

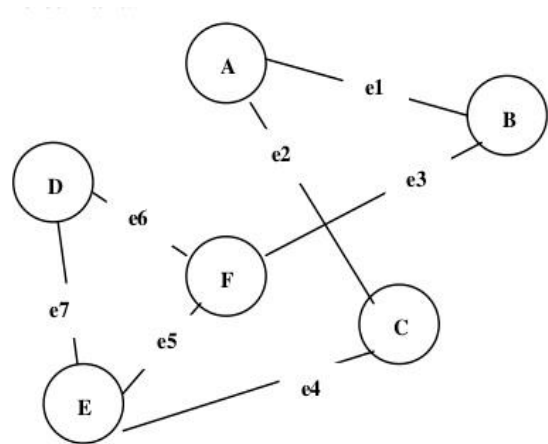
Fiche TD 1 et 2

Théorie de graphes
Niveau : Licence 2
2023-2024

Exercice 1

Soit le graphe suivant :

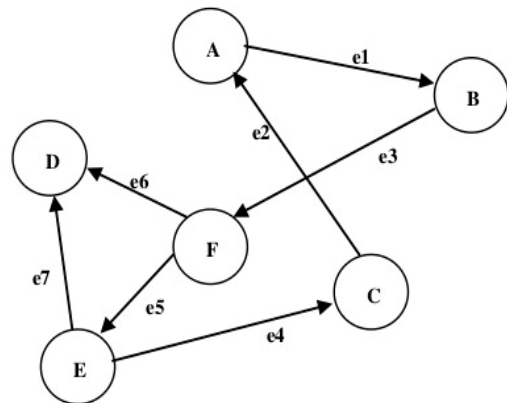
- 1) Donner le degré de chaque sommet, et le degré du graphe.
- 2) Le graphe est-il connexe ? si non déterminer ses composantes connexes.
- 3) Donner le sous-graphe induit par l'ensemble de sommets {A, C, D, F}
- 4) Donner le graphe partiel induit par l'ensemble des arêtes {e1,e3,e4,e5}
- (5) Donner une chaîne appartenant au graphe.
- 5) Donner un cycle appartenant au graphe.



Exercice 2

Soit le graphe orienté suivant :

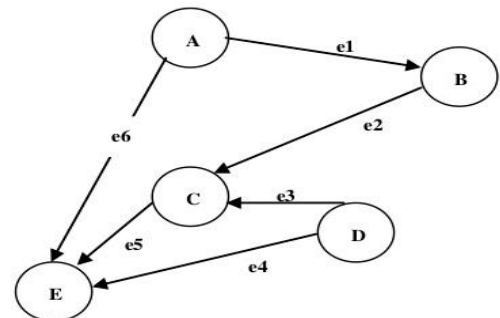
1. Déterminer le degré intérieur et extérieur de chaque sommet.
2. existe-t-il un chemin du sommet E au sommet B ?
3. Quelle est la distance entre le sommet A et le sommet D ?
4. Quelle est la distance entre le sommet D et le sommet A ?
5. Le graphe est-il fortement connexe ? si non déterminer ses composantes fortement connexes.



Exercice 3

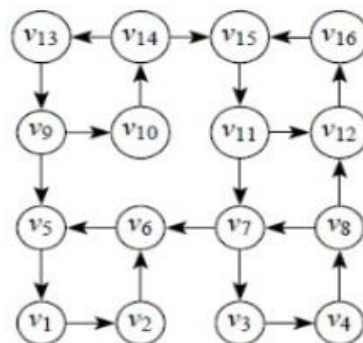
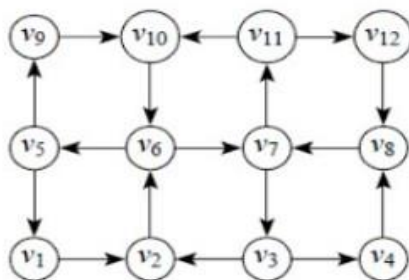
Soit le graphe suivant :

1. Déterminer les matrices d'incidence, d'adjacence et la liste d'adjacence du graphe.



Exercice 4

- Les graphes ci-dessous sont-ils fortement connexes ? Si non, donnez leurs composantes fortement connexes.
- Proposez un algorithme qui détermine si un graphe est fortement connexe.



Exercice 5

Un réseau informatique est composé de 4 machines. Chaque machine peut envoyer des données à d'autres machines avec un débit maximal précisé dans le tableau suivant :

Machine	Envoie à (machine, débit)
1	(4,100)
2	(3,128), (4,1000)
3	(1,60)
4	(2,500)

1. Représenter par un graphe ce réseau.
2. Quelle structure de donnée peut-on utiliser pour le stocker en mémoire ?

Exercice 6

Démontrez que la somme des degrés des sommets d'un graphe simple est égale à deux fois le nombre d'arêtes.

Exercice 7

Montrez qu'un graphe simple a un nombre pair de sommets de degré impair.

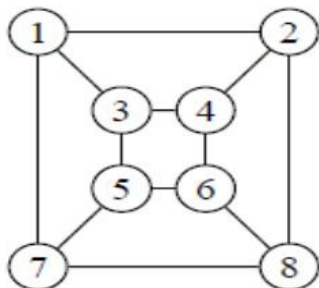
Exercice 8

Est-il possible de relier 15 ordinateurs de sorte que chaque appareil soit relié avec exactement trois autres ?

Exercice 9

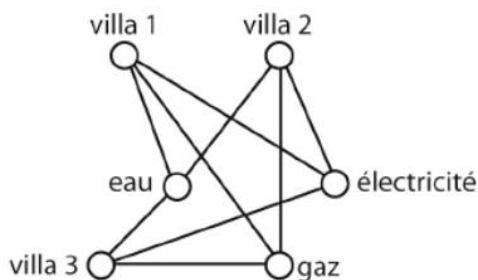
Démontrez qu'un graphe est biparti si et seulement s'il ne contient aucun cycle de longueur impaire

Exercice 10: Ce graphe est-il biparti?



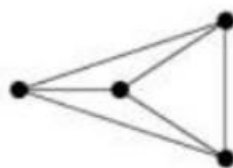
Exercice 11

En utilisant la propriété que Manori, démontrer que le graphe ci-dessous, correspondant aux connexions des villas à l'eau, au gaz et à l'électricité, n'est pas planaire.

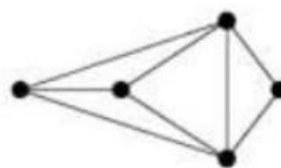


Exercice 12

Un facteur veut faire sa tournée sans passer deux fois dans la même rue. Est-ce possible si sa tournée est décrite par les deux graphes suivants (où chaque rue est représentée par une arête)



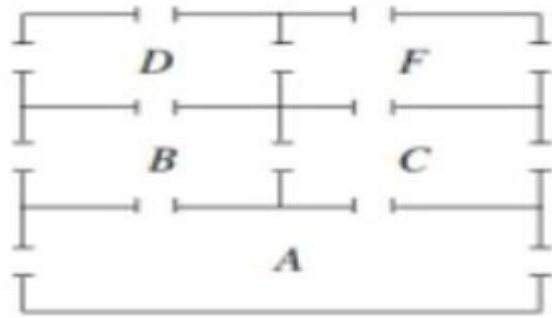
a)



b)

Exercice 13

Un agent de sécurité se trouve dans la salle D et doit visiter toutes les salles en passant par chaque porte une et une seule



Exercice 14

Six étudiants A, B, C, D, E et F doivent passer des examens, chaque examen occupant une demi- journée :

Algorithmique : étudiants A et B.

Compilation : étudiants C et D.

Bases de données : étudiants C, E, F et G.

IA : étudiants A, E, F et H.

Architecture : étudiants B, F, G et H.

On cherche à organiser la session d'examen la plus courte possible. Pour répondre à ce problème, vous en donnerez une modélisation par un graphe, et le reformulerez dans ce cadre.

Exercice 15

Trois professeurs P 1, P 2 , P 3 devront donner lundi prochain un certain nombre d'heures de cours à trois classes C 1 , C 2 , C 3 :

- P 1 doit donner 2 heures de cours à C 1 et 1 heure à C 2 ;
- P 2 doit donner 1 heure de cours à C 1 , 1 heure à C 2 et 1 heure à C 3 ;
- P 3 doit donner 1 heure de cours à C 1 , 1 heure à C 2 et 2 heures à C 3 .

1. Comment représenter cette situation par un graphe ? Quel type de graphe obtenez-vous ? 2. Combien faudra-t-il de plages horaires au minimum ?

3. Aidez-vous du graphe pour proposer un horaire du lundi pour ces professeurs