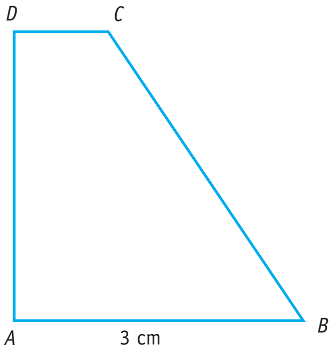


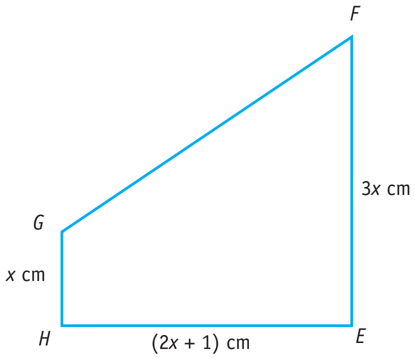
3. Diberikan segi lima $ABCDE$ dan segi lima $FGHIJ$ yang kongruen. Jika $EA = 2$ cm, hitunglah panjang sisi FG, GH, HI, IJ, dan keliling segi lima $FGHIJ$.



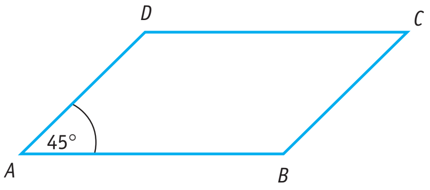


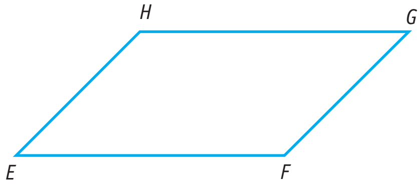
4. Diberikan trapesium $ABCD$ dan trapesium $EFGH$ yang kongruen. Jika $AB = 3$ cm, hitunglah panjang sisi EF, FG, GH, dan HE.





5. Diberikan jajargenjang $ABCD$ dan jajargenjang $EFGH$ yang kongruen. Jika besar $\angle DAB = 45^\circ$, tentukan besar $\angle HEF$, $\angle EFG$, $\angle FGH$, dan $\angle GHE$.



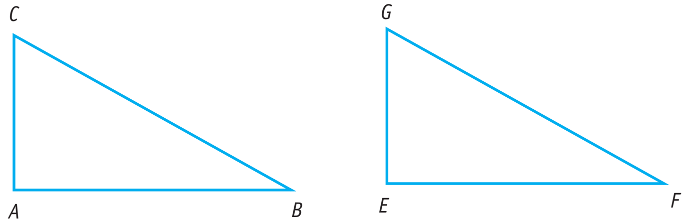


3. Segitiga-Segitiga yang Kongruen

Kamu telah mempelajari materi dua bangun datar yang kongruen. Kali ini, kamu akan mempelajari kekongruenan dalam salah satu bangun datar, yaitu kekongruenan dalam segitiga. Oleh karena segitiga merupakan salah satu bentuk bangun datar, maka syarat dua bangun datar kongruen juga berlaku untuk syarat dua segitiga kongruen. Kamu dapat lebih memahaminya dengan mempelajari uraian berikut.

a. Syarat Dua Segitiga Kongruen

Jika suatu benda digeser maka bentuk maupun ukuran benda tersebut akan tetap sama. Demikian juga bentuk dan ukuran dari benda dan bayangannya pada cermin datar adalah sama. Untuk memahami syarat dua segitiga kongruen, kamu juga dapat melakukan pergeseran atau pencerminan dari bangun datar segitiga tersebut. Coba kamu perhatikan Gambar 1.3 untuk kasus pergeseran segitiga.



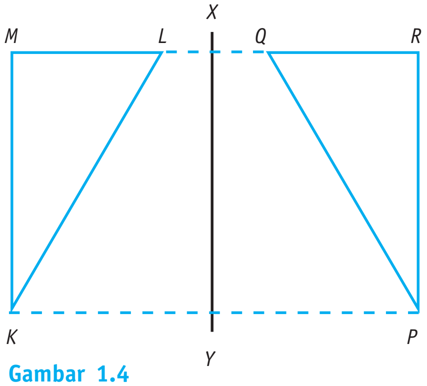
Gambar 1.3
Kekongruenan dalam segitiga dengan pergeseran.

Jika ΔABC digeser ke samping sejauh AE maka ΔABC akan berimpit atau menutupi dengan tepat ΔEFG. Jadi, ΔABC kongruen dengan ΔEFG, ditulis $\Delta ABC \cong \Delta EFG$.

Karena $\Delta ABC \cong \Delta EFG$ maka:

$$\begin{aligned} \angle CAB &= \angle GEF, \\ \angle ABC &= \angle EFG, \\ \angle BCA &= \angle FGE, \\ AB &= EF, \\ BC &= FG, \text{ dan} \\ AC &= EG. \end{aligned}$$

Perhatikan juga Gambar 1.4 untuk kasus pencerminan segitiga.



Gambar 1.4
Kekongruenan dalam segitiga dengan pencerminan.

Jika ΔKLM dicerminkan terhadap garis XY maka bayangan ΔKLM adalah ΔPQR. Bentuk dan ukuran kedua segitiga sama.

Jadi, ΔKLM dan ΔPQR kongruen.

Karena $\Delta KLM \cong \Delta PQR$ maka:

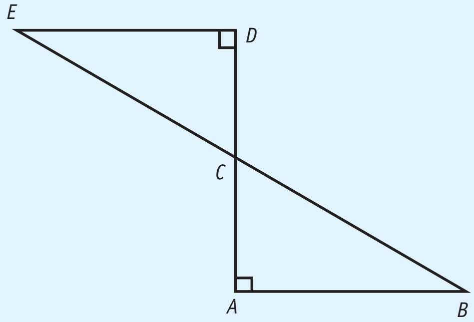
$$\begin{aligned} \angle MKL &= \angle RPQ, \\ \angle KLM &= \angle PQR, \\ \angle LMK &= \angle QRP, \\ KL &= PQ, \\ LM &= QR, \text{ dan} \\ KM &= PR. \end{aligned}$$

Berdasarkan hasil dari pergeseran maupun pencerminan bangun datar segitiga pada uraian tadi maka dapat disimpulkan syarat dua segitiga kongruen sebagai berikut.

Jika dua segitiga kongruen maka:
- Sisi-sisi yang bersesuaian (seletak) sama panjang, dan
- Sudut-sudut yang bersesuaian (seletak) sama besar.

Contoh Soal 1.3

Diberikan $\Delta ABC \cong \Delta DEC$ seperti pada gambar. Tentukan sudut-sudut dan sisi-sisi yang kongruen dari kedua segitiga tersebut.



Penyelesaian :

Coba kamu perhatikan sudut-sudut dan sisi-sisi yang bersesuaian dari ΔABC dan ΔDEC. Sudut-sudut yang bersesuaian adalah $\angle CAB$ bersesuaian dengan $\angle CDE$, $\angle ABC$ bersesuaian dengan $\angle DEC$, dan $\angle ACB$ bersesuaian dengan $\angle DCE$. Oleh karena diketahui $\Delta ABC \cong \Delta DEC$ maka berlaku:

$\angle CAB = \angle CDE$ (sudut siku-siku),

$\angle ABC = \angle DEC$ (sudut dalam berseberangan), dan

$\angle ACB = \angle DCE$ (sudut bertolak belakang).

Jadi, sudut-sudut yang kongruen adalah $\angle CAB$ kongruen dengan $\angle CDE$, $\angle ABC$ kongruen dengan $\angle DEC$, dan $\angle ACB$ kongruen dengan $\angle DCE$.

Adapun sisi-sisi yang bersesuaian adalah AB bersesuaian dengan DE, BC bersesuaian dengan EC, dan CA bersesuaian dengan CD. Oleh karena diketahui $\Delta ABC \cong \Delta DEC$ maka berlaku:

$AB = DE$,

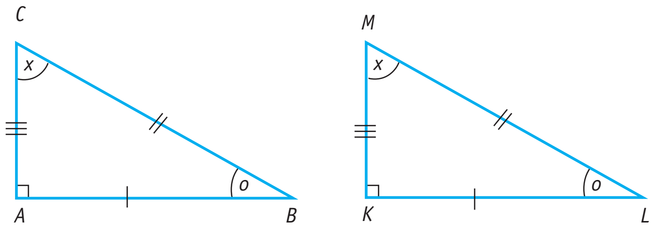
$BC = EC$, dan

$CA = CD$.

Jadi, sisi-sisi yang kongruen adalah AB kongruen dengan DE, BC kongruen dengan EC, dan CA kongruen dengan CD.

b. Sifat-Sifat Dua Segitiga Kongruen

Kamu telah memahami bahwa dua bangun datar yang saling menutupi (menempati) ketika diimpitkan maka kedua bangun datar tersebut kongruen. Pernyataan tersebut juga berlaku pada segitiga. Pada pembahasan sebelumnya, telah diperoleh kesimpulan bahwa jika dua segitiga kongruen maka sisi-sisi yang bersesuaian (seletak) sama panjang dan sudut-sudut yang bersesuaian (seletak) sama besar. Apakah pernyataan sebaliknya juga berlaku, yaitu jika dua segitiga yang mempunyai sisi-sisi yang bersesuaian (seletak) sama panjang dan sudut-sudut yang bersesuaian (seletak) sama besar maka kedua segitiga tersebut kongruen? Untuk membuktikannya, coba kamu perhatikan Gambar 1.5.



Gambar 1.5
Dua segitiga yang mempunyai sudut-sudut yang bersesuaian sama besar dan sisi-sisi yang bersesuaian sama panjang adalah kongruen.

Diberikan ΔABC dan ΔKLM yang mempunyai sisi-sisi yang bersesuaian (seletak) sama panjang dan sudut-sudut yang bersesuaian (seletak) sama besar. Jika ΔABC diimpitkan dengan ΔKLM maka:

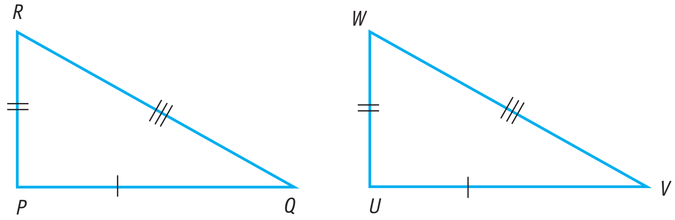
$\angle CAB$ dan $\angle MKL$ saling menempati karena $\angle CAB = \angle MKL$,
$\angle ABC$ dan $\angle KLM$ saling menempati karena $\angle ABC = \angle KLM$,
$\angle BCA$ dan $\angle LMK$ saling menempati karena $\angle BCA = \angle LMK$,
AB dan KL saling menempati karena $AB = KL$,
BC dan LM saling menempati karena $BC = LM$, dan
AC dan KM saling menempati karena $AC = KM$.

Ternyata, jika ΔABC dan ΔKLM yang mempunyai sisi-sisi yang bersesuaian sama panjang dan sudut-sudut yang bersesuaian (seletak) sama besar ketika diimpitkan akan saling menutupi. Jadi, $\Delta ABC \cong \Delta KLM$.

Berdasarkan sifat dua segitiga kongruen tersebut, kamu dapat menurunkan syarat-syarat lain untuk menentukan dua segitiga kongruen. Berikut akan dijelaskan tentang kondisi dari unsur-unsur segitiga (sisi dan sudut) yang dapat menentukan dua segitiga kongruen.

1) *Menentukan Dua Segitiga Kongruen Dilihat dari Ketiga Sisinya (sisi, sisi, sisi)*

Perhatikan gambar berikut.



Gambar 1.6
Kekongruenan dalam segitiga dilihat dari ketiga sisinya (sisi, sisi, sisi).

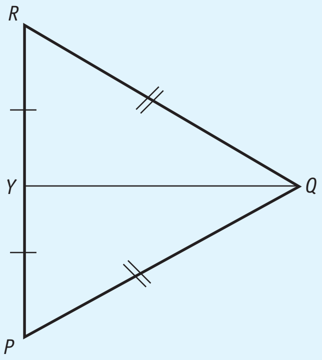
Jika ΔPQR diimpitkan pada ΔUVW maka:
PQ dan UV saling menempati karena $PQ = UV$,
QR dan VW saling menempati karena $QR = VW$, dan
PR dan UW saling menempati karena $PR = UW$.
Jadi, ΔPQR dan ΔUVW saling menempati sehingga $\Delta PQR \cong \Delta UVW$.

Sekarang, kamu dapat menyimpulkan bahwa jika dua segitiga yang mempunyai sisi-sisi bersesuaian yang sama panjang diimpitkan maka akan saling menutupi dengan tepat. Dengan kata lain, kedua segitiga tersebut kongruen.

Jika pada dua segitiga ketiga sisi (sisi, sisi, sisi) yang bersesuaian sama panjang maka kedua segitiga tersebut kongruen.

Contoh Soal 1.4

Tunjukkan bahwa $\Delta PQY \cong \Delta RQY$.

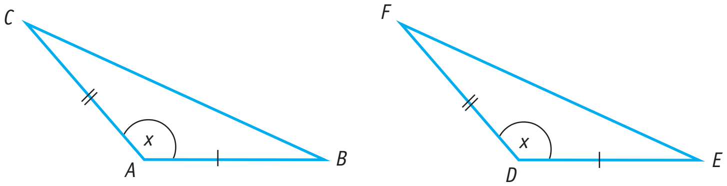


Penyelesaian :

Perhatikan ΔPQY dan ΔRQY. Sisi-sisi yang bersesuaian adalah PQ bersesuaian dengan RQ, QY bersesuaian dengan QY, dan PY bersesuaian dengan RY. Di samping itu, diperoleh:
$PQ = RQ$ (diketahui),
$QY = QY$ (berimpit), dan
$PY = RY$ (diketahui).
Oleh karena ketiga sisi yang bersesuaian dari ΔPQY dan ΔRQY sama panjang maka $\Delta PQY \cong \Delta RQY$ (memenuhi syarat (sisi, sisi, sisi)).

2) *Menentukan Dua Segitiga Kongruen Dilihat dari Dua Sisi dan Sudut Apitnya (sisi, sudut, sisi)*

Perhatikan gambar Berikut.



Gambar 1.7
Kekongruenan dalam segitiga dilihat dari dua sisi dan sudut apitnya (sisi, sudut, sisi).

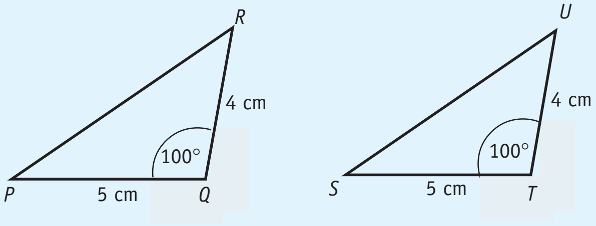
Jika ΔABC diimpitkan pada ΔDEF maka:
AB dan DE saling menempati karena $AB = DE$,
$\angle CAB$ dan $\angle FDE$ saling menempati karena $\angle CAB = \angle FDE$, dan
AC dan DF saling menempati karena $AC = DF$.
Jadi, ΔABC dan ΔDEF saling menempati, sehingga $\Delta ABC \cong \Delta DEF$.

Kamu telah membuktikan bahwa jika dua segitiga yang mempunyai dua sisi bersesuaian yang sama panjang dan sudut apit kedua sisi tersebut yang sama besar diimpitkan maka akan saling menutupi dengan tepat. Dengan kata lain, kedua segitiga tersebut kongruen.

Jika dua segitiga dua sisinya yang bersesuaian sama panjang dan sudut apit kedua sisi tersebut sama besar (sisi, sudut, sisi) maka kedua segitiga tersebut kongruen.

Contoh Soal 1.5

Tunjukkan bahwa $\Delta PQR \cong \Delta STU$



Penyelesaian:

Perhatikan ΔPQR dan ΔSTU. Sisi-sisi yang bersesuaian adalah PQ bersesuaian dengan ST, QR bersesuaian dengan TU, dan PR bersesuaian dengan SU. Oleh karena diketahui:

$PQ = ST = 5$ cm,

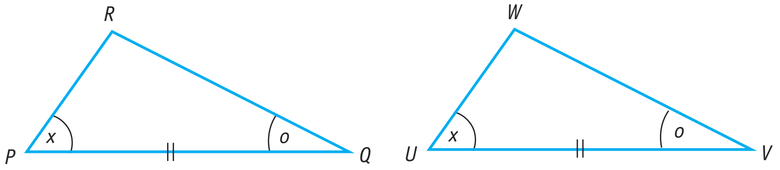
$\angle PQR = \angle STU = 100°$, dan

$QR = TU = 4$ cm.

Maka diperoleh dua sisi yang besesuaian dari ΔPQR dan ΔSTU sama panjang dan sudut apit kedua sisi tersebut sama besar. Akibatnya, $\Delta PQR \cong \Delta STU$ (memenuhi syarat (sisi, sudut, sisi)).

3) *Menentukan Dua Segitiga Kongruen Dilihat dari Dua Sudut dan Sisi yang Merupakan Persekutuan Dua Sudut (sudut, sisi, sudut)*

Perhatikan gambar berikut.



Gambar 1.8
Kekongruenan dalam segitiga dilihat dari dua sudut dan sisi persekutuan dua sudut (sudut, sisi, sudut).

Jika ΔPQR diimpitkan pada ΔUVW maka:

$\angle RPQ$ dan $\angle WUV$ saling menempati karena $\angle RPQ = \angle WUV$,

PQ dan UV saling menempati karena $PQ = UV$, dan

$\angle PQR$ dan $\angle UVW$ saling menempati karena $\angle PQR = \angle UVW$.

Jadi, ΔPQR dan ΔUVW saling menempati sehingga $\Delta PQR \cong \Delta UVW$.

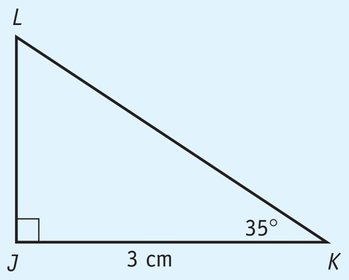
Dari persoalan di atas, diperoleh bahwa jika dua segitiga yang mempunyai dua sudut yang bersesuaian sama besar dan sisi yang merupakan persekutuan kedua sudut tersebut sama panjang diimpitkan maka kedua segitiga tersebut saling menutupi dengan tepat.

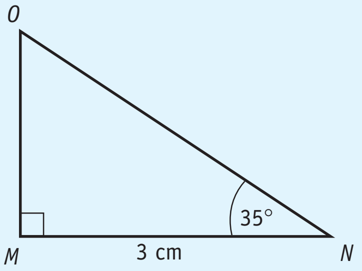
Dengan kata lain, kedua segitiga tersebut kongruen.

Jika dua segitiga mempunyai dua sudut yang bersesuaian sama besar dan sisi yang merupakan persekutuan kedua sudut tersebut sama panjang (sudut, sisi, sudut) maka kedua segitiga tersebut kongruen.

Contoh Soal 1.6

Tunjukkan bahwa $\Delta JKL \cong \Delta MNO$.





Penyelesaian :

Perhatikan ΔJKL dan ΔMNO. Sudut-sudut yang bersesuaian adalah $\angle LJK$ bersesuaian dengan $\angle OMN$, $\angle JKL$ bersesuaian dengan $\angle MNO$, dan $\angle KLJ$ bersesuaian dengan $\angle NOM$. Oleh karena diketahui:

$\angle LJK = \angle OMN$ (sudut siku-siku),

$JK = MN = 3$ cm, dan

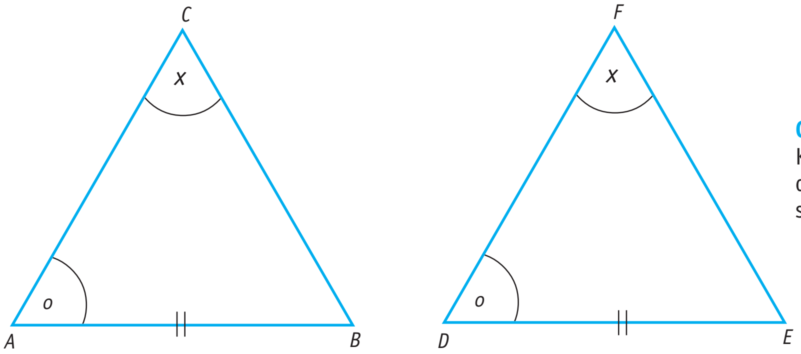
$\angle JKL = \angle MNO = 35°$.

Maka diperoleh dua sudut yang bersesuaian dari ΔJKL dan ΔMNO sama besar dan sisi yang merupakan persekutuan kedua sudut tersebut sama panjang. Akibatnya, $\Delta JKL \cong \Delta MNO$ (memenuhi syarat (sudut, sisi, sudut)).

4) *Menentukan Dua Segitiga Kongruen Dilihat dari Satu Sisi dan Dua Sudut (sisi, sudut, sudut)*

Pada subbab kali ini, kamu akan belajar menentukan dua segitiga kongruen dilihat dari satu sisi dan dua sudut (sisi, sudut, sudut), yaitu satu sudut terletak di sisi tersebut dan sudut yang lain terletak di depan sisi tersebut.

Perhatikan gambar berikut.



Gambar 1.9
Kekongruenan dalam segitiga dilihat dari satu sisi dan dua sudut (sisi, sudut, sudut).

Karena jumlah sudut-sudut dalam segitiga adalah 180° maka berlaku:

$\angle ABC + \angle BCA + \angle CAB = 180°$

$\Leftrightarrow \angle ABC = 180° - \angle BCA - \angle CAB$

Karena diketahui $\angle BCA = \angle EFD$ dan $\angle CAB = \angle FDE$ maka berakibat,

$\angle ABC = 180° - \angle BCA - \angle CAB$

$\Leftrightarrow \angle ABC = 180° - \angle EFD - \angle FDE$

$\Leftrightarrow \angle ABC = \angle DEF$

Sampai di sini, kamu telah memperoleh:

1. $\angle ABC = \angle DEF$,
2. $AB = DE$, dan
3. $\angle CAB = \angle FDE$.

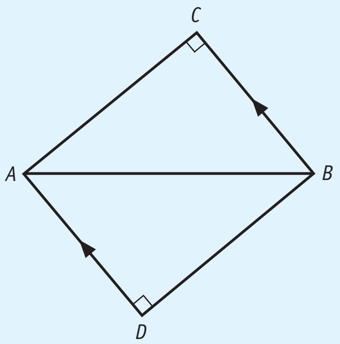
Kamu dapat mengamati bahwa ketiga keadaan tersebut memenuhi syarat (sudut, sisi, sudut). Jadi, $\Delta ABC \cong \Delta DEF$.

Apa yang dapat kamu simpulkan? Ternyata, syarat (sisi, sudut, sudut) dapat dibawa ke bentuk syarat (sudut, sisi, sudut) sehingga diperoleh kekongruenan dalam segitiga.

Jika dua segitiga satu sisinya yang bersesuaian sama panjang dan dua sudut yang bersesuaian, yaitu satu sudut terletak di sisi tersebut dan sudut yang lain terletak di depan sisi tersebut adalah sama besar (sisi, sudut, sudut) maka kedua segitiga tersebut kongruen.

Contoh Soal 1.7

Tunjukkan bahwa $\Delta ABC \cong \Delta BAD$.



Penyelesaian :

Sisi-sisi yang bersesuaian adalah AB bersesuaian dengan BA, BC bersesuaian dengan AD, dan CA bersesuaian dengan DB. Sudut-sudut yang bersesuaian adalah $\angle CAB$ bersesuaian dengan $\angle DBA$, $\angle ABC$ bersesuaian dengan $\angle BAD$, dan $\angle BCA$ bersesuaian dengan $\angle ADB$. Oleh karena AB berimpit dengan BA maka $AB = BA$. Diketahui $BC \,//\, AD$, akibatnya $\angle ABC = \angle BAD$ (sudut dalam berseberangan). Diketahui juga bahwa $\angle BCA = \angle ADB$ (sudut siku-siku) maka sampai di sini kamu telah memperoleh:

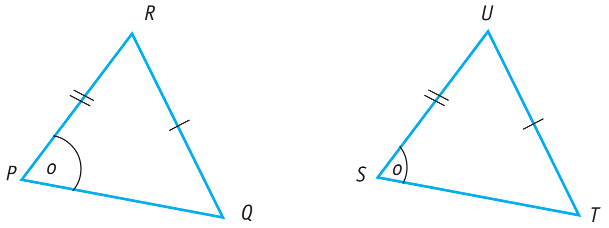
1. $AB = BA$,
2. $\angle ABC = \angle BAD$, dan
3. $\angle BCA = \angle ADB$.

Ketiga keadaan tersebut memenuhi syarat (sisi, sudut, sudut) sehingga $\Delta ABC \cong \Delta BAD$.

5) *Menentukan Segitiga Kongruen Dilihat dari Satu Sudut dan Dua Sisi (sudut, sisi, sisi)*

Kali ini, kamu akan memahami cara menentukan dua segitiga kongruen dilihat dari satu sudut dan dua sisi (sudut, sisi, sisi), yaitu satu sisi tempat terletaknya sudut tersebut dan sisi yang lain terletak di depan sudut tersebut.

Perhatikan Gambar 1.10.



Gambar 1.10
Kekongruenan dalam segitiga dilihat dari satu sudut dan dua sisi (sudut, sisi, sisi).

Karena RP dan US merupakan sisi-sisi yang bersesuaian dari ΔPQR dan ΔSTU maka sudut-sudut di depan kedua sisi tersebut merupakan sudut-sudut yang bersesuaian juga, yaitu $\angle PQR$ dan $\angle STU$, dengan catatan $\angle PQR$ dan $\angle STU$ merupakan sudut sejenis (sudut yang sama lancip atau sudut yang sama tumpul). Diketahui bahwa $RP = US$ (sama panjang) maka diperoleh $\angle PQR = \angle STU$ (sama besar). Oleh karena jumlah sudut-sudut dalam segitiga adalah 180° maka berlaku:

$\angle QRP + \angle RPQ + \angle PQR = 180°$

$\Leftrightarrow \angle QRP = 180° - \angle RPQ - \angle PQR$

Karena diketahui $\angle RPQ = \angle UST$ dan telah diperoleh bahwa $\angle PQR = \angle STU$ maka berakibat,

$\angle QRP = 180° - \angle RPQ - \angle PQR$

$\Leftrightarrow \angle QRP = 180° - \angle UST - \angle STU$

$\Leftrightarrow \angle QRP = \angle TUS$

Sehingga diperoleh:

1. $QR = TU$,
2. $\angle QRP = \angle TUS$, dan
3. $RP = US$.

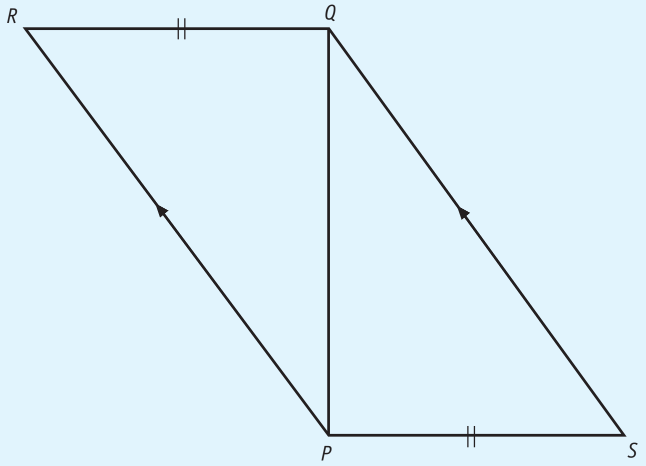
Kamu dapat mengamati bahwa ketiga keadaan tersebut memenuhi syarat (sisi, sudut, sisi). Jadi, $\Delta PQR \cong \Delta STU$.

Apa yang dapat kamu simpulkan? Ternyata, syarat (sudut, sisi, sisi) dapat dibawa ke bentuk syarat (sisi, sudut, sisi) sehingga diperoleh kekongruenan dalam segitiga.

Jika dua segitiga satu sudutnya yang bersesuaian sama besar dan dua sisi yang bersesuaian, yaitu satu sisi tempat terletaknya sudut tersebut dan sisi yang lain terletak di depan sudut tersebut adalah sama panjang (sudut, sisi, sisi) maka kedua segitiga tersebut kongruen.

Contoh Soal 1.8

Tunjukkan bahwa $\Delta PQR \cong \Delta QPS$.



Penyelesaian :

Perhatikan ΔPQR dan ΔQPS.

Sisi-sisi yang bersesuaian adalah PQ bersesuaian dengan QP, QR bersesuaian dengan PS, dan RP bersesuaian dengan SQ. Sudut-sudut yang bersesuaian adalah $\angle RPQ$ bersesuaian dengan $\angle SQP$, $\angle PQR$ bersesuaian dengan $\angle QPS$, dan $\angle QRP$ bersesuaian dengan $\angle PSQ$. Oleh karena diketahui PR // SQ, akibatnya $\angle RPQ = \angle SQP$ (sudut dalam berseberangan). Kamu juga dapat memahami bahwa $PQ = QP$ (berimpit). Oleh karena diketahui $QR = PS$ maka sampai di sini kamu peroleh:

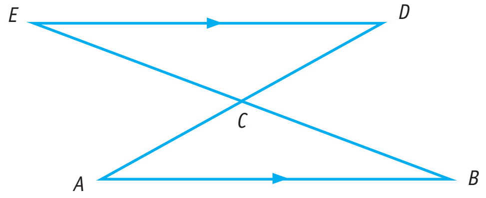
1. $\angle RPQ = \angle SQP$,
2. $PQ = QP$, dan
3. $QR = PS$.

Dari ketiga keadaan tersebut maka berdasarkan syarat (sudut, sisi, sisi) didapatkan bahwa $\Delta PQR \cong \Delta QPS$.

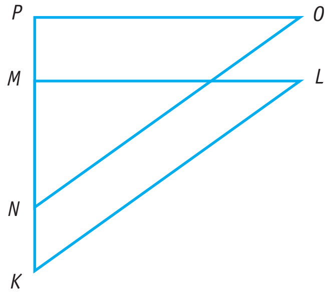
Latihan 1.3

1. Berikut diberikan pasangan-pasangan segitiga yang kongruen. Tentukan sisi-sisi dan sudut-sudut yang kongruen dari setiap pasangan segitiga tersebut.

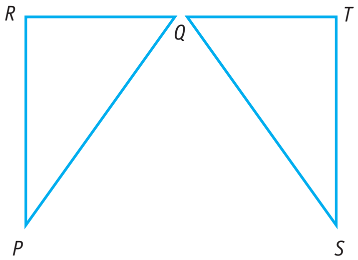
a. $\Delta ABC \cong \Delta DEC$



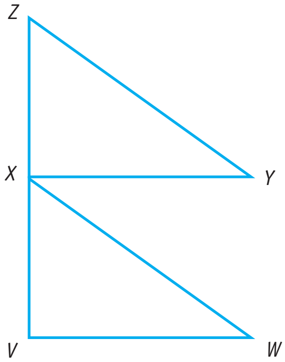
b. $\Delta KLM \cong \Delta NOP$



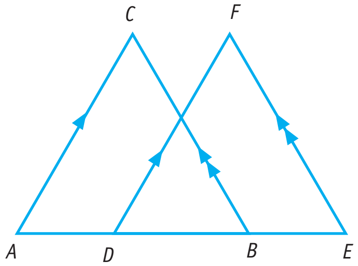
c. $\Delta PQR \cong \Delta SQT$



d. $\Delta VWX \cong \Delta XYZ$

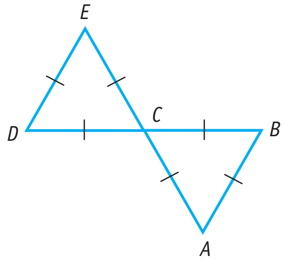


e. $\Delta ABC \cong \Delta DEF$

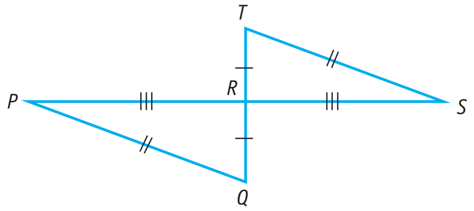


2. Tunjukkan bahwa pasangan-pasangan segitiga berikut kongruen.

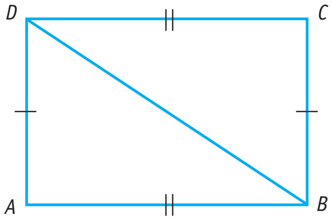
a. ΔABC dan ΔEDC



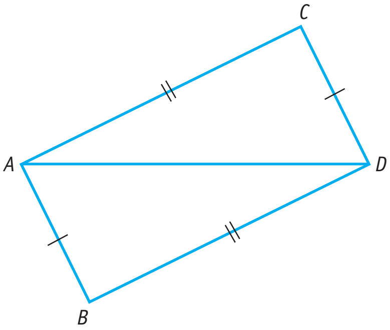
b. ΔPQR dan ΔSTR



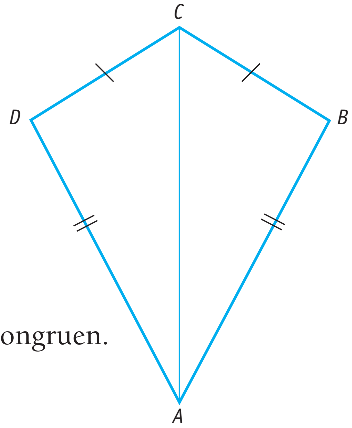
c. ΔABD dan ΔCDB



3. Tentukan pasangan segitiga yang kongruen pada gambar di samping.

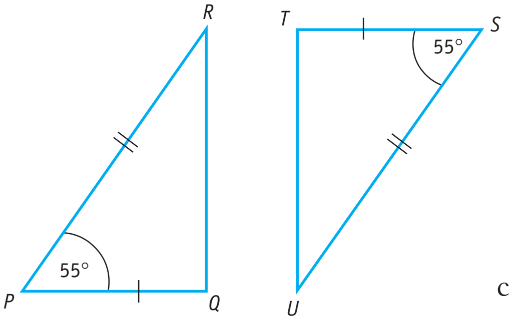


4. Tunjukkan bahwa pasangan segitiga di samping adalah kongruen. Kemudian, tentukan pasangan segitiga tersebut.

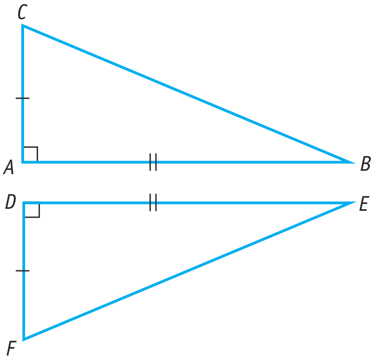


5. Tunjukkan bahwa pasangan-pasangan segitiga berikut kongruen.

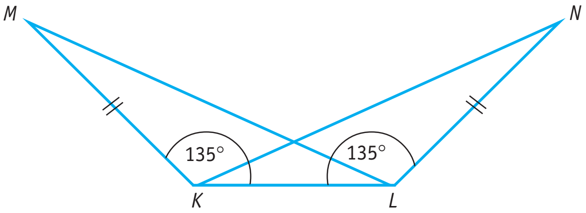
a. ΔPQR dan ΔSTU



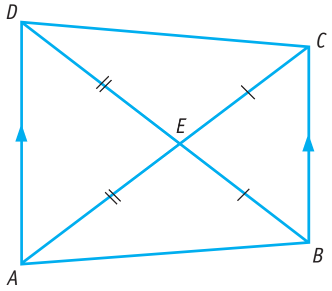
b. ΔABC dan ΔDEF



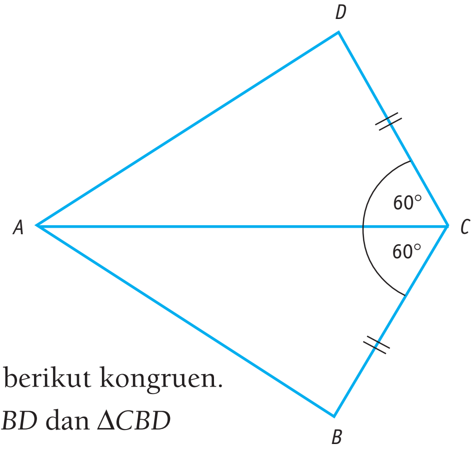
c. ΔKLM dan ΔLKN



6. Tentukan pasangan segitiga berikut yang kongruen.

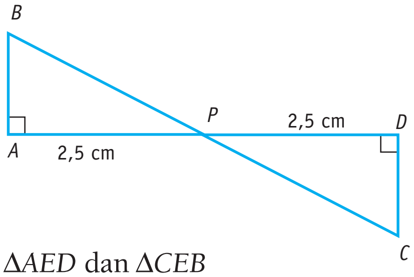


7. Tunjukkan bahwa pasangan segitiga di samping kongruen. Kemudian, tentukan pasangan segitiga tersebut.

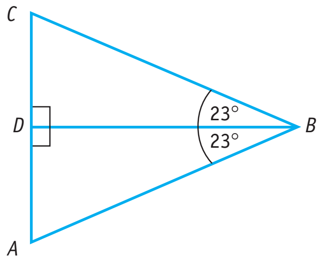


8. Tunjukkan bahwa pasangan-pasangan segitiga berikut kongruen.

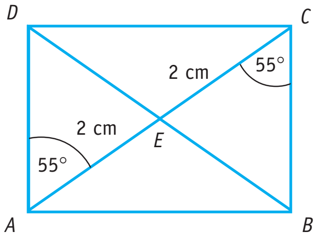
a. ΔAPB dan ΔDPC



c. ΔABD dan ΔCBD

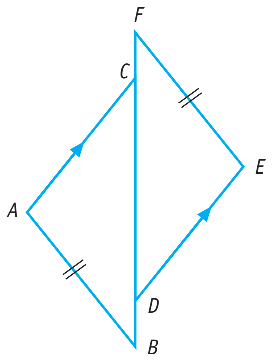


b. ΔAED dan ΔCEB

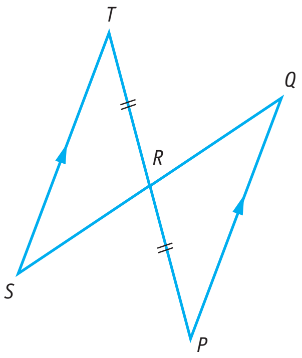


9. Tunjukkan bahwa pasangan-pasangan segitiga berikut kongruen.

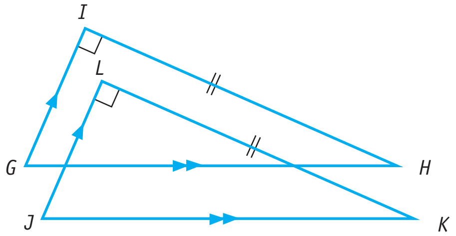
a. ΔABC dan ΔEFD



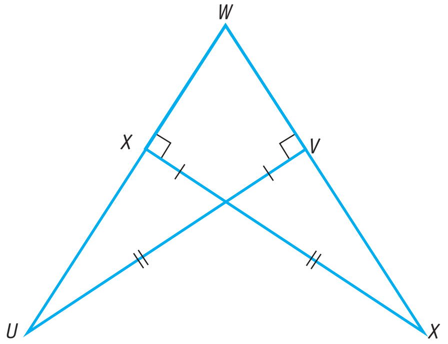
b. ΔSRT dan ΔQRP



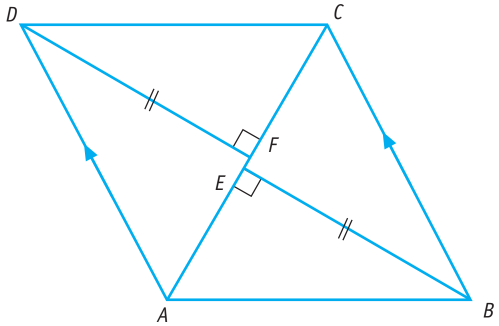
c. ΔJKL dan ΔGHI



d. ΔUVW dan ΔYXW

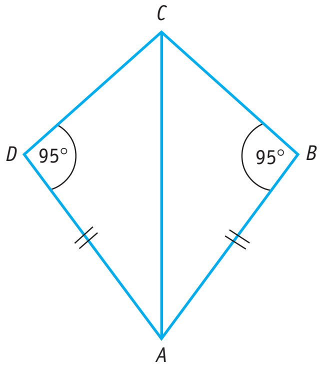


e. ΔAFD dan ΔCEB

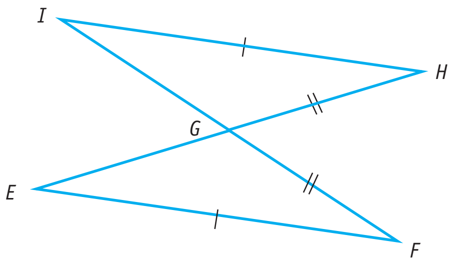


10. Tunjukkan bahwa pasangan-pasangan segitiga berikut kongruen.

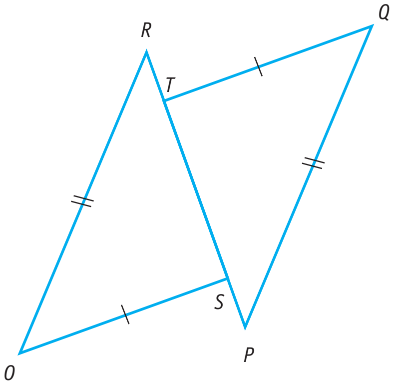
a. ΔACD dan ΔACB



b. ΔEFG dan ΔIHG



c. ΔOSR dan ΔQTP



B. Dua Bangun Datar yang Sebangun

Kamu telah memahami bahwa dua bangun datar kongruen mempunyai bentuk dan ukuran sama. Kali ini, kamu akan mempelajari dua bangun datar sebangun yang mempunyai bentuk sama, tetapi ukurannya berbeda dengan syarat tertentu.

Sebelum membahas dua bangun datar yang sebangun, masihkah kamu ingat materi Perbandingan di Kelas VII? Coba kamu perhatikan Gambar 1.11. Maket stasiun kereta tersebut mempunyai bentuk yang sama dengan stasiun kereta aslinya, tetapi ukuran aslinya diperkecil dengan perbandingan yang sama sehingga bagian-bagian yang bersesuaian mempunyai perbandingan yang sama. Bagian-bagian yang bersesuaian tersebut di antaranya adalah panjang stasiun kereta dengan panjang maket, lebar stasiun kereta dengan lebar maket, dan tinggi stasiun kereta dengan tinggi maket. Oleh karena itu, dapat dibuat perbandingan sebagai berikut.

Sumber: *www.metromodels.net*

Gambar 1.11
Maket stasiun kereta dirancang sama bentuknya dengan stasiun sebenarnya, tetapi ukurannya lebih kecil.

$$\frac{\text{Panjang maket}}{\text{Panjang sebenarnya}} = \frac{\text{Lebar maket}}{\text{Lebar sebenarnya}} = \frac{\text{Tinggi maket}}{\text{Tinggi sebenarnya}}$$

Dengan menggunakan perbandingan tersebut maka kamu dapat menentukan lebar stasiun kereta. Misalnya, tinggi stasiun kereta 3 m (300 cm), tinggi maket 3 cm, dan lebar maket 8 cm. Dalam kasus ini, kamu dapat memisalkan lebar stasiun adalah x cm. Akibatnya, dengan memilih sepasang perbandingan tadi diperoleh:

$$\frac{\text{Tinggi maket}}{\text{Tinggi sebenarnya}} = \frac{\text{Lebar maket}}{\text{Lebar sebenarnya}}$$

$$\begin{aligned} &\Leftrightarrow \frac{3}{300} = \frac{8}{x} \\ &\Leftrightarrow 3x = 8 \times 300 \\ &\Leftrightarrow 3x = 2.400 \\ &\Leftrightarrow x = 800 \end{aligned}$$

Jadi, lebar stasiun kereta adalah 800 cm (8 m). Oleh karena itu, diperoleh perbandingan bagian-bagian yang bersesuaian sebagai berikut.

$$\frac{\text{Tinggi maket}}{\text{Tinggi sebenarnya}} = \frac{3}{300} = \frac{1}{100}.$$

$$\frac{\text{Lebar maket}}{\text{Lebar sebenarnya}} = \frac{8}{800} = \frac{1}{100}.$$

Karena stasiun kereta dan maketnya mempunyai bentuk sama dan perbandingan bagian-bagian yang bersesuaian sama maka dikatakan stasiun kereta dan maketnya merupakan *dua bangun yang sebangun* .

Seperti yang telah kamu pahami bahwa persegi panjang, segitiga, dan belah ketupat merupakan contoh-contoh bangun datar. Dalam subbab ini, kamu akan mempelajari dua bangun datar yang sebangun. Bagaimanakah dua bangun datar dikatakan sebangun? Berikut adalah paparan selengkapnya.

1. Syarat Dua Bangun Datar Sebangun

Untuk mengetahui syarat dua bangun datar sebangun, coba kamu lakukan kegiatan berikut.

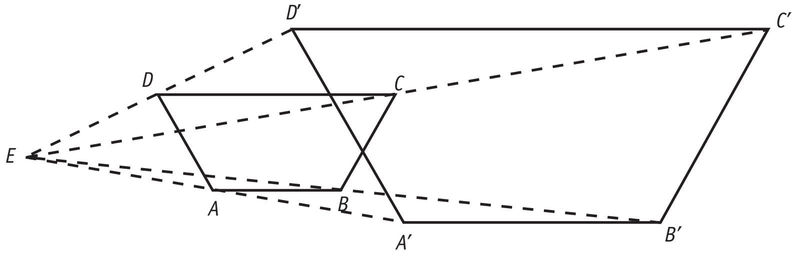
Eksplorasi 1.2

Tujuan:

Menemukan syarat dua bangun datar sebangun.

Kegiatan:

1. Gunakan penggaris dan busur.
2. Pada buku latihanmu gambarlah sembarang satu titik dan segi empat. Misalnya, titik E dan segi empat $ABCD$ dengan $DE = 2$ cm, $AE = 2{,}5$ cm, $CE = 5$ cm, $BE = 4{,}25$ cm, $\angle CDA = \angle BCD = 60^\circ$, dan $\angle DAB = \angle ABC = 120^\circ$ seperti pada gambar berikut.
3. Gambarlah titik E di luar segi empat $ABCD$.



4. Pada sinar EA, EB, EC, dan ED tentukan titik-titik A', B', C', dan D' sehingga $EA' = 2\ EA$, $EB' = 2\ EB$, $EC' = 2\ EC$, dan $ED' = 2\ ED$.
5. Lukislah segi empat $A'B'C'D'$.

Pertanyaan:

1. Ukurlah $\angle D'A'B'$. Apakah $\angle DAB = \angle D'A'B'$?
2. Ukurlah $\angle A'B'C'$. Apakah $\angle ABC = \angle A'B'C'$?
3. Ukurlah $\angle B'C'D'$. Apakah $\angle BCD = \angle B'C'D'$?
4. Ukurlah $\angle C'D'A'$. Apakah $\angle CDA = \angle C'D'A'$?
5. Bandingkan sisi-sisi yang bersesuaian (seletak), apakah $\frac{AB}{A'B'} = \frac{BC}{B'C'} = \frac{CD}{C'D'} = \frac{AD}{A'D'}$?

Setelah kamu melakukan kegiatan tersebut, ternyata suatu bangun datar jika diperbesar dengan skala perbesaran tertentu maka akan diperoleh dua bangun datar yang mempunyai bentuk sama dan sudut-sudut yang bersesuaian (seletak) sama besar, tetapi ukuran panjang sisinya berbeda. Namun demikian, perbandingan sisi-sisi yang bersesuaian (seletak) tetap sama. Bagaimanakah jika bangun datar tersebut diperkecil? Coba kamu diskusikan dengan teman-temanmu.

Jadi, jika dua bangun datar mempunyai sudut-sudut yang bersesuaian (seletak) sama besar dan perbandingan panjang sisi-sisi yang bersesuaian (seletak) sama maka dua bangun datar tersebut disebut *dua bangun datar yang sebangun.*

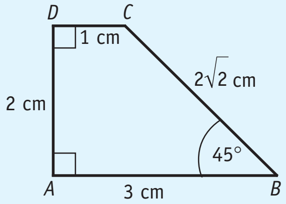
Dua bangun datar dikatakan sebangun jika:

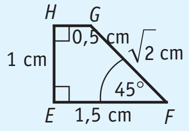
1. sudut-sudut yang bersesuaian (seletak) pada kedua bangun datar sama besar, dan
2. perbandingan panjang sisi-sisi yang bersesuaian (seletak) pada kedua bangun datar sama.

Oleh karena pada dua bangun datar yang kongruen berlaku perbandingan panjang sisi-sisi yang bersesuaian adalah sama dan nilai perbandingannya 1 : 1 maka pada dua bangun datar yang sebangun berlaku perbandingan panjang sisi-sisi yang bersesuaian adalah sama dan nilai perbandingannya tidak hanya 1 : 1.

Contoh Soal 1.9

Diberikan dua bangun datar trapesium *ABCD* dan trapesium *EFGH* sebagai berikut.





1. Sebutkan sudut-sudut yang bersesuaian pada kedua trapesium tersebut.
2. Sebutkan sisi-sisi yang bersesuaian pada kedua trapesium tersebut.
3. Tentukan besar setiap sudut yang bersesuaian tersebut.
4. Tentukan perbandingan panjang sisi dari setiap sisi yang bersesuaian tersebut.
5. Apakah kedua bangun datar tersebut sebangun?

Penyelesaian :

1. Pada dua bangun datar di atas, diberikan trapesium *ABCD* dan trapesium *EFGH* maka sudut-sudut yang bersesuaian adalah $\angle DAB$ bersesuaian dengan $\angle HEF$, $\angle ABC$ bersesuaian dengan $\angle EFG$, $\angle BCD$ bersesuaian dengan $\angle FGH$, dan $\angle CDA$ bersesuaian dengan $\angle GHE$.
2. Sisi-sisi yang bersesuaian dari trapesium *ABCD* dan trapesium *EFGH* adalah *AB* bersesuaian dengan *EF*, *BC* bersesuaian dengan *FG*, *CD* bersesuaian dengan *GH*, dan *DA* bersesuaian dengan *HE*.

3. Besar sudut-sudut yang bersesuaian adalah sebagai berikut.
$\angle DAB = \angle HEF = 90°$ (sudut siku-siku),
$\angle ABC = \angle EFG = 45°$,
$\angle BCD = \angle FGH = 135°$, dan
$\angle CDA = \angle GHE = 90°$ (sudut siku-siku).
4. Berikut adalah perbandingan panjang sisi-sisi yang bersesuaian.

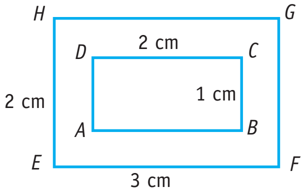
$$\frac{AB}{EF} = \frac{3}{1,5} = \frac{2}{1}, \frac{BC}{FG} = \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{2}{1}, \frac{CD}{GH} = \frac{1}{0,5} = \frac{2}{1}, \text{dan } \frac{DA}{HE} = \frac{2}{1}.$$

Jadi, $\frac{AB}{EF} = \frac{BC}{FG} = \frac{CD}{GH} = \frac{DA}{HE} = \frac{2}{1}$.
5. Oleh karena sudut-sudut yang bersesuaian sama besar dan perbandingan panjang sisi-sisi yang bersesuaian sama maka trapesium *ABCD* dan trapesium *EFGH* sebangun.

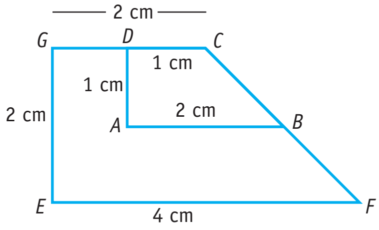
Latihan 1.4

Dengan memperhatikan syarat dua bangun datar sebangun, coba kamu tentukan pasangan-pasangan bangun datar berikut sebangun atau tidak sebangun.

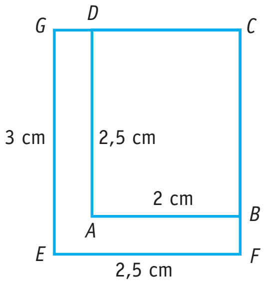
a. Persegi panjang *ABCD* dan persegi panjang *EFGH*



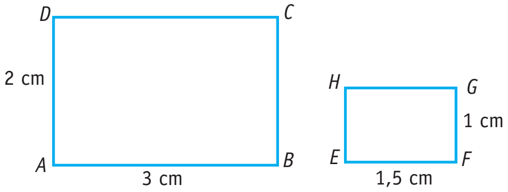
b. Segi empat *ABCD* dan segi empat *EFCG*



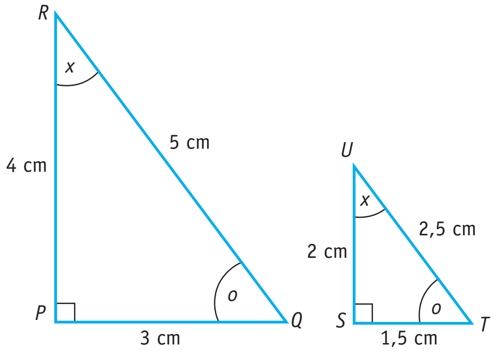
c. Segi empat *ABCD* dan segi empat *EFCG*



d. Persegi panjang *ABCD* dan persegi panjang *EFGH*



e. ΔPQR dan ΔSTU



2. Menentukan Panjang Sisi pada Dua Bangun yang Sebangun

Pada pembahasan sebelumnya, kamu telah mempelajari bahwa dua bangun dikatakan sebangun jika kedua bangun tersebut mempunyai bentuk sama dan perbandingan bagian-bagian yang bersesuaian sama. Demikian juga dua bangun datar dikatakan sebangun jika ukuran sudut-sudut yang bersesuaian sama besar dan perbandingan panjang sisi-sisi yang bersesuaian sama. Dari pengertian tersebut, kamu dapat menggunakannya untuk menentukan panjang sisi pada dua bangun yang sebangun.

Contoh Soal 1.10

Sumber: *www.coloradomodel.com*

1. Sebuah gudang mempunyai lebar bagian depan 12 m dan tinggi 8 m. Jika maket gudang tersebut dibuat dengan lebar 6 cm, berapakah tinggi maket gudang tersebut?

   Penyelesaian:

   Diketahui lebar bagian depan gudang adalah 12 m (1.200 cm), tinggi gudang adalah 8 m (800 cm), dan lebar maket adalah 6 cm. Misalnya, tinggi maket adalah x cm. Dengan menggunakan pengertian perbandingan pada dua bangun yang sebangun diperoleh:

$$\frac{\text{Tinggi maket}}{\text{Tinggi sebenarnya}} = \frac{\text{Lebar maket}}{\text{Lebar sebenarnya}}$$

$$\Leftrightarrow \frac{x}{800} = \frac{6}{1.200}$$

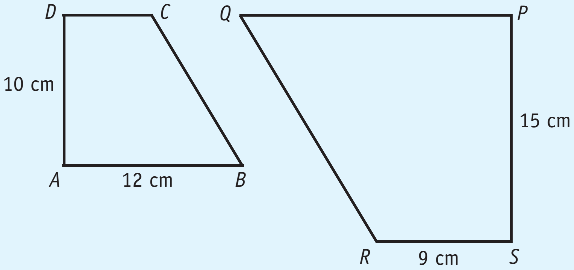
$$\Leftrightarrow 1.200x = 6 \times 800$$

$$\Leftrightarrow 1.200x = 4.800$$

$$\Leftrightarrow x = 4$$

   Jadi, tinggi maket gudang tersebut adalah 4 cm.

2. Diberikan trapesium *ABCD* dan trapesium *PQRS* sebangun seperti gambar berikut. Tentukan panjang *CD* dan *PQ*.



Penyelesaian :

Diketahui trapesium *ABCD* sebangun dengan trapesium *PQRS* sehingga berlaku:

$$\begin{aligned} \frac{AD}{PS} &= \frac{CD}{RS} = \frac{AB}{PQ} \\ \frac{AD}{PS} &= \frac{CD}{RS} \\ \Leftrightarrow \frac{10}{15} &= \frac{CD}{9} \\ \Leftrightarrow 15CD &= 10 \times 9 \\ \Leftrightarrow 15CD &= 90 \\ \Leftrightarrow CD &= \frac{90}{15} \\ \Leftrightarrow CD &= 6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{AD}{PS} &= \frac{CD}{RS} = \frac{AB}{PQ} \\ \frac{AD}{PS} &= \frac{AB}{PQ} \\ \Leftrightarrow \frac{10}{15} &= \frac{12}{PQ} \\ \Leftrightarrow 10PQ &= 15 \times 12 \\ \Leftrightarrow 10PQ &= 180 \\ \Leftrightarrow PQ &= \frac{180}{10} \\ \Leftrightarrow PQ &= 18 \end{aligned}$$

Jadi, panjang *CD* adalah 6 cm dan panjang *PQ* adalah 18 cm.

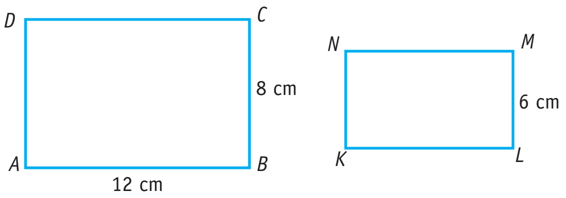
Latihan 1.5

1. Sebuah pigura berbentuk persegi panjang dengan ukuran tepi luar 30 cm × 20 cm. Jika tepi pigura diberi bingkai dengan lebar 5 cm, apakah persegi panjang tepi luar pigura sebangun dengan persegi panjang tepi dalamnya? Jelaskan jawabanmu.

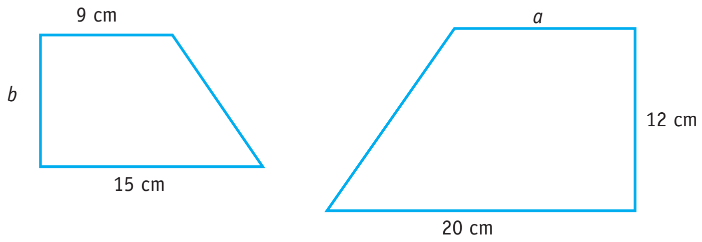
Sumber: *www.ppsnf.org*

2. Sebuah kapal berukuran panjang 150 m dan lebar 30 m akan dibuat modelnya. Panjang model 30 cm.
   a. Berapakah lebar model kapal?
   b. Jika tinggi model kapal adalah 3 cm, berapakah tinggi kapal sesungguhnya?

3. Persegi panjang *ABCD* dan *KLMN* sebangun. Jika panjang AB = 12 cm, $AD = 8$ cm, dan $LM = 6$ cm, hitunglah keliling persegi panjang $KLMN$.



4. Dua bangun berikut adalah sebangun. Tentukan *a* dan *b*.



5. Sebuah monumen tampak pada layar TV dengan tinggi 10 cm dan lebar 4 cm. Jika lebar monumen sebenarnya 10 m, berapakah tinggi monumen sesungguhnya?

---

3. Segitiga-Segitiga yang Sebangun

Kamu sudah mengetahui syarat dua bangun datar sebangun. Oleh karena salah satu bentuk dari bangun datar adalah segitiga, maka syarat dua bangun datar sebangun juga berlaku pada dua segitiga sebangun. Namun demikian, adakah syarat lain yang menunjukkan dua segitiga sebangun? Kamu dapat mengikuti uraian berikut untuk mengetahui jawabannya.

a. *Syarat Dua Segitiga Sebangun*

Syarat dua segitiga sebangun dapat kamu peroleh dengan melakukan kegiatan berikut.

Eksplorasi 1.3

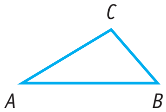
Tujuan:

Menemukan syarat dua segitiga sebangun.

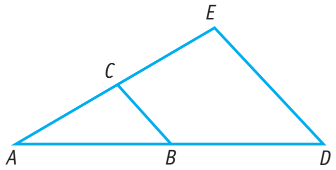
Kegiatan:

Lengkapi langkah-langkah berikut.

1. Gunakan penggaris, busur, dan pensil.
2. Gambarlah sembarang segitiga pada buku latihanmu, misalnya ΔABC dengan AB = 2 cm, CA = 1,5 cm, dan $\angle BAC = 30°$ seperti pada gambar berikut.



3. Perpanjang AB sampai titik D sehingga $AD = 2\ AB$, dan perpanjang juga AC sampai titik E sehingga $AE = 2\ AC$.



4. Perhatikan ΔABC dan ΔADE.

   $\angle ABC = \angle ADE$ (sudut sehadap)

   $\angle BCA = \angle DEA$ (sudut sehadap)

   $\angle CAB = \angle EAD$ (sudut berimpit)

   Jadi, sudut-sudut yang bersesuaian pada ΔABC dan ΔADE sama besar.

   $AB : AD = 1 : 2$ (diketahui $AD = 2\ AB$)

   $AC : AE = 1 : 2$ (diketahui $AE = 2\ AC$)

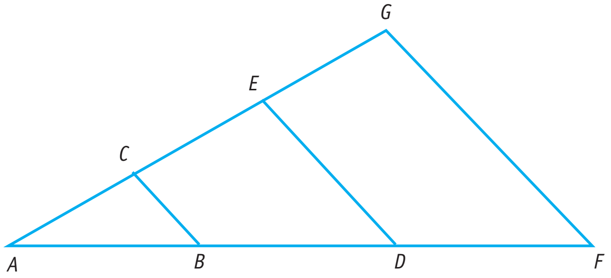
   $BC : DE = 1 : 2$ (ukurlah)

   Jadi, perbandingan panjang sisi-sisi yang bersesuaian pada ΔABC dan ΔADE sama.

Ingat Kembali

- Sudut sehadap mempunyai besar yang sama.
- Sudut dalam berseberangan mempunyai besar yang sama.
- Sudut berimpit mempunyai besar yang sama.
- Sudut bertolak belakang mempunyai besar yang sama.

5. Perpanjang AB sampai F sehingga $AF = 3\ AB$, dan perpanjang AC sampai G sehingga $AG = 3\ AC$.



6. Perhatikan ΔABC dan ΔAFG.

   $AB : AF = 1 : 3$

   $AC : AG = \ldots : \ldots$

   $BC : FG = \ldots : \ldots$

   Jadi, perbandingan panjang sisi-sisi yang bersesuaian pada ΔABC dan ΔAFG ....

   $\angle ABC = \angle AFG$ (sudut sehadap)

   $\angle BCA =$ .... (..................)

   $\angle CAB = \angle GAF$ (..................)

   Jadi, sudut-sudut yang bersesuaian pada ΔABC dan ΔAFG sama besar.

7. Perhatikan ΔADE dan ΔAFG.

   $\angle EAD = \angle GAF$ (sudut berimpit)

   $AD : AF = 2 : 3$

   $AE : AG = 2 : 3$

   Terlihat bahwa pada ΔADE dan ΔAFG mempunyai satu sudut yang sama besar dan perbandingan panjang sisi-sisi yang mengapit sudut tersebut sama.

Pertanyaan:

Tentukan besar sudut-sudut yang lain serta perbandingan panjang DE dengan FG.

Setelah kamu melakukan kegiatan tersebut, kamu tentu dapat memahami pernyataan-pernyataan berikut.

- Jika sudut-sudut yang bersesuaian pada dua segitiga sama besar maka perbandingan panjang sisi-sisi yang bersesuaian sama.
- Jika perbandingan panjang sisi-sisi yang bersesuaian pada dua segitiga sama maka sudut-sudut yang bersesuaian sama besar.
- Jika dua segitiga mempunyai satu sudut yang sama besar dan perbandingan panjang sisi-sisi yang bersesuaian yang mengapit sudut tersebut sama maka dua sudut yang lain sama besar.

Jadi, dari pernyataan-pernyataan tersebut diperoleh hasil sebagai berikut.

Syarat dua segitiga sebangun:

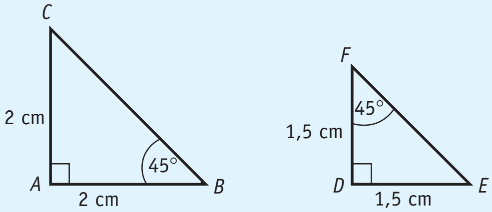
1. Jika sudut-sudut yang bersesuaian pada dua segitiga sama besar maka kedua segitiga tersebut sebangun.
2. Jika perbandingan panjang sisi-sisi yang bersesuaian pada dua segitiga sama maka kedua segitiga tersebut sebangun.
3. Jika dua segitiga mempunyai satu sudut yang sama besar serta perbandingan panjang sisi-sisi yang bersesuaian yang mengapit sudut tersebut sama maka kedua segitiga tersebut sebangun.

Jika dua segitiga sebangun maka:

1. sudut-sudut yang bersesuaian pada kedua segitiga tersebut sama besar,
2. perbandingan panjang sisi-sisi yang bersesuaian pada kedua segitiga tersebut sama, dan
3. perbandingan panjang sisi-sisi yang bersesuaian yang mengapit satu sudut yang sama besar pada kedua segitiga tersebut adalah sama.

Contoh Soal 1.11

Diberikan ΔABC dan ΔDEF. Tentukan pasangan segitiga berikut sebangun atau tidak sebangun.



Penyelesaian :

Kamu telah memahami syarat dua segitiga sebangun maka untuk menentukan sepasang segitiga sebangun atau tidak sebangun dapat dibuktikan dengan tiga cara.

Cara 1: Menentukan besar sudut-sudut yang bersesuaian

Sudut-sudut yang bersesuaian pada ΔABC dan ΔDEF adalah $\angle CAB$ bersesuaian dengan $\angle FDE$, $\angle ABC$ bersesuaian dengan $\angle DEF$, dan $\angle BCA$ bersesuaian dengan $\angle EFD$. Adapun besarnya sudut-sudut yang bersesuaian tersebut adalah sebagai berikut.

- $\angle CAB = \angle FDE = 90°$ (sudut siku-siku).
- $\angle ABC = 45°$ (diketahui); $\angle DEF = 180° - \angle FDE - \angle EFD = 180° - 90° - 45° = 45°$. Jadi, $\angle ABC = \angle DEF$.

- $\angle BCA = 180° - \angle CAB - \angle ABC = 180° - 90° - 45° = 45°$; $\angle EFD = 45°$ (diketahui). Jadi, $\angle BCA = \angle EFD$.

Karena sudut-sudut yang bersesuaian sama besar maka ΔABC dan ΔDEF sebangun.

Cara 2: Menentukan perbandingan panjang sisi-sisi yang bersesuaian

Sisi-sisi yang bersesuaian pada ΔABC dan ΔDEF adalah AB bersesuaian dengan DE, BC bersesuaian dengan EF, dan CA bersesuaian dengan FD. Adapun perbandingan panjang sisi-sisi yang bersesuaian tersebut adalah sebagai berikut.

$$\frac{AB}{DE} = \frac{2}{1,5} = \frac{4}{3},$$

$$\frac{BC}{EF} = \frac{2\sqrt{2}}{\frac{3}{2}\sqrt{2}} = \frac{2}{1,5} = \frac{4}{3}, \text{dan}$$

$$\frac{CA}{FD} = \frac{2}{1,5} = \frac{4}{3}.$$

Oleh karena itu, diperoleh perbandingan panjang sisi-sisi yang bersesuaian sebagai berikut.

$$\frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF} = \frac{CA}{FD} = \frac{4}{3}.$$

Oleh karena perbandingan panjang sisi-sisi yang bersesuaian sama maka ΔABC dan ΔDEF sebangun.

Cara 3: Mengambil satu sudut yang sama besar, kemudian menentukan perbandingan panjang sisi-sisi yang bersesuaian yang mengapit sudut tersebut

Pada ΔABC dan ΔDEF, ambillah $\angle CAB = \angle FDE = 90°$. Berarti, sisi-sisi yang bersesuaian yang mengapit sudut tersebut adalah AB bersesuaian dengan DE dan AC bersesuaian dengan DF. Berikut adalah perbandingan panjang sisi-sisi yang bersesuaian tersebut.

$$\frac{AB}{DE} = \frac{2}{1,5} = \frac{4}{3}, \text{ dan}$$

$$\frac{AC}{DF} = \frac{2}{1,5} = \frac{4}{3}.$$

Oleh karena itu, diperoleh perbandingan panjang sisi-sisi yang bersesuaian yang mengapit sudut yang sama besar ($\angle CAB = \angle FDE = 90°$) sebagai berikut.

$$\frac{AB}{DE} = \frac{AC}{DF} = \frac{4}{3}.$$

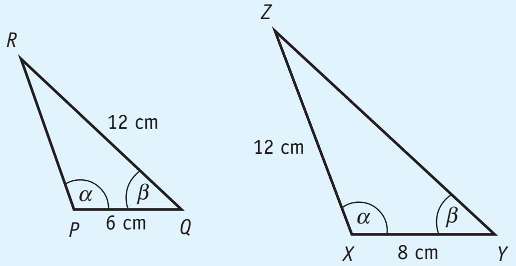
Oleh karena perbandingan panjang sisi-sisi yang bersesuaian yang mengapit sudut yang sama besar ($\angle CAB = \angle FDE = 90°$) adalah sama maka ΔABC dan ΔDEF sebangun.

b. *Menghitung Panjang Sisi pada Segitiga yang Sebangun*

Kamu telah memahami syarat dua segitiga sebangun. Hal tersebut dapat kamu gunakan untuk menentukan panjang sisi-sisi yang belum diketahui pada salah satu segitiga dari dua segitiga yang sebangun. Pahami contoh berikut dengan baik.

Contoh Soal 1.12

1. Diberikan ΔPQR dan ΔXYZ sebagai berikut.



a. Apakah ΔPQR dan ΔXYZ sebangun?

b. Tentukan panjang YZ.

Penyelesaian:

a. Perhatikan ΔPQR dan ΔXYZ.

$\angle RPQ = \angle ZXY = \alpha$,

$\angle PQR = \angle XYZ = \beta$.

Karena dua sudut pada ΔPQR dan ΔXYZ sama besar maka sudut yang lain juga sama besar.

Jadi, $\angle QRP = \angle YZX$. Karena ketiga sudut yang bersesuaian pada ΔPQR dan ΔXYZ sama besar maka ΔPQR dan ΔXYZ sebangun.

b. Ambillah pasangan perbandingan panjang sisi-sisi yang bersesuaian mengandung YZ.

$$\frac{QR}{YZ} = \frac{PQ}{XY}$$

$$\Leftrightarrow \frac{12}{YZ} = \frac{6}{8}$$

$$\Leftrightarrow 6YZ = 12 \times 8$$

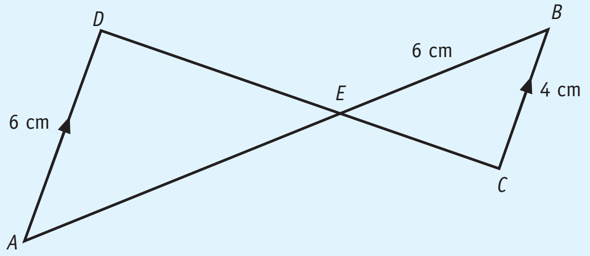
$$\Leftrightarrow 6YZ = 96$$

$$\Leftrightarrow YZ = \frac{96}{6}$$

$$\Leftrightarrow YZ = 16$$

Jadi, panjang YZ adalah 16 cm.

2. Pada gambar berikut, AD // CB, panjang AD = 6 cm, CB = 4 cm, dan BE = 6 cm. Tentukan panjang AE dengan terlebih dahulu membuktikan bahwa ΔAED dan ΔBEC sebangun.



Penyelesaian :

Perhatikan ΔAED dan ΔBEC.

$\angle DAE = \angle CBE$ (sudut dalam berseberangan), $\angle AED = \angle CEB$ (sudut bertolak belakang), dan $\angle EDA = \angle ECB$ (sudut dalam berseberangan).

Karena sudut-sudut yang bersesuaian sama besar maka ΔAED dan ΔBEC sebangun. Jadi, dengan mengambil perbandingan panjang sisi-sisi yang bersesuaian yang mengandung AE diperoleh:

$$\frac{AD}{BC} = \frac{AE}{BE}$$

$$\Leftrightarrow \quad \frac{6}{4} = \frac{AE}{6}$$

$$\Leftrightarrow 4AE = 6 \times 6$$

$$\Leftrightarrow 4AE = 36$$

$$\Leftrightarrow \quad AE = \frac{36}{4}$$

$$\Leftrightarrow \quad AE = 9$$

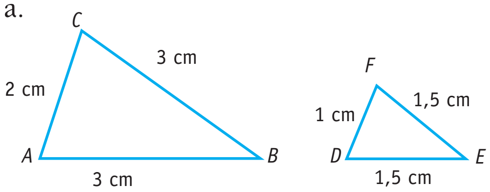
Jadi, panjang AE adalah 9 cm.

Latihan 1.6

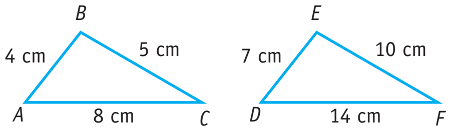
Tentukan pasangan-pasangan segitiga berikut sebangun atau tidak sebangun.

1. ΔABC dan ΔDEF

a.

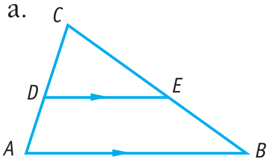


b.

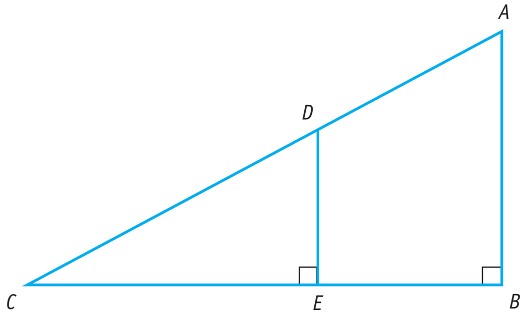


2. ΔABC dan ΔDEC

a.

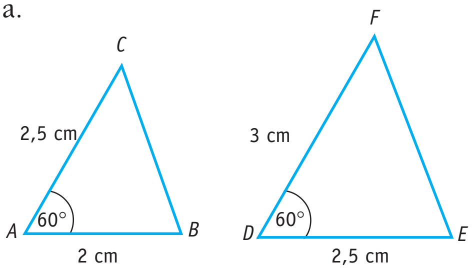


b.

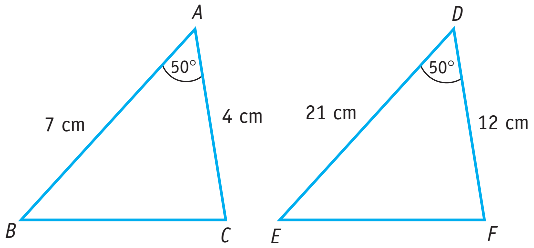


3. ΔABC dan ΔDEF

a.

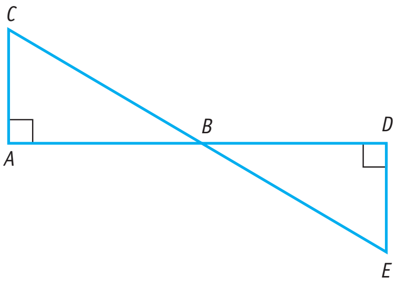


b.

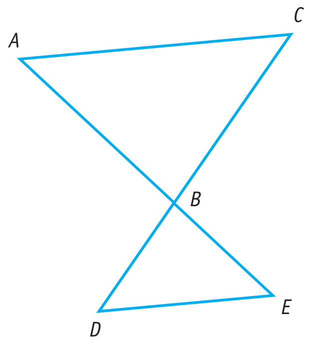


4. ΔABC dan ΔDBE

a.

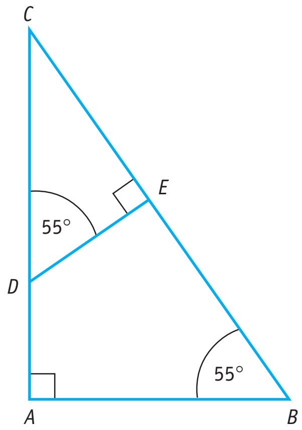


b.

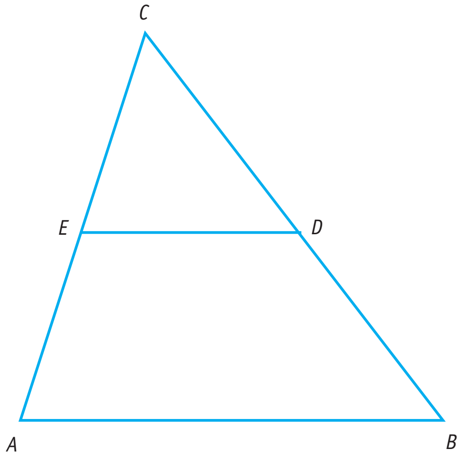


5. ΔABC dan ΔEDC

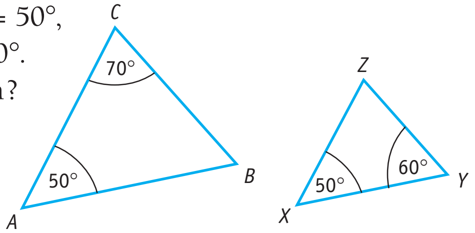
a.



b.

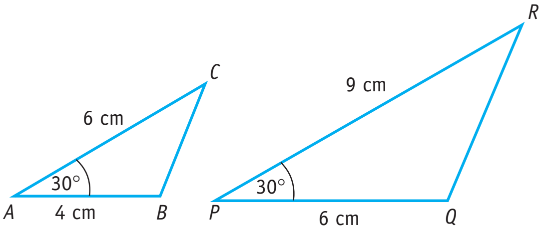


6. Pada ΔABC dan ΔXYZ, diketahui besar $\angle CAB = 50°$, $\angle BCA = 70°$, $\angle ZXY = 50°$, dan $\angle XYZ = 60°$.
   a. Apakah ΔABC dan ΔXYZ sebangun? Jelaskan jawabanmu.
   b. Tuliskan pasangan sisi bersesuaian yang sebanding.

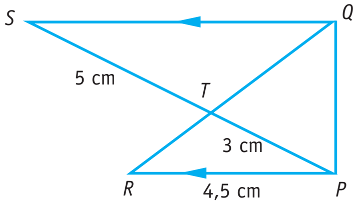


7. Panjang sisi-sisi sebuah segitiga secara berturut-turut adalah 3 cm, 6 cm, dan 8 cm. Apakah segitiga tersebut sebangun dengan segitiga-segitiga yang mempunyai sisi-sisi sebagai berikut?
   a. 5 cm, 8 cm, 11 cm.
   b. $\frac{3}{2}$ cm, 3 cm, 4 cm.
   c. 1 cm, 2 cm, $\frac{8}{3}$ cm.
   d. 12 cm, 24 cm, 32 cm.

8. Pada gambar di samping, besar $\angle CAB = 30°$, panjang $AB = 4$ cm, $AC = 6$ cm, besar $\angle RPQ = 30°$, panjang $PQ = 6$ cm, dan $PR = 9$ cm. Apakah ΔABC dan ΔPQR sebangun? Jelaskan jawabanmu.

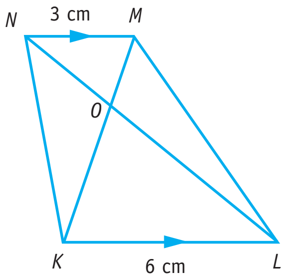


9. Pada gambar berikut, panjang $PT = 3$ cm, $TS = 5$ cm, $PR = 4,5$ cm, dan $PR // QS$.



   a. Buktikan bahwa ΔPTR dan ΔSTQ sebangun.
   b. Tentukan panjang QS.

10. Pada gambar berikut, $KL // NM$, panjang $KM = 6$ cm, $LN = 9$ cm, $NM = 3$ cm, dan $KL = 6$ cm.



   a. Apakah ΔKLO dan ΔMNO sebangun? Jelaskan jawabanmu.
   b. Sebutkan pasangan sisi bersesuaian yang sebanding.
   c. Tentukan panjang KO dan panjang NO.

C. Memecahkan Masalah yang Melibatkan Konsep Kesebangunan

Banyak masalah dalam kehidupan sehari-hari yang dapat diselesaikan dengan menggunakan konsep kesebangunan. Misalnya, kamu ingin mengetahui tinggi suatu benda, tetapi sulit untuk mengukur benda tersebut secara langsung. Masalah tersebut identik dengan kasus ketika pada suatu waktu di siang hari, panjang bayangan anak yang tingginya 150 cm adalah 50 cm. Kemudian, pada waktu yang sama panjang bayangan menara adalah 10 m, berapakah tinggi menara tersebut? Kasus ini dapat kamu selesaikan dengan konsep kesebangunan pada bangun datar segitiga. Kamu akan mempelajarinya pada subbab ini.

Sumber: *upload.wikimedia.org*

Gambar 1.12
Tinggi menara dapat ditentukan dengan menggunakan konsep kesebangunan.

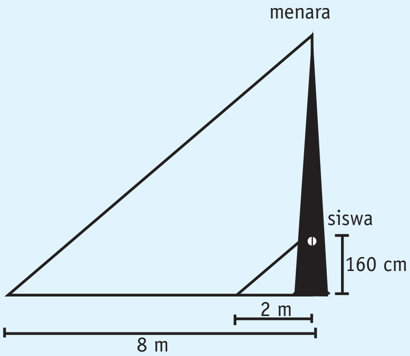
Dalam pemecahan masalah yang menggunakan konsep kesebangunan akan lebih mudah jika masalah tersebut kamu buat sketsa gambarnya sebagaimana contoh berikut.

Contoh Soal 1.13

1. Pada suatu siang, seorang siswa yang tingginya 160 cm berdiri di samping menara. Jika pada saat yang sama panjang bayangan siswa tersebut adalah 2 m, sedangkan panjang bayangan menara adalah 8 m, berapakah tinggi menara?

Penyelesaian :

Sketsa masalah tersebut tergambar seperti di samping. Tinggi siswa adalah 160 cm, panjang bayangan siswa adalah 2 m (200 cm), dan panjang bayangan menara adalah 8 m (800 cm). Coba kamu perhatikan bahwa sisi-sisi yang bersesuaian pada sketsa gambar tersebut di antaranya adalah tinggi siswa bersesuaian dengan tinggi menara, panjang bayangan siswa bersesuaian dengan panjang bayangan menara sehingga perbandingan sisi-sisi yang bersesuaian di antaranya adalah



$$\frac{\text{Tinggi menara}}{\text{Tinggi siswa}} = \frac{\text{Panjang bayangan menara}}{\text{Panjang bayangan siswa}}$$

Misalnya, tinggi menara adalah t cm maka dengan menggunakan perbandingan dalam kesebangunan diperoleh:

$$\frac{t}{160} = \frac{800}{200}$$

$$\Leftrightarrow \quad 200t = 160 \times 800$$

$$\Leftrightarrow \quad 200t = 128.00$$

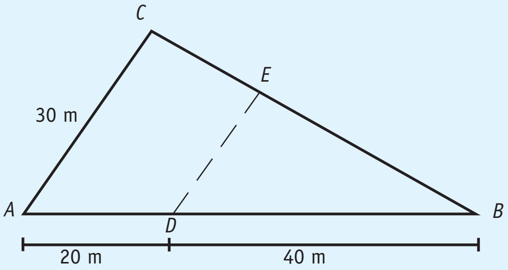
$$\Leftrightarrow \quad t = \frac{128.000}{200}$$

$$\Leftrightarrow \quad t = 640$$

Jadi, tinggi menara adalah 640 cm (6,4 m).

2. Ada suatu kolam yang airnya dingin sekali. Kolam tersebut berbentuk segitiga. Di dasar kolam, ditanami rangkaian tanaman air yang membentang. Ani ingin mengetahui panjang bentangan tanaman air di kolam, tetapi karena airnya dingin sekali dia tidak berani masuk kolam untuk mengukur panjang bentangan tanaman air tersebut. Sketsa gambar kolam dan tanaman air tersebut tampak seperti pada gambar berikut. Dapatkah kamu membantu Ani menentukan panjang bentangan tanaman air tersebut?

Penyelesaian :



Sketsa kolam ABC tersebut tergambar seperti di samping. Coba kamu perhatikan ΔABC dan ΔDBE. DE merupakan sketsa panjang bentangan tanaman air. Sisi-sisi yang bersesuaian pada sketsa gambar tersebut adalah DE bersesuaian dengan AC, DB bersesuaian dengan AB, dan BE bersesuaian dengan BC sehingga perbandingan panjang sisi-sisi yang bersesuaian adalah

$\frac{DE}{AC}, \frac{DB}{AB}$, dan $\frac{BE}{BC}$. Oleh karena ΔABC dan ΔDBE sebangun maka berlaku

$$\frac{DE}{AC} = \frac{DB}{AB} = \frac{BE}{BC}$$

Untuk menentukan panjang DE maka diambil persamaan perbandingan panjang sisi-sisi yang bersesuaian yang mengandung DE sebagai berikut.

$$\frac{DB}{AB} = \frac{DE}{AC}$$

$$\Leftrightarrow \quad \frac{40}{40+20} = \frac{DE}{30}$$

$$\Leftrightarrow \quad \frac{40}{60} = \frac{DE}{30}$$

$$\Leftrightarrow \quad 60DE = 40 \times 30$$

$$\Leftrightarrow \quad 60DE = 1.200$$

$$\Leftrightarrow \quad DE = \frac{1.200}{60}$$

$$\Leftrightarrow \quad DE = 20$$

Jadi, panjang bentangan tanaman air di dalam kolam tersebut adalah 20 m.

Latihan 1.7

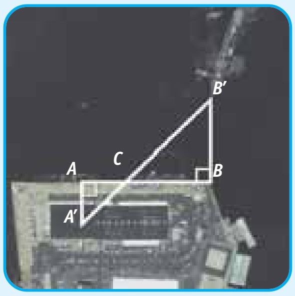
1. Pada suatu siang, panjang bayangan seorang siswa yang tingginya 150 cm adalah 50 cm. Jika pada waktu yang sama panjang bayangan menara adalah 10 m, berapakah tinggi menara tersebut?
2. Sebatang pohon mempunyai bayangan sepanjang 1 m di atas tanah mendatar. Jika tiang yang tingginya 20 m mempunyai bayangan 10 m, hitunglah tinggi pohon tersebut.
3. Dua tiang bendera mempunyai bayangan yang panjangnya berturut-turut x m dan $(x + 12)$ m. Jika panjang tiang yang pendek adalah $\frac{1}{3}$ panjang tiang yang panjang, hitunglah x.
4. Perbandingan dua sisi yang bersesuaian pada dua segitiga yang sebangun adalah 2 : 3. Jika panjang dua sisi yang bersesuaian mempunyai selisih 6 cm, hitunglah panjang kedua sisi tersebut.
5. Seorang laki-laki yang tingginya 175 cm berdiri pada jarak 12 m dari tiang telepon. Jika panjang bayangan laki-laki tersebut adalah 3 m, tentukan tinggi tiang telepon tersebut.

Info Matematika

Thales

Sumber: *www.phil.pku.edu.cn*

THALES adalah salah seorang matematikawan yang lahir di Miletus, Turki sekitar tahun 624 SM, dan wafat di tempat yang sama sekitar tahun 546 SM. Selain sebagai matematikawan, Thales dikenal sebagai seorang filsuf dan ilmuwan. Andilnya sebagai matematikawan di antaranya adalah dalam bidang geometri. Thales memperkenalkan metode untuk mengukur jarak sebuah kapal di laut dari pantai dengan menggunakan konsep kesebangunan. Caranya adalah dengan membuat garis di pantai sebagaimana ilustrasi berikut.



Sumber: *www.satimagingcorp.com*

AB : Garis di pantai
A' : Tempat pengamat
C : Titik potong antara garis pengamatan dengan garis AB di pantai
B' : Tempat kapal yang diamati

Jarak sebuah kapal yang sedang berada di laut dari pantai (BB') dapat ditentukan cukup dengan mengukur jarak AC, BC, dan AA' di pantai. Hal tersebut dilakukan dengan menggunakan perbandingan yang berlaku dalam konsep kesebangunan sebagai berikut.

$$\frac{AA'}{BB'} = \frac{AC}{BC}$$

Sumber: *www.math.tamu.edu*

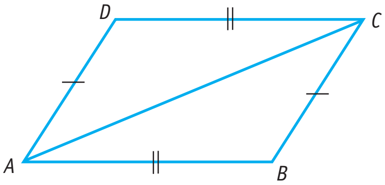
Rangkuman

1. Dua bangun datar dikatakan kongruen jika kedua bangun datar tersebut mempunyai sisi-sisi yang bersesuaian sama panjang dan sudut-sudut yang bersesuaian sama besar.
2. Jika pada dua segitiga ketiga sisi yang bersesuaian sama panjang maka kedua segitiga tersebut kongruen.
3. Jika pada dua segitiga dua sisi yang bersesuaian sama panjang dan sudut apit kedua sisi tersebut sama besar maka kedua segitiga tersebut kongruen.
4. Jika dua segitiga mempunyai dua sudut yang bersesuaian sama besar dan sisi yang merupakan persekutuan kedua sudut tersebut sama panjang maka kedua segitiga tersebut kongruen.
5. Jika dua segitiga satu sisinya yang bersesuaian sama panjang dan dua sudut yang bersesuaian, yaitu satu sudut terletak di sisi tersebut dan sudut yang lain terletak di depan sisi tersebut adalah sama besar maka kedua segitiga tersebut kongruen.
6. Jika dua segitiga satu sudutnya yang bersesuaian sama besar dan dua sisi yang bersesuaian, yaitu satu sisi tempat terletaknya sudut tersebut dan sisi yang lain terletak di depan sudut tersebut adalah sama panjang maka kedua segitiga tersebut kongruen.
7. Dua bangun datar dikatakan kongruen jika sudut-sudut yang bersesuaian pada kedua bangun datar tersebut sama besar dan perbandingan panjang sisi-sisi yang bersesuaian pada kedua bangun sama.
8. Jika sudut-sudut yang bersesuaian pada dua segitiga sama besar maka kedua segitiga tersebut sebangun.
9. Jika perbandingan panjang sisi-sisi yang bersesuaian pada dua segitiga sama maka kedua segitiga tersebut sebangun.
10. Jika dua segitiga mempunyai satu sudut yang sama besar serta perbandingan panjang sisi-sisi yang bersesuaian yang mengapit sudut tersebut sama maka kedua segitiga tersebut sebangun.

Soal Akhir Bab I

A. Pilihlah jawaban yang tepat pada soal-soal berikut.

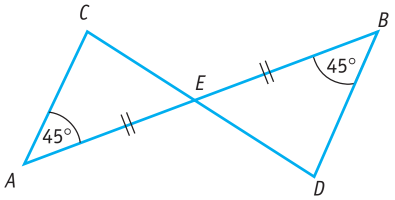
1.



Pada gambar di atas, ΔABC dan ΔCDA kongruen. Syarat yang dipenuhi adalah ....

a. sudut, sisi, sudut
b. sisi, sudut, sisi
c. sisi, sisi, sisi
d. sudut, sudut, sudut

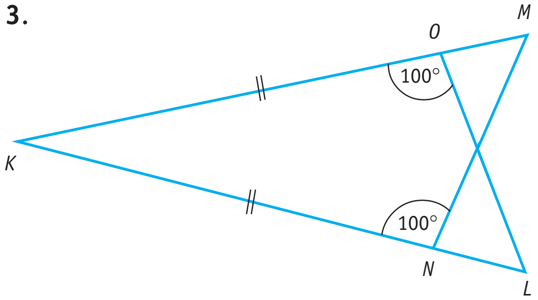
2. Perhatikan gambar berikut.



Diketahui, $\angle CAE = \angle DBE$. ΔAEC dan ΔBED kongruen karena memenuhi syarat ....

a. sudut, sisi, sudut
b. sisi, sudut, sisi
c. sisi, sisi, sisi
d. sudut, sudut, sudut

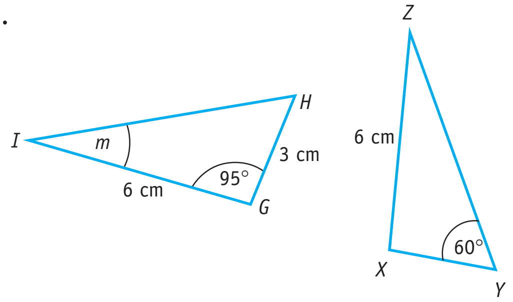
3.



Pada gambar di atas, ΔKLO dan ΔKMN kongruen karena memenuhi syarat ....

a. sudut, sisi, sudut
b. sisi, sudut, sisi
c. sisi, sisi, sisi
d. sudut, sudut, sudut

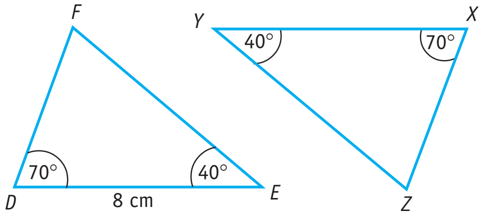
4.



Pada gambar di atas, ΔGHI dan ΔXYZ kongruen. Nilai m adalah ....

a. 60°
b. 45°
c. 35°
d. 25°

5.

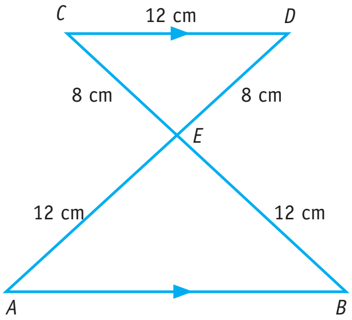


Pada gambar di atas, ΔDEF dan ΔXYZ kongruen. Panjang YZ adalah ....

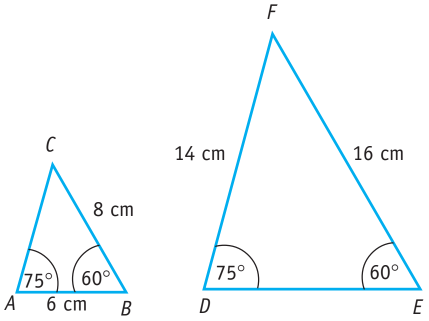
a. 8 cm
b. 6 cm
c. 10 cm
d. 12 cm

6. Perhatikan gambar berikut. AB // CD. Panjang AB adalah ....

a. 18 cm
b. 16 cm
c. 14 cm
d. 12 cm



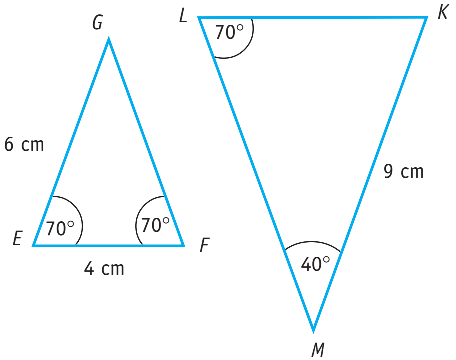
7. Perhatikan gambar berikut.



Panjang *AC* adalah ....

a. 4 cm
b. 7 cm
c. 9 cm
d. 14 cm

8. Perhatikan gambar berikut.

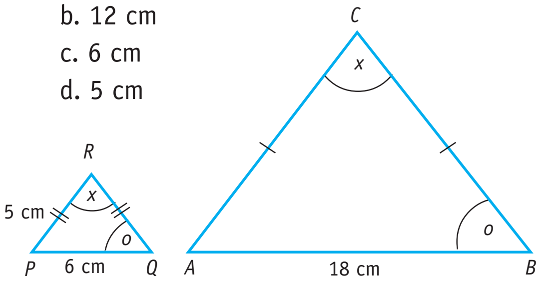


Panjang *KL* adalah ....

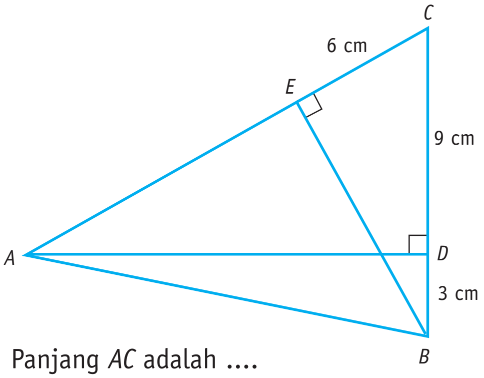
a. 6 cm
b. 15 cm
c. 8 cm
d. 14 cm

9. Pada gambar berikut diketahui $AB = 18$ cm, $PQ = 6$ cm, $PR = 5$ cm, $\angle ABC = \angle PQR$, dan $\angle BCA = \angle QRP$. Panjang *BC* adalah ....

a. 15 cm
b. 12 cm
c. 6 cm
d. 5 cm



10. Pada gambar berikut diketahui panjang $CD = 9$ cm, $CE = 6$ cm, dan $BC = 12$ cm.



Panjang *AC* adalah ....

a. 8 cm
b. 12 cm
c. 18 cm
d. 24 cm

11. Perbandingan panjang sisi dua persegi panjang yang sebangun adalah 2 : 3. Jika panjang diagonal persegi panjang yang kecil adalah 30 cm maka panjang diagonal persegi panjang yang besar adalah ....

a. 20 cm
b. 45 cm
c. 50 cm
d. 55 cm

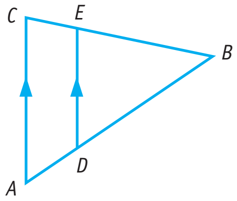
12. Sebuah tiang bendera yang tingginya 5 m berada pada jarak 12 m dari suatu menara dan segaris dengan bayangan menara tersebut. Panjang bayangan tiang bendera tersebut oleh sinar matahari adalah 3 m. Tinggi menara tersebut adalah ....

a. 15 m
b. 20 m
c. 25 m
d. 30 m

13. Sebuah lukisan diletakkan pada selembar tripleks. Ukuran tripleks tersebut adalah 30 cm × 50 cm. Ternyata, di sebelah atas, kiri, dan kanan lukisan tersebut masih terdapat sisa tripleks yang tidak tertutup oleh lukisan selebar 3,5 cm. Jika lukisan tersebut sebangun dengan tripleks maka luas tripleks yang tidak tertutup lukisan adalah ....

a. 390,6 cm^2
b. 726 cm^2
c. 1.109,4 cm^2
d. 1.500 cm^2

14. Perhatikan gambar berikut. ΔABC dan ΔDBE sebangun. Pernyataan yang benar adalah ....



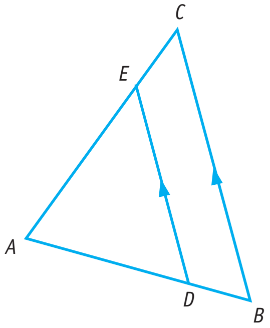
a. $\frac{AC}{DE} = \frac{CB}{EB}$

b. $\frac{DB}{AB} = \frac{EB}{AC}$

c. $\frac{BE}{BC} = \frac{DE}{AB}$

d. $\frac{DE}{AC} = \frac{AB}{DB}$

15. Perhatikan gambar berikut. Diberikan ΔABC dan ΔADE sebangun. Diketahui $AB = 7$ cm, $AD = 5$ cm, dan $DE = 6$ cm. Panjang BC adalah ....



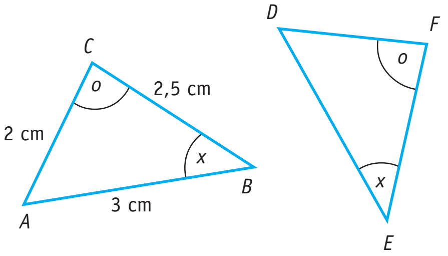
a. 4,28 cm

b. 5,80 cm

c. 6,40 cm

d. 8,40 cm

16. Jika ΔABC dan ΔDEF kongruen maka panjang sisi-sisi ΔDEF adalah ....



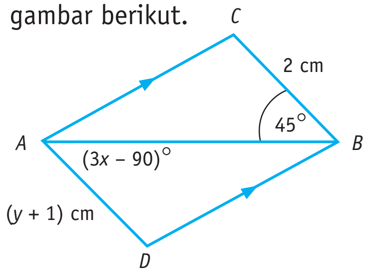
a. $DE = 2{,}5$ cm, $EF = 3$ cm, dan $FD = 2$ cm

b. $DE = 2$ cm, $EF = 2{,}5$ cm, dan $FD = 3$ cm

c. $DE = 3$ cm, $EF = 2{,}5$ cm, dan $FD = 2$ cm

d. $DE = 3$ cm, $EF = 2$ cm, dan $FD = 2{,}5$ cm

17. Perhatikan gambar berikut.



Jika ΔABC dan ΔBAD kongruen maka nilai x dan y adalah ....

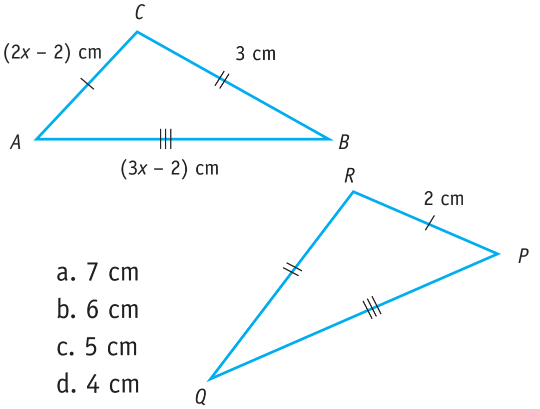
a. 45° dan 2 cm

b. 45° dan 1 cm

c. 15° dan 1 cm

d. 15° dan 2 cm

18. Pada gambar di bawah, ΔABC dan ΔPQR kongruen. Panjang PQ adalah ....



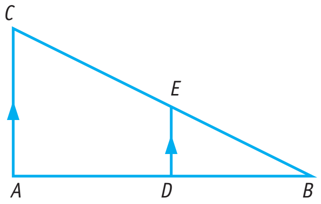
a. 7 cm

b. 6 cm

c. 5 cm

d. 4 cm

19. Perhatikan gambar di bawah. Diketahui $AC = 2$ cm, $BC = 4{,}5$ cm. Jika $DE = 1$ cm maka panjang BE adalah ....



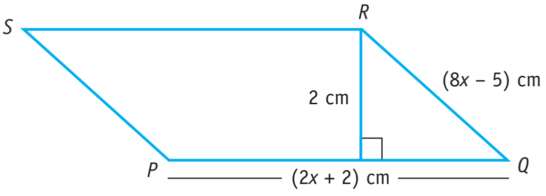
a. 2,25 cm

b. 2,50 cm

c. 3,25 cm

d. 9,00 cm

20. Diberikan jajargenjang $PQRS$, jika luas jajargenjang adalah 8 cm² maka panjang QR adalah ....



a. 10 cm

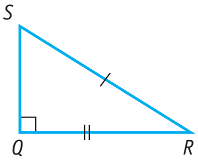
b. 8 cm

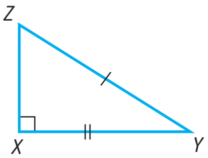
c. 6 cm

d. 3 cm

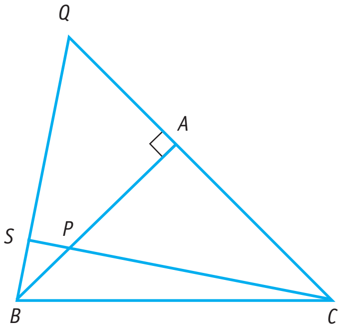
B. Kerjakanlah soal-soal berikut dengan benar.

1. Tunjukkan bahwa $\Delta QRS \cong \Delta XYZ$.

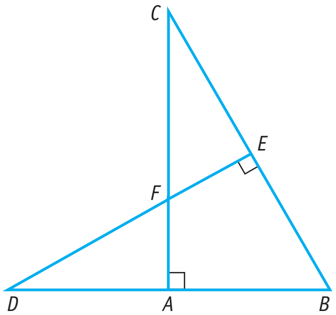




2. Diketahui ΔABC, $AB = AC$ dan besar $\angle CAB = 90°$. Gambarlah titik P pada sisi AB. Kemudian, buatlah titik Q pada perpanjangan sisi AC sehingga $AP = AQ$. Gambarlah titik S sebagai titik potong antara CP dan BQ. Buktikan bahwa $\Delta CAP \cong \Delta BAQ$.

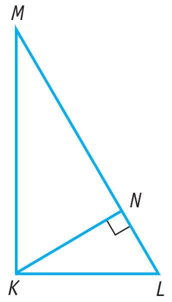


3. Pada gambar berikut.



Diketahui $BC = BD$ dan $DF = CF$.
Buktikan bahwa:
   a. $\Delta ABC \cong \Delta EBD$, dan
   b. $\Delta ADF \cong \Delta ECF$.

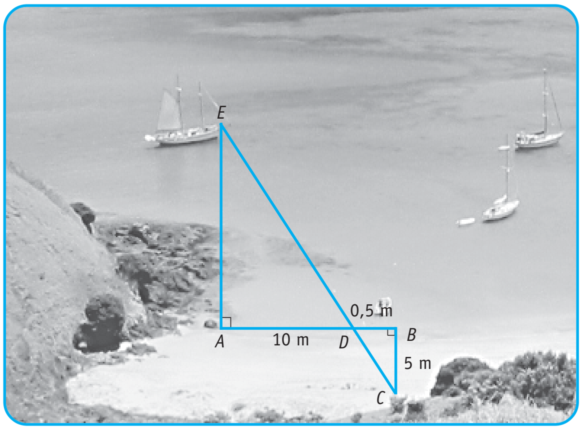
4. Perhatikan gambar di samping.
   a. Buktikan bahwa ΔKLN dan ΔMLK sebangun.
   b. Sebutkan pasangan sisi yang sebanding.



5. Sebuah kapal diamati dari pantai. Jika di pantai dibuat garis lurus AB dan pengamat di titik C sedemikian sehingga tampak seperti pada sketsa gambar di samping.

   E : Tempat kapal yang diamati
   AB : Garis lurus yang dibuat di pantai
   C : Tempat pengamat berada
   D : Titik potong garis pengamatan dengan garis AB
   AE : Jarak kapal dari pantai

   $AD = 10$ m, $BD = 0{,}5$ m, dan $BC = 5$ m.
   Tentukan jarak kapal dari pantai (AE).



Sumber: *www.lifeisgrand.com*

Kamu tentu sering memperhatikan bentuk-bentuk gedung yang ada di kotamu. Pernahkah terpikir olehmu cara untuk merancang bentuk gedung-gedung tersebut?

Misalnya, agar suatu gedung mempunyai bentuk lingkaran berdiameter sama di setiap lantainya maka sisi-sisi samping gedung tersebut haruslah berbentuk lengkung. Jika di sepanjang sisi lengkung gedung tersebut akan dilapisi kaca maka berapakah luas kaca yang diperlukan? Kamu akan dapat menjawabnya setelah mempelajari bab berikut.

Sumber: *www.golftodaymagazine.com*

Sumber: *www.glasgowarchitecture.co.uk*

Bab II

Bangun Ruang Sisi Lengkung

Tujuan Pembelajaran:

Setelah mempelajari bab ini, kamu akan mampu untuk:

a. menyebutkan unsur-unsur tabung, kerucut, dan bola,

b. menemukan rumus luas selimut serta volume bangun ruang tabung, kerucut, dan bola, serta

c. menyelesaikan berbagai masalah tabung, kerucut, dan bola.

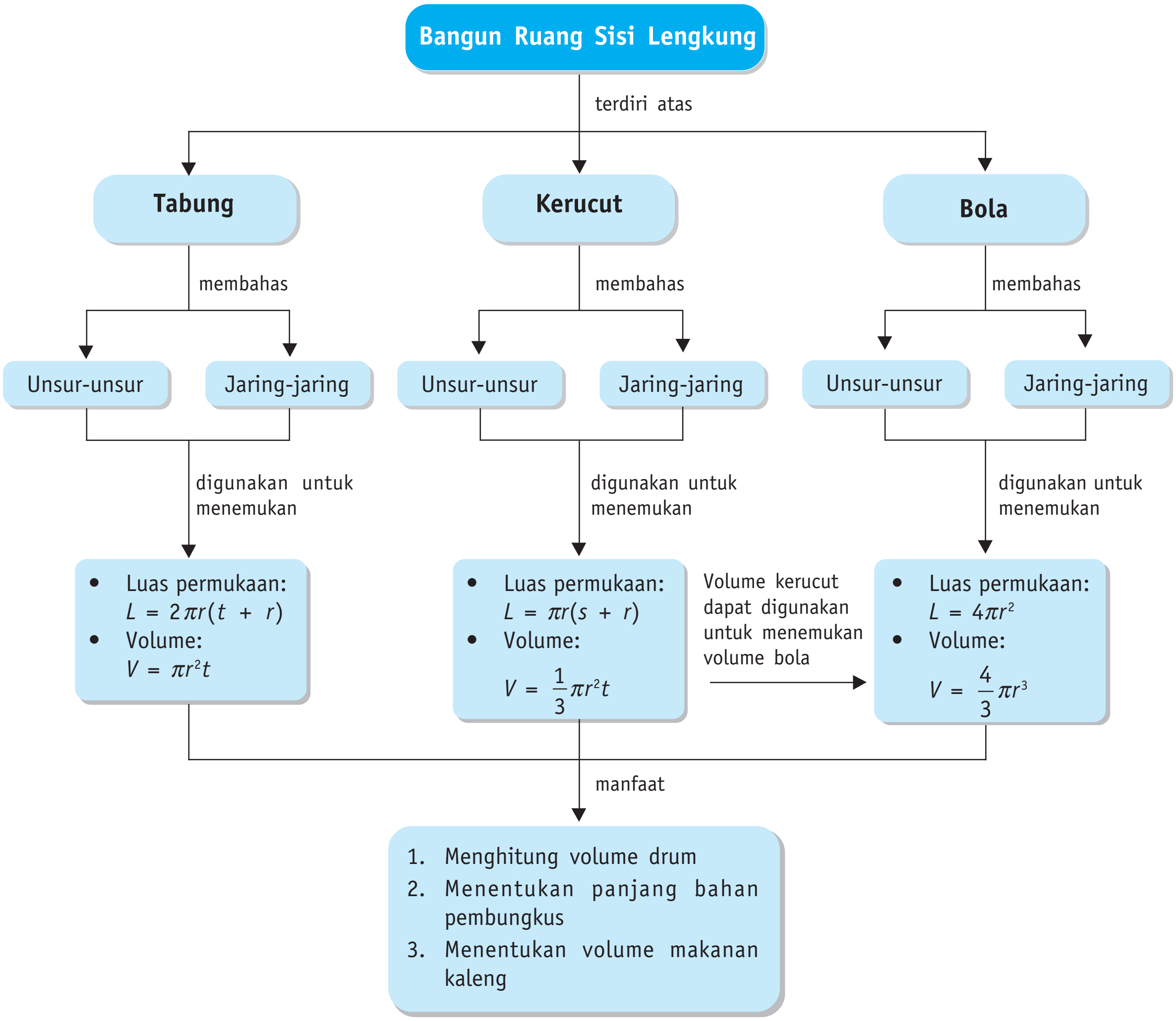
Apa yang akan dipelajari pada bab ini?

A. **Tabung**

B **Kerucut**

C. **Bola**

Peta Konsep



Kata Kunci

Pada bab ini, kamu akan menemukan istilah-istilah berikut.

- tabung
- kerucut
- bola
- jaring-jaring
- luas permukaan
- volume

Uji Prasyarat

Kerjakan soal-soal berikut sebelum mempelajari materi bangun ruang sisi lengkung.

1. Suatu persegi panjang mempunyai lebar 10 cm dan panjang 15 cm. Tentukan luas persegi panjang tersebut.
2. Jari-jari suatu lingkaran adalah 14 cm. Hitunglah:
   a. keliling lingkaran tersebut, dan
   b. luas lingkaran tersebut.
3. Suatu balok mempunyai panjang 12 cm, lebar 7 cm, dan tinggi 5 cm. Hitunglah volume balok tersebut.

A. Tabung

Pernahkah kamu melihat drum di agen minyak tanah atau oli? Drum adalah salah satu contoh bangun ruang yang berbentuk tabung. Kamu tentu dapat menyebutkan benda-benda lain yang berbentuk tabung. Dapatkah kamu menyebutkan bagian-bagian dari sebuah drum? Drum terdiri atas *sisi atas* (tutup) dan *sisi bawah* (alas) yang berbentuk lingkaran. Selain itu, drum mempunyai *sisi samping* (sisi lengkung) di sepanjang tingginya. Secara umum, tabung juga mempunyai unsur-unsur seperti drum sebagaimana uraian berikut.

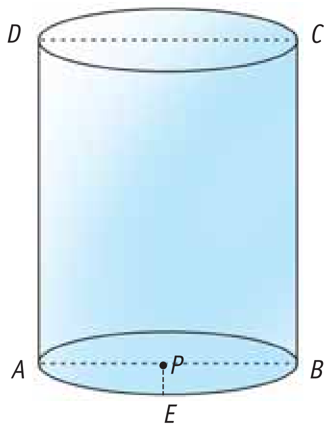
Sumber: *www.dsifluids.com*

Gambar 2.1
Drum di agen minyak tanah atau oli merupakan salah satu contoh bangun ruang yang berbentuk tabung.

1. Unsur-Unsur Tabung

Coba kamu perhatikan bangun ruang tabung pada Gambar 2.2. Bangun ruang tersebut mempunyai sisi atas (tutup) dan sisi bawah (alas) berbentuk lingkaran yang kongruen (sama bentuk dan ukurannya). Garis *AB* dinamakan *diameter alas tabung*. Garis *PE*, *PA*, dan *PB* dinamakan *jari-jari alas tabung*. Garis *BC* dan *AD* dinamakan *tinggi tabung*. Adapun sisi samping (sisi lengkung) dinamakan *selimut tabung*. Bidang yang meliputi sisi atas (tutup), sisi bawah (alas), dan selimut tabung dinamakan *permukaan tabung*.

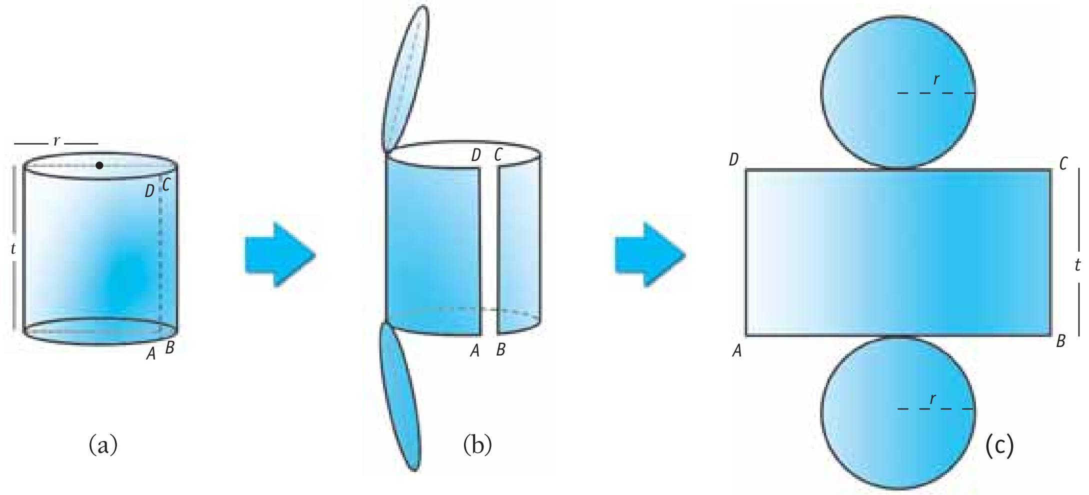
Setelah kamu memahami unsur-unsur tabung, dapatkah kamu menghitung luas selimut tabung dan luas permukaan tabung? Sebelum kamu menjawab pertanyaan tersebut, berikut akan diperkenalkan terlebih dahulu jaring-jaring tabung.



Gambar 2.2
Unsur-unsur tabung.

2. Jaring-Jaring Tabung

Perhatikan Gambar 2.3. Gambar 2.3(a) merupakan tabung yang mempunyai jari-jari *r* dan tinggi *t*. Apabila tabung seperti pada Gambar 2.3(a) diiris sepanjang garis tinggi (sepanjang *AD* atau *BC*) dan sepanjang rusuk lengkung (sepanjang keliling lingkaran alas dan atau sepanjang keliling lingkaran tutup) seperti pada Gambar 2.3(b) maka akan diperoleh jaring-jaring tabung seperti pada Gambar 2.3(c).



(a) (b) (c)

Gambar 2.3
(a) Tabung yang mempunyai jari-jari *r* dan tinggi *t*.
(b) Tabung diiris sepanjang sisi lengkung tabung pada alas, tutup, dan sepanjang tinggi tabung.
(c) Jaring-jaring tabung.

Coba kamu perhatikan kembali gambar jaring-jaring tabung tersebut. Sisi atas (tutup) dan sisi bawah (alas) merupakan lingkaran yang mempunyai jari-jari *r*. Adapun sisi lengkung (selimut tabung) merupakan persegi panjang *ABCD*.

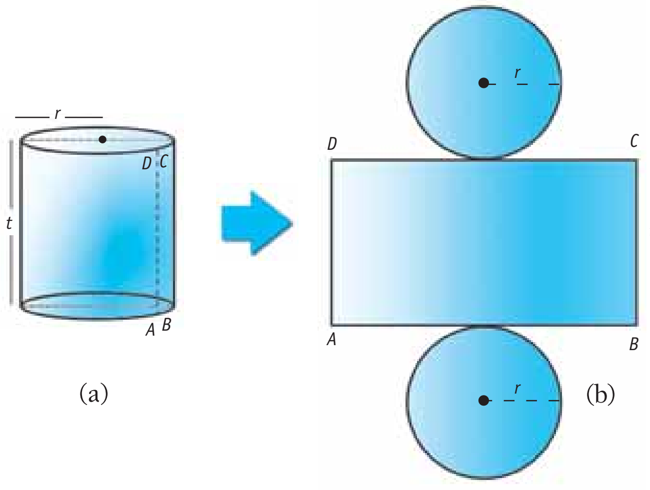
3. Luas Permukaan Tabung

Kamu tentu masih ingat cara membuat mainan pesawat dari selembar kertas. Dapatkah kamu menghitung luas kertas yang digunakan untuk membuat mainan pesawat ketika mainan tersebut sudah jadi? Kamu tentu dapat menghitung luas kertas yang digunakan dengan lebih mudah jika kamu menguraikan mainan pesawat tersebut menjadi selembar kertas kembali, kemudian menghitung luasnya. Demikian juga dengan tabung, kamu dapat menghitung luas permukaan tabung dengan cara menguraikannya menjadi bangun datar atau jaring-jaring tabung terlebih dahulu, kemudian menghitung luasnya.

Sumber: *www.epica–award.org*

Gambar 2.4
Luas kertas yang dibutuhkan untuk membuat mainan pesawat dapat dihitung dari luas jaring-jaring mainan pesawat tersebut.

Perhatikan Gambar 2.5. Pada Gambar 2.5 (b), dapat diamati bahwa jaring-jaring tabung terdiri atas satu bangun datar persegi panjang dan dua bangun datar lingkaran.



Gambar 2.5
(a) Tabung yang mempunyai jari-jari *r* dan tinggi *t*.
(b) Jaring-jaring tabung.

Selimut tabung (sisi lengkung) setelah diuraikan, ternyata diperoleh bangun datar persegi panjang *ABCD* dengan ukuran:

Panjang selimut tabung ($AB = DC$) = keliling lingkaran sisi atas (tutup)
= keliling lingkaran sisi bawah (alas), dan
Lebar selimut tabung ($AD = BC$) = tinggi tabung (t).

Sehingga diperoleh:

Luas selimut tabung = luas persegi panjang *ABCD*
= panjang selimut tabung × lebar selimut tabung
= keliling lingkaran sisi atas (sisi bawah) × tinggi tabung
= $2\pi r \times t$.

Oleh karena permukaan tabung terdiri atas selimut tabung, sisi atas (tutup), dan sisi bawah (alas) maka:

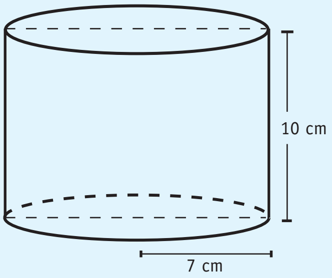
Luas permukaan tabung = luas selimut tabung + luas sisi atas (tutup) + luas sisi bawah (alas)
= $(2\pi r \times t) + \pi r^2 + \pi r^2$
= $(2\pi r \times t) + 2\pi r^2$
= $2\pi r(t + r)$.

Ingat Kembali

Keliling lingkaran = $2\pi r$,
dengan $\pi = 3{,}14$ atau $\pi = \frac{22}{7}$
dan r = jari-jari lingkaran.

Luas selimut tabung = $2\pi r \times t$
Luas permukaan tabung = $2\pi r\ (t + r)$
dengan $\pi = 3{,}14$ atau $\pi = \frac{22}{7}$, r = jari-jari tabung, dan t = tinggi tabung.

Contoh Soal 2.1



Panjang jari-jari alas sebuah tabung adalah 7 cm dan tingginya adalah 10 cm. Tentukan:

a. panjang selimut tabung,

b. luas selimut tabung, dan

c. luas permukaan tabung.

Penyelesaian :

Tinggi tabung (t) adalah 10 cm dan jari-jari alas tabung (r) adalah 7 cm.

a. Panjang selimut tabung = keliling lingkaran alas tabung

$$= 2\pi r$$

$$= 2 \times \frac{22}{7} \times 7$$

$$= 44$$

Jadi, panjang selimut tabung adalah 44 cm.

b. Luas selimut tabung $= 2\pi r \times t$

$$= 44 \times 10$$

$$= 440$$

Jadi, luas selimut tabung adalah 440 cm^2.

c. Luas permukaan tabung $= 2\pi r(t + r)$

$$= 44 \times (10 + 7)$$

$$= 44 \times 17$$

$$= 748$$

Jadi, luas permukaan tabung adalah 748 cm^2.

Latihan 2.1

Sumber: *www.eskimo.ice.co*

1. Sebuah tabung kaca tanpa tutup mempunyai diameter 7 cm dan tinggi 20 cm. Tentukan:
   a. luas selimut tabung, dan
   b. luas permukaan tabung.
2. Sebuah pipa air berbentuk tabung dengan jari-jari 2,1 cm dan panjang 28 cm. Jika pipa air tersebut berlubang pada kedua ujungnya, tentukan luas permukaan pipa tersebut.
3. Sebuah pot bunga yang terbuat dari tanah liat berbentuk tabung. Jari-jari alas pot tersebut adalah 10 cm dan tingginya 20 cm. Jika pot bunga tanpa tutup tersebut akan dicat pada sisi samping dan alasnya, tentukan luas permukaan pot bunga yang akan dicat.

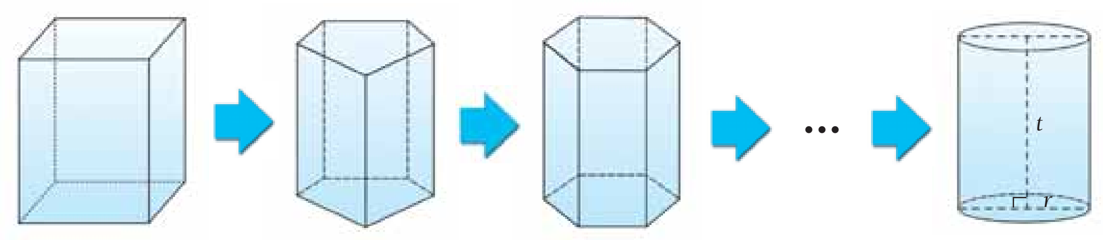
4. Sebuah kue *tart* untuk merayakan ulang tahun berbentuk tabung dengan diameter 28 cm dan tinggi 8 cm. Jika di seluruh sisi atas dan sisi samping kue *tart* tersebut dilapisi coklat, tentukan luas permukaan kue *tart* yang dilapisi coklat tersebut.
5. Sebuah kaleng susu berbentuk tabung yang mempunyai diameter 7 cm dan tinggi 8 cm. Sepanjang sisi samping kaleng tempat susu tersebut ditempel kertas yang berisi informasi tentang produk susu tersebut. Tentukan luas kertas tersebut.

Sumber: *www.keluargabroto.com*

4. Volume Tabung

Ketika sebuah drum terisi penuh oleh minyak atau oli, dapatkah kamu menentukan banyaknya minyak atau oli dalam drum tersebut tanpa mengeluarkan minyak atau oli ke dalam penakar? Kamu dapat menentukannya dengan cara menghitung daya tampung (volume) drum tersebut. Sebelum mencari volume tabung, kamu tentu masih ingat volume prisma pada materi bangun ruang sisi datar. Cara mencari volume tabung identik dengan cara mencari volume prisma pada bangun ruang sisi datar.

Coba kamu perhatikan Gambar 2.6.



Gambar 2.6
Tabung adalah suatu prisma beraturan dengan segi yang sangat banyak.

Seperti yang sudah kamu pahami bahwa
volume prisma beraturan = luas alas prisma × tinggi prisma

Apabila alas prisma (tutup prisma) segi beraturan seperti pada Gambar 2.6 mempunyai segi yang sangat banyak maka bentuk alas prisma (tutup prisma) akan mendekati bentuk lingkaran. Prisma yang mempunyai bentuk alas (tutup) berupa lingkaran disebut tabung. Oleh karena itu, diperoleh volume tabung sebagai berikut.

$$\begin{aligned}\text{Volume tabung} &= \text{luas alas tabung} \times \text{tinggi tabung}\\ &= \text{luas lingkaran} \times \text{tinggi tabung}\\ &= (\pi r^2) \times t\\ &= \pi r^2 t.\end{aligned}$$

Jadi, volume tabung adalah $\pi r^2 t$, dengan r adalah jari-jari tabung dan t adalah tinggi tabung.

Volume tabung = $\pi r^2 t$
dengan $\pi = 3{,}14$ atau $\pi = \frac{22}{7}$, r = jari-jari tabung, dan t = tinggi tabung.

Contoh Soal 2.2

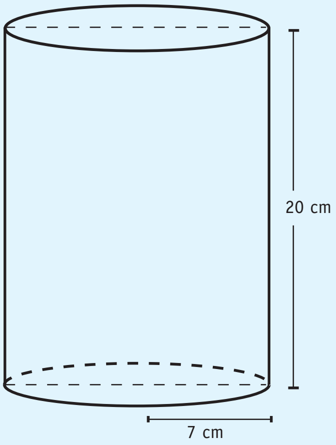
1. Hitunglah volume tabung yang mempunyai jari-jari alas 7 cm dan tinggi 20 cm.

   Penyelesaian :

   Jari-jari alas tabung (*r*) adalah 7 cm dan tinggi tabung (*t*) adalah 20 cm. Oleh karena itu berlaku,

   $$\begin{aligned}\text{volume tabung} &= \pi r^2 t\\ &= \frac{22}{7}\times 7\times 7\times 20\\ &= 22\times 7\times 20\\ &= 3.080\end{aligned}$$

   Jadi, volume tabung adalah 3.080 cm^3.



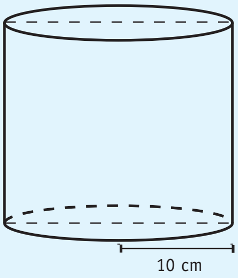
2. Sebuah tabung terisi penuh oleh 5.024 cm^3 air. Jari-jari alas tabung adalah 10 cm. Hitunglah tinggi air tersebut.

   Penyelesaian :

   Volume tabung adalah 5.024 cm^3 dan jari-jari alas tabung (*r*) adalah 10 cm. Misalnya, tinggi air adalah *t* cm maka berlaku,

   $$\begin{aligned}\text{volume tabung} &= \pi r^2 t\\ \Leftrightarrow\quad 5.024 &= 3{,}14\times 10^2\times t\\ \Leftrightarrow\quad 5.024 &= 3{,}14\times 100\times t\\ \Leftrightarrow\quad 5.024 &= 314\times t\\ \Leftrightarrow\quad t &= \frac{5.024}{314}\\ \Leftrightarrow\quad t &= 16\end{aligned}$$

   Jadi, tinggi tabung adalah 16 cm.



Latihan 2.2

1. Sebuah kaleng makanan yang berbentuk tabung mempunyai tinggi 10 cm dan diameter 7 cm.Tentukan volume kaleng tersebut.
2. Sebuah kaleng yang berbentuk tabung mempunyai jari-jari 10 cm. Kaleng tersebut terisi penuh oleh 11.000 cm^3 air. Tentukan tinggi kaleng tersebut.

3. Sebuah drum yang berbentuk tabung mempunyai jari-jari 30 cm dan tinggi 100 cm. Drum tersebut terisi penuh oleh minyak tanah. Tentukan volume minyak tanah yang ada di dalam drum tersebut.
4. Sebuah kaleng biskuit berbentuk tabung. Selimut kaleng tersebut dilapisi oleh kertas kado. Ani ingin mengetahui volume biskuit dalam kaleng tersebut. Setelah Ani membuka kertas kado yang melapisi selimut kaleng tersebut, ternyata panjangnya 88 cm dan lebarnya 30 cm.
    a. Berapakah jari-jari alas kaleng tersebut?
    b. Tentukan volume biskuit yang ada di dalam kaleng tersebut.

Sumber: *www.chinapak.com.tw*

5. Sebuah kaleng cat yang berbentuk tabung mempunyai tinggi 25 cm dan volume 7.850 cm^3. Tentukan jari-jari alas kaleng cat tersebut.

B. Kerucut

Setelah kamu memahami bangun ruang tabung, sekarang kamu akan diperkenalkan bangun ruang bentuk lain, yaitu kerucut. Jika kamu pernah melihat tempat es krim atau caping petani di sawah seperti Gambar 2.7 maka benda-benda tersebut adalah contoh-contoh bangun ruang yang berbentuk kerucut. Dapatkah kamu membandingkan antara bangun ruang kerucut dan bangun ruang tabung yang telah kamu pelajari pada subbab sebelumnya?

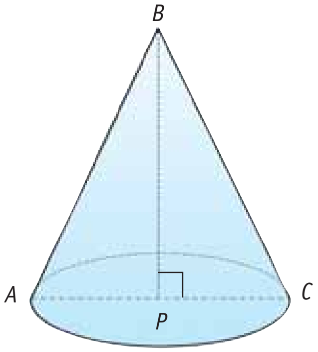
Sumber: *www.tropicalisland.de*

Gambar 2.7
Bentuk caping petani merupakan contoh bangun ruang kerucut.

1. Unsur-Unsur Kerucut

Coba kamu perhatikan bangun ruang kerucut seperti pada Gambar 2.8.

Kerucut terdiri atas sisi lengkung yang dinamakan *selimut kerucut* dan sisi bawah (alas) yang berupa lingkaran. Garis *PA* dan *PC* dinamakan *jari-jari alas kerucut*, garis *BP* dinamakan *tinggi kerucut*, dan garis *BA* dan *BC* dinamakan *garis pelukis kerucut*. Garis pelukis adalah garis yang menghubungkan puncak kerucut dengan titik pada keliling alas.



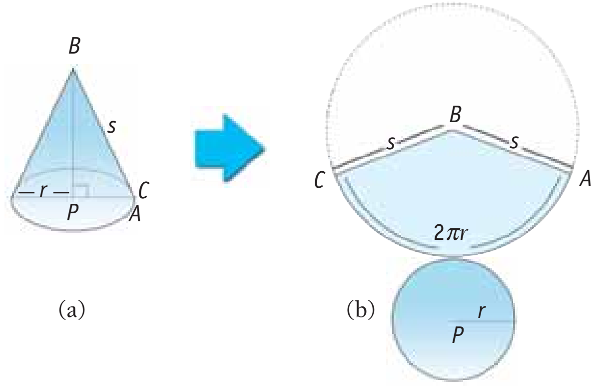
Gambar 2.8
Unsur-unsur kerucut.

Sekarang, kamu tentu dapat membedakan antara tabung dan kerucut. Tabung tidak mempunyai titik sudut, sedangkan kerucut mempunyai titik sudut. Namun demikian, tabung dan kerucut mempunyai rusuk lengkung. Dapatkah kamu menunjukkannya? Rusuk lengkung tabung terdapat di sepanjang keliling sisi bawah (alas) dan di sepanjang keliling sisi atas (tutup). Adapun rusuk lengkung kerucut hanya terdapat di sepanjang keliling bawah (alas) atau hanya terdapat di sepanjang keliling atas (tutup).

Seperti halnya pada tabung, kerucut juga dapat diuraikan menjadi bangun datar sebagai jaring-jaring kerucut. Berikut adalah uraian tentang jaring-jaring kerucut dan cara mendapatkannya.

2. Jaring-Jaring Kerucut

Perhatikan Gambar 2.9. Gambar 2.9(a) merupakan kerucut yang mempunyai jari-jari alas r dan panjang garis pelukis s. Apabila kerucut seperti pada Gambar 2.9(a) diiris sepanjang garis pelukis s dan sepanjang rusuk lengkung pada alas (sepanjang keliling lingkaran alas) maka akan diperoleh jaring-jaring kerucut seperti pada Gambar 2.9(b).



(a) (b)

Gambar 2.9

(a) Kerucut yang mempunyai jari-jari r dan panjang garis pelukis s.

(b) Jaring-jaring kerucut.

Coba kamu perhatikan gambar jaring-jaring kerucut tersebut. Sisi bawah (alas) merupakan lingkaran yang mempunyai jari-jari r dan sisi lengkung (selimut kerucut) merupakan juring lingkaran ABC yang mempunyai jari-jari s.

Ingat Kembali

- Juring lingkaran adalah bagian dalam lingkaran yang dibatasi oleh dua jari-jari dalam lingkaran tersebut.
- Busur lingkaran adalah bagian dari keliling lingkaran.

3. Luas Permukaan Kerucut

Setelah kamu memahami jaring-jaring kerucut maka kamu akan dapat menghitung luas permukaan kerucut tersebut. Luas permukaan kerucut dapat dihitung dengan cara menghitung luas jaring-jaringnya. Coba kamu perhatikan Gambar 2.9(b). Ternyata, jaring-jaring selimut kerucut merupakan sebuah juring lingkaran dengan ukuran:

- Panjang jari-jari BC (BA) = garis pelukis kerucut (s)
- Panjang busur AC = keliling lingkaran alas kerucut = $2\pi r$

Oleh karena itu, luas selimut kerucut (luas juring lingkaran ABC dengan jari-jari s) dapat ditentukan dengan perbandingan berikut.

$$\frac{\text{Luas juring lingkaran } ABC}{\text{Luas lingkaran besar}} = \frac{\text{Panjang busur kecil } AC}{\text{Keliling lingkaran besar}}$$

$$\frac{\text{Luas selimut kerucut}}{\pi s^2} = \frac{2\pi r}{2\pi s}$$

$$\text{Luas selimut kerucut} = \frac{\pi^2 s^2 r}{\pi s}$$

$$\text{Luas selimut kerucut} = \pi sr.$$

Oleh karena permukaan kerucut terdiri atas selimut kerucut dan alas kerucut maka:

$$\begin{aligned}\text{Luas permukaan kerucut} &= \text{luas selimut kerucut + luas alas kerucut}\\ &= \pi rs + \pi r^2\\ &= \pi r(s + r).\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{Luas selimut kerucut} &= \pi rs\\ \text{Luas permukaan kerucut} &= \pi rs + \pi r^2\\ &= \pi r\,(s + r)\end{aligned}$$

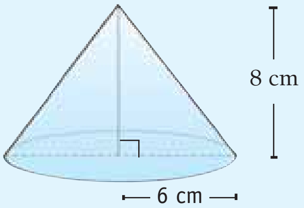
dengan $\pi = 3{,}14$ atau $\pi = \frac{22}{7}$, r = jari-jari alas kerucut, dan s = garis pelukis kerucut.

Contoh Soal 2.3

Jari-jari alas sebuah kerucut adalah 6 cm. Jika tinggi kerucut adalah 8 cm, hitunglah:

a. luas selimut kerucut, dan

b. luas permukaan kerucut.

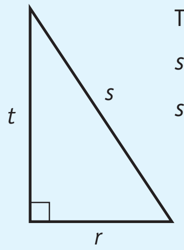


Penyelesaian :

Panjang garis pelukis kerucut (s) ditentukan sebagai berikut.

$$\begin{aligned}s &= \sqrt{r^2 + t^2}\\ &= \sqrt{6^2 + 8^2}\\ &= \sqrt{36\ +\ 64}\\ &= \sqrt{100}\\ &= 10\end{aligned}$$

Ingat Kembali



Teorema Pythagoras:

$s^2 = r^2 + t^2$

$s = \sqrt{r^2 + t^2}$

Akibatnya,

a. Luas selimut kerucut $= \pi rs$

$= 3{,}14 \times 6 \times 10$

$= 188{,}4$

Jadi, luas selimut kerucut adalah 188,4 cm².

b. Luas permukaan kerucut $= \pi r(s + r)$

$= 3{,}14 \times 6 \times (10 + 6)$

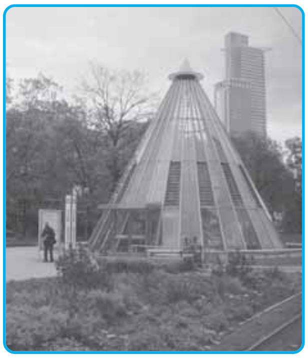
$= 18{,}84 \times 16$

$= 301{,}44$

Jadi, luas permukaan kerucut adalah 301,44 cm^2.

Latihan 2.3

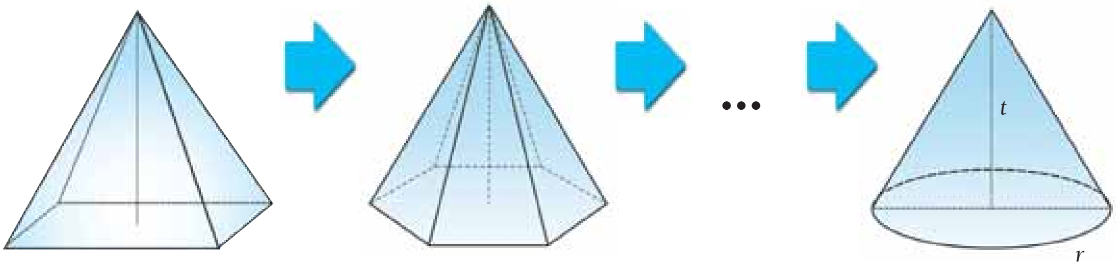
1. Sebuah kerucut mempunyai jari-jari alas 7 cm dan panjang garis pelukis 20 cm. Tentukan luas selimut kerucut tersebut.
2. Sebuah caping berbentuk kerucut dengan panjang garis pelukis 28 cm. Caping tersebut terbuat dari anyaman bambu seluas 1.232 cm^2. Tentukan diameter caping tersebut.
3 Sebuah terompet yang berbentuk kerucut terbuat dari kertas karton. Jika luas kertas karton yang digunakan untuk membuat terompet tersebut adalah 550 cm^2 dan menghasilkan terompet dengan panjang garis pelukis 25 cm, tentukan panjang terompet tersebut.
4. Sebuah bangunan yang berbentuk kerucut mempunyai diameter 12 m dan tinggi 8 m. Tentukan luas selimut bangunan tersebut.
5. Ibu akan membuat topi untuk adik. Topi tersebut berbentuk kerucut yang mempunyai diameter alas 21 cm dan tinggi 14 cm. Tentukan luas bahan untuk membuat topi tersebut.



Sumber: *www.dickinson.edu*

4. Volume Kerucut

Setelah kamu dapat menghitung luas permukaan kerucut, kali ini akan dibahas daya tampung (volume) kerucut. Pada subbab sebelumnya, kamu telah mempelajari tentang volume tabung. Dapatkah kamu membandingkannya dengan volume kerucut? Coba kamu perhatikan Gambar 2.10.



Gambar 2.10
Kerucut adalah suatu limas beraturan dengan segi yang sangat banyak.

Apabila alas limas segi beraturan seperti pada Gambar 2.10 mempunyai segi yang sangat banyak, maka bentuk alas limas segi beraturan tersebut akan mendekati bentuk lingkaran. Limas yang mempunyai bentuk alas berupa lingkaran disebut kerucut.

Kamu tentu masih ingat bahwa

Volume limas = $\frac{1}{3} \times$ luas alas limas × tinggi limas

Oleh karena itu, volume kerucut yang mempunyai tinggi t adalah

$$\begin{aligned}\text{Volume kerucut} &= \frac{1}{3} \times \text{luas alas kerucut} \times \text{tinggi kerucut}\\ &= \frac{1}{3} \times \text{luas lingkaran yang berjari-jari } r \times \text{tinggi kerucut}\\ &= \frac{1}{3} \times \pi r^2 \times t.\end{aligned}$$

Volume kerucut = $\frac{1}{3}\pi r^2 t$

dengan $\pi = 3{,}14$ atau $\pi = \frac{22}{7}$, r = jari-jari alas kerucut, dan t = tinggi kerucut.

Contoh Soal 2.4

Hitunglah volume kerucut yang mempunyai jari-jari alas 3 cm dan panjang garis pelukis 5 cm.

Penyelesaian :

Jari-jari alas kerucut (r) adalah 3 cm dan panjang garis pelukis kerucut (s) adalah 5 cm. Tinggi kerucut ditentukan sebagai berikut.

$\Leftrightarrow s^2 = r^2 + t^2$

$\Leftrightarrow t^2 = s^2 - r^2$

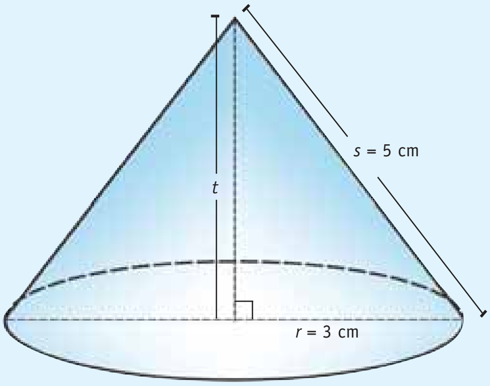
$\Leftrightarrow t^2 = 5^2 - 3^2$

$\Leftrightarrow t^2 = 25 - 9$

$\Leftrightarrow t^2 = 16$

$\Leftrightarrow t = \sqrt{16}$

$\Leftrightarrow t = 4$



Oleh karena itu,

$$\begin{aligned}\text{Volume kerucut} &= \frac{1}{3}\pi r^2 t\\ &= \frac{1}{3} \times 3{,}14 \times 3^2 \times 4\\ &= 37{,}68\end{aligned}$$

Jadi, volume kerucut adalah 37,68 cm^3.

Latihan 2.4

1. Sebuah kerucut mempunyai jari-jari alas 9 cm dan panjang garis pelukis 15 cm. Hitunglah volume kerucut tersebut.
2. Ibu Tuti akan membuat tumpeng berbentuk kerucut. Tumpeng tersebut mempunyai tinggi 56 cm dan jari-jari alas 42 cm. Tentukan volume tumpeng yang dibuat oleh Ibu Tuti.
3. Diketahui keliling lingkaran alas suatu kerucut adalah 132 cm dan panjang garis pelukisnya adalah 35 cm. Tentukan volume kerucut tersebut.
4. Sebuah kerucut mempunyai tinggi 21 cm dan jari-jari tutup 20 cm. Tentukan volume kerucut tersebut.
5. Sebuah gelas mempunyai penampang yang berbentuk kerucut. Keliling bibir gelas adalah 22 cm. Jika tinggi penampang gelas adalah 10 cm, tentukan volume gelas tersebut.

Sumber: *www.onthehouse.typepad.com*

C. Bola

Selain tabung dan kerucut, kamu juga akan mempelajari luas permukaan dan volume bola. Dapatkah kamu menyebutkan berbagai contoh bangun yang berbentuk bola di sekitarmu?

1. Luas Permukaan Bola

Dalam kehidupan sehari-hari, sering dijumpai benda-benda berbentuk bulat yang dikenal dengan sebutan bola. Dapatkah kamu menyebutkan benda-benda di sekelilingmu yang berbentuk bola? Tentu banyak sekali, bukan? Misalnya, bola tenis, bola voli, atau bola basket. Tidak seperti tabung atau kerucut yang mempunyai rusuk lengkung, tidak pula seperti kerucut yang mempunyai titik sudut, bola tidak mempunyai rusuk lengkung dan titik sudut. Bola hanya mempunyai satu bidang sisi lengkung yang disebut *selimut bola* (*permukaan bola*).

Dapatkah kamu menghitung luas permukaan bola? Kamu dapat melakukan kegiatan berikut sebagai salah satu cara untuk menentukan luas permukaan bola.

sumber: *www.sportsinvasion.com*

Gambar 2.11
Bola yang digunakan dalam olahraga sepak bola merupakan contoh bangun ruang bola.

Eksplorasi 2.1

Tujuan:

Menemukan rumus luas permukaan bola.

Kegiatan:

1. Ambillah sebuah bola plastik. Kemudian, belahlah bola plastik tersebut menjadi dua bagian yang sama.
2. Tancapkan sebuah paku pada puncak bola.
3. Lilitkan permukaan setengah bola tersebut dengan benang sehingga menutupi permukaan setengah bola tanpa ada celah dan tidak saling bertumpuk.
4. Bukalah lilitan benang tersebut dan gunakan untuk menutupi lingkaran yang mempunyai jari-jari sama dengan jari-jari bola mulai dari titik pusatnya.

Pertanyaan:

Berapa lingkarankah yang dapat ditutupi oleh benang tersebut?

Setelah kegiatan tersebut dilakukan, ternyata benang dapat dipakai untuk menutupi dua lingkaran. Dengan kata lain,

Luas permukaan setengah bola = 2 × luas lingkaran.

Oleh karena itu, kamu dapat memperoleh hubungan antara luas permukaan bola dan luas lingkaran sebagai berikut.

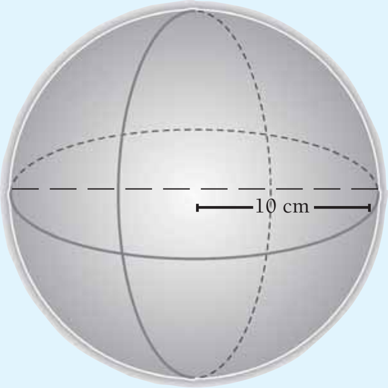
$$\begin{aligned}\text{Luas permukaan bola} &= 2 \times \text{luas permukaan setengah bola}\\ &= 2 \times (2 \times \text{luas lingkaran})\\ &= 2 \times (2 \times \pi r^2)\\ &= 4\pi r^2.\end{aligned}$$

Luas permukaan bola = $4\pi r^2$

dengan $\pi = 3{,}14$ atau $\pi = \frac{22}{7}$, dan r = jari-jari bola.

Contoh Soal 2.5

Jari-jari sebuah bola adalah 10 cm. Hitunglah luas permukaan bola.



Penyelesaian :

$$\begin{aligned}\text{Luas permukaan bola} &= 4\pi r^2\\ &= 4 \times 3{,}14 \times 10^2\\ &= 12{,}56 \times 100\\ &= 1.256\end{aligned}$$

Jadi, luas permukaan bola adalah 1.256 cm^2.

Latihan 2.5

1. Sebuah bola mempunyai jari-jari 7 cm. Tentukan luas permukaan bola tersebut.
2. Sebuah bola membutuhkan bahan seluas 1.386 cm^2 untuk menyelimuti permukaannya. Tentukan diameter bola tersebut.
3. Sebuah mangkok berbentuk setengah bola. Keliling bibir mangkok tersebut adalah 31,4 cm. Tentukan luas permukaan mangkok tersebut.
4. Sebuah gedung mempunyai atap yang berbentuk setengah bola dengan diameter 14 m. Atap tersebut terbuat dari kaca. Jika harga kaca atap tersebut adalah Rp500.000,00 per m^2, tentukan biaya kaca untuk seluruh permukaan atap tersebut.
5. Keliling lingkaran tengah suatu bola adalah 50,24 cm. Tentukan luas permukaan bola tersebut.

2. Volume Bola

Setelah kamu memahami pengertian luas permukaan bola, kali ini akan dibahas cara menentukan volume suatu bola. Misalnya, kamu mempunyai beberapa vas yang berbentuk bola. Kemudian, salah satu vas tersebut diisi oleh air sampai penuh. Setelah diukur dengan penakar, ternyata banyak air yang diperlukan untuk mengisi vas tersebut adalah 2 liter. Artinya, volume vas tersebut adalah 2 liter.

Bagaimanakah cara menentukan volume suatu bola tanpa menggunakan media lain, misalnya air seperti contoh tadi? Seperti halnya pada bangun ruang tabung dan kerucut yang mempunyai rumus volume untuk menghitung daya tampungnya, pada bangun ruang bola pun kamu dapat menentukan daya tampung bola menggunakan rumus volume bola. Untuk menemukan rumus volume bola, kamu dapat memanfaatkan volume kerucut yang telah kamu pelajari pada subbab sebelumnya. Bagaimanakah hubungan antara volume kerucut dan volume bola? Untuk lebih jelasnya, coba kamu pahami dan lengkapi kegiatan berikut.

Sumber: *thefamilystore.net*

Gambar 2.12
Volume vas yang berbentuk bola dapat ditentukan dengan menakar air yang dituangkan ke dalam vas sehingga memenuhi vas tersebut.

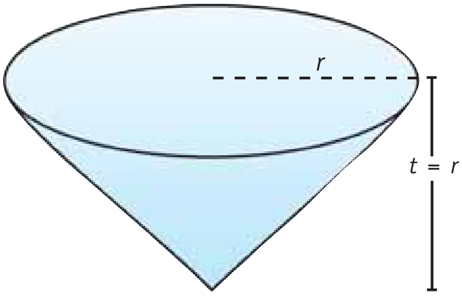
Eksplorasi 2.2

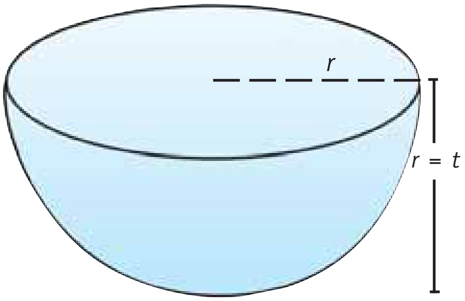
Tujuan:

Menemukan rumus volume bola.

Kegiatan:

1. Ambillah sebuah bola plastik. Kemudian, belahlah bola plastik tersebut menjadi dua bagian yang sama.
2. Buatlah sebuah kerucut menggunakan kertas karton yang mempunyai ukuran tinggi dan jari-jari sama dengan jari-jari setengah bola yang telah kamu buat pada **Langkah (1).**





3. Isilah kerucut dengan pasir sampai penuh. Kemudian, tuangkan pasir tersebut ke dalam setengah bola.

Pertanyaan:

Berapa kerucut pasirkah yang dibutuhkan untuk memenuhi setengah bola tersebut?

Setelah kegiatan tersebut dilakukan, ternyata setengah bola tersebut dapat memuat dua kali volume kerucut. Dengan kata lain,

Volume setengah bola = 2 × volume kerucut

Oleh karena itu, kamu dapat memperoleh hubungan antara volume bola dan volume kerucut sebagai berikut.

$$\begin{aligned}
\text{Volume bola} &= 2 \times \text{volume setengah bola} \\
&= 2 \times (2 \times \text{volume kerucut}) \\
&= (2 \times 2) \times \text{volume kerucut} \\
&= 4 \times \text{volume kerucut} \\
&= 4 \times \frac{1}{3}\pi r^2 t \\
&= \frac{4}{3}\pi r^2 t \\
&= \frac{4}{3}\pi r^3 \text{ (ingat: tinggi kerucut } (t) = \text{jari-jari kerucut } (r)).
\end{aligned}$$

Volume bola = $\frac{4}{3}\pi r^3$

dengan $\pi = 3,14$ atau $\pi = \frac{22}{7}$, dan r = jari-jari bola.

Contoh Soal 2.6

Hitunglah volume bola yang mempunyai jari-jari 10 cm.

Penyelesaian :

$$\begin{aligned}\text{Volume bola} &= \frac{4}{3}\pi r^3\\ &= \frac{4}{3} \times 3,14 \times 10^3\\ &= \frac{4}{3} \times 3.140\\ &= 4.186,67\end{aligned}$$

Jadi, volume bola adalah 4.186,67 cm^3.

Latihan 2.6

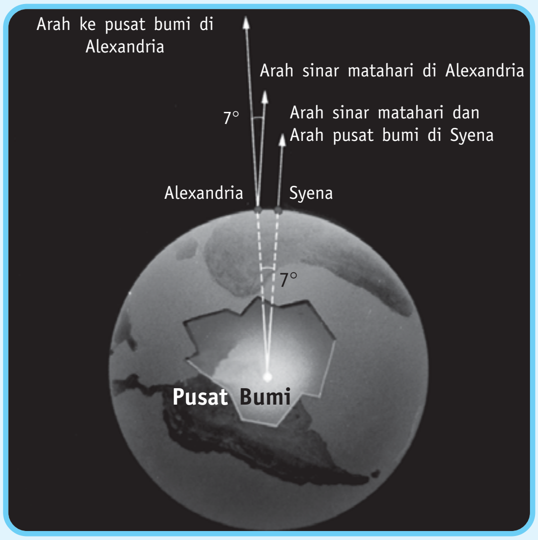
1. Suatu bola mempunyai jari-jari 14 cm. Hitunglah volume bola tersebut.
2. Diketahui luas permukaan bola adalah 616 cm^2. Hitunglah:
   a. jari-jari bola, dan
   b. volume bola.
3. Diketahui volume bola adalah 288π cm^3. Tentukan diameter bola tersebut.
4. Sebutir kelapa muda berisi penuh air kelapa. Setelah air kelapa dituang, ternyata volume kelapa tersebut adalah $1.437\frac{1}{3}$ cm^3 (kelapa muda tersebut dianggap berbentuk bola). Tentukan diameter kelapa tersebut jika ketebalan kelapa dan tempurungnya 0,5 cm (gunakan $\pi = \frac{22}{7}$).
5. 

Sumber: *www.desktopexchange.com*

Sebuah jeruk dipotong melintang sama besar. Ternyata, diameter jeruk tersebut adalah 7 cm (jeruk tersebut dianggap berbentuk bola). Tentukan volume separuh jeruk tersebut.

Info Matematika

Erastothenes



KAMU telah memahami bahwa bumi berbentuk bulat seperti bola. Tahukah kamu orang yang mempunyai ide untuk menghitung keliling bumi? **Erastothenes** adalah salah seorang tokoh matematika dari Yunani yang hidup sekitar tahun 240 SM.

Ia mencari keliling bumi dengan mengukur sudut-sudut yang dibentuk oleh sinar matahari ketika tengah hari di Alexandria, Mesir dan di sebuah sumur di Syena (sekarang Aswan). Kedua tempat tersebut terletak pada bujur yang sama. Ia mengukur sudut di sumur itu untuk memastikan bahwa matahari benar-benar vertikal di atas kepala (pada sudut 0°). Ternyata, sudut dari bayang-bayang di Alexandria pada waktu yang tepat bersamaan adalah 7°. Oleh karena itu, diperoleh jarak dari Alexandria ke sumur Syena adalah $\frac{7^\circ}{360^\circ} \times$ keliling bumi $\approx \frac{1}{50} \times$ keliling bumi. Sehingga setelah jarak Alexandria dari sumur Syena ditentukan, diperoleh taksiran atas perhitungan keliling bumi adalah 40.000 km (24.856 mil). Perhitungan-perhitungan modern mengungkap bahwa keliling bumi adalah 40.024 km (24.870 mil).

Sumber: *www.p3gmatyo.go.id*

Rangkuman

1. Unsur-unsur tabung terdiri atas sisi atas (tutup), sisi lengkung, dan sisi bawah (alas).
2. Luas permukaan tabung dengan jari-jari r dan tinggi t adalah $L = 2\pi r(t + r)$, dengan $\pi = 3{,}14$ atau $\pi = \frac{22}{7}$.
3. Volume tabung dengan jari-jari r dan tinggi t adalah $V = \pi r^2 t$, dengan $\pi = 3{,}14$ atau $\pi = \frac{22}{7}$.
4. Kerucut terdiri atas selimut kerucut dan sisi bawah (alas) yang berbentuk lingkaran.
5. Luas permukaan kerucut dengan jari-jari alas r dan garis pelukis s adalah $L = \pi r\ (s + r)$, dengan $\pi = 3{,}14$ atau $\pi = \frac{22}{7}$.
6. Volume kerucut dengan jari-jari alas r dan tinggi t adalah $V = \frac{1}{3}\pi r^2 t$, dengan $\pi = 3{,}14$ atau $\pi = \frac{22}{7}$.
7. Luas permukaan bola dengan jari-jari r adalah $L = 4\pi r^2$, dengan $\pi = 3{,}14$ atau $\pi = \frac{22}{7}$.
8. Volume bola dengan jari-jari r adalah $V = \frac{4}{3}\pi r^3$, dengan $\pi = 3{,}14$ atau $\pi = \frac{22}{7}$.

Soal Akhir Bab II

A. Pilihlah jawaban yang tepat pada soal-soal berikut.

1. Kaleng sarden berbentuk tabung. Kaleng tersebut mempunyai jari-jari 7 cm dan tinggi 10 cm. Volume sarden dalam kaleng tersebut adalah ....
   a. 1.550 cm^3 c. 1.504 cm^3
   b. 1.540 cm^3 d. 1.450 cm^3

2. Luas selimut tabung dengan jari-jari 10 cm dan tinggi 20 cm adalah ....
   a. 2.356 cm^2 c. 1.265 cm^2
   b. 1.356 cm^2 d. 1.256 cm^2

3. Kaleng minuman berenergi berbentuk tabung yang selimutnya dilapisi oleh kertas. Setelah kertas dibuka, ternyata ukuran kertas tersebut mempunyai panjang 62,8 cm dan lebar 12 cm. Volume minuman berenergi dalam kaleng tersebut adalah ....
   a. 6.378 cm^3 c. 3.678 cm^3
   b. 3.768 cm^3 d. 3.578 cm^3

4. Kaleng berbentuk tabung berisi cat dinding. Kaleng tersebut mempunyai diameter 20 cm dan tinggi 19 cm. Volume cat dalam kaleng tersebut adalah ....
   a. 5.696 cm^3 c. 5.969 cm^3
   b. 5.966 cm^3 d. 5.996 cm^3

5. Adik membeli susu segar sebanyak 2.009,6 cm^3. Dia mencari kaleng untuk menyimpan susu tersebut. Dia menemukan kaleng berbentuk tabung yang mempunyai tinggi 10 cm. Ternyata, kaleng tersebut terisi penuh. Diameter kaleng tersebut adalah ....
   a. 20 cm c. 16 cm
   b. 18 cm d. 14 cm

6. Suatu kaleng minuman berbentuk tabung. Kaleng minuman tersebut mempunyai diameter 2,8 cm dan tinggi 10 cm. Volume minuman dalam kaleng tersebut adalah ....
   a. 63,6 cm^3 c. 61,6 cm^3
   b. 62,6 cm^3 d. 60,6 cm^3

7. Suatu drum minyak tanah mempunyai tinggi 100 cm. Drum tersebut dapat memuat dengan penuh minyak sebanyak 138.600 cm^3. Diameter drum tersebut adalah ....
   a. 21 cm c. 35 cm
   b. 28 cm d. 42 cm

8. Suatu kerucut mempunyai tinggi 28 cm dan jari-jari lingkaran alas 21 cm. Luas selimut kerucut tersebut adalah ....
   a. 38.808 cm^2 c. 3.210 cm^2
   b. 12.936 cm^2 d. 2.310 cm^2

9. Adik membeli kacang rebus di kaki lima. Penjual kacang rebus tersebut membungkusnya dengan kertas berbentuk kerucut yang mempunyai jari-jari tutup 5 cm dan tinggi 15 cm. Volume kerucut tersebut adalah ....
   a. 235,5 cm^3 c. 392,5 cm^3
   b. 382,5 cm^3 d. 1.177,5 cm^3

10. Tono dilahirkan pada tanggal 21. Oleh karena itu, pada ulang tahunnya yang ke-14, Tono dibuatkan tumpeng dengan diameter alas 14 cm dan tinggi 21 cm. Volume tumpeng ulang tahun Tono adalah ....
   a. 3.324 cm^3 c. 1.780 cm^3
   b. 3.234 cm^3 d. 1.078 cm^3

11. Ani akan membuat topi berbentuk kerucut yang mempunyai keliling ling-karan alas 44 cm. Jika panjang garis pelukisnya adalah 10 cm maka luas selimut topi yang dibuat Ani adalah ....
   a. 1.540 cm^2 c. 440 cm^2
   b. 513,33 cm^2 d. 220 cm^2

12. Luas suatu kertas yang merupakan selimut kerucut adalah 753,6 cm^2. Adapun panjang garis pelukisnya adalah 20 cm. Jari-jari alas kerucut tersebut adalah ....
   a. 8 cm c. 12 cm
   b. 10 cm d. 16 cm

13. Suatu kerucut terisi penuh oleh 2,198 dm^3 kacang goreng. Jika diameter tutup kerucut adalah 20 cm maka tinggi kerucut tersebut adalah ....

a.	10 cm	c.	21 cm
b.	20 cm	d.	22 cm

14. Adik membelah jeruk secara melintang menjadi dua bagian yang sama. Diameter jeruk tersebut adalah 7 cm (jeruk tersebut dianggap berbentuk bola). Luas kulit jeruk tersebut adalah ....

a.	616 cm^2	c.	154 cm^2
b.	166 cm^2	d.	145 cm^2

15. Ibu membeli separuh buah semangka. Keliling lingkaran belahan semangka tersebut adalah 62,8 cm (semangka tersebut dianggap berbentuk bola). Volume semangka yang dibeli ibu tersebut adalah ....

a.	628 cm^3	c.	2.093,33 cm^3
b.	1.256 cm^3	d.	4.186,67 cm^3

16. Sebuah bola mempunyai jari-jari 9 cm. Volume bola tersebut adalah ....

a.	339,12 cm^3	c.	1.017,36 cm^3
b.	678,24 cm^3	d.	3.052,08 cm^3

17. Luas permukaan sebuah bola adalah 1.808,64 cm^2. Volume bola tersebut adalah ....

a.	2.411,52 cm^3	c.	7.234,56 cm^3
b.	4.823,04 cm^3	d.	7.236,56 cm^3

18. Sebuah bola terisi penuh oleh 1.437 $\frac{1}{3}$ cm^3 pasir. Diameter bola tersebut adalah ....

a.	7 cm	c.	14 cm
b.	12 cm	d.	21 cm

19. Sebuah bola mempunyai volume 904,32 cm^3. Luas permukaan bola tersebut adalah ....

a.	2.712,96 cm^2	c.	425,16 cm^2
b.	452,16 cm^2	d.	254,16 cm^2

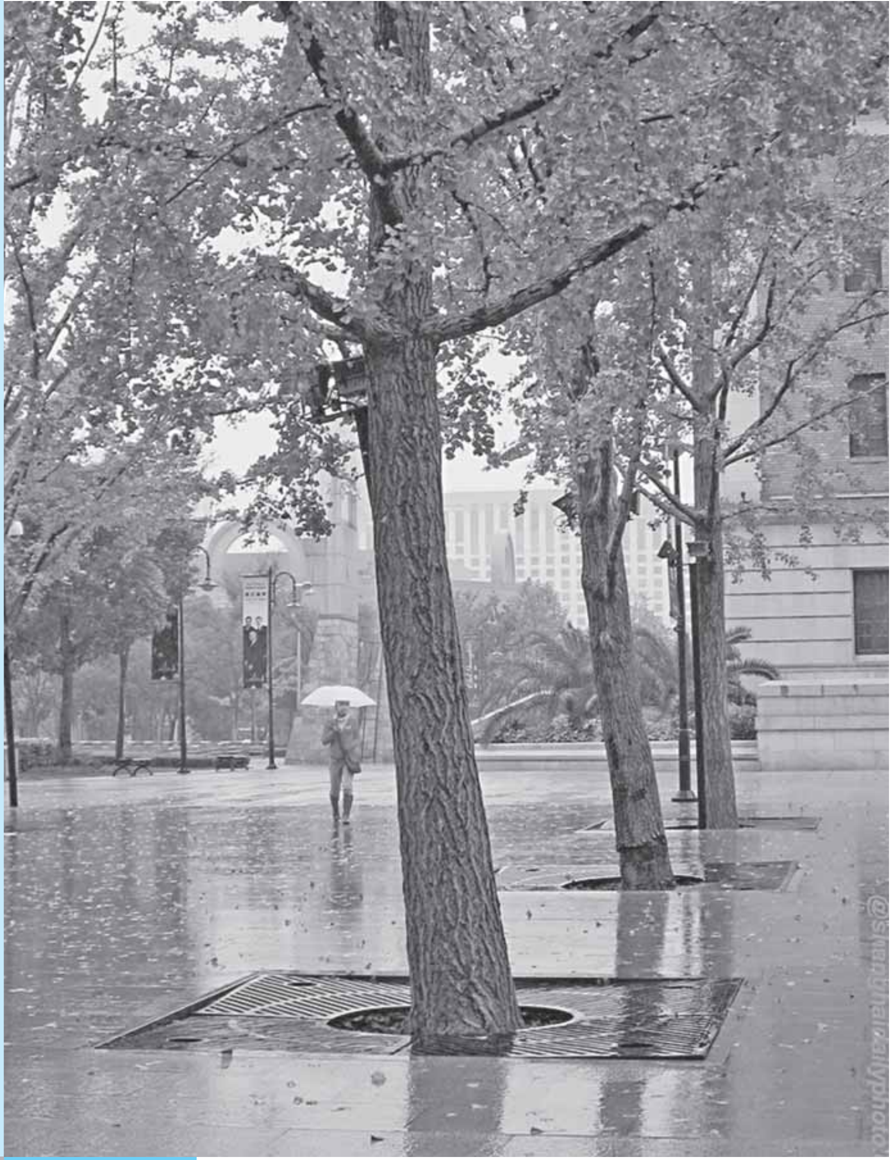
20. Suatu bola mempunyai diameter 24 cm. Permukaan bola tersebut dilapisi kertas hias. Luas kertas hias pelapis bola tersebut adalah ....

a.	1.880,64 cm^2	c.	150,72 cm^2
b.	1.808,64 cm^2	d.	105,72 cm^2

B. Kerjakanlah soal-soal berikut dengan benar.

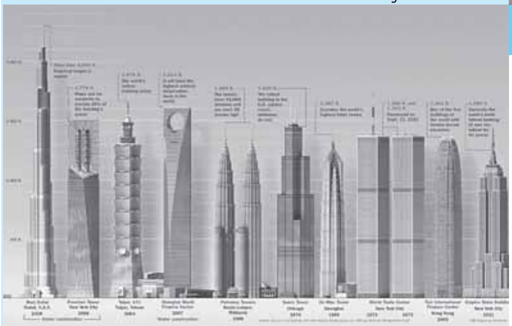
1. Sebuah tangki minyak berbentuk tabung. Tangki tersebut terisi penuh oleh 2.355 dm^3 minyak tanah. Jika tinggi tangki 300 cm, hitunglah:
   a. diameter tangki minyak tersebut, dan
   b. luas permukaan tangki minyak tersebut.
2. Beberapa kaleng cat dinding berbentuk tabung yang selimutnya dilapisi plastik. Setelah plastik dibuka ternyata setiap plastik tersebut berukuran panjang 88 cm dan lebar 50 cm.
   a. Berapakah jari-jari setiap kaleng cat dinding tersebut?
   b. Berapakah volume setiap kaleng cat dinding tersebut?
3. Budi ingin dibuatkan tumpeng berbentuk kerucut yang mempunyai tinggi 30 cm. Jika dikehendaki luas alas tumpeng adalah 616 cm^2,
   a. berapakah jari-jari alas tumpeng tersebut?
   b. berapakah volume tumpeng tersebut?
4. Adik membeli *pop corn* dalam kantong kertas berbentuk kerucut. Jika volume *pop corn* tersebut adalah 314 cm^3 dan diameter tutupnya adalah 10 cm, hitunglah:
   a. tinggi kantong tersebut, dan
   b. luas kertas pembungkus *pop corn* tersebut.
5. Andi mempunyai dua buah globe yang terbuat dari kaca. Salah satu globe mempunyai diameter 15 cm dan tebal kaca bahan globe 0,5 cm.
   a. Berapakah volume globe dalam kaca tersebut?
   b. Berapakah luas kaca globe tersebut?

Hujan merupakan salah satu gejala alam yang terjadi di bumi. Curah hujan rata-rata per tahun yang tertinggi terjadi di Cherrapunji, Bangladesh. Wilayah tersebut berada pada ketinggian 1.290 m di atas permukaan laut dengan curah hujan rata-rata per tahun 1.270 cm sehingga disebut titik terbasah di bumi. Adapun curah hujan rata-rata per tahun terendah adalah sebesar 0,01 cm yang terjadi di gurun pasir Atacama, Cile sehingga wilayah tersebut disebut titik terkering di bumi. Oleh karena itu, peluang terjadinya hujan di gurun pasir Atacama sangat kecil bahkan beberapa lokasi di gurun pasir Atacama tidak pernah turun hujan selama 400 tahun.



sumber: *www.static.flick.com*

sumber: *www.joelertola.com*



Bab III

Statistika dan Peluang

Tujuan Pembelajaran:

Setelah mempelajari bab ini, kamu akan mampu untuk:

a. menghitung mean, median, dan modus data tunggal,

b. menyajikan data dalam bentuk tabel dan berbagai diagram, dan

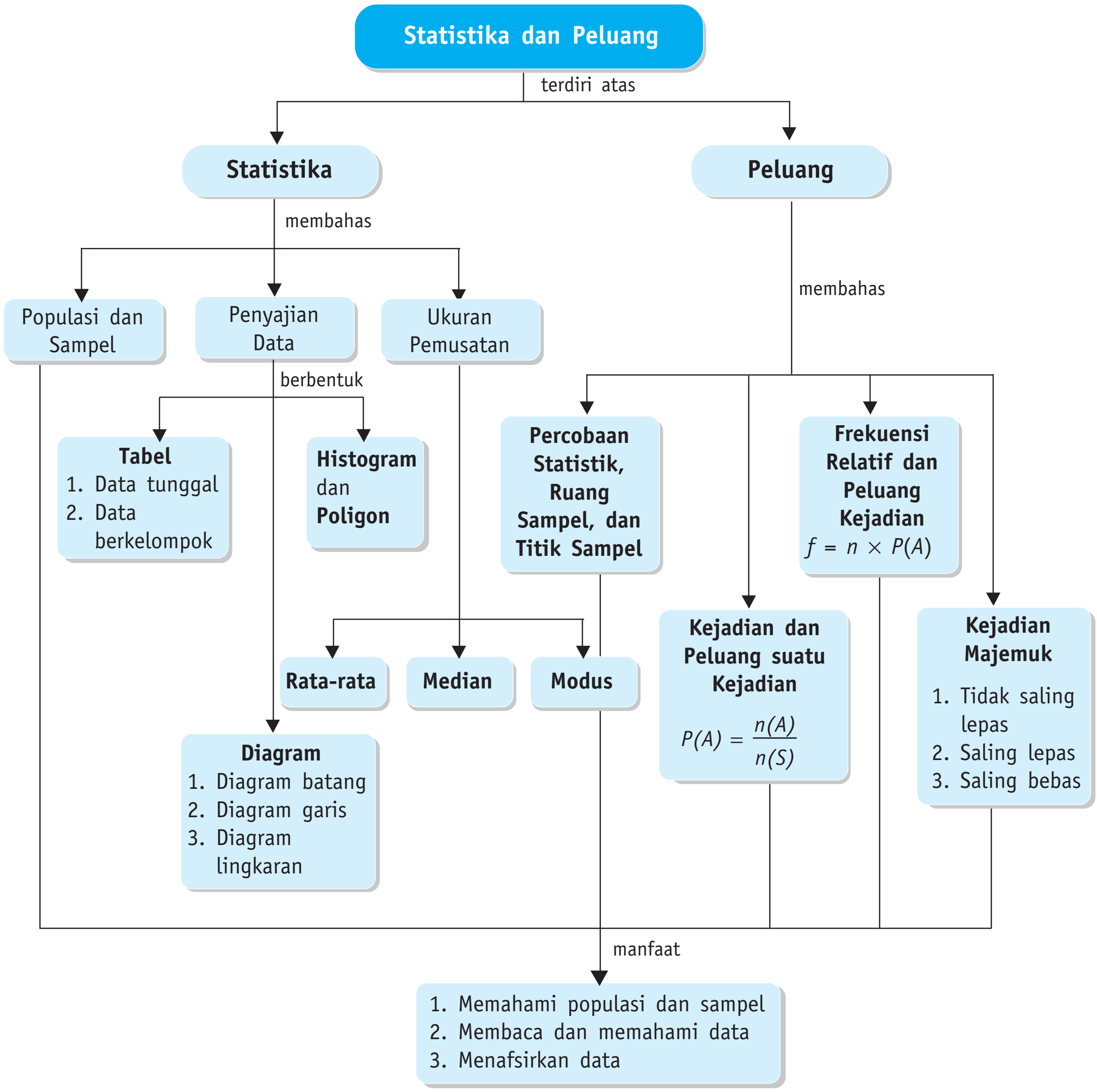
c. menentukan ruang sampel dan peluang suatu kejadian.

Apa yang akan dipelajari pada bab ini?

A. **Statistika**

B **Peluang**

Peta Konsep



Kata Kunci

Pada bab ini, kamu akan menemukan istilah-istilah berikut.

- statistika
- peluang
- rata-rata
- median
- modus
- populasi
- sampel
- frekuensi relatif
- kejadian majemuk

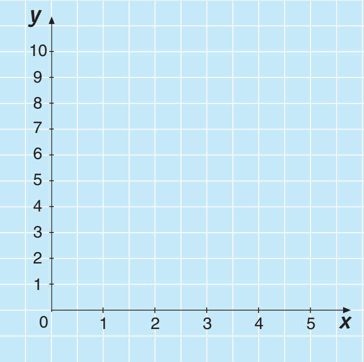
Uji Prasyarat Matematika

Uji Prasyarat

Sebelum membahas materi statistika dan peluang, coba kamu kerjakan soal-soal berikut terlebih dahulu.

1. Urutkan data-data berikut mulai dari data yang terkecil.
   168 170 155 143 150 154 158 149 147 153
2. Gambarlah titik-titik koordinat dalam tabel berikut pada bidang Cartesius.

X	1	2	3	4	5
y	3	6	4	8	5



Untuk soal nomor 3 - 5, perhatikan tabel berikut.

Jenis Iklan	**Banyaknya Tayangan Per Hari**
Sabun mandi	20
Sabun cuci	17
Mi instan	15
Barang elektronik	10
Lain-lain	18

3. Berapa kalikah iklan sabun mandi ditayangkan setiap hari?
4. Berapakah persentase iklan mi instan dalam tayangan iklan di stasiun televisi tersebut?
5. Iklan apakah yang paling sering ditayangkan oleh stasiun televisi tersebut?

Kamu tentu pernah melakukan kegiatan praktikum di laboratorium ataupun di ruang terbuka. Misalnya, kamu dan teman-temanmu diberi tugas untuk mengukur tingkat pertumbuhan kecambah di suatu lahan pada suatu waktu. Kamu tidak mungkin akan mengamati semua kecambah di lahan tersebut, tetapi kamu hanya akan mengambil *beberapa kecambah* untuk diamati. Setiap kecambah di lahan mempunyai *peluang* yang sama untuk diamati. Setelah kamu mengamati dalam jangka waktu tertentu maka kamu akan mendapatkan *data-data* hasil pengamatan pertumbuhan kecambah tersebut. Misalnya, data pertambahan tinggi kecambah dan data

Sumber: *www.growingwell.co.uk*

Gambar 3.1
Ilmu statistika biasa digunakan dalam penelitian.

pertambahan ukuran keliling batang kecambah pada waktu tertentu. Dari data-data tersebut, kamu dapat mengetahui *angka pertumbuhan kecambah tertinggi* maupun *terendah*, bahkan *angka rata-rata pertumbuhan kecambah* dari waktu ke waktu. Informasi-informasi yang diperoleh tersebut merupakan salah satu kegunaan statistika. Kamu akan mempelajari tentang statistika dan peluang pada bab ini.

A. Statistika

Salah satu kegunaan statistika adalah mengolah data yang ada menjadi informasi yang berguna. Populasi, sampel, data, tabel, diagram, rata-rata, median, dan modus merupakan istilah-istilah dalam statistika. Berikut adalah uraian penjelasannya.

1. Pengertian Populasi dan Sampel

Pernahkah kamu bersama ibumu belanja ke pasar? Misalnya, ibu akan membeli beras di pasar. Pedagang beras mempunyai satu karung beras yang masih tertutup. Untuk menunjukkan bahwa beras dalam karung bagus atau tidak bagus maka pedagang beras tersebut mengambil segenggam beras dan memperlihatkannya kepada ibu. Satu karung beras tersebut disebut *populasi*, sedangkan segenggam beras yang ditunjukkan kepada ibu disebut *sampel*.

Begitu juga ketika ibu akan membeli buah rambutan. Pedagang buah mempunyai satu keranjang buah rambutan. Atas izin pedagang buah, ibu mencicipi beberapa buah rambutan untuk mengetahui bahwa buah rambutan yang akan dibeli manis atau tidak manis. Dalam hal ini, satu keranjang buah rambutan yang dimiliki oleh pedagang buah disebut *populasi*, sedangkan beberapa buah rambutan yang dicicipi oleh ibu disebut *sampel*.

Sumber: *www.varldensresor.se*

Gambar 3.2
Sampel dari populasi satu keranjang buah rambutan dapat berupa beberapa buah rambutan yang diambil dari keranjang tersebut.

Contoh Soal 3.1

1. Sekelompok anggota perkumpulan Karya Ilmiah Remaja (KIR) suatu SMP ingin meneliti kadar garam air laut di Pantai Parangtritis, Yogyakarta. Tentu saja, mereka tidak mungkin meneliti kadar garam seluruh air laut di Parangtritis. Mereka cukup mengambil beberapa gelas air laut di Pantai Parangtritis untuk diteliti di laboratorium. Tentukan populasi dan sampelnya.
2. Suatu SMP mempunyai 240 siswa Kelas IX yang tersebar dalam enam kelas. Oleh karena keterbatasan waktu untuk mengetahui rata-rata tinggi seluruh siswa Kelas IX di SMP tersebut maka dipilih satu kelas secara acak dan diukur tinggi badan setiap siswanya. Tentukan populasi dan sampelnya.

3. Suatu penelitian dilakukan untuk mengetahui rata-rata penghasilan keluarga di daerah Jawa Tengah. Oleh karena itu, diambil data penghasilan beberapa keluarga di setiap kabupaten/kota di Jawa Tengah sebab akan sangat sulit untuk mengambil data penghasilan seluruh keluarga di daerah Jawa Tengah. Tentukan populasi dan sampelnya.

Penyelesaian :

Populasi dan sampel ketiga penelitian di atas disajikan pada tabel berikut.

Tabel Populasi dan Sampel.

Penelitian	Populasi	Sampel
1.	Seluruh air laut di Parangtritis.	Beberapa gelas air laut di Parangtritis.
2.	Dua ratus empat puluh siswa Kelas IX di SMP tersebut.	Siswa-siswa di kelas yang terpilih untuk diukur tinggi badannya.
3.	Seluruh keluarga di Jawa Tengah.	Beberapa keluarga di setiap kabupaten/ kota yang diambil data penghasilan keluarganya.

Latihan 3.1

1. Seorang petani mempunyai satu hektar ladang yang ditanami kacang tanah. Pada musim panen, petani tersebut ingin menjual kacang di ladangnya. Untuk mengetahui kualitas hasil panen, seorang calon pembeli mengambil beberapa rumpun kacang tanah dari beberapa lokasi yang berbeda di ladang petani tersebut.
   a. Tentukan populasinya.
   b. Tentukan sampelnya.
2. Suatu LSM (Lembaga Swadaya Masyarakat) ingin meneliti tingkat pencemaran air di sungai Code.
   a. Tentukan populasinya.
   b. Bagaimanakah cara pengambilan sampelnya?
3. Seorang Kepala Dinas Pendidikan suatu provinsi ingin mengetahui hasil Ujian Nasional seluruh SMP/MTs di wilayahnya pada tahun tertentu.
   a. Tentukan populasinya.
   b. Bagaimanakah cara pengambilan sampelnya?
4. Seorang ketua OSIS suatu SMP ingin meneliti rata-rata uang saku per bulan yang dimiliki oleh siswa-siswa di SMP tersebut. Untuk itu, dia mengambil secara acak data uang saku 30 siswa Kelas VII, 30 siswa Kelas VIII, dan 30 siswa Kelas IX.
   a. Tentukan populasinya.
   b. Tentukan sampelnya.

5. Kepala Dinas Pertanian Provinsi Bali ingin mengetahui hasil panen padi di Bali pada suatu musim panen.
   a. Tentukan populasinya.
   b. Bagaimanakah cara pengambilan sampelnya?

Setelah memahami pengertian populasi dan sampel, sekarang kamu dapat menentukan sampel dari suatu populasi ketika kamu ingin melakukan pengamatan. Bagaimanakah cara menyajikan data hasil pengamatan dari sampel yang telah kamu ambil supaya dapat dipahami dengan baik? Berikut adalah uraian mengenai penyajian data statistik.

2. Penyajian Data Statistik

Dalam pengambilan kesimpulan mengenai suatu hal diperlukan keterangan atau informasi yang berkaitan dengan hal tersebut. Keterangan atau informasi mengenai suatu hal disebut *data* atau lengkapnya *data statistik*.

Sumber: *www.marinerssoccer.com*

Gambar 3.3
Pengumpulan data hobi sepak bola dari teman-teman satu kelas dapat dilakukan dengan cara mencacah.

Pengumpulan data dapat dilakukan dengan cara *mencacah* atau *mengukur*. Misalnya, kamu ingin mengetahui berat badan teman-teman di kelasmu. Bagaimanakah caramu memperoleh data berat badan teman-temanmu? Tentu saja kamu akan mengukur berat badan teman-temanmu di kelas. Di lain waktu, kamu ingin mengetahui cabang olahraga yang disukai teman-temanmu di antara sepak bola, basket, voli, dan bulu tangkis. Bagaimanakah caramu memperoleh datanya? Kamu dapat memperoleh data tersebut dengan cara mencacah jumlah temanmu yang suka sepak bola, jumlah temanmu yang suka basket, jumlah temanmu yang suka voli, dan jumlah temanmu yang suka bulu tangkis. Dapatkah kamu memberikan contoh lain pengumpulan data dengan cara mencacah maupun dengan cara mengukur?

Selanjutnya, supaya data lebih mudah untuk dibaca dan dipahami maka data dapat disajikan dalam tabel atau diagram. Pada tabel, data disajikan sebagai suatu daftar dalam baris dan kolom, sedangkan pada diagram data dapat disajikan sebagai grafik dalam berbagai bentuk, seperti: batang, garis, dan lingkaran.

a. Tabel Sebaran Frekuensi

Data yang disajikan dalam tabel dibedakan menjadi dua, yaitu *data tunggal* dan *data berkelompok*. Apakah perbedaan data tunggal dan data terkelompok? Berikut adalah uraian selengkapnya.

1) *Tabel Sebaran Frekuensi Data Tunggal*

Misalnya, diberikan data nilai ulangan Matematika siswa Kelas IX SMP Harapan Bangsa sebagai berikut.

8	4	7	8	3	7	10	6	7	8
7	6	5	5	4	7	8	7	9	7
6	6	9	4	5	5	9	6	7	7
7	6	10	7	5	6	5	8	6	5

Berdasarkan data tersebut, tentukan:

a. nilai ulangan terendah,
b. nilai ulangan tertinggi, dan
c. jumlah siswa yang memperoleh nilai kurang dari 6.

Data tersebut dapat pula disajikan dalam bentuk tabel sebagai berikut.

Tabel 3.1 Nilai Matematika Siswa Kelas IX SMP Harapan Bangsa

Nilai	Turus (*Tally*)	Frekuensi
3	/	1
4	///	3
5	~~////~~ //	7
6	~~////~~ ///	8
7	~~////~~ ~~////~~ /	11
8	~~////~~	5
9	///	3
10	//	2
Jumlah		40

Metode pencatatan data pada Tabel 3.1 disebut cara *tally*, yaitu cara mencatat data pada tabel dengan menggunakan bantuan turus untuk menentukan frekuensi data dari nilai tertentu. Jika kamu pernah menyaksikan kegiatan proses penghitungan suara hasil pemilihan umum maka salah satu cara pencatatan datanya menggunakan cara *tally*.

Tabel yang lazim digunakan untuk menyatakan data yang tersusun pada Tabel 3.1 adalah sebagai berikut.

Tabel 3.2 Nilai Matematika Siswa Kelas IX SMP Harapan Bangsa

Nilai	Frekuensi
3	1
4	3
5	7
6	8
7	11
8	5
9	3
10	2

Bagaimanakah cara membaca Tabel 3.2? Berdasarkan Tabel 3.2, kamu dapat memahami dengan lebih mudah bahwa:

- nilai ulangan Matematika terendah siswa Kelas IX SMP Harapan Bangsa adalah 3,
- nilai ulangan Matematika tertinggi siswa Kelas IX SMP Harapan Bangsa adalah 10, dan
- jumlah siswa Kelas IX SMP Harapan Bangsa yang memperoleh nilai ulangan Matematika kurang dari 6 adalah 7 + 3 + 1 = 11.

Selain itu, kamu dapat memperhatikan pada Tabel 3.2 bahwa:

- pada baris ke-1 : banyaknya siswa Kelas IX SMP Harapan Bangsa yang memperoleh nilai 3 adalah 1 siswa,
- pada baris ke-2 : banyaknya siswa Kelas IX SMP Harapan Bangsa yang memperoleh nilai 4 adalah 3 siswa,
- pada baris ke-3 : banyaknya siswa Kelas IX SMP Harapan Bangsa yang memperoleh nilai 5 adalah 7 siswa,
- pada baris ke-4 : banyaknya siswa Kelas IX SMP Harapan Bangsa yang memperoleh nilai 6 adalah 8 siswa,
- pada baris ke-5 : banyaknya siswa Kelas IX SMP Harapan Bangsa yang memperoleh nilai 7 adalah 11 siswa,
- pada baris ke-6 : banyaknya siswa Kelas IX SMP Harapan Bangsa yang memperoleh nilai 8 adalah 5 siswa,
- pada baris ke-7 : banyaknya siswa Kelas IX SMP Harapan Bangsa yang memperoleh nilai 9 adalah 3 siswa, dan
- pada baris ke-8 : banyaknya siswa Kelas IX SMP Harapan Bangsa yang memperoleh nilai 10 adalah 2 siswa.

Pada Tabel 3.2, kamu tentu dapat memahami bahwa setiap baris pada kolom nilai hanya terdiri dari satu nilai. Dalam hal ini, Tabel 3.2 dinamakan *tabel sebaran frekuensi data tunggal*. Adapun jika suatu tabel yang setiap baris pada satu kolom nilai datanya tidak hanya terdiri dari satu nilai data maka dinamakan *tabel sebaran frekuensi data berkelompok*. Berikut adalah uraian selengkapnya.

2) *Tabel Sebaran Frekuensi Data Berkelompok*

Ada kalanya kamu harus menyusun tabel dari data yang cukup banyak. Misalnya, data nilai Matematika 80 siswa Kelas IX suatu SMP pada ulangan blok adalah sebagai berikut.

79	49	48	74	81	98	87	80	63	60
83	81	70	74	99	95	80	59	71	77
82	60	67	89	63	76	63	88	70	66
88	79	75	80	84	90	70	91	93	82
78	70	71	92	38	56	81	74	73	68
72	85	51	65	93	83	86	90	31	83
73	74	43	86	88	92	93	76	71	90
72	67	75	80	91	61	72	97	91	88

Berdasarkan data tersebut, diperoleh bahwa data terbesar adalah 99 dan data terkecil adalah 31. Dengan demikian, selisih antara data terbesar dan data terkecil adalah 68. Oleh karena itu, jika data tersebut disusun dalam *tabel sebaran frekuensi data tunggal* maka akan memerlukan 68 baris sehingga tabel menjadi tidak efisien karena terlalu banyak baris yang diperlukan. Supaya tabel tetap efisien maka disusun *tabel sebaran frekuensi data berkelompok*. Cara menyusun tabel sebaran frekuensi data berkelompok adalah sebagai berikut.

1. Hitunglah jangkauan data.

   Jangkauan = data terbesar – data terkecil

2. Tentukan banyaknya baris (kelas) yang diinginkan. Banyaknya kelas biasanya antara 5 - 15.
3. Hitunglah lebar kelas.

   $$\text{Lebar kelas} = \frac{\text{Jangkauan}}{\text{Banyaknya kelas}}$$

4. Susunlah kelas-kelas dari kelas yang terkecil sampai kelas yang terbesar.
   Misalnya, untuk data di atas dipilih banyaknya baris (kelas) adalah 7 maka lebar kelasnya ditentukan dengan cara berikut.

$$\begin{aligned}\text{Jangkauan} &= \text{data terbesar} - \text{data terkecil}\\ &= 99 - 31\\ &= 68\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{Lebar kelas} &= \frac{\text{Jangkauan}}{\text{Banyaknya kelas}}\\ &= \frac{68}{7}\\ &= 9{,}71\end{aligned}$$

Berarti, jangkauan data di atas adalah 68 dan banyaknya kelas adalah 7. Akibatnya, lebar kelas adalah 9,71 (dibulatkan menjadi 10). Selanjutnya, disusun kelas-kelas dari kelas yang terkecil sampai kelas yang terbesar sebagai berikut.

Kelas ke-1 : 31 - 40,
Kelas ke-2 : 41 - 50,
Kelas ke-3 : 51 - 60,
Kelas ke-4 : 61 - 70,
Kelas ke-5 : 71 - 80,
Kelas ke-6 : 81 - 90, dan
Kelas ke-7 : 91 - 100.

Tabel sebaran frekuensi data berkelompok untuk data di atas adalah sebagai berikut.

Tabel 3.3 Nilai Ulangan Blok 80 Siswa Kelas IX

Nilai	Turus (*Tally*)	Frekuensi
31 - 40	//	2
41 - 50	///	3
51 - 60	~~////~~	5
61 - 70	~~////~~ ~~////~~ ///	13
71 - 80	~~////~~ ~~////~~ ~~////~~ ~~////~~ ////	24
81 - 90	~~////~~ ~~////~~ ~~////~~ ~~////~~ /	21
91 - 100	~~////~~ ~~////~~ //	12
	Jumlah	80

Perhatikan Tabel 3.3. Pada kelas (31 - 40), 31 dinamakan *batas bawah kelas* dan 40 dinamakan *batas atas kelas*. Dapatkah kamu menyebutkan batas bawah kelas dan batas atas kelas untuk kelas-kelas yang lain dalam Tabel 3.3. tersebut?

Jika tingkat ketelitian data merupakan data satuan (nol angka di belakang koma) maka *tepi bawah kelas adalah batas bawah kelas dikurang* 0,5 dan *tepi atas kelas adalah batas atas kelas ditambah* 0,5. Sebagai contoh, pada kelas (41 - 50) maka:

Tepi bawah kelas = batas bawah kelas – 0,5
= 41 – 0,5
= 40,5
Tepi atas kelas = batas atas kelas + 0,5
= 50 + 0,5
= 50,5

Adapun jika tingkat ketelitian data hingga satu desimal (satu angka di belakang koma) maka *tepi bawah kelas adalah batas bawah kelas dikurang* 0,05 dan *tepi atas kelas adalah batas atas kelas ditambah* 0,05.

Tabel yang lazim digunakan untuk menyatakan data yang tersusun pada Tabel 3.3 adalah sebagai berikut.

Tabel 3.4 : Nilai Ulangan Blok 80 Siswa Kelas IX

Nilai	Frekuensi
31 - 40	2
41 - 50	3
51 - 60	5
61 - 70	13
71 - 80	24
81 - 90	21
91 - 100	12
Jumlah	80

Kelas (61 - 70) pada Tabel 3.4 dapat dibaca sebagai berikut. Banyaknya siswa Kelas IX yang memperoleh nilai ulangan blok pada interval (31 - 40) adalah 2. Banyaknya siswa Kelas IX yang memperoleh nilai ulangan blok pada interval (51 - 60) adalah 5. Adapun banyaknya siswa Kelas IX yang memperoleh nilai ulangan blok pada interval (61 - 70) adalah 13 siswa. Dari data dapat dilihat bahwa nilai ulangan blok pada interval (61 - 70) adalah

61 63 63 63 65 66 67 67 68 70 70 70 70

Jadi, terdapat 13 siswa yang memperoleh nilai pada interval (61 - 70).

Latihan 3.2

1. Berikut adalah data mengenai lama perjalanan (dalam menit) yang diperlukan oleh 40 siswa dari rumah ke sekolah.

20	25	20	30	15	10	10	5	5	10
25	30	20	15	10	10	15	20	25	30
15	10	15	20	25	25	20	30	15	5
5	20	20	25	15	25	15	10	10	15

   a. Buatlah tabel sebaran frekuensi data tunggalnya.
   b. Berapakah waktu perjalanan paling lama yang diperlukan siswa dari rumah ke sekolah?

2. Data banyaknya koleksi buku dari 36 siswa adalah sebagai berikut.

8	4	5	2	1	12	5	6	5
1	1	5	6	4	2	3	8	9
10	11	9	5	5	4	2	3	10
9	6	7	7	6	5	5	4	11

   a. Buatlah tabel sebaran frekuensi data tunggalnya.
   b. Berapakah jumlah buku terbanyak dalam koleksi buku ketiga puluh enam siswa tersebut?

3. Pada suatu *class meeting* diadakan pertandingan bola basket dengan perolehan skor tim-tim pemenang sebagai berikut.

64	63	67	65	66	64	66	63	65
65	67	69	68	68	67	66	65	64
70	68	65	64	69	65	66	68	71

   a. Buatlah tabel sebaran frekuensi data tunggalnya.
   b. Berapakah skor terendah tim pemenang yang diperoleh dalam *class meeting* tersebut?

4. Data tinggi badan 40 siswa adalah sebagai berikut.

143	164	152	151	165	167	172	145	153	162
160	157	153	146	149	154	155	168	170	156
152	154	171	163	165	166	153	149	145	160
155	153	152	148	147	162	165	165	169	148

   Buatlah tabel sebaran frekuensi data berkelompok dengan lebar kelas adalah 5 dan dimulai dari 143 (data yang terkecil).

5. Nilai ulangan umum Matematika 80 siswa Kelas IX adalah sebagai berikut.

68	50	54	82	74	69	46	42	94	96
46	59	58	64	67	78	76	41	96	71
59	71	70	59	68	67	49	82	85	81
78	76	58	59	67	62	63	68	94	79
80	58	75	59	64	69	78	51	56	85
57	96	68	63	75	72	80	54	55	68
68	87	74	91	58	48	68	75	72	70
67	68	74	72	75	59	58	67	81	92

   Buatlah tabel sebaran frekuensi data berkelompok dari data tersebut dengan lebar kelas yang sesuai.

b. *Penyajian Data dalam Bentuk Diagram*

Pernahkan kamu memperhatikan penyajian data dalam bentuk diagram batang, diagram garis, atau diagram lingkaran di media cetak atau dalam acara-acara di media elektronik? Setelah kamu memahami penyajian data dalam bentuk tabel, berikut akan diuraikan penyajian data dalam bentuk diagram, serta cara membaca dan membuatnya.

1) *Diagram Batang*

Penyajian data dalam bentuk batang atau balok yang digambarkan secara tegak atau mendatar disebut *diagram batang*. Setiap batang mewakili data tertentu, sedangkan tinggi batang (panjang batang) sesuai dengan frekuensi dari setiap data.

Berikut diberikan contoh data penjualan buah-buahan di sebuah pasar tradisional yang disajikan dengan diagram batang secara mendatar.

Sumber: *bio.fsu.edu*

Gambar 3.4
Data hasil penjualan buah-buahan dapat disajikan dengan diagram batang.

Diagram Batang Penjualan Buah-buahan dalam Dua Hari

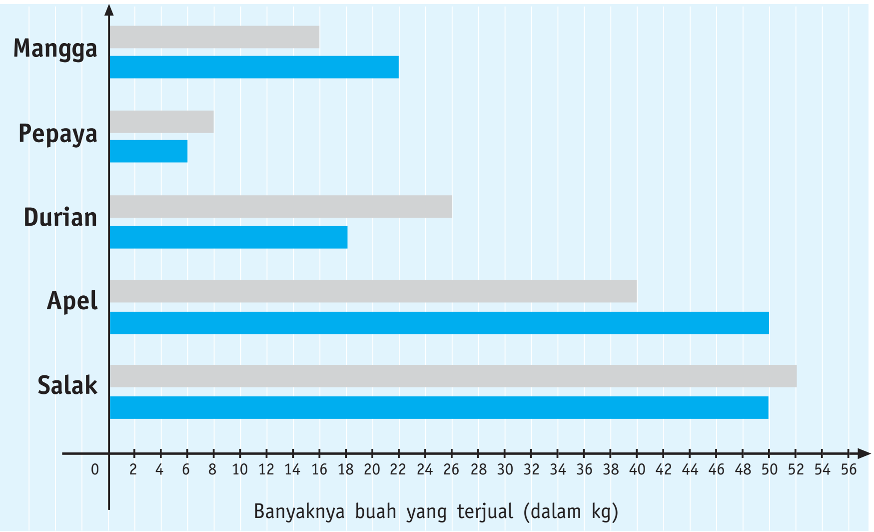


Diagram 3.1

Adapun untuk diagram batang penjualan buah-buahan dalam dua hari secara tegak adalah seperti gambar berikut.

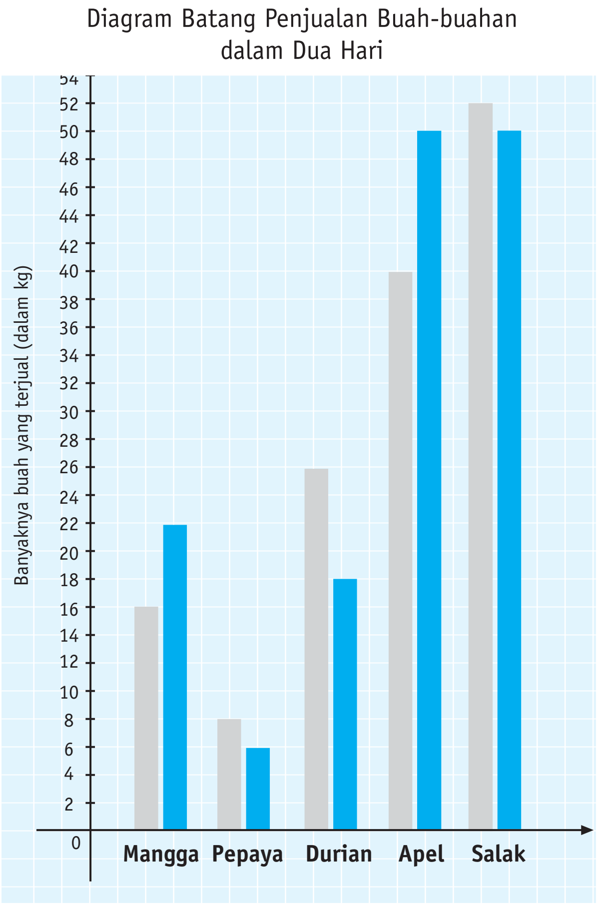


Diagram 3.2

Pada Diagram 3.2 dapat dibaca sebagai berikut. Coba kamu perhatikan batang yang mewakili buah apel. Tinggi batang tersebut pada hari pertama adalah 40. Artinya, penjualan buah apel pada hari pertama sebanyak 40 kg. Adapun tinggi batang yang mewakili buah apel pada hari kedua adalah 50. Artinya, penjualan buah apel pada hari kedua sebanyak 50 kg. Dapatkah kamu menginterpretasikan untuk buah-buah yang lain?

2) *Diagram Garis*

Diagram garis biasanya digunakan untuk menyajikan data yang pengamatannya dilakukan dari waktu ke waktu secara teratur. Misalnya, penimbangan berat badan seseorang yang dilakukan setiap tahun. Contoh datanya adalah seperti pada tabel berikut.

Tabel 3.5

Tahun	2003	2004	2005	2006	2007
Berat Badan (dalam kg)	68	70	74	74	73

Diagram garis untuk data pada Tabel 3.5 adalah tertera pada Diagram 3.3.

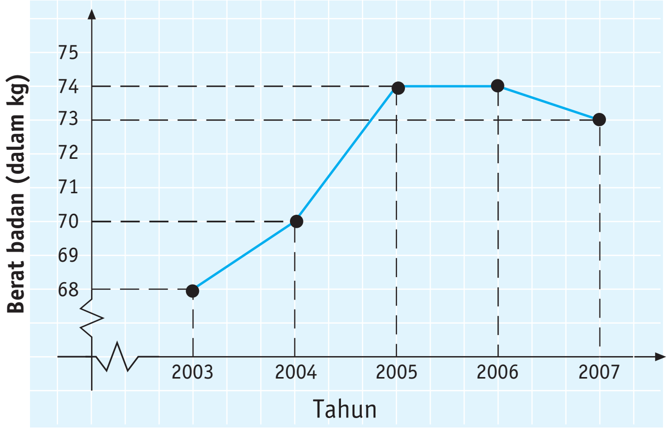


Diagram 3.3

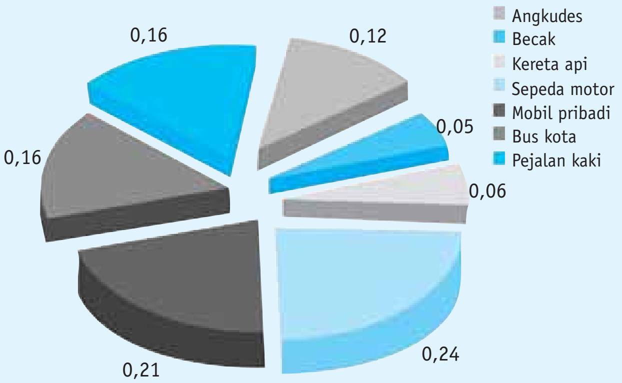
Perhatikan Diagram 3.3. Pada sumbu tahun, untuk angka 2004 menunjukkan skala 70 pada sumbu berat badan. Artinya, pada tahun 2004 berat badan seseorang tersebut adalah 70 kg. Coba kamu interpretasikan berat badan seseorang tersebut pada tahun-tahun yang lain.

3) *Diagram Lingkaran*

Diagram lingkaran merupakan salah satu teknik penyajian data berbentuk lingkaran. Diagram lingkaran dibuat dengan cara membagi sebuah lingkaran menjadi juring-juring sesuai dengan perbandingan antara nilai setiap data dan nilai secara keseluruhan. Untuk lebih menarik perhatian, diagram lingkaran kadang-kadang dibuat bentuk kue sehingga disebut diagram kue.

Contoh Soal 3.2

1. Perhatikan data sarana tranportasi yang digunakan 100 siswa SMP berikut.



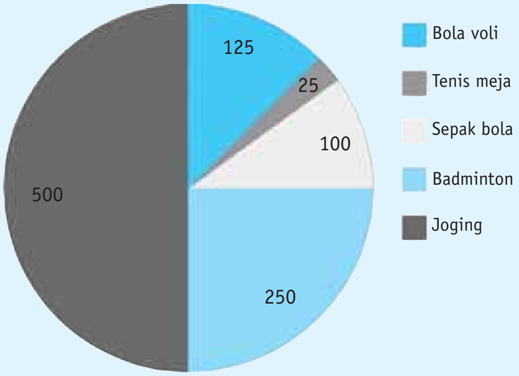
Bagaimanakah cara membaca diagram lingkaran tersebut?

Penyelesaian :

Cara membaca diagram lingkaran untuk data di atas adalah sebagai berikut.

- Banyaknya pengguna sepeda motor adalah 0,24 × 100 siswa = 24 siswa.
- Banyaknya pengguna mobil pribadi adalah 0,21 × 100 siswa = 21 siswa.
- Banyaknya pejalan kaki adalah 0,16 × 100 siswa = 16 siswa.
- Banyaknya pengguna bus kota adalah 0,16 × 100 siswa = 16 siswa.
- Banyaknya pengguna angkudes adalah 0,12 × 100 siswa = 12 siswa.
- Banyaknya pengguna becak adalah 0,05 × 100 siswa = 5 siswa.
- Banyaknya pengguna kereta api adalah 0,06 × 100 siswa = 6 siswa.

2. Perhatikan diagram lingkaran yang menggambarkan kebiasaan olahraga dari 1.000 orang di samping.



a. Bagaimanakah persentase kebiasaan olahraga dari 1.000 orang tersebut?
b. Bagaimanakah cara menggambar diagram lingkaran tersebut?

Penyelesaian :

a. Persentase kebiasaan olahraga dari 1.000 orang tersebut adalah sebagai berikut.

- Persentase olahraga sepak bola adalah $\frac{100}{1.000} \times 100\% = 10\%$.
- Persentase olahraga badminton adalah $\frac{250}{1.000} \times 100\% = 25\%$.
- Persentase olahraga joging adalah $\frac{500}{1.000} \times 100\% = 50\%$.
- Persentase olahraga bola voli adalah $\frac{125}{1.000} \times 100\% = 12,5\%$.
- Persentase olahraga tenis meja adalah $\frac{25}{1.000} \times 100\% = 2,5\%$.

b. Cara menggambar diagram lingkaran tersebut dapat dilakukan dengan menentukan besar sudut pusat untuk masing-masing juring seperti pada tabel berikut.

Ingat Kembali

Besar sudut satu lingkaran adalah 360°.

Jenis Olahraga	Perhitungan Besar Sudut Pusat	Besar Sudut Pusat
Sepak bola	$\frac{100}{1.000} \times 360^{\circ}$	36°
Badminton	$\frac{250}{1.000} \times 360^{\circ}$	90°
Joging	$\frac{500}{1.000} \times 360^{\circ}$	180°
Bola voli	$\frac{125}{1.000} \times 360^{\circ}$	45°
Tenis meja	$\frac{25}{1.000} \times 360^{\circ}$	9°

Kamu telah memahami panyajian data dalam bentuk diagram batang dan diagram garis. Penyajian data dengan diagram batang dan diagram garis tersebut digunakan untuk menyajikan data dari sebaran frekuensi data tunggal. Bagaimanakah penyajian data dari sebaran frekuensi data berkelompok? Berikut akan diperkenalkan penyajian data dari sebaran frekuensi data berkelompok dalam bentuk *histogram* dan *poligon* .

4) *Histogram dan Poligon*

Histogram adalah penyajian data dari sebaran frekuensi data berkelompok dalam bentuk persegi panjang, dengan sisi-sisi yang berdekatan saling berimpitan. Lebar persegi panjang menyatakan lebar kelas dari sebaran frekuensi data berkelompok dan panjang persegi panjang menyatakan frekuensi kelas dari sebaran frekuensi data berkelompok. Adapun *poligon* adalah diagram garis dari titik tengah kelas dari sebaran frekuensi data berkelompok. Berikut adalah langkah-langkah dalam membuat histogram dan poligon.

1. Menyusun tabel sebaran frekuensi data berkelompok.
2. Menentukan tepi bawah kelas, tepi atas kelas, dan titik tengah kelas.

$$\text{Titik tengah kelas} = \frac{\text{tepi bawah kelas} + \text{tepi atas kelas}}{2}$$

Untuk histogram, buatlah diagram batang dari setiap kelas dengan lebar diagram batang adalah antara tepi bawah kelas dan tepi atas kelas dan tinggi diagram batang sesuai dengan frekuensi setiap kelas.

Untuk poligon, buatlah diagram garis dari titik tengah setiap kelas sesuai dengan frekuensi setiap kelas.

Contoh Soal 3.3

Buatlah histogram dan poligon dari data nilai Matematika 80 siswa Kelas IX suatu SMP pada ulangan blok berikut.

79	49	48	74	81	98	87	80	63	60
83	81	70	74	99	95	80	59	71	77
82	60	67	89	63	76	63	88	70	66
88	79	75	80	84	90	70	91	93	82
78	70	71	92	38	56	81	74	73	68
72	85	51	65	93	83	86	90	31	83
73	74	43	86	88	92	93	76	71	90
72	67	75	80	91	61	72	97	91	88

Penyelesaian :

1. Tabel sebaran frekuensi data berkelompok dari data tersebut adalah sebagai berikut.

Kelas	Frekuensi
31 - 40	2
41 - 50	3
51 - 60	5
61 - 70	13
71 - 80	24
81 - 90	21
91 - 100	12

2. Tepi bawah kelas, tepi atas kelas, dan titik tengah kelas adalah sebagai berikut.

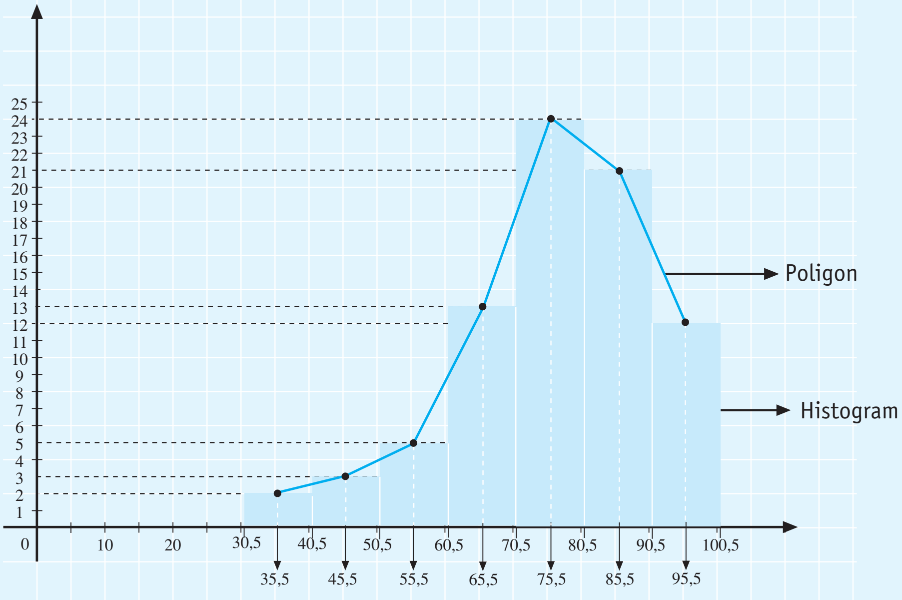
- Tepi bawah kelas (31 - 40) : 31 – 0,5 = 30,5
- Tepi bawah kelas (41 - 50) : 41 – 0,5 = 40,5
- Tepi bawah kelas (51 - 60) : 51 – 0,5 = 50,5
- Tepi bawah kelas (61 - 70) : 61 – 0,5 = 60,5
- Tepi bawah kelas (71 - 80) : 71 – 0,5 = 70,5
- Tepi bawah kelas (81 - 90) : 81 – 0,5 = 80,5
- Tepi bawah kelas (91 - 100) : 91 – 0,5 = 90,5

- Tepi atas kelas (31 - 40) : 40 + 0,5 = 40,5
- Tepi atas kelas (41 - 50) : 50 + 0,5 = 50,5
- Tepi atas kelas (51 - 60) : 60 + 0,5 = 60,5
- Tepi atas kelas (61 - 70) : 70 + 0,5 = 70,5
- Tepi atas kelas (71 - 80) : 80 + 0,5 = 80,5
- Tepi atas kelas (81 - 90) : 90 + 0,5 = 90,5
- Tepi atas kelas (91 - 100) : 100 + 0,5 = 100,5

- Titik tengah kelas (31 - 40) : $\frac{30,5+40,5}{2} = 35,5$
- Titik tengah kelas (41 - 50) : $\frac{40,5+50,5}{2} = 45,5$
- Titik tengah kelas (51 - 60) : $\frac{50,5+60,5}{2} = 55,5$
- Titik tengah kelas (61 - 70) : $\frac{60,5+70,5}{2} = 65,5$
- Titik tengah kelas (71 - 80) : $\frac{70,5+80,5}{2} = 75,5$
- Titik tengah kelas (81 - 90) : $\frac{80,5+90,5}{2} = 85,5$
- Titik tengah kelas (91 - 100) : $\frac{90,5+100,5}{2} = 95,5$

Kelas	Tepi Bawah Kelas	Titik Tengah Kelas	Tepi Atas Kelas	Frekuensi
31 – 40	30,5	35,5	40,5	2
41 – 50	40,5	45,5	50,5	3
51 – 60	50,5	55,5	60,5	5
61 – 70	60,5	65,5	70,5	13
71 – 80	70,5	75,5	80,5	24
81 – 90	80,5	85,5	90,5	21
91 – 100	90,5	95,5	100,5	12

Histogram dan poligon dari data nilai Matematika 80 siswa Kelas IX suatu SMP pada ulangan blok tersebut adalah sebagai berikut.



Latihan 3.3

1. Data makanan favorit siswa suatu kelas adalah seperti pada tabel berikut.

No	Jenis Makanan	Banyaknya Siswa
1.	Bakso	15
2.	Batagor	20
3.	Mi Ayam	5

a. Buatlah diagram batang dari data tersebut.
b. Buatlah diagram lingkaran dari data tersebut.

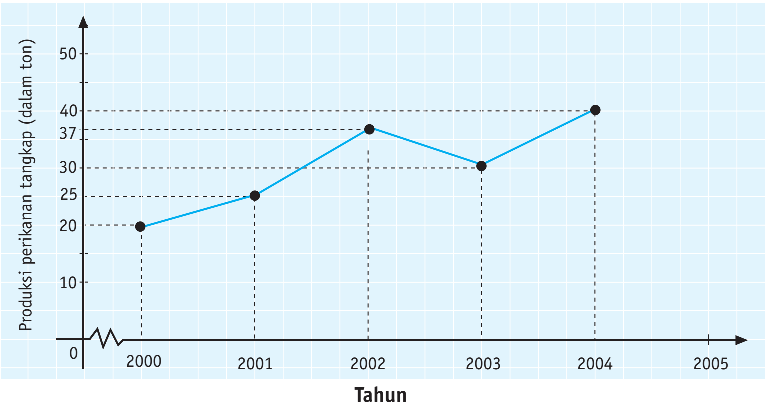
2. Perkembangan pembangunan perumahan pada suatu daerah kabupaten dari tahun ke tahun disajikan dalam tabel berikut.

Tahun	2000	2001	2002	2003	2004	2005
Banyaknya Pembangunan Perumahan (dalam unit)	500	600	850	900	2.500	1.500

Berdasarkan data tersebut,
a. buatlah diagram batangnya,
b. buatlah diagram garisnya, dan
c. pada tahun berapakah terjadi perkembangan pembangunan yang paling pesat?

3. Berikut adalah diagram produksi perikanan tangkap di suatu daerah (dalam ton) tahun 2000-2005.

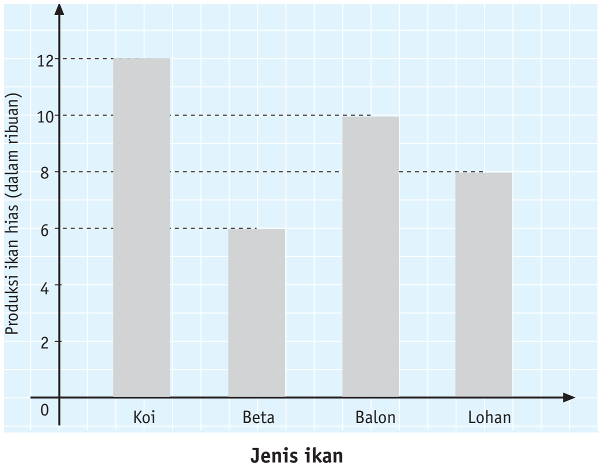
Diagram Garis Produksi Perikanan Tangkap Tahun 2000-2005



   a. Pada tahun berapakah produksi perikanan tangkap di daerah tersebut paling sedikit?
   b. Buatlah tabel sebaran frekuensi data perikanan tangkap di daerah tersebut.
   c. Buatlah diagram batang dari data tersebut.

4. Data produksi ikan hias (dalam ribuan) di suatu pembenihan ikan dalam satu bulan disajikan pada diagram batang di samping.
   a. Buatlah tabel sebaran frekuensi data tersebut.
   b. Buatlah diagram lingkarannya.

Diagram Batang Produksi Ikan Hias



5. Nilai ulangan umum Matematika 80 siswa Kelas IX adalah sebagai berikut.

68	50	54	82	74	69	46	42	94	96
46	59	58	64	67	78	76	41	96	71
59	71	70	59	68	67	49	82	85	81
78	76	58	59	67	62	63	68	94	79
80	58	75	59	64	69	78	51	56	85
57	96	68	63	75	72	80	54	55	68
68	87	74	91	58	48	68	75	72	70
67	68	74	72	75	59	58	67	81	92

Buatlah histogram dan poligon dari data tersebut.

3. Ukuran Pemusatan Data Tunggal

Kamu telah mempelajari cara penyajian data supaya mudah dibaca dan dipahami. Berdasarkan penyajian data tersebut, kamu dapat menentukan nilai tertinggi dan terendah dari suatu data. Bagaimanakah jika kamu ingin mengetahui rata-rata atau nilai tengah suatu data? Kali ini, kamu akan mempelajari ukuran pemusatan data yang meliputi rata-rata, modus, dan median.

a. *Rata-Rata (Mean)*

Ibu Minah adalah seorang penjual daging ayam potong di pasar. Selain itu, dia juga menjual telur ayam ras. Barang dagangan yang terjual (dalam kg) dalam seminggu tampak pada tabel berikut.

Tabel 3.6 : Barang Dagangan yang Terjual dalam Seminggu (dalam kg)

	Senin	Selasa	Rabu	Kamis	Jumat	Sabtu	Minggu
Daging Ayam	50	40	25	35	55	65	80
Telur	20	30	15	40	50	42	55

a. Berapa kilogramkah rata-rata daging ayam potong yang terjual setiap hari?
b. Berapa kilogramkah rata-rata telur yang terjual setiap hari?

Untuk menghitung rata-rata ayam potong yang terjual setiap hari dalam kurun waktu satu minggu, kamu harus menghitung jumlah keseluruhan ayam potong yang terjual dalam seminggu dibagi banyak hari dalam seminggu terlebih dahulu. Begitu juga untuk menghitung rata-rata telur yang terjual setiap hari dalam kurun waktu satu minggu, kamu harus menghitung jumlah keseluruhan telur yang terjual dalam seminggu dibagi banyak hari dalam seminggu terlebih dahulu. Oleh karena itu, untuk data pada Tabel 3.6 diperoleh:

a. Rata-rata ayam potong yang terjual setiap hari dihitung sebagai berikut.

$$\begin{aligned}\bar{x} &= \frac{50+40+25+35+55+65+80}{7}\\ &= \frac{350}{7}\\ &= 50\end{aligned}$$

Jadi, rata-rata ayam potong yang terjual setiap hari adalah 50 kg. Adapun rata-rata telur yang terjual setiap hari dihitung sebagai berikut.

$$\begin{aligned}\bar{x} &= \frac{20+30+15+40+50+42+55}{7}\\ &= \frac{252}{7}\\ &= 36\end{aligned}$$

Jadi, rata-rata telur yang terjual setiap hari adalah 36 kg.

Bagaimanakah menghitung rata-rata jika data disajikan dalam tabel sebaran frekuensi data tunggal?

Contoh Soal 3.4

Misalnya, data nilai ulangan harian Matematika seorang siswa pada suatu periode seperti pada tabel berikut.

Tabel Nilai Matematika

Nilai (x_i)	3	4	5	6	7	8	9	10
Frekuensi (f_i)	2	3	7	10	8	5	3	2

Nilai rata-rata Matematika pada ulangan tersebut dapat dihitung dengan cara sebagai berikut.

$$\begin{aligned}\bar{x} &= \frac{(2\times3)+(3\times4)+(7\times5)+(10\times6)+(8\times7)+(5\times8)+(3\times9)+(2\times10)}{2+3+7+10+8+5+3+2}\\ &= \frac{6+12+35+60+56+40+27+20}{40}\\ &= \frac{256}{40}\\ &= 6,4\end{aligned}$$

Jadi, nilai rata-rata ulangan harian Matematika siswa tersebut adalah 6,4.

Dari contoh tersebut, dapat disimpulkan sebagai berikut.

Jika diketahui data tunggal sebagai berikut.
$x_1, x_2, ..., x_n$, dengan x_1 = data ke–1, x_2 = data ke–2, ..., x_n = data ke–n maka rata-rata (*mean*) data tersebut dapat dicari dengan rumus berikut.

$$\begin{aligned}\bar{x} &= \frac{x_1 + x_2 + \ldots + x_n}{n}\\ &= \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}\text{, dengan } n \text{ menyatakan banyaknya data.}\end{aligned}$$

Jika data dalam tabel sebaran frekuensi data tunggal maka:

$$\begin{aligned}\bar{x} &= \frac{f_1x_1 + f_2x_2 + \ldots + f_kx_k}{f_1 + f_2 + \ldots + f_k}\\ &= \frac{\sum_{i=1}^{k} f_ix_i}{\sum_{i=1}^{k} f_i}\\ &= \frac{\sum_{i=1}^{k} f_ix_i}{n}\end{aligned}$$

dengan x_i menyatakan data ke–i, $n = \sum_{i=1}^{k} f_i$ menyatakan banyaknya data, dan f_i menyatakan frekuensi data ke–i. Dengan i = 1, 2, ..., k.

b. Modus

Untuk memahami pengertian modus, perhatikan beberapa masalah berikut.

Masalah 1

Data tinggi badan 10 pemain basket (dalam cm) yang akan bertanding adalah sebagai berikut.

170 175 172 173 175 176 175 177 180 178

Dari data tersebut, ukuran tinggi badan yang paling banyak dimiliki oleh pemain basket adalah 175 cm, yaitu terdapat 3 pemain yang mempunyai tinggi badan 175 cm. Dengan demikian, dikatakan bahwa *modus* tinggi badan pemain adalah 175 cm.

Masalah 2

Perhatikan data nilai Matematika siswa pada tabel berikut.

Tabel 3.7 : Nilai Matematika

Nilai (x_i)	3	4	5	6	7	8	9	10
Frekuensi (f_i)	2	3	7	10	8	5	3	2

Berapakah nilai yang paling sering diperoleh siswa? Ternyata, nilai yang paling sering diperoleh siswa adalah 6. Pada Tabel 3.7 terdapat 10 siswa yang memperoleh nilai 6. Dalam hal ini, dikatakan bahwa *modus* dari data tersebut adalah 6.

Masalah 3

Berikut adalah data jenis makanan favorit siswa.

Tabel 3.8 : Jenis Makanan Favorit

No.	Jenis makanan	Banyak siswa
1.	Bakso	12
2.	Batagor	16
3.	Mi Ayam	4

Jenis makanan apakah yang paling banyak disukai siswa? Dari Tabel 3.8 terlihat bahwa makanan yang paling banyak disukai siswa adalah batagor. Dengan demikian, dikatakan bahwa *modus* dari data tersebut adalah *batagor*.

Sumber: *hanycraff.com*

Gambar 3.5
Makanan yang paling banyak penggemarnya merupakan modus dalam daftar makanan favorit.

Masalah 4

Data uang saku siswa Kelas IX SMP Harapan Bangsa dalam sehari adalah seperti pada tabel berikut.

Tabel 3.9 : Uang Saku Siswa Kelas IX SMP Harapan Bangsa

Uang saku (dalam rupiah) (x_i)	5.000	5.500	6.000	6.500	7.000	7.500	8.000
Frekuensi (f_i)	5	3	8	7	8	3	6

Dari Tabel 3.9 terlihat ada dua data yang frekuensinya tertinggi, yaitu Rp6.000,00 dan Rp7.000,00. Dengan demikian, dikatakan bahwa *modus* dari uang saku siswa adalah Rp6.000,00 dan Rp7.000,00.

Berdasarkan beberapa contoh tadi, apa yang dapat kamu simpulkan mengenai modus?

- Modus adalah data yang paling sering muncul atau data yang frekuensinya terbesar.
- Modus suatu data dapat lebih dari satu.
- Modus dapat berupa bilangan atau bukan bilangan.

c. *Median*

Untuk menentukan median, data harus diurutkan dari data terkecil terlebih dahulu. Setelah data diurutkan dari data terkecil maka *data yang terletak di tengah* disebut *median* .

Contoh Soal 3.5

1. Data berat badan 11 pemain sepak bola (dalam kg) adalah sebagai berikut.

   77 75 69 65 80 70 85 82 73 79 74

   Setelah data diurutkan dari data terkecil, hasilnya adalah sebagai berikut.

   65 69 70 73 74 75 77 79 80 82 85

   Ternyata, data yang terletak di tengah terdapat pada data ke-6, yaitu 75.
   Jadi, *mediannya* adalah 75.

2. Data tinggi badan 6 pemain voli putri (dalam cm) adalah sebagai berikut.

   160 155 165 168 157 163

   Setelah data diurutkan dari data terkecil, hasilnya adalah sebagai berikut.

   155 157 160 163 165 168

   Ternyata data yang terletak ditengah terdapat di antara data ke-3 (160) dan data ke-4 (163).

   Oleh karena data yang ada di tengah ada dua maka mediannya adalah jumlah data yang di tengah dibagi dua. Jadi, mediannya adalah

   $$\frac{160+163}{2}=161,5.$$

3. Untuk data yang tersusun dalam tabel sebaran frekuensi data tunggal berikut, tentukan mediannya.

Tabel Nilai Matematika Siswa

Nilai (x_i)	3	4	5	6	7	8	9	10
Frekuensi (f_i)	2	3	7	10	8	5	3	2

Pada tabel tersebut banyak siswa (jumlah seluruh frekuensi) adalah 40. Setelah data diurutkan dari data terkecil, diperoleh bahwa data yang di tengah adalah data yang terletak di antara data ke-20 dan data ke-21. Jadi, mediannya adalah

$$\frac{(\text{data ke-}20) + (\text{data ke-}21)}{2} = \frac{6+6}{2}$$
$$= 6.$$

Berikut adalah tahapan-tahapan untuk menentukan median.

1. Data diurutkan dari data terkecil.
2. Jika banyaknya data ganjil maka:

   $$\text{Median} = \text{data ke-}\left(\frac{n+1}{2}\right)$$

   dengan n menyatakan banyaknya data.
3. Jika banyaknya data genap maka:

   $$\text{Median} = \frac{(\text{data ke-}\left(\frac{n}{2}\right)) + (\text{data ke-}\left(\frac{n}{2}+1\right))}{2}$$

   dengan n menyatakan banyaknya data.

Latihan 3.4

1. Diketahui data kecepatan lari dari sembilan atlet (dalam m/dt) adalah sebagai berikut.

   5 2 3 6 4 4 3 3 5

   a. Tentukan rata-rata kecepatan lari sembilan atlet tersebut.
   b. Tentukan modusnya.
   c. Tentukan mediannya.
2. Data kandungan energi dari dua puluh makanan kemasan (dalam kilo kalori) adalah sebagai berikut.

   145 145 150 140 155 140 160 165 150 155
   155 150 145 140 145 155 160 165 160 155

   a. Hitunglah rata-rata kandungan energinya.
   b. Tentukan modusnya.
   c. Tentukan mediannya.

3. Data keuntungan koperasi sekolah yang dihitung per hari dalam sebulan tersaji dalam tabel berikut.

Keuntungan (dalam rupiah) (x_i)	50.000	60.000	67.000	72.000	75.000	77.500	85.000
Frekuensi (dalam hari) (f_i)	2	3	8	5	4	2	1

   a. Tentukan rata-rata keuntungan koperasi tersebut per hari.
   b. Tentukan modusnya.
   c. Tentukan mediannya.

4. Data nilai ulangan IPA siswa disajikan dalam tabel berikut.

Nilai (x_i)	**Frekuensi (f_i)**
3	2
4	3
5	7
6	8
7	9
8	9
9	4
10	3

   a. Hitunglah rata-rata nilai ulangan IPA siswa tersebut.
   b. Tentukan mediannya.
   c. Tentukan modusnya.

5. Data ukuran sepatu siswa Kelas IX adalah sebagai berikut.

37	38	39	36	37	40	41	37	42	38
38	39	38	37	36	38	42	41	40	38
36	38	39	40	41	42	43	38	39	40
37	40	41	42	38	36	38	41	43	38

   a. Berapakah ukuran sepatu yang menjadi modusnya?
   b. Berapakah ukuran sepatu terbesar?
   c. Berapakah ukuran sepatu terkecil?

B. Peluang

Pernahkah kamu menonton berita tentang prakiraan cuaca di televisi atau membaca rubrik prakiraan cuaca di surat kabar? Misalnya, diinformasikan bahwa Jakarta diperkirakan akan hujan. Apakah Jakarta pasti hujan? Belum pasti, tetapi Jakarta berpeluang tinggi akan hujan. Dari uraian tersebut dapat disimpulkan bahwa *peluang suatu kejadian adalah ukuran kepastian akan terjadinya suatu kejadian* .

Perhitungan peluang akan bermakna jika suatu kejadian belum terjadi. Berikut akan dipelajari pengertian peluang, perhitungan peluang kejadian, dan beberapa istilah yang berkaitan dengan peluang.

1. Percobaan Statistik, Ruang Sampel, dan Titik Sampel

Ketika kamu melakukan percobaan melambungkan satu keping mata uang logam maka hasil yang muncul tidak dapat dipastikan sebelumnya, tetapi kamu mengetahui dengan pasti bahwa hasil yang akan muncul adalah angka (A) atau gambar (G). Percobaan yang dapat diulang dan hasilnya tidak dapat dipastikan sebelumnya, tetapi hasilnya pasti salah satu anggota dari suatu himpunan tertentu disebut *percobaan statistik* atau *percobaan acak*. Himpunan semua hasil yang mungkin dari percobaan statistik disebut *ruang sampel* , disimbolkan dengan S. Setiap anggota dari ruang sampel disebut *titik sampel* .

Contoh Soal 3.6

1. Untuk percobaan melambungkan mata uang logam di atas, tentukan ruang sampel dan titik-titik sampelnya.

   Penyelesaian :

   Ruang sampel dari percobaan melambungkan mata uang logam di atas adalah
   S = {Angka, Gambar} atau dapat dituliskan $S = \{A, G\}$.
   Titik sampelnya adalah angka (A) dan gambar (G).

2. Jika sebuah dadu bersisi enam dan satu keping mata uang logam dilambungkan satu kali, tentukan ruang sampelnya.

   Penyelesaian :

   Untuk menentukan ruang sampelnya, coba kamu perhatikan titik-titik sampelnya pada tabel berikut.

Dadu

		1	2	3	4	5	6
Uang	Angka (A)	(A, 1)	(A, 2)	(A, 3)	(A, 4)	(A, 5)	(A, 6)
Logam	Gambar (G)	(G, 1)	(G, 2)	(G, 3)	(G, 4)	(G, 5)	(G, 6)

Jadi, ruang sampelnya adalah

$S = \{(A, 1), (A, 2), (A, 3), (A, 4), (A, 5), (A, 6), (G, 1), (G, 2), (G, 3), (G, 4), (G, 5), (G, 6)\}$

Keterangan:

(A, 1) artinya pada mata uang muncul angka dan pada dadu muncul 1.

(G, 3) artinya pada mata uang muncul gambar dan pada dadu muncul 3.

2. Kejadian dan Peluang suatu Kejadian

Dalam suatu pertandingan bulu tangkis, untuk menentukan posisi pemain atau menentukan pemain yang akan mendapatkan bola pertama maka wasit melambungkan satu keping mata uang logam sebelum pertandingan dimulai. Seorang pemain diminta untuk memilih angka atau gambar. Misalnya, seorang pemain memilih gambar maka ketika hasil melambungkan satu keping mata uang logam tersebut muncul gambar, dia akan diberi kesempatan pertama untuk memilih posisi atau bola pertama. Dapatkah kamu membantu pemain tersebut untuk menentukan peluang muncul gambar?


Sumber: www.regnow.com

Gambar 3.6
Penentuan bola pertama pada pertandingan bulu tangkis biasanya memanfaatkan ilmu peluang.

Kamu telah mengetahui bahwa dalam percobaan melambungkan satu keping mata uang logam sekali, semua hasil yang mungkin (ruang sampelnya) adalah $S = \{A, G\}$ sehingga banyaknya anggota ruang sampel S adalah $n(S) = 2$.

Dalam percobaan melambungkan mata uang logam tersebut, terdapat beberapa kejadian yang mungkin terjadi, misalnya:

- jika A menyatakan kejadian muncul angka maka $A = \{A\}$ sehingga banyaknya anggota kejadian A adalah $n(A) = 1$,
- jika G menyatakan kejadian muncul gambar maka $G = \{G\}$ sehingga banyaknya anggota kejadian G adalah $n(G) = 1$,
- jika C menyatakan kejadian muncul angka atau gambar maka $C = \{A,G\}$ sehingga banyaknya anggota kejadian C adalah $n(C) = 2$, dan
- jika D menyatakan kejadian tidak muncul angka ataupun gambar maka $D = \{\ \}$ sehingga banyaknya anggota kejadian D adalah $n(D) = 0$.

Ingat Kembali

Jika diberikan himpunan A maka banyaknya anggota himpunan A dinotasikan dengan n (A).

Peluang terjadinya kejadian A dituliskan dengan $P(A)$ didefenisikan sebagai:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$$

dengan $n(A)$ menyatakan banyaknya anggota kejadian A, dan $n(S)$ menyatakan banyaknya anggota ruang sampel S atau banyaknya titik sampel dari S.

Dengan demikian, pada percobaan melambungkan satu keping mata uang logam tersebut maka peluang muncul gambar adalah

$$\begin{aligned} P(G) &= \frac{n(G)}{n(S)} \\ &= \frac{1}{2}. \end{aligned}$$

Jadi, peluang pemain tersebut berkesempatan memilih posisi atau mendapatkan bola pertama adalah $\frac{1}{2}$. Bagaimanakah peluang kejadian lainnya?

Peluang muncul angka adalah

$$\begin{aligned} P(A) &= \frac{n(A)}{n(S)} \\ &= \frac{1}{2}. \end{aligned}$$

Peluang muncul angka atau gambar adalah

$$\begin{aligned} P(C) &= \frac{n(C)}{n(S)} \\ &= \frac{2}{2} \\ &= 1. \end{aligned}$$

Peluang tidak muncul angka ataupun gambar adalah

$$\begin{aligned} P(D) &= \frac{n(D)}{n(S)} \\ &= \frac{0}{2} \\ &= 0. \end{aligned}$$

Dalam percobaan melambungkan mata uang logam tersebut, hasil yang mungkin muncul dapat dipastikan adalah angka atau gambar sehingga dari perhitungan di atas *peluang muncul angka atau gambar adalah* 1. Adapun sebaliknya, dalam percobaan tersebut mustahil tidak muncul angka ataupun gambar sehingga *peluang tidak muncul angka ataupun gambar adalah* 0.

Contoh Soal 3.7

Sebuah dadu bersisi enam dilambungkan, tentukan:

a. peluang muncul mata dadu 4,
b. peluang muncul mata dadu bilangan prima,
c. peluang muncul mata dadu bilangan ganjil,
d. peluang muncul mata dadu 7,
e. peluang muncul mata dadu 1 atau 2 atau 3 atau 4 atau 5 atau 6, dan
f. peluang muncul mata dadu bukan 4.

Penyelesaian :

Pada percobaan melambungkan dadu bermata enam, ruang sampelnya adalah $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$. Oleh karena itu, banyaknya titik sampel adalah $n(S) = 6$.

a. Misalnya, A adalah kejadian muncul mata dadu 4 maka $A = \{4\}$. Oleh karena itu, banyaknya anggota kejadian A adalah $n(A) = 1$.

Jadi, peluang muncul mata dadu 4 adalah

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$$

$$= \frac{1}{6}.$$

Sumber: *www.budgetstockphoto.com*

b. Misalnya, B adalah kejadian muncul mata dadu bilangan prima maka $B = \{2, 3, 5\}$. Oleh karena itu, banyaknya anggota kejadian B adalah $n(B) = 3$ Jadi, peluang muncul mata dadu bilangan prima adalah

$$P(B) = \frac{n(B)}{n(S)}$$

$$= \frac{3}{6}$$

$$= \frac{1}{2}.$$

c. Misalnya, C adalah kejadian muncul mata dadu bilangan ganjil maka $C = \{1, 3, 5\}$. Oleh karena itu, banyaknya anggota kejadian C adalah $n(C) = 3$. Jadi, peluang muncul mata dadu bilangan ganjil adalah

$$P(C) = \frac{n(C)}{n(S)}$$

$$= \frac{3}{6}$$

$$= \frac{1}{2}.$$

d. Misalnya, D adalah kejadian muncul mata dadu 7 maka $D = \{\ \}$. Oleh karena itu, banyaknya anggota kejadian D adalah $n(D) = 0$. Jadi, peluang muncul mata dadu 7 adalah

$$P(D) = \frac{n(D)}{n(S)}$$

$$= \frac{0}{6}$$

$$= 0.$$

e. Misalnya, E adalah kejadian muncul mata dadu 1, 2, 3, 4, 5, atau 6 maka $E = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$. Oleh karena itu, banyaknya anggota kejadian E adalah $n(E) = 6$. Jadi, peluang muncul mata dadu 1, 2, 3, 4, 5, atau 6 adalah

$$P(E) = \frac{n(E)}{n(S)}$$

$$= \frac{6}{6}$$

$$= 1.$$

f. Misalnya, F adalah kejadian muncul mata dadu bukan 4 maka $F = \{1, 2, 3, 5, 6\}$. Oleh karena itu, banyaknya anggota kejadian F adalah $n(F) = 5$.

Jadi, peluang muncul mata dadu bukan 4 adalah

$$\begin{aligned} P(F) &= \frac{n(F)}{n(S)} \\ &= \frac{5}{6}. \end{aligned}$$

Pada percobaan melambungkan dadu bersisi enam, tidak mungkin (mustahil) muncul mata dadu 7. Oleh karena itu, dari perhitungan diperoleh peluang muncul mata dadu 7 adalah nol ($P(D) = 0$). Adapun sebaliknya, dalam percobaan tersebut kejadian yang pasti muncul adalah mata dadu 1, 2, 3, 4, 5, atau 6 sehingga diperoleh peluang muncul mata dadu 1, 2, 3, 4, 5, atau 6 adalah satu ($P(E) = 1$). Kejadian F adalah kejadian bukan A. Dalam hal ini, dikatakan kejadian F adalah komplemen kejadian A, ditulis $F = A^C$.

Dari uraian tersebut, dapat disimpulkan bahwa jika A adalah suatu kejadian maka:

- $0 \leq P(A) \leq 1$
- Jika $P(A) = 0$ maka kejadian A mustahil akan terjadi sehingga kejadian A disebut suatu *kemustahilan*.
- Jika $P(A) = 1$ maka kejadian A pasti akan terjadi sehingga kejadian A disebut suatu *kepastian*.
- $P(A^c) = 1 - P(A)$

Oleh karena $P(A^C) = 1 - P(A)$ maka pada *solusi math* untuk poin (a) dan poin (f) tadi diperoleh hubungan sebagai berikut.

A adalah kejadian muncul mata dadu 4 dan F adalah kejadian muncul mata dadu bukan 4. Berarti, F adalah kejadian bukan A. Dalam hal ini, dikatakan kejadian F adalah komplemen kejadian A, ditulis $F = A^C$. Akibatnya,

$$\begin{aligned} P(F) &= P(A^C) \\ &= 1 - P(A) \\ &= 1 - \frac{n(A)}{n(S)} \\ &= 1 - \frac{1}{6} \\ &= \frac{5}{6}. \end{aligned}$$

Jadi, peluang muncul mata dadu bukan 4 adalah $\frac{5}{6}$.

Latihan 3.5

1. Sebuah dadu dilambungkan satu kali. Tentukan:
   a. ruang sampelnya,
   b. $P(A)$ jika A adalah kejadian muncul mata dadu bilangan genap,
   c. $P(B)$ jika B adalah kejadian muncul mata dadu bilangan ganjil,
   d. $P(A) + P(B)$, dan
   e. apakah A komplemen B? Jelaskan jawabanmu.
2. Jika dua keping mata uang logam dilambungkan satu kali, tentukan:
   a. ruang sampelnya,
   b. peluang muncul gambar pada kedua keping mata uang logam tersebut, dan
   c. peluang muncul angka pada salah satu keping mata uang logam.
3. Jika dua buah dadu bersisi enam dilambungkan satu kali, tentukan:
   a. ruang sampelnya,
   b. peluang munculnya mata dadu dengan jumlah enam, dan
   c. peluang munculnya mata dadu dengan jumlah dua belas.
4. Sebuah kantong berisi 5 kelereng merah dan 15 kelereng putih. Jika dari kantong tersebut diambil satu kelereng secara acak, hitunglah:
   a. peluang terambilnya kelereng merah, dan
   b. peluang terambilnya kelereng putih.
5. Sebuah kotak berisi 5 bola biru, 10 bola merah, dan 6 bola putih. Kemudian, sebuah bola diambil secara acak. Ternyata, bola yang terambil adalah bola putih. Bola yang sudah terambil tidak dikembalikan. Jika diambil satu bola lagi secara acak, berapakah peluang bahwa bola yang terambil adalah bola putih lagi?

3. Frekuensi Relatif dan Peluang

Kamu telah memahami pengertian kejadian dan peluang suatu kejadian. Selain definisi peluang seperti pada subbab sebelumnya, peluang dapat juga didefinisikan dari pengertian frekuensi relatif. Lakukan kegiatan berikut untuk memahaminya.

Eksplorasi 3.1

Tujuan:

Menemukan rumus peluang suatu kejadian menggunakan pengertian frekuensi relatif.

Kegiatan:

Kerjakan secara berkelompok.

1. Ambillah satu keping mata uang logam.
2. Lambungkan uang logam dengan banyaknya percobaan (n) seperti pada Tabel 3.10.
3. Hitunglah banyaknya muncul gambar (f).
4. Bandingkan banyaknya muncul gambar dengan banyaknya percobaan $\left(\frac{f}{n}\right)$.

5. Catatlah hasilnya dalam bentuk tabel berikut pada buku latihanmu.

Tabel 3.10

Banyaknya Percobaan (*n*)	Frekuensi Muncul Gambar (*f*)	$\frac{f}{n}$
10		
20		
30		
40		
50		

Pada kegiatan tersebut, perbandingan antara muncul gambar dan banyaknya percobaan $\left(\frac{f}{n}\right)$ disebut (frekuensi harapan) munculnya gambar. Apabila dalam kegiatan tersebut uang logam setimbang maka semakin banyak percobaan, frekuensi relatif (frekuensi harapan) munculnya gambar semakin mendekati $\frac{1}{2}$. Dalam hal ini, dikatakan bahwa dalam percobaan melambungkan mata uang logam yang setimbang maka peluang muncul gambar $(P(G))$ adalah $\frac{1}{2}$.

Untuk n besar, peluang kejadian A didefinisikan sebagai:

$P(A) = \frac{f}{n}$, dengan f menyatakan frekuensi relatif (frekuensi harapan) munculnya kejadian A dan n menyatakan banyaknya percobaan.

Contoh Soal 3.8

Sekeping mata uang logam dilambungkan sebanyak 30 kali (mata uang logam diasumsikan setimbang). Berapakah frekuensi harapan muncul angka?

Penyelesaian :

Diketahui banyaknya lambungan (n) adalah 30 kali. Misalnya, A adalah kejadian muncul angka, maka peluang muncul angka adalah $P(A) = \frac{1}{2}$. Akibatnya, frekuensi harapan muncul angka adalah $P(A) = \frac{f}{n}$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2} = \frac{f}{30}$$

$$\Leftrightarrow f = \frac{30}{2}$$

$$\Leftrightarrow f = 15$$

Jadi, frekuensi harapan muncul angka adalah 15 kali.

Latihan 3.6

1. Dua keping mata uang logam dilambungkan bersama-sama sebanyak sepuluh kali. Berapakah frekuensi harapan munculnya angka pada salah satu mata uang dan munculnya gambar pada mata uang yang lainnya?
2. Sebuah dadu dilambungkan sebanyak 30 kali. Berapakah frekuensi harapan munculnya mata dadu bilangan genap?
3. Sekeping uang logam dan sebuah dadu dilambungkan bersama-sama sebanyak 4 kali. Berapakah frekuensi harapan munculnya gambar pada sisi mata uang dan bilangan genap pada mata dadu?
4. Dua buah dadu dilambungkan bersama-sama. Berapakah banyak percobaan melambungkan kedua dadu tersebut jika frekuensi harapan munculnya mata dadu yang sama dari kedua dadu tersebut adalah sepuluh kali?
5. Diketahui peluang seorang siswa untuk mendapatkan beasiswa di suatu sekolah adalah 0,05. Berapa siswakah yang diperkirakan akan mendapatkan beasiswa jika banyak seluruh siswa di sekolah tersebut adalah 760?

4. Kejadian Majemuk

Kamu telah memahami pengertian kejadian dan peluang. Selain itu, kamu telah dapat menghitung peluang suatu kejadian. Dapatkah kamu menghitung peluang kejadian jika kejadiannya tidak hanya satu, tetapi kejadian majemuk? Kejadian majemuk terdiri dari dua kejadian atau lebih. Pada uraian berikut akan dipaparkan peluang dari beberapa macam kejadian majemuk yang terdiri dari dua kejadian.

a. *Peluang Gabungan Dua Kejadian yang Tidak Saling Lepas (Nonmutually Exclusive Event)*

Kejadian A dan kejadian B dikatakan *tidak saling lepas* jika $A \cap B \neq \varnothing$.

Perhatikan diagram Venn dari kejadian A dan kejadian B yang tidak saling lepas berikut.

Ingat Kembali

- $\cap$ adalah operasi irisan (interseksi) pada himpunan.
- $\varnothing$ adalah himpunan kosong, yaitu himpunan yang tidak mempunyai anggota.
- $\cup$ adalah operasi gabungan (*union*) pada himpunan.

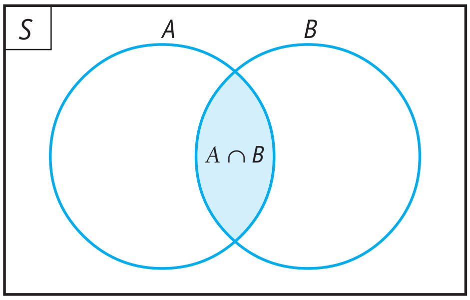


Diagram 3.4

Peluang gabungan dua kejadian (kejadian A dan kejadian B) yang tidak saling lepas adalah sebagai berikut.

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

Contoh Soal 3.9

Sebuah dadu bersisi enam dilambungkan satu kali. Tentukan peluang kejadian muncul mata dadu bilangan prima **atau** kejadian muncul mata dadu bilangan lebih kecil dari 5.

Penyelesaian :

Ruang sampel dari percobaan melambungkan sebuah dadu bersisi enam satu kali adalah $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$. Maka, banyaknya anggota ruang sampel S adalah $n(S) = 6$.

Misalnya, A adalah kejadian muncul mata dadu bilangan prima. Berarti, $A = \{2, 3, 5\}$. Maka, banyaknya anggota kejadian A adalah $n(A) = 3$, dan misalnya, B adalah kejadian muncul mata dadu bilangan lebih kecil dari 5. Berarti, $B = \{1, 2, 3, 4\}$. Maka, banyaknya anggota kejadian B adalah $n(B) = 4$. Oleh karena itu, kamu dapat memperoleh:

$$\begin{aligned} A \cap B &= \{2, 3, 5\} \cap \{1, 2, 3, 4\} \\ &= \{2, 3\}. \end{aligned}$$

Sehingga banyaknya anggota kejadian $(A \cap B)$ adalah $n(A \cap B) = 2$. Berarti, A dan B merupakan dua kejadian yang tidak saling lepas.

Akibatnya,

$$\begin{aligned} P(A \cup B) &= P(A) + P(B) - P(A \cap B) \\ &= \frac{n(A)}{n(S)} + \frac{n(B)}{n(S)} - \frac{n(A \cap B)}{n(S)} \\ &= \frac{3}{6} + \frac{4}{6} - \frac{2}{6} \\ &= \frac{5}{6}. \end{aligned}$$

Jadi, peluang kejadian muncul mata dadu bilangan prima **atau** kejadian muncul bilangan lebih kecil dari 5 adalah $\frac{5}{6}$.

b. Peluang Gabungan Dua Kejadian yang Saling Lepas (*Mutually Exclusive Event*)

Kejadian A dan kejadian B dikatakan dua kejadian yang saling lepas jika $A \cap B = \varnothing$. Perhatikan gambar diagram Venn dari kejadian A dan kejadian B yang saling lepas di samping.

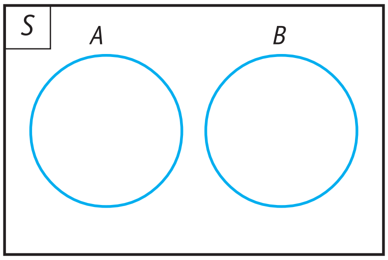


Diagram 3.5

Peluang gabungan dua kejadian yang saling lepas adalah sebagai berikut.

$$\begin{aligned} P(A \cup B) &= P(A) + P(B) - P(A \cap B) \\ &= P(A) + P(B) - P(\varnothing) \\ &= P(A) + P(B) - 0 \\ &= P(A) + P(B) \end{aligned}$$

Contoh Soal 3.10

Sebuah dadu bersisi enam dilambungkan satu kali. Tentukan peluang kejadian muncul mata dadu bilangan lebih kecil dari 3 **atau** kejadian muncul mata dadu bilangan lebih besar atau sama dengan 5.

Penyelesaian :

Ruang sampel dari hasil melambungkan sebuah dadu bersisi enam satu kali adalah $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$. Maka, banyaknya anggota ruang sampel S adalah $n(S) = 6$.

Misalnya, A adalah kejadian muncul mata dadu bilangan lebih kecil dari 3. Berarti, $A = \{1, 2\}$. Maka, banyaknya anggota kejadian A adalah $n(A) = 2$. Misalnya, B adalah kejadian muncul mata dadu bilangan lebih besar atau sama dengan 5. Berarti, $B = \{5, 6\}$. Maka, banyaknya anggota kejadian B adalah $n(B) = 2$. Oleh karena itu, kamu dapat memperoleh:

$A \cap B = \varnothing$. Berarti, A dan B merupakan dua kejadian yang saling lepas.

Akibatnya,

$$\begin{aligned} P(A \cup B) &= P(A) + P(B) \\ &= \frac{n(A)}{n(S)} + \frac{n(B)}{n(S)} \\ &= \frac{2}{6} + \frac{2}{6} \\ &= \frac{4}{6}. \end{aligned}$$

Jadi, peluang kejadian muncul mata dadu bilangan lebih kecil dari 3 **atau** kejadian muncul mata dadu bilangan lebih besar atau sama dengan 5 adalah $\frac{4}{6}$.

c. Peluang Dua Kejadian yang Saling Bebas

Kejadian A dan kejadian B dikatakan dua kejadian yang saling bebas jika kemunculan kejadian yang satu tidak mempengaruhi kejadian yang lainnya. Peluang dua kejadian yang saling bebas adalah sebagai berikut.

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$$

Contoh Soal 3.11

Dalam sebuah keranjang berisi 4 jeruk dan 6 apel. Dalam keranjang yang lain berisi 5 jeruk dan 15 apel. Berapakah peluang terambilnya buah jeruk dari keranjang pertama **dan** buah jeruk juga dari keranjang kedua?

Penyelesaian :

Misalnya, S_1 adalah ruang sampel buah pada keranjang pertama. Akibatnya, banyaknya buah pada keranjang pertama adalah $n(S_1) = 10$,
S_2 adalah ruang sampel buah pada keranjang kedua. Akibatnya, banyaknya buah pada keranjang kedua adalah $n(S_2) = 20$,
A adalah kejadian terambilnya buah jeruk pada keranjang pertama. Akibatnya, $n(A) = 4$.
B adalah kejadian terambil buah jeruk pada keranjang kedua. Akibatnya, $n(B) = 5$.

$$\begin{aligned} P(A \cap B) &= P(A) \times P(B) \\ &= \frac{n(A)}{n(S_1)} \times \frac{n(B)}{n(S_2)} \\ &= \frac{4}{10} \times \frac{5}{20} \\ &= \frac{20}{200} \\ &= \frac{1}{10}. \end{aligned}$$

Jadi, peluang terambilnya buah jeruk dari keranjang pertama **dan** buah jeruk dari keranjang kedua adalah $\frac{1}{10}$.

Latihan 3.7

1. Sebuah dadu bersisi enam dilambungkan satu kali. Tentukan:
   a. peluang muncul mata dadu bilangan genap **atau** muncul mata dadu bilangan ganjil,
   b. peluang muncul mata dadu bilangan genap **atau** muncul mata dadu bilangan lebih dari 3.
2. Dari 52 kartu *bridge* diambil secara acak satu kartu. Tentukan:
   a. peluang kartu yang terambil adalah kartu merah **atau** kartu yang terambil adalah kartu hitam,
   b. peluang kartu yang terambil adalah kartu As merah **atau** kartu yang terambil adalah kartu As hitam,
   c. peluang kartu yang terambil adalah kartu hitam **atau** kartu yang terambil adalah angka 9, dan
   d. peluang kartu yang terambil adalah kartu merah **atau** kartu yang terambil adalah As hitam.

3. Dari beberapa kegiatan ekstrakurikuler yang diselenggarakan oleh sekolah, terdapat 80 siswa yang mengikuti kegiatan tersebut. Diketahui bahwa 25 siswa mengikuti ekstrakurikuler karate, 15 siswa mengikuti ekstrakurikuler renang, dan 10 siswa mengikuti ekstrakurikuler karate dan renang. Adapun sisanya mengikuti kegiatan ekstrakurikuler yang lain. Jika dipilih secara acak seorang siswa dari siswa-siswa yang mengikuti kegiatan ekstrakurikuler tersebut, berapakah peluang siswa yang terpilih tersebut mengikuti ekstrakurikuler karate **atau** siswa yang terpilih tersebut mengikuti ekstrakurikuler renang?
4. Kelas IX A terdiri atas 40 siswa. Dari keempat puluh siswa tersebut diketahui 10 siswa menyukai Biologi, 20 siswa menyukai Bahasa Inggris, dan 5 siswa menyukai kedua mata pelajaran tersebut. Adapun siswa yang lainnya menyukai mata pelajaran yang lain. Jika dipilih seorang siswa secara acak dari Kelas IX A, berapakah peluang siswa yang terpilih tersebut menyukai Biologi **atau** siswa yang terpilih tersebut menyukai Bahasa Inggris?
5. Dua buah dadu dilambungkan satu kali bersama-sama. Hitunglah :
    a. peluang kejadian muncul mata dadu bilangan 1 pada dadu pertama **dan** kejadian muncul mata dadu bilangan prima pada dadu yang lainnya, dan
    b. peluang kejadian muncul mata dadu bilangan 2 pada dadu pertama **dan** kejadian muncul mata dadu bilangan 3 pada dadu yang lainnya.

Sumber: *www.godice.com*

Info Matematika

Gregor Johann Mendel

GREGOR JOHANN MENDEL lahir pada tanggal 20 Juli 1822 di Heinzendorf, Austria (sekarang bagian dari Republik Ceko) dan meninggal dunia pada tanggal 6 Januari 1884 di Brno, Moravia. Ia disebut sebagai Bapak Pendiri Genetika. Rasa ingin tahunya yang tinggi menuntun dia melakukan pekerjaan persilangan dan pemurnian tanaman kapri. Melalui kegiatannya ini, ia menyimpulkan sejumlah aturan mengenai pewarisan sifat yang dikenal dengan nama Hukum Pewarisan Mendel.

Tahukah kamu *peluang* diperoleh hasil bunga berwarna merah dalam perkawinan silang antara bunga berwarna merah dan bunga berwarna putih? Ternyata, diperoleh bahwa hasil perkawinan silang tersebut adalah 75% bunga berwarna merah dan 25% bunga berwarna putih. Dengan kata lain, *peluang* diperoleh bunga berwarna merah dalam perkawinan silang tersebut adalah 75% (0,75). Hal ini, sejalan dengan percobaan yang dilakukan oleh Gregor Johann Mendel dalam aturan pewarisan sifat yang ia temukan.

Sumber: *birthday.wz.cz*

Rangkuman

1. Rata-rata, $\bar{x} = \dfrac{\sum_{i=1}^{n} x}{n}$ dengan n menyatakan banyaknya data.
2. Jika data terdapat dalam tabel sebaran frekuensi data tunggal maka $\bar{x} = \dfrac{\sum_{i=1}^{n} f_i x_i}{n}$, dengan x_i menyatakan data ke-i, n menyatakan banyaknya data, dan f_i menyatakan frekuensi data ke-i, $i = 1, 2, ..., k$.
3. Untuk mencari median suatu data:
   a. Urutkan data mulai dari yang nilainya terkecil
   b. Jika banyak data ganjil maka median data ke-$\left(\dfrac{n+1}{2}\right)$.
   c. Jika banyaknya data genap maka

   $$\text{median} = \frac{\text{data ke} - \left(\frac{n}{2}\right) + \text{data ke} - \left(\frac{n}{2} + 1\right)}{2},$$ dengan n menyatakan banyaknya data.
4. Peluang terjadinya kejadian A, yaitu $P(A) = \dfrac{n(A)}{n(S)}$, dengan $n(A)$ menyatakan banyaknya anggota kejadian A dan $n(S)$ menyatakan banyaknya anggota ruang sampel S.
5. Jika $P(A^c)$ adalah peluang dari komplemen kejadian A maka $P(A^c) = 1 - P(A)$.
6. Peluang gabungan dua kejadian saling lepas $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$.
7. Peluang dua kejadian yang saling bebas $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$.

Tugas Proyek 1

Tujuan: Melakukan survei sederhana

Alokasi waktu: 2 minggu

Kegiatan:

1. Bentuklah beberapa kelompok kecil yang beranggotakan 5 - 7 siswa.
2. Buatlah sebuah kuisioner mengenai permasalahan aktual dengan pilihan jawaban setuju, tidak setuju, dan ragu-ragu.
3. Lakukan survei terhadap 500 responden. Kemudian, buatlah diagram lingkarannya dengan bantuan komputer.
4. Buatlah laporan singkat mengenai survei yang telah kamu lakukan tersebut.
5. Lengkapi laporanmu dengan penafsiran terhadap hasil survei yang telah kamu lakukan tersebut.

Soal Akhir Bab III

A. Pilihlah jawaban yang tepat pada soal-soal berikut.

1. Ibu Tuti mencicipi satu sendok sayur yang diambil dari semangkuk sayur. Populasi kegiatan di atas adalah ....
   a. satu mangkuk sayur
   b. satu sendok sayur yang dicicipi Ibu Tuti
   c. satu panci sayur
   d. satu piring sayur

2. Diketahui data sebagai berikut.
   14 16 23 9
   13 31 12 28
   Rata-rata data tersebut adalah ....
   a. 18
   b. 18,25
   c. 18,50
   d. 18,75

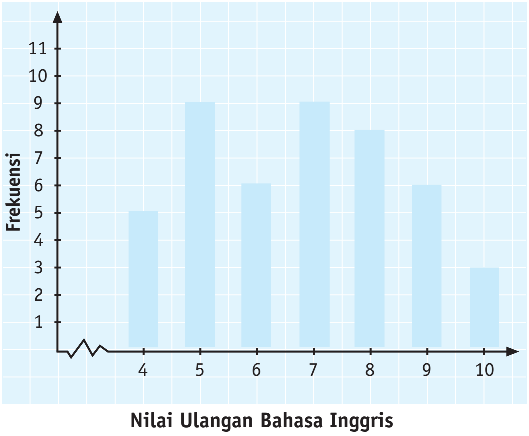
3. Diketahui data usia dari siswa-siswa suatu kelompok kegiatan adalah sebagai berikut.
   14 12 13 13 15
   16 12 14 15 13
   Median dari data tersebut adalah ....
   a. 13
   b. 13,50
   c. 15,50
   d. 16

4. Data berat badan sekelompok pesenam adalah sebagai berikut.
   41 60 47 42
   44 42 47
   Modus dari data tersebut adalah ....
   a. 42   c. 47
   b. 44,5   d. 42 dan 47

5. Rata-rata nilai kesenian dari suatu kelompok siswa yang terdiri atas lima siswa adalah 75. Setelah kelompok tersebut bertambah satu anggota baru, nilai rata-ratanya menjadi 73. Nilai kesenian anggota baru tersebut adalah ....
   a. 73   c. 63
   b. 70   d. 60

6. Perhatikan data nilai ulangan Bahasa Inggris 50 siswa yang disajikan dalam diagram batang berikut.

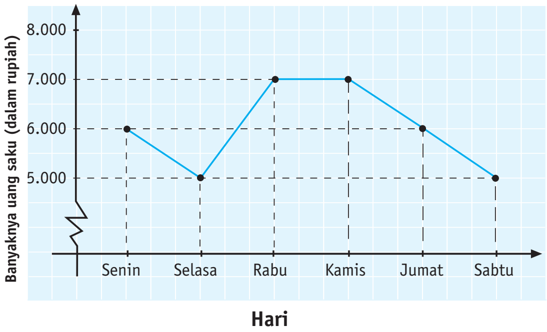
Diagram Batang Data Nilai Ulangan Bahasa Inggris



   Modus data nilai ulangan Bahasa Inggris tersebut adalah ....
   a. 5   c. 9
   b. 7   d. 5 dan 7

7. Besarnya uang saku (dalam rupiah) seorang siswa dalam seminggu tercantum dalam diagram berikut.

Diagram Garis Uang Saku Siswa



   Rata-rata uang saku siswa tersebut dalam seminggu adalah ....
   a. Rp6.000,00   c. Rp6.500,00
   b. Rp6.200,00   d. Rp6.800,00

8. Jika dua keping mata uang logam dilambungkan satu kali maka peluang muncul angka pada salah satu mata uang adalah ....

a. $\frac{1}{4}$　　c. $\frac{3}{4}$

b. $\frac{1}{2}$　　d. 1

9. Tono memeriksa dua *CD game* miliknya yang sudah lama tidak digunakan. Dia ingin mengetahui *CD game* tersebut masih bagus atau sudah rusak. Banyaknya hasil yang mungkin dari pemeriksaan tersebut adalah ....

a. 1　　c. 4

b. 2　　d. 6

10. Banyaknya anggota suatu kelompok arisan adalah 40 orang. Setiap kali arisan, ada 4 orang yang memperoleh arisan. Peluang seorang peserta memperoleh arisan pada pembukaan arisan adalah ....

a. $\frac{1}{40}$　　c. $\frac{1}{4}$

b. $\frac{1}{10}$　　d. 1

11. Dalam percobaan melambungkan sekeping mata uang logam tiga kali, *B* adalah kejadian muncul gambar satu kali. Kejadian *B* dinyatakan dengan ....

a. {*G*}

b. {*GAA*}

c. {*GAA*, *AGA*, *AAG*}

d. {*GAA*, *AGA*, *AAG*, *GGG*}

12. Jika dari seperangkat kartu *bridge* diambil satu kartu secara acak maka peluang yang terambil kartu As adalah ....

a. $\frac{1}{4}$　　c. $\frac{1}{13}$

b. $\frac{1}{12}$　　d. $\frac{1}{52}$

13. Sebuah kotak berisi 4 kelereng merah, 5 kelereng putih, dan 6 kelereng hijau. Jika satu kelereng diambil secara acak maka peluang terambilnya kelereng merah adalah ....

a. $\frac{1}{15}$　　c. $\frac{4}{15}$

b. $\frac{1}{4}$　　d. $\frac{11}{15}$

14. Seorang manajer suatu perusahaan memperoleh data bahwa 3 dari 100 barang produksi perusahaan tersebut rusak. Jika satu barang produksi perusahaan tersebut diambil secara acak maka peluang barang tersebut tidak rusak adalah ....

a. $\frac{97}{100}$　　c. $\frac{3}{100}$

b. $\frac{3}{97}$　　d. $\frac{1}{97}$

15. Sekeping mata uang logam dan sebuah dadu bersisi enam dilambungkan secara bersama-sama. Peluang munculnya mata dadu 5 adalah ....

a. $\frac{1}{12}$　　c. $\frac{1}{4}$

b. $\frac{1}{6}$　　d. $\frac{1}{3}$

16. Dua buah dadu dilambungkan bersama-sama. Peluang munculnya mata dadu sama pada kedua dadu adalah ....

a. $\frac{1}{36}$　　c. $\frac{1}{6}$

b. $\frac{1}{12}$　　d. $\frac{1}{4}$

17. Sebuah dadu bersisi enam dilambungkan sebanyak 18 kali. Frekuensi relatif (frekuensi harapan) munculnya mata dadu bilangan kurang dari 4 adalah ....

a. 2　　c. 6

b. 3　　d. 9

18. Sebuah dadu dilambungkan satu kali. Peluang kejadian muncul mata dadu bilangan lebih dari 3 **atau** kejadian muncul bilangan ganjil adalah ....

a. $\frac{2}{6}$　　c. $\frac{4}{6}$

b. $\frac{3}{6}$　　d. $\frac{5}{6}$

19. Sebuah dadu bersisi enam dan sekeping mata uang logam dilambungkan secara bersama-sama satu kali. Peluang kejadian muncul mata dadu bilangan prima **dan** kejadian muncul gambar pada mata uang logam adalah ....

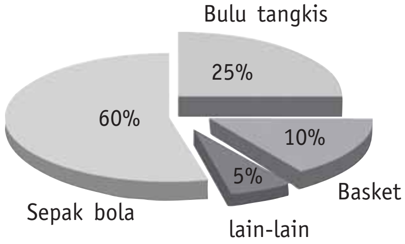
a. 0,25
b. 0,5
c. 0,75
d. 0,85

20. Dari 52 kartu *bridge* diambil satu kartu secara acak. Peluang terambil kartu As warna hitam **atau** terambil kartu warna merah adalah ....

a. $\frac{22}{52}$
b. $\frac{6}{13}$
c. $\frac{7}{13}$
d. $\frac{30}{52}$

B. Kerjakanlah soal-soal berikut dengan benar.

1. Data pilihan olahraga favorit bagi 120 siswa disajikan dalam diagram lingkaran berikut.



a. Berapakah banyaknya siswa yang suka bulu tangkis?
b. Apakah modus olahraga kesukaan siswa tersebut? Jelaskan jawabanmu.

2. Nilai *try out* Ujian Nasional IPA suatu sekolah disajikan dalam tabel berikut.

Nilai (x_i)	4	5	6	7	8	9	10
Frekuensi (f_i)	5	7	12	18	17	8	3

a. Berapakah banyaknya siswa yang nilainya lebih dari 5?
b. Hitunglah nilai rata-rata *try out* tersebut.
c. Tentukan median dan modus dari data tersebut.

3. Seorang siswa menyelidiki tiga peralatan di laboratorium masih baik atau cacat.

a. Tentukan ruang sampel dari penyelidikan tersebut.
b. Jika *A* kejadian dua peralatan cacat, sebutkan anggota kejadian *A*.
c. Tentukan peluang terdapat satu peralatan cacat.

4. Diberikan dua buah kotak yang setiap kotaknya berisi 5 buah bola. Bola-bola dalam setiap kotak diberi label 1 sampai 5. Kemudian, dari dalam setiap kotak diambil satu bola secara acak pada waktu yang bersamaan.

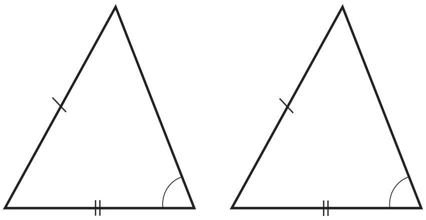
a. Berapakah peluang terambilnya bola yang berlabel sama dari kedua kotak?
b. Berapakah peluang terambilnya bola dari kotak pertama menunjukkan angka ganjil?

5. Peluang setiap siswa untuk terpilih menjadi duta Karya Ilmiah Remaja di suatu sekolah adalah 0,025. Berapa banyak siswakah yang diperkirakan akan menjadi duta Karya Ilmiah Remaja di sekolahnya jika banyaknya siswa yang mengikuti pemilihan duta Karya Ilmiah Remaja di sekolah tersebut adalah 720?

Evaluasi 1

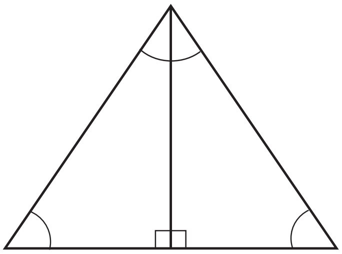
A. Pilihlah jawaban yang tepat pada soal-soal berikut.

1. Dua buah segitiga berikut adalah kongruen sesuai dengan prinsip ....



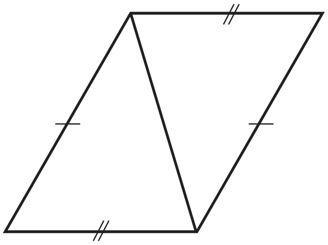
a. sisi, sisi, sisi
b. sisi, sisi, sudut
c. sisi, sudut, sudut
d. sudut, sudut, sudut

2. Dua buah segitiga berikut adalah kongruen sesuai dengan prinsip ....



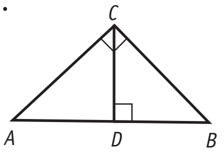
a. sisi, sisi, sisi
b. sisi, sisi, sudut
c. sisi, sudut, sudut
d. sudut, sudut, sudut

3. Dua buah segitiga berikut adalah kongruen sesuai dengan prinsip ....



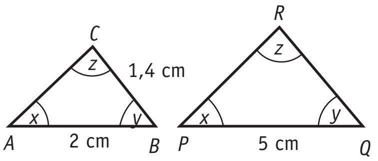
a. sisi, sisi, sisi
b. sisi, sisi, sudut
c. sisi, sudut, sisi
d. sudut, sudut, sudut

4. Diberikan ΔABC dan ΔCBD sebangun. Jika $AB = 10$ cm dan $BC = 7$ cm maka panjang BD adalah ....



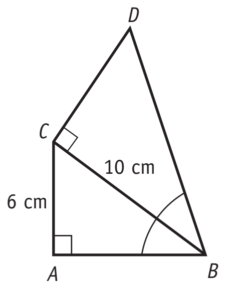
a. 10 cm
c. $\frac{7}{10}\sqrt{51}$ cm
b. $\sqrt{51}$ cm
d. 4,9 cm

5. Diberikan ΔABC dan ΔPQR sebangun. $\angle CAB = \angle RPQ$, $\angle ABC = \angle PQR$, dan $\angle BCA = \angle QRP$. Jika $BC = 2$ cm, $AC = 1,4$ cm, dan $QR = 5$ cm maka panjang PR adalah ....



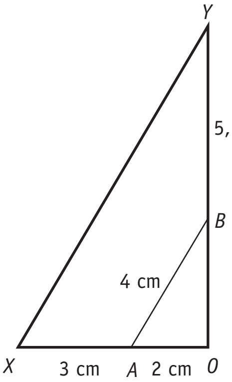
a. 7,14 cm
c. 0,56 cm
b. 3,5 cm
d. 0,14 cm

6. Diberikan ΔABC dan ΔCBD sebangun. $\angle CAB = \angle DCB = 90°$ dan $\angle CBA = \angle DBC$. Jika $AC = 6$ cm dan $BC = 10$ cm maka panjang AB dan panjang CD adalah ....



a. $AB = 7,5$ cm dan $CD = 8$ cm
b. $AB = 8$ cm dan $CD = 4,8$ cm
c. $AB = 8$ cm dan $CD = 7,5$ cm
d. $AB = 8$ cm dan $CD = 13,3$ cm

7. Diberikan ΔAOB dan ΔXOY sebangun. Jika $AO = 2$ cm, $XA = 3$ cm, $AB = 4$ cm, dan $BY = 5,1$ cm maka panjang XY dan panjang OB adalah ....



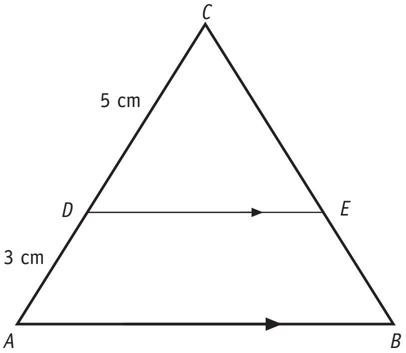
a. $XY = 3,4$ cm dan $OB = 1,6$ cm

b. $XY = 3,4$ cm dan $OB = 10$ cm

c. $XY = 1,6$ cm dan $OB = 3,4$ cm

d. $XY = 10$ cm dan $OB = 3,4$ cm

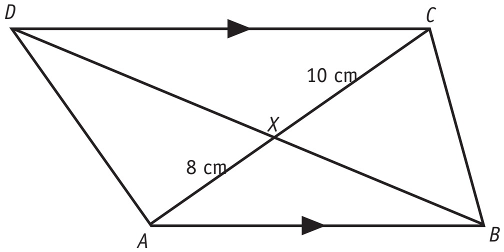
8. Diberikan ΔABC dan ΔDEC sebangun. Jika $CD = 5$ cm dan $AD = 3$ cm maka nilai $\frac{DE}{AB}$ adalah ....



a. $\frac{3}{8}$ c. $\frac{3}{5}$

b. $\frac{5}{8}$ d. $\frac{5}{3}$

9. Diberikan ΔABX dan ΔCDX sebangun. Jika $AX = 8$ cm, $XC = 10$ cm, dan $BD = 27$ cm maka panjang DX adalah ....



a. 12 cm c. 14 cm

b. 13 cm d. 15 cm

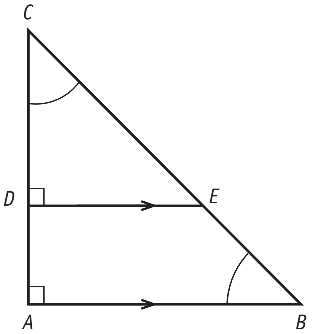
10. Diberikan ΔABC dan ΔDEC sebangun. Jika $\angle BCA : \angle CAB : \angle ABC = 1 : 2 : 1$ maka besar $\angle DEA$ adalah ....

a. 25°

b. 30°

c. 45°

d. 50°



11. Sebuah tabung mempunyai jari-jari 6 cm dan luas selimut 37,68 cm^2. Tinggi tabung adalah ....

a. 12 cm c. 2 cm

b. 10 cm d. 1 cm

12. Minyak sebanyak 4,71 liter dituangkan ke dalam suatu tempat berbentuk tabung sehingga tabung tersebut penuh terisi minyak setinggi 15 cm. Diameter tabung tersebut adalah ....

a. 10 cm c. 20 cm

b. 15 cm d. 30 cm

13. Luas selimut sebuah tabung adalah 440 cm^2. Jika tinggi tabung tersebut adalah 10 cm maka luas alas dan luas tutup tabung adalah ....

a. 308 cm^2 c. 88 cm^2

b. 154 cm^2 d. 44 cm^2

14. Sebuah kaleng biskuit mempunyai diameter 20 cm dan tinggi 10 cm. Luas permukaan kaleng biskuit tersebut adalah ....

a. 12.560 cm^2 c. 628 cm^2

b. 1.256 cm^2 d. 125,6 cm^2

15. Sebuah terompet yang terbuat dari kertas karton berbentuk kerucut mempunyai diameter 14 cm. Jika panjang garis pelukis terompet 30 cm maka luas kertas karton yang digunakan untuk membuat terompet tersebut adalah ....

a. 1.320 cm^2 c. 132 cm^2
b. 660 cm^2 d. 66 cm^2

16. Sebuah kerucut mempunyai panjang garis pelukis 7 cm dan jari-jari 3,5 cm. Luas permukaan kerucut tersebut adalah ....

a. 1.155 cm^2 c. 115,5 cm^2
b. 770 cm^2 d. 77 cm^2

17. Jika volume sebuah kerucut yang mempunyai tinggi 9 cm adalah 462 cm^3 maka luas tutup kerucut tersebut adalah ....

a. 44 cm^2
b. 154 cm^2
c. 1.386 cm^2
d. 7.546 cm^2

18. Ibu mempunyai cetakan untuk membuat agar-agar berbentuk setengah bola yang berdiameter 21 cm. Volume agar-agar yang tercetak jika dibuat menggunakan cetakan tersebut adalah ....

a. 38.808 cm^3
b. 19.404 cm^3
c. 4.851 cm^3
d. 2.425,5 cm^3

19. Sebuah bola terbuat dari anyaman rotan. Jika luas anyaman rotan yang digunakan untuk membuat bola tersebut adalah 616 cm^2 maka diameter bola tersebut adalah ....

a. 4,9 cm c. 9,8 cm
b. 7 cm d. 14 cm

20. Sebuah akuarium berbentuk bola yang mempunyai diameter 35 cm. Volume akuarium tersebut adalah ....

a. 67.375 liter
b. 22.458,33 liter
c. 67,375 liter
d. 22,458 liter

Kerjakan nomor 21 - 22 berdasarkan tabel berikut.

Diberikan data berat buah apel dari beberapa pohon apel sebagai berikut.

Berat (dalam gram)	Frekuensi
40 - 49	2
50 - 59	4
60 - 69	5
70 - 79	6
80 - 89	9
90 - 99	7
100 - 109	6
111 - 119	5
120 - 129	6

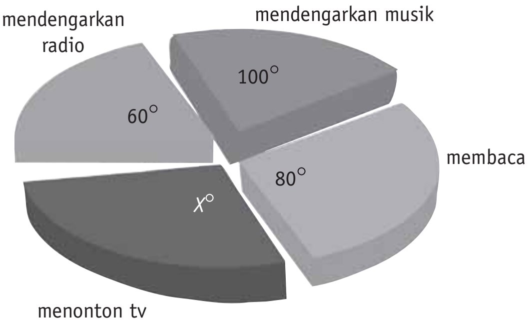
21. Banyaknya buah apel yang diukur beratnya adalah ....

a. 43 buah c. 48 buah
b. 44 buah d. 50 buah

22. Jika buah apel yang beratnya kurang dari 80 gram tidak dijual maka buah apel yang dijual sebanyak ....

a. 33 buah c. 24 buah
b. 26 buah d. 17 buah

Kerjakan nomor 23 - 25 berdasarkan diagram lingkaran berikut. Data kegemaran siswa suatu sekolah dalam mengisi waktu luang adalah sebagai berikut.



23. Nilai dari *x* adalah ....

a. 100° c. 120°
b. 110° d. 130°

24. Persentase siswa yang gemar membaca adalah ....

a. 80% c. 33,33%
b. 40% d. 22,22%

25. Jika banyaknya siswa yang gemar membaca sebanyak 40 orang maka banyaknya siswa yang gemar menonton TV adalah ....

a. 50 orang c. 80 orang
b. 60 orang d. 120 orang

26. Diberikan data banyaknya gol yang terjadi dalam 15 pertandingan sepak bola pada suatu turnamen sebagai berikut.

0	4	2	1	3
3	5	0	4	2
4	3	0	2	4

Median dari data tersebut adalah ....

a. 1 c. 3
b. 2 d. 4

27. Sebuah kotak berisi 4 kelereng merah, 3 kelereng putih, dan 5 kelereng hijau. Jika diambil 1 kelereng secara acak maka peluang terambilnya kelereng putih adalah ....

a. 0,25 c. 0,42
b. 0,33 d. 0,60

28. Jika peluang seorang siswa memperoleh beasiswa adalah 0,125 maka peluang seorang siswa tersebut tidak memperoleh beasiswa tersebut adalah ....

a. 0,875 c. $\frac{6}{8}$
b. 0,785 d. $\frac{1}{8}$

29. Sebuah dadu bersisi enam dan sekeping mata uang logam dilambungkan secara bersama-sama. Peluang muncul mata dadu bilangan ganjil **dan** gambar pada mata uang logam adalah ....

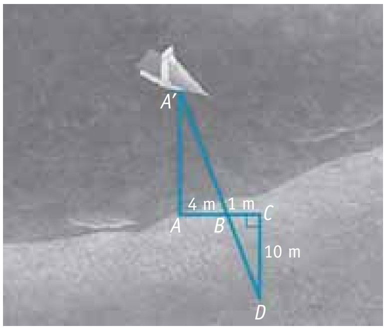
a. 0,75 c. 0,25
b. 0,5 d. 0,125

30. Sebuah kartu diambil secara acak dari 52 kartu *bridge*. Peluang terambilnya kartu As adalah ....

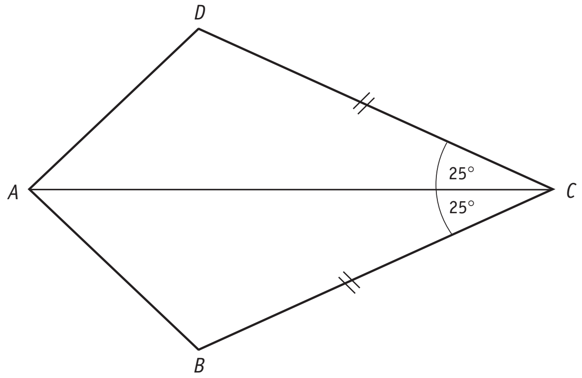
a. $\frac{2}{52}$ c. $\frac{4}{13}$
b. $\frac{1}{13}$ d. $\frac{1}{4}$

B. Kerjakanlah soal-soal berikut dengan benar.

1. Pada suatu sore hari seorang anak laki-laki yang tingginya 1,5 m mempunyai bayangan sepanjang 4,5 m. Tina mempunyai tinggi 1,3 m. Berapakah panjang bayangan Tina jika berdiri pada waktu yang sama di sekitar tempat tersebut?
2. Perhatikan gambar di samping. Seorang nelayan ingin mengetahui jarak perahu temannya yang berada di laut dari tepi pantai. Berdasarkan letak perahu, nelayan tersebut berada di titik *D*. Kemudian, ia menentukan titik-titik *ABC* di sepanjang pantai sebagaimana sketsa berikut. Tentukan jarak *AA'*.



3. Buktikan bahwa ΔABC dan ΔADC berikut adalah kongruen.



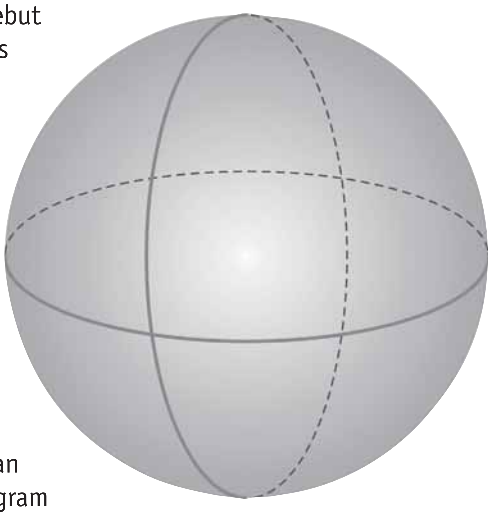
4. Sebuah tabung mempunyai daya tampung 2,156 liter. Jika diameter tabung adalah 14 cm maka tentukan tinggi tabung tersebut.

5. Sebuah caping berbentuk kerucut yang mempunyai panjang garis pelukis 28 cm dan jari-jari 21 cm. Caping tersebut terbuat dari anyaman bambu. Tentukan luas anyaman bambu yang digunakan untuk membuat caping tersebut.

6. Sebuah mangkok berbentuk setengah bola dengan diameter 14 cm. Tentukan volume mangkok tersebut.

7. Sebuah bola mempunyai keliling lingkaran tengah 66 cm. Tentukan luas bahan yang digunakan untuk melapisi kulit bola tersebut.

8. Seorang siswa mempunyai koleksi buku sebanyak 50 buku yang terdiri atas 20 buku pelajaran sekolah, 10 buku cerpen, 15 buku motivasi diri, dan 5 buku biografi tokoh-tokoh dunia. Buatlah diagram lingkaran untuk mengilustrasikan informasi data tersebut.



9. Seorang pedagang mencampur 10 kg buah jeruk yang harganya Rp15.000,00 per kg dengan 5 kg buah jeruk yang harganya Rp10.000,00 per kg. Berapakah harga rata-rata per kg campuran buah jeruk sekarang?

10. Di suatu sekolah terdapat 100 orang siswa yang mengajukan beasiswa. Masing-masing siswa mempunyai peluang sebesar 0,25 untuk dapat mendapatkan beasiswa tersebut. Berapakah banyak siswa yang diperkirakan akan mendapatkan beasiswa tersebut?

Sumber: *www.defedanmerica.com*

Bab IV

Pangkat dan Akar

Apabila seseorang terjun dari ketinggian tertentu dengan kecepatan awal nol maka peristiwa ini dikenal dengan nama *gerak jatuh bebas*. Hubungan antara kecepatan jatuh dan ketinggian orang tersebut dari permukaan tanah dirumuskan dengan persamaan

$$v = \sqrt{2gh}$$

dengan v adalah kecepatan jatuh, g adalah besar gravitasi bumi di tempat tersebut, dan h adalah ketinggian terjun dari permukaan tanah.

Bentuk $\sqrt{2gh}$ merupakan contoh bentuk akar yang akan kamu pelajari pada bab berikut. Adakah hubungan antara bentuk pangkat dan bentuk akar? Jika persamaan gerak jatuh bebas adalah

$v = \sqrt{2gh}$ maka berapakah nilai dari v^2?

Sumber: *www.richard.seaman.com.*

Tujuan Pembelajaran:

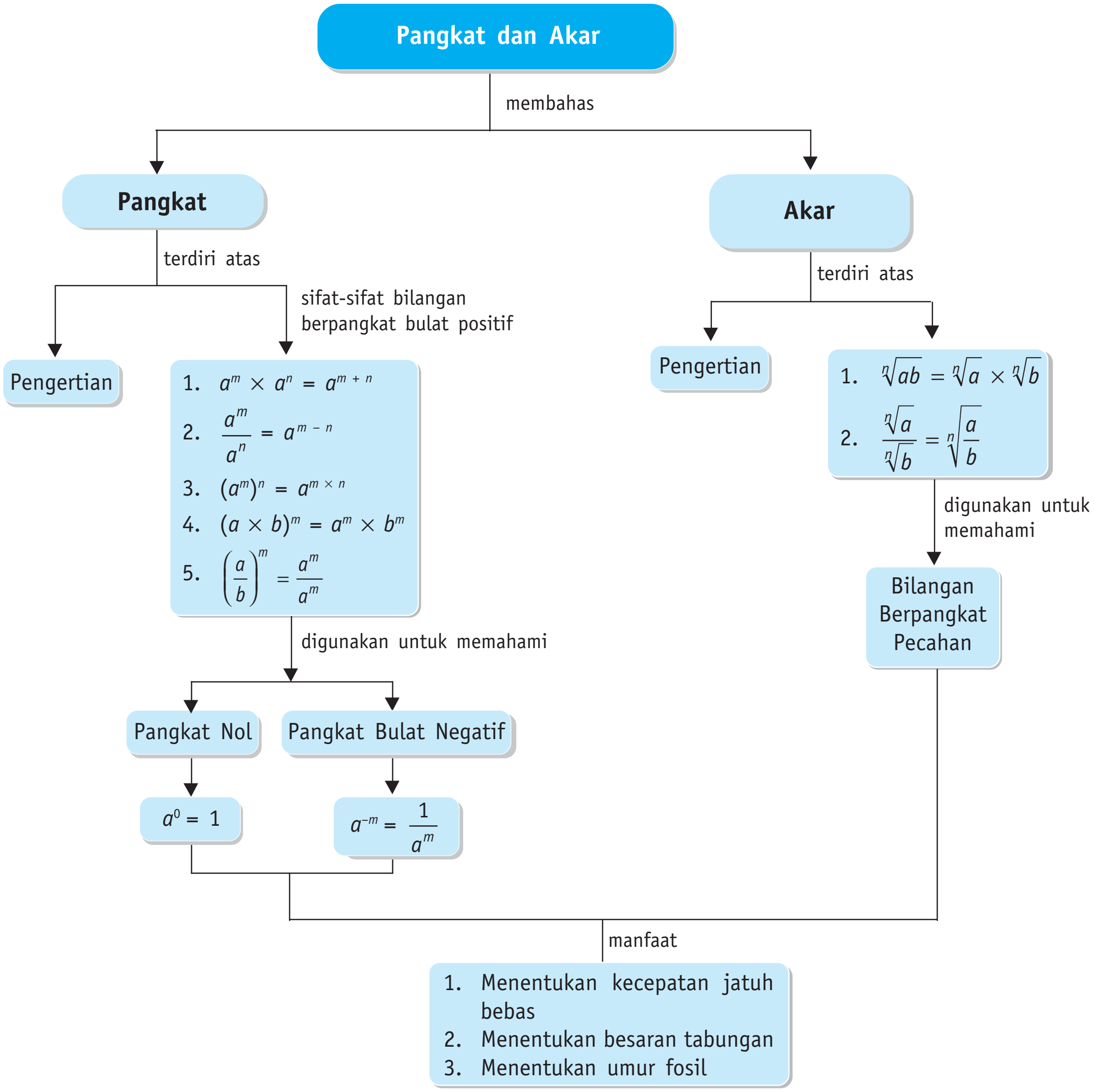
Setelah mempelajari bab ini, kamu akan mampu untuk:

a. memahami pengertian bentuk pangkat dan bentuk akar,
b. memahami sifat-sifat bilangan berpangkat bulat positif, bilangan berpangkat,
c. memahami sifat-sifat akar dan bilangan berpangkat pecahan,
d. merasionalkan bentuk akar, dan
e. memecahkan masalah bilangan berpangkat dan bentuk akar.

Apa yang akan dipelajari pada bab ini?

A. **Pangkat**
B **Akar**

Peta Konsep



Kata Kunci

Pada bab ini, kamu akan menemukan istilah-istilah berikut.

- pangkat
- akar
- bilangan pokok
- merasionalkan bentuk akar

Uji Prasyarat

Kerjakan soal-soal berikut terlebih dahulu sebelum kamu mempelajari materi pangkat dan akar.

Hitunglah hasil dari operasi berikut.

1. $2^3 \times 3^2$
2. $\frac{2^4}{4}$
3. $\sqrt{16}$
4. $\sqrt{16129}$
5. $2^5 + \sqrt{81}$

A. Pangkat

Di Kelas VII, kamu telah mengenal bentuk akar. Kali ini, kamu akan diingatkan kembali pada materi pangkat dan akar tersebut. Bukalah kembali buku Kelas VII pada pembahasan bilangan untuk membantumu mengingat materi ini.

1. Pengertian Bilangan Berpangkat

Misalnya, Pak Budi menabung di bank sebesar Rp100.000,00 dengan bunga majemuk 10% per tahun.

Sumber: *Dokumen Penerbit*

Gambar 4.1
Perhitungan tabungan merupakan salah satu penggunaan bentuk akar.

Besarnya tabungan Pak Budi pada tiga tahun pertama diperlihatkan pada tabel berikut.

Tahun	Besarnya Tabungan (dalam ribuan)
1.	100 + (10% × 100) = 100(1,10)
2.	100(1,10) + {10% × 100(1,10)} = 100(1,10)(1,10)
3.	100(1,10)(1,10) + {10% × 100(1,10)(1,10)} = 100(1,10)(1,10)(1,10)

Secara umum, tabungan Pak Budi (dalam ribuan) pada akhir tahun ke-n dapat dinyatakan sebagai

$$A = 100\,\underbrace{(1{,}10)(1{,}10)(1{,}10)\ldots(1{,}10)}_{n\ faktor}$$

$$= 100(1{,}10)^n$$

Bentuk ini dinamakan *bentuk pangkat* .

Bentuk a^n didefinisikan sebagai perkalian berulang a sebanyak n faktor. Secara sederhana, bentuk a^n dapat ditulis sebagai berikut.

$$a^n = \underbrace{a \times a \times a \times \ldots \times a}_{n\ faktor}$$

dengan a disebut bilangan pokok (basis) dan n disebut pangkat.

2. Sifat-Sifat Bilangan Berpangkat Bulat Positif

Masih ingatkah kamu sifat-sifat bilangan berpangkat bulat positif? Berikut adalah sifat-sifat tersebut.

a. $a^m \times a^n = a^{m+n}$, dengan a bilangan bulat, m dan n bilangan bulat positif.

Bukti:

$$a^m \times a^n = \underbrace{a \times a \times a \times \ldots \times a}_{m\ faktor} \times \underbrace{a \times a \times a \times \ldots \times a}_{n\ faktor}$$

$$= \underbrace{a \times a \times a \times \ldots \times a}_{m+n\ faktor}$$

$$= a^{m+n}$$

b. $a^m : a^n = \dfrac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$, dengan a bilangan bulat, m dan n bilangan bulat positif, dan $m > n$.

Bukti:

$$a^m : a^n = \frac{a^m}{a^n} = \frac{\underbrace{a \times a \times a \times \ldots a}_{m\ faktor}}{\underbrace{a \times a \times a \times \ldots a}_{n\ faktor}}$$

$$= \underbrace{a \times a \times a \times \ldots \times a}_{m-n\ faktor}$$

$$= a^{m-n}$$

c. $(a^m)^n = a^{m \times n}$,dengan a bilangan bulat, m dan n bilangan bulat positif.

Bukti:

$$\left(a^m\right)^n = \underbrace{a^m \times a^m \times a^m \times \ldots \times a^m}_{n\ faktor}$$

$$= \underbrace{\underbrace{a \times a \times a \times \ldots \times a}_{m\ faktor} \times \underbrace{a \times a \times a \times \ldots \times a}_{m\ faktor} \times \ldots \times \underbrace{a \times a \times a \times \ldots \times a}_{m\ faktor}}_{n\ faktor}$$

$$= a^{m \times n}$$

d. $(a \times b)^m = a^m \times a^m$

Bukti:

$$(a\times b)^m = \underbrace{(a\times b)\times(a\times b)\times(a\times b)\times\ldots\times(a\times b)}_{m\ faktor}$$

$$= \underbrace{a\times a\times a\times\ldots\times a}_{m\ faktor}\times\underbrace{b\times b\times b\times\ldots\times b}_{m\ faktor}$$

$$= a^m\times b^m$$

e. $\left(\dfrac{a}{b}\right)^m = \dfrac{a^m}{b^m}$

Bukti:

$$\left(\frac{a}{b}\right)^m = \underbrace{\left(\frac{a}{b}\right)\times\left(\frac{a}{b}\right)\times\left(\frac{a}{b}\right)\times\ldots\times\left(\frac{a}{b}\right)}_{m\ \ faktor}$$

$$= \underbrace{\left(\frac{a\times a\times a\times\ldots\times a}{b\times b\times b\times\ldots\times b}\right)}_{m\ \ faktor}$$

$$= \frac{\left(\underbrace{a\times a\times a\times\ldots\times a}_{m\ \ faktor}\right)}{\left(\underbrace{b\times b\times b\times\ldots\times b}_{m\ \ faktor}\right)}$$

$$= \frac{a^m}{b^m}$$

Contoh Soal 4.1

Hitunglah soal-soal berikut dengan dua cara yang telah kamu ketahui.

a. $2^3 \times 2^5$

b. $2^7 : 2^4$

c. $(2^2)^3$

Penyelesaian:

a. *Cara 1*:

$$2^3\times 2^5 = \underbrace{2\times2\times2}_{3\ \text{faktor}}\times\underbrace{2\times2\times2\times2\times2}_{5\ \text{faktor}}$$

$$= \underbrace{2\times2\times2\times2\times2\times2\times2\times2}_{8\ \text{faktor}}$$

$$= 2^8$$

Cara 2:

$2^3 \times 2^5 = 2^{3+5} = 2^8$

b. *Cara 1*:

$$2^7 : 2^4 = \frac{2^7}{2^4} = \frac{\underbrace{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2}_{7\text{ faktor}}}{\underbrace{2 \times 2 \times 2 \times 2}_{4\text{ faktor}}}$$

$$= \underbrace{2 \times 2 \times 2}_{3\text{ faktor}}$$

$$= 2^3$$

Cara 2:

$2^7 : 2^4 = 2^{7-4} = 2^3$

c. *Cara 1*:

$$\left(2^2\right)^3 = \underbrace{2^2 \times 2^2 \times 2^2}_{3\text{ faktor}}$$

$$= \underbrace{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2}_{6\text{ faktor}}$$

$$= 2^6$$

Cara 2:

$(2^2)^3 = 2^{2 \times 3} = 2^6$

Latihan 4.1

Hitunglah soal-soal berikut dengan dua cara yang telah kamu ketahui.

1. $4^5 \times 4^4$
2. $3^7 : 3^4$
3. $(8^2)^5$
4. $(6 \times 3)^7$
5. $\left(\frac{5}{12}\right)^3$
6. $(-b^7)^8$
7. $(-a^5b^5)^3$
8. $(a^2)^3\ (-2b^5)^5$
9. $(5a^3)^5 : (-5^4a^3)^5$
10. $\left(\frac{4}{3}a\right)^2 \left(a^3b^5\right)^6$

3. Pangkat Nol

Berapakah nilai dari a^0, dengan a bilangan bulat? Coba kamu lakukan kegiatan berikut untuk mengetahuinya.

Eksplorasi 4.1

Tujuan:

Mengetahui nilai dari a^0.

Kegiatan:

Hitunglah nilai dari $\frac{a^m}{a^m}$ ($a \neq 0$ dan m bilangan bulat positif) dengan dua cara berikut pada buku latihanmu.

Cara 1:

$$\frac{a^m}{a^m} = a^{\ldots-\ldots} = a^0$$

Cara 2:

$$\frac{a^m}{a^m} = \frac{\underbrace{a \times a \times a \times \ldots \times a}_{m \text{ faktor}}}{\underbrace{a \times a \times a \times \ldots \times a}_{m \text{ faktor}}}$$

$$= \underbrace{\frac{a}{a} \times \frac{\ldots}{\ldots} \times \frac{\ldots}{\ldots} \times \frac{a}{a}}_{m \text{ faktor}}$$

$$= 1 \times \ldots \times \ldots \times \ldots \times 1$$

$$= \ldots.$$

Pertanyaan:

Berdasarkan kedua cara tersebut, diperoleh bahwa a^0 = ...

Contoh Soal 4.2

Tentukan hasil dari

a. $a^0 \times b^5$

b. $20\,(x + y)\,(x - y)^0$

c. $\frac{x+y+z}{2a(x-y+z^2)^0}$

Penyelesaian:

a. $a^0 \times b^5 = 1 \times b^5 = b^5$

b. $20\,(x + y)\,(x - y)^0 = 20(x + y)$

$= 20x + 20y$

c. $\frac{x+y+z}{2a(x-y+z^2)^0} = \frac{x+y+z}{2a}$

Latihan 4.2

Kerjakan soal-soal berikut.

1. 23^0
2. m^0
3. $(4c)^0$
4. $8(2m^3n)^0$
5. $12a^0b^2$
6. $\dfrac{a^0b^2c^3}{2\ \ bc}$
7. $\dfrac{a^0 \times a \times a^2}{b^4 \times b^3 \times b^2 \times b^1 \times b^0}$
8. $\dfrac{2}{3}m^3 \times \dfrac{9}{5}m^0$
9. $\left(\dfrac{2}{8}a^5b^3c^4\right)^0$
10. $\dfrac{\left(\dfrac{2}{3}\right)^0 \times \left(\dfrac{2}{8}\right)^2}{\left(\dfrac{5}{7}\right)}$

---

4. Pangkat Bulat Negatif

Pada pembahasan sebelumnya, kamu hanya mempelajari pangkat bilangan bulat positif beserta sifat-sifatnya. Adakah bilangan berpangkat bulat negatif? Jika ada, apakah makna dari bilangan bulat negatif? Kamu telah mengetahui bahwa $a^0 = 1$ dan $a^{m+n} = a^m \times a^n$, sehingga

$$\begin{aligned} 1 &= a^0 \\ &= a^{m+(-m)} \\ &= a^m \times a^{-m} \end{aligned}$$

Jadi,

$a^{-m} = \dfrac{1}{a^m}$, dengan a bilangan bulat dan m bilangan bulat positif.

Apakah sifat-sifat yang terdapat pada pangkat bilangan positif juga akan berlaku pada pangkat bilangan negatif? Selidikilah bersama temanmu.

Contoh Soal 4.3

Ubahlah bentuk-bentuk pangkat negatif berikut ke dalam bentuk pangkat positif.

a. 2^{-5}

b. $\dfrac{1}{2^{-4}}$

c. $\left(\dfrac{2}{3}\right)^{-4}$

Penyelesaian:

a. $2^{-5} = \frac{1}{2^5}$

b. $\frac{1}{2^{-4}} = 2^4$

c. $\left(\frac{2}{3}\right)^{-4} = \frac{2^{-4}}{3^{-4}} = \frac{\left(\frac{1}{2^4}\right)}{\left(\frac{1}{3^4}\right)} = \frac{3^4}{2^4} = \left(\frac{3}{2}\right)^4$

Latihan 4.3

Ubahlah bentuk-bentuk pangkat negatif berikut ke dalam bentuk pangkat positif.

1. 6^{-5}
2. $(-0,5)^{-2}$
3. $\left(\frac{-5}{8}\right)^{-3}$
4. $(-12)^{-3}$
5. $(-0,1)^{-1}$
6. $\left(\frac{3}{5}\right)^{-2}$
7. $\left(\frac{2}{12}\right)^{-2}$
8. $(0,08)^{-3}$
9. $(-0,6)^{-1}$
10. $\left(\frac{3}{7}\right)^{-7}$

Berilah tanda <, =, atau > agar pernyataan berikut menjadi benar .

11. $4^3 \ldots 5^2$
12. $(-2)^{-2} \ldots 2^2$
13. $10^{-4} \ldots (-10)^{-3}$
14. $(-0,02)^2 \ldots \left(\frac{4}{10}\right)^{-1}$
15. $(0,3)^{-1} \ldots \left(\frac{-4}{7}\right)^{-2}$
16. $(-8)^{-4} \ldots 6^{-3}$
17. $(-11)^0 \ldots (-5)^3$
18. $2^5 \ldots (-0,3)^2$
19. $\left(\frac{3}{4}\right)^{-2} \ldots (-10)^{-1}$
20. $(0,07)^{-2} \ldots (-0,7)^{-3}$

B. Akar

Pada bahasan yang lalu, kamu telah mempelajari pengertian pangkat suatu bilangan. Pada bahasan kali ini, kamu akan mempelajari akar suatu bilangan. Masih ingatkah kamu pengertian akar suatu bilangan?

1. Pengertian Akar suatu Bilangan

Coba kamu perhatikan beberapa bentuk pangkat berikut.

- $2^3 = 8$
- $3^2 = 9$

Pada bentuk $2^3 = 8$, dikatakan bahwa 2 adalah akar pangkat 3 dari 8 dan ditulis sebagai $\sqrt[3]{8} = 2$. Demikian pula bentuk $3^2 = 9$, dikatakan bahwa 3 adalah akar pangkat 2 dari 9 dan ditulis $\sqrt[2]{9} = 3$. Dengan demikian,

Jika a dan b bilangan bulat dan $a^n = b$ maka a adalah akar pangkat n dari b, ditulis $a = \sqrt[n]{b}$ dan dibaca a adalah akar pangkat n dari b.

Berapakah kuadrat dari 2 dan –2? Kuadrat dari 2 dan –2 adalah $2^2 = 4$ dan $(-2)^2 = 4$. Sekarang, berapakah nilai dari $\sqrt{4}$? Apakah 2 dan –2? Jawabannya adalah tidak. Mengapa? Karena hanya *akar positif*, yaitu 2 yang dapat kamu tulis sebagai $\sqrt{4}$. Jadi, $\sqrt{4} = 2$ dan $\sqrt{4} \neq -2$. Oleh karena itu,

Jika $x^2 = a$ dan $x > 0$ maka $\sqrt{a} = x$.

2. Sifat-Sifat Akar

Seperti halnya bilangan berpangkat, bentuk akar pun memiliki beberapa sifat. Sifat-sifat bentuk akar antara lain sebagai berikut.

a. $\sqrt[n]{x} \times \sqrt[n]{y} = \sqrt[n]{xy}$

b. $\dfrac{\sqrt[n]{x}}{\sqrt[n]{y}} = \sqrt[n]{\dfrac{x}{y}}$

Contoh Soal 4.4

Sederhanakan bentuk-bentuk akar berikut.

a. $\sqrt{50}$

b. $4\sqrt{75a^5b}$

c. $\dfrac{\sqrt{200}}{\sqrt{2}}$

d. $\sqrt[3]{-24}$

e. $\sqrt{\dfrac{a^3b^2}{c^2d^4}}$

Penyelesaian:

a. $\sqrt{50} = \sqrt{25 \times 2} = \sqrt{25} \times \sqrt{2} = 5\sqrt{2}$

b. $$\begin{aligned} 4\sqrt{75a^5b} &= 4\sqrt{(25 \times 3)a^5b} \\ &= 4\sqrt{25 \cdot a^4 \cdot 3 \cdot a \cdot b} \\ &= 4\sqrt{25a^4} \times \sqrt{3ab} \\ &= (4 \times 5)a^2 \times \sqrt{3ab} \\ &= 20a^2\sqrt{3ab} \end{aligned}$$

c. $$\frac{\sqrt{200}}{\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{200}{2}} = \sqrt{100} = 10$$

d. $\sqrt[3]{-24} = \sqrt[3]{-8 \times 3} = \sqrt[3]{-8} \times \sqrt[3]{3} = -2\sqrt[3]{3}$

e. $$\begin{aligned} \sqrt{\frac{a^3b^2}{c^2d^4}} &= \frac{\sqrt{a^3} \times \sqrt{b^2}}{\sqrt{c^2} \times \sqrt{d^4}} \\ &= \frac{\sqrt{a^2 \cdot a} \times \sqrt{b^2}}{\sqrt{c^2} \times \sqrt{d^2 \cdot d^2}} \\ &= \frac{\sqrt{a^2} \times \sqrt{a} \times \sqrt{b^2}}{\sqrt{c^2} \times \sqrt{d^2} \times \sqrt{d^2}} \\ &= \frac{a \times \sqrt{a} \times b}{c \times d \times d} \\ &= \frac{ab\sqrt{a}}{cd^2} \end{aligned}$$

Latihan 4.4

Sederhanakan bentuk-bentuk akar berikut.

1. $\sqrt{192}$
2. $\sqrt{32x^2}$
3. $\sqrt[3]{-27}$
4. $8\sqrt[3]{27} \times 2\sqrt[3]{-27}$
5. $\dfrac{3}{\sqrt{2}}$
6. $\sqrt{\dfrac{2}{3}} \times \sqrt{\dfrac{3}{5}}$
7. $\sqrt[3]{-125x^6y^6}$
8. $\sqrt[3]{\dfrac{a^{3n+3}b^{6m+5n}}{a^{6m}b^{2n}}}$
9. $\sqrt{2}\left(\sqrt{3} + 5 - \sqrt{8}\right)$
10. $\sqrt{\dfrac{1}{7}}\left(\sqrt{5} - \sqrt{10} + \sqrt{13}\right)$

3. Bilangan Berpangkat Pecahan

Bagaimanakah cara menyatakan akar dalam bentuk bilangan berpangkat pecahan? Lakukan kegiatan berikut untuk mengetahuinya.

Eksplorasi 4.2

Tujuan:

Menyatakan akar dalam bentuk bilangan berpangkat pecahan.

Kegiatan:

Kerjakanlah pada buku latihanmu.

Misalnya, $\sqrt[n]{a^m} = a^p$

1. Pangkatkan kedua ruas dengan n.

$$\left(\sqrt[n]{a^m}\right)^n = \left(a^p\right)^n \Leftrightarrow a^m = a^{....}$$

2. Perhatikan pangkat dari a pada kedua ruas tersebut.
   $m = ...$
3. Nyatakan p dalam m dan n.
   $... = pn \Leftrightarrow p = ...$

Pertanyaan:

Dapatkah kamu menyatakan p dalam m dan n?

Setelah melakukan kegiatan tersebut, kamu akan memperoleh kesimpulan berikut.

Bentuk akar $\sqrt[n]{a^m}$ dapat dinyatakan dalam bentuk pangkat pecahan, yaitu $a^{\frac{m}{n}}$

Sifat-sifat yang dimiliki oleh bilangan berpangkat pecahan antara lain sebagai berikut.

a. $$a^{\frac{1}{n}} \cdot b^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$$
$$= \sqrt[n]{ab}$$
$$= (ab)^{\frac{1}{n}}$$

b. $$\frac{a^{\frac{1}{n}}}{b^{\frac{1}{n}}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \left(\frac{a}{b}\right)^{\frac{1}{n}}$$

c. $$\left(a^{\frac{1}{n}}\right)^n = \left(\sqrt[n]{a}\right)^n = a$$

Contoh Soal 4.5

Hitunglah:

a. $3^{\frac{1}{2}}2^{\frac{1}{2}}$

b. $8^{\frac{2}{3}}$

Penyelesaian:

a. $3^{\frac{1}{2}} \cdot 2^{\frac{1}{2}} = (3 \cdot 2)^{\frac{1}{2}} = 6^{\frac{1}{2}} = \sqrt{6}$

b. $8^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{8^2} = \sqrt[3]{8 \times 8} = \sqrt[3]{8} \times \sqrt[3]{8} = 2 \cdot 2 = 4$

Latihan 4.5

1. Nyatakanlah bentuk-bentuk pangkat berikut ke dalam bentuk akar.
   a. $3^{\frac{1}{4}}$
   b. $2^{\frac{3}{5}}$
   c. $y^{\frac{2}{7}}$
   d. $\left(\frac{1}{y}\right)^{\frac{1}{2}}$
   e. $\left(\frac{1}{8}\right)^{\frac{1}{3}}$
2. Nyatakanlah bentuk-bentuk akar berikut ke dalam bentuk pangkat.
   a. $\sqrt{m}$
   b. $\sqrt{b^3}$
   c. $\sqrt[3]{c^2}$
   d. $\sqrt[5]{a^4}$
   e. $3c\sqrt[9]{a^7}$
3. Tentukan nilai dari bentuk-bentuk pangkat berikut.
   a. $27^{\frac{2}{3}}$
   b. $16^{\frac{1}{2}}$
   c. $36^{\frac{1}{2}}$
   d. $81^{\frac{3}{4}}$
   e. $5^{\frac{1}{5}} \times 5^{\frac{3}{2}}$
4. Hitunglah nilai dari $\left(\frac{121x^2}{y^8}\right)^{-\frac{1}{2}}$.
5. Jabarkan bentuk $\left(a^{\frac{1}{3}} + b^{-\frac{1}{4}}\right)^2$.

Sekarang, apakah makna bilangan berpangkat pecahan negatif, seperti $m^{-\frac{2}{5}}$?

$m^{-\frac{2}{5}} = \frac{1}{m^{\frac{2}{5}}} = \frac{1}{\sqrt[5]{m^2}}$. Dengan demikian, makna dari $m^{-\frac{2}{5}}$ adalah $\frac{1}{m^{\frac{2}{5}}}$.

Contoh Soal 4.6

Hitunglah bentuk-bentuk bilangan berpangkat berikut.

a. $125^{-\frac{1}{3}}$

b. $-\left(\frac{1}{64}\right)^{-\frac{5}{6}}$

c. $\left(m^{\frac{1}{2}}+m^{-\frac{1}{2}}\right)^{2}$

Penyelesaian:

a. $125^{\frac{-1}{3}}=\frac{1}{125^{\frac{1}{3}}}=\frac{1}{\sqrt[3]{125}}=\frac{1}{\sqrt[3]{5^3}}=\frac{1}{5}$

b.
$$\begin{aligned}-\left(\frac{1}{64}\right)^{-\frac{5}{6}}&=-(64)^{\frac{5}{6}}\\&=-(2^{6})^{\frac{5}{6}}\\&=-2^{5}\\&=-32\end{aligned}$$

c.
$$\begin{aligned}\left(m^{\frac{1}{2}}+m^{-\frac{1}{2}}\right)^{2}&=\left(m^{\frac{1}{2}}\right)^{2}+2m^{\frac{1}{2}}m^{-\frac{1}{2}}+\left(m^{-\frac{1}{2}}\right)^{2}\\&=m+2m^{\frac{1}{2}+\left(-\frac{1}{2}\right)}+m^{-1}\\&=m+2m^{0}+m^{-1}\\&=m+2(1)+\frac{1}{m}\\&=m+\frac{1}{m}+2\end{aligned}$$

Latihan 4.6

Hitunglah bentuk-bentuk bilangan berpangkat berikut.

a. $1.000^{-\frac{1}{3}}$

b. $-\left(\frac{1}{729}\right)^{-\frac{5}{6}}$

c. $\left(\frac{121x^2}{y^8}\right)^{-\frac{1}{2}}$

d. $\left(a^{\frac{1}{3}}+b^{-\frac{1}{4}}\right)^{2}$

e. $\left(\frac{512x^3}{y^{12}}\right)^{-\frac{1}{3}}\left(m^{-\frac{1}{2}}+m^{\frac{1}{2}}\right)^{2}$

4. Merasionalkan Bentuk Akar

Seringkali kamu menemukan bentuk-bentuk akar yang memuat bilangan pecahan, misalnya, $\sqrt{\frac{3}{8}}, \frac{4}{\sqrt{2}+3}$, dan $\frac{8}{5\sqrt{7}-\sqrt{2}}$. Penyebut pecahan pada contoh-contoh tersebut merupakan bentuk akar. Bentuk-bentuk tersebut masih dapat kamu sederhanakan agar penyebutnya tidak berbentuk akar. Kegiatan menyederhanakan bentuk akar yang memuat bilangan pecahan dinamakan *merasionalkan bentuk akar* .

Sebagai contoh, dapatkah kamu merasionalkan $\sqrt{\frac{3}{8}}$? Rasionalisasi bentuk akar $\sqrt{\frac{3}{8}}$ adalah sebagai berikut.

$$\sqrt{\frac{3}{8}} = \sqrt{\frac{3}{8}\cdot\frac{2}{2}} = \sqrt{\frac{6}{16}} = \sqrt{\frac{1}{16}\times 6} = \sqrt{\frac{1}{16}}\times\sqrt{6} = \frac{1}{4}\sqrt{6}$$

Jadi, bentuk akar $\sqrt{\frac{3}{8}}$ dapat kamu rasionalkan menjadi $\frac{1}{4}\sqrt{6}$.

Contoh Soal 4.7

Rasionalkan bentuk-bentuk akar berikut.

a. $\sqrt{\frac{2}{3}}$

b. $\sqrt{\frac{a^3}{b}}$

c. $\sqrt{\frac{5}{8m^3}}$

d. $4\sqrt{\frac{3x^2}{5y}}$

e. $\sqrt[3]{\frac{u^3}{2v}}$

Penyelesaian:

a. $\sqrt{\frac{2}{3}} = \sqrt{\frac{2}{3}\cdot\frac{3}{3}} = \sqrt{\frac{6}{9}} = \sqrt{\frac{1}{9}\times 6} = \sqrt{\frac{1}{9}}\times\sqrt{6} = \frac{1}{3}\sqrt{6}$

b. $\sqrt{\frac{a^3}{b}} = \sqrt{\frac{a^3}{b}\cdot\frac{b}{b}} = \sqrt{\frac{a^3b}{b^2}} = \sqrt{\frac{a^2}{b^2}\times ab} = \sqrt{\frac{a^2}{b^2}}\times\sqrt{ab} = \frac{a}{b}\sqrt{ab}$

c. $\sqrt{\frac{5}{8m^3}} = \sqrt{\frac{5}{8m^3}\cdot\frac{2m}{2m}} = \sqrt{\frac{10m}{16m^4}} = \sqrt{\frac{1}{16m^4}\times 10m} = \sqrt{\frac{1}{16m^4}}\times\sqrt{10m} = \frac{1}{4m^2}\sqrt{10m}$

d. $4\sqrt{\frac{3x^2}{5y}} = 4\sqrt{\frac{3x^2}{5y}\cdot\frac{5y}{5y}} = 4\sqrt{\frac{15x^2y}{25y^2}} = 4\sqrt{\frac{x^2}{25y^2}\times 15y} = 4\sqrt{\frac{x^2}{25y^2}}\times\sqrt{15y} = \frac{4x}{5y}\sqrt{15y}$

e. $\sqrt[3]{\frac{u^3}{2v}} = \sqrt[3]{\frac{u^3}{2v}\cdot\frac{4v^2}{4v^2}} = \sqrt[3]{\frac{4u^3v^2}{8v^3}} = \sqrt[3]{\frac{u^3}{8v^3}\cdot 4v^2} = \sqrt[3]{\frac{u^3}{8v^3}}\times\sqrt[3]{4v^2} = \frac{u}{2v}\sqrt[3]{4v^2}$

Selain bentuk $\sqrt{\frac{a}{b}}$, terdapat pula bentuk-bentuk lain, seperti $\frac{a}{\sqrt{b}}, \frac{a}{\sqrt{b}+c}, \frac{a}{b\sqrt{c}+\sqrt{d}}$. Bagaimanakah cara merasionalkan bentuk-bentuk tersebut?

a. Bentuk $\frac{a}{\sqrt{b}}$

Bentuk $\frac{a}{\sqrt{b}}$ dapat kamu rasionalkan dengan cara mengalikan pembilang dan penyebut dengan $\frac{\sqrt{b}}{\sqrt{b}}$.

Contoh Soal 4.8

Rasionalkan bentuk-bentuk akar berikut.

a. $\frac{4}{\sqrt{3}}$

b. $\frac{5\sqrt{5}}{3\sqrt{6}}$

Penyelesaian:

a.
$$\begin{aligned}\frac{4}{\sqrt{3}} &= \frac{4}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}\\ &= \frac{4\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}\\ &= \frac{4\sqrt{3}}{\sqrt{3\times 3}}\\ &= \frac{4\sqrt{3}}{\sqrt{9}}\\ &= \frac{4}{3}\sqrt{3}\end{aligned}$$

b.
$$\begin{aligned}\frac{5\sqrt{5}}{3\sqrt{6}} &= \frac{5\sqrt{5}}{3\sqrt{6}} \times \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{6}}\\ &= \frac{5\sqrt{5}\times\sqrt{6}}{3\sqrt{6}\times\sqrt{6}}\\ &= \frac{5\sqrt{5\times 6}}{3\sqrt{6\times 6}}\\ &= \frac{5\sqrt{30}}{3\sqrt{36}}\\ &= \frac{5\sqrt{30}}{3(6)}\\ &= \frac{5}{18}\sqrt{30}\end{aligned}$$

b. Bentuk $\frac{a}{\sqrt{b}+c}$

Bentuk $\frac{a}{\sqrt{b}+c}$ dapat kamu rasionalkan dengan cara mengalikan $\frac{a}{\sqrt{b}+c}$ dengan $\frac{\sqrt{b}-c}{\sqrt{b}-c}$. Perhatikan contoh-contoh berikut.

Contoh Soal 4.9

Rasionalkan bentuk-bentuk akar berikut.

a. $\frac{7}{\sqrt{5}+9}$

b. $\frac{3}{3-\sqrt{3}}$

Penyelesaian:

a. $$\begin{aligned}\frac{7}{\sqrt{5}+9} &= \frac{7}{\sqrt{5}+9} \times \frac{\sqrt{5}-9}{\sqrt{5}-9}\\ &= \frac{7\left(\sqrt{5}-9\right)}{\left(\sqrt{5}\right)^2-9^2}\\ &= \frac{7\left(\sqrt{5}-9\right)}{5-81}\\ &= -\frac{7\left(\sqrt{5}-9\right)}{76}\end{aligned}$$

b. $$\begin{aligned}\frac{3}{3-\sqrt{3}} &= \frac{3}{3-\sqrt{3}} \times \frac{3+\sqrt{3}}{3+\sqrt{3}}\\ &= \frac{3\left(3+\sqrt{3}\right)}{3^2-\left(\sqrt{3}\right)^2}\\ &= \frac{3\left(3+\sqrt{3}\right)}{9-3}\\ &= \frac{3\left(3+\sqrt{3}\right)}{6}\\ &= \frac{1}{2}\left(3+\sqrt{3}\right)\end{aligned}$$

c. Bentuk $\frac{a}{b\sqrt{c}+\sqrt{d}}$

Bentuk $\frac{a}{b\sqrt{c}+\sqrt{d}}$ dapat kamu rasionalkan dengan cara mengalikan pembilang dan penyebut dengan $\frac{b\sqrt{c}-\sqrt{d}}{b\sqrt{c}-\sqrt{d}}$.

Contoh Soal 4.10

Rasionalkan bentuk-bentuk akar berikut.

a. $\frac{1}{2\sqrt{5}-\sqrt{3}}$

b. $\frac{5}{5\sqrt{5}+\sqrt{7}}$

Penyelesaian:

a. $$\frac{1}{2\sqrt{5}-\sqrt{3}} = \frac{1}{2\sqrt{5}-\sqrt{3}} \times \frac{2\sqrt{5}+\sqrt{3}}{2\sqrt{5}+\sqrt{3}}$$
$$= \frac{2\sqrt{5}+\sqrt{3}}{\left(2\sqrt{5}\right)^2-\left(\sqrt{3}\right)^2}$$
$$= \frac{2\sqrt{5}+\sqrt{3}}{4(5)-3}$$
$$= \frac{2\sqrt{5}+\sqrt{3}}{20-3}$$
$$= \frac{2\sqrt{5}+\sqrt{3}}{17}$$

b. $$\frac{5}{5\sqrt{5}+\sqrt{7}} = \frac{5}{5\sqrt{5}+\sqrt{7}} \times \frac{5\sqrt{5}-\sqrt{7}}{5\sqrt{5}-\sqrt{7}}$$
$$= \frac{5\left(5\sqrt{5}-\sqrt{7}\right)}{\left(5\sqrt{5}\right)^2-\left(\sqrt{7}\right)^2}$$
$$= \frac{5\left(5\sqrt{5}-\sqrt{7}\right)}{25(5)-7}$$
$$= \frac{5\left(5\sqrt{5}-\sqrt{7}\right)}{125-7}$$
$$= \frac{5}{118}\left(5\sqrt{5}-\sqrt{7}\right)$$

Latihan 4.7

1. Rasionalkan bentuk-bentuk akar berikut.
   a. $\sqrt{\frac{1}{3}}$
   b. $\sqrt{\frac{1}{2}}$
   c. $\sqrt[3]{\frac{2}{3}}$
2. Rasionalkan bentuk-bentuk akar berikut.
   a. $\sqrt{\frac{x}{y}}$
   b. $\frac{2}{y^2}\sqrt{\frac{25}{3}y^3}$
   c. $\sqrt{\frac{x+y}{x-y}}$
3. Rasionalkan bentuk-bentuk akar $\frac{a}{\sqrt{b}}$ berikut.
   a. $\frac{5}{\sqrt{11}}$
   b. $\frac{7}{13\sqrt{3}}$
   c. $\frac{3\sqrt{5}}{\sqrt{13}}$

4. Rasionalkan bentuk-bentuk akar $\frac{a}{\sqrt{b} + c}$ berikut.

a. $\frac{2}{\sqrt{3}+5}$

c. $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}-7}$

b. $\frac{5\sqrt{8}}{\sqrt{5}+7}$

5. Rasionalkan bentuk-bentuk akar $\frac{a}{b\sqrt{c} + \sqrt{d}}$ berikut.

a. $\frac{3}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}$

c. $\frac{2\sqrt{x}-3\sqrt{y}}{\sqrt{x}+\sqrt{y}}$

b. $\frac{8\sqrt{2}}{2\sqrt{5}+\sqrt{10}}$

Info Matematika

Jejak Kaki berumur 6.000 Tahun

PADA tahun 1884, terjadi peristiwa yang mengejutkan di Acahualinca, Nikaragua. Peristiwa tersebut adalah ditemukannya jejak-jejak kaki manusia. Diperkirakan, jejak-jejak kaki tersebut berasal dari 15 manusia yang melewati tempat tersebut. Kendatipun begitu, umur jejak-jejak tersebut baru dapat ditentukan pada tahun 1960-an oleh **Allen L. Bryan**. Dia memperkirakan umur jejak-jejak kaki tersebut kurang lebih 5.945 tahun.

Bagaimana cara Allen menentukan umur jejak-jejak kaki tersebut? Dia menggunakan suatu metode yang dinamakan *radiocarbon dating*. Metode ini mengukur jumlah karbon (C–14) yang terdapat pada makhluk hidup untuk menentukan umur makhluk tersebut dengan menggunakan persamaan matematika dalam bentuk pangkat. Kamu akan mempelajari metode ini kelak di tingkat pendidikan yang lebih tinggi.

Sumber: *www.wikipedia.org*

Rangkuman

1. Bentuk pangkat a^n didefinisikan sebagai $a^n = \underbrace{a \times a \times a \times \ldots \times a}_{n \text{ faktor}}$.
2. Sifat-sifat bilangan berpangkat bulat positif antara lain sebagai berikut.
   a. $a^m \times a^n = a^{m+n}$
   b. $\dfrac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$
   c. $(a^m)^n = a^{m \times n}$
   d. $(a \times b)^m = a^m \times b^m$
   e. $\left(\dfrac{a}{b}\right)^m = \dfrac{a^m}{b^m}$

   dengan *a, b* bilangan bulat; *m* dan *n* bilangan bulat positif; dan $m > n$.
3. $a^0 = 1$ dan $a^{-m} = \dfrac{1}{a^m}$, dengan *a* bilangan bulat dan *m* bilangan bulat positif.
4. Sifat-sifat bentuk akar antara lain sebagai berikut.
   a. $\sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a} \times \sqrt[n]{b}$
   b. $\dfrac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\dfrac{a}{b}}$
5. Bentuk akar $\sqrt[n]{a^m}$ dapat dinyatakan dalam bentuk pangkat pecahan, yaitu $a^{\frac{m}{n}}$.

Soal Akhir Bab IV

A. Pilihlah jawaban yang tepat pada soal-soal berikut.

1. Nilai dari 40^0 adalah ....

a. 0 c. 4

b. 1 d. 8

2. Nilai dari 9^{-2} adalah ....

a. -81 c. 9

b. $\frac{1}{81}$ d. 81

3. $(-z^5u^5)^3 = ...$

a. $-z^{15}u^{15}$ c. z^8u^8

b. $-z^8u^8$ d. $z^{15}u^{15}$

4. $(-m^3)^4 = ...$

a. $-m^{12}$ c. m^7

b. $-m^7$ d. m^{12}

5. $(v^2)^3\ (-2v^3)^4 = ...$

a. $-18v^{16}$ c. $16v^{18}$

b. $-16v^{18}$ d. $18v^{16}$

6. $(-a^{-3})^3\ (-a^5b^5)^2 = ...$

a. $a^{10}b$ c. $-ab^{10}$

b. ab^{10} d. $-a^{10}b$

7. $(3m^{-2}n^2)\ (-2m^{-2})^3\ (-m^2)^2 = ...$

a. $24m^{-4}n^4$ c. $-24m^{-4}n^4$

b. $24m^{-4}n^2$ d. $-24m^{-4}n^2$

8. $(r^2s^3)^2\ (r^3)^5\ (-r^2s^3)^4 = ...$

a. $-r^{27}s^{18}$ c. $r^{18}s^{27}$

b. $-r^{18}s^{27}$ d. $r^{27}s^{18}$

9. $\dfrac{\left(4n^5u^3\right)^2\left(4n^3\right)}{\left(-8n^6u^5\right)\left(-8n^4u^2\right)} = ...$

a. $-\frac{u^3}{n}$ c. $\frac{u^3}{n}$

b. $-\frac{n^3}{u}$ d. $\frac{n^3}{u}$

10. $\dfrac{\left(-3z^5\right)\left(2^6\right)}{-9z^3} = ...$

a. $\frac{64z^2}{3}$ c. $-\frac{64z^2}{3}$

b. $\frac{64z^2}{5}$ d. $-\frac{64z^2}{5}$

11. $\dfrac{\left(-5p^2\right)\left(p^3\right)^5}{-9p^3} = ...$

a. $-\frac{9p^{14}}{5}$ c. $\frac{5p^{14}}{9}$

b. $-\frac{5p^{14}}{9}$ d. $\frac{9p^{14}}{5}$

12. $\dfrac{\left(-2k^6l^4\right)^5}{-2k^5l^3} = ...$

a. $17k^{25}l^{17}$

b. $16k^{25}l^{17}$

c. $-16k^{25}l^{17}$

d. $-17k^{25}l^{17}$

13. Nilai dari $\sqrt{0{,}81}$ adalah ....

a. $0{,}9$ c. $0{,}09$

b. $0{,}3$ d. $0{,}03$

14. Nilai dari $\sqrt{0{,}0025}$ adalah ....

a. $0{,}5$ c. $0{,}005$

b. $0{,}05$ d. $0{,}0005$

15. Bentuk $x^{\frac{a}{b}}$ apabila ditulis dalam bentuk akar adalah ....

a. $\sqrt[ab]{x}$ c. $\sqrt[b]{x^a}$

b. $\sqrt{x^{ab}}$ d. $\sqrt[a]{x^b}$

16. Hasil dari $\dfrac{3\sqrt{5} \times 5\sqrt{5}}{25}$ adalah ....

a. 3 c. 10

b. 5 d. 25

17. $\dfrac{a^{\frac{5}{7}} \times a^{\frac{2}{3}}}{a^{\frac{8}{21}}} = ...$

a. $a^{\frac{1}{2}}$ c. a

b. $a^{\frac{3}{5}}$ d. a^2

18. Nilai dari $a^2 + b^2 + c^2$ apabila $\frac{2^a \cdot 5^b}{3^c} = \frac{1.000}{243}$ adalah ....

a. 11
b. 23
c. 37
d. 43

19. Hasil dari $\left(\frac{2^{b-2}}{2^{a+5}}\right)^2 \times 2^{-3}$ adalah ....

a. $\frac{\left(2^{a-b}\right)^2}{2^{-17}}$

b. $\frac{2^{17}}{\left(2^{a-b}\right)^2}$

c. $\frac{\left(2^{a-b}\right)^2}{2^{17}}$

d. $\frac{2^{-17}}{\left(2^{a-b}\right)^2}$

20. Bentuk $\left(2^{-\frac{6}{5}}\right)^3$ dapat ditulis sebagai ....

a. $16 \times \sqrt[4]{5}$

b. $\frac{1}{16} \times \sqrt[4]{5}$

c. $4 \times \sqrt[5]{16}$

d. $\frac{1}{16} \times \sqrt[5]{4}$

B. Kerjakanlah soal-soal berikut dengan benar.

1. Tuliskan $(-b^4)^2\ (-3b^{-3}c^4)^2$ dalam bentuk yang paling sederhana.

2. Tuliskan $(-q^{-5}r^5)^3\ (-q^2r^2)\ (-q^{-3}r^3)^3$ dalam bentuk yang paling sederhana.

3. Sederhanakan bentuk $\frac{(x+y)^{\frac{2}{3}}(x-y)^{-\frac{1}{3}}}{(x^2-y^2)^{\frac{1}{6}}}$.

4. Sederhanakanlah bentuk $\frac{\sqrt{12}}{\left(\sqrt{6}-\sqrt{2}\right)\left(1+\sqrt{3}\right)}$.

5. Sederhanakan $\frac{1}{1+\sqrt{2}-\sqrt{3}}$ dengan cara merasionalkan penyebutnya.

Coba kamu jatuhkan sebuah bola dari ketinggian tertentu di atas permukaan tanah yang rata. Bola tersebut akan memantul kembali ke atas, namun dengan ketinggian yang lebih rendah daripada ketinggian semula. Apabila perbandingan antara ketinggian bola saat ini dan ketinggian bola sebelumnya tetap, maka kamu dapat menghitung panjang lintasan bola dari awal dijatuhkan hingga bola berhenti dengan menggunakan deret geometri. Bagaimanakah caranya? Pelajari bab berikut untuk mendapatkan jawabannya.

Sumber: *Dokumen Penerbit*

Sumber: *Dokumen Penerbit*

Bab V

Barisan dan Deret Bilangan

Tujuan Pembelajaran:

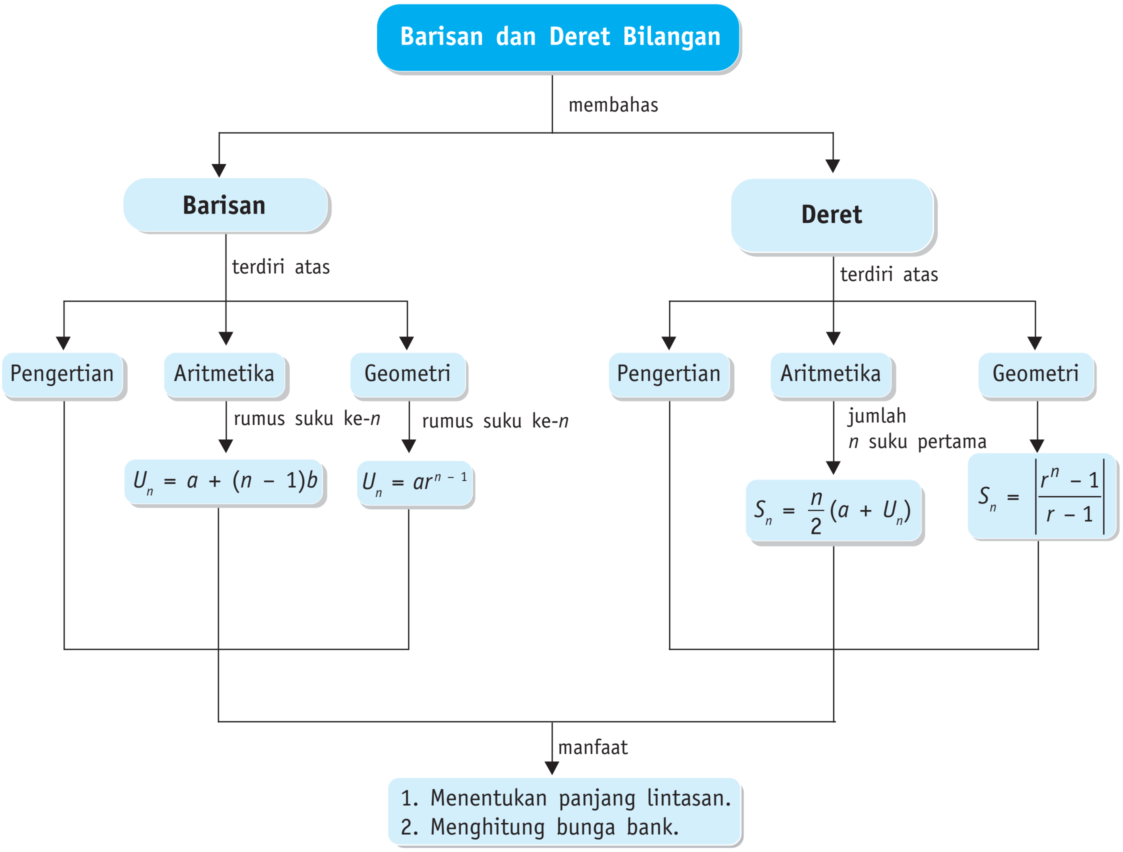
Setelah mempelajari bab ini, kamu akan mampu untuk:

a. mengenal barisan aritmetika dan barisan geometri,
b. menentukan suku ke-*n* dari barisan aritmetika dan barisan geometri,
c. mengenal deret aritmetika dan geometri, serta
d. menentukan jumlah *n* suku pertama dari deret aritmetika dan deret geometri.

Apa yang akan dipelajari pada bab ini?

A. Pola Bilangan
B. Barisan Bilangan
C. Deret Bilangan

Peta Konsep



Kata Kunci

Pada bab ini, kamu akan menemukan istilah-istilah berikut.

- barisan aritmetika
- barisan geometri
- deret
- suku ke-n
- jumlah n suku pertama

Uji Prasyarat

Sebelum membahas materi barisan dan deret bilangan, terkalah tiga bilangan berikutnya dari urutan bilangan berikut.

1. 3, 6, 9, 12, 15, 18, ...
2. 25, 19, 13, 7, 1, –5, ...
3. 5, 10, 15, 20, 25, ...
4. 3a, 5a, 7a, 9a, ...
5. $(3b - 2c)$, $(4b - c)$, $5b$, $(6b + c)$, ...

A. Pola Bilangan

Kamu tentu sering melihat benda-benda yang membentuk suatu keteraturan dalam keseharianmu. Coba kamu perhatikan pakaian batik. Kamu dapat melihat adanya pengulangan gambar batik secara teratur. Keteraturan seperti itu dapat pula kamu temukan dalam matematika. Misalnya, keteraturan dalam bilangan dan keteraturan dalam geometri, seperti yang dapat kamu temukan pada kegiatan berikut.

Sumber: *www.mvsarongs.com*

Gambar 5.1
Motif yang terdapat pada batik merupakan contoh keteraturan.

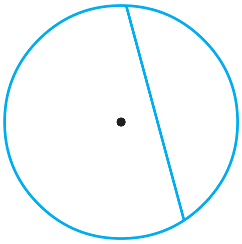
Eksplorasi 5.1

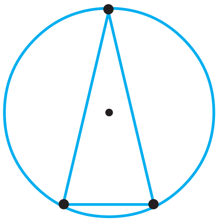
Tujuan:

Menemukan pola bilangan pada lingkaran.

Kegiatan:

1. Lukislah sebuah lingkaran pada buku latihanmu. Kemudian, tentukanlah dua titik pada lingkaran tersebut.
2. Hubungkanlah kedua titik tersebut sehingga didapat sebuah tali busur.
3. Ulangi langkah-langkah pada **Kegiatan (1)** dan **Kegiatan (2)** untuk tiga titik pada lingkaran. Kamu menemukan bahwa kamu dapat membuat tiga tali busur apabila diberikan tiga titik pada lingkaran.





4. Lakukan hal yang sama untuk empat titik dan lima titik. Kemudian, lengkapilah tabel berikut pada buku latihanmu.

Tabel 5.1

Banyak Titik pada Lingkaran	Banyak Tali Busur yang Dapat Terbentuk
2	1
3	3
4	. . . .
5	. . . .

Pertanyaan:

1. Apakah kamu menemukan keteraturan yang terdapat pada banyaknya tali busur yang terbentuk? Seperti apakah bentuk keteraturan tersebut?
2. Apakah kamu dapat menerka banyaknya tali busur yang terbentuk apabila terdapat tujuh titik pada lingkaran?

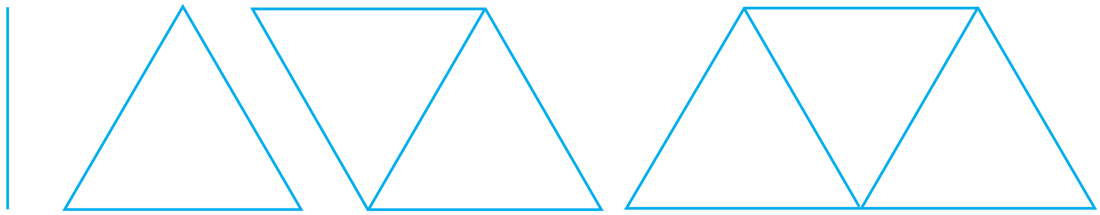
Setelah melakukan kegiatan tersebut, kamu akan menemukan bahwa terdapat keteraturan pada banyaknya tali busur yang terbentuk pada sebuah lingkaran. Keteraturan tersebut merupakan contoh keteraturan pada susunan bilangan dan dinamakan *pola bilangan*.

Pola bilangan dapat diartikan sebagai susunan bilangan yang memiliki keteraturan.

Dalam matematika, dikenal beberapa jenis pola bilangan, antara lain sebagai berikut.

1. Pola Bilangan Ganjil

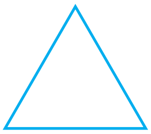
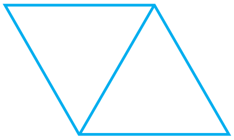
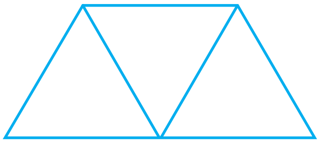
Misalnya, kamu membuat susunan berikut dengan menggunakan batang lidi.



Coba kamu hitung banyaknya batang lidi yang diperlukan untuk membuat setiap bentuk tadi. Ternyata, kamu memerlukan 1, 3, 5, dan 7 batang lidi untuk membuat setiap bentuk tersebut. Bilangan-bilangan 1, 3, 5, dan 7 merupakan bilangan-bilangan ganjil. Dengan demikian, pola bilangan ganjil dapat kamu tuliskan sebagai 1, 3, 5, 7, 9, ...

Bagaimanakah rumus urutan ke-n dari suatu pola bilangan ganjil? Perhatikan tabel berikut.

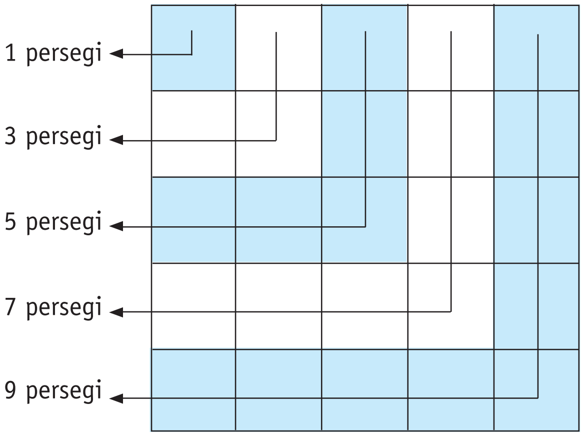
Tabel 5.2

Urutan	Gambar	Banyak Lidi	Cara Memperoleh
1		1	$1 = (2 \times 1) - 1$
2		3	$3 = (2 \times 2) - 1$
3		5	$5 = (2 \times 3) - 1$
4		7	$7 = (2 \times 4) - 1$
n		$2n - 1$	$2n - 1 = (2 \times n) - 1$

Berdasarkan tabel tersebut, kamu dapat mencari urutan ke-n dari suatu pola bilangan ganjil, yaitu $2n - 1$.

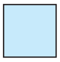
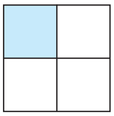
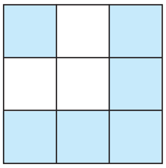
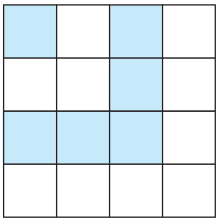
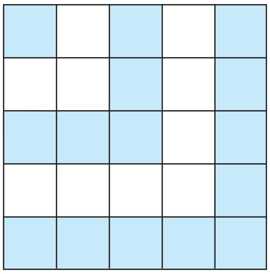
Urutan bilangan ke-n dari suatu pola bilangan ganjil adalah $2n - 1$ dengan n bilangan asli.

Sekarang, dapatkah kamu mencari *jumlah* dari suatu pola bilangan ganjil? Jumlah dari suatu pola bilangan ganjil dapat kamu hubungkan dengan luas persegi yang bersesuaian dengan urutan bilangan ganjil tersebut. Untuk lebih jelasnya, perhatikan gambar berikut.



Pada gambar tersebut, terlihat bahwa terdapat pola persegi yang diarsir dan persegi yang tidak diarsir. Coba kamu hitung banyaknya persegi sesuai dengan urutan panah yang diberikan. Ternyata, pola-pola persegi tersebut merupakan pola bilangan ganjil, yaitu 1, 3, 5, 7, dan 9. Kemudian, hubungkan antara jumlah suatu pola bilangan ganjil dan luas persegi yang bersesuaian seperti pada tabel berikut.

Tabel 5.3

Banyaknya Bilangan (n)	Pola Bilangan	Pola Persegi	Jumlah Bilangan	Sisi Persegi	Luas Persegi
1	1		1	1	1 × 1 = 1
2	1, 3		1 + 3 = 4	2	2 × 2 = 4
3	1, 3, 5		1 + 3 + 5 = 9	3	3 × 3 = 9
4	1, 3, 5, 7		1 + 3 + 5 + 7 = 16	4	4 × 4 = 16
5	1, 3, 5, 7, 9		1 + 3 + 5 + 7 + 9 = 25	5	5 × 5 = 25

Pada tabel tersebut, terlihat bahwa terdapat hubungan antara jumlah suatu pola bilangan ganjil dan luas persegi yang bersesuaian dengan pola bilangan tersebut. Dengan demikian, jumlah dari n bilangan ganjil pertama adalah n^2. Dapat pula dituliskan sebagai berikut.

$$\underbrace{1+3+5+7+9\ldots}_{n \text{ suku}} = n^2$$

dengan n bilangan asli.

Contoh Soal 5.1

1. Tentukanlah jumlah dari 1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 + 13 + 15 + 17 + 19.
2. Hitunglah jumlah dari 15 bilangan ganjil yang pertama.

Penyelesaian :

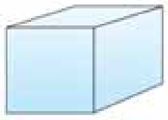
1. Perhatikan bahwa $\underbrace{1+3+5+7+9+11+13+15+17+19}_{\text{10 suku}}$ merupakan sepuluh bilangan ganjil yang pertama. Jadi, n = 10.
   Dengan demikian,

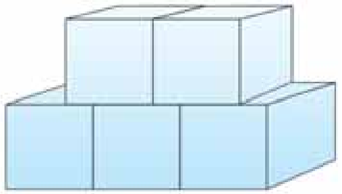
   $$\underbrace{1+3+5+7+9+11+13+15+17+19}_{\text{10 suku}} = n^2 = 10^2 = 100$$

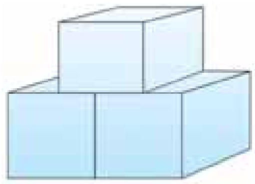
2. Jumlah dari 15 bilangan ganjil yang pertama adalah 15^2 = 225.

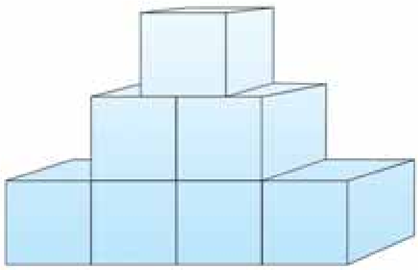
Latihan 5.1

1. Perhatikan pola gambar berikut.





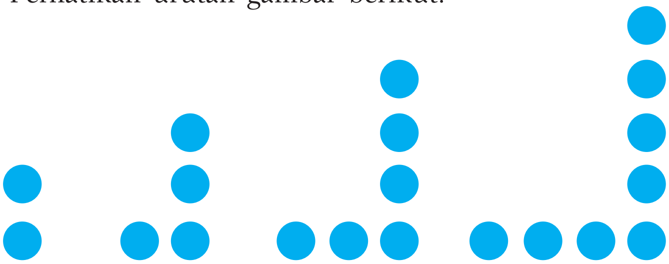




   a. Buatlah gambar ke-5 dan ke-6 berdasarkan pola tersebut.
   b. Berdasarkan gambar tersebut, buatlah pola bilangannya.
   c. Tulislah aturan untuk menjelaskan pola bilangan tersebut.
   d. Tentukan jumlah bilangan tersebut.
2. Tentukan tiga suku berikutnya dari pola bilangan 15, 17, 19, 21, 23, ...
3. Berapakah nilai n dari pola bilangan 27, 29, 31, n, 35?
4. Tentukan jumlah dari 1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 + 13 + 15 + 17.
5. Tentukan jumlah dari 1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 + 13 + 15 + 17 + 19 +21 + 23.

2. Pola Bilangan Genap

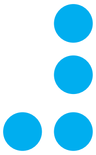
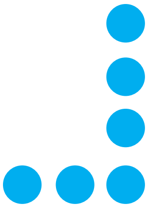
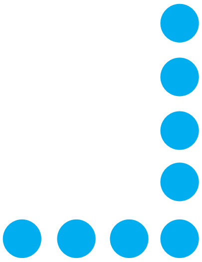
Perhatikan urutan gambar berikut.



Banyaknya noktah pada gambar tersebut berturut-turut adalah 2, 4, 6, dan 8. Kamu tentu telah mengenal bilangan-bilangan 2, 4, 6, dan 8 sebagai bilangan genap. Jadi, gambar tersebut merupakan contoh gambar yang menunjukkan pola bilangan genap.

Bagaimanakah rumus urutan ke-n dari suatu pola bilangan genap? Coba kamu perhatikan tabel berikut.

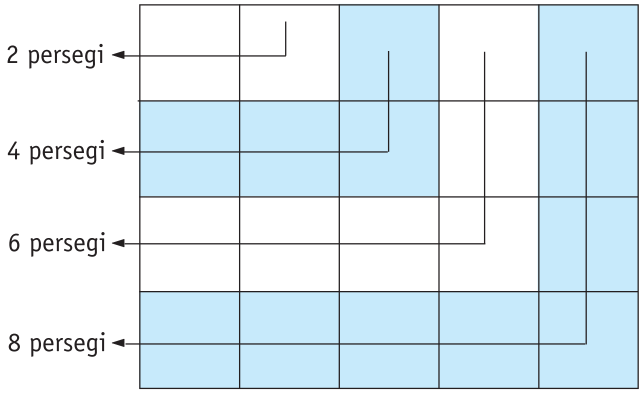
Tabel 5.4

Urutan	Gambar	Banyak Noktah	Cara Memperoleh
1		2	$2 = 2 \times 1$
2		4	$4 = 2 \times 2$
3		6	$6 = 2 \times 3$
4		8	$8 = 2 \times 4$
n		$2n$	$2n = 2 \times n$

Berdasarkan tabel tersebut, kamu dapat mencari urutan ke-n dari suatu pola bilangan genap, yaitu $2n$.

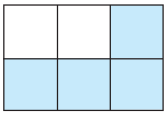
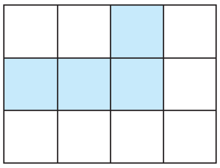
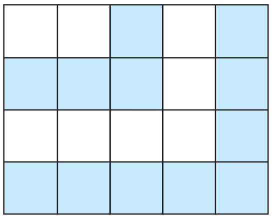
Urutan bilangan ke-n dari suatu pola bilangan genap adalah $2n$ dengan n bilangan asli.

Jumlah dari suatu pola bilangan genap dapat kamu cari dengan menghubungkannya dengan luas persegi panjang.



Perhatikan gambar di samping. Gambar tersebut menunjukkan pola persegi panjang yang diarsir dan yang tidak diarsir. Apabila kamu hitung maka kamu akan menemukan bahwa pola persegi panjang tersebut akan membentuk pola bilangan genap, yaitu 2, 4, 6, dan 8. Adapun cara untuk menghitung jumlah suatu pola bilangan genap dapat kamu lihat pada tabel berikut.

Tabel 5.5

Banyaknya Bilangan (n)	Pola Bilangan	Pola Persegi Panjang	Jumlah Bilangan	Ukuran Persegi Panjang		Luas Persegi Panjang
				Lebar	Panjang	
1	2		2	1	2	1 × 2 = 2
2	2, 4		2 + 4 = 6	2	3	2 × 3 = 6
3	2, 4, 6		2 + 4 + 6 = 12	3	4	3 × 4 = 12
4	2, 4, 6, 8		2 + 4 + 6 + 8 = 20	4	5	4 × 5 = 20

Pada tabel tersebut, kamu dapat melihat hubungan antara jumlah suatu pola bilangan genap dan luas persegi panjang yang bersesuaian. Kamu peroleh bahwa jumlah dari n bilangan genap pertama adalah $n(n + 1)$. Dapat pula kamu tuliskan dalam bentuk berikut.

$$\underbrace{2+4+6+8+\dots}_{n\ suku} = n(n+1) \text{ dengan } n \text{ bilangan asli.}$$

Contoh Soal 5.2

1. Hitunglah $\underbrace{2+4+6+8+\ldots}_{50\text{ suku}}$
2. Tentukan jumlah sembilan bilangan genap yang pertama.

Penyelesaian :

1. Oleh karena terdapat 50 suku bilangan genap pertama yang harus dihitung maka $n = 50$.

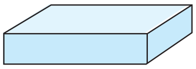
   Dengan demikian, $\underbrace{2+4+6+8+\ldots}_{50\text{ suku}} = 50(50 + 1) = 50 \times 51 = 2550$.
2. Jumlah dari sembilan bilangan genap yang pertama adalah $9(9 + 1) = 9 \times 10 = 90$.

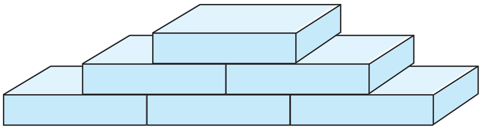
Latihan 5.2

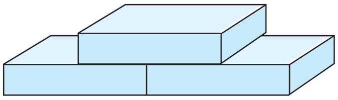
1. Tentukan tiga suku berikutnya dari pola bilangan 4, 6, 8, ...
2. Tentukan tiga suku berikutnya dari pola bilangan 24, 26, 28, 30, 32,....
3. Hitunglah hasil dari 2 + 4 + 6 + ... + 32
4. Tentukan jumlah dari 25 bilangan genap yang pertama.
5. Tentukan banyaknya suku bilangan genap yang pertama jika jumlah suku-suku tersebut 156.

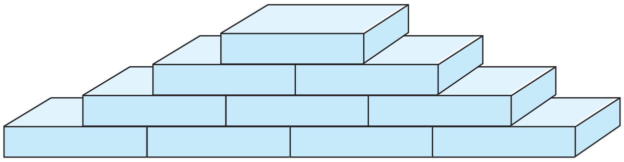
3. Pola Bilangan Segitiga

Misalnya, seorang pembuat batu bata menyusun batu bata yang telah dibuatnya seperti berikut.





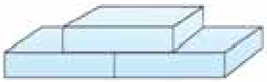
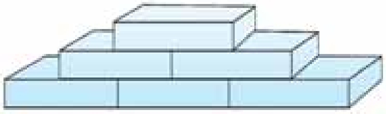
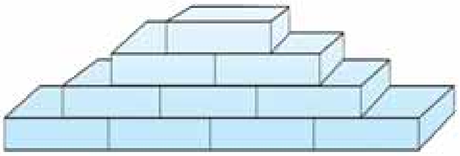




Batu bata yang disusun pada gambar tersebut berturut-turut adalah 1, 3, 6, dan 10. Apabila kamu perhatikan, pola penyusunan batu bata tersebut akan menyerupai segitiga. Oleh karena itu, pola bilangan yang bersesuaian dengan pola gambar tersebut dinamakan *pola bilangan segitiga*.

Urutan ke-*n* dari suatu pola bilangan segitiga dapat kamu lihat pada tabel berikut.

Tabel 5.6

Urutan	Gambar	Banyak Batu Bata	Cara Memperoleh
1		1	$1 = \frac{1\times(1+1)}{2}$
2		3	$3 = \frac{2\times(2+1)}{2}$
3		6	$6 = \frac{3\times(3+1)}{2}$
4		10	$10 = \frac{4\times(4+1)}{2}$
n		$\frac{n^2+n}{2}$	$\frac{n^2+n}{2} = \frac{n(n+1)}{2}$

Setelah mengamati tabel tersebut, tentu kamu akan memperoleh kesimpulan berikut.

Urutan ke-*n* dari suatu pola bilangan segitiga adalah $\frac{n(n+1)}{2}$, dengan *n* bilangan asli.

Contoh Soal 5.3

1. Tentukanlah bilangan ke-6 pada pola bilangan segitiga.
2. Tentukan suku ke-20 dari pola bilangan 1, 3, 6, 10, ...

Penyelesaian :

1. Bilangan ke-6 dari suatu pola bilangan segitiga bermakna $n = 6$, yaitu

   $$\frac{n(n+1)}{2} = \frac{6(6+1)}{2} = \frac{6\times7}{2} = 21.$$

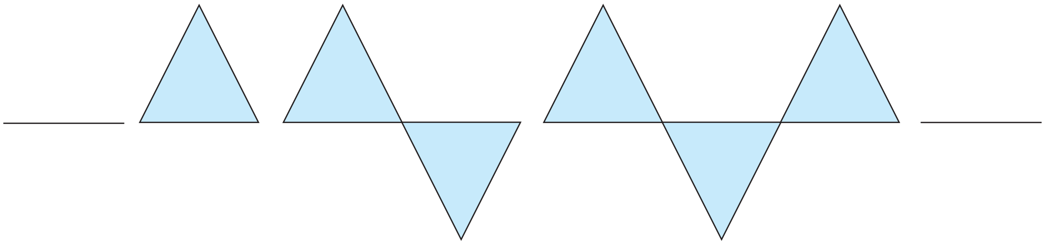
   Dengan demikian, bilangan ke-6 dari suatu pola bilangan segitiga adalah 21.

2. Suku ke-20 (n = 20) dari pola bilangan 1, 3, 6, 10, ... adalah

$$\frac{n(n+1)}{2}=\frac{20(20+1)}{2}=\frac{20\times 21}{2}=210$$

Latihan 5.3

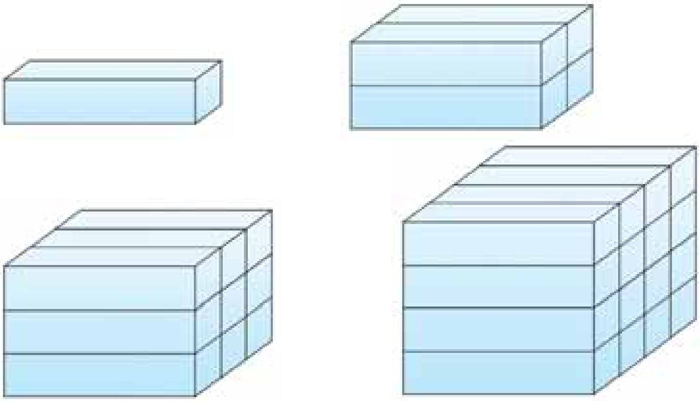
1. Lanjutkanlah pola berikut hingga empat pola berikutnya.



2. Tuliskan lima suku pertama dari pola bilangan segitiga.
3. Tentukan bilangan ke-11 dari pola bilangan segitiga.
4. Tentukan tiga suku berikutnya dari pola 6, 10, 15, 21, 28, ...
5. Tentukanlah nilai n apabila urutan ke-n dari suatu pola bilangan segitiga adalah 153.

4. Pola Bilangan Persegi

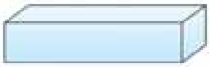
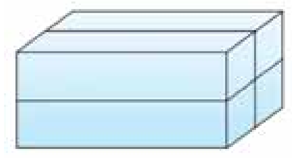
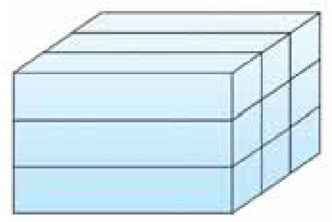
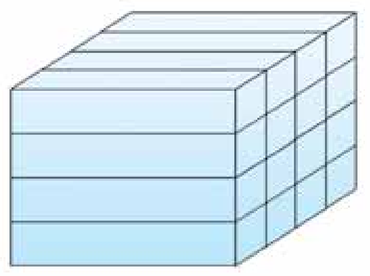
Selain dengan pola segitiga, batu bata dapat pula kamu susun dalam pola berikut.



Pada gambar tersebut, batu bata disusun dalam pola 1, 4, 9, dan 16. Bilangan-bilangan 1, 4, 9, dan 16 merupakan bentuk-bentuk kuadrat dari bilangan-bilangan asli 1, 2, 3, dan 4. Oleh karena itu, pola bilangan tersebut dinamakan pola bilangan kuadrat atau lebih dikenal dengan nama *pola bilangan persegi* .

Urutan ke-*n* dari suatu pola bilangan persegi dapat kamu lihat pada tabel berikut.

Tabel 5.7

Urutan	Gambar	Banyak Batu Bata	Cara Memperoleh
1		1	$1 = 1 \times 1 = 1^2$
2		4	$4 = 2 \times 2 = 2^2$
3		9	$9 = 3 \times 3 = 3^2$
4		16	$16 = 4 \times 4 = 4^2$
n		n^2	$n^2 = n \times n$

Berdasarkan tabel tersebut, kamu dapat mencari urutan ke-*n* dari suatu pola bilangan persegi dengan cara berikut.

Urutan ke-n dari suatu pola bilangan persegi adalah n^2 dengan n bilangan asli.

Contoh Soal 5.4

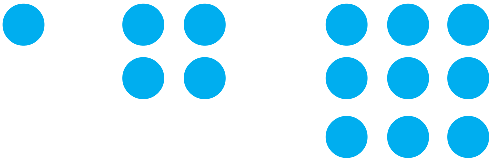
1. Tuliskan pola bilangan persegi hingga suku ke-9.
2. Tentukan urutan ke-25 dari suatu pola bilangan persegi.

Penyelesaian :

1. Pola bilangan persegi hingga suku ke-9 adalah sebagai berikut.
   1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81.
2. Urutan ke-25 (n = 25) dari suatu pola bilangan persegi adalah $n^2 = 25^2 = 625$.

Latihan 5.4

1. Tentukan tiga gambar berikutnya dari pola gambar berikut.



2. Tuliskan sebelas suku pertama dari pola bilangaan persegi.
3. Tuliskan lima suku berikutnya dari pola bilangan 9, 16, 25, 36, 49, ...
4. Tentukan urutan ke-20 dari pola bilangan persegi.
5. Tentukan urutan ke-30 dari pola bilangan persegi.

5. Pola Bilangan Persegi Panjang

Misalnya, seorang petani bunga menanam bunga-bunganya dalam beberapa pot. Kemudian, pot-pot bunga tersebut disusun dalam urutan sebagai berikut.

Susunan pot bunga tersebut membentuk suatu pola bilangan yang dinamakan *pola bilangan persegi panjang* , mengapa? Coba kamu pikirkan.

Urutan ke-n dari pola bilangan persegi panjang dapat kamu simak pada tabel berikut.

Tabel 5.8

Urutan	Gambar	Banyak Pot Bunga	Cara Memperoleh
1		2	$2 = 1\ (1 + 1)$
2		6	$6 = 2\ (2 + 1)$
3		12	$12 = 3\ (3 + 1)$
n		$n^2 + n$	$n^2 + n = n\ (n + 1)$

Berdasarkan tabel tersebut, dapatkah kamu menerka cara untuk memperoleh urutan ke-n dari suatu pola bilangan persegi panjang?

Urutan ke-n dari suatu pola bilangan persegi panjang adalah $n\ (n + 1)$ dengan n bilangan asli.

Contoh Soal 5.5

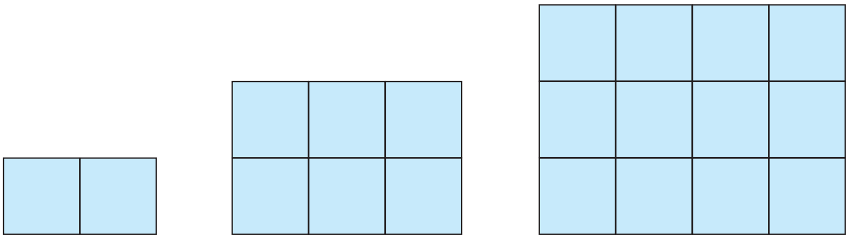
1. Tentukan pola bilangan persegi panjang hingga suku ke-9.
2. Tentukan urutan ke-25 dari pola bilangan persegi panjang.

Penyelesaian :

1. Pola bilangan persegi panjang hingga suku ke-9 adalah 2, 6, 12, 20, 30, 42, 56, 72, 90.
2. Urutan ke-25 (n = 25) dari pola bilangan persegi panjang adalah
   $n(n + 1) = 25(25 + 1) = 25 \times 26 = 650$.

Latihan 5.5

1. Tentukan tiga gambar berikutnya dari pola gambar berikut.



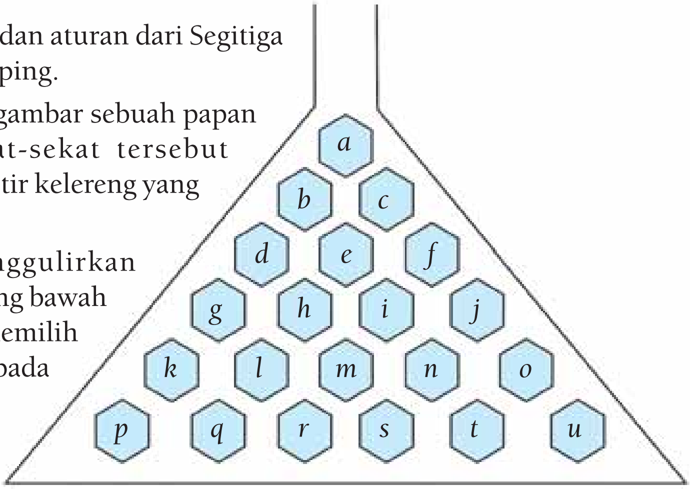
2. Tuliskan pola bilangan persegi panjang hingga suku ke-15.
3. Tuliskan tiga bilangan berikutnya dari pola bilangan 90, 110, 132, ...
4. Tentukan urutan ke-50 dari pola bilangan persegi panjang.
5. Tentukanlah nilai n jika diketahui urutan ke-n dari suatu pola bilangan persegi panjang adalah 182.

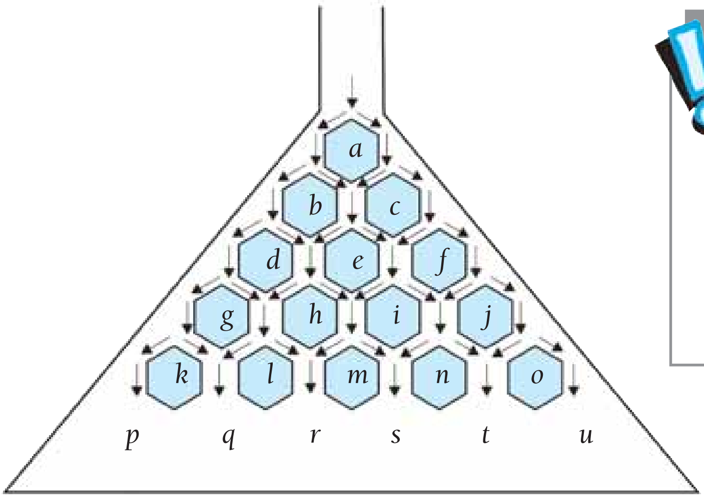
6. Pola Bilangan Segitiga Pascal

Masih ingatkah kamu bentuk dan aturan dari Segitiga Pascal? Perhatikan gambar di samping.

Gambar tersebut merupakan gambar sebuah papan yang diberi sekat-sekat. Sekat-sekat tersebut merupakan jalur lintasan bagi sebutir kelereng yang akan digulirkan dari atas.

Misalnya, kamu akan menggulirkan kelereng dari posisi a ke posisi paling bawah (p, q, r, s, t, dan u). Kamu dapat memilih beberapa lintasan seperti tampak pada gambar berikut.





Ingat Kembali

Pola bilangan Segitiga Pascal dapat kamu lihat pada gambar berikut.

1
1 1
1 2 1
1 3 3 1
1 4 6 4 1
1 5 10 10 5 1

Sekarang, gantilah huruf-huruf yang terdapat pada sekat dengan bilangan-bilangan yang terdapat pada Segitiga Pascal. Kamu akan menemukan kemiripan antara lintasan yang ditempuh kelereng tadi dan pola bilangan yang terdapat pada Segitiga Pascal.

Berapakah jumlah bilangan di suatu baris pada Segitiga Pascal? Perhatikan tabel berikut.

Tabel 5.9

Baris	Bilangan	Penjumlahan Bilangan	Cara Memperoleh
1	1	1	$1 = 2^0 = 2^{1-1}$
2	1 1	1 + 1 = 2	$2 = 2^1 = 2^{2-1}$
3	1 2 1	1 + 2 + 1 = 4	$4 = 2^2 = 2^{3-1}$
4	1 3 3 1	1 + 3 + 3 + 1 = 8	$8 = 2^3 = 2^{4-1}$
5	1 4 6 4 1	1 + 4 + 6 + 4 + 1 = 16	$16 = 2^4 = 2^{5-1}$
6	1 5 10 10 5 1	1 + 5 + 10 + 10 + 5 + 1 = 32	$32 = 2^5 = 2^{6-1}$
n			2^{n-1}

Setelah mengamati tabel tersebut, tentu kamu akan memperoleh kesimpulan berikut.

Jumlah bilangan baris ke-n pada pola bilangan Segitiga Pascal adalah 2^{n-1}, dengan n bilangan asli.

Pola bilangan Segitiga Pascal dapat kamu gunakan untuk menentukan koefisien variabel perpangkatan jumlah suku dua atau selisih suku dua.

Contoh Soal 5.6

1. Tentukan jumlah bilangan-bilangan Segitiga Pascal pada:
   a. baris ke-3
   b. baris ke-4
   c. baris ke-5
   d. baris ke-6
   e. baris ke-7
2. Tentukan baris pada pola bilangan Segitiga Pascal yang jumlah bilangannya 256.
3. Tentukan hasil dari $(x + y)^5$, kemudian tentukan pula koefisien suku ke-3 dan suku ke-5.

Penyelesaian :

1. a. Jumlah bilangan pada baris ke-3 ($n = 3$)
   Pola bilangan Segitiga Pascal adalah $2^{n-1} = 2^{3-1} = 2^2 = 4$.
   b. Jumlah bilangan pada baris ke-4 ($n = 4$)
   Pola bilangan Segitiga Pascal adalah $2^{n-1} = 2^{4-1} = 2^3 = 8$.
   c. Jumlah bilangan pada baris ke-5 ($n = 5$)
   Pola bilangan Segitiga Pascal adalah $2^{n-1} = 2^{5-1} = 2^4 = 16$.
   d. Jumlah bilangan pada baris ke-6 ($n = 6$)
   Pola bilangan Segitiga Pascal adalah $2^{n-1} = 2^{6-1} = 2^5 = 32$.
   e. Jumlah bilangan pada baris ke-7 ($n = 7$)
   Pola bilangan Segitiga Pascal adalah $2^{n-1} = 2^{7-1} = 2^6 = 64$.

2. $$\begin{aligned} 256 &= 2^{n-1} \\ 2^8 &= 2^{n-1} \\ 8 &= n - 1 \\ n &= 8 + 1 \\ &= 9 \end{aligned}$$

   Jadi, jumlah bilangan pada baris ke-9 pola bilangan Segitiga Pascal adalah 256.

3. $(x + y)^5 = x^5 + 5x^4y + 10x^3y^2 + 10x^2y^3 + 5xy^4 + y^5$.

   Pada pemfaktoran tersebut terlihat bahwa koefisien suku ke-3 adalah 10. Adapun koefisien suku ke-5 adalah 5.

Latihan 5.6

1. Salinlah gambar Segitiga Pascal. Kemudian, buatlah pola gambar tersebut hingga baris ke-10.
2. Tentukan jumlah bilangan pada baris ke-8 dari pola bilangan Segitiga Pascal.
3. Tentukan bilangan-bilangan yang terdapat pada baris ke-10 Segitiga Pascal.
4. Tentukan pemfaktoran dari $(x + y)^2$ dengan menggunakan Segitiga Pascal.
5. Tentukan pemfaktoran dari $(x + y)^6$ dengan menggunakan Segitiga Pascal.

B. Barisan Bilangan

Setelah kamu mengenal berbagai bentuk pola bilangan, sekarang kamu akan diajak untuk mengenal barisan bilangan. *Barisan bilangan* adalah bilangan-bilangan yang disusun dengan aturan tertentu. Sebagai contoh, perhatikan pola bilangan 1, 3, 5, 7, 9, ... Kamu telah mengenal contoh tersebut pada pembahasan pola bilangan ganjil. Contoh tersebut merupakan contoh barisan bilangan. Setiap bilangan yang terdapat dalam suatu barisan bilangan dinamakan *suku*. Suku pertama barisan bilangan 1, 3, 5, 7, 9, ... adalah 1. Adapun aturan pembentukan barisan tersebut adalah *ditambah dua*. Suku ke-n dari suatu barisan biasa dilambangkan dengan U_n dengan n bilangan asli.

$$\begin{tikzcd}
1, \arrow[r, bend left, "+2"] \arrow[d] & 3, \arrow[r, bend left, "+2"] \arrow[d] & 5, \arrow[r, bend left, "+2"] \arrow[d] & 7, \arrow[r, bend left, "+2"] \arrow[d] & 9,\ldots \arrow[d] \\
U_1 & U_2 & U_3 & U_4 & U_5
\end{tikzcd}$$

Contoh Soal 5.7

Tentukan U_1, U_3, dan aturan pembentukan barisan-barisan bilangan berikut.

a. 1, 2, 4, 8, ...

b. 4, 9, 14, 19, ...

Penyelesaian :

a. Barisan 1, 2, 4, 8, ... memiliki $U_1 = 1$ dan $U_3 = 4$. Adapun aturan pembentukan barisan tersebut dapat kamu lihat melalui ilustrasi berikut.

$$\begin{tikzcd}
1, \arrow[r, bend left, "\times 2"] \arrow[d] & 2, \arrow[r, bend left, "\times 2"] \arrow[d] & 4, \arrow[r, bend left, "\times 2"] \arrow[d] & 8, \ldots \arrow[d] \\
U_1 & U_2 & U_3 & U_4
\end{tikzcd}$$

Pada ilustrasi tersebut, jelas bahwa aturan pembentukan barisan 1, 2, 4, 8, ... adalah *dikali dua*.

b. Barisan 4, 9, 14, 19, ... memiliki $U_1 = 4$ dan $U_3 = 14$. Adapun aturan pembentukan barisan tersebut dapat kamu lihat melalui ilustrasi berikut.

$$\begin{tikzcd}
4, \arrow[r, bend left, "+5"] \arrow[d] & 9, \arrow[r, bend left, "+5"] \arrow[d] & 14, \arrow[r, bend left, "+5"] \arrow[d] & 19, \ldots \arrow[d] \\
U_1 & U_2 & U_3 & U_4
\end{tikzcd}$$

Pada ilustrasi tersebut, jelas bahwa aturan pembentukan barisan 4, 9, 14, 19, ... adalah *ditambah lima*.

Latihan 5.7

Tulislah dua suku berikutnya dari setiap barisan berikut.

1. 4, 7, 10, 13, ...
2. 0, 4, 8, 12, ...
3. –4, 1, 6, 11, ...
4. 9, 16, 25, 36, ...
5. 8, 16, 24, 32, ...

Tulislah tiga suku berikutnya dari setiap barisan berikut.

6. $2 \times 3, 3 \times 4, 4 \times 5$, ...
7. $3 \times 5, 3 \times 7, 3 \times 9$, ...
8. $2 \times 3 \times 4, 3 \times 4 \times 5, 4 \times 5 \times 6$, ...
9. $1 \times 3 \times 5, 3 \times 5 \times 7, 5 \times 7 \times 9$, ...
10. $4 \times 6 \times 8, 6 \times 8 \times 10, 8 \times 10 \times 12$, ...

Pada materi ini, kamu akan mempelajari dua macam barisan, yaitu *barisan aritmetika* dan *barisan geometri* . Apakah pengertian serta aturan dari kedua barisan tersebut? Simak uraian berikut.

1. Barisan Aritmetika

Barisan aritmetika (sering juga disebut barisan hitung) adalah suatu barisan yang diperoleh dengan cara *menjumlahkan* atau *mengurangkan* suku sebelumnya dengan suatu *bilangan tetap* . Bilangan tetap tersebut dinamakan *pembeda* dan dinotasikan b. Pembeda suatu barisan aritmetika dapat kamu tentukan dengan cara mencari selisih dua suku yang berurutan. Misalnya, diberikan barisan aritmetika 3, 5, 7, 9, ... Suku pertama dan suku kedua pada barisan tersebut berturut-turut adalah $U_1 = 3$ dan $U_2 = 5$. Dengan demikian, pembeda barisan aritmetika 3, 5, 7, 9, ... adalah $U_2 - U_1 = 5 - 3 = 2$. Coba kamu lakukan hal yang sama pada suku-suku yang lain. Samakah nilai pembeda yang kamu peroleh?

> Pada barisan aritmetika $U_1, U_2, U_3, U_4, \ldots, U_{n-1}, U_n$ berlaku $b = U_2 - U_1 = U_3 - U_2 = U_4 - U_3 = \ldots = U_n - U_{n-1}$, dengan b adalah pembeda dan n bilangan asli.

Apabila kamu diberikan $U_1 = a$ dan pembeda b maka kamu dapat menuliskan barisan aritmetikanya dalam bentuk berikut.

$$\underset{\underset{U_1}{\downarrow}}{a},\ \underset{\underset{U_2}{\downarrow}}{a+b},\ \underset{\underset{U_3}{\downarrow}}{(a+b)+b},\ \underset{\underset{U_4}{\downarrow}}{(a+b+b)+b},\ \ldots$$

Bentuk tersebut dapat kamu sederhanakan menjadi seperti berikut.

$$\underset{\underset{U_1}{\downarrow}}{a},\ \underset{\underset{U_2}{\downarrow}}{a+b},\ \underset{\underset{U_3}{\downarrow}}{a+2b},\ \underset{\underset{U_4}{\downarrow}}{a+3b},\ \ldots$$

Jika kamu hubungkan antara barisan aritmetika dan bilangan asli maka kamu akan mendapatkan hal seperti dalam tabel berikut.

Tabel 5.10

Bilangan Asli (n)	U_n	Cara Memperoleh
1	a	$a = a + (1 - 1)b$
2	$a + b$	$a + b = a + (2 - 1)b$
3	$a + 2b$	$a + 2b = a + (3 - 1)b$
4	$a + 3b$	$a + 3b = a + (4 - 1)b$
n		$a + (n - 1)b$

Dengan demikian, kamu dapat menggunakan rumus berikut untuk menentukan suku ke-n dari suatu barisan aritmetika.

$$U_n = a + (n - 1)b$$

dengan U_n = suku ke-n, n bilangan asli
a = suku pertama (U_1)
b = pembeda

Barisan aritmetika ada yang nilainya semakin lama semakin besar (barisan aritmetika naik), tetapi ada pula barisan aritmetika yang nilainya semakin lama semakin kecil (barisan aritmetika turun). Barisan 3, 6, 9, 12, ... merupakan contoh barisan aritmetika *naik*. Adapun barisan 12, 9, 6, 3, ... merupakan contoh barisan aritmetika *turun* . Pembeda pada barisan aritmetika naik akan bernilai positif. Adapun pembeda pada barisan aritmetika turun akan bernilai negatif.

Contoh Soal 5.8

1. Tentukan suku ke-21 dari barisan aritmetika berikut.
   a. 3, 7, 11, 15, ...
   b. 17, 15, 13, 11, ...
   c. 6, 12, 18, 24, ...
2. Diketahui suku pertama dari suatu barisan aritmetika adalah enam. Adapun suku kelimanya adalah 18. Tentukan pembeda barisan aritmetika tersebut.

Penyelesaian :

1. a. Diketahui $a = 3$, $U_2 = 7$, $b = U_2 - U_1 = 7 - 3 = 4$.

Sehingga, $U_{21} = a + (21 - 1)b$
$= a + 20b$
$= 3 + 20(4)$
$= 3 + 80$
$= 83$

b. Diketahui $a = 17$, $U_2 = 15$, $b = U_2 - U_1 = 15 - 17 = -2$.

Sehingga, $U_{21} = a + (21 - 1)b$

$= a + 20b$

$= 17 + 20(-2)$

$= 17 - 40$

$= -23$

c. Diketahui $a = 6$, $U_2 = 12$, $b = U_2 - U_1 = 12 - 6 = 6$.

Sehingga, $U_{21} = a + (21 - 1)b$

$= a + 20b$

$= 6 + 20(6)$

$= 6 + 120$

$= 126$

2. Diketahui $a = 6$ dan $U_5 = 18$.

Oleh karena $U_n = a + (n - 1)b$ maka

$$\begin{aligned}
U_5 &= a + (5 - 1)b \\
&= a + 4b \\
18 &= 6 + 4b \\
4b &= 18 - 6 \\
&= 12 \\
b &= \frac{12}{4} \\
&= 3
\end{aligned}$$

Jadi, pembeda dari deret tersebut adalah 3.

Latihan 5.8

1. Tentukan suku ke-8 dari barisan 7, 9, 11, 13, ...
2. Tentukan suku ke-20 dari barisan 86, 83, 80, 87, ...
3. Tentukan suku ke-50 dari barisan 101, 107, 11, 119, ...
4. Misalnya, suku pertama suatu barisan aritmetika adalah enam. Adapun suku kelima barisan tersebut adalah 22. Tentukanlah pembeda barisan aritmetika tersebut.
5. a. Suku pertama dan suku keenam dari suatu barisan aritmetika berturut-turut adalah 34 dan 19. Tentukanlah suku ke-11 dari barisan tersebut.
   b. Tentukanlah U_{26} dari suatu barisan aritmetika apabila diketahui $U_1 = -54$ dan $U_4 = -42$.
   c. Tentukanlah suku ke-16 dari suatu barisan aritmetika apabila diketahui $a = 15$ dan $U_6 = 30$.

2. Barisan Geometri

Barisan geometri (sering juga disebut barisan ukur) adalah suatu barisan yang diperoleh dengan cara mengalikan suku sebelumnya dengan suatu bilangan tetap yang tidak sama dengan nol. Bilangan tetap tersebut dinamakan *pembanding* (rasio) dan dinotasikan r.

Misalnya, diberikan barisan geometri 9, 27, 81, 243, ... Suku pertama dan suku kedua pada barisan tersebut berturut-turut adalah $U_1 = 9$ dan $U_2 = 27$. Berdasarkan hal itu, pembanding barisan geometri tersebut adalah $r = \frac{U_2}{U_1} = \frac{27}{9} = 3$. Sekarang, coba kamu bandingkan nilai-nilai dari $\frac{U_3}{U_2}$ dan $\frac{U_4}{U_3}$. Samakah nilainya dengan r?

Pada barisan geometri U_1, U_2, U_3, ... , U_{n-1}, U_n berlaku $r = \frac{U_2}{U_1} = \frac{U_3}{U_2} = \frac{U_4}{U_3} = \dots = \frac{U_n}{U_{n-1}}$, dengan r adalah pembanding dan n bilangan asli.

Misalnya, kamu memiliki $U_1 = a$ dan pembanding r maka kamu dapat menuliskan barisan geometrinya sebagai berikut.

$$\begin{array}{cccc} a, & ar, & (ar)r, & (arr)r, \dots \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ U_1 & U_2 & U_3 & U_4 \end{array}$$

Sederhanakan bentuk tersebut menjadi seperti berikut.

$$\begin{array}{cccc} a, & ar, & ar^2, & ar^3, \dots \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ U_1 & U_2 & U_3 & U_4 \end{array}$$

Jika kamu hubungkan antara barisan geometri dan bilangan asli maka kamu akan mendapatkan hal seperti tampak dalam tabel berikut.

Tabel 5.11

Bilangan Asli (n)	U_n	Cara Memperoleh
1	a	$a = a \cdot r^{1-1}$
2	ar	$ar = a \cdot r^{2-1}$
3	ar^2	$ar^2 = a \cdot r^{3-1}$
4	ar^3	$ar^3 = a \cdot r^{4-1}$
n		$a = a \cdot r^{n-1}$

Dengan demikian, rumus untuk menentukan suku ke-n dari suatu barisan geometri adalah sebagai berikut.

$$U_n = ar^{n-1}$$

dengan U_n = suku ke-n, n bilangan asli
a = suku pertama (U_1)
r = pembanding

Contoh Soal 5.9

1. Tentukan suku ke-6 dari barisan 2, 6, 18, ...
2. Tentukan pembanding dari suatu barisan geometri apabila diketahui $a = 27$ dan $U_4 = 1$.

Penyelesaian:

1. Diketahui $a = 2$ dan $U_2 = 6$.

$$r = \frac{U_n}{U_{n-1}} = \frac{U_2}{U_{2-1}} = \frac{U_2}{U_1} = \frac{6}{2} = 3.$$

Dengan demikian,

$$\begin{aligned} U_n &= ar^{n-1} \\ U_6 &= ar^{6-1} \\ &= ar^5 \\ &= 2 \cdot 3^5 \\ &= 2 \cdot 243 \\ &= 486 \end{aligned}$$

Jadi, suku ke-6 dari barisan 2, 6, 18, ... adalah 486.

2. Diketahui $a = 27$ dan $U_4 = 1$.

$$\begin{aligned} U_n &= ar^{n-1} \\ U_4 &= ar^{4-1} \\ &= ar^3 \\ 1 &= 27r^3 \\ r^3 &= \frac{1}{27} \\ &= \left(\frac{1}{3}\right)^3 \\ r &= \frac{1}{3} \end{aligned}$$

Jadi, pembanding dari barisan geometri tersebut adalah $\frac{1}{3}$.

Latihan 5.9

1. Tentukan pembanding dan suku ke-5 dari barisan 64, 16, 4 ....
2. Tentukan pembanding dan suku ke-8 dari barisan 2, 6, 18, ...
3. Tentukan pembanding dan suku ke-15 dari barisan 2, –4, 8, –16, ...
4. Suku ke-n dari suatu barisan geometri dinyatakan dengan $U_n = 2(3)^{n+2}$. Tentukan n agar $U_n = 1458$.

5. Misalnya, pada putaran pertama kejuaraan tenis meja nasional diikuti oleh 128 tim. Putaran kedua diikuti oleh 64 tim, putaran ketiga diikuti oleh 32 tim, dan seterusnya. Pada putaran ke berapakah kejuaraan tersebut akan mencapai final (hanya diikuti oleh 2 tim)?

C. Deret Bilangan

Deret dapat diartikan sebagai *jumlah* suku-suku dari suatu barisan bilangan. Deret dinotasikan dengan S_n. Dengan demikian, jika kamu memiliki barisan bilangan U_1, U_2, U_3, ... , U_n maka deret dari barisan tersebut adalah $S_n = U_1 + U_2 + U_3 + ... + U_n$. Seperti halnya barisan, deret pun dapat kamu bagi menjadi dua macam, yaitu *deret aritmetika* dan *deret geometri* .

1. Deret Aritmetika

Misalnya, kamu memiliki barisan aritmetika 3, 5, 7, 9, ... maka deret aritmetika dari barisan tersebut adalah $S_n = 3 + 5 + 7 + 9 + ...$ Dapatkah kamu menentukan nilai S_n? Kamu telah mengetahui bahwa suku ke-n dari suatu barisan aritmetika adalah $U_n = a + (n - 1)\, b$, dengan a adalah U_1, b adalah pembeda, dan n bilangan asli.

Tulislah S_n dalam bentuk berikut.

$$S_n = \underset{\overset{\downarrow}{U_1}}{a} + \underset{\overset{\downarrow}{U_2}}{\{a + b\}} + ... + \underset{\overset{\downarrow}{U_{n-1}}}{\{a + (n - 2)b\}} + \underset{\overset{\downarrow}{U_n}}{\{a + (n - 1)b\}}$$

Apabila kamu mulai dari suku terakhir, maka penulisan S_n akan menjadi seperti berikut.

$$S_n = \underset{\overset{\downarrow}{U_n}}{\{a + (n - 1)b\}} + \underset{\overset{\downarrow}{U_{n-1}}}{\{a + (n - 2)b\}} + ... + \underset{\overset{\downarrow}{U_2}}{\{a + b\}} + \underset{\overset{\downarrow}{U_1}}{a}$$

Jumlahkanlah kedua bentuk tersebut.

$$\begin{array}{lcccccccccc}
S_n = & a & + & \{a + b\} & + ... + & \{a + (n - 2)b\} & + & \{a + (n - 1)b\} & \\
S_n = & \{a + (n - 1)b\} & + & \{a + (n - 2)b\} & + ... + & \{a + b\} & + & a & \\
\hline
\end{array} +$$

$$2S_n = \underbrace{\{2a + (n - 1)b\} + \{2a + (n - 1)b\} + ... + \{2a + (n - 1)b\} + \{2a + (n - 1)b\}}_{n \text{ suku}}$$

$$2S_n = n\{2a + (n - 1)b\}$$

$$S_n = \frac{n}{2}\, \{2a + (n - 1)b\}$$

$$S_n = \frac{n}{2}\, \{a + (a + (n - 1)b\}$$

$$S_n = \frac{n}{2}\, (a + U_n\}$$

Jadi, untuk mencari nilai S_n dari suatu deret aritmetika, kamu dapat memilih satu di antara dua rumus berikut.

- $S_n = \frac{n}{2}\{2a + (n - 1)b\}$
- $S_n = \frac{n}{2}\{a + U_n\}$

dengan a = suku pertama (U_1)
b = pembeda
U_n = suku ke-n, n bilangan asli.

Contoh Soal 5.10

Misalnya, diberikan deret aritmetika 3 + 7 + 11 + 15 + ...

a. Tentukanlah U_{34} dari deret tersebut.
b. Tentukanlah S_{16} dari deret tersebut.
c. Apakah deret tersebut merupakan deret naik atau deret turun?

Penyelesaian :

a. Suku pertama dan pembeda deret tersebut dapat kamu temukan dengan mudah, yaitu $a = 3$ dan $b = 4$.

Sehingga,

$$\begin{aligned}U_n &= a + (n - 1)b\\ U_{34} &= a + (34 - 1)b\\ &= a + 33b\\ &= 3 + 33\ (4)\\ &= 3 + 132\\ &= 135\end{aligned}$$

Jadi, U_{34} dari deret tersebut adalah 135.

b.
$$\begin{aligned}S_n &= \frac{n}{2}\{2a + (n - 1)b\}\\ S_{16} &= \frac{16}{2}\{2a + (16 - 1)b\}\\ &= 8\{2a + 15b\}\\ &= 8\{2(3) + 15(4)\}\\ &= 8(6 + 60)\\ &= 8(66)\\ &= 528\end{aligned}$$

c. Oleh karena pembeda pada deret tersebut positif ($b = 4$) maka deret tersebut termasuk deret naik.

Misalnya, kamu mempunyai deret aritmetika dengan banyak suku ganjil, yaitu $U_1 + U_2 + U_3 + \ldots + U_n + U_{n+1} + U_{n+2} + \ldots + U_{2n} + U_{2n+1}$. Perhatikan ilustrasi berikut.

$$\underbrace{U_1+U_2+U_3+\ldots+U_n}_{n\text{ suku}}+\underset{\substack{\downarrow\\ \text{suku}\\ \text{tengah}\\ (U_t)}}{U_{n+1}}+\underbrace{U_{n+2}+U_{n+3}+\ldots+U_{2n}+U_{2n+1}}_{n\text{ suku}}$$

Pada ilustrasi tersebut, terlihat bahwa suku tengah U_t terletak pada suku ke-$(n + 1)$. Jadi, $U_t = U_{n+1}$. Kamu dapat pula menuliskan U_t sebagai berikut.

$$U_t = \frac{1}{2}(a + U_{2n+1})$$

$$2U_t = a + U_{2n+1}$$

$$U_{2n+1} = 2U_t - a$$

Dengan demikian, jumlah suku-suku dari deret dengan banyak suku $2n + 1$ adalah

$$\begin{aligned} S_{2n+1} &= \frac{2n+1}{2}\left(a+U_{2n+1}\right)\\ &= \frac{2n+1}{2}\{a+\left(2U_t-a\right)\}\\ &= \frac{2n+1}{2}\left(2U_t\right)\\ &= \left(2n+1\right)U_t \end{aligned}$$

Jika terdapat deret aritmetika dengan banyak suku $2n + 1$ dengan n bilangan asli, U_t adalah suku tengah deret tersebut maka berlaku hal-hal berikut.

- $U_t = U_{n+1}$
- $U_t = a + nb = \frac{1}{2}(a + U_{2n+1})$
- $U_{2n+1} = 2U_t - a$
- $S_{2n+1} = (2n + 1)\ U_t$

Contoh Soal 5.11

Diberikan deret $2 + 4 + 6 + \ldots + U_9$. Tentukanlah:

a. nilai dari U_9;

b. suku tengah deret tersebut;

c. nilai S_9 dari deret tersebut.

Penyelesaian :

a. Suku pertama dan pembeda pada deret tersebut berturut-turut adalah $a = 2$ dan $b = 2$, sehingga

$$U_n = a + (n - 1)b$$

$$U_9 = a + (9 - 1)b$$

$= a + 8b$
$= 2 + 8(2)$
$= 2 + 16$
$= 18$

b. Deret tersebut merupakan deret dengan banyak suku ganjil, sehingga

$2n + 1 = 9$
$2n = 9 - 1$
$= 8$
$n = 4$

Suku tengah deret tersebut adalah $U_t = U_{n+1} = U_{4+1} = U_5$.
Adapun nilai dari U_5 dapat kamu tentukan dengan cara berikut.

$U_{2n+1} = 2U_t - a$
$U_9 = 2U_t - 2$
$18 = 2U_t - 2$
$18 + 2 = 2U_t$
$20 = 2U_t$
$U_t = 10$

Jadi, suku tengah deret tersebut adalah $U_t = U_5 = 10$.

c. $S_{2n+1} = (2n + 1)\ U_t$
$S_9 = 9(10)$
$= 90$

Berikut adalah ilustrasi dari deret tersebut.

$$\underset{\substack{\downarrow \\ U_1}}{2} + 4 + 6 + 8 + \underset{\substack{\downarrow \\ U_5 = U_t}}{10} + 12 + 14 + 16 + \underset{\substack{\downarrow \\ U_9}}{18}$$

Latihan 5.10

1. Misalnya, diberikan deret aritmetika 48 + 45 + 42 + 39 + ...
   a. Tentukanlah U_{26} dari deret tersebut.
   b. Tentukanlah S_{18} dan S_{27} dari deret tersebut.
   c. Apakah deret tersebut merupakan deret naik atau deret turun?
2. Misalnya, diberikan deret aritmetika $(t + 23) + (t + 17) + (t + 11) + ...$
   a. Tentukan pembeda pada deret tersebut.
   b. Tentukan U_5 dan U_6 pada deret tersebut.
   c. Hitunglah jumlah enam suku pertama deret tersebut.
3. Pak Harun bekerja di sebuah perusahaan swasta. Setiap akhir tahun, perusahaan tersebut memberikan bonus akhir tahun pada karyawannya. Besaran bonus yang diberikan adalah 10% gaji pada tahun pertama. Pada akhir tahun kedua, karyawan berhak menerima

bonus 2 kali lipat daripada bonus yang diterima di tahun pertama. Pada akhir tahun ketiga, karyawan berhak menerima bonus tiga kali lipat bonus yang diterima di tahun pertama. Begitu seterusnya. Misalnya, gaji Pak Harun pada tahun 2005 adalah 1 juta per bulan. Tentukanlah :

a. bonus yang akan diterima oleh Pak Harun pada akhir tahun 2008;
b. total bonus yang akan diterima oleh Pak Harun setelah bekerja selama 20 tahun;
c. saat Pak Harun akan menerima bonus tiga kali lipat gajinya saat ini.

4. Diberikan deret 100 + 93 + 86 + ... + U_{49}. Tentukanlah:
   a. nilai dari U_{49};
   b. suku tengah deret tersebut;
   c. nilai S_{49} dari deret tersebut.
5. Pada tanggal 1 Maret, Desta diberi hadiah dua manik-manik oleh kakaknya. Pada hari berikutnya, Desta diberi 4 manik-manik. Setiap hari yang berturutan, Desta diberi manik-manik dengan jumlah bertambah dua. Tentukanlah:
   a. banyaknya manik-manik yang akan diterima Desta pada tanggal 16 Maret;
   b. banyaknya manik-manik yang akan diterima Desta pada tanggal 31 Maret;
   c. jumlah manik-manik yang dimiliki Desta sampai dengan tanggal 31 Maret;

2. Deret Geometri

Misalnya, kamu memiliki barisan geometri 2, 4, 8, ... maka deret geometri dari barisan tersebut adalah S_n = 2 + 4 + 8 + 16 + ... Masih ingatkah kamu rumus suku ke-*n* dari suatu barisan geometri? Terdapat dua macam deret geometri yang sering kamu temukan, yaitu *deret geometri naik* dan *deret geometri turun*. Ciri deret geometri naik adalah nilai $r > 1$. Contoh deret geometri naik adalah 5 + 10 + 20 + 40 + ... Pembanding pada deret tersebut adalah $r = 2$ dengan rumus suku ke-*n* adalah $U_n = 5(2)^{n-1}$. Adapun ciri deret geometri turun adalah $0 < r < 1$. Contohnya, 40 + 20 + 10 + ... Pembanding pada deret tersebut adalah $r = \frac{1}{2}$ dengan rumus suku ke-*n* adalah $U_n = 40\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$.

Ingat Kembali

Suku ke-*n* dari suatu barisan geometri adalah $U_n = ar^{n-1}$, dengan:
- U_n = suku ke-*n*, *n* bilangan asli
- a = suku pertama (U_1)
- r = pembanding

Misalnya, pembanding pada suatu deret geometri adalah $0 < r < 1$. Jumlah dari deret geometri tersebut dapat kamu peroleh dengan cara berikut.

$$\begin{array}{lcl} S_n & = & a + ar + ar^2 + ar^3 + \ldots + ar^{n-1} \\ rS_n & = & ar + ar^2 + ar^3 + \ldots + ar^{n-1} + ar^n \\ \hline S_n - rS_n & = & a - ar^n \\ S_n(1-r) & = & a(1-r^n) \\ S_n & = & a\left(\dfrac{1-r^n}{1-r}\right) \end{array} \; -$$

Apabila $r > 1$ maka jumlah dari suatu deret geometri adalah $S_n = a\left(\frac{r^n - 1}{r - 1}\right)$.

Jumlah dari suatu deret geometri adalah sebagai berikut.

- $S_n = a\left(\frac{1 - r^n}{1 - r}\right)$ jika $0 < r < 1$
- $S_n = a\left(\frac{r^n - 1}{r - 1}\right)$ jika $r > 1$

Dengan a adalah suku pertama (U_1) dan r adalah pembanding.

Contoh Soal 5.12

1. Diketahui deret geometri 3 + 9 + 27 + ...
   a. Tentukan suku ke-6 dari deret tersebut.
   b. Tentukan S_6 dari deret tersebut.
   c. Apakah deret tersebut merupakan deret geometri naik atau geometri turun?
2. Tentukan jumlah empat suku pertama dari suatu deret dengan suku pertama 328 dan $U_4 = 41$.

Penyelesaian :

1. a. Dari deret tersebut, kamu peroleh $a = 3$ dan

$$r = \frac{U_n}{U_{n-1}} = \frac{U_2}{U_1} = \frac{9}{3} = 3$$

$$U_n = ar^{n-1}$$

$$U_6 = ar^{6-1} = ar^5 = 3(3)^5 = 3(243) = 729$$

b. Oleh karena $r > 1$ maka $S_n = a\left(\frac{r^n - 1}{r - 1}\right)$.

$$S_n = a\left(\frac{r^n - 1}{r - 1}\right)$$

$$S_6 = a\left(\frac{r^6 - 1}{r - 1}\right)$$

$$= 3\left(\frac{3^6 - 1}{3 - 1}\right)$$

$$= 3\left(\frac{729 - 1}{3 - 1}\right)$$

$$= 3 \cdot \frac{728}{2}$$

$$= 1092$$

c. Deret tersebut merupakan deret geometri naik karena $r > 1$.

2. Diketahui $a = 328$ dan $U_4 = 41$.

$$U_n = ar^{n-1}$$

$$U_4 = ar^{4-1}$$

$$= ar^3$$

$$41 = 328r^3$$

$$\frac{41}{328} = r^3$$

$$r^3 = \frac{1}{8}$$

$$= \left(\frac{1}{2}\right)^3$$

$$r = \frac{1}{2}$$

Oleh karena $0 < r < 1$ maka $S_n = a\left(\frac{1-r^n}{1-r}\right)$

$$S_n = a\left(\frac{1-r^n}{1-r}\right)$$

$$S_4 = a\left(\frac{1-r^4}{1-r}\right)$$

$$= 328\left(\frac{1-\left(\frac{1}{2}\right)^4}{1-\left(\frac{1}{2}\right)}\right)$$

$$= 328\left(\frac{1-\left(\frac{1}{16}\right)}{1-\left(\frac{1}{2}\right)}\right)$$

$$= 328 \cdot \frac{\left(\frac{15}{16}\right)}{\left(\frac{1}{2}\right)}$$

$$= 615$$

Jadi, jumlah empat suku pertama dari deret tersebut adalah 615.

Latihan 5.11

1. Tentukan pembanding dan suku ke-10 dari barisan geometri berikut jika diketahui:
   a. 88, 44, 22, 11, ...
   b. $a = 9$ dan $U_4 = 243$
   c. $a = 48$ dan $U_4 = -6$
   d. $U_3 = 18$ dan $U_6 = 486$
   e. $U_4 = 64$ dan $U_7 = -4096$
2. Diketahui deret $2 - 4 + 8 - 16 + 32 - ....$
   a. Tentukan pembanding dari deret tersebut
   b. Tentukan rumus suku ke-n
   c. Tentukan jumlah 8 suku pertama deret tersebut.
3. Tentukan jumlah 15 suku pertama dari deret $1 + \sqrt{3} + 3 + 3\sqrt{3} + ...$
4. Pak Hardi membeli beras 635 kg untuk persediaan di tokonya. Pada hari pertama, terjual 5 kg beras. Pada hari kedua, terjual 10 kg beras. Pada hari ketiga, terjual 20 kg beras, begitu seterusnya. Tentukan dalam berapa hari beras Pak Hardi akan habis terjual.
5. Kartika bekerja pada sebuah perusahaan swasta. Setiap tahun, perusahaan memberikan Tunjangan Hari Raya (THR). Pada tahun pertama, diberikan THR sebesar 10% gaji. Pada tahun kedua, diberikan THR dua kali lipat daripada THR tahun pertama. Pada tahun ketiga, diberikan THR dua kali lipat daripada THR tahun kedua dan seterusnya. Apabila pada tahun 2005 Kartika menerima gaji Rp3.000.000,00 setiap bulan, tentukan:
   a. THR yang diterima Kartika pada tahun 2006;
   b. THR yang diterima Kartika pada tahun 2007;
   c. Jumlah THR yang diterima Kartika selama 5 tahun.

Info Matematika

Deret Fibonacci di Alam

DAPATKAH kamu menemukan aturan dari barisan bilangan 1, 1, 2, 3, 5, 8, ...? Barisan bilangan dengan aturan seperti itu dinamakan *barisan Fibonacci*. Ternyata, bilangan-bilangan yang terdapat pada barisan Fibonacci dapat kamu temukan dengan mudah di alam, misalnya jumlah mahkota bunga. Mungkin kamu tidak pernah menghitung jumlah mahkota bunga-bungaan yang ada di sekitarmu. Sekarang, cobalah hitung jumlah mahkota beragam bunga merupakan salah satu bilangan pada barisan Fibonacci, misalnya 1 mahkota, 3 mahkota, dan 5 mahkota.

Permasalahan paling awal mengenai deret Fibonacci bermula pada tahun 1202 ketika Fibonacci tertarik untuk mempelajari perkembangbiakan kelinci. Dia lalu membuat contoh kasus perkembangbiakan kelinci yang dikaitkan dengan matematika. Ternyata, dia menemukan pola yang mirip sesuai dengan deret Fibonacci yang kamu kenal sekarang.

Sumber: *www.google.com*

Sumber: *www.google.com*

Sumber: *www.wikipedia.org*

Rangkuman

1. Pola bilangan adalah susunan bilangan yang memiliki keteraturan.
2. a. Urutan bilangan ke-n dari suatu pola bilangan ganjil adalah $2n - 1$, dengan n bilangan asli.
   b. Jumlah n suku bilangan ganjil pertama adalah $n^2 = \underbrace{1 + 3 + 5 + 7 + \ldots}_{n \text{ suku}}$.
3. a. Urutan bilangan ke-n dari pola bilangan genap adalah $2n$, dengan n bilangan asli.
   b. Jumlah n suku bilangan genap pertama adalah $n(n + 1) = \underbrace{2 + 4 + 6 + 8 + \ldots}_{n \text{ suku}}$.
4. Urutan ke-n dari pola bilangan segitiga adalah $\frac{n(n+1)}{2}$, dengan n bilangan asli.
5. Urutan ke-n dari pola bilangan persegi adalah n^2, dengan n bilangan asli.
6. Urutan ke-n dari pola bilangan persegi panjang adalah $n(n + 1)$, dengan n bilangan asli.
7. Jumlah bilangan baris ke-n pada pola bilangan Segitiga Pascal adalah 2^{n-1}, dengan n bilangan asli
8. Pada barisan aritmetika, $U_n = a + (n - 1)b$ dan $S_n = \frac{n}{2}\{2a + (n - 1)b\}$

   dengan U_n = suku ke-n, n bilangan asli
   S_n = jumlah n suku pertama
   a = suku pertama
   b = pembeda
9. Pada barisan geometri, $U_n = ar^{n-1}$ dan $S_n = a\left(\frac{1 - r^n}{1 - r}\right)$ jika $0 < r < 1$ atau

   $S_n = a\left(\frac{r^n - 1}{r - 1}\right)$ jika $r > 1$, dengan U_n = suku ke-n, n bilangan asli
   S_n = jumlah n suku pertama
   a = suku pertama
   r = pembanding

Tugas Proyek 2

Tujuan: Menemukan penerapan deret dalam ilmu pengetahuan.

Alokasi waktu: 2 minggu

Kegiatan:

1. Temukanlah penerapan deret di dalam ilmu pengetahuan, seperti fisika dan kimia.
2. Buatlah laporan singkat mengenai penemuan tersebut.
3. Kamu dapat menggunakan internet untuk menemukan sumber-sumber rujukan tulisanmu.

Soal Akhir Bab V

A. Pilihlah jawaban yang tepat pada soal-soal berikut.

1. Suku ke-9 dari barisan 3, 6, 9, ... adalah ....

a. 24 c. 26
b. 25 d. 27

2. Suku ke-9 dari barisan 25, 19, 13, ... adalah ....

a. –21 c. –23
b. –22 d. –24

3. Suku ke-15 dari barisan 3, 8, 13, ... adalah ....

a. 70 c. 72
b. 71 d. 73

4. Suku ke-12 dari barisan 11, 8, 5, 2, ... adalah ....

a. –22 c. –18
b. –20 d. –16

5. Suku ke-18 dari barisan 2, 6, 10, 14, ... adalah ....

a. 60 c. 80
b. 70 d. 90

6. Suku ke-49 dari barisan 10, 4, –2, –8, ... adalah ....

a. –278 c. –280
b. –279 d. –281

7. Pada suatu deret aritmetika, jika suku ke-6 adalah 21 dan jumlah 17 suku pertama adalah 0 maka suku pertama deret tersebut adalah ....

a. 56 c. 36
b. 46 d. 26

8. Suku ke-8 dari barisan 4, 12, 36, ... adalah ....

a. 8748 c. 8768
b. 8758 d. 8778

9. Suku ke-12 dari 8, $\frac{19}{3}, \frac{14}{3}, 3$ ... adalah ....

a. $-\frac{34}{3}$ c. $-\frac{32}{3}$
b. $-\frac{33}{3}$ d. $-\frac{31}{3}$

10. Suku ke-10 dari barisan 8, 4, 2, ... adalah ....

a. $\frac{1}{74}$ c. $\frac{1}{54}$
b. $\frac{1}{64}$ d. $\frac{1}{44}$

11. Suku ke-7 dari barisan 12, –4, $\frac{4}{3}$, ... adalah ....

a. $\frac{4}{243}$ c. $\frac{4}{249}$
b. $\frac{4}{246}$ d. $\frac{4}{252}$

12. Suku ke-7 dari barisan 12, 16, $\frac{64}{3}$, ... adalah ....

a. $\frac{16364}{243}$ c. $\frac{16384}{243}$
b. $\frac{16374}{243}$ d. $\frac{16394}{243}$

13. Suku ke-6 dari 4, –6, 9, ... adalah ....

a. $-\frac{243}{8}$ c. $-\frac{249}{8}$
b. $-\frac{246}{8}$ d. $-\frac{251}{8}$

14. Suku ke-7 dari barisan $3a - 2b$, $4a - b$, $5a$, $6a + b$, ... adalah ....

a. $9a + 4b$ c. $4a + 4b$
b. $9b + 4a$ d. $9a + 9b$

15. Nilai k agar barisan $k - 1$, $k + 3$, $3k - 1$, ... merupakan barisan aritmetika adalah ....

a. $k = 4$ c. $k = 6$
b. $k = 5$ d. $k = 7$

16. Pada suatu barisan aritmetika, jika suku ke-7 adalah 42 dan suku ke-14 adalah 77 maka suku ke-20 adalah ....

a. 107 c. 111
b. 109 d. 113

17. Pada suatu deret aritmetika, jika suku ke-14 adalah 110 dan jumlah 14 suku pertama adalah 812 maka jumlah 13 suku pertama deret tersebut adalah ....

a. 563
b. 605
c. 702
d. 840

18. Nilai k agar barisan $2k - 5$, $k - 4$, $10 - 3k$ merupakan barisan geometri adalah ....
a. $k = 12$
b. $k = 9$
c. $k = 6$
d. $k = 3$

19. Suku ke-4 suatu barisan geometri adalah 1. Adapun suku ke-8 barisan tersebut adalah $\frac{1}{256}$. Suku ke-3 barisan geometri tersebut adalah ....
a. 2
b. 3
c. 4
d. 5

20. Jumlah dari deret $8 - 4 + 2 - \ldots - \frac{1}{4}$ adalah ....
a. $\frac{42}{10}$
b. $\frac{38}{8}$
c. $\frac{44}{8}$
d. $\frac{50}{3}$

B. Kerjakanlah soal-soal berikut dengan benar.

1. Tentukan rumus suku ke-n dari barisan berikut.
a. 4, 6, 8, 10, ...
b. 3, 6, 9, 12, ...
c. 1, 5, 9, 13, ...
d. 2, 6, 12, ...
e. $1, \frac{1}{4}, \frac{1}{16}, \ldots$

2. Tentukan hasil dari $(x + y)^6$. Kemudian, tentukan:
a. koefisien suku ke-3;
b. koefisien suku ke-5;
c. jumlah koefisien suku ke-2 dan suku ke-4.

3. Selama 5 minggu, Budi berlatih lari untuk persiapan lomba lari marathon. Setiap minggu, ia harus menempuh jarak dua kali lebih jauh daripada minggu sebelumnya. Jarak yang ditempuh Budi pada minggu ke-3 adalah 4 km. Tentukan jarak total yang ditempuh Budi selama lima minggu latihan tersebut.


Sumber: *Dokumen Penerbit*

4. Untuk mengisi lowongan pekerjaan, suatu perusahaan melakukan seleksi dalam beberapa tahap. Pada tahap pertama, seleksi diikuti oleh 240 pelamar. Pada tahap kedua, seleksi diikuti oleh 200 pelamar. Adapun pada tahap ketiga, seleksi diikuti oleh 160 pelamar. Tentukan banyaknya pelamar yang akan mengikuti seleksi tahap keempat dan tahap kelima.

5.


Sumber: *www.chromosome.com*

Bakteri berkembang biak dengan cara membelah diri setiap 30 menit. Jika banyaknya bakteri mula-mula adalah 200, hitung banyaknya bakteri yang akan tumbuh setelah:
a. 12 jam;
b. 23 jam.

Evaluasi 2

A. Pilihlah jawaban yang tepat pada soal-soal berikut.

1. $6^3 = ...$

a. 206 c. 226

b. 216 d. 236

2. $(-e^6)^2 = ...$

a. $-e^{12}$ c. e^8

b. $-e^8$ d. e^{12}

3. $\dfrac{\left(-5a^4b^5\right)3^3}{20a^4} = ...$

a. $\dfrac{27b^7}{4}$ c. $-\dfrac{27b^7}{4}$

b. $\dfrac{27b^5}{4}$ d. $-\dfrac{27b^5}{4}$

4. $\dfrac{-4e^5}{\left(2e^2f^2\right)^4\left(-7f^6\right)} = ...$

a. $\dfrac{1}{28e^3f^{14}}$ c. $-\dfrac{1}{28e^3f^{14}}$

b. $\dfrac{1}{28e^6f^{14}}$ d. $-\dfrac{1}{28e^6f^{14}}$

5. $\dfrac{12c^6\left(-2c^4\right)^3}{8c^2b^2} = ...$

a. $\dfrac{12c^8}{b^2}$ c. $-\dfrac{12c^8}{b^5}$

b. $\dfrac{12c^8}{b^5}$ d. $-\dfrac{12c^{16}}{b^2}$

6. $\dfrac{6v^5(-4^3)}{v^4w^3} = ...$

a. $\dfrac{384v}{w^3}$ c. $-\dfrac{384v}{w^3}$

b. $\dfrac{384}{w^3}$ d. $-\dfrac{384}{w^3}$

7. $\sqrt{0,0004} = ...$

a. 0,2 c. 0,002

b. 0,02 d. 0,0002

8. $\sqrt{0,0064} = ...$

a. 0,8 c. 0,008

b. 0,08 d. 0,0008

9. $12\sqrt{0,16} = ...$

a. 48 c. 0,48

b. 4,8 d. 0,048

10. $4\sqrt{0,64} = ...$

a. 32 c. 0,32

b. 3,2 d. 0,032

11. $\dfrac{\left(a^m\right)^2 \times \left(a^3\right)^{2m}}{a^{1+3m}} = ...$

a. a^{7m-2} c. a^{3m-3}

b. a^{-1+5m} d. a^{2m-3}

12. $\left(\dfrac{-3a^5b^{-2}}{xy^{-6}}\right)^{-4} = ...$

a. $\dfrac{x^4b^8}{81a^{20}y^{24}}$ c. $\dfrac{x^3y^8}{a^4b^5}$

b. $\dfrac{a^3b^2}{x^5y^8}$ d. $\dfrac{x^{-8}y^{-4}}{a^{-3}b^{-5}}$

13. $a^8b\sqrt[9]{ab^2c^3} = ...$

a. $\sqrt[9]{a^{23}b^{24}c^{25}}$ c. $\sqrt[9]{a^{73}b^{11}c^3}$

b. $\sqrt[9]{a^{60}b^{15}c^{17}}$ d. $\sqrt[9]{a^{75}b^9c^5}$

14. $\dfrac{10}{2\sqrt{5}+6} = ...$

a. $\dfrac{15+5\sqrt{5}}{4}$ c. $\dfrac{15-\sqrt{5}}{4}$

b. $\dfrac{15+3\sqrt{5}}{4}$ d. $\dfrac{15-5\sqrt{5}}{4}$

15. $\frac{7}{5-\sqrt{3}} = \ldots.$

a. $5 + \sqrt{3}$
b. $7(5 + \sqrt{3})$
c. $\frac{7}{22}(5 + \sqrt{3})$
d. $\frac{7}{22}(5 - \sqrt{3})$

16. Barisan berikut yang merupakan barisan aritmetika adalah ....

a. 4, 40, 108, ...
b. 0, 1, 3, 7, ...
c. 5, 6, 8, 11, ...
d. $-\frac{7}{4}, -\frac{11}{8}, -1, \ldots$

17. Barisan berikut yang *bukan* merupakan barisan aritmetika adalah ....

a. 1, 3, 5, 7, ...
b. 2, 4, 6, 8, ...
c. $x^2 - 2x, x^2 - 4x, x^3 - 6x, \ldots$
d. $x^2 - 4x, 3x^2 - 7x, 5x^2 - 10x, \ldots$

18. Suku ke-4 dan suku ke-8 dari suatu deret aritmetika berturut-turut adalah 15 dan 37. Dengan demikian, suku ke-16 deret tersebut adalah ....

a. $75\frac{1}{2}$
b. 81
c. 190
d. 225

19. Pembeda dari barisan aritmetika

$\frac{1}{4}, -\frac{3}{2}, -\frac{13}{4}, \ldots$ adalah ....

a. $-1\frac{3}{4}$
b. $-1\frac{1}{4}$
c. $1\frac{1}{4}$
d. $1\frac{3}{4}$

20. Pembeda dari suatu deret aritmetika dengan rumus suku ke-*n*, yaitu

$U_n = \frac{-3+7n}{14}$ adalah ....

a. $-3 + 7n$
b. $-\frac{3}{14}$
c. $\frac{2}{14}$
d. $\frac{7}{14}$

21. $x - 2y$, $3x - 4y$, dan $4x - 7y$ membentuk suatu barisan aritmetika. Dengan demikian, jika y ditulis dalam variabel x maka akan menjadi ....

a. $y = -2x$
b. $y = -x$
c. $y = x$
d. $y = 2x$

22. Jumlah 12 suku pertama dari suatu deret aritmetika apabila $U_2 = 8$ dan $U_{13} = 41$ adalah ....

a. 125
b. 258
c. 321
d. 423

23. Barisan berikut yang *bukan* merupakan barisan aritmetika adalah ....

a. 1, 2, 3, 4, ...
b. 3, 6, 9, ...
c. $\frac{3}{4}, \frac{3}{2}, \frac{9}{4}, \ldots$
d. $\frac{2}{7}, \frac{6}{14}, \frac{9}{14}, \ldots$

24. Barisan berikut yang merupakan barisan geometri adalah ....

a. $\pi, 2\pi, 3\pi, \ldots$
b. $\pi, \frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{3}, \ldots,$
c. $\pi^2, \pi^3 + 1, \pi^4 + 2, \ldots$
d. $2\pi, 4\pi^2, 8\pi^3, \ldots$

25. Suku ke-6 dari barisan geometri x, $3x^4$, $9x^7$, ... adalah ....

a. $243x^{10}$

b. $32x^{16}$

c. $243x^{16}$

d. $19683x^{28}$

26. Rumus suku ke-n dari suatu barisan geometri apabila $U_1 = 3$ dan $U_4 = 6\sqrt{2}$ adalah ....

a. 2^{n-1}

b. $2^{\frac{n-1}{2}}$

c. $3\left(2^{\frac{n-1}{2}}\right)$

d. $3\left(2^{\frac{n-1}{4}}\right)$

27. Jika suku ke-3 dan suku-5 dari suatu deret geometri berturut-turut adalah 100 dan 400 maka rasio deret tersebut adalah ....

a. 2 atau −2

b. 3 atau −3

c. 4 atau −4

d. 5 atau −5

28. Agar $x - 1$, $3x + 4$, dan $6x + 8$ membentuk suatu barisan geometri maka nilai x haruslah ....

a. −6

b. −5

c. 5

d. 6

29. Jumlah lima suku pertama suatu deret geometri dengan rumus $U_n = 2(2)^{n-1}$ adalah ....

a. 84

b. 73

c. 62

d. 51

30. Jumlah lima suku pertama suatu deret geometri dengan suku kedua dan suku keenam berturut-turut adalah 6 dan 486 adalah ....

a. 234

b. 242

c. 324

d. 423

B. Kerjakanlah soal-soal berikut dengan benar.

1. Sederhanakanlah bentuk $\left(3\left(\frac{x^5y}{z^7}\right)^3\right)^2$.

2. Sederhanakan bentuk $\frac{x-1}{x^{\frac{1}{2}}-1}$.

3. Buktikan bahwa $\frac{(x+y)^{\frac{2}{3}}(x-y)^{-\frac{1}{3}}}{(x^2-y^2)^{\frac{1}{6}}} = \left(\frac{x+y}{x-y}\right)^{\frac{1}{2}}$.

4. Manakah yang lebih besar, $\sqrt{11}$ ataukah $2\times\sqrt[4]{8}$.
Petunjuk: Gunakan sifat-sifat pada bilangan berpangkat.

5. Tentukan nilai x apabila diketahui $x\sqrt{\frac{1}{2}} + x = 1$.

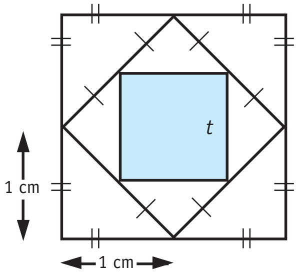
6. Misalnya, S_n menyatakan jumlah n bilangan asli pertama. Tentukan n agar $S_n = 210$.

7. Tentukan jumlah seluruh bilangan bulat yang habis dibagi tiga dan terletak di antara 200 dan 400.

8. a. Buktikan bahwa deret dengan jumlah n suku pertama $S_n = an^2 + bn$ adalah deret aritmetika.

b. Tentukan rumus suku ke-n deret tersebut dalam a dan b.

9. Perhatikan gambar berikut.



Gambar tersebut memperlihatkan pola penyusunan persegi yang berada di dalam persegi lainnya.

a. Tentukan panjang sisi t.

b. Hitunglah keliling persegi yang diarsir pada gambar tersebut

c. Apakah keliling setiap pola persegi tersebut membentuk suatu deret? Deret apakah itu? Kemudian, bagaimanakah rumus suku ke-n deret tersebut?

10. Seorang pelari berencana untuk berlari 100 km dalam waktu kurang dari 2 minggu. Untuk itu, ia berlari 36 km pada hari pertama. Oleh karena kelelahan pada hari kedua, ia hanya mampu menempuh $\frac{2}{3}$ jarak yang ditempuhnya pada hari pertama. Jarak yang berhasil ditempuh pada hari ketiga hanya $\frac{2}{3}$ jarak yang ditempuh pada hari kedua. Begitu seterusnya.

a. Apakah pelari tersebut dapat menempuh jarak 100 km dalam waktu kurang dari dua minggu?

b. Berapa hari yang diperlukan oleh pelari tersebut untuk menempuh jarak 100 km tersebut? (Gunakan kalkulator untuk memudahkan perhitungan).

Evaluasi Akhir

A. Pilihlah jawaban yang tepat pada soal-soal berikut.

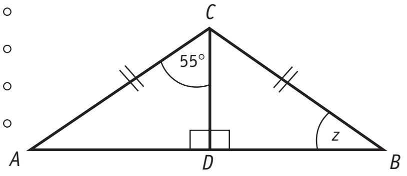
1. Diberikan $\Delta ADC \cong \Delta BDC$. Nilai z adalah ....

a. 55°

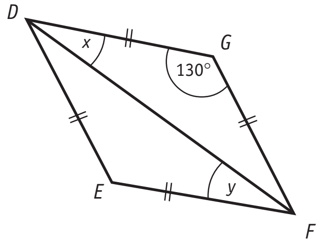
b. 45°

c. 35°

d. 25°



2. Diberikan $\Delta DEF \cong \Delta FGD$. Nilai x dan y adalah ....



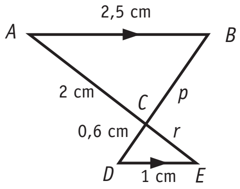
a. $x = 20°$ dan $y = 30°$

b. $x = 30°$ dan $y = 20°$

c. $x = 25°$ dan $y = 25°$

d. $x = 35°$ dan $y = 15°$

3. Diberikan ΔABC dan ΔEDC sebangun. Nilai p dan r adalah ....



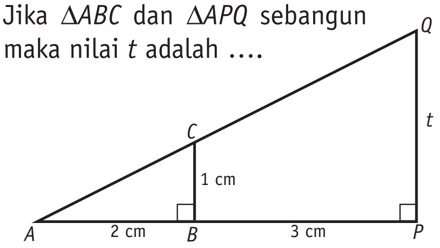
a. p = 5 cm dan r = 0,24 cm

b. p = 0,24 cm dan r = 5 cm

c. p = 0,8 cm dan r = 1,5 cm

d. p = 1,5 cm dan r = 0,8 cm

4. Jika ΔABC dan ΔAPQ sebangun maka nilai t adalah ....



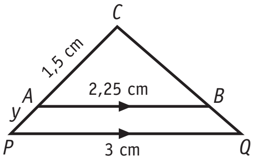
a. 1,5 cm

b. 2,5 cm

c. 4 cm

d. 5 cm

5. Diberikan ΔABC dan ΔPQC sebangun. Nilai y adalah ....



a. 4,5 cm

b. 2 cm

c. 1,125 cm

d. 0,5 cm

6. Sebuah tabung yang mempunyai jari-jari 14 cm dan tinggi 7 cm terisi penuh oleh air. Ketika air dalam tabung tersebut dituangkan ke dalam tabung lain yang tingginya 28 cm, ternyata air tersebut juga memenuhi tabung ke dua. Jari-jari tabung ke dua adalah ....

a. 3,5 cm

b. 7 cm

c. 11,5 cm

d. 14 cm

7. Sebuah akuarium terbuat dari kaca berbentuk tabung yang mempunyai tinggi 1 m. Jika air sebanyak 184,8 liter mengisi $\frac{3}{4}$ bagian dari akuarium tersebut maka luas kaca yang menyelimuti sisi samping akuarium tersebut adalah ....

a. 0,44 m^2

b. 0,88 m^2

c. 1,67 m^2

d. 1,76 m^2

8. Sebuah cetakan untuk membuat tumpeng mempunyai diameter 20 cm dan tinggi 30 cm. Jika cetakan tersebut digunakan untuk membuat tumpeng maka volume nasi kuning tumpeng tersebut adalah ....

a. 3.140 cm^3

b. 9.420 cm^3

c. 12.560 cm^3

d. 37.680 cm^3

9. Harga selembar kertas karton hias adalah Rp10.000,00 per m^2. Ibu membuatkan topi ulang tahun yang terbuat dari kertas karton hias dan berbentuk kerucut. Topi tersebut mempunyai diameter 14 cm dan tinggi

24 cm. Jika ibu membuat 20 topi untuk acara tersebut maka biaya kertas karton hias yang dikeluarkan oleh ibu untuk membuat topi-topi tersebut adalah ....

a. Rp22.000,00 c. Rp1.100,00
b. Rp11.000,00 d. Rp550,00

10. Sebuah gedung mempunyai atap berbentuk setengah bola yang mempunyai diameter 28 m. Jika atap tersebut dilapisi kaca maka luas kaca tersebut adalah ....

a. 308 m^2 c. 1.232 m^2
b. 616 m^2 d. 2.464 m^2

Kerjakan nomor 11 – 12 berdasarkan tabel berikut.

Diberikan data banyaknya telepon genggam yang dimiliki setiap keluarga di suatu permukiman sebagai berikut.

Banyaknya Telepon Genggam Per Keluarga	**Banyaknya Keluarga**
0	200
1	300
2	500
3	300
4	100
5	40
6	10

11. Banyaknya telepon genggam di permukiman tersebut adalah ....

a. 3.060 buah c. 2.850 buah
b. 2.860 buah d. 2.680 buah

12. Modus dari banyaknya telepon genggam yang dimiliki keluarga di permukiman tersebut sebanyak ....

a. 6 buah
b. 4 buah
c. 2 buah
d. 1 buah dan 3 buah

13. Diberikan data banyaknya kartu kuning yang dikeluarkan pada suatu turnamen sepak bola dalam 20 pertandingan sebagai berikut.

Banyaknya Kartu Kuning	**0**	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**
Frekuensi	**5**	**3**	**4**	**5**	**2**	**1**

Rata-rata kartu kuning yang dikeluarkan dalam setiap pertandingan adalah ....

a. 3 c. 2
b. 2,6 d. 1,95

14. Dalam sebuah kotak terdapat 20 bola berwarna merah dan x bola berwarna putih. Jika pada pengambilan secara acak sebuah bola diperoleh bahwa peluang terambilnya bola putih adalah 0,2 maka nilai x adalah ....

a. 10 buah c. 4 buah
b. 5 buah d. 2 buah

15. Di dalam suatu kelas terdapat 40 siswa. Dua puluh empat di antaranya adalah siswa putri. Jika dipilih secara acak seorang siswa dalam kelas tersebut maka peluang siswa yang terpilih siswa putra adalah ....

a. $\frac{4}{5}$ c. $\frac{2}{5}$
b. $\frac{3}{5}$ d. $\frac{1}{5}$

16. $(-9)^0 =$ ....

a. -9 c. 1
b. -1 d. 9

17. $(-f^5)^3 =$ ....

a. $-f^{15}$ c. f^8
b. $-f^8$ d. f^{15}

18. $\frac{-3m^2(2^4)}{m^6} =$ ....

a. $\frac{48}{m^4}$ c. $-\frac{48}{m^4}$
b. $\frac{48}{m^{-4}}$ d. $-\frac{48}{m^{-4}}$

19. $\frac{\left(g^6h^2\right)^4}{-6g^2\left(-9g^4h^2\right)} ==$ ....

a. $\frac{g^{18}h^6}{54}$ c. $-\frac{g^{18}h^6}{64}$
b. $\frac{g^{18}h^6}{64}$ d. $-\frac{g^{18}h^6}{54}$

20. $\dfrac{\left(-4m^5n^3\right)^2 2n^3}{12m^6n^5\left(-8m^4n^2\right)} = ...$

a. $\dfrac{n^2}{3}$

b. $\dfrac{n^2}{5}$

c. $-\dfrac{n^2}{5}$

d. $-\dfrac{n^2}{3}$

21. $\left(6\sqrt{3} - 5\sqrt{6}\right)^2 = ...$

a. $200 + 43\sqrt{8}$

b. $25 + 18\sqrt{3}$

c. $-180\sqrt{2} + 258$

d. $254 - 300\sqrt{7}$

22. $\dfrac{3-\sqrt{5}}{3+\sqrt{5}} = ...$

a. $4 - 3\sqrt{5}$

b. $\dfrac{2-3\sqrt{5}}{2}$

c. $\dfrac{7-3\sqrt{5}}{4}$

d. $\dfrac{4-3\sqrt{5}}{6}$

23. Sisi-sisi suatu segitiga siku-siku membentuk suatu deret aritmetika. Keliling segitiga siku-siku tersebut adalah 72 cm. Panjang sisi-sisi segitiga siku-siku tersebut adalah ....

a. 3 cm, 4 cm, dan 5 cm

b. 9 cm, 12 cm, dan 15 cm

c. 18 cm, 24 cm, dan 30 cm

d. 20 cm, 30 cm, 22 cm

24. Tiga suku berikutnya dari barisan 14, 7, $3\frac{1}{2}$, ... adalah ....

a. $2, \frac{7}{4}, \frac{7}{8}$

b. $1, 0, -\frac{7}{4}$

c. $-\frac{7}{4}, -\frac{7}{8}, -\frac{7}{16}$

d. $\frac{7}{4}, \frac{7}{8}, \frac{7}{16}$

25. Nilai *a* dan *b* pada barisan aritmetika 41, *a*, 55, *b*, ... adalah ....

a. 46 dan 60

b. 47 dan 61

c. 48 dan 62

d. 49 dan 63

26. Pembeda dan rumus suku ke-*n* dari barisan 3, 5, 7, ... berturut-turut adalah ....

a. 2 dan $2n$

b. 2 dan $3n$

c. 2 dan $2n + 1$

d. 2 dan $3n + 1$

27. Jumlah lima suku pertama dari suatu deret aritmetika dengan rumus suku ke-*n*, $U_n = 3n + 7$ adalah ....

a. 25

b. 55

c. 80

d. 275

28. Rumus suku ke-*n* dari barisan geometri $\frac{1}{3}, \frac{1}{12}, \frac{1}{48}$, ... adalah ....

a. $\frac{1}{3} \times 2^{n-1}$

b. $\frac{1}{3} \times 2\left(5^{2n-1}\right)$

c. $\frac{1}{3} \times \left(\frac{1}{4}\right)^{n-1}$

d. $\frac{1}{3} \times \left(\frac{1}{2}\right)^{2n-1}$

29. Jumlah lima suku pertama suatu deret geometri dengan rumus suku ke-*n*, $U_n = 2(2)^{n-1}$ adalah ....

a. 32

b. 52

c. 62

d. 72

30. Suku keempat dan suku ketujuh suatu barisan geometri berturut-turut adalah 5 dan –625. Suku kedua deret tersebut adalah ....

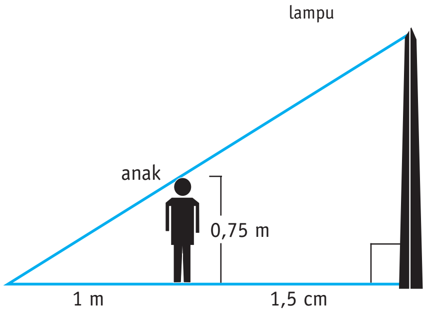
a. 0,2

b. –0,2

c. 0,25

d. –0,25

B. Kerjakanlah soal-soal berikut dengan benar.

1. 

Seorang anak yang mempunyai tinggi 0,75 m berdiri pada jarak 1,5 m dari tiang lampu taman pada senja hari. Jika bayangan anak tersebut yang disebabkan oleh cahaya lampu taman adalah 1 m, berapakah tinggi tiang lampu taman tersebut?

2. Sebuah bak penampungan air berbentuk tabung yang mempunyai tinggi 1 m dan jari-jari 0,875 m. Tentukan banyaknya biaya yang digunakan untuk mengecat sisi tepi (selimut) bak penampungan air tersebut jika biaya pengecatan adalah Rp6.000,00 per m^2.

3. Sebuah gelas berbentuk kerucut yang mempunyai jari-jari 7 cm dan tinggi 14 cm. Jika $\frac{3}{4}$ dari volume gelas tersebut terisi air maka tentukan volume air dalam gelas tersebut.

4. Berikut adalah tabel daftar nilai ujian semester mata pelajaran Bahasa Indonesia suatu kelas di salah satu SMP.

Nilai	**6**	**7**	**8**	**9**
Banyaknya Siswa	15	20	x	5

Berapakah banyak siswa yang memperoleh nilai 8 jika nilai rata-rata mata pelajaran Bahasa Indonesia di kelas tersebut adalah 7,1?

5. Empat keping mata uang logam dilambungkan bersama-sama. Berapakah peluang muncul sisi gambar pada dua keping mata uang logam?

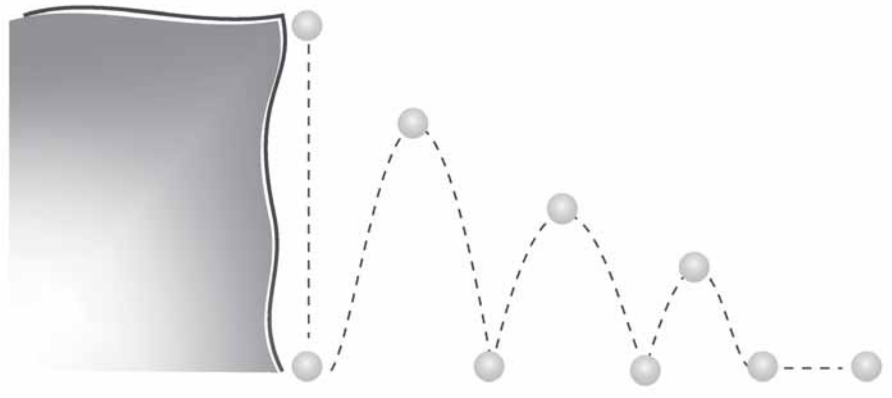
6. Sederhanakan $\dfrac{x^2 + y^2 - z^2 - 2xy}{(x - y - z)^2}$.

7. Buktikan bahwa $\sqrt{2-\sqrt{3}} \times \sqrt{2-\sqrt{2-\sqrt{3}}} \times \sqrt{2-\sqrt{2-\sqrt{2-\sqrt{3}}}} \times \sqrt{2+\sqrt{2-\sqrt{2-\sqrt{3}}}} = 1$.

8. Agus memiliki 100 tiket konser dan berencana untuk membagi sebagian tiketnya kepada teman-temannya dengan aturan berikut:
Teman pertama mendapat satu tiket; teman kedua mendapat dua tiket; teman ketiga mendapat tiga tiket; begitu seterusnya hingga tiket yang dimiliki Agus tidak cukup lagi untuk dibagikan menurut aturan tersebut.
   a. Berapa tiket yang akan diterima oleh teman Agus yang terakhir sebelum tiket yang dimiliki Agus tidak cukup lagi untuk dibagikan menurut aturan tersebut?
   b. Berapa sisa tiket yang dimiliki Agus saat itu?

9. Jumlah n suku pertama dari suatu deret aritmetika adalah $S_n = 2n^2 + 3n$. Tentukan rumus suku ke-n deret tersebut.

10. Sebuah bola jatuh dari ketinggian 3 m di atas permukaan lantai datar. Setiap kali memantul, tinggi bola akan berkurang $\frac{1}{3}$ tinggi sebelumnya.



a. Tentukan tinggi maksimum bola pada pantulan ketiga (*h*)
b. Tentukan panjang lintasan yang ditempuh bola hingga pantulan ke-3 (*s*)

Soal-Soal Ujian Nasional

Pilihlah jawaban yang tepat pada soal-soal berikut.

1. Diketahui $\sqrt{5,76} = 2,4$ dan $\sqrt{57,6} = 7,59$, maka nilai dari $\sqrt{0,0576}$ adalah ....

a. 0,00759
c. 0,24
b. 0,024
d. 0,759

Ebtanas 1999/2000

2. Jika jumlah dua pecahan $\frac{5}{4}$ dan selisihnya $\frac{1}{4}$ maka kedua pecahan itu adalah ....

a. $\frac{5}{8}$ dan $\frac{3}{8}$
c. $\frac{1}{2}$ dan $\frac{1}{4}$
b. $\frac{7}{8}$ dan $\frac{3}{8}$
d. $\frac{1}{2}$ dan $\frac{3}{4}$

Ebtanas 1997/1998

3. Kelipatan persekutuan terkecil (KPK) dari $252a^4b^3$ dan $108a^3b^5$ adalah ....

a. $18a^3b^3$
c. $252a^3b^3$
b. $108a^4b^5$
d. $756a^4b^5$

UN 2004/2005

4. Dengan harga penjualan Rp2.200.000,00 seorang pedagang kamera telah memperoleh untung 10%. Harga pembelian kamera tersebut adalah ....

a. Rp220.000,00
b. Rp1.980.000,00
c. Rp2.000.000,00
d. Rp2.420.000,00

UN 2004/2005

5. Kue dalam kaleng dibagikan kepada 6 orang anak, masing-masing mendapat 30 kue dan tidak tersisa. Bila kue tersebut dibagikan kepada 10 orang anak, masing-masing akan mendapat kue sebanyak ....

a. 50
c. 20
b. 36
d. 18

UN 2004/2005

6. Nilai x yang memenuhi persamaan $3(3x + \frac{2}{3}) = 5(2x - \frac{1}{4})$ adalah ....

a. $-\frac{13}{4}$
c. $\frac{7}{4}$
b. $-\frac{7}{4}$
d. $\frac{13}{4}$

Ebtanas 1998/1999

7. Pada layar televisi, gedung yang tingginya 64 meter tampak setinggi 16 cm, dan lebarnya 6,5 cm. Lebar gedung sebenarnya adalah ....

a. 27 meter
c. 25,5 meter
b. 26 meter
d. 18,5 meter

UN 2004/2005

8. Suatu pekerjaan dapat diselesaikan oleh 9 orang selama 16 hari. Jika pekerjaan tersebut harus selesai dalam 12 hari, maka banyak pekerja adalah ....

a. 12 orang
c. 18 orang
b. 16 orang
d. 24 orang

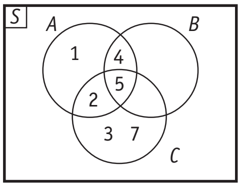
Ebtanas 1999/2000

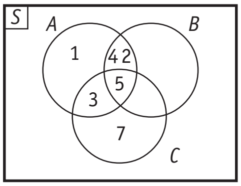
9. Ditentukan A = {2 ,3 ,5 , 7, 11, 13}. Himpunan semesta yang tepat untuk himpunan A adalah ....

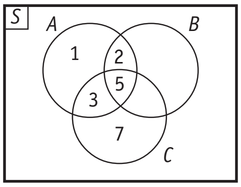
a. {bilangan asli yang lebih dari 1 dan kurang dari 14}
b. {bilangan prima yang kurang dari 2 dan kurang dari 15}
c. {bilangan ganjil yang lebih dari 1 dan kurang dari 14}
d. {enam bilangan ganjil yang pertama}

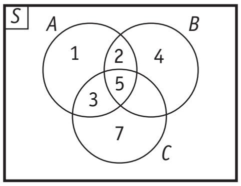
Ebtanas 1998/1999

10. Diketahui A = {1, 2, 3, 4, 5}, B = {2, 4, 5}, dan C = {3, 5, 7}. Diagram Venn yang menyatakan hubungan antara himpunan A, B, dan C adalah ....

a. 

b. 

c. 

d. 

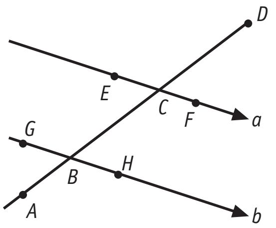
Ebtanas 1997/1998

11. Dalam suatu kelas, 25 orang di antaranya mengikuti latihan basket, 35 orang mengikuti latihan tenis meja, dan 15 orang mengikuti latihan keduanya. Jika 3 orang di kelas itu tidak mengikuti kegiatan, maka banyaknya siswa di kelas tersebut adalah ....

a. 42 orang
c. 48 orang
b. 45 orang
d. 72 orang

Ebtanas 1998/1999

12. Perhatikan gambar di bawah ini.



Jika besar $\angle CBH = 62{,}3°$, maka besar $\angle DCE$ adalah ....

a. 27,7°
c. 117,7°
b. 62,3°
d. 118,3°

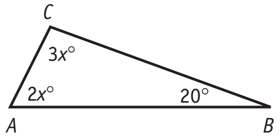
UAN 2002/2003

13. Keliling sebuah segitiga samakaki 36 cm. Jika panjang alasnya 10 cm, maka luas segitiga itu adalah ....

a. 360 cm^2
c. 120 cm^2
b. 180 cm^2
d. 60 cm^2

UAN 2002/2003

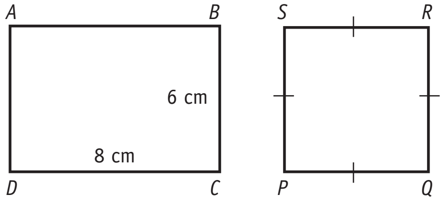
14. Besar $\angle BCA$ pada gambar ΔABC di bawah adalah ....



a. 32°
c. 70°
b. 64°
d. 96°

UN 2004/2005

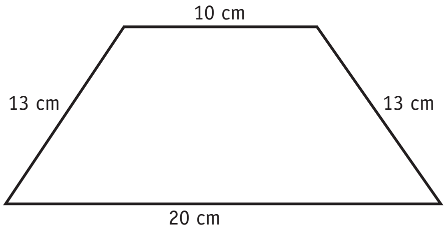
15. Pada gambar di bawah, keliling persegi panjang *ABCD* dua kali keliling persegi *PQRS*. Panjang sisi persegi *PQRS* adalah ....



a. 3 cm
c. 6 cm
b. 3,5 cm
d. 7 cm

UN 2004/2005

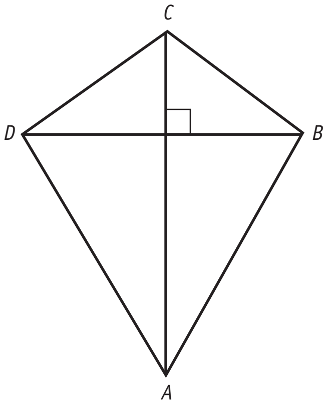
16. Luas trapesium pada gambar di bawah adalah ....



a. 130 cm^2
c. 260 cm^2
b. 180 cm^2
d. 390 cm^2

Ebtanas 1999/2000

17. Dari gambar layang-layang berikut, diketahui kelilingnya 66 cm, panjang $AB = 20$ cm, dan $BD = 24$ cm.



Luas layang-layang *ABCD* adalah ....

a. 240 cm^2 c. 260 cm^2
b. 252 cm^2 d. 273 cm^2

UN 2004/2005

18. Panjang diagonal belah ketupat masing-masing 18 cm dan 24 cm. Keliling belah ketupat itu adalah ....

a. 42 cm c. 60 cm
b. 47 cm d. 84 cm

Ebtanas 1999/2000

19. Salah satu faktor dari $-6x^2 + 17x - 5$ adalah ....

a. $-3x - 1$ c. $2x + 5$
b. $-2x + 5$ d. $3x + 1$

Ebtanas 1998/1999

20. Bentuk sederhana dari $\dfrac{2x^2 - 6x - 20}{2x^2 + 14x + 20}$ adalah ....

a. $\dfrac{2x - 4}{2x + 4}$ c. $\dfrac{2x - 5}{x + 5}$
b. $\dfrac{2x + 4}{2x + 5}$ d. $\dfrac{x - 5}{x + 5}$

Ebtanas 1998/1999

21. Hasil dari $(2x - 4)(3x + 5) = ...$

a. $6x^2 - 2x - 20$ c. $6x^2 - 14x - 20$
b. $6x^2 + 2x - 20$ d. $6x^2 + 14x - 20$

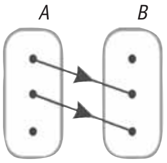
UN 2004/2005

22. Luas suatu persegi panjang 48 cm^2. Jika panjang $(x + 3)$ cm dan lebar $(2x - 4)$ cm, maka panjang diagonal persegi panjang adalah ....

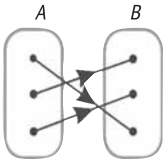
a. 6 cm c. 10 cm
b. 8 cm d. 14 cm

UAN 2002/2003

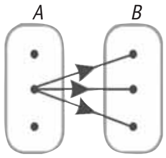
23.



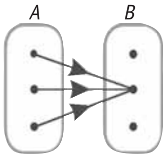
(I)



(II)



(III)



(IV)

Diagram panah di atas yang menyatakan pemetaan dari himpunan *A* ke himpunan *B* adalah ....

a. (I) dan (II) c. (I) dan (IV)
b. (II) dan (IV) d. (II) dan (III)

Ebtanas 1999/2000

24. Diketahui fungsi $f(x) = 3x^2 - 2x - 5$. Nilai

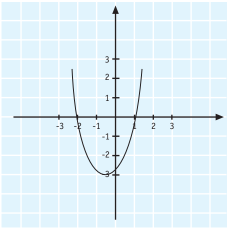
$f\left(-\frac{1}{2}\right) = ...$

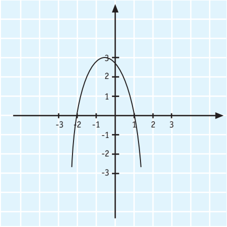
a. $-4\frac{1}{4}$ c. $3\frac{1}{4}$
b. $-3\frac{1}{4}$ d. $4\frac{1}{4}$

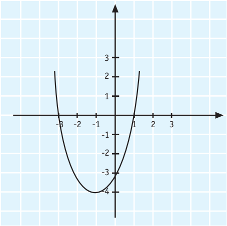
UN 2004/2005

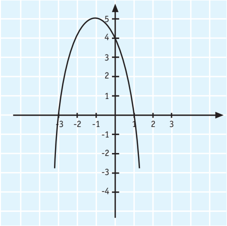
25. Suatu fungsi kuadrat $f(x) = x^2 + 2x - 3$ dengan daerah asal $D = \{x \mid -4 \leq x \leq 2, x \in R\}$. Grafik fungsinya adalah ....

a.



b. 

c. 

d. 

UAN 2002/2003

26. Gradien garis yang melalui titik (2, 1) dan (4, 7) adalah ....

a.	0,2	c.	2
b.	0,5	d.	3

UN 2004/2005

27. Persamaan garis lurus yang melalui titik (2, 5) dan tegak lurus garis $x - 2y + 4 = 0$ adalah ....

a. $2x + y - 9 = 0$

b. $-2x + y - 9 = 0$

c. $\frac{1}{2}x - y - 6 = 0$

d. $-\frac{1}{2}x - y - 6 = 0$

Ebtanas 1999/2000

28. Adi berangkat dari kota P pukul 07.00 dengan kecepatan rata-rata 60 km/jam. Pada saat yang sama, Wira berangkat dari kota Q menuju kota P dengan kecepatan rata-rata 40 km/jam. Jarak P dan Q adalah 360 km. Adi dan Wira akan bertemu pada pukul ....

a.	16.00	c.	10.36
b.	13.00	d.	10.12

UAN 2002/2003

29. Penyelesaian dari sistem persamaan $3x + 2y = -5$ dan $4x - y = 19$ adalah p dan q. Nilai dari $p + q$ adalah ....

a.	10	c.	−4
b.	4	d.	−10

Ebtanas 1999/2000

30. Harga 4 ekor ayam dan 5 ekor itik Rp55.000,00, sedangkan harga 3 ekor ayam dan 5 ekor itik Rp47.500,00. Harga 1 ekor ayam dan 1 ekor itik berturut-turut adalah ....

a. Rp15.833,33 dan Rp9.500,00

b. Rp13.750,00 dan Rp11.000,00

c. Rp7.500,00 dan Rp5.000,00

d. Rp7.875,14 dan Rp4.750,00

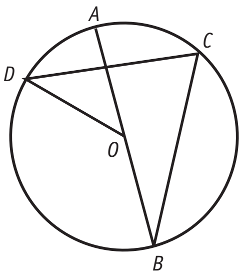
Ebtanas 1998/1999

31. Sebuah tangga yang panjangnya 13 m bersandar pada dinding. Jarak kaki tangga dengan dinding 5 m. Tinggi dinding yang dicapai oleh tangga adalah ....

a.	8 m	c.	12 m
b.	11 m	d.	18 m

Ebtanas 1998/1999

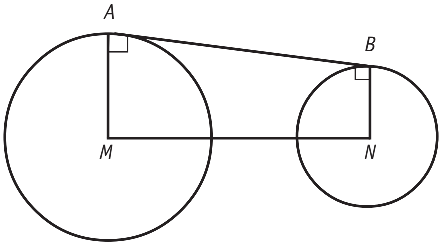
32. Perhatikan gambar di bawah ini. Diketahui $\angle CDO = 41°$ dan $\angle CBO = 27°$. Besar $\angle AOD$ adalah ....



a.	72°	c.	56°
b.	68°	d.	44°

UAN 2002/2003

33.



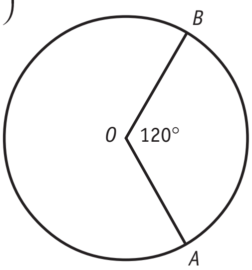
Dua lingkaran masing-masing berjari-jari 11 cm dan 3 cm dengan pusat di *M* dan *N*. Jika jarak antara *M* dan *N* adalah 17 cm maka panjang garis singgung persekutuan luar AB adalah ....

a. 8 cm
b. 9 cm
c. 15 cm
d. 18 cm

Ebtanas 1999/2000

34. Keliling lingkaran pada gambar di bawah adalah 44 cm. Luas juring *AOB* adalah ....

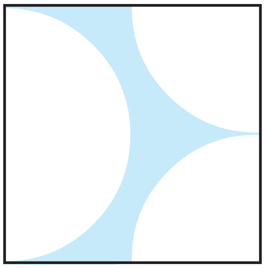
$\left(\pi = \frac{22}{7}\right)$



a. 51,33 cm²
b. 77 cm²
c. 102,67 cm²
d. 205,33 cm²

UAN 2002/2003

35. Perhatikan gambar persegi yang di dalamnya terdapat unsur lingkaran.



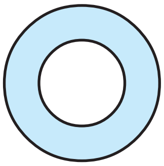
Luas daerah yang diarsir adalah ....

$\left(\pi = \frac{22}{7}\right)$

a. 10,5 cm²
b. 22,0 cm²
c. 27,0 cm²
d. 38,5 cm²

Ebtanas 1999/2000

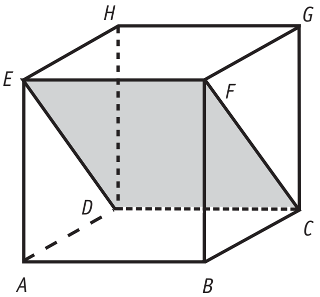
36. Sebuah taman berbentuk lingkaran berdiameter 32 m. Di sekeliling taman dibuat jalan dari batu bata yang dilapisi semen dengan lebar 2 meter. Jika biaya pembuatan jalan tersebut per meter perseginya Rp12.000,00 dengan π = 3,14 maka biaya pembuatan jalan tersebut adalah ....



a. Rp2.260.800,00
b. Rp2.562.240,00
c. Rp4.973.760,00
d. Rp9.646.080,00

Ebtanas 1997/1998

37. Perhatikan gambar kubus di bawah.

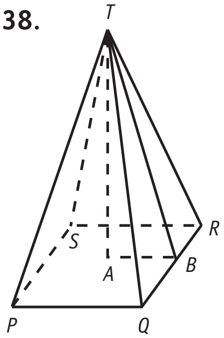


Bidang diagonal yang tegak lurus dengan *DCFE* adalah ....

a. *ABGH*
b. *ACGE*
c. *ADGF*
d. *BCHE*

UN 2004/2005

38.



T.PQRS merupakan limas segi empat beraturan. Diketahui *PQ* = 12 cm dan volume limas *T.PQRS* 384 cm³. Panjang *TB* adalah ....

a. 6 cm
b. 8 cm
c. 10 cm
d. 12 cm

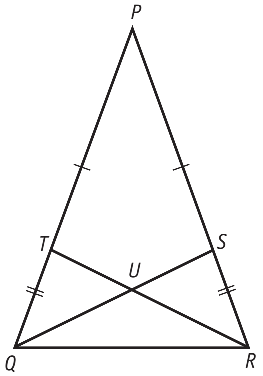
Ebtanas 1999/2000

39. Panjang kawat yang diperlukan untuk membuat kerangka balok 0,84 meter. Jika panjang balok = $3x - 1$, lebar balok = $x + 2$, dan tinggi balok = x, maka volume balok adalah ....

a. 246 cm^3
b. 264 cm^3
c. 464 cm^3
d. 646 cm^3

Ebtanas 1997/1998

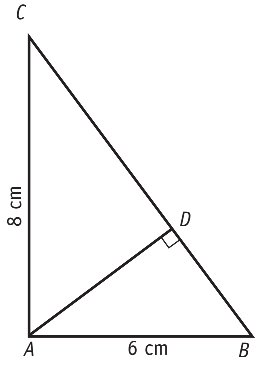
40. Dua segitiga yang kongruen pada gambar berikut adalah ....



a. ΔPQS dan ΔPTR
b. ΔPQR dan ΔPTS
c. ΔTSQ dan ΔQRU
d. ΔTSQ dan ΔTSP

Ebtanas 1997/1998

41. Panjang *AD* pada gambar berikut adalah ....



a. 4,8 cm
b. 5 cm
c. 10 cm
d. 48 cm

Ebtanas 1999/2000

42. Panjang bayangan sebuah tiang bendera adalah 6 cm. Pada waktu yang sama, tongkat yang panjangnya 1,5 m berdiri tegak mempunyai bayangan 1 m. Panjang tiang bendera tersebut adalah ....

a. 4 m
b. 6 m
c. 9 m
d. 10 m

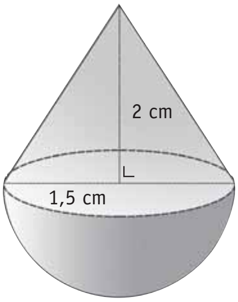
Ebtanas 1998/1999

43. Sebuah drum berbentuk tabung dengan diameter alas 10 cm dan tinggi 100 cm. Bila $\frac{3}{4}$ bagian dari drum berisi minyak, banyak minyak di dalam drum tersebut adalah ....

a. 1.150 liter
b. 1.155 liter
c. 11.500 liter
d. 115.000 liter

UN 2004/2005

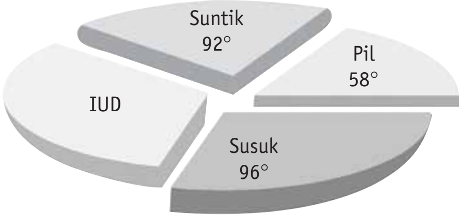
44. Gambar berikut menunjukkan suatu bandul padat yang terdiri atas belahan bola dan kerucut. Alas kerucut berimpit dengan belahan bola. Jika $\pi = 3{,}14$, maka luas permukaan bandul tersebut adalah ....



a. 21,195 cm^2
b. 25,905 cm^2
c. 31,793 cm^2
d. 32,970 cm^2

Ebtanas 1998/1999

45. Perhatikan diagram lingkaran di bawah. Jika jumlah pengikut KB seluruhnya 900 orang, maka jumlah pengikut KB yang menggunakan IUD adalah ....



a. 235 orang
b. 260 orang
c. 285 orang
d. 310 orang

Ebtanas 1999/2000

46. Rataan tes matematika 12 siswa adalah 7,2. Bila nilai Deni disertakan dalam perhitungan maka nilai rataan bertambah menjadi 7,3. Nilai tes matematika Deni adalah ....

a. 6,0
b. 6,1
c. 8,4
d. 8,5

Ebtanas 1999/2000

47. Sebuah dadu dilambungkan ke udara, maka peluang muncul mata dadu bilangan prima adalah ....

a. $\frac{1}{6}$
b. $\frac{1}{3}$
c. $\frac{1}{2}$
d. $\frac{2}{3}$

Ebtanas 1998/1999

48. Dari 300 kali percobaan lempar undi sebuah dadu, frekuensi harapan muncul mata dadu yang merupakan faktor prima dari 6 adalah ....

a. 50
b. 100
c. 150
d. 200

Ebtanas 1998/1999

49. Perhatikan barisan bilangan
2, 5, 10, 17, ...
Rumus suku ke-n dari barisan itu adalah ....

a. $U_n = 2n + 1$
b. $U_n = 3n - 1$
c. $U_n = n^2 + 1$
d. $U_n = 2n^3 - 1$

Ebtanas 1998/1999

50. Sebuah tangga mempunyai anak tangga dengan ketinggian dari permukaan tanah 15 cm, 25 cm, 35 cm, ... Jika tangga tersebut mempunyai 25 anak tangga, maka ketinggian tangga terakhir dari permukaan tanah adalah ....

a. 2,5 meter
b. 2,55 meter
c. 3,00 meter
d. 3,75 meter

Ebtanas 1998/1999

Datar Pustaka

Badan Standar Nasional Pendidikan (BSNP). *Standar Isi, yang ditetapkan dengan Peraturan Menteri Pendidikan Nasional (Permendiknas) Nomor 22 Tahun 2006*.

Brumfiel, C.F *et al*. 1964. *Geometry*. London: Addison-Wesley Publishing Company.

____________. 1965. *Fundamental Concepts of Elementary Mathematics*. London: Addison-Wesley Publishing Company.

Grove, G.M. 1960. *Algebra and Its Use Enlarged Edition*. New York: American Book Company.

Hong, Tay Choon, *et al*. 2004. *New Mathematics Counts 1*. Singapore: Federal Publications.

Hoong, Chan Siew, *et al*. 2004. *Secondary Exploring Mathematics Activity Book Form 2*. SelangorDarul Ehsan: Pearson Malasya Sdn. Bhd.

Kiat, Teh Eng & Teh Eng Phenng. 2003. *Fokus Ungu UPRS Matematik*. Selangor Darul Ehsan: Penerbit Pelangi Sdn. Bhn.

Lipschutz, S. 1964. *Set Theory and Related Topics*. New York: McGraw-Hill Book Company.

Millington, T.A and Millington, W. 1966. *Dictionary of Mathematics*. New York: Barnas & Noble Books.

Stiff, L.V. and Curcio, F.R. 1999. *Developing Mathematical Reasoning in Grades K-12*. Virginia: NCTM.

Sukino, Drs., SS., 2004. *Persiapan Menghadapi Olimpiade Matematika Tingkat SMP Seri A*. Jakarta: PT. Sumber Daya MIPA.

Sukino, Drs., SS., 2004. *Persiapan Menghadapi Olimpiade Matematika Tingkat SMP Seri B*. Jakarta: PT. Sumber Daya MIPA.

Vance, E.P. 1962. *Modern Algebra and Trigonometry*. London: Addison-Wesley Publishing Company.

Wilcox, S. M. 1968. *Geometry: A Modern Approach*. California: Addison-Wesley Publishing Company.

Daftar Simbol

No.	Simbol	Keterangan	Halaman
1.	$\angle$	sudut	5-8, 11-19, 26, 31-35, 44, 46
2.	$\cong$	kongruen	6, 12-18, 20-21, 46
3.	Δ	segitiga	6, 12-15, 17-24, 32-38, 43, 45-46
4.	$\circ$	derajat	7-9, 18-19, 22-24, 33-34, 38, 43
5.	$\neq$	tidak sama dengan	7-8
6.	π	bilangan Pi	51-54, 56-59, 61, 63-64, 66
7.	%	persen (per seratus)	83
8.	$\bar{x}$	rata-rata	88-89, 106
9.	$\sum$	notasi sigma	89, 106
10.	$P(A)$	peluang kejadian *A*	95-100, 102-104, 106
11.	$\cap$	irisan himpunan	101-104
12.	$\varnothing$	himpunan kosong	101-103
13.	$\cup$	gabungan himpunan	103-103
14.	U_n	suku ke-*n*	156-157, 159, 161-162, 169
15.	S_n	jumlah *n* suku pertama	161-162, 166-167, 169
16.	b	pembeda pada barisan aritmetika	156-158, 161-163
17.	r	pembanding pada barisan geometri	159-160, 165-167
18.	U_t	suku tengah	163

Kunci Jawaban

PILIHAN GANDA

Bab I

1. C	11. B
2. A	12. C
3. A	13. A
4. D	14. A
5. A	15. D
6. A	16. C
7. B	17. B
8. A	18. D
9. A	19. A
10. C	20. D

Bab II

1. B	11. D
2. D	12. C
3. B	13. C
4. B	14. C
5. C	15. C
6. C	16. D
7. D	17. C
8. D	18. C
9. C	19. B
10. D	20. B

Bab III

1. A	11. C
2. B	12. C
3. B	13. C
4. D	14. A
5. C	15. B
6. D	16. C
7. A	17. D
8. B	18. D
9. C	19. A
10. B	20. C

Evaluasi 1

1. B	11. D	21. A
2. D	12. C	22. B
3. A	13. A	23. C
4. D	14. B	24. D
5. B	15. B	25. B
6. C	16. C	26. C
7. D	17. B	27. A
8. B	18. D	28. A
9. D	19. D	29. C
10. D	20. B	30. B

Bab IV

1. A	11. C
2. B	12. C
3. A	13. A
4. D	14. B
5. C	15. C
6. D	16. A
7. C	17. A
8. D	18. D
9. D	19. B
10. A	20. D

Bab V

1. D	11. A
2. C	12. C
3. D	13. A
4. A	14. A
5. B	15. A
6. A	16. A
7. A	17. C
8. A	18. D
9. D	19. C
10. B	20. C

Evaluasi 2

1. B	11. B	21. C
2. D	12. A	22. B
3. D	13. B	23. D
4. A	14. C	24. D
5. D	15. C	25. B
6. C	16. D	26. C
7. B	17. C	27. A
8. B	18. B	28. D
9. B	19. A	29. C
10. B	20. B	30. B

Evaluasi Akhir

1. C	11. B	21. B
2. C	12. C	22. C
3. D	13. D	23. C
4. B	14. B	24. D
5. D	15. C	25. C
6. B	16. C	26. D
7. B	17. A	27. C
8. A	18. B	28. C
9. B	19. A	29. C
10. C	20. B	30. A

Soal-Soal Ujian Nasional

1. C	11. C	21. A	31. C	41. A
2. D	12. C	22. C	32. D	42. C
3. D	13. D	23. B	33. C	43. A
4. C	14. D	24. B	34. A	44. B
5. D	15. B	25. C	35. A	45. C
6. D	16. B	26. D	36. A	46. D
7. B	17. B	27. A	37. A	47. C
8. A	18. C	28. C	38. C	48. B
9. A	19. B	29. C	39. B	49. C
10. B	20. B	30. C	40. A	50. B

ESAI

Bab I

5.
$$\begin{aligned}\frac{BD}{AD + DB} &= \frac{BC}{BC + AE}\\ \frac{0,5}{10 + 0,5} &= \frac{5}{5 + AE}\\ \frac{0,5}{10,5} &= \frac{5(10,5)}{0,5}\\ 0,5(5 + AE) &= 5(10,5)\\ 5 + AE &= \frac{5(10,5)}{0,5}\\ 5 + AE &= 105\\ AE &= 105 - 5\\ AE &= 100\end{aligned}$$

Jadi, jarak kapal dari pantai adalah 100 m.

Bab II

1. $V = 2.355\ \text{dm}^3 = 2.355.000\ \text{cm}^3$

$t = 300$ cm

a. $V = \pi r^2 t$

$$\begin{aligned}r^2 &= \frac{V}{\pi t}\\ &= \frac{2.355.000}{3,14(300)}\\ &= 2.500\\ r &= \sqrt{2500}\\ &= 50\\ d &= 2r = 2(50) = 100\end{aligned}$$

Bab III

3. a. S = {*BBB, BBC, BCB, CBB, BCC, CBC, CCB, CCC*}

b. A = {*BCC, CBC, CCB*}

c. Peluang terdapat satu peralatan cacat adalah $\frac{3}{8}$.

Evaluasi I

2.
$$\begin{aligned}\frac{BC}{AB + BC} &= \frac{CD}{CD + AA'}\\ \frac{1}{4 + 1} &= \frac{10}{10 + AA'}\\ \frac{1}{5} &= \frac{10}{10 + AA'}\\ 10 + AA' &= 50\\ AA' &= 50 - 10\\ &= 40\end{aligned}$$

Jadi, jarak *AA'* adalah 40 m.

Bab IV

1. $(-b^4)^2\ (-3b^{-3}c^4)^2 = b^8\ (9b^{-6}c^8) = 9b^2c^8$

Bab V

4. $a = 240,\ b = 40$

$$\begin{aligned}U_n &= a + (n - 1)b\\ &= 240 + (n - 1))(-40)\\ &= 240 - 40n + 40\\ &= 280 - 40\text{n}\\ U_4 &= 280 - 40(4)\\ &= 280 - 160\\ &= 120\\ U_5 &= 280 - 40(5)\\ &= 280 - 200\\ &= 80\end{aligned}$$

Jadi, pelamar yang akan mengikuti seleksi tahap keempat adalah 120 orang.

Evaluasi 2

2.
$$\frac{x - 1}{x^{\frac{1}{2}} - 1} = \frac{\left(x^{\frac{1}{2}} + 1\right)\left(x^{\frac{1}{2}} - 1\right)}{x^{\frac{1}{2}} - 1} = x^{\frac{1}{2}} + 1$$

Evaluasi Akhir

4.
$$\begin{aligned}7,1 &= \frac{6(15) + 7(20) + 8x + 9(5)}{15 + 20 + x + 5}\\ &= \frac{90 + 140 + 8x + 45}{40 + x}\\ 7,1(40 + x) &= 275 + 8x\\ 284 + 7,1x &= 275 + 8x\\ 9 &= 0,9x\\ x &= 10\end{aligned}$$

Jadi, banyaknya siswa yang memperoleh nilai 8 adalah 10 siswa.

Glosarium

1. **Akar kuadrat**: suatu bilangan yang jika dikalikan dengan bilangan itu sendiri akan menghasilkan bilangan dalam tanda akar.
2. **Akar pangkat tiga**: suatu bilangan yang jika dikalikan dengan bilangan itu sendiri sebanyak dua kali akan menghasilkan bilangan dalam tanda akar.
3. **Barisan aritmetika**: barisan yang diperoleh dengan cara menjumlahkan atau mengurangkan suku sebelumnya dengan suatu bilangan tetap.
4. **Barisan geometri**: barisan yang diperoleh dengan cara mengalikan suku sebelumnya dengan suatu bilangan tetap yang tidak sama dengan nol.
5. **Belah ketupat**: segi empat yang dibentuk oleh gabungan dua segitiga samakaki yang diimpitkan pada alasnya.
6. **Bola**: bangun ruang yang hanya memiliki satu bidang sisi lengkung.
7. **Data**: informasi yang diperoleh melalui pengamatan, pertanyaan, ataupun pengukuran.
8. **Deret bilangan**: jumlah suku-suku dari suatu barisan bilangan.
9. **Elemen (anggota)**: setiap unsur yang terdapat dalam suatu himpunan disebut elemen/anggota himpunan tersebut.
10. **Himpunan gabungan**: himpunan yang terdiri atas semua anggota *A* atau anggota *B*.
11. **Himpunan kosong**: himpunan yang tidak mempunyai anggota.
12. **Irisan himpunan**: himpunan yang terdiri atas semua anggota persekutuan dari himpunan *A* dan himpunan *B*.
13. **Jangkauan**: selisih antara bilangan terbesar dan bilangan terkecil.
14. **Kerucut**: bangun ruang yang terdiri atas sisi alas, selimut, dan tinggi.
15. **Kongruen**: benda-benda yang mempunyai bentuk dan ukuran yang sama.
16. **Layang-layang**: bangun datar yang terbentuk oleh dua segitiga yang diimpitkan dengan panjang alas yang sama.
17. **Median**: nilai tengah dalam sebuah kelompok.
18. **Persegi**: bangun datar yang keempat sisinya sama panjang dan keempat sudutnya siku-siku.
19. **Persegi panjang**: bangun datar yang memiliki empat sudut siku-siku dan dua pasang sisi sejajar yang sama panjang.
20. **Persen**: pecahan dengan penyebut 100.
21. **Rata-rata (*mean*)**: rata-rata jumlah nilai yang terdapat di dalam sebuah kelompok.
22. **Sebangun**: benda-benda yang mempunyai bentuk sama tetapi ukurannya berbeda dengan syarat tertentu.
23. **Segitiga**: bangun datar yang memiliki tiga sisi.
24. **Segitiga lancip**: segitiga yang semua sudutnya merupakan sudut lancip.
25. **Segitiga siku-siku**: segitiga yang salah satu sudutnya merupakan sudut siku-siku.
26. **Segitiga tumpul**: segitiga yang salah satu sudutnya merupakan sudut tumpul.
27. **Tabung**: bangun ruang yang terdiri atas sisi alas, sisi atas, dan tinggi.
28. **Trapesium**: segi empat yang hanya mempunyai satu pasang sisi sejajar.

Indeks

Marsigit
Mathilda Susanti
Ali Mahmudi
Atmini Dhoruri

MATEMATIKA 3

untuk SMP/MTs Kelas IX

ISBN 978-979-095-661-2 (no.jil.lengkap)
ISBN 978-979-095-666-7 (jil.3.2)

Buku teks pelajaran ini telah dinilai oleh Badan Standar Nasional Pendidikan (BSNP) dan telah ditetapkan sebagai buku teks pelajaran yang memenuhi syarat kelayakan untuk digunakan dalam proses pembelajaran melalui Peraturan Menteri Pendidikan Nasional Nomor 81 Tahun 2008, tanggal 11 Desember 2008.

Harga Eceran Tertinggi (HET) Rp. 12.317,00