

# Trabalho

Leonardo Maia Nogueira

## 1. Enunciado

O artigo Hambric et al 2004, "Vibrations of plates with clamped and free edges excited by low-speed turbulent boundary layer flow.", fornecido junto com o trabalho apresenta uma análise da resposta vibratória de uma placa submetida a uma excitação na forma de uma camada limite turbulenta (TBL - Turbulent Boundary Layer). O artigo examina diferentes condições de contorno para a placa e algumas simplificações para o modelo de TBL empregado (modelo de Corcos).

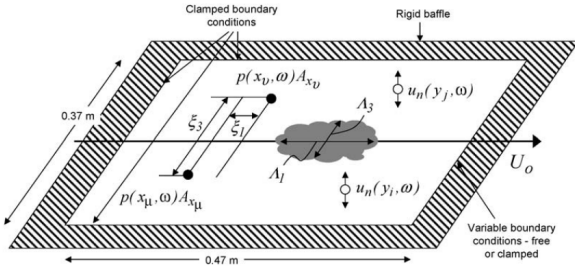


Figura 1. Esquemático do Artigo de Hambric

De forma similar, o artigo Marchetto et al 2017, "Vibroacoustic response of panels under diffuse acousticfield excitation from sensitivity functions and reciprocity principles" examina a resposta vibratória de um painel submetido a uma excitação aleatória distribuída na forma de um Campo Acústico Difuso.

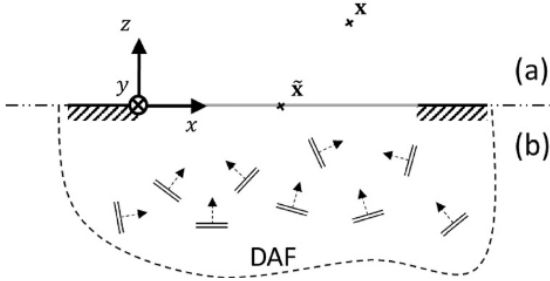


Figura 2. Esquemático do Artigo de Marchetto

Com base nos artigos e utilizando o código em MatLab fornecido com um modelo de placa em FEM, faça:

1. Reproduza os resultados do artigo Hambric et al 2004 para a condição analisada com uma borda livre;
2. Calcule a resposta da placa considerada no item 1, considerando uma excitação na forma de um campo acústico difuso. Para tanto, considere a formulação para a densidade espectral cruzada fornecida no artigo Marchetto et al 2017 e o Autoespectro encontrado no item 1.
3. Compare as resposta e discuta os resultados.

## 2. Solução

### 2.1. Auto Espectro

Segundo [1], o espectro cruzado da pressão acústica exercida por um escoamento turbulento paralelo a uma placa pode ser definido pela equação abaixo.

$$\Phi_{pp}(x_\mu, x_\nu, \omega) = \bar{\phi}_{pp}(\omega) \Gamma(\xi_1, \xi_3, \omega), \quad (1)$$

onde  $\phi_{pp}$  é o auto espectro da pressão, que pode ser satisfatoriamente aproximado pela equação a seguir.

$$\phi_{pp}(\omega) \approx \left( \frac{\tau_w^2 \delta^*}{U_0} \right) \left( \frac{5.1}{1 + 0.44(\omega \delta^* / U_0)^{7/3}} \right) \quad (2)$$

$$\text{Re}_\delta \approx 8U_0 \delta^* / \nu, \quad \tau_w \approx 0.0225 \rho U_0^2 / \text{Re}_\delta^{0.25} \quad (3)$$

Calculando-se o auto espectro da pressão acústica para as velocidades de fluxo, como visto em Hambric [1] podemos expressar graficamente estes resultados em função da frequência como visto na Figura 3.

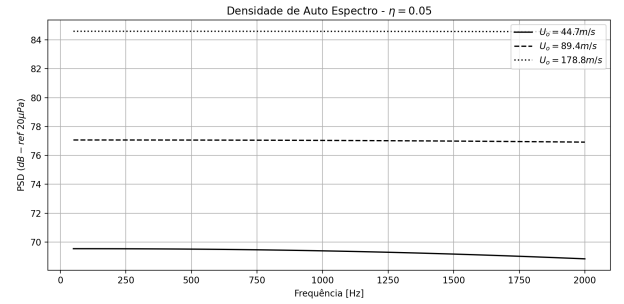


Figura 3. Autoespectro de Entrada

Não foi observada significativa alteração do comportamento com a variação de amortecimento  $\eta$ .

### 2.2. Coerência

O próximo passo é encontrar o espectro da coerência  $\Gamma(\xi_1, \xi_3, \omega)$  com as equações a seguir.

$$\Gamma(\xi_1, \xi_3, \omega) = A(\omega \xi_1 / U_c) B(\omega \xi_3 / U_c) \quad (4)$$

$$U_c \cong U_0 (0.59 + 0.30 e^{-0.89 \omega \delta^* / U_0}) \quad (5)$$

$$A(\omega \xi_1 / U_c) = (1 + \alpha_1 |\omega \xi_1 / U_c|) e^{-\alpha_1 |\omega \xi_1 / U_c|} e^{i \omega \xi_1 / U_c} \quad (6)$$

$$B(\omega \xi_3 / U_c) = e^{-\alpha_3 |\omega \xi_3 / U_c|} \quad (7)$$

O artigo de Hambric [1] define como ponto de observação o ponto de coordenadas (15cm, 12cm) a partir do vértice inferior a esquerda, que no caso do modelo em Elementos Finitos desenvolvido neste trabalho é o nó 227. A coerência do nó 701 em relação a todos os nós em função da frequência pode ser observado na Figura 4

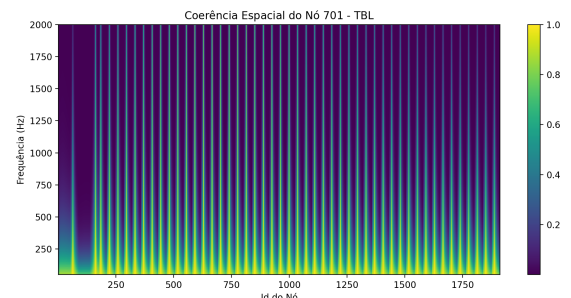


Figura 4

O artigo de Marchetto [2] que analisa o efeito de um campo acústico

difuso sobre uma placa define o espectro cruzado da pressão do campo acústico como:

$$S_{pp}(r, \omega) = S_{pp}(\omega) \frac{\sin(k_0 r)}{k_0 r}, \quad (8)$$

onde  $S_{pp}(\omega)$  é o auto espectro da pressão. Logo o termo representando a coerência espacial em função da frequência é  $\Gamma(r, \omega) = \frac{\sin(k_0 r)}{k_0 r}$ , sendo  $r = |x_\mu - x_v| = |(\xi_1, \xi_3)|$ . A coerência do campo difuso pode ser observada na Figura 5.

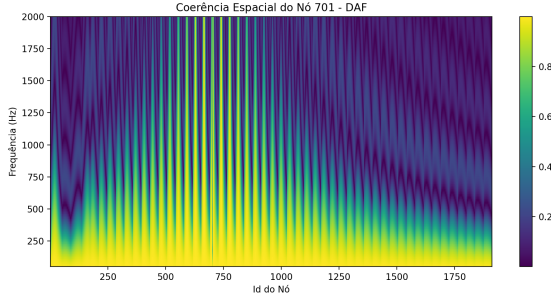


Figura 5

### 2.3. Espectro Cruzado da Entrada

Definindo-se o Espectro Cruzado da pressão como:

$$G_{x_\mu x_v}(\omega) = A_{x_\mu} \phi_{pp}(\omega) A_{x_v} \Gamma(\xi_1, \xi_3, \omega) \quad (9)$$

Temos então as Figuras 6 e 7.

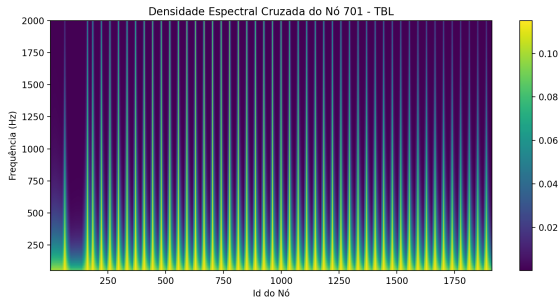


Figura 6

Torna-se evidente a diferença entre a densidade espectral cruzada entre os casos de TBL e DAF e espera-se uma considerável diferença nas respostas calculadas para ambos os casos.

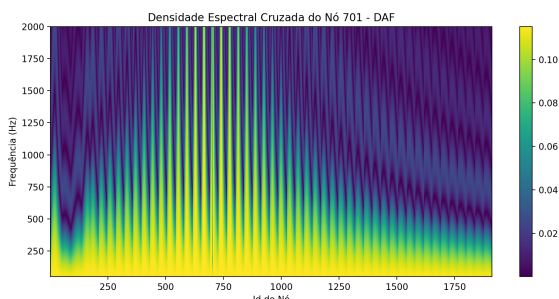


Figura 7

### 2.4. Função Resposta em Frequência

Para encontrarmos as respostas a partir da entrada em pressão deve-se determinar as FRFs em relação ao ponto de observação no nó 227.

$$H_v = \frac{-j\omega}{\omega_n^2 - \omega^2 + j\eta\omega_n^2} \quad (10)$$

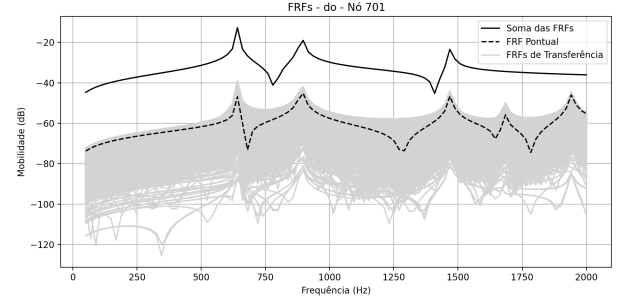


Figura 8. Mobilidade

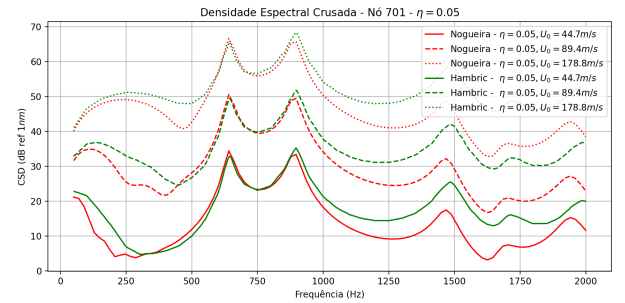


Figura 9

$$G_{uu}(y_i, y_j, \omega) \cong \sum_{\mu=1}^N \sum_{v=1}^N H_{u,F}^*(y_i/x_\mu, \omega) A_{x_\mu} \Phi_{pp}(x_\mu, x_v, \omega) A_{x_v} H_{u,F}(y_j/x_v, \omega) \quad (11)$$

$$\mathbf{G}_{yy} = \mathbf{H}_{xy}^* \mathbf{G}_{xx} \mathbf{H}_{xy} \quad (12)$$

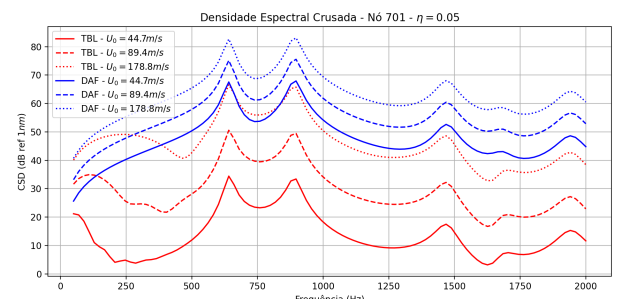
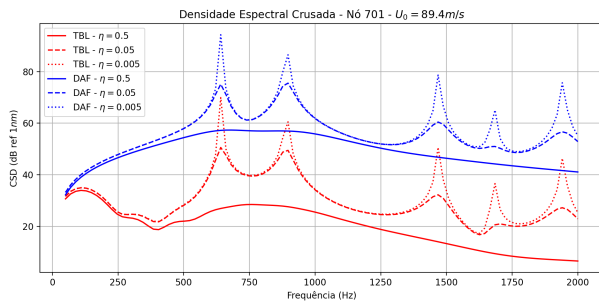


Figura 10



**Figura 11**

## ■ Referências

- [1] S. Hambric, Y. Hwang e W. Bonness, «Vibrations of plates with clamped and free edges excited by low-speed turbulent boundary layer flow,» *Journal of Fluids and Structures*, vol. 19, n.º 1, pp. 93–110, jan. de 2004, ISSN: 08899746. DOI: [10.1016/j.jfluidstructs.2003.09.002](https://doi.org/10.1016/j.jfluidstructs.2003.09.002). URL: <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0889974603001725> (acedido em 26/09/2024).
- [2] C. Marchetto, L. Maxit, O. Robin e A. Berry, «Vibroacoustic response of panels under diffuse acoustic field excitation from sensitivity functions and reciprocity principles,» *The Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 141, n.º 6, pp. 4508–4521, 1 de jun. de 2017, ISSN: 0001-4966, 1520-8524. DOI: [10.1121/1.4985126](https://doi.org/10.1121/1.4985126). URL: <https://pubs.aip.org/jasa/article/141/6/4508/916423/Vibroacoustic-response-of-panels-under-diffuse> (acedido em 26/09/2024).