

2020 北京平谷初三一模

数 学

2020. 5

注 意 事 项	<p>1. 本试卷共10页, 包括三道大题, 28道小题, 满分100分。考试时间120分钟。</p> <p>2. 在试卷和答题卡上准确填写学校名称、班级、姓名和考号。</p> <p>3. 试题答案一律填涂或书写在答题卡上, 在试卷上作答无效。</p> <p>4. 在答题卡上, 选择题、作图题用2B铅笔作答, 其他试题用黑色字迹签字笔作答。</p> <p>5. 考试结束, 请将答题卡交回。</p>
------------------	--

一、选择题(本题共16分, 每小题2分)

第1—8题均有四个选项, 符合题意的选项只有一个.

1. 面对突如其来的疫情, 全国广大医务工作者以白衣为战袍, 义无反顾的冲在抗疫战争的一线, 用生命捍卫人民的安全. 据统计, 全国共有346支医疗队, 将近42600名医护工作者加入到支援湖北武汉的抗疫队伍, 将42600用科学计数法表示为

A. 0.426×10^5 B. 4.26×10^4 C. 42.6×10^3 D. 426×10^2

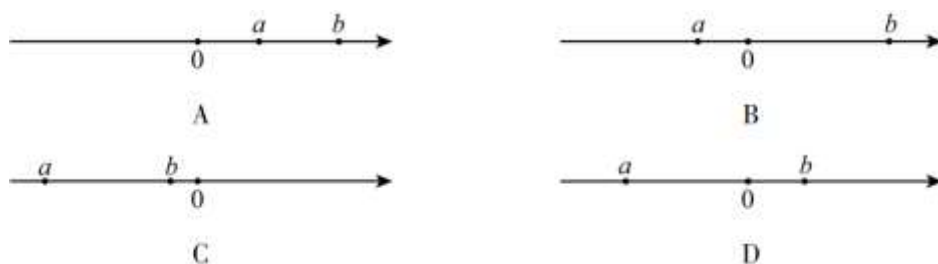
2. 剪纸是我们国家特别悠久的民间艺术形式之一, 它是人们用祥和的图案企望吉祥、幸福的一种寄托. 下列剪纸图形中, 既是轴对称图形又是中心对称图形的是



3. n 边形的内角和为 1800° , 则该 n 边形的边数为

A. 12 B. 10 C. 8 D. 6

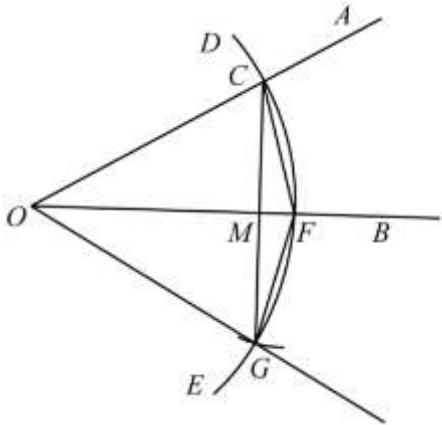
4. 若已知实数 a, b 满足 $ab < 0$, 且 $a + b > 0$, 则 a, b 在数轴上的位置正确的是



5. 已知锐角 $\angle AOB$

如图,

- (1) 在射线 OA 上取一点 C , 以点 O 为圆心, OC 长为半径作弧 DE , 交射线 OB 于点 F , 连接 CF ;
- (2) 以点 F 为圆心, CF 长为半径作弧, 交弧 DE 于点 G ;
- (3) 连接 FG, CG . 作射线 OG . 根据以上作图过程及所作图形, 下列结论中错误的是



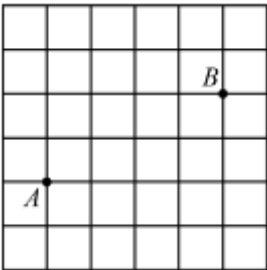
- A. $\angle BOG = \angle AOB$
- B. 若 $CG = OC$ 则 $\angle AOB = 30^\circ$
- C. OF 垂直平分 CG
- D. $CG = 2FG$

6. 如果 $m - n - 3 = 0$, 那么代数式 $(\frac{m^2}{n} - n) \cdot \frac{n}{m+n}$ 的值为

- A. 3
- B. 2
- C. -3
- D. -2

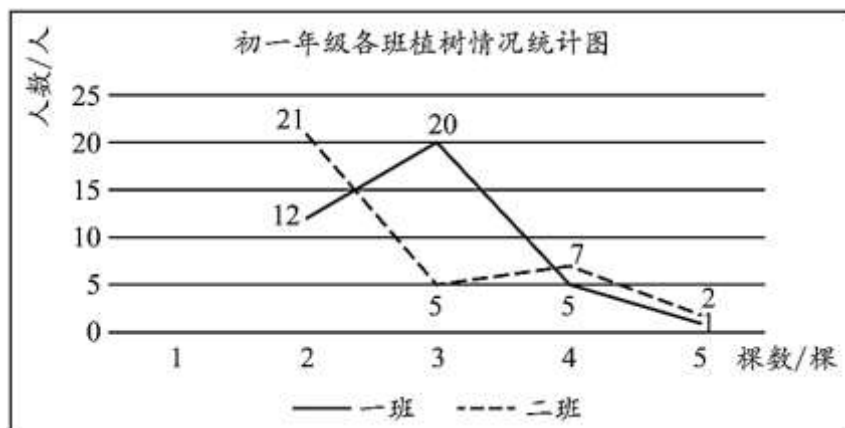
7. 如图是 6×6 的正方形网格, 点 A, B 均在格点上. 如果点 C 也在此正方形网格的格点上, 且 $\angle ACB = 90^\circ$, 则满足条件的点 C 共有

- A. 3个
- B. 4个
- C. 6个
- D. 8个



8. 某校在“爱护地球, 绿化祖国”的活动中, 组织同学开展植树造林活动, 为了了解同学的植树情况, 学校抽查了初一年级所有同学的植树情况 (初一年级共有两个班), 并将调查数据整理绘制成如下所示的部分数据尚不完整的统计图表.

初一年级植树情况统计表					
棵树/棵	1	2	3	4	5
人数	7	33	a	12	3



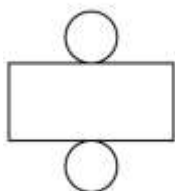
下面有四个推断：

- ①a的值为20；
 ②初一年级共有80人；
 ③一班植树棵树的众数是3；
 ④二班植树棵树的是中位数2. 其中合理的是
- A. ①③ B. ②④ C. ②③ D. ②③④

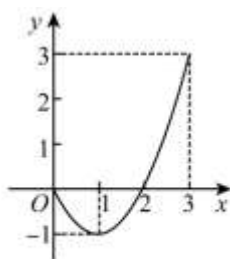
二、填空题(本题共16分, 每小题2分)

9. 因式分解: $2a^2 - 4a + 2 =$ _____.

10. 如图为某几何体的展开图, 该几何体的名称是.



第10题图



第12题图

11. 若代数式 $\frac{x}{x-1}$ 有意义, 则实数 x 的取值范围是_____.

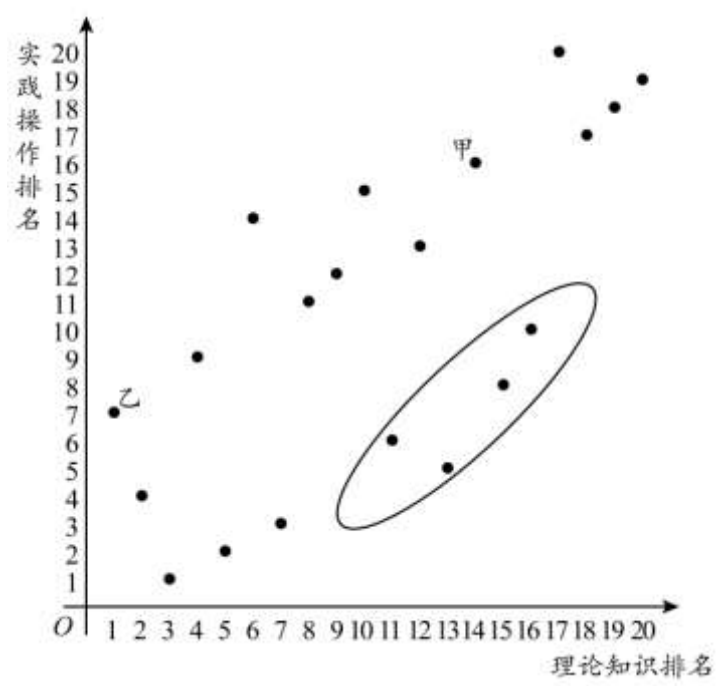
12. 二次函数 $y = ax^2 + bx + c(0 \leq x \leq 3)$ 的图象如图所示, 则 y 的取值范围是_____.

13. 用一组 a, b 的值说明命题“如果 $a > b$, 那么 $a^2 > b^2$ ”是错误的, 这组值可以是_____.

14. 如图, 矩形 $ABCD$ 中, $AB = 3, BC = 6$, 点 E, F 是 BC 的三等分点, 连接 AF, DE , 相交于点 M , 则线段 ME 的长为_____.

15. 我国古代数学著作《孙子算经》中记载了这样一个有趣的数学问题“今有五等诸侯, 共分橘子 60 颗, 人别加三颗, 问五人各得几何?” 题目大意是: 诸侯 5 人, 共同分 60 个橘子, 若后面的人总比前一个人多分 3 个, 问每个人各分得多少个橘子? 若设中间的那个人分得 x 个, 依题意可列方程得_____.

16. 某公司计划招募 10 名技术人员, 他们对 20 名面试合格人员进行了测试, 测试包括理论知识和实践操作两部分, 20 名应聘者的成绩排名情况如图所示.



- 下面有3个推断:
- ①甲测试成绩非常优秀, 入选的可能性很大;
 - ②乙的理论知识排名比实践操作排名靠前;
 - ③位于椭圆形区域内的应聘者应该加强该专业理论知识的学习. 其中合理的是_____ . (写序号)

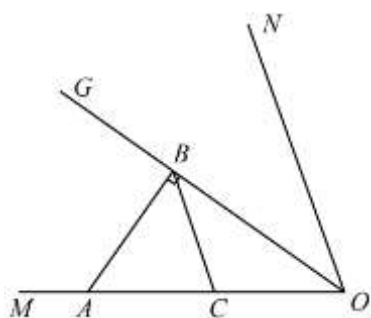
三、解答题(本题共68分, 第17~21题, 每小题5分, 第22~27题, 每小题6分, 第28题7分) 解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程.

17. 计算: $3\tan 30^{\circ} - (\pi - 4)^0 + \left(\frac{1}{2}\right)^{-1} + |\sqrt{3} - 2|$

18. 解不等式组:
$$\begin{cases} 4(x - 1) < x + 2 \\ \frac{3x + 1}{2} > x \end{cases}$$

19. 如图, OG 平分 $\angle MON$, 点 A 是 OM 边上一点, 过点 A 作 $AB \perp OG$ 于点 B , C 为线段 OA 中点, 连结 BC .

求证: $BC \parallel ON$.



20. 关于 x 的一元二次方程 $x^2 - 2kx + k^2 + k - 2 = 0$ 有两个不相等的实数根.

(1) 求 k 的取值范围;

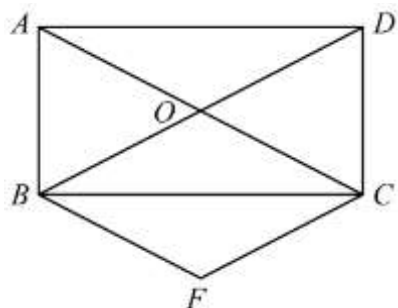
(2) 若 k 为正整数, 求 k 的值及此时方程的根.

21. 如图, 矩形 $ABCD$ 的对角线 AC , BD 相交于点 O , 过 B 点作 $BF \parallel AC$, 过 C 点作 $CF \parallel BD$, BF 与 CF 相交于点 F .

(1) 求证: 四边形 $BFCO$ 是菱形;

(2) 连接 OF 、 DF , 若 $AB = 2$, $\tan \angle OFD = \frac{2}{3}$

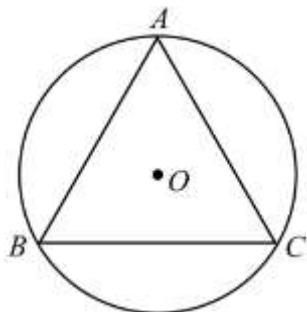
求 AC 的长.



22. 如图, 等边 $\triangle ABC$, 作它的外接圆 $\odot O$, 连接 AO 并延长交 $\odot O$ 于点 D , 交 BC 于点 E , 过点 D 作 $DF \parallel BC$, 交 AC 的延长线于点 F .

(1) 依题意补全图形并证明: DF 与 $\odot O$ 相切;

(2) 若 $AB = 6$, 求 CF 的长.



23. 在平面直角坐标系中, 反比例函数 $y = \frac{k}{x} (x > 0)$ 的图象 G 与直线 $l: y = 2x - 4$ 交于点 $A(3, a)$.

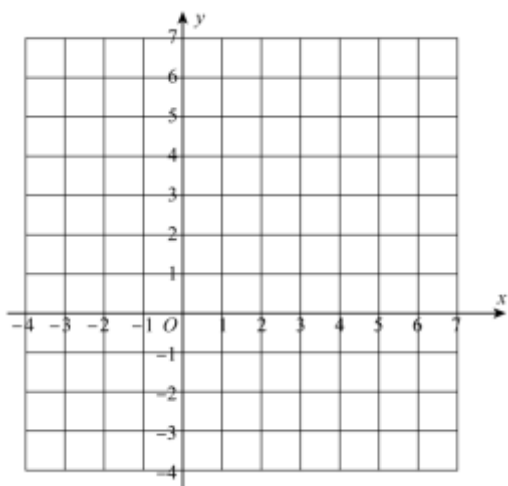
(1) 求 k 的值;

(2) 已知点 $P(0, n) (n > 0)$, 过点 P 作平行于 x 轴的直线, 与图象 G 交于点 B , 与直线 l

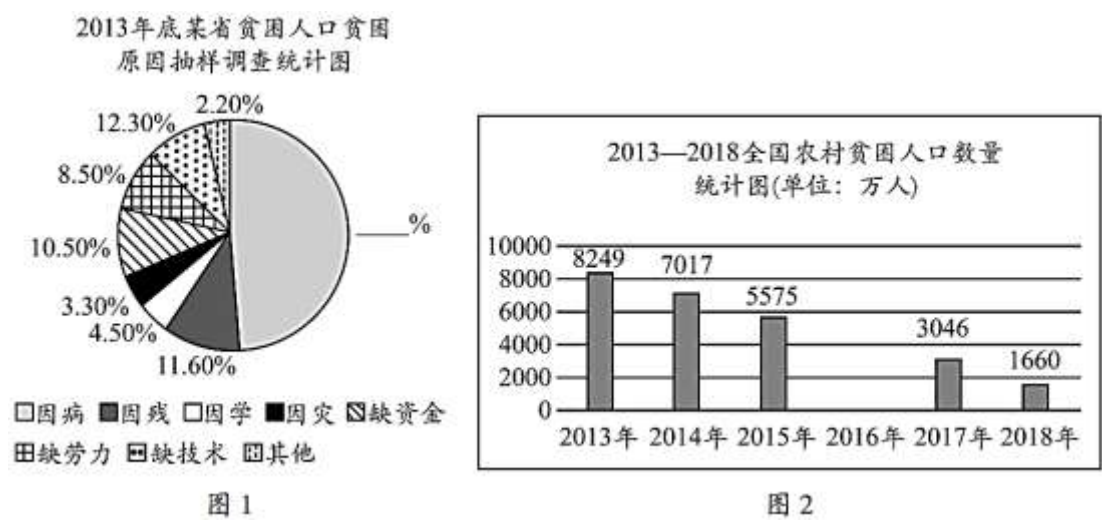
交于点 C . 横、纵坐标都是整数的点叫做整点. 记图象 G 在点 A, B 之间的部分与线段 AC, BC 围成的区域(不含边界)为 W .

①当 $n = 5$ 时, 直接写出区域 W 内的整点个数;

②若区域 W 内的整点恰好为3个, 结合函数图象, 直接写出 n 的取值范围.



24. 2013 年 11 月, 习近平同志到湖南湘西考察时, 首次作出了“实事求是、因地制宜、分类指导、精准扶贫”的重要指示. 精准扶贫一方面要为贫困把脉, 找准原因. 各省各地区分别对建档立卡的贫困人员进行摸底调查. 如图 1 为某省 2013 年底随机抽取 40000 名建档立卡的贫困人员, 对他们的致贫原因进行了抽样调查的问卷结果. 另一方面, 精准扶贫要对症下药, 2013 至 2018 年, 中央财政安排专项扶贫资金从 394 亿元增加到 1060 亿元, 累计投入 3882 亿元; 加大贫困地区基础设施建设, 进一步完善医疗保险制度; 鼓励贫困户自主创业为其优先提供贷款支持. 党和人民的共同努力, 扶贫工作取得了很大进展, 如图 2, 2013 年至 2016 年, 我国现行标准下的农村贫困人口由 8249 万人减少至 4335 万人, 2018 年底, 全国贫困人口减至 1660 万人, 贫困发生率从 2013 年的 10. 2% 降至 1. 7%.



2013—2018 全国农村人口总数量统计表(万人)					
2013 年	2014 年	2015 年	2016 年	2017 年	2018 年
80872	97458	97808	96333	98258	97647

- (1) 补全扇形统计图和条形统计图;
- (2) 贫困发生率指的是低于贫困线的人口占该地区全部人口的比例. (贫困发生率=贫困人数÷统计全人数×100%). 贫困发生率是否低于 3%, 是判断一个地区是否脱贫的一项重要指标. 我国从_____年开始达到了这个标准;
- (3) 结合 2013 年底的抽样调查结果, 下列推断合理的是:_____.

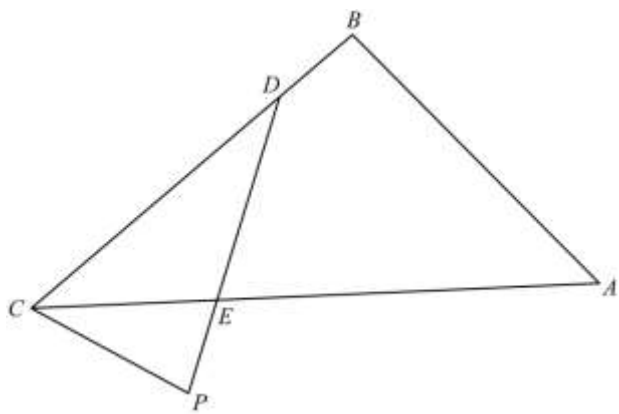
①生病是导致贫困的最主要原因, 因此需要进一步完善医疗保险制度;

②全省约有 1800 人因贫穷面临辍学;

③通过各地捐款, 可以有效缓解了生产资金短缺的困难;

④约有将近五分之一的贫困人口缺少劳动力和技术支持, 我们可以通过实用技术培训, 使有劳动能力的贫困人口和有意愿的残疾贫困人口掌握一技之长.

25. 如图, P 是 $\triangle ABC$ 外部的一点, D 是线段 BC 上一动点, 连接 PD 交 AC 于点 E .



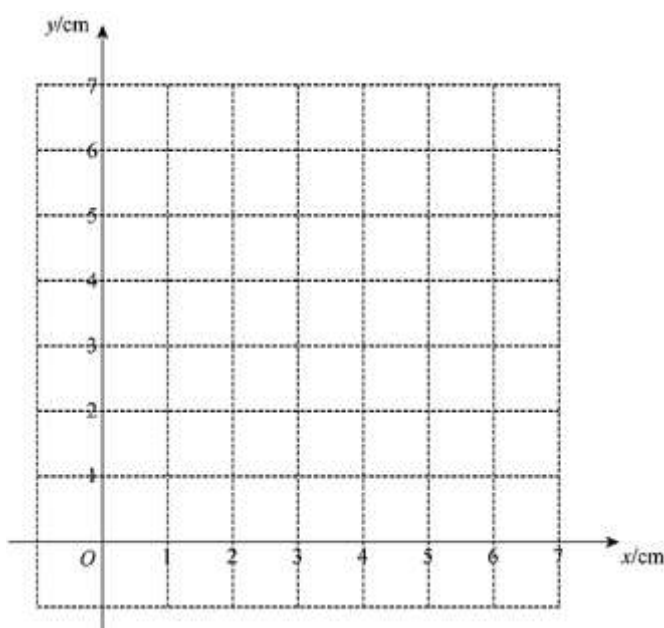
小明根据学习函数的经验, 对线段 PD , PE , CD 的长度之间的关系进行了探究.
下面是小明的探究过程, 请补充完整:

(1) 对于点 D 在 BC 上的不同位置, 画图、测量, 得到了线段 PD , PE , CD 的长度的几组值, 如下表:

	位置 1	位置 2	位置 3	位置 4	位置 5	位置 6	位置 7	位置 8	位置 9
PD/cm	2.56	2.43	2.38	2.43	2.67	3.16	3.54	4.45	5.61
PE/cm	2.56	2.01	1.67	1.47	1.34	1.32	1.34	1.40	1.48
CD/cm	0.00	0.45	0.93	1.40	2.11	3.00	3.54	4.68	6.00

在 PD , PE , CD 的长度这三个量中, 确定_____的长度是自变量, _____的长度和_____的长度都是这个自变量的函数;

(2) 在同一平面直角坐标系 xOy 中, 画出 (1) 中所确定的两个函数的图象;



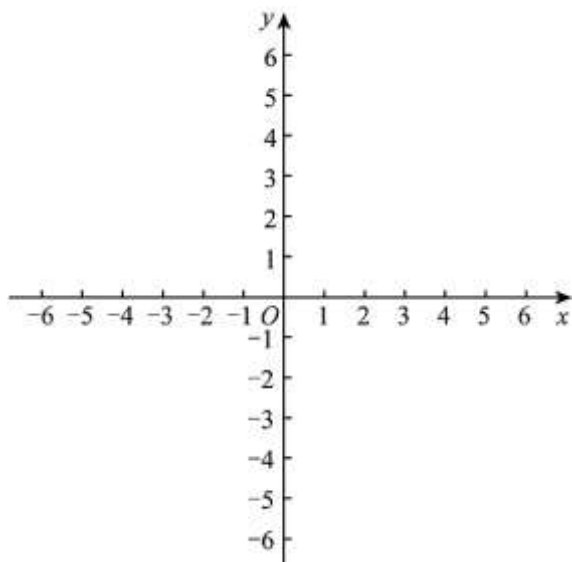
(3) 结合函数图象, 解决问题: 连接 CP , 当 $\triangle PCD$ 为等腰三角形时, CD 的长度约为_____ cm . (精确到 0.1)

26. 在平面直角坐标系 xOy 中, 二次函数 $y = x^2 - 2mx + 1$ 图象与 y 轴的交点为 A , 将点 A 向右平移4个单位长度得到点 B .

(1) 直接写出点 A 与点 B 的坐标;

(2) 求出抛物线的对称轴(用含 m 的式子表示);

(3) 若函数 $y = x^2 - 2mx + 1$ 的图象与线段 AB 恰有一个公共点, 求 m 的取值范围.

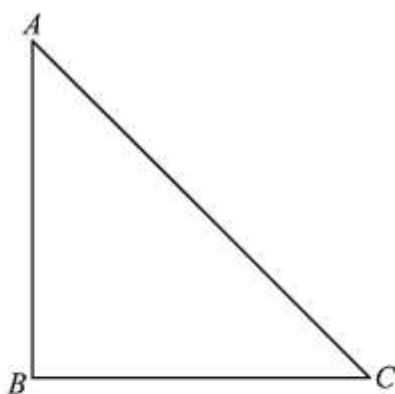
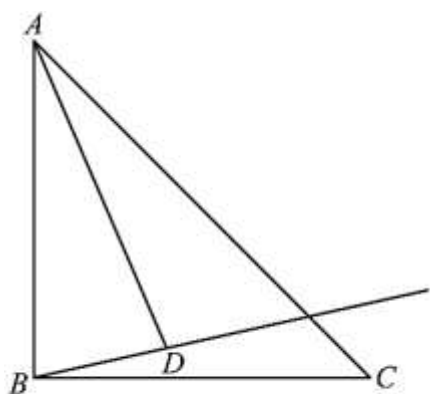


27. 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = BC$, $\angle ABC = 90^\circ$, 将线段 AB 绕点 A 逆时针旋转 α ($0^\circ < \alpha < 90^\circ$) 得到线段 AD . 作射线 BD , 点 C 关于射线 BD 的对称点为点 E . 连接 AE , CE .

(1) 依题意补全图形;

(2) 若 $\alpha = 20^\circ$, 直接写出 $\angle AEC$ 的度数;

(3) 写出一个 α 的值, 使 $AE = \sqrt{2}$ 时, 线段 CE 的长为 $\sqrt{3} - 1$, 并证明.



备用图

28. 在 $\triangle ABM$ 中, $\angle ABM = 90^\circ$, 以 AB 为一边向 $\triangle ABM$ 的异侧作正方形 $ABCD$, 以 A 为圆心, AM 为半径作 $\odot A$, 我们称正方形 $ABCD$ 为 $\odot A$ 的“关于 $\triangle ABM$ 的友好正方形”, 如果正方形 $ABCD$ 恰好落在 $\odot A$ 的内部(或圆上), 我们称正方形 $ABCD$ 为 $\odot A$ 的“关于 $\triangle ABM$ 的绝对友好正方形”,

例如, 图 1 中正方形 $ABCD$ 是 $\odot A$ 的“关于 $\triangle ABM$ 的友好正方形”.

(1) 如图 2, 在 $\triangle ABM$ 中, $BA = BM$, $\angle ABM = 90^\circ$, 在图中画出 $\odot A$ 的“关于 $\triangle ABM$ 的友好正方形 $ABCD$ ”;

(2) 若点 A 在反比例函数 $y = \frac{k}{x} (k > 0, x > 0)$ 上, 它的横坐标是 2, 过点 A 作 $AB \perp y$ 轴于 B , 若正方形 $ABCD$ 为 $\odot A$ 的“关于 $\triangle ABO$ 的绝对友好正方形” 求 k 的取值范围;

(3) 若点 A 是直线 $y = -x + 2$ 上的一个动点, 过点 A 作 $AB \perp y$ 轴于 B , 若正方形 $ABCD$ 为 $\odot A$ 的“关于 $\triangle ABO$ 的绝对友好正方形”, 求出点 A 的横坐标 m 的取值范围.

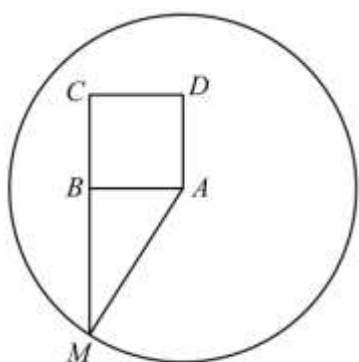


图 1

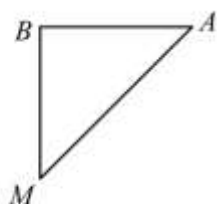
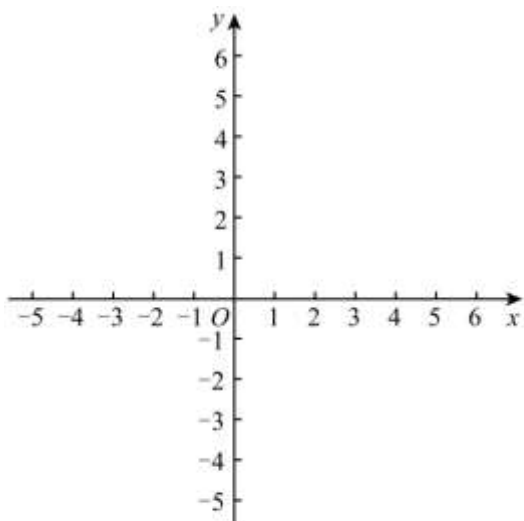
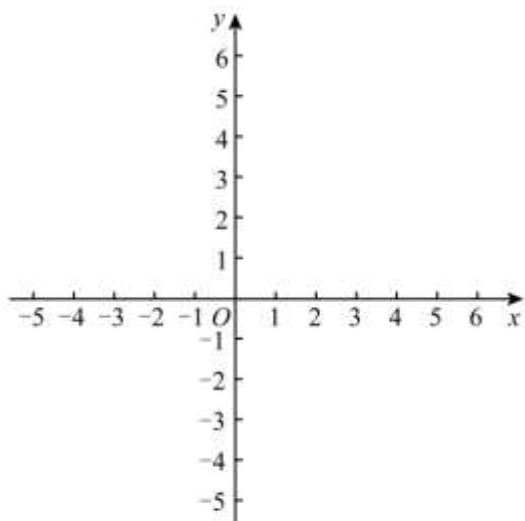


图 2



备用图



备用图

2020 北京平谷初三一模数学

参考答案

一、选择题（本题共16分，每小题2分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	B	C	A	B	D	A	C	D

二、填空题（本题共16分，每小题2分）

9. $(2a - 1)^2$;

10. 圆柱;

11. $x \neq 1$;

12. $-1 \leq y \leq 3$;

13. 答案不唯一, 如 $a = 0$, $b = -1$;

14. $\frac{5}{4}$;

15. $(x - 6) + (x - 3) + x + (x + 3) + (x + 6) = 60$; 或 $5x = 60$

16. ②③.

三、解答题(本题共 68 分, 第 17-21 题, 每小题 5 分, 第 22-27 题, 每小题 6 分, 第 28 题 7 分)解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程.

17. 解: 原式 $= 3 \times \frac{\sqrt{3}}{3} - 1 + 2 + 2 - \sqrt{3}$ 4分

$= 3$ 5分

18. 解: 由①得 $4x - 4 < x + 2$

$x < 2$ 1

由②得 $3x + 1 > 2x$ 2

$x > -1$ 3

$\therefore -1 < x < 2$ 5

19. 证明: $\because OG$ 平分 $\angle MON$

$$\therefore \angle MOG = \angle NOG \dots\dots\dots 1$$

$\because AB \perp OG$ 于点 B

$$\therefore \angle ABO = 90^\circ \dots\dots\dots 2$$

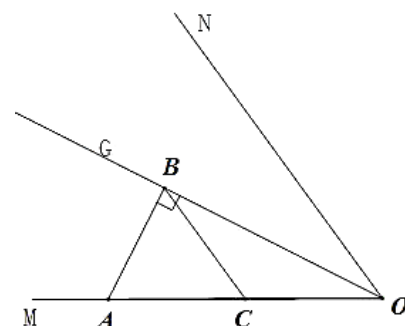
$\because C$ 为线段 OA 中点

$$BC = \frac{1}{2}AO = CO \dots\dots\dots 3$$

$$\therefore \angle MOG = \angle CBO \dots\dots\dots 4$$

$$\therefore \angle NOG = \angle CBO$$

$$\therefore BC \parallel ON \dots\dots\dots 5$$



$$20. \text{ 解: } (1) \Delta = (-2k)^2 - 4(k^2 + k - 2) \dots\dots\dots 1$$

$$= -4k + 8 \dots\dots\dots 2$$

\because 有两个不相等的实数根

$$\therefore -4k + 8 > 0$$

$$\therefore k < 2 \dots\dots\dots 3$$

(2) $\because k < 2$ 且 k 为正整数

$$\therefore k = 1 \dots\dots\dots 4$$

$$\therefore x^2 - 2x = 0$$

$$\text{解得 } x_1 = 0, x_2 = 2. \dots\dots\dots 5$$

21. (1) 证明: $\because BF \parallel AC, CF \parallel BD$

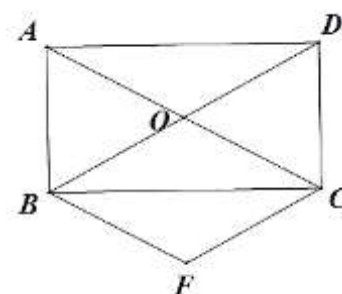
$$\therefore \text{四边形 } OBFC \text{ 是平行四边形} \dots\dots\dots 1$$

\because 矩形 $ABCD$

$$\therefore AC = BD, BO = \frac{1}{2}BD, CO = \frac{1}{2}AC$$

$$\therefore OB = OC$$

$$\therefore \text{四边形 } OBFC \text{ 是菱形} \dots\dots\dots 2$$



(2) 解:连接 FO 并延长交 AD 于 H , 交 BC 于 K

\because 菱形 $OBFC$

$\therefore \angle BKO = 90^\circ \dots\dots\dots 3$

\because 矩形 $ABCD$

$\therefore \angle DAB = \angle ABC = 90^\circ, OA = OD$

\therefore 四边形 $ABKH$ 是矩形

$\therefore \angle DHF = 90^\circ, HK = AB = 2$

$\therefore H$ 是 AD 中点

$\because O$ 是 BD 中点

$\therefore OH = \frac{1}{2}AB = 1$

$\therefore FK = OK = OH = 1$

$\therefore HF = 3 \dots\dots\dots 4$

$\because \tan \angle AFD = \frac{2}{3}$

$\therefore HD = AH = 2$

$\therefore BC = AD = 4$

由勾股定理: $AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = 2\sqrt{5} \dots\dots\dots 5$

22. (1) 依题意补全图形. $\dots\dots\dots 1$

证明:

\because 等边 $\triangle ABC$,

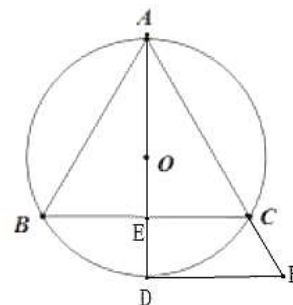
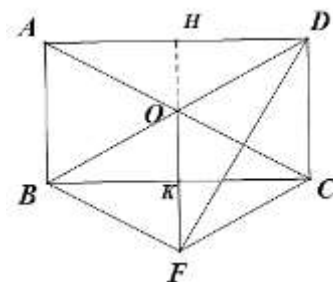
$\therefore AB = AC$

$\therefore \widehat{AB} = \widehat{AC} \dots\dots\dots 2$

$\because AD$ 过圆心 O

由垂径定理, $\angle AEC = 90^\circ$

$\because DF \parallel BC$,



$\therefore \angle ADF = 90^\circ$

$\therefore DF$ 与 $\odot O$ 相切.....3

(2) 解：连接 DC

\because 等边 $\triangle ABC$,

$\therefore AB = AC = BC = 6$

$\angle BAC = 60^\circ$ 4

$\because AD \perp BC$

$\therefore \angle DAC = 30^\circ$

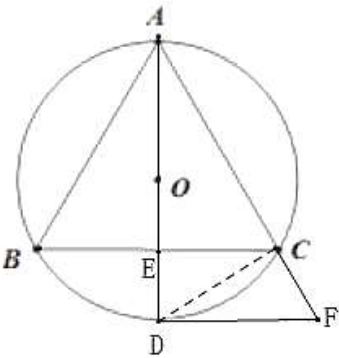
$\because AD$ 是直径

$\therefore \angle ACD = 90^\circ$

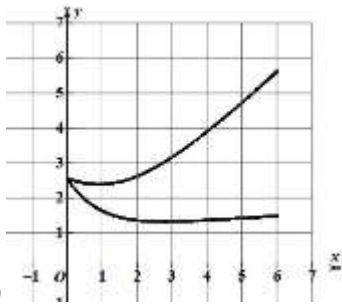
$\therefore DC = 2\sqrt{3}$5

$\because \angle DCF = 90^\circ, \angle F = 60^\circ$

$\therefore CF = 2$6



- 23. (1) $A(3,2)$ 1
- $k = 6$ 2
- (2) 33
- (3) $4 < n \leq 5$ 或 $0 < n < 1$ 6
- 24. (1) 扇形统计图补充完整47.1%1
- 条形统计图补充完整43352
- (2) 2018.....4
- (3) ①④.....6
- 25. (1) 确定 CD 的长度是自变量， PD 的长度和 PE 的长度都是这个自变量的函数；1



(2) 3

(3) 2.6, 1.9, 3.5 6

26. (1) $A(0,1)$ 1

$B(4,1)$ 2

(2) $x = -\frac{b}{2a} = m$ 3

(3) $m \leq 0$ 或 $m > 2$ 6

27. (1) 补全图

形 1

(2) 135° 2

(3)

$\alpha = 30^\circ$ 3

证明：过 A 作 $AG \perp CE$ 于 G ，连接 AC 。 4

由题意， $BC = BE = BA$

$\therefore \angle BCE = \angle 2, \angle BAE = \angle 1$

$\because \angle BCE + \angle 2 + \angle BAE + \angle 1 + \angle ABC = 360^\circ$

$\because \angle ABC = 90^\circ$

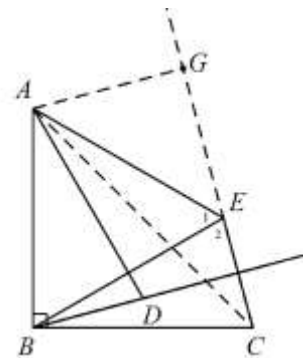
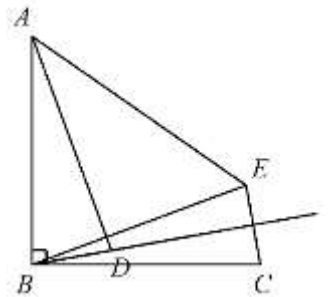
$\therefore 2(\angle 2 + \angle 1) = 270^\circ$

$\therefore \angle 2 + \angle 1 = 135^\circ$ 5

$\therefore \angle AEG = 45^\circ$

$\because AE = \sqrt{2}$

$\therefore AG = GE = 1$



当 $\alpha = 30^\circ$ 时,

$$\therefore \angle EBC = 30^\circ$$

$$\because BC = BE$$

$$\therefore \angle BCG = 75^\circ$$

$$\because \angle BCA = 45^\circ$$

$$\therefore \angle ACG = 30^\circ$$

$$\therefore CG = \sqrt{3}$$

$$\therefore CE = \sqrt{3} - 1 \dots\dots\dots 6$$

28. (1) 补全图形.....1

(2) 设 $A(2, a)$

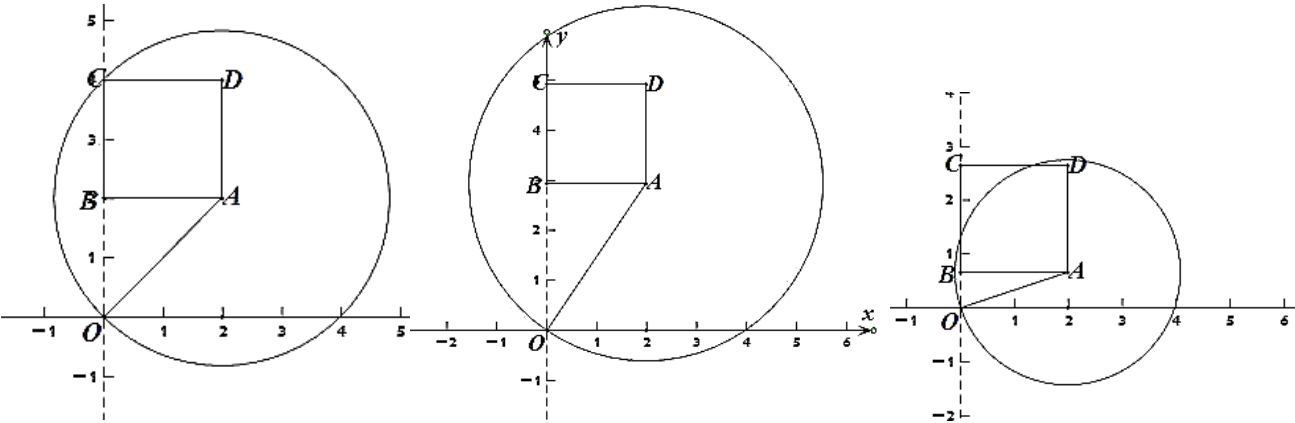
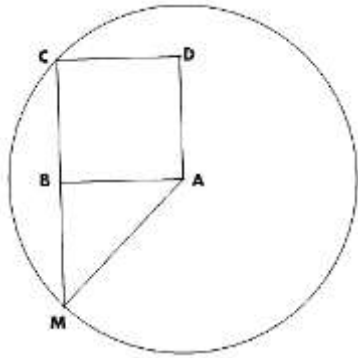
当 $a = 2$ 时, 正方形 $ABCD$ 的顶点 C 恰好落在 $\odot A$ 上;

当 $a > 2$ 时, 正方形 $ABCD$ 的顶点均落在 $\odot A$ 内部;

当 $a < 2$ 时, 正方形 $ABCD$ 的顶点 C 落在 $\odot A$ 外部;

$$\because \text{反比例函数 } y = \frac{k}{x} (k > 0, x > 0) \text{ 过点 } A(2, a)$$

$$\therefore \text{当 } a \geq 2 \text{ 时, } k \geq 4 \dots\dots\dots 4$$



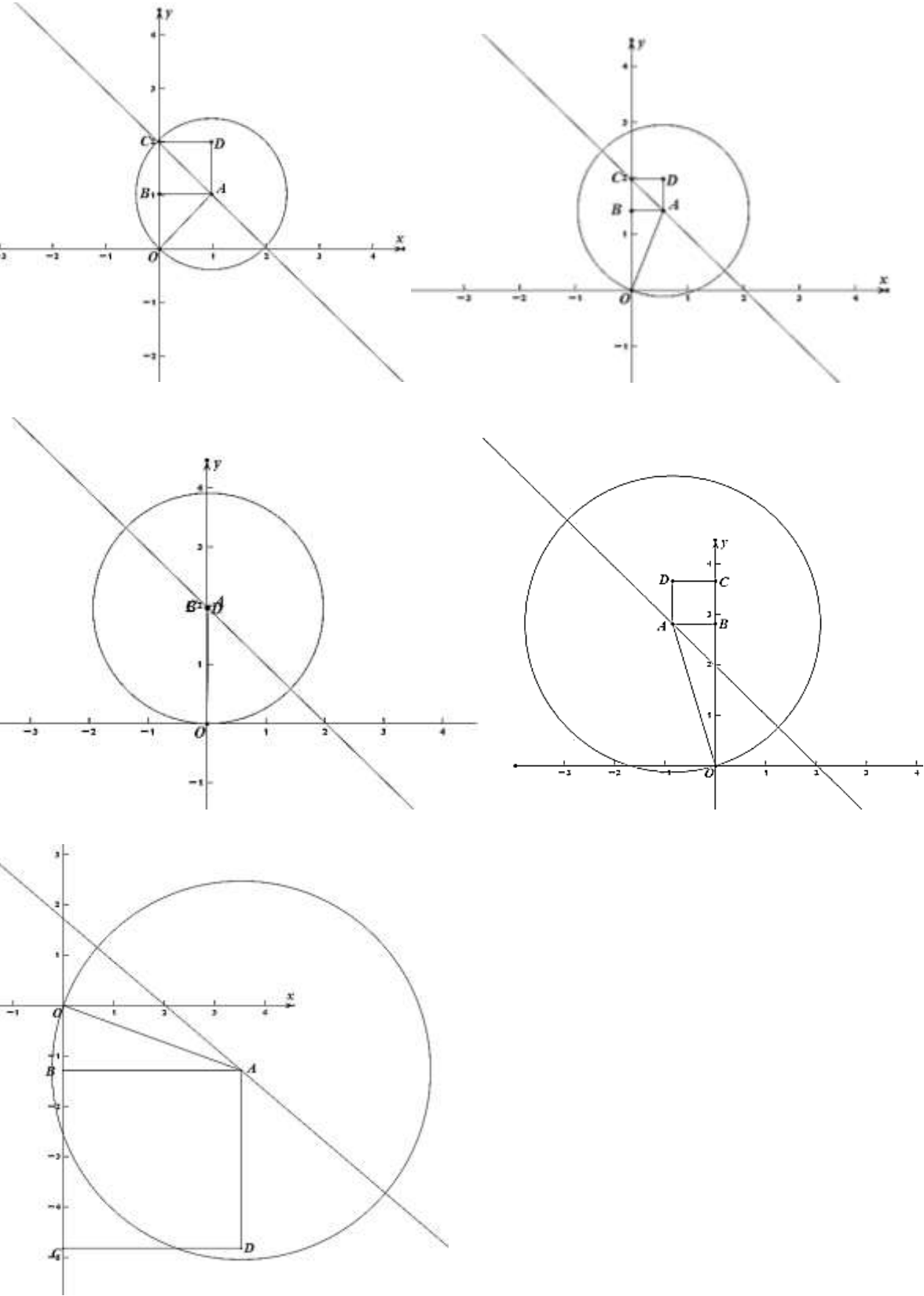
(3) 当 $m = 1$ 时, 正方形 $ABCD$ 的顶点 C 恰好落在 $\odot A$ 上;

当 $0 < m < 1$ 时, 正方形 $ABCD$ 均落在 $\odot A$ 内部;

当 $m = 0$ 时, $\triangle ABO$ 不存在;

当 $m < 0$ 时, 正方形 $ABCD$ 均落在 $\odot A$ 内部;

当 $m > 1$ 时，正方形 $ABCD$ 的顶点 C 落在 $\odot A$ 外部（当 $m = 2$ 时 $\triangle ABO$ 不存在）；



所以， $0 < m \leq 1$ 或 $m < 0$ 7