

2020 北京丰台初三三模

数 学

2020.07

考
生
须
知

1. 本试卷共 9 页，共三道大题，28 道小题，满分 100 分. 考试时间 120 分钟。
2. 在试卷和答题卡上认真填写学校名称、姓名和考号。
3. 试题答案一律填涂或书写在答题卡上，在试卷上作答无效。
4. 在答题卡上，选择题、作图题用 2B 铅笔作答，其他试题用黑色字迹签字笔作答。
5. 考试结束，将本试卷、答题卡一并交回。

一、选择题（本题共 16 分，每小题 2 分）

第 1-8 题均有四个选项，符合题意的选项只有一个。

1. 《北京市生活垃圾管理条例》对垃圾分类提出更高要求，于 2020 年 5 月 1 日起施行，施行的目的在于加强生活垃圾管理，改善城乡环境，保障人体健康。下列垃圾分类标志，既是轴对称图形又是中心对称图形的是（ ）



(A)



(B)



(C)



(D)

2. 自 2020 年 1 月 23 日起，我国仅用大概 10 天就建成了火神山医院，18 天建成了雷神山医院，彰显了“中国速度”。雷神山医院和火神山医院总建筑面积约为 113800 平方米。将 113800 用科学记数法表示应为（ ）

(A) 1.138×10^5

(B) 11.38×10^4

(C) 1.138×10^4

(D) 0.1138×10^6

3. 实数 a , b , c 在数轴上的对应点的位置如图所示，若 $|a| = |b|$ ，则下列结论中错误的是（ ）

(A) $b + c > 0$

(B) $a + c > 0$

(C) $a + b > 0$

(D) $ac < 0$

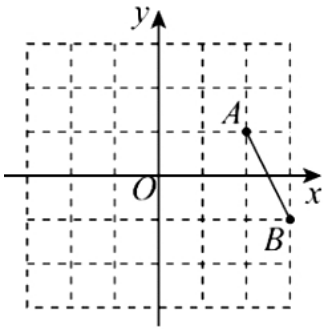


4. 若正多边形的内角和是 540° ，则该正多边形的一个外角为（ ）

(A) 45° (B) 60° (C) 72° (D) 90°

5. 如图，在平面直角坐标系 xOy 中，已知点 $A(2,1)$ ，点 $B(3, -1)$ ，平移线段 AB ，使点 A 落在点 $A_1(-2,2)$ 处，

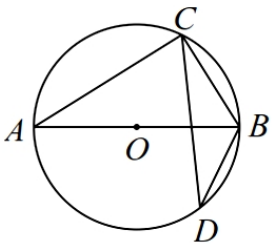
则点 B 的对应点 B_1 的坐标为 ()



- (A) $(-1,-1)$
- (B) $(-1,0)$
- (C) $(1,0)$
- (D) $(3,0)$

6. 如果 $a=\sqrt{3}-1$ ，那么代数式 $(1+\frac{1}{a-1})\div\frac{a}{a^2-1}$ 的值为 ()

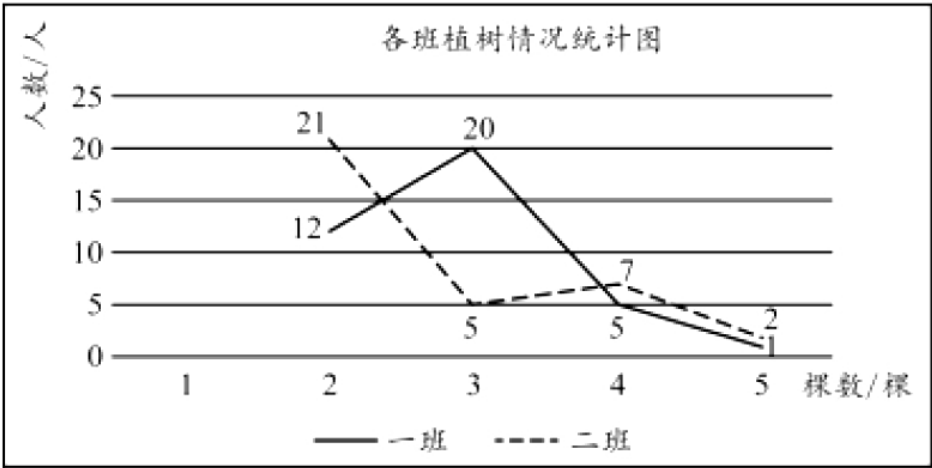
- (A) 3
- (B) $\sqrt{3}-2$
- (C) $\frac{\sqrt{3}}{3}$
- (D) $\sqrt{3}$



7. 如图， AB 是 $\odot O$ 的直径， CD 是弦，若 $\angle CDB=32^\circ$ ，则 $\angle CBA$ 的度数为 ()
- (A) 68°
- (B) 58°
- (C) 64°
- (D) 32°

8. 某校在“爱护地球，绿化祖国”的活动中，组织同学开展植树造林活动，为了了解同学的植树情况，学校抽查了初三年级所有同学的植树情况（初三年级共有两个班），并将调查数据整理绘制成如下所示的部分数据尚不完整的统计图表．下面有四个推断：

初三年级植树情况统计表					
棵树/棵	1	2	3	4	5
人数	7	33	a	12	3



- ① a 的值为 20；
- ② 初三年级共有 80 人；
- ③ 一班植树棵树的是中位数一定是 3；
- ④ 二班植树棵树的是众数是 2.

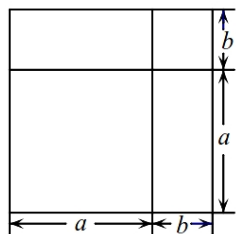
其中合理的是 ()

- (A) ①③ (B) ②④ (C) ②③ (D) ②③④

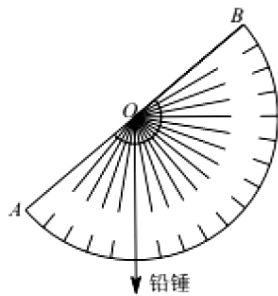
二、填空题（本题共 16 分，每小题 2 分）

9. 若代数式 $\frac{1}{x+1}$ 在实数范围内有意义，则 x 的取值范围是_____.

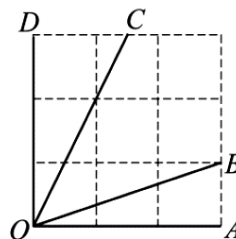
10. 如图，一个正方形被分成两个正方形和两个一模一样的矩形，请根据图形，写出一个含有 a, b 的正确的等式_____.



(第 10 题)



(第 11 题)

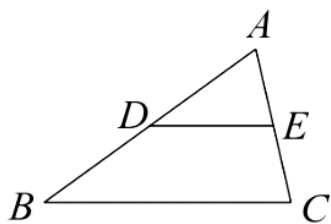


(第 12 题)

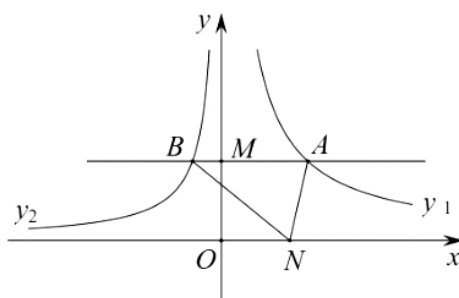
11. 如图，在量角器的圆心 O 处下挂一铅锤，制作了一个简易测倾仪，从量角器的点 A 处观测，当量角器的 0 刻度线 AB 对准旗杆顶端时，铅垂线对应的度数是 50° ，则此时观测旗杆顶端的仰角度数是_____.

12. 如图所示的网格是正方形网格，则 $\angle AOB$ _____ $\angle COD$ (填 “ $>$ ”、“ $=$ ” 或 “ $<$ ”).

13. 如图， D, E 分别是 $\triangle ABC$ 的边 AB, AC 的中点，若 $\triangle ADE$ 的面积为 1，则四边形 $DBCE$ 的面积等于_____.



(第 13 题)








(第 15 题)

14. 能够说明 “设 a, b 是任意非零实数，若 $a > b$ ，则 $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$ ” 是假命题的一组整数的 a, b 值依次为_____.

15. 如图，在平面直角坐标系 xOy 中，已知函数 $y_1 = \frac{3}{x} (x > 0)$ 和 $y_2 = -\frac{1}{x} (x < 0)$ ，点 M 为 y 轴正半轴上一点， N 为 x 轴上一点，过 M 作 y 轴的垂线分别交 y_1, y_2 的图象于 A, B 两点，连接 AN, BN ，则 $\triangle ABN$ 的面积为_____.

16. 小宇计划在某外卖网站点如下表所示的菜品. 已知每份订单的配送费为 3 元，商家为了促销，对每份订单的总价（不含配送费）提供满减优惠：满 30 元减 12 元，满 60 元减 30 元，满 100 元减 45 元. 如果小宇在购买下表中

的所有菜品时，采取适当的下订单方式，那么他点餐的总费用最低可为_____元.

菜品	单价（含包装费）	数量
 水煮牛肉（小）	30 元	1
 醋溜土豆丝（小）	12 元	1
 豉汁排骨（小）	30 元	1
 手撕包菜（小）	12 元	1
 米饭	3 元	2

三、解答题（本题共 68 分，第 17-23 题，每小题 5 分，第 24-26 题 6 分，第 27 题 7 分，第 28 题 8 分）

17. 下面是小方设计的“作一个 30° 角”的尺规作图过程.

已知：直线 AB 及直线 AB 外一点 P .

P

求作：直线 AB 上一点 C ，使得 $\angle PCB = 30^\circ$.

作法：①在直线 AB 上取一点 M ；

A B

②以点 P 为圆心， PM 为半径画弧，与直线 AB 交于点 M 、 N ；

③分别以 M 、 N 为圆心， PM 为半径画弧，在直线 AB 下方两弧交于点 Q .

④连接 PQ ，交 AB 于点 O .

⑤以点 P 为圆心， PQ 为半径画弧，交直线 AB 于点 C 且点 C 在点 O 的左侧.

则 $\angle PCB$ 就是所求作的角.

根据小方设计的尺规作图过程，

(1) 使用直尺和圆规补全图形；（保留作图痕迹）

(2) 完成下面的证明.

证明： $\because PM = PN = QM = QN$ ，

\therefore 四边形 $PMQN$ 是_____.

$\therefore PQ \perp MN$ ， $PQ = 2PO$ （_____）.（填写推理依据）

\because 在 $Rt\triangle POC$ 中， $\sin\angle PCB = \frac{PO}{PC} = \frac{1}{2}$.（填写数值）

$\therefore \angle PCB = 30^\circ$.

18. $\sqrt[3]{27} - |-\sqrt{3}| + \left(-\frac{1}{2}\right)^{-2} + 3 \tan 30^\circ$

19. 解不等式组 $\begin{cases} 3x-4 > 2(x-3) \\ \frac{x+4}{3} \geq x \end{cases}$ ，并写出它的所有非负整数解.

20. 已知关于 x 的一元二次方程 $ax^2 + 2x - 3 = 0$ 有实数根.

(1) 求 a 的取值范围;

(2) 若该方程有两个相等的实数根，求 a 的值及方程的根.

21. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB=AC$ ，点 D 是 BC 边的中点，连接 AD ，分别过点 A ， C 作 $AE \parallel BC$ ， $CE \parallel AD$ 交于点 E ，连接 DE ，交 AC 于点 O .

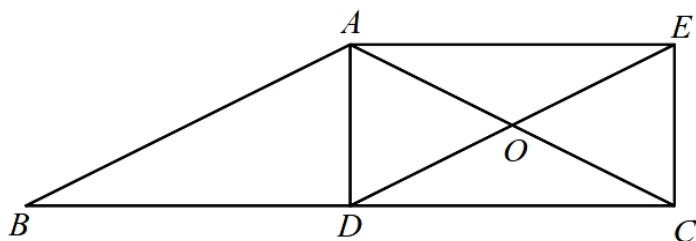
(1) 求证：四边形 $ADCE$ 是矩形;

(2) 若 $AB=10$ ， $\sin \angle COE = \frac{4}{5}$ ，求 CE 的长.

21. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB=AC$ ，点 D 是 BC 边的中点，连接 AD ，分别过点 A ， C 作 $AE \parallel BC$ ， $CE \parallel AD$ 交于点 E ，连接 DE ，交 AC 于点 O .

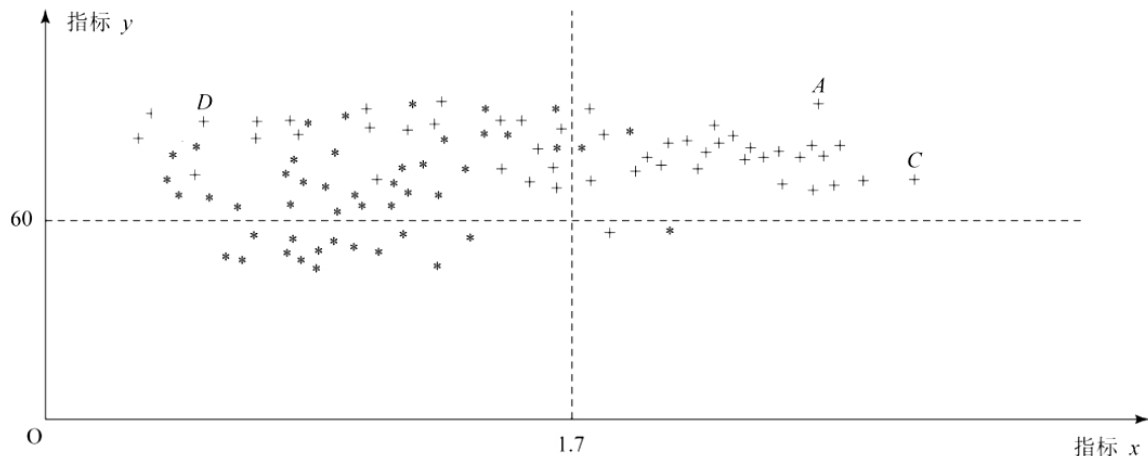
(1) 求证：四边形 $ADCE$ 是矩形;

(2) 若 $AB=10$ ， $\sin \angle COE = \frac{4}{5}$ ，求 CE 的长.

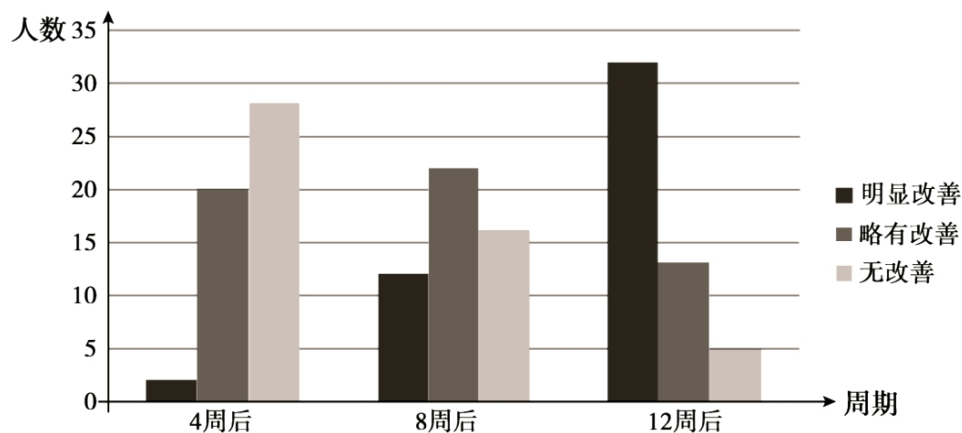


22. 为了研究一种新冠病毒的特效药，选 100 名患者随机分成两组，每组各 50 名，一组服药，另一组不服药，12 周后，记录了两组患者的生理指标 x 和 y 的数据，并制成下图，

其中 “*” 表示服药者，“+” 表示未服药者;



同时记录了服药患者在 4 周、8 周、12 周后的指标 z 的改善情况，并绘制成条形统计图。

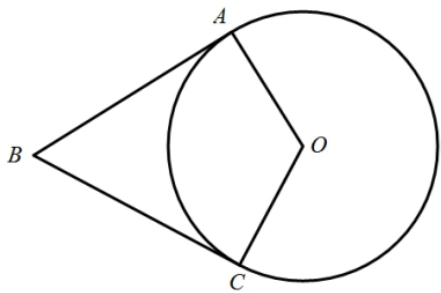


根据以上信息，回答下列问题：

- (1) 从服药的 50 名患者中随机选出一人，求此人指标 x 的值大于 1.7 的概率；
- (2) 设这 100 名患者中服药者指标 y 数据的方差为 S_1^2 ，未服药者指标 y 数据的方差为 S_2^2 ，则 S_1^2 _____ S_2^2 ；（填“>”、“=”或“<”）
- (3) 对于指标 z 的改善情况，下列推断合理的是。
 - ①服药 4 周后，超过一半的患者指标 z 没有改善，说明此药对指标 z 没有太大作用；
 - ②在服药的 12 周内，随着服药时间的增长，对指标 z 的改善效果越来越明显。

23. 如图，四边形 $OABC$ 中， $\angle OAB = \angle OCB = 90^\circ$ ， $BA = BC$ 。以 O 为圆心，以 OA 为半径作 $\odot O$ 。

- (1) 求证： BC 是 $\odot O$ 的切线；
- (2) 连接 BO 并延长交 $\odot O$ 于点 D ，延长 AO 交 $\odot O$ 于点 E ，与 BC 的延长线交于点 F ，
 - ①补全图形；
 - ②若 $AD = AC$ 求证： $OF = OB$ 。



24. 如图 24-1，在弧 MN 和弦 MN 所组成的图形中， P 是弦 MN 上一动点，过点 P 作弦 MN 的垂线，交弧 MN 于点 Q ，连接 MQ ．已知 $MN=6\text{cm}$ ，设 M, P 两点间的距离为 $x\text{cm}$ ， P, Q 两点间的距离为 $y_1\text{cm}$ ， M, Q 两点间的距离为 $y_2\text{cm}$ ．

小轩根据学习函数的经验，分别对函数 y_1, y_2 随自变量 x 的变化而变化的规律进行了探究．下面是小轩的探究过程，请补充完整：

(1) 按照下表中自变量 x 的值进行取点、画图、测量，分别得到了 y_1, y_2 与 x 的几组对应值：

x / cm	0	1	2	3	4	5	6
y_1 / cm	0	2.24	2.83	3.00	2.83	2.24	0
y_2 / cm	0	2.45	3.46	4.24	4.90	m	6

上表中 m 的值为_____．（保留两位小数）

(2) 在同一平面直角坐标系 xOy （图 24-2）中，函数 y_1 的图象如图，请你描出补全后的表中 y_2 各组数值所对应的点 (x, y_2) ，并画出函数 y_2 的图象；

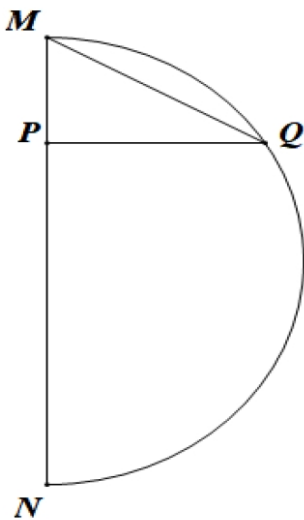


图 24-1

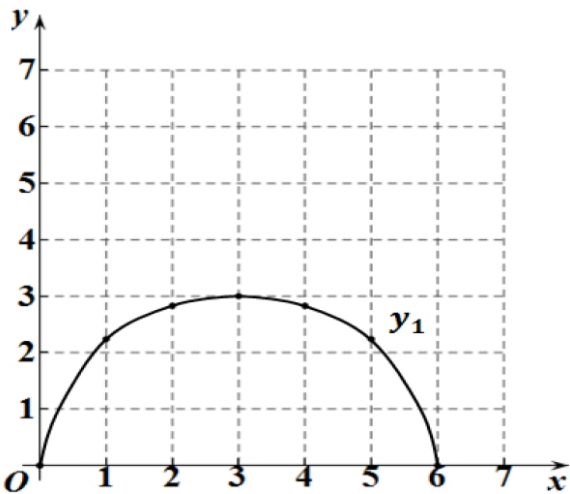


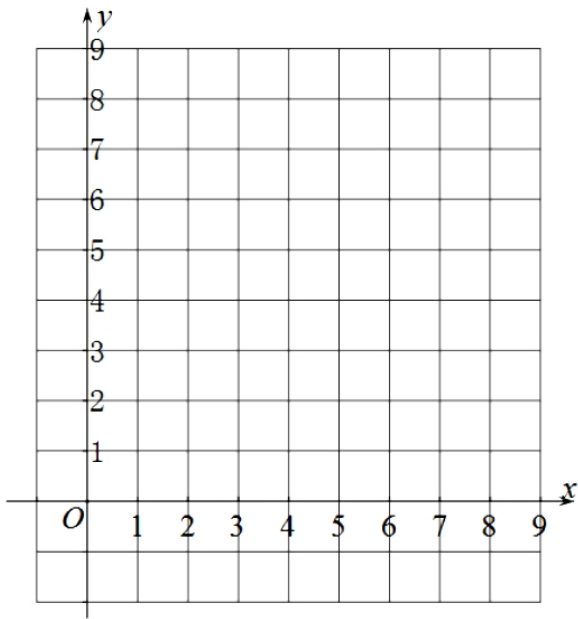
图 24-2

(3)结合函数图象，解决问题：当 $\triangle MPQ$ 有一个角是 60° 时， MP 的长度约为_____cm.（保留两位小数）

25. 在平面直角坐标系 xOy 中，直线 $l: y = kx - 4k + 1$ 经过点 $A(1, n)$ （ $n \geq 4$, n 为整数），函数 $y = \frac{4}{x} (x > 0)$

图象为 G .

- (1) 对于任意的 k 直线必过一定点, 直接写出这个点的坐标;
- (2) 横、纵坐标都是整数的点叫做整点. 记图象 G 与直线 l 围成的区域（不含边界）为 W .
- ①当 $n = 5$ 时, 求 k 的值, 并写出区域 W 内的整点个数;
- ②若区域 W 内恰有4个整点, 结合函数图象, 求 k 的值.



26. 在平面直角坐标系 xOy 中，二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的图象经过点 $A(0, -4)$ 和 $B(-2, 2)$.

- (1) 求 c 的值, 并用含 a 的式子表示 b ;
- (2) 当 $-2 < x < 0$ 时, 若二次函数满足 y 随 x 的增大而减小, 求 a 的取值范围;
- (3) 直线 AB 上有一点 $C(m, 5)$, 将点 C 向右平移4个单位长度, 得到点 D , 若抛物线与线段 CD 只有一个公共点, 求 a 的取值范围.

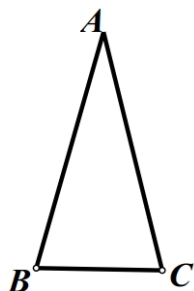
27. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle BAC = 30^\circ$, $AB = AC$, 将线段 AC 绕点 A 逆时针旋转 $\alpha (0^\circ < \alpha < 180^\circ)$, 得到线段 AD . 连接 BD , 交 AC 于点 P .

(1) 当 $\alpha = 90^\circ$ 时,

①依题意补全图形;

②求证: $PD = 2PB$;

(2) 写出一个 α 的值, 使得 $PD = \sqrt{3}PB$ 成立, 并证明.

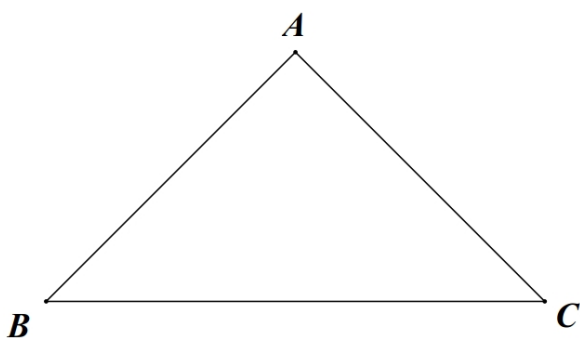


28. 过三角形的任意两个顶点画一条弧, 若弧上的所有点都在该三角形的内部或边上, 则称该弧为三角形的“形内弧”.

(1) 如图, 在等腰 $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle A = 90^\circ$, $AB = AC = 2$.

①在下图中画出一条 $Rt\triangle ABC$ 的形内弧;

②在 $\triangle ABC$ 中, 其形内弧的长度最长为_____.



(2) 在平面直角坐标系中, 点 $D(-2, 0)$, $E(2, 0)$, $F(0, 1)$, 点 M 为 $\triangle DEF$ 形内弧所在圆的圆心. 求点 M 纵坐标 y_M 的取值范围;

(3) 在平面直角坐标系中, 点 $M(2, 2\sqrt{3})$, 点 G 为 x 轴上一点. 点 P 为 $\triangle OMG$ 最长形内弧所在圆的圆心, 求点 P 纵坐标 y_P 的取值范围.

一、选择题（本题共 16 分，每小题 2 分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	C	A	C	C	B	D	B	D

二、填空题（本题共 16 分，每小题 2 分）

9. x 1; 10. $a^2 - b^2$ $a^2 - 2ab + b^2$ (答案不唯一); 11. 40° ; 12. $<$;

13. 3; 14. 1; -1 (答案不唯一); 15. 2; 16. 54.

三、解答题（本题共 68 分，第 17-22 题，每小题 5 分，第 23-26 题，每小题 6 分，第 27，

28 题，每小题 7 分）

17. (1) 略; 2 分

(2) 菱形; 1 分

“菱形的对角线相互垂直且平分” 1 分

..... 1 分

18. 解:

3

原式 $3 - 3^4 - 3^3$ 4 分

$= 7$ 5 分

19. 解: 由①, 得 $x \geq 2$, 1 分

由②, 得 $x \leq 2$, 2 分

\therefore 此不等式组的解集是 $2 \leq x \leq 2$ 4 分

\therefore 此不等式组所有非负整数解是 0、1、2 5 分

20. 解: (1) \because 已知关于 x 的一元二次方程 $ax^2 + 2x - 3 = 0$ 有实数根.

$\therefore \Delta \geq 0$ 1 分

$\therefore 4 - 12a \geq 0$

解得

3

又 $\because a \neq 0$

∴a 的取值范围是

且 a 0..... 3 分

(2) ∵该方程有两个相等的实数根

∴ 4 12a 0

3

..... 4 分

∴ 13x2 2x 3 0∴x1 x2 3..... 5 分

21. (1) 证明: ∵AB=AC, 点 D 是 BC 边的中点,

∴ AD ⊥ BC 于 点 D. 1

∵AE//BC, CE//AD,

∴四边形 ADCE 是平行四边形.

∴ 平 行 四 边 形 ADCE 是 矩 形. 2

(2) 解: 过点 E 作 EF⊥AC 于 F.

∵AB=10,

∴AC=10.

∵对角线 AC, DE 交于点 O,

∴DE=AC=10.

∴OE=5. 3

∵sin∠COE=

∴

EF=4 4

∴OF=3.

$$\because OE=OC=5,$$

$$\therefore CF=2.$$

\therefore

$$CE=25. \dots\dots\dots$$

$$\dots\dots\dots 5$$

22. 解：(1) 指标 x 的值大于 1.7 的概率=

或 6%.2 分

(2) $S_{12} > S_{22}$; (填 “>”、“=” 或 “<”)4 分

(3) 推断合理的是②.5 分 23. (1) 证明：连接 BO ,

$$\because \angle OAB = \angle OCB = 90^\circ,$$

$\therefore \triangle ABO$ 和 $\triangle CBO$ 都是直角三角形.

$$\because BA=BC, BO=BO$$

$$\therefore Rt\triangle ABO \cong \triangle CBO. \dots\dots\dots 1 \text{ 分}$$

$$\therefore OC=OA.$$

$$\therefore BC \text{ 是 } \odot O \text{ 切线. } \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$$

(2) ①补全图形.....3 分

②证明： $\because BA, BC$ 是 $\odot O$ 的两条切线，切点分别为 A, C ,

$$\therefore BA=BC, \angle DBA = \angle DBC.$$

$\therefore BD$ 是 AC 的垂直平分线.

$$\because OA=OC,$$

$$\therefore \angle AOB = \angle COB.$$

$\because ADAC, AE$ 为 $\odot O$ 的直径,

$$\therefore CEDE.$$

$$\therefore \angle COE = \angle DOE.$$

$$\because \angle AOB = \angle DOE,$$

$$\therefore \angle AOB = \angle BOC = \angle COE = 60^\circ. \dots\dots\dots 4 \text{ 分}$$

$\because BC$ 是 $\odot O$ 的切线，切点为 C ,

∴ ∠OCB=∠OCF=90° .

∴ ∠OBC=∠OFC=30° .

∴

OF=OB. 5 分

24. (1) 5.50.....2 分

(2) 如图.....4 分

(3) 1.50, 4.50.....6 分 25. 解： (1) (4,1)1 分

(2) ①y=kx-4k-1, 经过点 A (1, 5),

∴k-4k-1=5.

解得

.

此时区域 W 内有 2 个整点.3 分

②∵n 为整数,

∴当 n=6 时, 直线 y=kx-4k-1, 经过点 A (1, 6), 区域 W 内有 4 个整点,

此时, 可得

. 4 分当 n=7 时, 直线 y=kx-4k-1, 经过点 A (1, 7), 区域 W 内有 5 个整点,

∴当 n≥7 时, 区域 W 内整点个数大于 4 个, 5 分

∴

5

k=3

. 6 分

26. 解: (1) 把点 A (0, -4) 和 B (-2, 2) 分别代入 $y=ax^2+bx+c$ 中, 得

$c=-4$,1 分

$$4a-2b+c=2.$$

$\therefore b=2a-3$2 分

(2) 当 $a<0$ 时, 依题意抛物线的对称轴需满足

$$23$$

$$2$$

$$\leq a < 0.$$

当 $a>0$ 时, 依题意抛物线的对称轴需满足 23

$$2$$

$$\geq 0. \text{ 解得 } 0 < a \leq 3$$

$$2$$

$\therefore a$ 的取值范围是 3

.4 分

(3) 可求直线 AB 表达式为 $y=-3x-4$, 把 C (m, 5) 代入得 $m=-3$.

$\therefore C (-3, 5)$, 由平移得 D (1, 5).

①当 $a>0$ 时, 若抛物线与线段 CD 只有一个公共点,

(如图 1), 则抛物线上的点 (1, $a+2a-3-4$) 在 D 点

的下方.

$$\therefore a+2a-3-4 < 5.$$

解得 $a < 4$. $\therefore 0 < a < 4$.

②当 $a<0$ 时, 若抛物线的顶点在线段 CD 上,

则抛物线与线段只有一个公共点. (如图 2)

\therefore

综上, a 的取值范围是 $0 < a < 4$ 或

27. 解: (1) ①如图:1 分

② $\because AC=AD, AB=AC,$

$\therefore AB=AD, \angle ABD=\angle ADB.$

又 $\because \angle BAC=30^\circ, \angle BAD=90^\circ,$

$\therefore \angle ABD=\angle ADB=30^\circ.$

$\therefore AP=BP.$ 2 分

在 $Rt\triangle APD$ 中, $\angle ADB=30^\circ,$

$\therefore PD=2AP. \therefore PD=2PB.$ 3 分

(2) 当 $\alpha=60^\circ$ (或 120°) 时, $PD=3PB$ (写对一种情况即得满分) (可以多种解法)4 分

情况 I: 当 $\alpha=60^\circ$ 时

过点 D 作 $DF \perp AC$, 垂足为点 F,

过点 B 作 $BE \perp AC$, 垂足为点 E,

$\therefore DF \parallel BE. \therefore \triangle DFP \sim \triangle BEP.$ 5 分

在 $Rt\triangle ABE$ 中, $\angle BAC=30^\circ,$

$\therefore AC=2BE.$

在 $Rt\triangle ADF$ 中, $\angle CAD=60^\circ,$

$\therefore AD=$

23

3DF.6 分

又 $\because AD=AC=AB,$

$\therefore 2BE=$

23

3DE, 即 $3BE=DF.$

$\therefore 3PB=PD.$ 7 分

情况 II：当 $\alpha = 120^\circ$ 时

过点 D 作 $DF \perp AC$ ，交 CA 的延长线于点 F，

过点 B 作 $BE \perp AC$ ，垂足为点 E，

$\therefore DF \parallel BE$.

$\therefore \triangle DFP \sim \triangle BEP$5 分

\therefore

$DF \cdot PB = BE \cdot PD$

在 $Rt\triangle ABE$ 中， $\angle BAC = 30^\circ$ ，

$\therefore AC = 2BE$.

在 $Rt\triangle ADF$ 中， $\angle FAD = 60^\circ$ ， $\therefore AD =$

又 $\because AD = AC = AB$ ，

$\therefore 2BE = 23$

3DE，即 $3BE = DF$.

$\therefore 3PB = PD$7 分

28. (1) ①

类似以上作答，只要弧上所有点都出现在三角形内部，均给分.1 分

②当 $OB = 2$ 时， $Rt\triangle ABC$ 的形内弧最长，此时弧长 . (学生不必画出图象)

.....3 分

(2) 当圆心在 x 轴下方时，此时最长形内弧与线段 DF，EF 相切

$\because \triangle DOF \sim \triangle DOM_1$ ，

$\therefore OF \cdot OM_1 = OD^2$.

$\therefore OM_1 = 4$.

$\therefore y_M = 4$4 分

当圆心在 x 轴上方时，此时最长形内弧与 x 轴相切

$\because \triangle EGM_2 \sim \triangle HEG$ ， $\therefore HG \cdot HM_2 = HE^2$.

∴

EH = 2

∴ 2

∴

5

yM = 2 5 分

综上所述, yM = 4 或

(3) 当 xG = 4 时, 此时最长形内弧与 x 轴相切,

∵ $\triangle GOP_1 \sim \triangle GH_0$, ∴ GP1 = 43.

∴

1

yP = 43.

当 4 < xG < 0 时, 此时最长形内弧与线段 OM 相切,

解得

yP = 43.

当 0 < xG < 4 时, 此时最长形内弧与线段 MG 相切

解得

43yP = 3 6 分

当 xG = 4 时, 此时最长形内弧与线段 MG 相切.

解得

23yP = 3

综上所述,

43yP = 3 或 23yP = 3. 7 分

