

Métodos Numéricos II

Tarefa 2

Rodrigo Nogueira⁴⁷³⁴¹³ e Victor Torres⁴⁷³⁷⁴¹

7 de Maio de 2022

1 Abordagem Fechada

Para a fórmula de grau 4 na abordagem fechada, é necessário adicionar 3 pontos entre x_i e x_f , para totalizar os 5 pontos necessários, o que nos dá $h = \Delta x/4$. Fazendo uma mudança de variável, seja

$$x(s) = x_i + sh, \quad dx = hds.$$

O polinômio interpolador utilizado é o de Newton e, para 5 pontos, ele é dado por

$$p(s) = f_0 + s\Delta^1 f_0 + \frac{1}{2}s(s-1)\Delta^2 f_0 + \frac{1}{6}s(s-1)(s-2)\Delta^3 f_0 + \frac{1}{24}s(s-1)(s-2)(s-3)\Delta^4 f_0,$$

e desenvolvendo, obtemos

$$p(s) = f_4 \left(\frac{1}{24}x^4 - \frac{1}{4}x^3 + \frac{11}{24}x^2 - \frac{1}{4}x \right) + f_3 \left(-\frac{1}{6}x^4 + \frac{7}{6}x^3 - \frac{7}{3}x^2 + \frac{4}{3}x \right) + f_2 \left(\frac{1}{4}x^4 - 2x^3 + \frac{19}{4}x^2 - 3x \right) + f_1 \left(-\frac{1}{6}x^4 + \frac{3}{2}x^3 - \frac{13}{3}x^2 + 4x \right) + f_0 \left(\frac{1}{24}x^4 - \frac{5}{12}x^3 + \frac{35}{24}x^2 - \frac{25}{12}x + 1 \right).$$

Com isso, segue que

$$\int_{x_i}^{x_f} f(x)dx \approx \int_{x_i}^{x_f} p(x)dx = h \int_0^4 p(s)ds,$$

e, substituindo $p(s)$, temos que

$$\int_{x_i}^{x_f} f(x)dx \approx \frac{2h}{45}(7f_4 + 32f_3 + 12f_2 + 32f_1 + 7f_0),$$

onde $f_i = f(x_i + ih)$.

2 Abordagem Aberta

Agora, para a fórmula aberta de grau 4, serão preciso 5 pontos, uma vez que nem x_i nem x_f poderão aparecer, o que nos dá $h = \Delta x/6$. A substituição de variável será agora

$$x(s) = x_i + (s + 1)h, \quad dx = hds$$

e o polinômio de interpolação continua o mesmo. Então,

$$\int_{x_i}^{x_f} f(x)dx \approx \int_{x_i}^{x_f} p(x)dx = h \int_{s_i}^{s_f} p(s)ds = h \int_{-1}^5 p(s)ds,$$

substituindo $p(s)$ temos que

$$\int_{x_i}^{x_f} f(x)dx \approx \frac{h}{10}(33f_4 - 42f_3 + 78f_2 - 42f_1 + 33f_0),$$

onde $f_i = f(x + (i + 1)h)$.