Processos Estocásticos e Vibrações Aleatórias

Trabalho

Leonardo Maia Nogueira

1. Enunciado

O artigo Hambric et al 2004, "Vibrations of plates with clamped and free edges excited by low-speed turbulent boundary layer flow.", fornecido junto com o trabalho apresenta uma análise da resposta vibratória de uma placa submetida a uma excitação na forma de uma camada limite turbulenta (TBL - Turbulent Boundary Layer). O artigo examina diferentes condições de contorno para a placa e algumas simplificações para o modelo de TBL empregado (modelo de Corcos). De forma similar, o artigo Marcheto et al 2017, "Vibroacoustic response of panels under diffuse acousticfield excitation from sensitivity functions and reciprocityprinciples"examina a resposta vibratória de um painel submetido a uma excitação aleatória distribuída na forma de um Campo Acústico Difuso. Com base nos artigos e utilizando o código em MatLab fornecido com um modelo de placa em FEM, faça:

1. Reproduza os resultados do artigo Hambric et al 2004 para a condição analisada com uma borda livre;
2. Calcule a resposta da placa considerada no item 1, considerando uma excitação na forma de um campo acústico difuso. Para tanto, considere a formulação para a densidade espectral cruzada fornecida no artigo Marcheto et al 2017 e o Autoespectro encontrado no item 1.
3. Compare as resposta e discuta os resultados.

2. Solução

2.1. Auto Espectro

Segundo [1], o espectro cruzado da pressão acústica exercida por um escoamento turbulento paralelo a uma placa pode ser definido pela equação abaixo.

$$\Phi_{pp}(x_\mu, x_\upsilon, \omega) = \bar{\phi}_{pp}(\omega)\Gamma(\xi_1, \xi_3, \omega), \tag{1}$$

onde ϕ_{pp} é o auto espectro da pressão, que pode ser satisfatoriamente aproximado pela equação a seguir.

$$\phi_{pp}(\omega) \approx \left(\frac{\tau_w^2 \delta^*}{U_0}\right)\left(\frac{5.1}{1 + 0.44(\omega\delta^*/U_0)^{7/3}}\right) \tag{2}$$

$$\mathrm{Re}_\delta \approx 8U_0\delta^*/\nu, \quad \tau_w \approx 0.0225\rho U_0^2/\mathrm{Re}_\delta^{0.25} \tag{3}$$

Calculando-se o auto espectro da pressão acústica para as velocidades de fluxo, como visto em Hambric [1] podemos expressar graficamente estes resultados em função da frequência como visto na Figura 1.

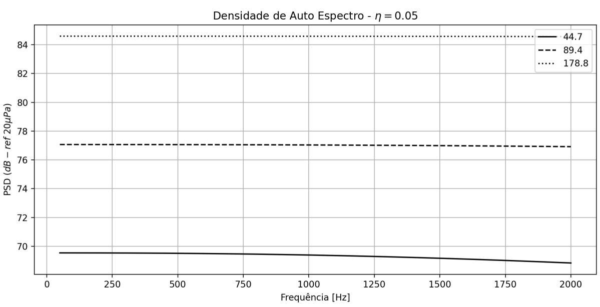

Figura 1. Autoespectro de Entrada

2.2. Coerência

O próximo passo é encontrar o espectro da coerência $\Gamma(\xi_1, \xi_3, \omega)$ com as equações a seguir.

$$\Gamma(\xi_1, \xi_3, \omega) = A(\omega\xi_1/U_c)B(\omega\xi_3/U_c) \tag{4}$$

$$U_c \cong U_0(0.59 + 0.30\mathrm{e}^{-0.89\omega\delta^*/U_0}) \tag{5}$$

$$A(\omega\xi_1/U_c) = (1 + \alpha_1|\omega\xi_1/U_c|)\mathrm{e}^{-\alpha_1|\omega\xi_1/U_c|}\mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega\xi_1/U_c} \tag{6}$$

$$B(\omega\xi_3/U_c) = \mathrm{e}^{-\alpha_3|\omega\xi_3/U_c|} \tag{7}$$

O artigo de Hambric [1] define como ponto de observação o ponto de coordenadas $(15cm, 12cm)$ a partir do vértice inferior a esquerda, que no caso do modelo em Elementos Finitos desenvolvido neste trabalho é o nó 227. A coerência do nó 227 em relação a todos os nós em função da frequência pode ser observado na Figura 2

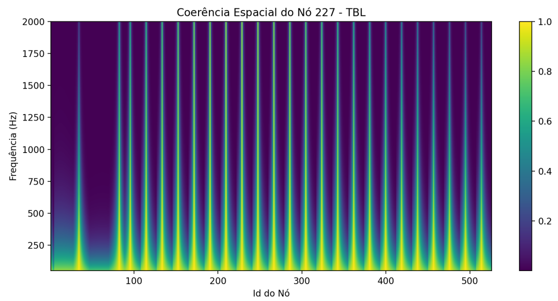

Figura 2

O artigo de Marchetto [2] que analisa o efeito de um campo acústico difuso sobre uma placa define o espectro cruzado da pressão do campo acústico como:

$$S_{pp}(r, \omega) = S_{pp}(\omega)\frac{sin(k_0 r)}{k_0 r}, \tag{8}$$

onde $S_{pp}(\omega)$ é o auto espectro da pressão. Logo o termo representando a coerência espacial em função da frequência é $\Gamma(r, \omega) = \frac{sin(k_0 r)}{k_0 r}$, sendo $r = |x_\mu - x_\upsilon|$. A coerência do campo difuso pode ser observada na Figura 3.

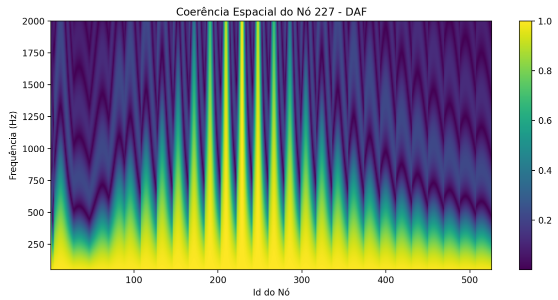

Figura 3

2.3. Espectro Cruzado da Entrada

Definindo-se o Espectro Cruzado da pressão como:

$$G_{x_\mu x_v}(\omega) = A_{x_\mu}\phi_{pp}(\omega)A_{x_v}\Gamma(\xi_1, \xi_3, \omega) \tag{9}$$

Temos então as Figuras 4 e 5.

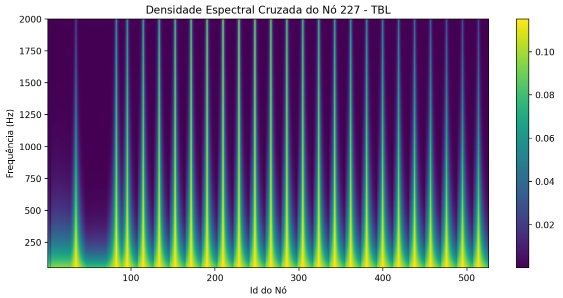

Figura 4

Torna-se evidente a diferença entre a densidade espectral cruzada entre os casos de TBL e DAF e espera-se uma considerável diferença nas respostas calculadas para ambos os casos.

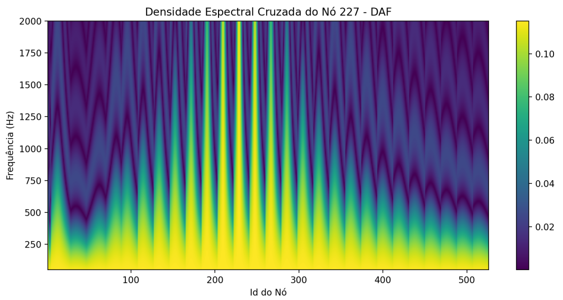

Figura 5

2.4. Função Resposta em Frequência

Para encontrarmos as respostas a partir da entrada em pressão deve-se deterinar as FRFs em relação ao ponto deobservação no nó 227.

$$H_v = \tag{10}$$

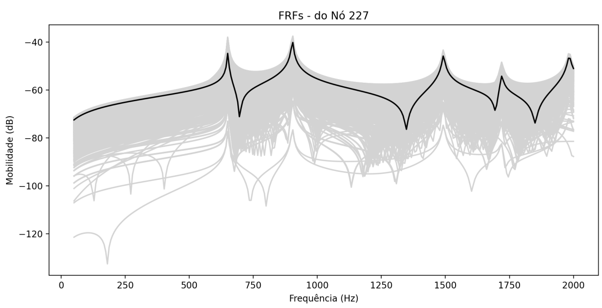

Figura 6. Mobilidade

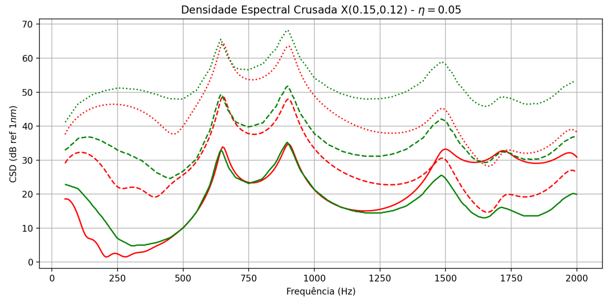

Figura 7

$$G_{uu}(y_i, y_j, \omega) \cong \sum_{\mu=1}^{N}\sum_{v=1}^{N} H^*_{u,F}(y_i/x_\mu, \omega)A_{x_\mu}\Phi_{pp}(x_\mu, x_v, \omega)A_{x_v}H_{u,F}(y_j/x_v, \omega) \tag{11}$$

$$\mathbf{G}_{yy} = \mathbf{H}^{*T}_{xy}\mathbf{G}_{xx}\mathbf{H}_{xy} \tag{12}$$

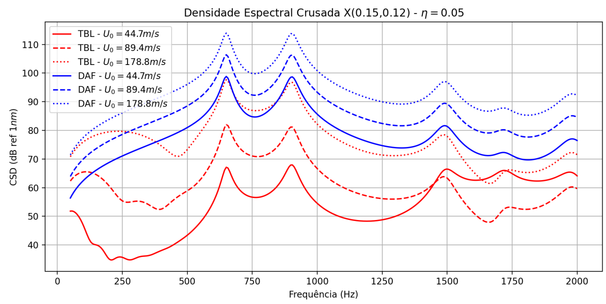

Figura 8

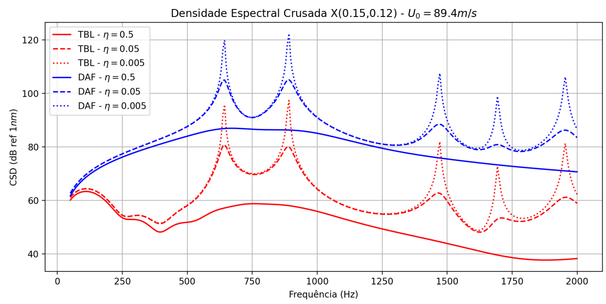

Figura 9

Referências

[1] S. Hambric, Y. Hwang e W. Bonness, «Vibrations of plates with clamped and free edges excited by low-speed turbulent boundary layer flow,» *Journal of Fluids and Structures*, vol. 19, n.º 1, pp. 93–110, jan. de 2004, ISSN: 08899746. DOI: 10.1016/j.jfluidstructs.2003.09.002. URL: https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0889974603001725 (acedido em 26/09/2024).

[2] C. Marchetto, L. Maxit, O. Robin e A. Berry, «Vibroacoustic response of panels under diffuse acoustic field excitation from sensitivity functions and reciprocity principles,» *The Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 141, n.º 6, pp. 4508–4521, 1 de jun. de 2017, ISSN: 0001-4966, 1520-8524. DOI: 10.1121/1.4985126. URL: https://pubs.aip.org/jasa/article/141/6/4508/916423/Vibroacoustic-response-of-panels-under-diffuse (acedido em 26/09/2024).