2021 北京朝阳初三二模

数　　学

一、选择题（本题共 16 分，每小题 2 分）下面 1-8 题均有四个选项，其中符合题意的选项只有一个．

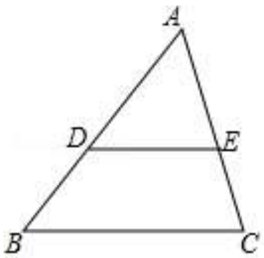
1．（2 分）如果代数式 $\dfrac{2}{x-5}$ 有意义，那么实数 x 的取值范围是(　　)

A．$x=5$　　B．$x\neq 5$　　C．$x<5$　　D．$x>5$

2．（2 分）目前世界上已知最小的动物病毒的最大颗粒的直径约有 0.000000023 米．将 0.000000023 用科学记数法表示应为(　　)

A．2.3×10^{-8}　　B．2.3×10^{-9}　　C．0.23×10^{-8}　　D．23×10^{-9}

3．（2 分）如图，$\angle B=43^{\circ}$，$\angle ADE=43^{\circ}$，$\angle AED=72^{\circ}$，则 $\angle C$ 的度数为(　　)



A．72°　　B．65°　　C．50°　　D．43°

4．（2 分）下列安全图标中，是中心对称图形但不是轴对称图形的是(　　)

A．　　B．

C．　　D．

5．（2 分）下列抽样调查最合理的是(　　)

A．了解某小区居民的消防常识，对你所在班级的同学进行调查

B．了解某市垃圾分类的宣传情况，对该市的所有学校进行调查

C．了解某校学生每天的平均睡眠时间，对该校学生周末的睡眠时间进行调查

D．了解某市第一季度的空气质量情况，对该市第一季度随机抽取 30 天进行调查

6．（2 分）一个正多边形的内角和为1080°，则这个正多边形的每个外角为(　　)

A．30°　　B．45°　　C．60°　　D．72°

7．（2 分）一个圆锥的侧面展开图是圆心角为120°，半径为 3 的扇形，这个圆锥的底面圆的半径为(　　)

A．π　　B．3　　C．2　　D．1

8．（2 分）为了解某校学生每周课外阅读时间的情况，随机抽取该校 a 名学生进行调查，获得的数据整理后绘制成统计表如下：

每周课外阅读时间 x（小时）	$0\leqslant x<2$	$2\leqslant x<4$	$4\leqslant x<6$	$6\leqslant x<8$	$x\geqslant 8$	合计
频数	8	17	b		15	a
频率	0.08	0.17		c	0.15	1

表中 $4\leqslant x<6$ 组的频数 b 满足 $25\leqslant b\leqslant 35$．下面有四个推断：

①表中 a 的值为 100；

②表中 c 的值可以为 0.31；

③这 a 名学生每周课外阅读时间的中位数一定不在 $6\sim 8$ 之间；

④这 a 名学生每周课外阅读时间的平均数不会超过 6.

所有合理推断的序号是(　　)

A．①②　　B．③④　　C．①②③　　D．②③④

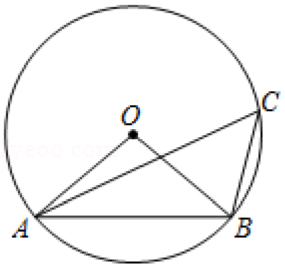
二、填空题（本题共 16 分，每小题 2 分）

9．（2 分）3 的相反数为____.

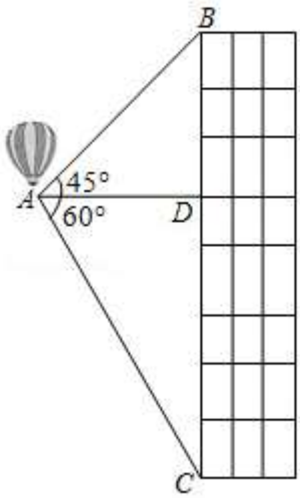
10．（2 分）分解因式：$3m^2+6m+3=$____.

11．（2 分）在一个不透明的袋子里有 1 个黄球，2 个白球，3 个红球，这些球除颜色外无其他差别，从袋子中随机取出一个球是白球的概率是____.

12．（2 分）如图，ΔABC 内接于 $\odot O$，$\angle ACB=50^{\circ}$，则 $\angle ABO=$____$^{\circ}$.



13．（2 分）利用热气球探测建筑物高度（如图所示），热气球与建筑物的水平距离 $AD=100m$，则这栋建筑物的高度 BC 约为____$m(\sqrt{2}\approx 1.4$，$\sqrt{3}\approx 1.7$，结果保留整数).



14．（2 分）若一次函数 $y=kx+b(k\neq 0)$ 的图象可以由 $y=2x$ 的图象平移得到，且经过点 $(0,1)$，则这个一次函数的表达式为____.

15．（2 分）用一组 a，b 的值说明命题“若 $a^2>b^2$，则 $a>b$”是假命题，这组值可以是 $a=$____，$b=$____.

16．（2 分）甲、乙、丙三人进行乒乓球单打训练，每局两人进行比赛，第三个人做裁判，每一局都要分出胜负，胜方和原来的裁判进行新一局的比赛，输方转做裁判，依次进行．半天训练结束时，发现甲共当裁判 4 局，乙、丙分别打了 9 局、14 局比赛，在这半天的训练中，甲、乙、丙三人共打了____局比赛，其中第 7 局比赛的裁判是____．

三、解答题（本题共 68 分，第 17-22 题，每小题 5 分；第 23-26 题，每小题 5 分；第 27-28 题，每小题 5 分）

17．（5 分）计算：$\sqrt{12}+(\sqrt{5}-2)^{0}-(\frac{1}{3})^{-1}+\tan 60^{\circ}$．

18．（5 分）解不等式 $2-3x\geqslant 2(x-4)$，并把它的解集在数轴上表示出来．

19．（5 分）先化简再求值：$(\frac{1}{x+1}+\frac{1}{x^{2}-1})\cdot\frac{x-1}{x}$，其中 $x=\sqrt{2}-1$．

20．（5 分）已知：如图，ΔABC 为锐角三角形，$AB>AC$．

求作：BC 边上的高 AD．

作法：①以点 A 为圆心，AB 长为半径画弧，交 BC 的延长线于点 E；

②分别以点 B，E 为圆心，以 AB 长为半径画弧，两弧相交于点 F（不与点 A 重合）；

③连接 AF 交 BC 于点 D．

线段 AD 就是所求作的线段．

（1）使用直尺和圆规，依作法补全图形（保留作图痕迹）；

（2）完成下面的证明．

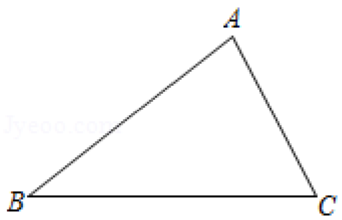
证明：连接 AE，EF，BF．

$\because AB=AE=EF=BF$，

$\therefore$ 四边形 $ABFE$ 是____（____）（填推理依据）．

$\therefore AF\perp BE$．

即 AD 是 ΔABC 中 BC 边上的高．



21．（5 分）关于 x 的一元二次方程 $x^{2}-(m+1)x+m=0$．

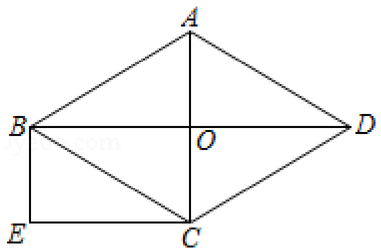
（1）求证：方程总有两个实数根；

（2）若方程有一个根为负数，求 m 的取值范围．

22．（5 分）如图，在菱形 $ABCD$ 中，AC，BD 相交于点 O，过 B，C 两点分别作 AC，BD 的平行线，相交于点 E．

（1）求证：四边形 $BOCE$ 是矩形；

（2）连接 EO 交 BC 于点 F，连接 AF，若 $\angle ABC=60^{\circ}$，$AB=2$，求 AF 的长．



23．（6 分）在平面直角坐标系 xOy 中，过点 $A(2,2)$ 作 x 轴，y 轴的垂线，与反比例函数 $y=\frac{k}{x}(k<4)$ 的图象分别交于点 B，C，直线 AB 与 x 轴相交于点 D．

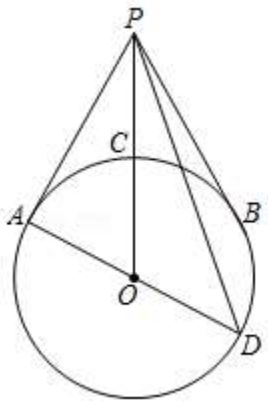
（1）当 $k=-4$ 时，求线段 AC，BD 的长；

（2）当 $AC<2BD$ 时，直接写出 k 的取值范围．

24．（6 分）如图，PA 与 $\odot O$ 相切于点 A，点 B 在 $\odot O$ 上，$PA=PB$．

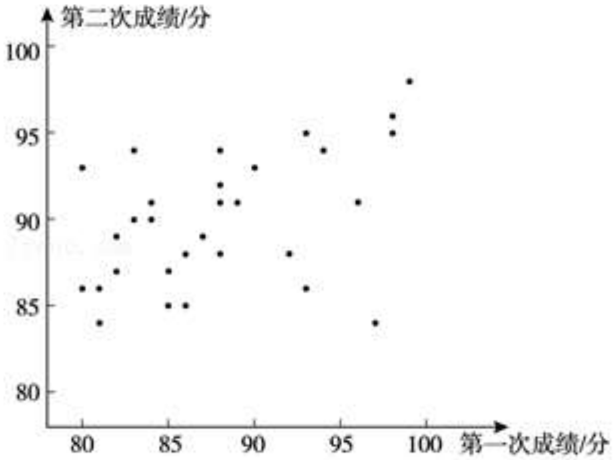
（1）求证：PB 是 $\odot O$ 的切线；

（2）AD 为 $\odot O$ 的直径，$AD=2$，PO 与 $\odot O$ 相交于点 C，若 C 为 PO 的中点，求 PD 的长．



25．（6 分）为进一步增强中小学生“知危险会避险”的意识，某校初三年级开展了系列交通安全知识竞赛，从中随机抽取 30 名学生两次知识竞赛的成绩（百分制），并对数据（成绩）进行收集、整理、描述和分析．下面给出了部分信息．

a．这 30 名学生第一次竞赛成绩和第二次竞赛成绩得分情况统计图：



b．下表是这 30 名学生两次知识竞赛的获奖情况相关统计：

		参与奖	优秀奖	卓越奖
第一次竞赛	人数	10	10	10

	平均分	82	87	95
第二次竞赛	人数	2	12	16
	平均分	84	87	93

（规定：分数$\geqslant 90$，获卓越奖；$85\leqslant$分数<90，获优秀奖；分数<85，获参与奖）

c．第二次竞赛获卓越奖的学生成绩如下：

90 90 91 91 91 91 92 93 93 94 94 94 95 95 96 98

d．两次竞赛成绩样本数据的平均数、中位数、众数如表：

	平均数	中位数	众数
第一次竞赛	m	87.5	88
第二次竞赛	90	n	91

根据以上信息，回答下列问题：

（1）小松同学第一次竞赛成绩是 89 分，第二次竞赛成绩是 91 分，在图中用“〇”圈出代表小松同学的点；

（2）直接写出m，n的值；

（3）可以推断出第 ____次竞赛中初三年级全体学生的成绩水平较高，理由是 ____．

26．（6 分）在正方形$ABCD$中，将线段DA绕点D旋转得到线段DP（不与BC平行），直线DP与直线BC相交于点E，直线AP与直线DC相交于点F．

（1）如图 1，当点P在正方形内部，且$\angle ADP=60°$时，求证：$DE+CE=DF$；

（2）当线段DP运动到图 2 位置时，依题意补全图 2，用等式表示线段DE，CE，DF之间的数量关系，并证明．

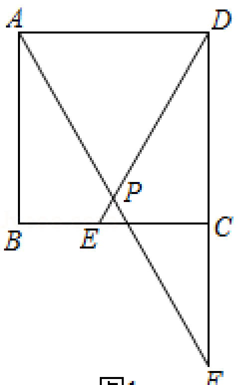


图1

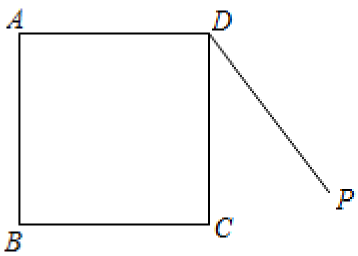


图2

27．（7 分）在平面直角坐标系xOy中，点$P(x_1, y_1)$，$Q(x_2, y_2)$为抛物线$y=ax^2-2ahx+ah^2+1(a<0)$上的两点．

（1）当$h=1$时，求抛物线的对称轴；

（2）若对于$0\leqslant x_1\leqslant 2$，$4-h\leqslant x_2\leqslant 5-h$，都有$y_1\geqslant y_2$，求$h$的取值范围．

28．（7 分）在平面直角坐标系xOy中，对于图形Q和$\angle P$，给出如下定义：若图形Q上的所有的点都在$\angle P$的内部或$\angle P$的边上，则$\angle P$的最小值称为点P对图形Q的可视度．如图 1，$\angle AOB$的度数为点O对线段AB的可视度．

（1）已知点$N(2,0)$，在点$M_1(0,\frac{2}{3}\sqrt{3})$，$M_2(1,\sqrt{3})$，$M_3(2,3)$中，对线段$ON$的可视度为$60°$的点是____．

（2）如图 2，已知点$A(-2,2)$，$B(-2,-2)$，$C(2,-2)$，$D(2,2)$，$E(0,4)$．

①直接写出点E对四边形$ABCD$的可视度为____°；

②已知点$F(a,4)$，若点F对四边形$ABCD$的可视度为$45°$，求a的值．

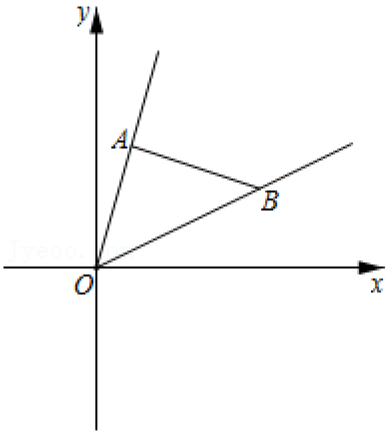


图1

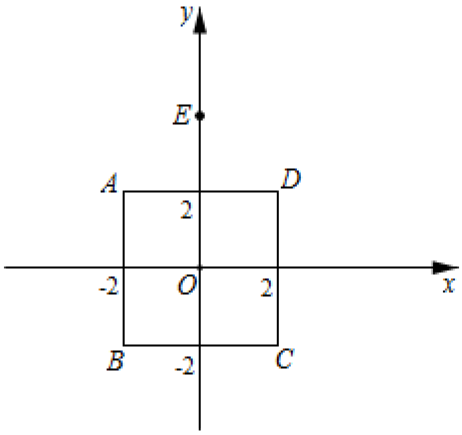


图2

参考答案

一、选择题（本题共16分，每小题2分）下面1-8题均有四个选项，其中符合题意的选项只有一个．

1．【分析】根据分式有意义的条件是分母不为0求解可得．

【解答】解：要使代数式$\dfrac{2}{x-5}$有意义，

即$x-5\neq 0$，$x\neq 5$．

故选：B．

【点评】本题主要考查了分式有意义的条件，熟练应用分式有意义的条件进行计算是解决本题的关键．

2．【分析】科学记数法的表示形式为$a\times 10^{n}$的形式，其中$1\leqslant |a|<10$，n为整数．确定n的值时，要看把原数变成a时，小数点移动了多少位，n的绝对值与小数点移动的位数相同．当原数绝对值$\geqslant 10$时，n是正整数；当原数的绝对值<1时，n是负整数．

【解答】解：$0.000000023=2.3\times 10^{-8}$．

故选：A．

【点评】此题考查科学记数法的表示方法，表示时关键要确定a的值以及n的值．

3．【分析】由$\angle ADE=\angle B$，得出$DE//BC$，由平行线的性质即可得出答案．

【解答】解：$\because \angle B=43^{\circ}$，$\angle ADE=43^{\circ}$，

$\therefore \angle B=\angle ADE$，

$\therefore DE//BC$，

$\therefore \angle C=\angle AED$，

$\because \angle AED=72^{\circ}$，

$\therefore \angle C=72^{\circ}$，

故选：A．

【点评】本题考查了平行线的判定与性质，熟练掌握平行线的判定与性质是解题的关键．

4．【分析】根据轴对称图形与中心对称图形的概念求解．轴对称图形的关键是寻找对称轴，图形两部分折叠后可重合，中心对称图形是要寻找对称中心，旋转180度后与原图重合．

【解答】解：A．是轴对称图形，不是中心对称图形，故本选项不符合题意；

B．不是轴对称图形，也不是中心对称图形，故本选项不符合题意；

C．是中心对称图形但不是轴对称图形，故本选项符合题意；

D．是轴对称图形，不是中心对称图形，故本选项不符合题意．

故选：C．

【点评】此题主要考查了中心对称图形与轴对称图形，熟记相关定义是解答本题的关键．

5．【分析】根据抽样的广泛性和代表性逐项进行判断即可．

【解答】解：A．由于了解某小区居民的消防常识，调查班级学生不具有代表性，因此选项A不符合题意；

B．了解某市垃圾分类的宣传情况，对该市的所有学校进行调查比较片面，不具有代表性和广泛性，应涉及到其它单位、小区等，因此选项B不符合题意；

C．了解某校学生每天的平均睡眠时间，只对学生周末的睡眠时间进行调查比较片面，应对学生的每一天的睡眠时

间进行调查，因此选项C不符合题意；

D．了解某市第一季度的空气质量情况，对该市第一季度随机抽取 30 天进行调查符合抽样的广泛性和代表性，因此选项D符合题意；

故选：D．

【点评】本题考查抽样调查，理解抽样的广泛性和代表性是正确判断的前提．

6．【分析】根据多边形的内角和公式$(n-2)\cdot 180^{\circ}$列式进行计算求得边数，然后根据多边形的外角和即可得到结论．

【解答】解：设它是n边形，则

$(n-2)\cdot 180^{\circ}=1080^{\circ}$，

解得$n=8$．

$360^{\circ}\div 8=45^{\circ}$，

故选：B．

【点评】本题考查了多边形的内角和公式，熟记公式是解题的关键．

7．【分析】设圆锥底面的半径为r，由于圆锥的侧面展开图为扇形，扇形的弧长等于圆锥底面圆的周长，构建方程解决问题即可．

【解答】解：设圆锥底面的半径为r，

根据题意得$2\pi r=\frac{120\pi\cdot 3}{180}$，

解得：$r=1$．

故选：D．

【点评】本题考查了圆锥的计算：圆锥的侧面展开图为扇形，扇形的弧长等于圆锥底面圆的周长，扇形的半径等于圆锥的母线长．

8．【分析】①根据数据总和＝频数÷频率，列式计算可求a的值；

②根据$4\leqslant x<6$组的频数b满足$25\leqslant b\leqslant 35$，可求该范围的频数，进一步得到$c$的值的范围，从而求解；

③根据中位数的定义即可求解；

④根据加权平均数的计算公式即可求解．

【解答】解：①$8\div 0.08=100$．

故表中a的值为 100，是合理推断；

②$25\div 100=0.25$，

$35\div 100=0.35$，

$1-0.08-0.17-0.35-0.15=0.25$，

$1-0.08-0.17-0.25-0.15=0.35$，

故表中c的值为$0.25\leqslant c\leqslant 0.35$，表中$c$的值可以为 0.31，是合理推断；

③$\because$表中$4\leqslant x<6$组的频数b满足$25\leqslant b\leqslant 35$．

$\therefore 8+17+25=50$，$8+17+35=60$，

$\therefore$这 100 名学生每周课外阅读时间的中位数可能在$4\sim 6$之间，也可能在$6\sim 8$之间，故此推断不是合理推断；

④这a名学生每周课外阅读时间的平均数可以超过 6，故此推断不是合理推断．

故选：A．

【点评】本题考查频数（率）分布表，中位数，从表中获取数量及数量之间的关系是解决问题的关键．

二、填空题（本题共 16 分，每小题 2 分）

9．【分析】根据只有符号不同的两个数互为相反数，可得一个数的相反数．

【解答】解：3 的相反数为 -3，

故答案为：-3．

【点评】本题考查了相反数，在一个数的前面加上负号就是这个数的相反数．

10．【分析】直接提取公因式 3，再利用完全平方公式分解因式即可．

【解答】解：原式 $=3(m^2+2m+1)$

$=3(m+1)^2$．

故答案为：$3(m+1)^2$．

【点评】此题主要考查了提取公因式法以及公式法分解因式，正确运用乘法公式分解因式是解题关键．

11．【分析】让白球的个数除以球的总数即为摸到白球的概率．

【解答】解：共有球 $1+2+3=6$ 个，白球有 2 个，

因此摸出的球是白球的概率为：$\dfrac{2}{6}=\dfrac{1}{3}$．

故答案为：$\dfrac{1}{3}$．

【点评】本题考查了概率公式：随机事件 A 的概率 P（A）$=$ 事件 A 可能出现的结果数除以所有可能出现的结果数．

12．【分析】先根据圆周角定理求出 $\angle AOB$ 的度数，再由三角形内角和定理求出 $\angle ABO$ 的度数即可．

【解答】解：$\because \angle ACB=50^\circ$，

$\therefore \angle AOB=2\angle ACB=2\times 50^\circ=100^\circ$，

$\because OA=OB$，

$\therefore \angle ABO=\dfrac{180^\circ-\angle AOB}{2}=\dfrac{180^\circ-100^\circ}{2}=40^\circ$．

故答案为：40．

【点评】本题考查的是圆周角定理，在解答此题时往往用到三角形的内角和是 180° 这一隐含条件．

13．【分析】在 RtΔABD 中，根据正切函数求得 $BD=AD\cdot\tan\angle BAD$，在 RtΔACD 中，求得 $CD=AD\cdot\tan\angle CAD$，再根据 $BC=BD+CD$，代入数据计算即可．

【解答】解：如图，在 RtΔABD 中，$AD=100m$，$\angle BAD=45^\circ$，

$\therefore BD=AD=100(m)$，

在 RtΔACD 中，$\angle CAD=60^\circ$，

$\therefore CD=AD\cdot\tan 60^\circ=100\sqrt{3}(m)$，

$\therefore BC=BD+CD=100+100\sqrt{3}\approx 270(m)$

答：该建筑物的高度 BC 约为 $270m$．

故答案为：270．

【点评】此题考查了解直角三角形的应用 $-$ 仰角俯角问题．此题难度适中，注意能借助仰角或俯角构造直角三

角形并解直角三角形是解此题的关键.

14.【分析】根据一次函数平移时 k 不变可知 $k=2$，然后把 $(0,1)$ 代入求出 b 的值即可.

【解答】解：$\because$ 一次函数 $y=kx+b(k\neq 0)$ 的图象可以由 $y=2x$ 的图象平移得到，

$\therefore k=2$，

$\because$ 一次函数 $y=2x+b$ 的图象经过点 $(0,1)$，

$\therefore b=1$，

$\therefore$ 一次函数表达式为 $y=2x+1$.

故答案为 $y=2x+1$.

【点评】本题考查的是一次函数的图象与几何变换，熟知一次函数平移的性质是解答此题的关键.

15.【分析】当 $a=-1$，$b=0$ 时，根据有理数的乘方法则得到 $a^2>b^2$，根据有理数的大小比较法则得到 $a<b$，根据假命题的概念解答即可.

【解答】解：当 $a=-1$，$b=0$ 时，$a^2=1$，$b^2=0$，

此时 $a^2>b^2$，而 $a<b$，

$\therefore$ 命题"若 $a^2>b^2$，则 $a>b$"是假命题，

故答案为：-1，0（答案不唯一）.

【点评】本题考查的是命题的真假判断、有理数的乘方，任何一个命题非真即假.要说明一个命题的正确性，一般需要推理、论证，而判断一个命题是假命题，只需举出一个反例即可.

16.【分析】先确定了乙与丙打了 4 局，甲与丙打了 10 局，进而确定三人一共打的局数和甲、乙、丙当裁判的局数，即可得到答案.

【解答】解：$\because$ 甲当了 4 局裁判，

$\therefore$ 乙、丙之间打了 4 局，

又 $\because$ 乙、丙分别共打了 9 局、14 局，

$\therefore$ 乙与甲打了 $9-4=5$ 局，丙与甲打了 $14-4=10$ 局，

$\therefore$ 甲、乙、丙三人共打了 $4+5+10=19$ 局，

又 $\because$ 丙与甲打了 10 局，

$\therefore$ 乙当了 10 局裁判，

而从 1 到 19 共 9 个偶数，10 个奇数，

$\therefore$ 乙当裁判的局为奇数局，

$\therefore$ 第 7 局比赛的裁判是：乙，

故答案为：19，乙.

【点评】本题考查统计和概率的推理与论证.解本题关键根据题目提供的特征和数据，分析其存在的规律和方法.并递推出相关的关系式.从而解决问题.

三、解答题（本题共 68 分，第 17-22 题，每小题 5 分；第 23-26 题，每小题 5 分；第 27-28 题，每小题 5 分）

17.【分析】根据二次根式，负整数指数幂，零指数幂，特殊角的三角函数值计算即可.

【解答】解：原式 $=2\sqrt{3}+1-3+\sqrt{3}$

$=3\sqrt{3}-2$.

【点评】本题考查了二次根式，负整数指数幂，零指数幂，特殊角的三角函数值，考核学生的计算能力，解题时注意 $a^{-p}=\dfrac{1}{a^{-p}}(a\neq 0)$.

18.【分析】首先解不等式可得 x 的取值范围，然后在数轴上表示即可.

【解答】解： $2-3x\geqslant 2(x-4)$ ，

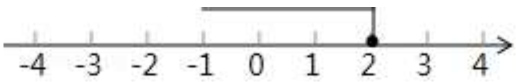
去括号得： $2-3x\geqslant 2x-8$ ，

移项得： $-2x-3x\geqslant -2-8$ ，

合并同类项得： $-5x\geqslant -10$ ，

系数化为 1 得： $x\leqslant 2$ ，

不等式的解集在数轴上表示如下：



.

【点评】此题主要考查了解一元一次不等式，关键是掌握解不等式的步骤：①去分母；②去括号；③移项；④合并同类项；⑤化系数为 1.

19.【分析】先根据分式的混合运算顺序和运算法则化简原式，再将 x 的值代入计算即可.

【解答】解： $(\dfrac{1}{x+1}+\dfrac{1}{x^2-1})\cdot\dfrac{x-1}{x}$

$=[\dfrac{x-1}{(x+1)(x-1)}+\dfrac{1}{(x+1)(x-1)}]\cdot\dfrac{x-1}{x}$

$=\dfrac{x-1+1}{(x+1)(x-1)}\cdot\dfrac{x-1}{x}$

$=\dfrac{x}{(x+1)(x-1)}\cdot\dfrac{x-1}{x}$

$=\dfrac{1}{x+1}$.

当 $x=\sqrt{2}-1$ 时，

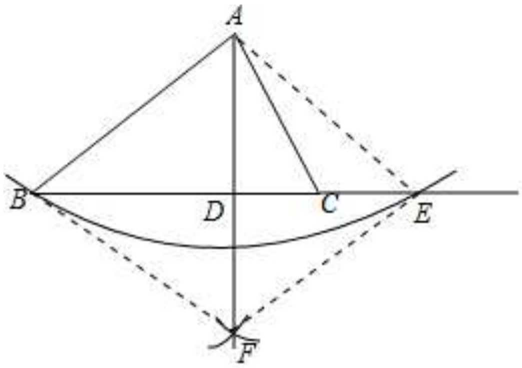
原式 $=\dfrac{1}{\sqrt{2}-1+1}=\dfrac{1}{\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$.

【点评】本题主要考查分式的化简求值，解题的关键是掌握分式的混合运算顺序和运算法则.

20.【分析】（1）根据要求作出图形即可.

（2）证明四边形 $ABFE$ 是菱形，可得结论.

【解答】解：（1）依作法补全图形，如图所示：



（2）连接 AE， EF， BF．

$\because AB=AE=EF=BF$，

$\therefore$四边形 $ABFE$ 是菱形（四条边相等的四边形是菱形），

$\therefore AF\perp BE$．

即 AD 是 ΔABC 中 BC 边上的高．

故答案为：菱形，四条边相等的四边形是菱形．

【点评】本题考查作图－复杂作图，菱形的判定和性质等知识，解题的关键是理解题意，灵活运用所学知识解决问题．

21．【分析】（1）根据方程的系数，结合根的判别式可得出$\triangle=(m-1)^2$，利用偶次方的非负性可得出$(m-1)^2\geqslant 0$，即$\triangle\geqslant 0$，再利用“当$\triangle\geqslant 0$时，方程有两个实数根”即可证出结论；

（2）利用因式分解法解一元二次方程可得出 $x_1=m$， $x_2=1$，结合方程有一个根为负数，即可得出 m 的取值范围．

【解答】（1）证明：$\because a=1$， $b=-(m+1)$， $c=m$，

$\therefore\triangle=b^2-4ac=[-(m+1)]^2-4\times1\times m=m^2+2m+1-4m=m^2-2m+1=(m-1)^2$．

$\because (m-1)^2\geqslant 0$，即$\triangle\geqslant 0$，

$\therefore$方程总有两个实数根．

（2）解：$\because x^2-(m+1)x+m=0$，即$(x-m)(x-1)=0$，

$\therefore x_1=m$， $x_2=1$．

$\because$方程有一个根为负数，

$\therefore m<0$．

【点评】本题考查了根的判别式、偶次方的非负性以及因式分解法解一元二次方程，解题的关键是：（1）牢记“当$\triangle\geqslant 0$时，方程有两个实数根”；（2）利用因式分解法求出方程的解．

22．【分析】（1）先证四边形 $BOCE$ 是平行四边形，再由菱形的性质得$\angle BOC=90^\circ$，即可得出结论；

（2）先证ΔABC 是等边三角形，得 $BC=AB=2$， $\angle BAC=60^\circ$，再由矩形的性质得 $BF=CF=\frac{1}{2}BC=1$，然后由等边三角形的性质得 $AF\perp BC$， $\angle BAF=\frac{1}{2}\angle BAC=30^\circ$，即可求解．

【解答】（1）证明：$\because BE//AC$， $EC//BD$，

$\therefore$四边形 $BOCE$ 是平行四边形，

$\because$四边形 $ABCD$ 是菱形，

$\therefore AC \perp BD$，

$\therefore \angle BOC = 90^\circ$，

$\therefore$ 平行四边形 $BOCE$ 是矩形；

（2）解：如图，$\because$ 四边形 $ABCD$ 是菱形，

$\therefore AB = BC$，

$\because \angle ABC = 60^\circ$，

$\therefore \Delta ABC$ 是等边三角形，

$\therefore BC = AB = 2$，$\angle BAC = 60^\circ$，

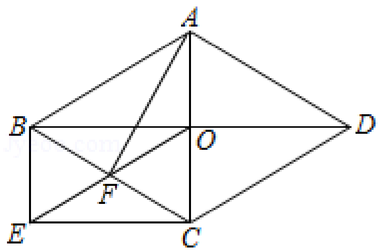
$\because$ 四边形 $BOCE$ 是矩形，

$\therefore BF = CF = \frac{1}{2}BC = 1$，

$\therefore AF \perp BC$，$\angle BAF = \frac{1}{2}\angle BAC = 30^\circ$，

$\therefore \angle AFB = 90^\circ$，

$\therefore AF = \sqrt{3}BF = \sqrt{3}$．



【点评】本题考查了菱形的性质，矩形的判定与性质，平行四边形的判定与性质，等边三角形的判定与性质、含 30° 角的直角三角形的性质等知识点，熟练掌握矩形的判定与性质和菱形的性质是解此题的关键．

23．【分析】（1）分别把 $x = 2$，$y = 2$ 分别代入解析式求得对应的函数值和自变量的值，即可求得 $B(2,-2)$，$C(-2,2)$，$D(2,0)$，从而求得 $AC = 4$，$BD = 2$；

（2）根据题意得出 $AB < 2BD$，即可得出 $2-\frac{k}{2} < 2\times\frac{k}{2}$ 或 $2-\frac{k}{2} < 2\times(-\frac{k}{2})$，解得即可．

【解答】解：（1）当 $k = -4$ 时，反比例函数为 $y = -\frac{4}{x}$，

把 $x = 2$ 代入得，$y = -2$，把 $y = 2$ 代入得，$x = -2$，

$\therefore B(2,-2)$，$C(-2,2)$，$D(2,0)$．

$\therefore AC = 4$，$BD = 2$；

（2）$\because$ 点 $A(2,2)$，

$\therefore B(2,\frac{k}{2})$，$D(2,0)$，$C(\frac{k}{2}$，$2)$，

$\because AB = 2-\frac{k}{2}$，$AC = 2-\frac{k}{2}$，

$\therefore AB = AC$，

$\because AC < 2BD$，

$\therefore AB < 2BD$，

当 $k > 0$ 时，如图 1，

$2-\frac{k}{2} < 2\times\frac{k}{2}$，

$\therefore k > \frac{4}{3}$，

$\therefore \frac{4}{3} < k < 4$；

当 $k < 0$ 时，如图 2，

$2-\frac{k}{2} < 2\times(-\frac{k}{2})$，

$\therefore k < -4$，

综上，当 $AC < 2BD$ 时，直接写出 k 的取值范围是 $k < -4$ 或 $\frac{4}{3} < k < 4$.

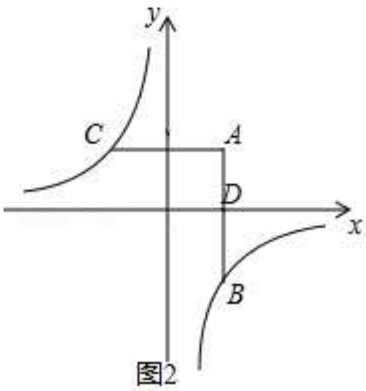


图2

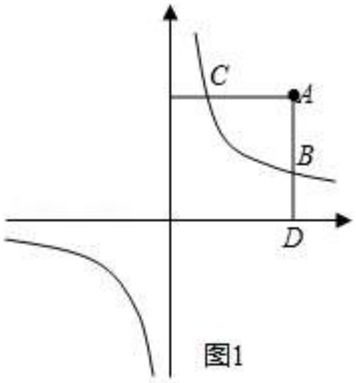


图1

【点评】本题是反比例函数与一次函数的交点问题，考查了反比例函数图象上点的坐标特征，表示出点的坐标是解题的关键.

24．【分析】（1）连接 OB ，由切线的性质得 $\angle PAO = 90°$ ，再证 $\Delta APO \cong \Delta BPO(SSS)$ ，得 $\angle PBO = \angle PAO = 90°$ ，即可得出结论；

（2）先由勾股定理得 $PA=\sqrt{3}$ ，再由勾股定理求出 $PD=\sqrt{7}$ 即可.

【解答】（1）证明：连接 OB ，如图所示：

$\because PA$ 是 $\odot O$ 的切线，

$\therefore PA \perp OA$，

$\therefore \angle PAO = 90°$，

$\because$ 点 B 在 $\odot O$ 上，

$\therefore AO=BO$，

在 ΔAPO 和 ΔBPO 中，

$$\begin{cases}AO=BO\\PA=PB\\OP=OP\end{cases}，$$

$\therefore \Delta APO\cong \Delta BPO(SSS)$，

$\therefore \angle PBO=\angle PAO=90^\circ$，

$\therefore PB\perp OB$，

$\therefore PB$ 是 $\odot O$ 的切线；

（2）解：$\because AD$ 是 $\odot O$ 的直径，$AD=2$，

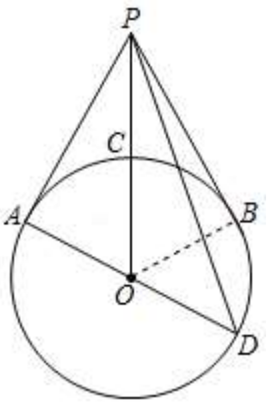
$\therefore OA=1$，

$\because C$ 为 PO 的中点，

$\therefore PO=2$，

$\therefore PA=\sqrt{OP^2-OA^2}=\sqrt{2^2-1^2}=\sqrt{3}$，

在 RtΔPAD 中，由勾股定理得：$PD=\sqrt{PA^2+AD^2}=\sqrt{(\sqrt{3})^2+2^2}=\sqrt{7}$.



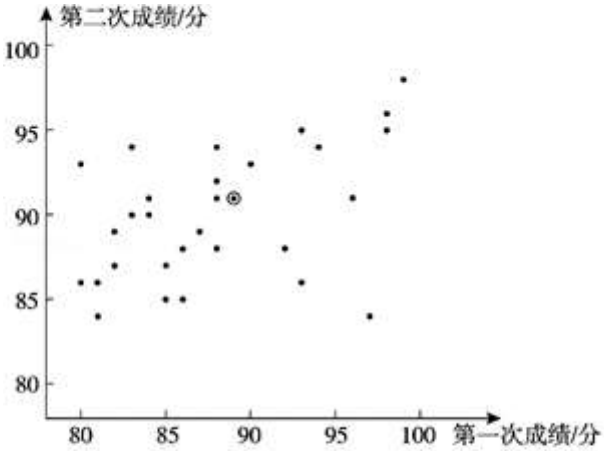
【点评】本题考查了切线的判定与性质、全等三角形的判定与性质、勾股定理等知识；熟练掌握切线的判定与性质是解题的关键.

25.【分析】(1）根据这 30 名学生第一次竞赛成绩和第二次竞赛成绩得分情况统计图可得横坐标是 89，纵坐标是 90 的点即代表小松同学的点；

（2）根据平均数和中位数的定义可得 m 和 n 的值；

（3）根据平均数，众数和中位数这几方面的意义解答可得.

【解答】解：(1）如图所示.



（2）$m=\dfrac{82\times10+87\times10+95\times10}{30}=88$，

$\because$第二次竞赛获卓越奖的学生有 16 人，成绩从小到大排列为：90 90 91 91 91 91 92 93 93 94 94 94 95 95 96 98，

$\therefore$第一和第二个数是 30 名学生成绩中第 15 和第 16 个数，

$\therefore n=\dfrac{1}{2}(90+90)=90$，

$\therefore m=88$，$n=90$；

（3）可以推断出第二次竞赛中初三年级全体学生的成绩水平较高，理由是：第二次竞赛学生成绩的平均数、中位数、众数都高于第一次竞赛．

故答案为：二，第二次竞赛学生成绩的平均数、中位数、众数都高于第一次竞赛．

【点评】本题考查了众数、中位数以及平均数，掌握众数、中位数以及平均数的定义是解题的关键．

26．【分析】（1）证ΔAPD是等边三角形．得$\angle PAD=60^\circ$，再由含30°角的直角三角形的性质得$DF=\sqrt{3}AD=\sqrt{3}a$，$CE=\dfrac{\sqrt{3}}{3}CD=\dfrac{\sqrt{3}}{3}a$，$DE=2CE=\dfrac{2\sqrt{3}}{3}a$，即可得出结论；

（2）依题意补全图形，$DE-CE=DF$，过D作$DH\perp AP$交BC于点H，先证$\Delta ADF\cong\Delta DCH(AAS)$，得$DF=CH$，再证$ED=EH$，即可得出结论．

【解答】（1）证明：设$AB=a$．

$\because$四边形$ABCD$是正方形，

$\therefore AD=CD=AB=a$．

$\because DA=DP$，$\angle ADP=60^\circ$，

$\therefore\Delta APD$是等边三角形．

$\therefore\angle PAD=60^\circ$，

在 RtΔADF 中，$\angle AFD=30^\circ$，

$\therefore DF=\sqrt{3}AD=\sqrt{3}a$，

在 RtΔDCE 中，$\angle CDE=30^\circ$，

$\therefore CE=\dfrac{\sqrt{3}}{3}CD=\dfrac{\sqrt{3}}{3}a$，$DE=2CE=\dfrac{2\sqrt{3}}{3}a$，

$\therefore DE+CE=DF$；

（2）解：依题意补全图形，如图 2 所示：

$DE-CE=DF$，证明如下：

过 D 作 $DH\perp AP$ 交 BC 于点 H，如图 3 所示：

$\because DH\perp AF$，

$\therefore \angle HDC+\angle AFD=90^{\circ}$，

$\because \angle HDC+\angle DHC=90^{\circ}$，

$\therefore \angle AFD=\angle DHC$，

在 ΔADF 和 ΔDCH 中，

$\begin{cases}\angle AFD=\angle DHC\\ \angle ADF=\angle DCH\\ AD=DC\end{cases}$，

$\therefore \Delta ADF\cong\Delta DCH(AAS)$，

$\therefore DF=CH$，

$\because DA=DP$，

$\therefore \angle ADH=\angle EDH$，

$\because AD//BC$，

$\therefore \angle ADH=\angle EHD$，

$\therefore \angle EDH=\angle EHD$，

$\therefore ED=EH$，

$\therefore DE-CE=DF$．

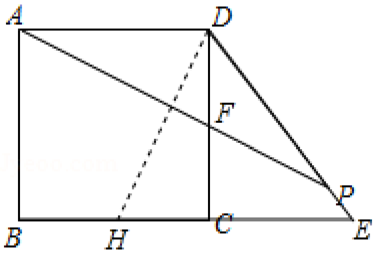


图 3

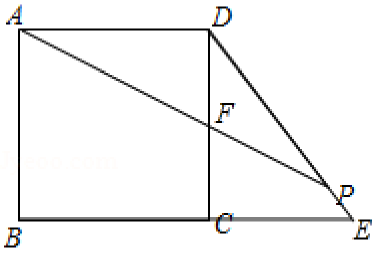


图 2

【点评】本题考查了正方形的性质、全等三角形的判定与性质、旋转的性质、等腰三角形的判定与性质、等边三角形的判定与性质、含 30° 角的直角三角形的性质等知识；熟练掌握正方形的性质和旋转的性质，证明三角形全等是解题的关键.

27.【分析】（1）先化抛物线的表达式为 $y=a(x-1)^{2}+1$，依此可求抛物线的对称轴；

（2）设抛物线上四个点的坐标为 $A(0,y_A)$， $B(2,y_B)$， $C(4-h,y_C)$， $D(5-h,y_D)$，由于 $a<0$，分情况讨论即可求

得答案．

【解答】解：（1）当 $h=1$ 时，抛物线的表达式为 $y=ax^2-2ax+a+1$，

$\therefore y=a(x-1)^2+1$，

$\therefore$ 抛物线的对称轴为直线 $x=1$；

（2）设抛物线上四个点的坐标为 $A(0,y_A)$， $B(2,y_B)$， $C(4-h,y_C)$， $D(5-h,y_D)$，

$\because a<0$，

$\therefore y_1$ 的最小值必为 y_A 或 y_B．

①由 $a<0$ 可知，当 $2\leqslant h\leqslant \dfrac{5}{2}$ 时，存在 $y_2\geqslant y_1$，不符合题意．

②当 $h<2$ 时，总有 $4-h>2$．

$\because$ 当 $x>h$ 时， y 随 x 的增大而减小，

$\therefore y_B>y_C>y_D$．

当 $h\leqslant \dfrac{4}{3}$ 时， $4-h-h\geqslant |h|$．

$\therefore y_A\geqslant y_C>y_D$，符合题意．

当 $\dfrac{4}{3}<h<2$ 时， $4-h-h<h$．

$\therefore y_A<y_C$，不符合题意．

③当 $\dfrac{5}{2}<h<5$ 时，

$\because$ 当 $x<h$ 时， y 随 x 的增大而增大，

$\therefore y_C<y_D$， $y_A<y_B$．

当 $\dfrac{5}{2}<h<5$ 时， $5-h>0$．

$\therefore y_D>y_A$，不符合题意．

④当 $h\geqslant 5$ 时， $5-h\leqslant 0$．

$\therefore y_D\leqslant y_A$，符合题意．

综上所述， h 的取值范围是 $h\leqslant \dfrac{4}{3}$ 或 $h\geqslant 5$．

【点评】本题考查二次函数的性质，二次函数上的点的特征，熟练掌握对称轴公式及求顶点坐标的方法是解本题的关键，根据图象及性质确定 t 的范围是本题的难点．

28．【分析】（1）画出图形，作 $M_2G\perp x$ 轴，计算 $\angle OM_1N$ 、 $\angle OM_2G$ 、 $\angle OM_3N$ 的正切值并判断角的大小，可得出结论；

（2）①由 $A(-2,2)$， $B(-2,-2)$， $C(2,-2)$， $D(2,2)$，可得四边形 $ABCD$ 为正方形，连结 EA 、 ED，可得 $\angle AED$ 为 90°，所以点 E 对四边形 $ABCD$ 的可视度为 90°；

②由题意可知，点 F 在直线 $y=4$ 上；延长 CD 交直线 $y=4$ 于点 H，以点 D 为圆心、 DA 长为半径作 $\odot D$，与直线

$y=4$ 在直线 CD 右侧的交点为点 F，则 $\angle AFC=\dfrac{1}{2}\angle ADC=45^{\circ}$，点 F 对四边形 $ABCD$ 的可视度为 45°，在 ΔDFH 中解直角三角形求出 FH 的长，再求得点 F 的坐标，从而得到 a 的值；同理，以点 A 为圆心、AD 长为半径作 $\odot A$，交直线 $y=4$ 于点 F，点 F 在直线 AB 左侧，求出此时点 F 的坐标，得到 a 的另一个值．

【解答】解：（1）如图 1，连结 M_1N、M_2O、M_2N、M_3O、M_3N，作 $M_2G\perp x$ 轴于点 G，则 $G(1,0)$，$OG=ON=1$，

$\therefore OM_2=NM_2$，

$\therefore \angle OM_2G=\angle NM_2G$．

$\because \tan\angle OM_1N=\dfrac{ON}{OM_1}=\dfrac{2}{\frac{2\sqrt{3}}{3}}=\sqrt{3}$，

$\therefore \angle OM_1N=60^{\circ}$，

$\therefore$ 点 M_1 对线段 ON 的可视度为 60°；

$\because \tan\angle OM_2G=\dfrac{OG}{M_2G}=\dfrac{1}{\sqrt{3}}=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$，

$\therefore \angle OM_2G=\angle NM_2G=30^{\circ}$，

$\therefore \angle OM_2N=60^{\circ}$，

$\therefore$ 点 M_2 对线段 ON 的可视度为 60°；

$\because \tan\angle OM_3N=\dfrac{2}{3}<1$，

$\therefore \angle OM_3N<45^{\circ}$，

$\therefore$ 点 M_3 对线段 ON 的可视度不是 60°．

故答案为：M_1，M_2．

（2）①$\because A(-2,2)$，$B(-2,-2)$，$C(2,-2)$，$D(2,2)$，

$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 是正方形，且各边与坐标轴垂直（或平行）．

如图 2，设 AD 交 y 轴于点 I，则 $\angle AIE=\angle DIE=90^{\circ}$．

$\because E(0,4)$，

$\therefore AI=EI=DI=2$，

$\therefore \angle IEA=\angle IED=45^{\circ}$，

$\therefore \angle AED=90^{\circ}$，

$\therefore$ 点 E 对四边形 $ABCD$ 的可视度为 90°．

故答案为：90．

②由题意可知，点 F 在直线 $y=4$ 上．

延长 CD 交直线 $y=4$ 于点 H，以点 D 为圆心、DA 长为半径作 $\odot D$，则点 C 在 $\odot D$ 上；

$\because DH$ 与直线 $y=4$ 垂直，且 $DH<DA$，

$\therefore$ 直线 $y=4$ 与 $\odot D$ 有两个交点．

设$\odot D$与直线$y=4$在直线CD右侧的交点为点F，连结AF、CF、DF.

$\because \angle AFC=\frac{1}{2}\angle ADC=45^\circ$，

$\therefore$点F对四边形$ABCD$的可视度为45°.

$\because \angle DHF=90^\circ$，$DH=2$，$DF=DA=4$，

$\therefore FH=\sqrt{4^2-2^2}=2\sqrt{3}$，

$\therefore F(2+2\sqrt{3}，4)$，

$\therefore a=2+2\sqrt{3}$；

同理，如图4，以点A为圆心、AD长为半径作$\odot A$，交直线$y=4$于点F，点F在直线AB左侧，

此时，$F(-2-2\sqrt{3}，4)$，

$\therefore a=-2-2\sqrt{3}$.

综上所述，$a=2+2\sqrt{3}$或$a=-2-2\sqrt{3}$.

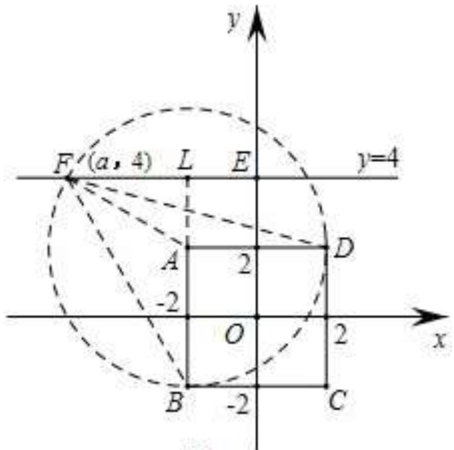


图4

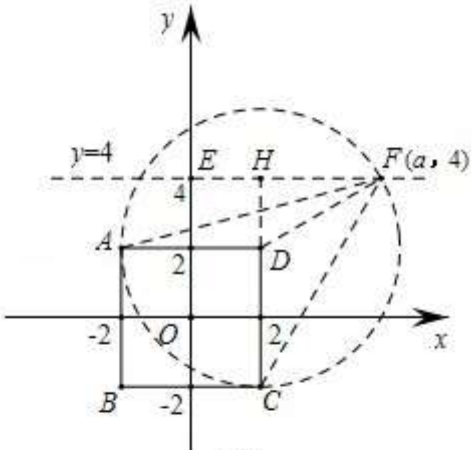


图3

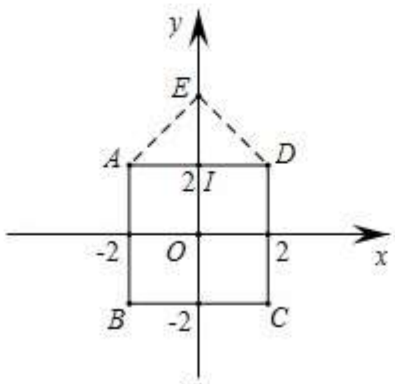


图2

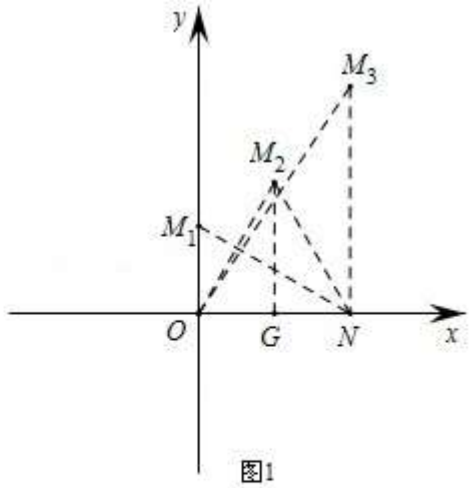


图1

【点评】此题重点考查正方形的判定与性质、等边三角形的性质、锐角三角函数、解直角三角形以及二次根式的化简等知识与方法，解题的关键是正确理解题中所给的定义内容，并且正确地作出所需要的辅助线．此题是一道综合性较强试题。