2021 北京顺义初三二模

数　　学

学校名称＿＿＿＿＿＿姓名＿＿＿＿＿＿准考证号＿＿＿＿＿＿

考生须知	1．本试卷共 8 页，共三道大题，28 道小题，满分 100 分。考试时间 120 分钟。 2．在试卷和答题卡上准确填写学校名称、姓名和准考证号。 3．试题答案一律填涂或书写在答题卡上，在试卷上作答无效。 4．在答题卡上，选择题、作图题用 2B 铅笔作答，其他试题用黑色字迹签字笔作答。 5．考试结束，将答题卡交回。

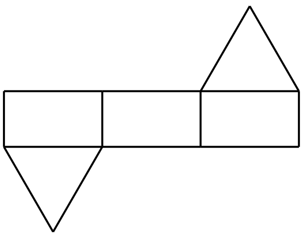
一、选择题（本题共 16 分，每小题 2 分）

第 1-8 题均有四个选项，符合题意的选项只有一个.

1．经文旅部数据中心测算，2021 年“五一”假期，北京市接待旅游总人数 842.6 万人次，比 2020 年增长 81.9%，恢复到 2019 年的 98.4%，旅游总收入 93 亿元，比 2020 年增长 1.2 倍，恢复到 2019 年的 86%．将 9 300 000 000 用科学记数法表示应为

（A）93×10^{8}　　（B）9.3×10^{9}　　（C）9.3×10^{10}　　（D）0.93×10^{10}

2．右图是某个几何体的展开图，该几何体是

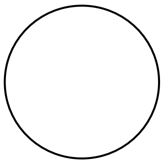


（A）三棱柱　（B）四棱柱　　（C）圆柱　（D）圆锥

3．下列各式运算的结果为 a^6 的是

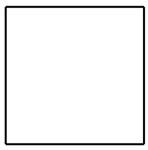
（A）a^3+a^3　　（B）$(a^3)^3$　　（C）$a^3\cdot a^3$　　（D）$a^{12}\div a^2$

4．下列图形中，是轴对称图形但不是中心对称图形的是



圆

（A）

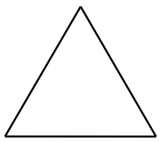


正方形

（B）

平行四边形

（C）



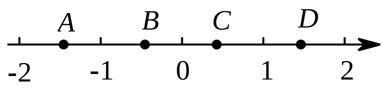
等边三角形

（D）

5．关于 x 的一元二次方程 $x^2+ax+1=0$ 有两个不相等的实数根，则 a 的值可以是

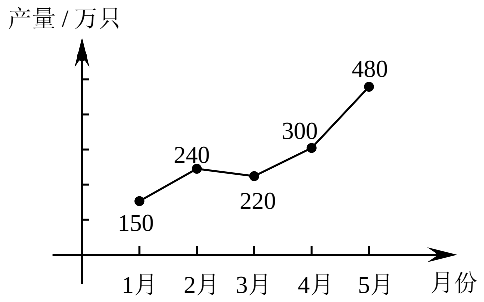
（A） 3　　（B） 2　　（C） 1　　（D）0

6．如图，数轴上的 A，B，C，D 四个点中，表示 $\sqrt{2}-1$ 的点是



（A）点 A　　（B）点 B　　（C）点 C　　（D）点 D

7．某厂家 2021 年 1-5 月份的产量如图所示．



下面有三个推断：

①从 1 月份到 5 月份产量在逐月增长；

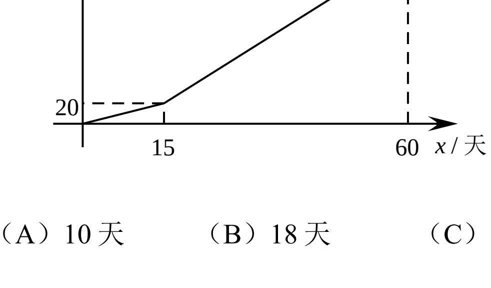
②1 月份到 2 月份产量的增长率是 60%；

③若设从 3 月份到 5 月份产量的平均月增长率为 x，则可列方程为 $220(1+x)^2=480$.

所有正确的推断是

（A）②　　（B）③　　（C）①②　　（D）②③

8．某农科所响应“乡村振兴”号召，为某村免费提供一种优质瓜苗及大棚栽培技术．这种瓜苗先在农科所的温室中生长，平均高度长到大约 20cm 时，移至该村的大棚内继续生长．研究表明，60 天内，这种瓜苗的平均高度 y（cm）与生长时间 x（天）的函数关系的图象如图所示.当这种瓜苗长到大约 80cm 时，开始开花结果，此时瓜苗在该村大棚内生长的天数是



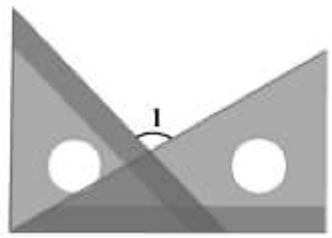
（A）10 天　　（B）18 天　　（C）33 天　　（D）48 天

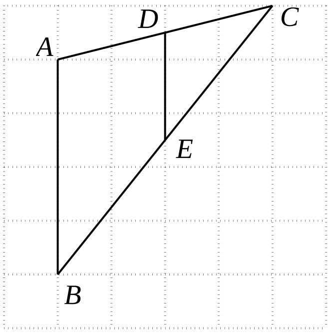
二、填空题（本题共 16 分，每小题 2 分）

9．分解因式：$x^2y-4y=$____．

10．如果式子 $\sqrt{x-4}$ 有意义，那么 x 的取值范围是____．

11．将一副三角板按如图所示的方式放置，则 $\angle 1$ 的大小为____．





12．如图所示的网格是正方形网格，A，B，C 是网格线的交点，D，E 是 AC，BC 分别与网格线的交点，若小正方形的边长为 1，则 DE 的长为____．

13．“对角线互相垂直的四边形是菱形”这个命题是______．（填“真命题”或“假命题”）

14．二次函数 $y=x^2+c$ 的图象与 x 轴无交点，写出一个满足条件的实数 c 的值为____．

15．同学们设计了一个用计算机模拟随机重复抛掷瓶盖的实验，记录盖面朝上的次数，并计算盖面朝上的频率，下表是依次累计的实验结果．

抛掷次数	500	1000	1500	2000	3000	4000	5000
盖面朝上次数	275	558	807	1054	1587	2124	2650
盖面朝上频率	0.550	0.558	0.538	0.527	0.529	0.531	0.530

下面有两个推断：

① 随着实验次数的增加，“盖面朝上”的频率总在 0.530 附近，显示出一定的稳定性，可以估计“盖面朝上”的概率是 0.530；

② 若再次用计算机模拟此实验，则当投掷次数为 1000 时，“盖面朝上”的频率不一定是 0.558．其中合理的推断的序号是：________．

16．某快餐店的价目表如下：

菜品	价格
汉堡（个）	21 元
薯条（份）	9 元
汽水（杯）	12 元
1 个汉堡+1 份薯条（A 套餐）	28 元

1 个汉堡+1 杯汽水（B 套餐）	30 元
1 个汉堡+1 份薯条+1 杯汽水（C 套餐）	38 元

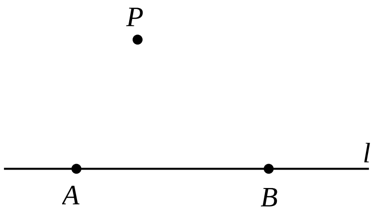
小明和同学们一共需要 10 个汉堡，5 份薯条，6 杯汽水，那么最低需要____元．

三、解答题（本题共 68 分，第 17-22 题每小题 5 分，23-26 每小题 6 分，第 27、28 题每小题 7 分）解答应写出文字说明，演算步骤或证明过程．

17．计算：$\left(2-\pi\right)^{0}+3^{-1}+\left|\sqrt{2}\right|-2\sin 45°$．

18．解不等式组：$\begin{cases} x>2x-1, \\ x-1<\dfrac{x}{2}. \end{cases}$

19．已知：直线 l 和 l 外一点 P．



求作：直线 l 的垂线，使它经过点 P．

作法：①在直线 l 上任取两点 A、B；

②分别以点 A、B 为圆心，AP，BP 长为半径作弧，在直线 l 下方两弧交于点 C；

③作直线 PC．

所以直线 PC 为所求作的垂线．

（1）使用直尺和圆规，依作法补全图形（保留作图痕迹）；

（2）完成下面的证明．

证明：连结 AP、AC、BP、BC．

∵$AP=AC$，$BP=BC$，$AB=AB$，

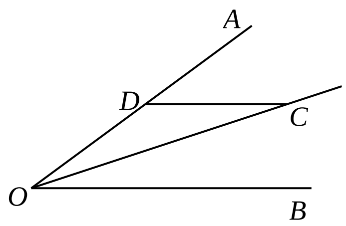
∴$\triangle APB\cong\triangle ACB$（__________）（填推理依据）．

∴$\angle PAB=\angle CAB$，

∴$PC\perp AB$（__________）（填推理依据）．

20．如图，C 为$\angle AOB$ 平分线上一点，$CD /\!/ OB$ 交 OA 于点 D．

求证：$OD=CD$．

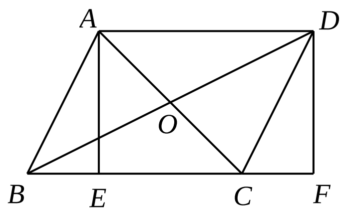


21．已知 $a=3$，求代数式$\left(1-\dfrac{1}{a+1}\right)\div\dfrac{a}{a^2-1}$的值．

22．如图，平行四边形 $ABCD$ 的对角线 AC，BD 交于点 O，$AE\perp BC$ 于点 E，点 F 在 BC 延长线上，且 $CF=BE$．

（1）求证：四边形 $AEFD$ 是矩形；

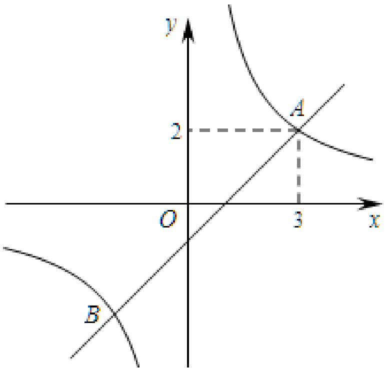
（2）连接AF，若 $\tan\angle ABC=2$，$BE=1$，$AD=3$，求AF 的长．



23．在平面直角坐标系 xOy 中，反比例函数 $y=\dfrac{m}{x}$ 与一次函数 $y=kx+b$ 相交于 $A(3，2)$、$B(-2，n)$两点．

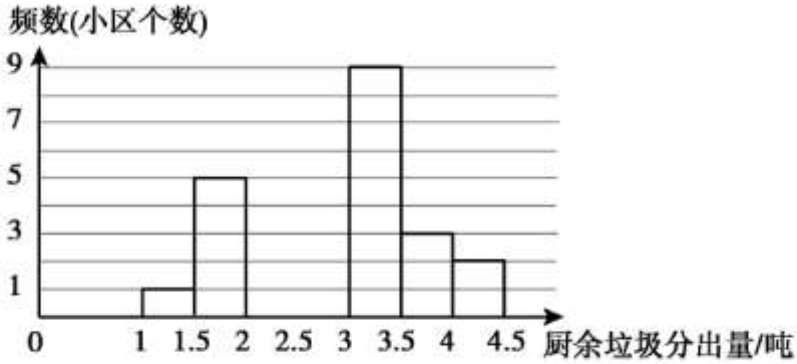
（1）求反比例函数和一次函数的表达式；

（2）过 P（p，0）（$P\neq0$）作垂直于 x 轴的直线，与反比例函数 $y=\dfrac{m}{x}$ 交于点 C，与一次函数 $y=kx+b$ 交于点 D，若 $S_{\Delta COP}=3S_{\Delta DOP}$，直接写出 p 的值．



24．垃圾分类是指按一定规定或标准将垃圾分类储存、投放和搬运，从而转变成公共资源的一系列活动的总称．做好垃圾分类有减少环境污染，节省土地资源等好处．现对某区 30 个小区某一天的厨余垃圾分出量和其他垃圾分出量的有关数据进行收集、整理、描述和分析．下面给出了部分信息：

a．30 个小区的厨余垃圾分出量的频数分布直方图（数据分成 7 组：$1\leq x<1.5$，$1.5\leq x<2$，$2\leq x<2.5$，$2.5\leq x<3$，$3\leq x<3.5$，$3.5\leq x<4$，$4\leq x\leq4.5$，单位：吨）；



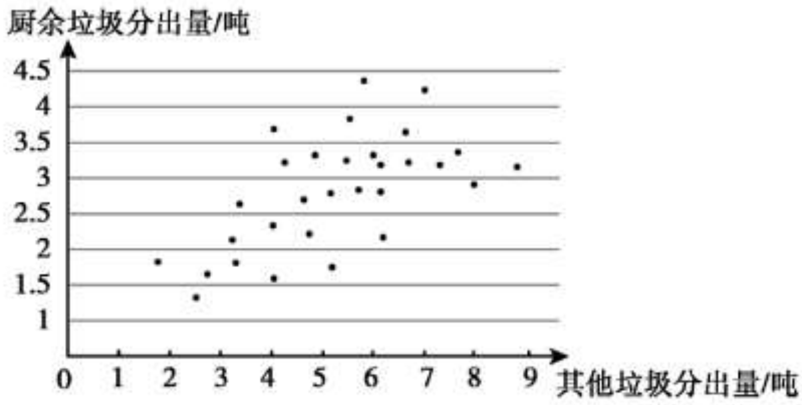
b．各组厨余垃圾分出量平均数如下：（单位：吨）

组别	$1\leq x<1.5$	$1.5\leq x<2$	$2\leq x<2.5$	$2.5\leq x<3$	$3\leq x<3.5$	$3.5\leq x<4$	$4\leq x\leq4.5$
平均数	1.4	1.7	2.3	2.8	3.3	3.7	4.3

c．厨余垃圾分出量在 $2.5\leq x<3$ 这一组的数据是：（单位：吨）

2.59　2.62　2.81　2.88　2.93　2.97

d．30 个小区厨余垃圾分出量和其他垃圾分出量情况统计图：



e．30 个小区中阳光小区的厨余垃圾分出量为 2.97 吨.

根据以上信息，回答下列问题：

（1）补全厨余垃圾分出量的频数分布直方图；

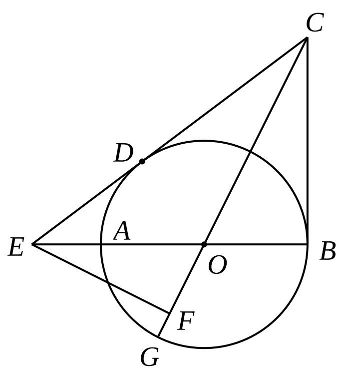
（2）阳光小区的厨余垃圾分出量在 30 个小区中由高到低排名第______；阳光小区的其他垃圾分出量大约是______吨（结果保留一位小数）；

（3）30 个小区厨余垃圾分出量平均数约为____吨（结果保留一位小数）.

25．如图，AB 为⊙O 的直径，CB，CD 分别切⊙O 于点 B，D，CD 交 BA 的延长线于点 E，CO 的延长线交⊙O 于点 G，$EF\perp OG$ 于点 F.

（1）求证：$\angle FEB=\angle ECF$；

（2）若 $AB=6$，$\sin\angle CEB=\dfrac{3}{5}$，求 CB 和 EF 的长.



26．在平面直角坐标系 xOy 中，抛物线 $y=ax^2-4ax+2\ (a>0)$ 与 y 轴交于点 A.

（1）求点 A 的坐标及抛物线的对称轴；

（2）当 $0\le x\le 5$ 时，y 的最小值是-2，求当 $0\le x\le 5$ 时，y 的最大值；

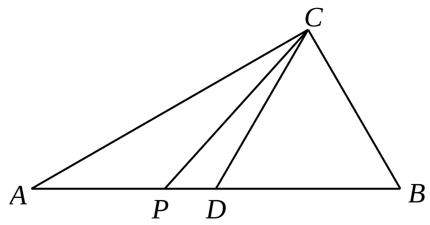
（3）抛物线上的两点 P（x_1，y_1），Q（x_2，y_2），若对于 $t<x_1<t+1$，$t+2<x_2<t+3$，都有 $y_1\ne y_2$，直接写出 t 的取值范围.

27．已知：如图，在 $\mathrm{Rt}\Delta ABC$ 中，$\angle ACB$=90°，$\angle CAB$=30°，P 是 AB 边上任意一点，D 是 AB 边的中点，连接 CP，CD，并将 PC 绕点 P 逆时针旋转 60°得到 PE，连接 AE.

（1）求证：$CD=BC$；

（2）①依题意补全图形；

②用等式表示线段 PE 与 AE 的数量关系，并证明.



28．对于平面直角坐标系 xOy 中的点 P 和图形 G，给出如下定义：若在图形 G 上存在两个点 M，N，且 MN=2，使得以 P，M，N 为顶点的三角形为等边三角形，则称 P 为图形 G 的“正点”.

已知 A（2，0），B（0，$2\sqrt{3}$）.

（1）在点 C_1（$-1,\sqrt{3}$），C_2（0,0），C_3（$2,\sqrt{3}$）中，线段 AB 的“正点”是__；

（2）直线 $y=k(x-1)+\sqrt{3}$（$k\ne 0$）上存在线段 AB 的“正点”，求 k 的取值范围；

（3）以 $T(t,0)$（$t<0$）为圆心，$2\sqrt{7}$ 为半径作⊙T，若线段 AB 上总是存在⊙T 的“正点”，直接写出 t 的取值范围.

2021 北京顺义初三二模数学

参考答案

一、选择题（本题共 16 分，每小题 2 分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	B	A	C	D	A	C	D	B

二、填空题（本题共 16 分，每小题 2 分）

9．$y\left(x-2\right)\left(x+2\right)$；　10．$x\geq 4$；　11．$105°$；　12．2；

13．假命题；　14．1（答案不唯一）；　15．①②；　16．300．

三、解答题（本题共 68 分，第 17-22 题，每小题 5 分，第 23-26 题，每小题 6 分，第 27、28 题每小题 7 分）

17．解：原式$=1+\frac{1}{3}+\sqrt{2}-2\times\frac{\sqrt{2}}{2}$ ……………………………………………………4 分

$=\frac{4}{3}$ ……………………………………………………………………5 分

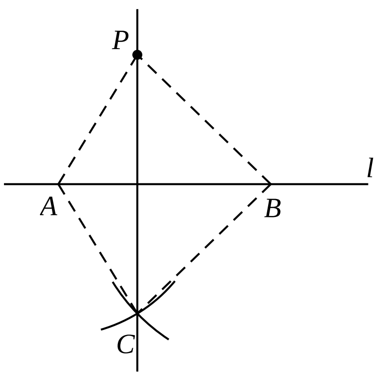
18．解：$\begin{cases} x>2x-1, & ① \\ x-1<\frac{x}{2}. & ② \end{cases}$

解不等式①得 $x<1$……………………………………………………2 分

解不等式②得 $x<2$ ……………………………………………………4 分

∴不等式组的解集是 $x<1$…………………………………………………5 分

19．解：（1）



……………………………………3 分

（2）SSS，等腰三角形三线合一………………………………………5 分

20．证明：∵C 为$\angle AOB$ 平分线上一点，，

∴$\angle AOC=\angle BOC$．……………………………………………………2 分

∵ $CD // OB$，

∴ $\angle OCD=\angle BOC$． ……………………………………………………3 分

∴ $\angle AOC=\angle OCD$． …………………………………………………4 分

∴ $OD=CD$…………………………………………………………………5 分

21.解：$\left(1-\dfrac{1}{a+1}\right)\div\dfrac{a}{a^2-1}$

$=\left(\dfrac{a+1}{a+1}-\dfrac{1}{a+1}\right)\times\dfrac{(a+1)(a-1)}{a}$ ……………………………………………2 分

$=\dfrac{a}{a+1}\times\dfrac{(a+1)(a-1)}{a}$ ……………………………………………………3 分

$=a-1$ ………………………………………………………………………4 分

∵ $a=3$

∴原式$=a-1=3-1=2$ …………………………………………………5 分

22.（1）证明：

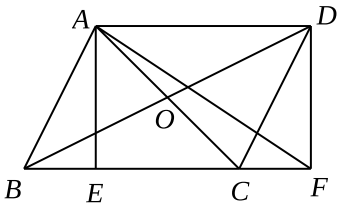
∵平行四边形 $ABCD$，

∴ $AD // BC$，$AD=BC$

∵ $CF=BE$，

∴ $CF+EC=BE+EC$，

即 $BC=EF$………………………………………2 分



∴ $AD=EF$

∴四边形 $AEFD$ 是平行四边形

∵ $AE\perp BC$

∴ $\angle AEF=90°$

∴四边形 $AEFD$ 是矩形…………………………3 分

（2）解：在 Rt△ABE 中，$\angle AEB=90°$， $\tan\angle ABC=2$，$BE=1$，

∴．$\dfrac{AE}{BE}=2$

∴ $AE=2$．

∵四边形 $AEFD$ 为矩形，

∴ $FD=AE=2, \angle ADF=90°$．

∵ $AD=3$，

$\therefore AF=\sqrt{AD^2+DF^2}=\sqrt{3^2+2^2}=\sqrt{13}$…………5 分

23．解：（1）∵反比例函数 $y=\frac{m}{x}$ 与一次函数 $y=kx+b$ 相交于 A(3，2)、B(-2，n)两点

∴将 A(3，2)代入反比例函数 $y=\frac{m}{x}$ 中得 m=6

∴反比例函数的表达式是 $y=\frac{6}{x}$……………………………………………………1 分

将 B(-2，n)代入反比例函数 $y=\frac{6}{x}$ 中得 n=-3.…………………………………2 分

将 A(3，2)、B(-2，-3)代入一次函数 $y=kx+b$ 中得

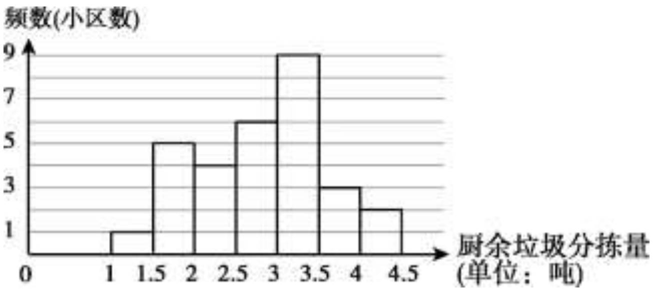
$\begin{cases}3k+b=2\\-2k+b=-3\end{cases}$，解得 $\begin{cases}k=1\\b=-1\end{cases}$…………………………………………………3 分

∴一次函数的表达式是 $y=x-1$.

（2）

p=2 或-1.………………………………………………………………………6 分

24．（1）



……………………2 分

（2）15，8.0.…………………………………………………………………4 分

（3）2.8………………………………………………………………………6 分

25．（1）证明：

∵CB 是⊙O 的切线，

∴∠OBC=90°……………………………………………………………………1 分

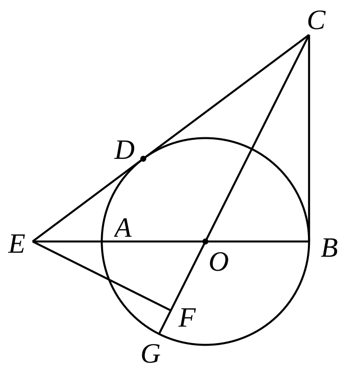
∵$EF\perp OG$，**错误!未定义书签。**

∴∠OFE=90°.

∴ $\angle COB+\angle OCB=90°, \angle EOF+\angle OEF=90°$

∵ $\angle COB=\angle EOF$，

∴ $\angle FEB=\angle OCB$，…………………………2 分



∵ CD,CB 是⊙O 的切线，

∴ $\angle OCB=\angle EOF$

∴ $\angle FEB=\angle ECF$……………………………3 分

（2）解：连接 OD

∵ CD 是⊙O 的切线

∴ $\angle ODE=90°$

∵ $\sin\angle CEB=\dfrac{3}{5}$，

∴ $\dfrac{OD}{OE}=\dfrac{3}{5}$，

∵ $AB=6$，

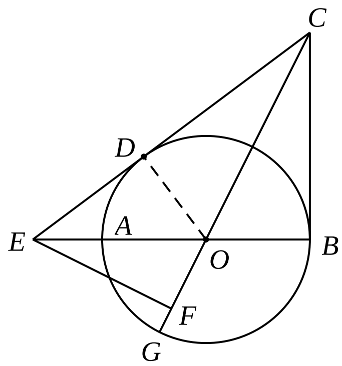
∴ $OD=3$.

∴ $OE=5$

∴ $EB=8$

∵ $\angle CBE=90°, \sin\angle CEB=\dfrac{3}{5}$

∴ $CB=6$……………………………………5 分



∴ $CO=\sqrt{OB^2+BC^2}=3\sqrt{5}$.

∵ $\triangle EOF\backsim\triangle COB$

∴ $\dfrac{EF}{CB}=\dfrac{EO}{CO}$，

∴ $\dfrac{EF}{6}=\dfrac{5}{3\sqrt{5}}$.

∴ $EF=2\sqrt{5}$. ……………………………6 分

26．解：（1）令 x=0 则 y=2，

∴ A(0，2)……………………………………………………………1 分

配方得：$y=ax^2-4ax+2=a(x^2-4x+4)+2-4a=a(x-2)^2+2-4a$，

∴二次函数图象的对称轴是 x=2.…………………………………………2 分

（2）画图，由于抛物线开口向上，当 $0 \le x \le 5$ 时，y 的最小值是-2，在顶点处取得.

即 2-4a=-2，解得 a=1……………………………………………………………3 分

∴二次函数表达式为 $y = x^2 - 4x + 2$，由图象可知，

当 x=5 时，y 有最大值，$y = 5^2 - 4 \times 5 + 2 = 7$………………………………4 分

（3）t≤0 或 t≥1………………………………………………………………………6 分

27．（1）解：∵∠ACB=90°，∠CAB=30°，

∴∠ABC=60°………………1 分

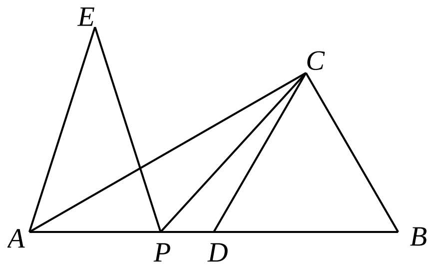
∵D 是 AB 边的中点，

∴CD=BD.

∴△CDB 是等边三角形

∴CD=BC. ……………………2 分

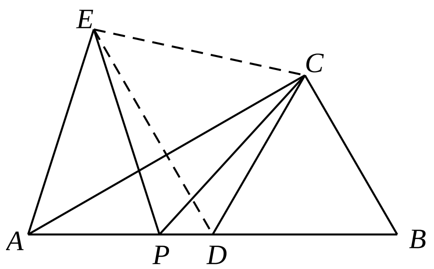
（2）①



……………………………3 分

②线段 PE 与 AE 之间的数量关系为 PE=AE.

证明：连接 EC,ED



∵PE=PC，∠EPC=60°

∴△EPC 是等边三角形

∴CP=CE，∠ECP=60°

∵∠DCB=60°

∴∠ECD=∠PCB,

∵CD=CB，

∴△CPB≌△CED，

∴∠CDE=∠B=60°,

∵∠CDB=60°

∴∠ADE=60°，

∴$\angle ADE=\angle CDE$

∵$DA=DC$

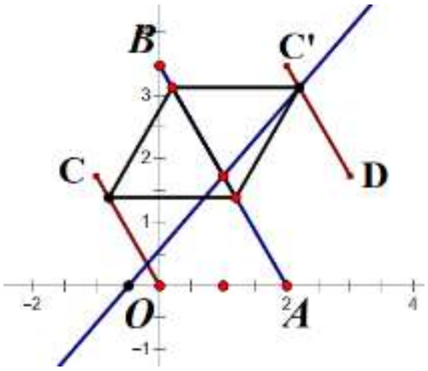
∴$\triangle ADE\cong\triangle CDE$

∴$AE=CE$

∴$AE=PE$…………………………………………………………………………7 分

28．解：（1）C_1，C_2……………………………………………………………………2 分

（2）如图，线段 AB 的"正点"在线段 OC 和 $C'D$ 上…………………………3 分



由等边三角形的性质以及 AB 长为 4，

可知六边形 $BCOADC'$ 是正六边形，中心是$(1,\sqrt{3})$.

直线 $y=k(x-1)+\sqrt{3}$（$k\neq 0$）绕$(1,\sqrt{3})$旋转………………………………………4 分

当直线 $y=k(x-1)+\sqrt{3}$（$k\neq 0$）过原点时，$k=\sqrt{3}$.

∴ $0<k\leqslant\sqrt{3}$ ……………………………………5 分

（3）$-6\leqslant t\leqslant 2-4\sqrt{3}$ 或 $-2\leqslant t<0$……………7 分.