

2020 北京门头沟初三一模

数 学

2020.5

考	1. 本试卷共 10 页，共三道大题，28 个小题。满分 100 分。考试时间 120 分钟。
生	2. 在试卷和答题卡上准确填写学校和姓名，并将条形码粘贴在答题卡相应位置处。
须	3. 试题答案一律填涂或书写在答题卡上，在试卷上作答无效。
知	4. 在答题卡上，选择题、作图题用 2B 铅笔作答，其它试题用黑色字迹签字笔作答。
	5. 考试结束，将试卷、答题卡和草稿纸一并交回。

一、选择题（本题共 16 分，每小题 2 分）

第 1-8 题均有四个选项，符合题意的选项只．有．一个．

1. 2019 年 10 月 1 日，庆祝中华人民共和国成立 70 周年大会在北京天安门广场隆重举行，10 月 3 日微博观看互动量累计达到 19280000 次，将 19280000 用科学记数法表示为

- A. 1.928×10^4 B. 1928×10^4 C. 1.928×10^7 D. 0.1928×10^8

2. 剪纸艺术是中国古老的民间艺术之一．下列剪纸图案中，既是轴对称图形又是中心对称图形的是



A



B



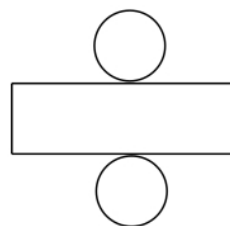
C



D

3. 某个几何体的展开图如图所示，该几何体是

- A. 三棱柱 B. 三棱锥 C. 圆锥 D. 圆柱



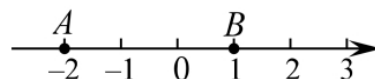
4. 如果一个多边形的每一个外角都等于 60° ，那么这个多边形是

- A. 六边形 B. 七边形 C. 八边形 D. 九边形

5. 不等式组 $\begin{cases} 2(x+3) \geq x+4 \\ 3x > 5x-4 \end{cases}$ 的解集为

- A. $-2 \leq x < 2$ B. $-2 < x \leq 2$ C. $x \geq -2$ D. $x > 2$

6. 点 A, B 在数轴上的位置如图所示，如果点 C 也在数轴上，且 B 和 C 两点间的距离是 1，那么 AC 长度为



A. 2

B. 4

C. 2或4

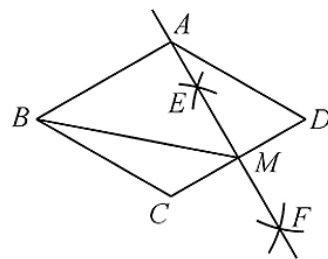
D. 0或2

7. 已知，如图，在菱形 $ABCD$ 中.

(1) 分别以 C, D 为圆心，大于 $\frac{1}{2}CD$ 长为半径作弧，两弧分别交于点 E, F ;

(2) 作直线 EF ，且直线 EF 恰好经过点 A ，且与边 CD 交于点 M ;

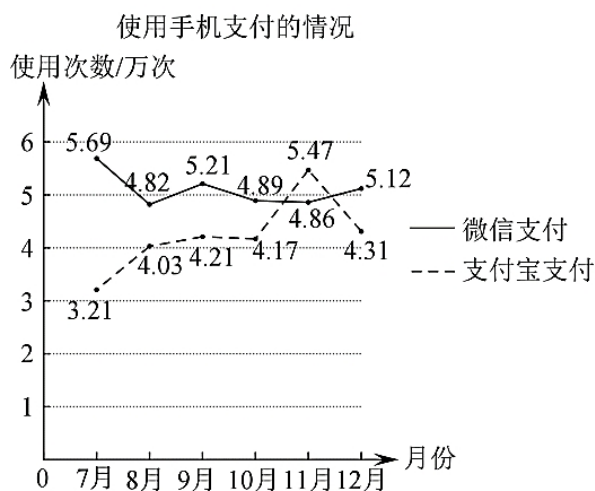
(3) 连接 BM .



根据以上作图过程及所作图形，判断下列结论中错误的是

A. $\angle ABC = 60^\circ$ B. 如果 $AB = 2$ ，那么 $BM = 4$ C. $BC = 2CM$ D. $S_{\triangle ABM} = 2S_{\triangle ADM}$

8. 随着智能手机的普及，“支付宝支付”和“微信支付”等



手机支付方式倍受广大消费者的青睐，某商场对 2019 年 7-12 月中使用这两种手机支付方式的情况进行统计，得到如图所示的折线图，根据统计图中的信息，得出以下四个推断，其中不合理的是

A. 6 个月中使用“微信支付”的总次数比使用“支付宝支付”的总次数多;

B. 6 个月中使用“微信支付”的消费总额比使用“支付宝支付”的消费总额大;

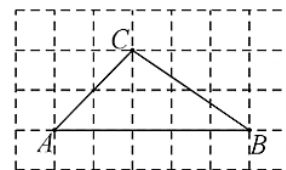
C. 6 个月中 11 月份使用手机支付的总次数最多;

D. 9 月份平均每天使用手机支付的次数比 12 月份平均每天使用手机支付的次数多;

二、填空题（本题共 16 分，每小题 2 分）

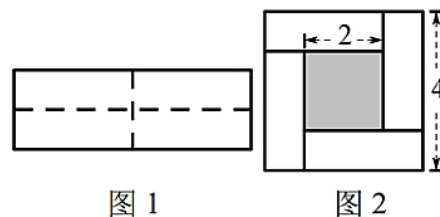
9. 如果 $\sqrt{x-2}$ 在实数范围内有意义，那么实数 x 的取值范围是_____.

10. 如图所示的网格是正方形网格，点 A, B, C 是网格线交点，那么 $\angle CAB$ _____ $\angle CBA$ (填“ $>$ ”“ $<$ ”或“ $=$ ”).



11. 在数学证明中, 当证明一个命题是假命题时, 常常采用举反例的办法. 如果用一组 a, b 的值说明命题“如果 $a > b$, 那么 $ab > b^2$ ”是错误的, 那么这样的一组值中, $a = \underline{\hspace{2cm}}$, $b = \underline{\hspace{2cm}}$.

12. 小明先将图 1 中的矩形沿虚线剪开分成四个全等的小矩形, 再将这四个小矩形拼成如图 2 的正方形, 那么图 1 中矩形的面积为 $\underline{\hspace{2cm}}$.



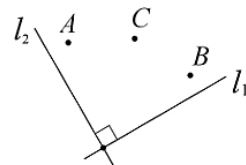
13. 一次函数的图象经过点 $(0, 2)$, 且函数 y 随自变量 x 的增大而增大. 写出一个符合条件的一次函数表达式 $\underline{\hspace{2cm}}$.

14. 抗击肺炎期间, 小明准备借助网络评价选取一家店铺, 购置防护用品. 他先后选取三家店铺, 对每家店铺随机选取了 1000 条网络评价, 统计结果如下:

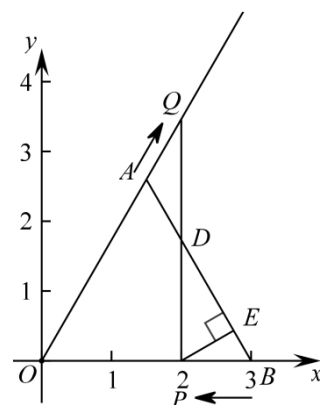
评价等级	一星	二星	三星	四星	五星	合计
评价频数						
店铺						
甲	93	30	54	338	485	1000
乙	80	56	69	340	455	1000
丙	92	128	125	155	500	1000

小明选择在 $\underline{\hspace{1cm}}$ (填“甲”“乙”“丙”)店铺购买防护用品, 能获得良好的购物体验 (即评价不低于四星) 的可能性最大.

15. 如图, 直线 $l_1 \perp l_2$, 在某平面直角坐标系中, x 轴 $\parallel l_1$, y 轴 $\parallel l_2$, 点 A 的坐标为 $(-1, 2)$, 点 B 的坐标为 $(2, -1)$, 那么点 C 在第 $\underline{\hspace{1cm}}$ 象限.



16. 如图, 在平面直角坐标系 xOy 中, $B(3, 0)$, $\triangle AOB$ 是等边三角形, 动点 P 从点 B 出发以每秒 1 个单位长度的速度沿 BO 匀速运动, 动点 Q 同时从点 A 出发以同样的速度沿 OA 延长线方向匀速运动, 当点 P 到达点 O 时, 点 P, Q 同时停止运动. 过点 P 作 $PE \perp AB$ 于 E , 连接 PQ 交 AB 于 D . 设运动时间为 t 秒, 得出下面三个结论,



①当 $t = 1$ 时, $\triangle OPQ$ 为直角三角形;

②当 $t = 2$ 时, 以 AQ, AE 为边的平行四边形的第四个顶点在 $\angle AOB$ 的平分线上;

③当 t 为任意值时, $DE = \frac{1}{2}AB$. 所有正确结论的序号是.

三、解答题 (本题共 68 分, 第 17~21 题每小题 5 分, 第 22~24 题每小题 6 分, 第 25 题 5 分, 第 26 题 6 分, 第 27~28 题每小题 7 分)

解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. 计算: $|- \sqrt{3}| - (\pi - 2020)^0 - 2\sin 60^\circ + (\frac{1}{3})^{-1}$

18. 已知 $a \neq 0$, $a + b \neq 0$ 且 $a - b = 1$, 求代数式 $\frac{a^2 - b^2}{2a^2 + 2ab} \div (a - \frac{2ab - b^2}{a})$ 的值.

19. 已知关于 x 的一元二次方程 $x^2 - 3x + (m + 1) = 0$ 有两个不相等的实数根.

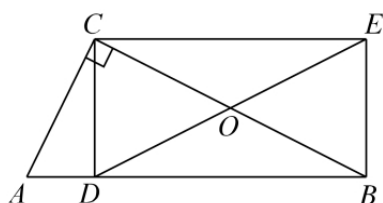
(1) 求 m 的取值范围;

(2) 如果 m 是非负整数, 且该方程的根是整数, 求 m 的值.

20. 如图, 在 $Rt \triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $CD \perp AB$ 于 D , $CE \parallel AB$, $EB \parallel CD$, 连接 DE 交 BC 于点 O .

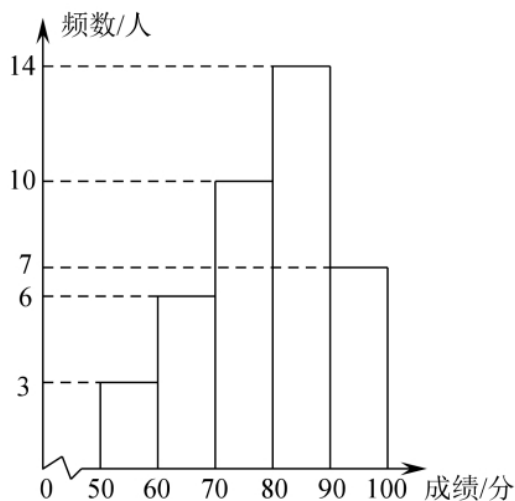
(1) 求证: $DE = BC$;

(2) 如果 $AC = 5$, $\tan \angle ACD = \frac{1}{2}$, 求 DE 的长.



21. 在推进城乡生活垃圾分类的行动中, 为了了解社区居民对垃圾分类知识的掌握情况, 某社区随机抽取 40 名居民进行测试, 并对他们的得分数据进行收集、整理、描述和分析. 下面给出了部分信息:

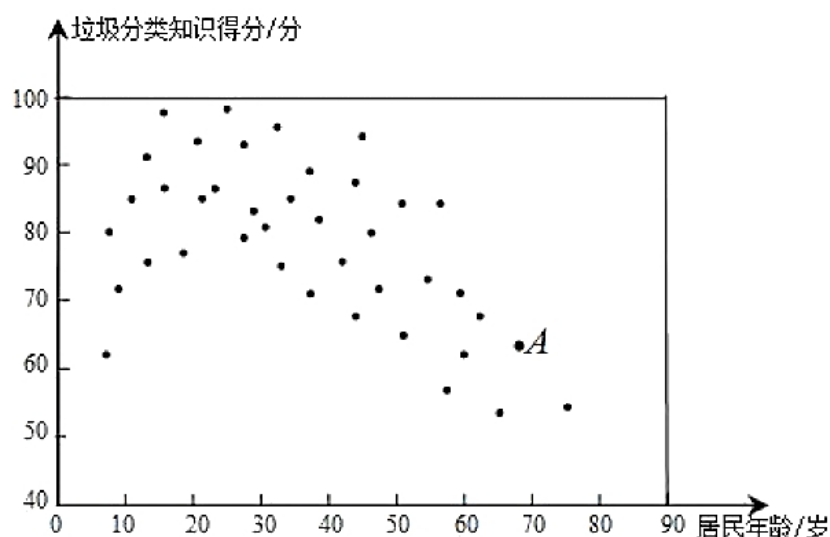
a. 社区 40 名居民得分的频数分布直方图: (数据分成 5 组: $50 \leq x < 60$, $60 \leq x < 70$, $70 \leq x < 80$, $80 \leq x < 90$, $90 \leq x < 100$):



b. 社区居民得分在 $80 \leq x < 90$ 这一组的是：

80 80 81 82 83 84 84 85 85 85 86 86 87 89

c. 40 个社区居民的年龄和垃圾分类知识得分情况统计图：



d. 社区居民甲的垃圾分类知识得分为 89 分.

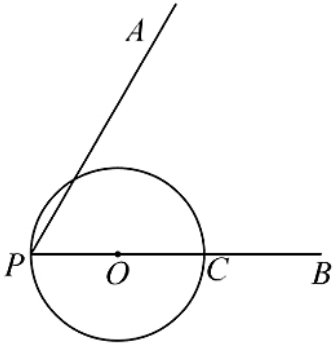
根据以上信息，回答下列问题：

- (1) 社区居民甲的得分在抽取的 40 名居民得分中从高到低排名第_____；
- (2) 在垃圾分类得分比居民甲得分高的居民中，居民年龄最大约是_____岁；
- (3) 下列推断合理的是_____.

①相比于点 A 所代表的社区居民，居民甲的得分略高一些，说明青年人比老年人垃圾分类知识掌握得更好一些；

②垃圾分类知识得分在 90 分以上的社区居民年龄主要集中在 15 岁到 35 岁之间，说明青年人垃圾分类知识掌握更为全面，他们可以向身边的老年人多宣传垃圾分类知识.

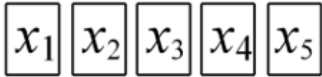
22. 如图， $\angle APB$ ，点C在射线PB上，PC为 $\odot O$ 的直径，在 $\angle APB$ 内部且到 $\angle APB$ 两边距离都相等的所有的点组成图形M，图形M交 $\odot O$ 于D，过点D作直线DE \perp PA，分别交射线PA，PB于E，F.



- (1) 根据题意补全图形；
- (2) 求证：DE是 $\odot O$ 的切线；
- (3) 如果 $PC = 2CF$ ，且 $DF = \sqrt{3}$ ，求PE的长.

23. 疫情期间，甲、乙、丙、丁4名同学约定周一至周五每天做一组俯卧撑，为了增加趣味性，他们通过游戏方式确定每个人每天的训练计划.

首先，按如图方式摆放五张卡片，正面标有不同的数字代表每天做俯卧撑的个数，反面标有 x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 便于记录.



具体游戏规则如下：

甲同学：同时翻开 x_1, x_2 ，将两个数字进行比较，然后由小到大记录在表格中， x_3, x_4, x_5 按原顺序记录在表格中；

乙同学：同时翻开 x_1, x_2, x_3 ，将三个数字进行比较，然后由小到大记录在表格中， x_4, x_5 按原顺序记录在表格中；

.....

以此类推，到丁同学时，五张卡片全部翻开，并由小到大记录在表格中.

下表记录的是这四名同学五天的训练计划：

日期	星期一	星期二	星期三	星期四	星期五
记录结果					
同学					
甲同学	x_2	x_1	x_3	x_4	x_5
乙同学	x_2	x_3	x_1	x_4	x_5
丙同学					
丁同学	x_4	x_5	x_2	x_3	x_1

根据记录结果解决问题：

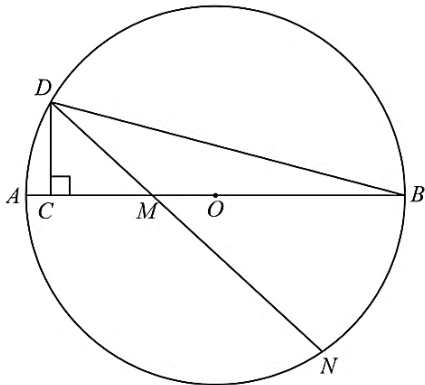
(1) 补全上表中丙同学的训练计划;

(2) 已知每名同学每天至少做 30 个, 五天最多做 180 个.

①如果 $x_2 = 36$, $x_3 = 40$, 那么 x_1 所有可能取值为_____;

②这四名同学星期_____做俯卧撑的总个数最多, 总个数最多为_____个.

24. 如图，点 M 是 $\odot O$ 直径 AB 上一定点，点 C 是直径 AB 上一个动点，过点 C 作 $CD \perp AB$ 交 $\odot O$ 于点 D ，作射线 DM 交 $\odot O$ 于点 N ，连接 BD .



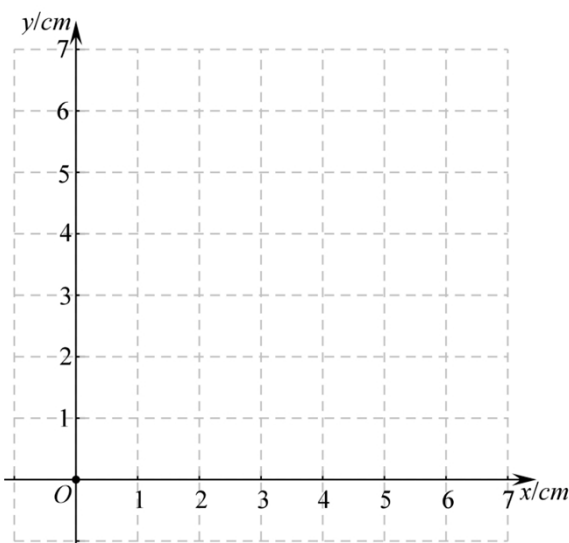
小勇根据学习函数的经验，对线段 AC ， BD ， MN 的长度之间的数量关系进行了探究. 下面是小勇的探究过程，请补充完整：

（1）对于点 C 在 AB 的不同位置，画图，测量，得到了线段 AC ， BD ， MN 的长度的几组值，如下表：

	位置 1	位置 2	位置 3	位置 4	位置 5	位置 6	位置 7
AC/cm	0.00	1.00	2.00	3.00	4.00	5.00	6.00
BD/cm	6.00	5.48	4.90	4.24	3.46	2.45	0.00
MN/cm	4.00	3.27	2.83	2.53	2.31	2.14	2.00

在 AC ， BD ， MN 的长度这三个量中，如果选择_____的长度为自变量，那么_____的长度和_____的长度为这个自变量的函数；

（2）在同一平面直角坐标系 xOy 中，画出（1）中确定的函数的图象：



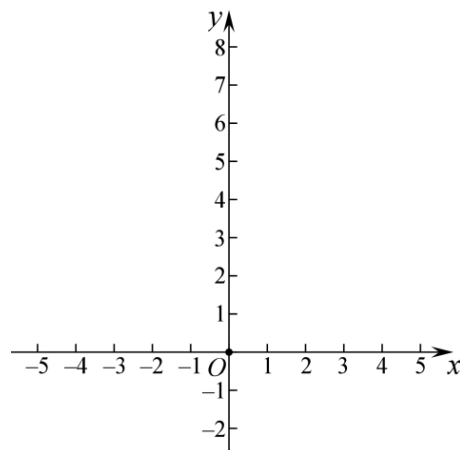
（3）结合函数图象解决问题：当 $BD = MN$ 时，线段 AC 的长度约为_____ cm （结果精确到0.1）.

25. 在平面直角坐标系 xOy 中，一次函数 $y = x + m (m \neq 0)$ 的图象与 y 轴交于点 A ，过点 $B(0, 2m)$ 且平行于 x 轴的直线与一次函数 $y = x + m (m \neq 0)$ 的图象，反比例函数 $y = \frac{4m}{x}$ 的图象分别交于点 C, D 。

(1) 求点 D 的坐标（用含 m 的代数式表示）；

(2) 当 $m = 1$ 时，用等式表示线段 BD 与 CD 长度之间的数量关系，并说明理由；

(3) 当 $BD \leq CD$ 时，直接写出 m 的取值范围。

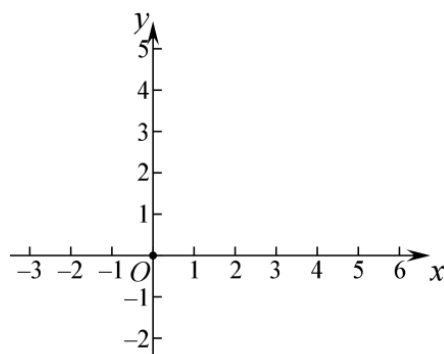
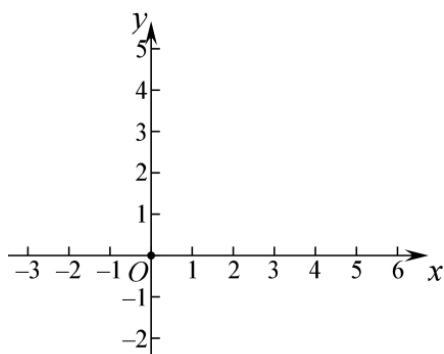


26. 在平面直角坐标系 xOy 中，一次函数 $y = -ax + 3$ 的图象与 y 轴交于点 A ，与抛物线 $y = ax^2 - 2ax - 3a (a \neq 0)$ 的对称轴交于点 B ，将点 A 向右平移5个单位得到点 C ，连接 AB, AC 得到的折线段记为图形 G 。

(1) 求出抛物线的对称轴和点 C 坐标；

(2) ①当 $a = -1$ 时，直接写出抛物线 $y = ax^2 - 2ax - 3a$ 与图形 G 的公共点个数。

②如果抛物线 $y = ax^2 - 2ax - 3a$ 与图形 G 有且只有一个公共点，求出 a 的取值范围。



备用图

27. 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $\angle CAB = 30^\circ$, 点 D 在 AB 上, 连接 CD , 并将 CD 绕点 D 逆时针旋转 60° 得到 DE , 连接 AE .

(1) 如图 1, 当点 D 为 AB 中点时, 直接写出 DE 与 AE 长度之间的数量关系;

(2) 如图 2, 当点 D 在线段 AB 上时,

① 根据题意补全图 2;

② 猜想 DE 与 AE 长度之间的数量关系, 并证明.

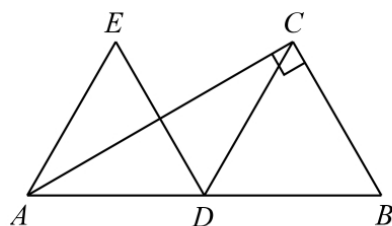


图 1

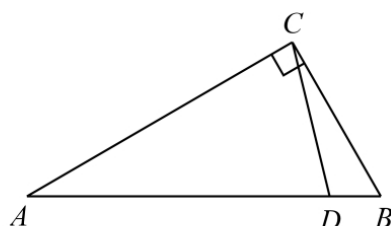


图 2

28. 对于平面直角坐标系 xOy 中的任意点 $P(x, y)$, 如果满足 $x + y = a$ ($x \geq 0$, a 为常数), 那么我们称这样的点叫做“特征点”.

(1) 当 $2 \leq a \leq 3$ 时,

① 在点 $A(1, 2)$, $B(1, 3)$, $C(2.5, 0)$ 中, 满足此条件的特征点为_____;

② $\odot W$ 的圆心为 $W(m, 0)$, 半径为 1, 如果 $\odot W$ 上始终存在满足条件的特征点, 请画出示意图, 并直接写出 m 的取值范围;

(2) 已知函数 $Z = \frac{1}{x} + x$ ($x > 0$), 请利用特征点求出该函数的最小值.

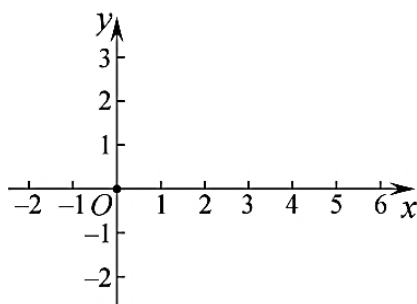


图 1

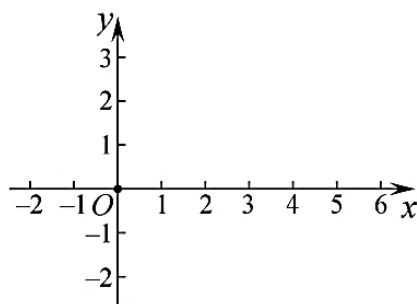


图 2

2020 北京门头沟初三一模数学

参考答案

一、选择题（本题共 16 分，每小题 2 分）第 1-8 题均有四个选项，符合题意的选项只有一个.

1. 【分析】把较大的数字表示成科学记数法即可.

【解答】解：19280000 = 1.928×10^7 ,

则将 19280000 用科学记数法表示为 1.928×10^7 .

故选：C.

【点评】此题考查了科学记数法 - 表示较大的数，弄清科学记数法的表示方法是解本题的关键.

2. 【分析】利用轴对称图形及中心对称图形的性质判断即可.



【解答】解：下列剪纸图案中，既是轴对称图形又是中心对称图形的是 .

故选：D.

【点评】此题考查了轴对称图形，以及中心对称图形，熟练掌握各自的性质是解本题的关键.

3. 【分析】根据圆柱的侧面展开图是长方形解答.

【解答】解：∵圆柱的侧面展开图为长方形，两个底面都是圆，

∴这个几何体是圆柱，

故选：D.

【点评】本题考查的是几何体的展开图，掌握圆柱的侧面展开图是长方形是解题的关键.

4. 【分析】根据多边形的边数等于 360° 除以每一个外角的度数列式计算即可得解.

【解答】解： $360^\circ \div 60^\circ = 6$.

故这个多边形是六边形.

故选：A.

【点评】本题考查了多边形的内角与外角，熟练掌握多边形的外角和、多边形的每一个外角的度数、多边形的边数三者之间的关系是解题的关键.

5. 【分析】分别求出不等式组中两不等式的解集，找出两解集的公共部分即可.

【解答】解：
$$\begin{cases} 2(x+3) \geq x+4 \text{①} \\ 3x > 5x-4 \text{②} \end{cases},$$

由①得： $x \geq -2$,

由②得： $x < 2$,

则不等式组的解集为 $-2 \leq x < 2$.

故选：A.

【点评】此题考查了解一元一次不等式组，熟练掌握不等式组的解法是解本题的关键.

6. 【分析】分点C在点B的左侧、点C在点B的右侧两种情况，根据数轴计算.

【解答】解：当点C在点B的左侧时， $BC=1$,

$$\therefore AC = AB - BC = 3 - 1 = 2,$$

当点C在点B的右侧时， $BC=1$,

$$\therefore AC = AB + BC = 3 + 1 = 4,$$

$\therefore AC$ 长度为 2 或 4,

故选：C.

【点评】本题考查的是数轴，掌握数轴的概念、灵活运用数形结合思想是解题的关键.

7. 【分析】由作图知，AF是CD的垂直平分线，连接AC，证明 $\triangle ACD$ 为等边三角形，便可判断A；由勾股定理在 $\text{Rt}\triangle ADM$ 中，求出AM，再在 $\text{Rt}\triangle ABM$ 中求得BM，便可判断B；由 $BC=CD=2CM$ ，便可判断C；由三角形的面积公式和AB与DM的关系，便可判断D.

【解答】解：A. 连接AC，由作图知，AF是CD的垂直平分线，则 $AC=AD$,

\therefore 四边形ABCD是菱形，

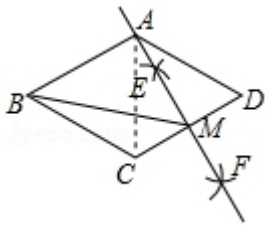
$$\therefore AD=CD=AB=BC, \angle ABC=\angle ADC,$$

$$\therefore AC=AD=CD,$$

$$\therefore \angle ADC=60^\circ,$$

$$\therefore \angle ABC = 60^\circ,$$

故 A 选项正确;



$$B. \because AB = 2,$$

$$\therefore AD = 2,$$

$$\because AM \text{ 垂直平分 } CD,$$

$$\therefore DM = \frac{1}{2}CD = 1, \quad \angle AMD = 90^\circ,$$

$$\therefore AM = \sqrt{AD^2 - DM^2} = \sqrt{3},$$

$$\because AB \parallel CD,$$

$$\therefore \angle BAM = \angle AMD = 90^\circ,$$

$$\therefore BM = \sqrt{AB^2 + AM^2} = \sqrt{7},$$

故 B 选项错误;

$$C. \because BC = CD, \quad CD = 2CM,$$

$$\therefore BC = 2CM,$$

故 C 选项正确;

$$D. \because S_{\triangle ABM} = \frac{1}{2}AB \cdot AM,$$

$$S_{\triangle ADM} = \frac{1}{2}DM \cdot AM = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}CD \cdot AM = \frac{1}{4}AB \cdot AM,$$

$$\therefore S_{\triangle ABM} = 2S_{\triangle ADM},$$

故 D 选项正确.

故选: B.

【点评】本题主要考查了菱形的性质，等边三角形的判定，尺规作图的应用，勾股定理，关键是判断 AF 是 CD 的垂直平分线.

8. 【分析】从折线统计图中得到每个月使用“微信支付”的次数、使用“支付宝支付”的次数，计算后即可判断.

【解答】解： A 、6个月中使用“微信支付”的总次数 $=5.69+4.82+5.21+4.89+4.86+5.12=30.59$,

6个月中使，“支付宝支付”的总次数 $=3.21+4.03+4.21+4.17+5.47+4.31=25.4$,

\therefore 6个月中使用“微信支付”的总次数比使用“支付宝支付”的总次数多，本选项说法合理；

B 、从统计图中不能得到消费总额的信息，本选项说法不合理；

C 、7月份使用手机支付的总次数为 $5.69+3.21=8.9$,

8月份使用手机支付的总次数为 $4.82+4.03=8.85$,

9月份使用手机支付的总次数为 $5.21+4.21=9.42$,

10月份使用手机支付的总次数为 $4.89+4.17=9.06$,

11月份使用手机支付的总次数为 $4.86+5.47=10.33$,

12月份使用手机支付的总次数为 $5.12+4.31=9.43$,

\therefore 6个月中11月份使用手机支付的总次数最多，本选项说法合理；

D 、9月份平均每天使用手机支付的次数比12月份平均每天使用手机支付的次数多，本选项说法合理；

故选： B .

【点评】本题考查的是折线统计图，读懂统计图，从统计图中得到必要的信息是解决问题的关键，折线统计图表示的是事物的变化情况.

二、填空题（本题共16分，每小题2分）

9. 【分析】根据二次根式有意义的条件可得 $x-2 \geq 0$ ，再解不等式即可.

【解答】解：由题意得： $x-2 \geq 0$,

解得： $x \geq 2$,

故答案为： $x \geq 2$.

【点评】此题主要考查了二次根式有意义的条件，关键是掌握二次根式中的被开方数是非负数.

10. 【分析】如图，设正方形网格中的小正方形的边长为1，解直角三角形即可得到结论.

【解答】解：如图，设正方形网格中的小正方形的边长为 1；

$$\text{在 Rt}\triangle ACD \text{ 中, } \tan \angle CAB = \frac{CD}{AD} = 1,$$

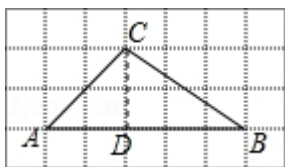
$$\text{在 Rt}\triangle BCD \text{ 中, } \tan \angle CBA = \frac{CD}{BD} = \frac{2}{3},$$

$$\therefore 1 > \frac{2}{3},$$

$$\therefore \tan \angle CAB > \tan \angle CBA,$$

$$\therefore \angle CAB > \angle CBA.$$

故答案为：>.



【点评】本题考查了解直角三角形，熟练掌握解直角三角形是解题的关键.

11. 【分析】给 a 与 b 以特值，使其满足条件，不满足结论即可.

【解答】解：如果用一组 a, b 的值说明命题“如果 $a > b$ ，那么 $2ab > b^2$ ”是错误的，

那么这样的一组值中， $a=2, b=-1$ ，此时 $2 \times 2 \times (-1) = -4$ ， $(-1)^2 = 1$ ，此时 $-4 < 1$.

故答案为：2，-1（答案不唯一）.

【点评】此题考查了命题与定理，说明一个命题是假命题只需要举一个反例即可.

12. 【分析】设四个小矩形的长为 x ，宽为 y ，根据题意列方程组即可得到结论.

【解答】解：设四个小矩形的长为 x ，宽为 y ，

$$\text{根据题意得, } \begin{cases} x+y=4 \\ x-y=2 \end{cases},$$

$$\text{解得: } \begin{cases} x=3 \\ y=1 \end{cases},$$

$$\therefore \text{图 1 中矩形的面积为 } 4 \times (3 \times 1) = 12,$$

故答案为：12.

【点评】本题考查的是完全平方公式的几何背景，正确识别图形是解题的关键.

13. 【分析】设一次函数的解析式为 $y=kx+b$ ，根据一次函数的图象过点 $(0, 2)$ 得到 $b=2$ ，根据函数 y 随自变量 x 的增大而增大得到 $k>0$ ，然后取 $k=1$ 写出一个满足条件的解析式.

【解答】解：设一次函数的解析式为 $y=kx+b$ ，

把 $(0, 2)$ 代入得 $b=2$ ，

$$\therefore y=kx+2,$$

\because 函数 y 随自变量 x 的增大而增大，

$$\therefore k>0,$$

$\therefore k$ 可取 1，此时一次函数解析式为 $y=x+2$.

故答案为 $y=x+2$.

【点评】本题考查了一次函数 $y=kx+b$ 的性质：当 $k>0$ ， y 随 x 的增大而增大，函数从左到右上升； $k<0$ ， y 随 x 的增大而减小，函数从左到右下降.

14. 【分析】不低于四星，即四星与五星的和居多为符合题意的餐厅.

【解答】解：不低于四星，即比较四星和五星的和，甲最多.

故答案是：甲.

【点评】此题考查了可能性的大小和统计表. 解题的关键是将问题转化为比较四星和五星的多少.

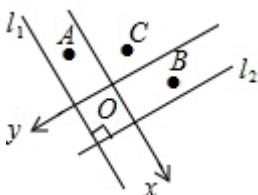
15. 【分析】根据题意作出平面直角坐标系，根据图象可以直接得到答案.

【解答】解：如图， \because 点 A 的坐标为 $(-1, 2)$ ，点 B 的坐标为 $(2, -1)$ ，

\therefore 点 A 位于第二象限，点 B 位于第四象限，

\therefore 点 C 位于第三象限.

故答案是：三.



【点评】考查了坐标与图形性质，解题时，利用了“数形结合”的数学思想，比较直观.

16. 【分析】①正确. 如图 1 中，取 OQ 的中点 H ，连接 PH . 证明 $PH=\frac{1}{2}OQ$ 即可判断.

②错误. 如图 2 中, 四边形 $AEMQ$ 是菱形, 推出 $\triangle MAE$ 是等边三角形, 推出 $MA=ME<BM$, 推出点 M 不在 AB 的垂直平分线上, 推出点 M 不在 $\angle AOB$ 的角平分线上, 故②错误.

③正确. 如图 3 中, 作 $PM \parallel OA$ 交 AB 于 M . 想办法证明 $AD=DM$, $ME=EB$ 即可解决问题.

【解答】解: ①如图 1 中, 取 OQ 的中点 H , 连接 PH .

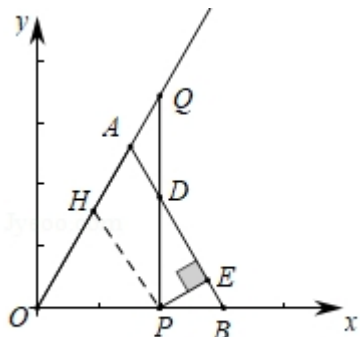


图1

$$\because t=1,$$

$$\therefore AQ=PB=1,$$

$$\because B(3, 0),$$

$$\therefore OB=3,$$

$$\because \triangle AOB \text{ 是等边三角形},$$

$$\therefore OA=OB=AB=3,$$

$$\therefore OQ=4,$$

$$\because OH=HQ=\frac{1}{2}AQ=2,$$

$$\therefore OH=OP=2,$$

$$\because \angle HOP=60^\circ,$$

$$\therefore \triangle HOP \text{ 是等边三角形},$$

$$\therefore PH=OH=HQ,$$

$$\therefore PH=\frac{1}{2}OQ,$$

$$\therefore \triangle OPQ \text{ 是直角三角形. 故①正确},$$

②当 $t=2$ 时, 如图 2 中,

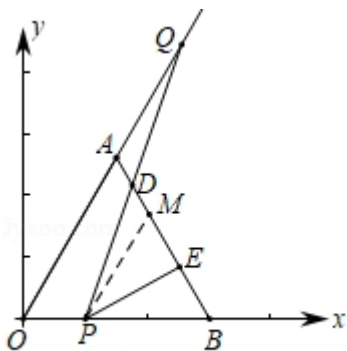


图3

$\because PM \parallel OA$,

$\therefore \angle BMP = \angle BAO = 60^\circ$, $\angle BPM = \angle AOB = 60^\circ$,

$\therefore \triangle PMB$ 是等边三角形,

$\therefore PB = PM = AQ$,

$\because PE \perp BM$,

$\therefore EM = BM$,

$\because \angle AQD = \angle MPD$, $\angle ADQ = \angle MQP$, $AQ = PM$,

$\therefore \triangle ADQ \cong \triangle MDP$ (AAS) ,

$\therefore AD = DM$,

$\therefore DE = DM + ME = \frac{1}{2}AM + \frac{1}{2}BM = \frac{1}{2}(AM + BM) = \frac{1}{2}AB$, 故③正确,

故答案为①③.

【点评】 本题考查等边三角形的性质和判定, 全等三角形的判定和性质, 直角三角形的判定, 平行四边形的性质, 菱形的判定和性质等知识, 解题的关键是灵活运用所学知识解决问题, 属于中考常考题型.

三、解答题 (本题共 68 分, 第 17~21 题每小题 5 分, 第 22~24 题每小题 5 分, 第 25 题 5 分, 第 26 题 6 分, 第 27~28 题每小题 5 分) 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. **【分析】** 根据绝对值、零指数幂、特殊角的三角函数值、负整数指数幂可以解答本题.

【解答】 解: $|- \sqrt{3}| - (\pi - 2020)^0 - 2\sin 60^\circ + (\frac{1}{3})^{-1}$.

$$= \sqrt{3} - 1 - 2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} + 3$$

$$=\sqrt{3}-1-\sqrt{3}+3$$

$$=2.$$

【点评】本题考查二次根式的混合运算、绝对值、零指数幂、特殊角的三角函数值、负整数指数幂，解答本题的关键是明确它们各自的计算方法。

18. 【分析】根据分式的混合运算法则把原式化简，代入计算即可。

$$\text{【解答】解：原式}=\frac{(a+b)(a-b)}{2a(a+b)}\div\left(\frac{a^2}{a}-\frac{2ab-b^2}{a}\right)$$

$$=\frac{a-b}{2a}\div\frac{a^2-2ab+b^2}{a}$$

$$=\frac{a-b}{2a}\cdot\frac{a}{(a-b)^2}$$

$$=\frac{1}{2(a-b)},$$

$$\text{当 } a-b=1 \text{ 时, 原式}=\frac{1}{2\times 1}=\frac{1}{2}.$$

【点评】本题考查的是分式的化简求值，掌握分式的混合运算法则是解题的关键。

19. 【分析】（1）求出 Δ ，根据方程两个不相等的实数根列出关于 m 的不等式，即不等式得到答案；

（2）根据非负整数的概念得到 $m=0$ 或 1 ，把 $m=0$ 或 1 代入方程，解方程即可得。

【解答】解：（1） \because 一元二次方程 $x^2-3x+(m+1)=0$ 有两个不相等的实数根，

$$\therefore \Delta = (-3)^2 - 4 \times 1 \times (m+1) = 9 - 4m - 4 = 5 - 4m > 0,$$

$$\text{解得, } m < \frac{5}{4};$$

$$(2) \because m < \frac{5}{4}, m \text{ 是非负整数,}$$

$$\therefore m=0 \text{ 或 } 1,$$

当 $m=0$ 时，原方程化为 $x^2-3x+1=0$ ，该方程的根不是整数，

当 $m=1$ 时，原方程化为 $x^2-3x+2=0$ ，

解方程得， $x_1=1$ ， $x_2=2$ ，该方程的根是整数，

$$\therefore m=1.$$

【点评】 本题考查的是一元二次方程根的判别式、一元二次方程的解法，掌握当 $\Delta > 0$ 时，方程有两个不相等的两个实数根时， $\Delta > 0$ 是解题的关键.

20. 【分析】 (1) 根据有一个角是直角的平行四边形是矩形得到四边形 $CDBE$ 为矩形，根据矩形的性质证明结论；

(2) 根据同角的余角相等得到 $\angle CBA = \angle ACD$ ，根据正切的定义、矩形的性质解答即可.

【解答】 (1) 证明：在四边形 $CDBE$ 中， $CE \parallel AB$ ， $EB \parallel CD$ ，

\therefore 四边形 $CDBE$ 为平行四边形，

$\because CD \perp AB$ ，

$\therefore \angle CDB = 90^\circ$ ，

\therefore 平行四边形 $CDBE$ 为矩形，

$\therefore DE = BC$ ；

(2) 解： $\because \angle ACB = 90^\circ$ ，

$\therefore \angle ACD + \angle BCD = 90^\circ$ ，

$\because CD \perp AB$ ，

$\therefore \angle BCD + \angle CBA = 90^\circ$ ，

$\therefore \angle CBA = \angle ACD$ ，

$\therefore \tan \angle CBA = \frac{1}{2}$ ，即 $\frac{AC}{BC} = \frac{1}{2}$ ，

$\because AC = 5$ ，

$\therefore BC = 10$ ，

$\therefore DE = 10$.

【点评】 本题考查的是矩形的判定和性质、锐角三角函数的定义，掌握有一个角是直角的平行四边形是矩形是解题的关键.

21. 【分析】 (1) 根据 $90 \leq x < 100$ 的人数有 7 人，即可判断.

(2) 利用图 2 中信息判断即可.

(3) 利用图 2 中信息判断即可.

【解答】解：（1） $\because 90 \leq x < 100$ 的人数有 7 人，

$\therefore 89$ 分又是 $80 \leq x < 90$ 中的最高分，

$\therefore 89$ 分是第 8 名，

故答案为 8.

（2）观察图 2 可知，在垃圾分类得分比居民甲得分高的居民中，居民年龄最大约是 45 岁.

故答案为 45.

（3）观察图象可知：垃圾分类知识得分在 90 分以上的社区居民年龄主要集中在 15 岁到 35 岁之间，说明青年人垃圾分类知识掌握更为全面，他们可以向身边的老年人多宣传垃圾分类知识.

故②正确.

故答案为②.

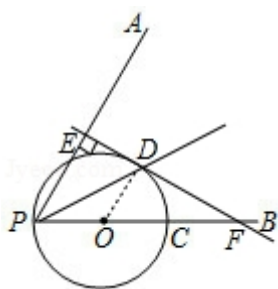
【点评】本题考查频数分布直方图，样本估计总体，统计统计图等知识，解题的关键是理解题意，学会利用图象信息解决问题，属于中考常考题型.

22. 【分析】（1）根据要求画出图形即可.

（2）欲证明 DE 是 $\odot O$ 的切线，只要证明 $DE \perp OD$ 即可.

（3）首先证明 $OF = 2OD$ ，推出 $\angle OFD = 30^\circ$ ，解直角三角形求出 OD ， OF ， PF 即可解决问题.

【解答】（1）解：图形如图所示：



（2）证明：连接 OD .

$\because OD = OP$,

$$\therefore \angle ODP = \angle OPD,$$

$$\therefore PD \text{ 平分 } \angle APB,$$

$$\therefore \angle APD = \angle POD,$$

$$\therefore \angle APD = \angle ODP,$$

$$\therefore OD \parallel PA,$$

$$\because DE \perp PA,$$

$$\therefore DE \perp OD,$$

$\therefore DE$ 是 $\odot O$ 的切线.

(3) 解: $\because PC = 2CF$,

\therefore 可以假设 $CF = x$, 则 $PC = 2x$, $OD = \frac{1}{2}OF$,

$$\because \angle ODF = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle OFD = 30^\circ,$$

$$\because DF = \sqrt{3},$$

$$\therefore OD = DF \cdot \tan 30^\circ = 1,$$

$$\therefore OF = 2OD = 2, PF = 3,$$

在 $\text{Rt}\triangle PEF$ 中, $\because \angle PEF = 90^\circ$, $\angle PFE = 30^\circ$,

$$\therefore PE = \frac{1}{2}PF = \frac{3}{2}.$$

【点评】 本题属于圆综合题, 考查了切线的判定, 解直角三角形, 平行线的判定和性质等知识, 解题的关键是学会添加常用辅助线, 构造平行线解决问题, 属于中考常考题型.

23. **【分析】** (1) 由题意同时翻开 x_1, x_2, x_3, x_4 将三个数字进行比较, 然后由小到大记录在表格中, x_5 按原顺序记录在表格中即可.

(2) ①由题意 $x_4 = 30$, $x_4 < x_5 < x_2 < x_3 < x_1$, $x_2 = 36$, $x_3 = 40$, 推出 x_5 可以取 31, 32, 33, 34, 35, $x_1 > 40$, 应用列举法即可解决问题.

②观察表格可知星期三的做俯卧撑的总个数最多，不妨设 $x_4=30$ ， $x_5=31$ ，当 $x_2=32$ 时， x_3+x_1 的最大值为 $180-30-31-32=87$ ，若 $x_1=44$ ，则 $x_3=43$ ，此时星期三的做俯卧撑的总个数为 162. 应用列举法即可解决问题.

【解答】解：（1）补全表中丙同学的训练计划： x_4 ， x_2 ， x_3 ， x_1 ， x_5 .

故答案为 x_4 ， x_2 ， x_3 ， x_1 ， x_5 .

（2）①由题意 $x_4=30$ ，

$\therefore x_4 < x_5 < x_2 < x_3 < x_1$ ， $x_2=36$ ， $x_3=40$ ，

$\therefore x_5$ 可以取 31，32，33，34，35， $x_1 > 40$ ，

当 $x_5=31$ 时， x_1 的最大值为 43，

当 $x_5=32$ 时， x_1 的最大值为 42，

当 $x_5=33$ 时， x_1 的最大值为 41，

当 $x_5=34$ 或 35 时， x_1 的值不符合题意，

$\therefore x_1$ 的可能取 41，42，43.

故答案为 41，42，43.

②观察表格可知星期三的做俯卧撑的总个数最多，

不妨设 $x_4=30$ ， $x_5=31$ ，当 $x_2=32$ 时， x_3+x_1 的最大值为 $180-30-31-32=87$ ，

若 $x_1=44$ ，则 $x_3=43$ ，此时星期三的做俯卧撑的总个数为 162.

当 $x_2=33$ 时， x_3+x_1 的最大值为 $180-30-31-33=86$ ，

若 $x_1=44$ ，则 $x_3=42$ ，此时星期三的做俯卧撑的总个数为 161，

当 $x_2=34$ 时， x_3+x_1 的最大值为 $180-30-31-34=85$ ，

若 $x_1=43$ ，则 $x_3=42$ ，此时星期三的做俯卧撑的总个数为 161，

当 $x_2=35$ 时， x_3+x_1 的最大值为 $180-30-31-35=84$ ，

若 $x_1=43$ ，则 $x_3=41$ ，此时星期三的做俯卧撑的总个数为 160，

综上所述，星期三的做俯卧撑的总个数的最大值为 162.

故答案为 162.

【点评】 本题考查推理与论证，统计等知识，解题的关键是理解题意，学会推理论证的方法，属于中考常考题型.

24. **【分析】** (1) 根据函数的定义解决问题即可 (答案不唯一).

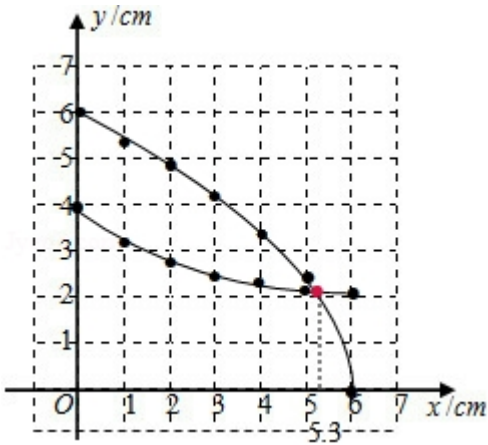
(2) 利用描点法画出函数图象即可.

(3) 利用两个函数的图象判断出交点的横坐标即可解决问题.

【解答】 解: (1) 如果选择 AC 的长度为自变量, 那么 BD 的长度和 MN 的长度为这个自变量的函数 (答案不唯一).

故答案为: AC, BD, MN .

(2) 函数图象如图所示:



(3) 观察图象可知两个函数的图象的交点的横坐标约为 5.3cm ,

$\therefore BD$ 与 MN 的值相等时, AC 的值约为 5.3.

【点评】 本题考查圆综合题, 考查了函数的图象, 描点法画函数图象等知识, 解题的关键是理解题意, 学会利用图象法解决问题, 属于中考常考题型.

25. **【分析】** (1) 直接将点 B 的坐标代入反比例函数 $y=\frac{4m}{x}$ 中可得点 D 的坐标;

(2) 把 $m=1$ 代入可得 B 和 D 的坐标, 从而得 C 的坐标, 根据两点的距离公式可得 $BD=2CD$;

(3) 根据两点的距离公式, 由 $BD \leq CD$ 列不等式, 解出即可, 因为 $y = \frac{4m}{x}$ 中 $m \neq 0$, 可得结论.

【解答】解: (1) \because 过点 $B(0, 2m)$ 且平行于 x 轴的直线与反比例函数 $y = \frac{4m}{x}$ 的图象交于点 D ,

\therefore 点 D 的纵坐标为 $2m$,

$$\therefore 2m = \frac{4m}{x}, x = 2,$$

$\therefore D(2, 2m)$;

(2) 当 $m=1$ 时, $B(0, 2)$, $D(2, 2)$,

\because 过点 $B(0, 2m)$ 且平行于 x 轴的直线与一次函数 $y=x+m$ ($m \neq 0$) 的图象交于点 C ,

$$\therefore 2m = x + m, x = m,$$

$\therefore C(m, 2m)$,

$\therefore C(1, 2)$,

$$\therefore BD = \sqrt{2^2 + (2-2)^2} = 2, CD = \sqrt{(2-1)^2 + (2-2)^2} = 1,$$

$$\therefore BD = 2CD;$$

(3) $\because B(0, 2m)$, $C(m, 2m)$, $D(2, 2m)$,

$$\therefore BD = 2, CD = |m - 2|,$$

$$\because BD \leq CD,$$

$$\therefore |m - 2| \geq 2,$$

$$\therefore m \geq 4 \text{ 或 } m < 0.$$

【点评】 本题考查了反比例函数与一次函数的交点问题, 学会利用参数解决问题, 并熟练掌握两点的距离公式.

26. **【分析】** (1) 根据抛物线的对称轴 $x = -\frac{b}{2a}$ 求解即可解决问题, 再利用平移的性质求出点 C 的坐标即可.

(2) ① 画出图形即可解决问题.

② 分两种情形: $a < 0$ 或 $a > 0$ 分别求解即可解决问题.

【解答】解: (1) \because 抛物线 $y = ax^2 - 2ax - 3a$ ($a \neq 0$),

$$\therefore \text{对称轴 } x = -\frac{-2a}{2a} = 1,$$

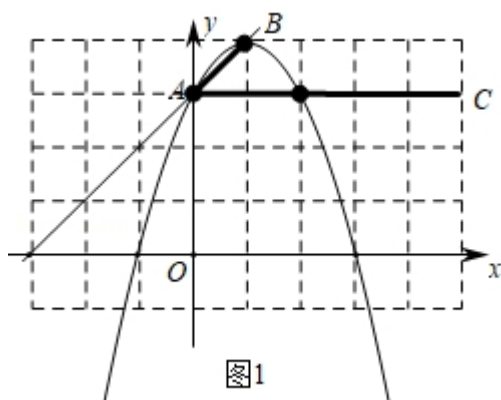
\because 一次函数 $y = -ax + 3$ 的图象与 y 轴交于点 A ,

$$\therefore A(0, 3),$$

\because 点 A 向右平移 5 个单位得到点 C ,

$$\therefore C(5, 3).$$

(2) ①如图 1 中, 观察图象可知, 抛物线与图象 G 的交点有 3 个,

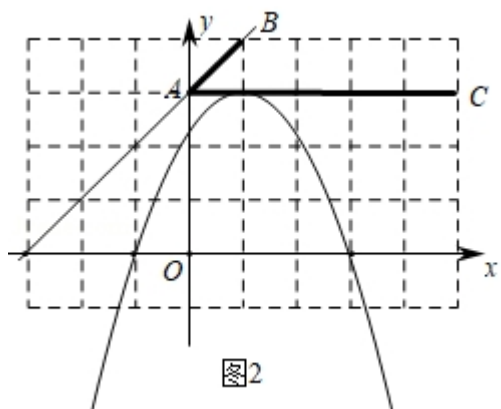


② \because 抛物线的顶点 $(1, -4a)$,

当 $a < 0$ 时, 由①可知, $a = -1$ 时, 抛物线经过 A, B ,

\therefore 当 $a < -1$ 时, 抛物线与图象 G 有且只有一个公共点,

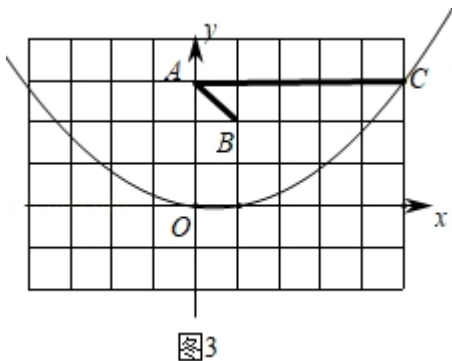
当抛物线的顶点在线段 AC 上时, 如图 2 中, 也满足条件,



$$\therefore -4a = 3,$$

$$\therefore a = -\frac{3}{4},$$

当 $a > 0$ 时，如图 3 中，



抛物线经过点 C 时， $25a - 10a - 3a = 3$ ，

$$\text{解得 } a = \frac{1}{4},$$

抛物线经过点 B 时， $-4a = -a + 3$ ，

$$\text{解得 } a = -\frac{3}{4} \text{ (舍弃) 不符合题意.}$$

观察图象可知 $a \geq \frac{1}{4}$ 时，满足条件，

综上所述，满足条件的 a 的取值范围： $a < -1$ 或 $a \geq \frac{1}{4}$ 或 $a = -\frac{3}{4}$.

【点评】 本题属于二次函数综合题，考查了二次函数的性质，一次函数的性质等知识，解题的关键是理解题意，学会由分类讨论的思想思考问题，属于中考常考题型.

27. **【分析】** (1) 想办法证明 $\triangle ADE$ 是等边三角形即可解决问题.

(2) ① 根据要求画出图形即可.

② 首先证明 $\triangle FBC$ 都是等边三角形，再证明 $\triangle ECF \cong \triangle DCB$ ，推出 $\angle 4 = \angle 5 = 60^\circ$ ，证明 $\triangle EFA \cong \triangle EFC$ (SAS) 可得结论.

【解答】 解：(1) 结论： $DE = AE$.

理由：如图 1 中，

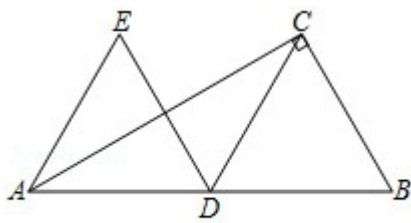


图 1

$$\because \angle ACB = 90^\circ, \angle BAC = 30^\circ,$$

$$\therefore AB = 2BC, \angle B = 60^\circ,$$

$$\because AD = DB,$$

$$\therefore CD = AD = DB,$$

$$\therefore \triangle CDB \text{ 是等边三角形,}$$

$$\therefore \angle CDB = 60^\circ,$$

$$\because DC = DE, \angle CDE = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle ADE = 180^\circ - \angle CDE - \angle CDB = 60^\circ,$$

$$\because DA = DC, DC = DE,$$

$$\therefore AD = DE,$$

$$\therefore \triangle ADE \text{ 是等边三角形,}$$

$$\therefore DE = AE.$$

(2) ①图形如图 2 所示:

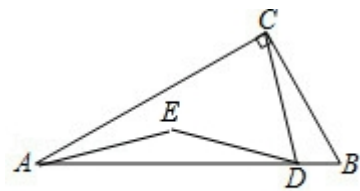


图 2

②如图 2 - 1 中, 结论: $DE = AE$.

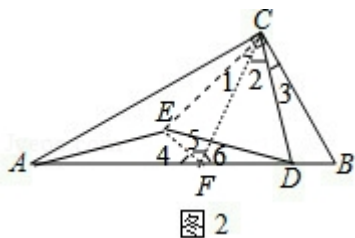


图 2

理由：取 AB 的中点 F ，连接 CE ， CF ， EF ．

$$\because \angle ACB = 90^\circ, AF = BF,$$

$$\therefore CF = AF = BF,$$

$$\because \angle B = 60^\circ,$$

$\therefore \triangle BCF$ 是等边三角形，

$$\because DC = DE, \angle CDE = 60^\circ,$$

$\therefore \triangle ECD$ 是等边三角形，

$$\therefore \angle 1 + \angle 2 = \angle 2 + \angle 3 = 60^\circ, CE = CD, CF = CB,$$

$$\therefore \angle 1 = \angle 3,$$

$$\therefore \triangle ECF \cong \triangle DCB \text{ (SAS)},$$

$$\therefore \angle 5 = \angle B = 60^\circ,$$

$$\because \angle 6 = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle 4 = \angle 5 = 60^\circ,$$

$$\because EF = EF, FA = FC,$$

$$\therefore \triangle EFA \cong \triangle EFC \text{ (SAS)},$$

$$\therefore AE = EC,$$

$$\because EC = ED,$$

$$\therefore AE = ED.$$

【点评】 本题属于几何变换综合题，考查了等边三角形的判定和性质，全等三角形的判定和性质等知识，解题的关键是正确寻找全等三角形解决问题，属于中考常考题型．

28. **【分析】** (1) ①根据“特征点”的定义判断即可．

②如图 2 中，当 $\odot W_1$ 与直线 $y = -x + 2$ 相切时， $W_1(2 - \sqrt{2}, 0)$ ，当 $\odot W_2$ 与直线 $y = -3$ 相切时， $W_2(3 + \sqrt{2}, 0)$ ，结合图象， $\odot W$ 与图中阴影部分有交点时， $\odot W$ 上存在满足条件的特征点.

(2) 特征点的图象是由原点向外扩大，当与反比例函数的图象第一次有交点时， $x + \frac{1}{x}$ 的值最小（如图 3 中）.

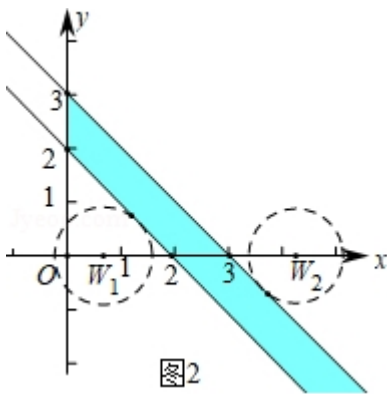
【解答】解：（1）① $\because 1 + 2 = 3$ ， $1 + 3 = 4$ ， $2.5 + 0 = 2.5$ ，

又 $\because 2 \leq a \leq 3$ ，

$\therefore A, C$ 是特征点.

故答案为： A, C .

②如图 2 中，



当 $\odot W_1$ 与直线 $y = -x + 2$ 相切时， $W_1(2 - \sqrt{2}, 0)$ ，

当 $\odot W_2$ 与直线 $y = -3$ 相切时， $W_2(3 + \sqrt{2}, 0)$ ，

观察图象可知满足条件的 m 取值范围为： $2 - \sqrt{2} \leq m \leq 3 + \sqrt{2}$.

(2) $\because x > 0$ ，

$\therefore y = \frac{1}{x}$ 的图象在第一象限，这个图象上的点的坐标为 $(x, \frac{1}{x})$ ，

\because 特征点满足 $x + y = a$ ($x \geq 0$, a 为常数)，

$\therefore x + \frac{1}{x} = a$ ，特征点的图象是由原点向外扩大，当与反比例函数的图象第一次有交点时， $x + \frac{1}{x}$ 的值最小（如图 3 中），

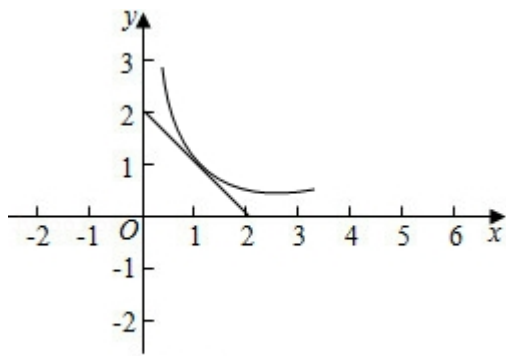


图3

此时交点的坐标为 $(1, 1)$ ，

$\therefore Z = x + \frac{1}{x}$ 的值最小，最小值为 2.

【点评】 本题属于反比例函数综合题，考查了一次函数的性质，直线与圆的位置关系，反比例函数的性质等知识，解题的关键是理解题意，学会两条图象法解决问题，属于中考压轴题.