2020 北京石景山初三一模

数　　学

学校__________________姓名_______________准考证号__________________

考生须知	
	1．本试卷共 8 页，共三道大题，28 道小题．满分 100 分，考试时间 120 分钟． 2．在试卷和答题卡上准确填写学校名称、姓名和准考证号． 3．试卷答案一律填涂或书写在答题卡上，在试卷上作答无效．在答题卡上，选择题、作图题用 2B 铅笔作答，其他试题用黑色字迹签字笔作答． 4．考试结束，将本试卷和答题卡一并交回．

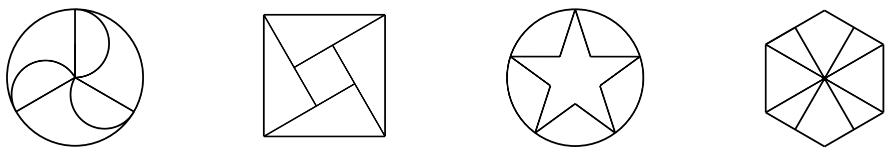
一、选择题（本题共 16 分，每小题 2 分）

下面各题均有四个选项，符合题意的选项只有一个．

1．2019 年 5 月 7 日，我国自主创新研发的"东方红 3 号科学考察船"通过挪威 DNV-GL 船级社权威认证，成为全球最大静音科考船．"东方红 3"是一艘5000吨级深远海科考船，具有全球无限航区航行能力，可持续航行15000海里.将15000用科学记数法表示应为

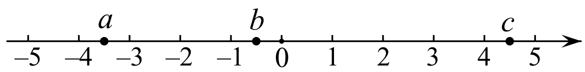
A．0.15×10^5　　B．1.5×10^4　　C．15×10^4　　D．15×10^3

2．下列图形中，既是轴对称图形，又是中心对称图形的是



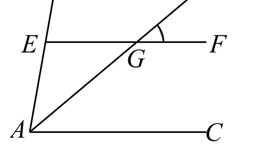
A　　　　B　　　　C　　　　D

3．实数a，b，c在数轴上的对应点的位置如图所示，则不正确的结论是



A．$|a|>3$　　B．$b-c<0$　　C．$ab<0$　　D．$a>-c$

4．如图，AD平分$\angle BAC$，点E在AB上，$EF\ /\!/\ AC$交AD于点G，若$\angle DGF=40°$，则$\angle BAD$的度数为



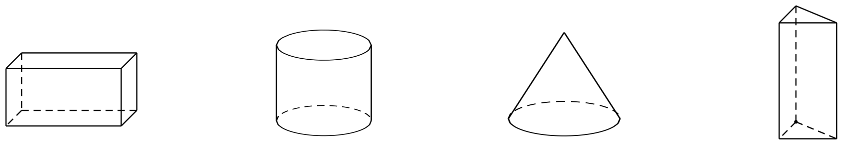
A．$20°$　　　　B．$40°$

C．$50°$　　　　D．$80°$

5．若一个多边形的内角和为$540°$，则该多边形的边数是

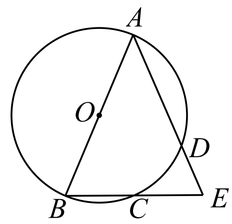
A．4　　B．5　　C．6　　D．7

6.在下列几何体中，其三视图中没有矩形的是



A　　B　　C　　D

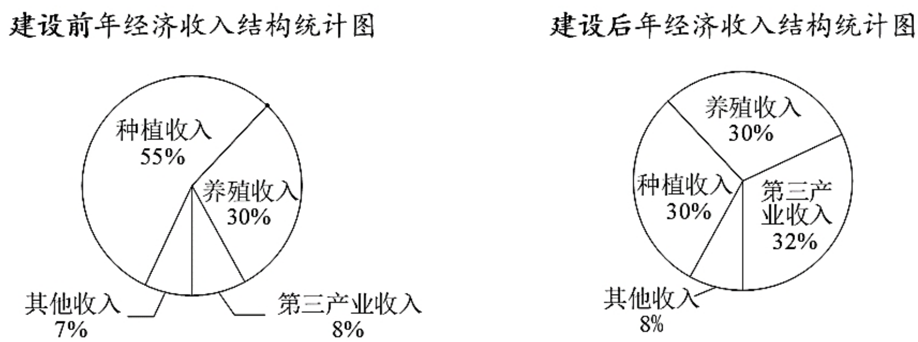
7．如图，点A，B，C，D在$\odot O$上，弦AD的延长线与弦BC的延长线相交于点E．用①AB是$\odot O$的直径，②$CB=CE$，③$AB=AE$中的两个作为题设，余下的一个作为结论组成一个命题，则组成真命题的个数为



A．0　　　　B．1

C．2　　　　D．3

8．某地区经过三年的新农村建设，年经济收入实现了翻两番（即是原来的2^2倍）．为了更好地了解该地区的经济收入变化情况，统计了该地区新农村建设前后的年经济收入构成结构如下：



则下列结论中不正确的是

A．新农村建设后，种植收入减少了

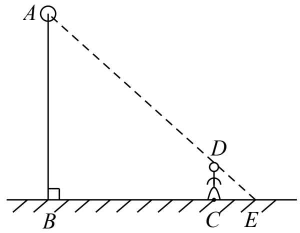
B．新农村建设后，养殖收入实现了翻两番

C．新农村建设后，第三产业收入比新农村建设前的年经济收入还多

D．新农村建设后，第三产业收入与养殖收入之和超过了年经济收入的一半

二、填空题（本题共 16 分，每小题 2 分）

9．请写出一个比 $\sqrt{10}$ 小的整数：____________.



10．如右图，身高1.8米的小石从一盏路灯下 B 处向前走了8米到达点 C 处时，发现自己在地面上的影子 CE 长是2米，则路灯的高 AB 为____________米.

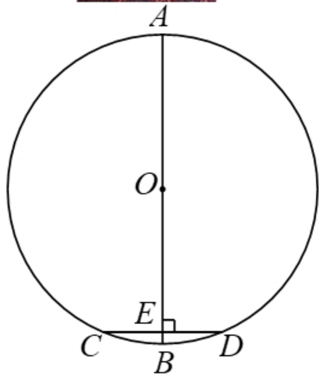
11．分解因式：$xy^2-4x=$ ____________.

12．一个不透明的盒子中装有4个黄球，3个红球和1个绿球，这些球除了颜色外无其他差别. 从中随机摸出一个小球，恰好是红球的概率是____________.

13．如果 $m+2n=\sqrt{5}$，那么代数式 $(\frac{4n}{m-2n}+2)\div\frac{m}{m^2-4n^2}$ 的值为____________.

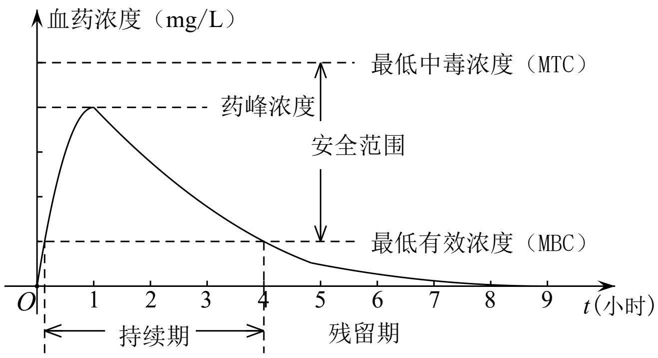
14．《九章算术》是中国传统数学重要的著作之一，奠定了中国传统数学的基本框架．其中卷九中记载了一个问题：“今有圆材，埋在壁中，不知大小，以锯锯之，深一寸，锯道长一尺，问径几何？”其意思是：

如右图，AB 为⊙ O 的直径，弦 $CD\perp AB$ 于点 E，$BE=1$寸，$CD=1$尺，那么直径 AB 的长为多少寸？（注：1 尺=10 寸）



根据题意，该圆的直径为____________寸.

15．为了做到合理用药，使药物在人体内发挥疗效作用，该药物的血药浓度应介于最低有效浓度与最低中毒浓度之间. 某成人患者在单次口服 1 单位某药后，体内血药浓度及相关信息如下：



根据图中提供的信息，下列关于成人患者使用该药物的说法中，

①首次服用该药物 1 单位约10 分钟后，药物发挥疗效作用；

②每间隔 4 小时服用该药物 1 单位，可以使药物持续发挥治疗作用；

③每次服用该药物 1 单位，两次服药间隔小于2.5 小时，不会发生药物中毒.

所有正确的说法是____________.

16．在平面直角坐标系 xOy 中，函数 $y_1=x(x<m)$ 的图象与函数 $y_2=x^2\ (x\geqslant m)$ 的图象组成图形 $\boldsymbol{G}$. 对于任意实数 n，过点 $P(0,n)$ 且与 x 轴平行的直线总与图形 $\boldsymbol{G}$ 有公共点. 写出一个满足条件的实数 m 的值为____________（写出一个即可）.

三、解答题（本题共 68 分，第 17-22 题，每小题 5 分，第 23-26 题，每小题 6 分，第 27-28 题，每小题 7 分）解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程.

17．计算：$\left(\dfrac{1}{5}\right)^{-1}-(\pi-2020)^0+\left|\sqrt{3}-1\right|-3\tan 30°$.

18．解不等式组 $\begin{cases}3x-5>2(x-3),\\ \dfrac{x+4}{3}\geqslant x,\end{cases}$ 并写出该不等式组的所有非负整数解.

19．下面是小石设计的“过直线上一点作这条直线的垂线”的尺规作图过程.

已知：如图1，直线 l 及直线 l 上一点 P.

求作：直线 PQ，使得 $PQ\perp l$.

图 1

作法：如图2，

①以点 P 为圆心，任意长为半径作弧，交直线 l 于点 A，B；

②分别以点 A，B 为圆心，以大于 $\dfrac{1}{2}AB$ 的同样长为半径作弧，两弧在直线 l 上方交于点 Q；

③作直线 PQ.

所以直线 PQ 就是所求作的直线.

图 2

根据小石设计的尺规作图过程，

（1）使用直尺和圆规，补全图形（保留作图痕迹）；

（2）完成下面的证明.

证明：连接 QA，QB.

∵ $QA=$（＿①＿），$PA=$（＿②＿），

∴ $PQ\perp l$（＿＿＿＿③＿＿＿＿）（填推理的依据）.

20．关于 x 的一元二次方程 $(m-1)x^2-3x+2=0$ 有两个实数根.

（1）求 m 的取值范围；

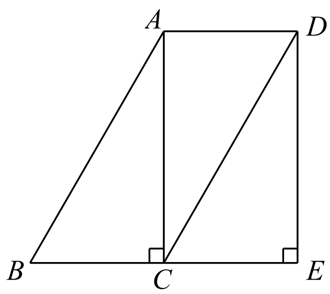
（2）若 m 为正整数，求此时方程的根.

21．如图，在▱$ABCD$ 中，$\angle ACB=90°$，过点 D 作 $DE\perp BC$ 交 BC 的延长线于点 E.

（1）求证：四边形 $ACED$ 是矩形；

（2）连接 AE 交 CD 于点 F，连接 BF.

若 $\angle ABC=60°$，$CE=2$，求 BF 的长.



22．如图，在平面直角坐标系 xOy 中，直线 $y=x+3$ 与函数 $y=\dfrac{k}{x}\ (x>0)$ 的图象交于点 $A(1,m)$，与 x 轴交于点 B.

（1）求 m，k 的值；

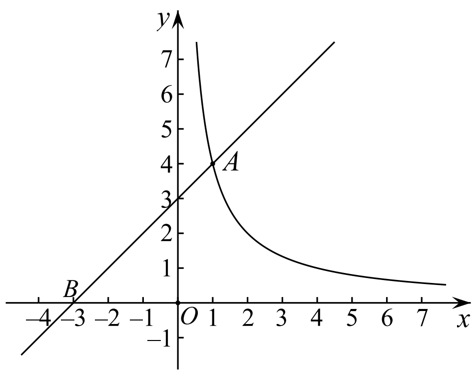
（2）过动点 $P(0,n)\ (n>0)$ 作平行于 x 轴的直线，交函数 $y=\dfrac{k}{x}\ (x>0)$ 的图象于点 C，

交直线 $y=x+3$ 于点 D.

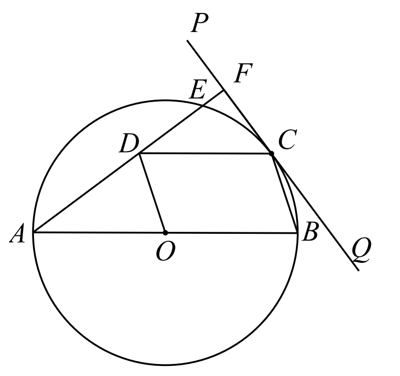
①当 $n=2$ 时，求线段 CD 的长；

②若 $CD\geqslant OB$，结合函数的图象，

直接写出 n 的取值范围.



23. 如图，AB 是⊙O 的直径，直线 PQ 与⊙O 相切于点 C，以 OB，BC 为边作▱$OBCD$，连接 AD 并延长交⊙O 于点 E，交直线 PQ 于点 F.



（1）求证：$AF \perp CF$；

（2）连接OC，BD交于点H，若$\tan\angle OCB=3$，

$\odot O$的半径是5，求BD的长.

24．北京某超市按月订购一种酸奶，每天的进货量相同. 根据往年的销售经验，每天需求量与当天最高气温（单位：℃）有关. 为了确定今年六月份的酸奶订购计划，对前三年六月份的最高气温及该酸奶需求量数据进行了整理、描述和分析，下面给出了部分信息.

a. 酸奶每天需求量与当天最高气温关系如下：

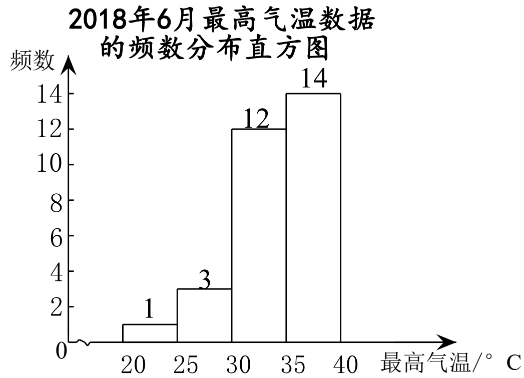
最高气温t（单位：℃）	$20\leqslant t<25$	$25\leqslant t<30$	$30\leqslant t\leqslant 40$
酸奶需求量（单位：瓶/天）	300	400	600

b. 2017年6月最高气温数据的频数分布统计表如下（不完整）：

c. 2018年6月最高气温数据的频数分布直方图如下：

2017年6月最高气温数据的频数分布表

分组	频数	频率
$20\leqslant t<25$	3	
$25\leqslant t<30$	$\boldsymbol{m}$	0.20
$30\leqslant t<35$	14	
$35\leqslant t\leqslant 40$		0.23
合计	30	1.00



d. 2019年6月最高气温数据如下（未按日期顺序）：

25 26 28 29 29 30 31 31 31 32 32 32 32 32 32

33 33 33 33 33 34 34 34 35 35 35 35 36 36 36

根据以上信息，回答下列问题：

（1）m的值为__________；

（2）2019 年 6 月最高气温数据的众数为___________，中位数为___________；

（3）估计六月份这种酸奶一天的需求量为 600 瓶的概率为___________；

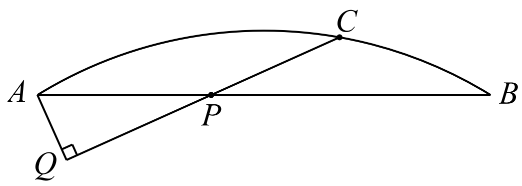
（4）已知该酸奶进货成本每瓶 4 元，售价每瓶 6 元，未售出的酸奶降价处理，以每瓶 2 元的价格当天全部处理完.

①2019 年 6 月这种酸奶每天的进货量为 500 瓶，则此月这种酸奶的利润为___________元；

②根据以上信息，预估 2020 年 6 月这种酸奶订购的进货量不合理的为

A．550 瓶/天　　　B．600 瓶/天　　　C．380 瓶/天

25．如图，C 是 $\overset{\frown}{AB}$ 上的一定点，P 是弦 AB 上的一动点，连接 PC，过点 A 作 $AQ \perp PC$ 交直线 PC 于点 Q.



小石根据学习函数的经验，对线段 PC，PA，AQ 的长度之间的关系进行了探究.

（当点 P 与点 A 重合时，令 $AQ = 0\text{cm}$）

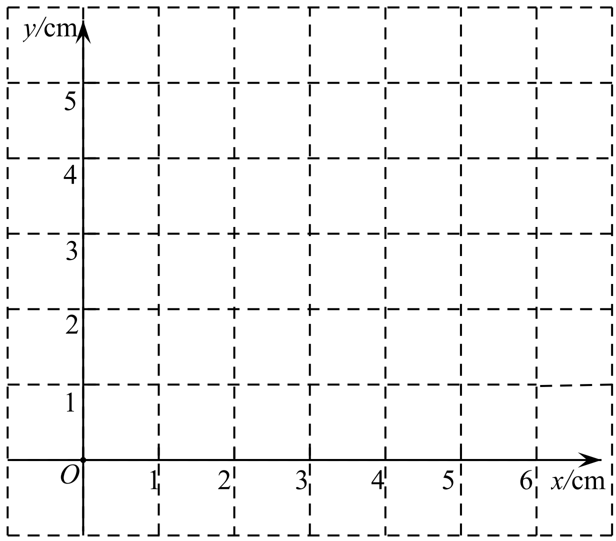
下面是小石的探究过程，请补充完整：

（1）对于点 P 在弦 AB 上的不同位置，画图、测量，得到了线段 PC，PA，AQ 的几组值，如下表：

	位置 1	位置 2	位置 3	位置 4	位置 5	位置 6	位置 7	位置 8	位置 9
PC/cm	4.07	3.10	2.14	1.68	1.26	0.89	0.76	1.26	2.14
PA/cm	0.00	1.00	2.00	2.50	3.00	3.54	4.00	5.00	6.00
AQ/cm	0.00	0.25	0.71	1.13	1.82	3.03	4.00	3.03	2.14

在 PC，PA，AQ 的长度这三个量中，确定_______________的长度是自变量，_______________的长度和的长度都是这个自变量的函数；

（2）在同一平面直角坐标系 xOy 中，画出（1）中所确定的函数的图象；



（3）结合函数图象，解决问题：当 $AQ=PC$ 时，PA 的长度约为____________ cm．（结果保留一位小数）

26．在平面直角坐标系 xOy 中，抛物线 $y=ax^2+4ax+b$ $(a>0)$ 的顶点 A 在 x 轴上，与 y 轴交于点 B．

（1）用含 a 的代数式表示 b；

（2）若 $\angle BAO=45^\circ$，求 a 的值；

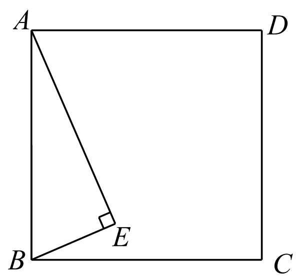
（3）横、纵坐标都是整数的点叫做整点. 若抛物线在点 A，B 之间的部分与线段 AB 所围成的区域（不含边界）内恰好没有整点，结合函数的图象，直接写出 a 的取值范围.

27．如图，点 E 是正方形 $ABCD$ 内一动点，满足 $\angle AEB=90^\circ$ 且 $\angle BAE<45^\circ$，过点 D 作 $DF\perp BE$ 交 BE 的延长线于点 F．

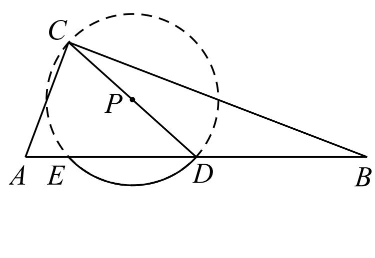
（1）依题意补全图形；

（2）用等式表示线段 EF，DF，BE 之间的数量关系，并证明.

（3）连接 CE，若 $AB=2\sqrt{5}$，请直接写出线段 CE 长度的最小值.



28．在 $\triangle ABC$ 中，以 AB 边上的中线 CD 为直径作圆，如果与边 AB 有交点 E（不与点 D 重合），那么称 $\overset{\frown}{DE}$ 为 $\triangle ABC$ 的 $C-$中线弧.



例如，右图中$\overset{\frown}{DE}$是$\triangle ABC$的$C-$中线弧．在平面直角坐标系xOy中，已知$\triangle ABC$存在$C-$中线弧，其中点A与坐标原点O重合，点B的坐标为$(2t, 0)$ $(t>0)$．

（1）当$t=2$时，

①在点$C_1(-3, 2)$，$C_2(0, 2\sqrt{3})$，$C_3(2, 4)$，$C_4(4, 2)$中，满足条件的点C是__________；

②若在直线$y=kx(k>0)$上存在点P是$\triangle ABC$的$C-$中线弧$\overset{\frown}{DE}$所在圆的圆心，其中$CD=4$，求k的取值范围；

（2）若$\triangle ABC$的$C-$中线弧$\overset{\frown}{DE}$所在圆的圆心为定点$P(2,2)$，直接写出t的取值范围.

2020 北京石景山初三一模

数　　学

阅卷须知：

1．为便于阅卷，本试卷答案中有关解答题的推导步骤写得较为详细，阅卷时，只要考生将主要过程正确写出即可.

2．若考生的解法与给出的解法不同，正确者可参照评分参考相应给分.

3．评分参考中所注分数，表示考生正确做到此步应得的累加分数.

一、选择题（本题共 16 分，每小题 2 分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	B	D	C	B	B	C	D	A

二、填空题（本题共 16 分，每小题 2 分）

9．答案不唯一，如：3　　10．9　　11．$x(y+2)(y-2)$

12．$\frac{3}{8}$　　13．$2\sqrt{5}$　　14．26

15．①②　　16．答案不唯一，如：1 （$0 \leqslant m \leqslant 1$）

三、解答题（本题共 68 分，第 17-22 题，每小题 5 分，第 23-26 题，每小题 6 分，第 27-28 题，每小题 7 分）解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程.

17．解：原式$=5-1+(\sqrt{3}-1)-3\times\frac{\sqrt{3}}{3}$ ……………………………4 分

$=3$． ……………………………5 分

18．解：原不等式组为$\begin{cases}3x-5>2(x-3), & ①\\ \frac{x+4}{3}\geqslant x. & ②\end{cases}$

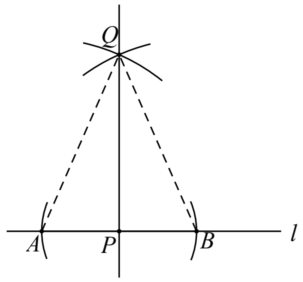
解不等式①，得 $x>-1$．

解不等式②，得 $x\leqslant 2$． ……………………………3 分

∴原不等式组的解集为$-1<x\leqslant 2$． ……………………………4 分

∴原不等式组的所有非负整数解为0，1，2．…………………………5 分

19．解：（1）补全的图形如右图所示；………2 分



（2）①QB；②PB；

③等腰三角形底边上的中线与底边上的高互相重合．………5 分

20．解：（1）∵ $\Delta=(-3)^2-4(m-1)\times 2$

$=-8m+17$．…………………………………1 分

依题意，得$\begin{cases} m-1\neq 0, \\ \Delta=-8m+17\geqslant 0, \end{cases}$

解得$m\leqslant\dfrac{17}{8}$且$m\neq 1$．…………………………………3 分

（2）∵ m为正整数，

∴ $m=2$．…………………………………4 分

∴原方程为$x^2-3x+2=0$．

解得$x_1=1$，$x_2=2$．…………………………………5 分

21．（1）证明：∵四边形$ABCD$是平行四边形，

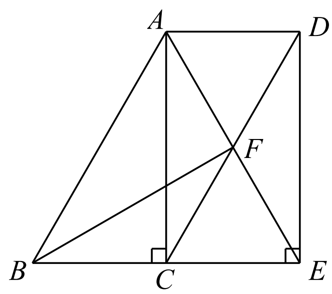
∴ $AD\parallel BC$．

∴ $\angle CAD=\angle ACB=90^\circ$．

又∵ $\angle ACE=90^\circ$，$DE\perp BC$，

∴四边形$ACED$是矩形．…………………………………2 分

（2）解：∵四边形$ACED$是矩形，



∴ $AD=CE=2$，$AF=EF$，$AE=CD$．

∵四边形$ABCD$是平行四边形，

∴ $BC=AD=2$，$AB=CD$．

∴ $AB=AE$．

又∵ $\angle ABC = 60°$，

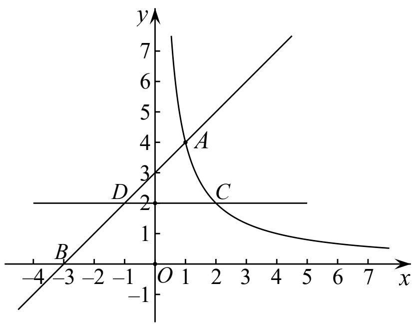
∴ $\triangle ABE$ 是等边三角形.

∴ $\angle BFE = 90°$， $\angle FBE = \frac{1}{2}\angle ABE = 30°$.

在 Rt $\triangle BFE$ 中， $BF = BE \times \cos\angle FBE = 4 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3}$.

…………………………………5 分

22．解：（1）∵直线 $y = x + 3$ 经过点 $A(1, m)$，



∴ $m = 4$. ……………1 分

又∵函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象经过点 $A(1, 4)$，

∴ $k = 4$. ……………2 分

（2）①当 $n = 2$ 时，点 P 的坐标为 $(0, 2)$，

∴点 C 的坐标为 $(2, 2)$，

点 D 的坐标为 $(-1, 2)$.

∴ $CD = 3$. ……………3 分

② $0 < n \leqslant 2$ 或 $n \geqslant 3 + \sqrt{13}$. ……………………………………5 分

23．（1）证明：连接 OC，如图 1.

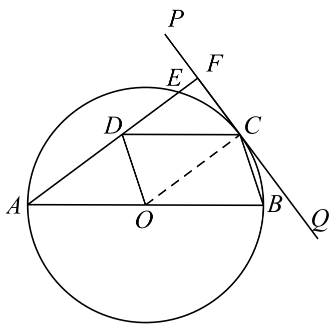


图 1

∵四边形 $OBCD$ 是平行四边形，

∴ $DC \parallel OB$， $DC = OB$.

∵ $AO = OB$，

∴ $DC \parallel AO$， $DC = AO$.

∴四边形 $OCDA$ 是平行四边形.

∴ $AF \parallel OC$.

∵直线 PQ 与⊙ O 相切于点 C， OC 是半径，

∴ $\angle OCQ = 90°$.

$\therefore \angle AFC=\angle OCQ=90^{\circ}$.

即 $AF\perp CF$．…………2 分

（2）解：过点 B 作 $BN\perp OC$ 于点 N，如图 2.

$\because$四边形 $OBCD$ 是平行四边形，

$\therefore BD=2BH$， $CH=\frac{1}{2}CO=\frac{5}{2}$.

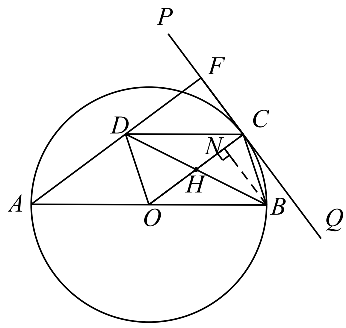


图 2

在 Rt△BNC 中， $\tan\angle NCB=\frac{BN}{CN}=3$，

设 $CN=x$， $BN=3x$，

$\therefore ON=5-x$.

在 Rt△ONB 中，$(5-x)^2+(3x)^2=5^2$，

解得 $x_1=0$（舍），$x_2=1$.

$\therefore BN=3x=3$， $HN=\frac{5}{2}-x=\frac{3}{2}$.

在 Rt△HNB 中，由勾股定理可得 $BH=\frac{3\sqrt{5}}{2}$.

$\therefore BD=2BH=3\sqrt{5}$．……………………………………6 分

24．解：（1）6；……………………………………1 分

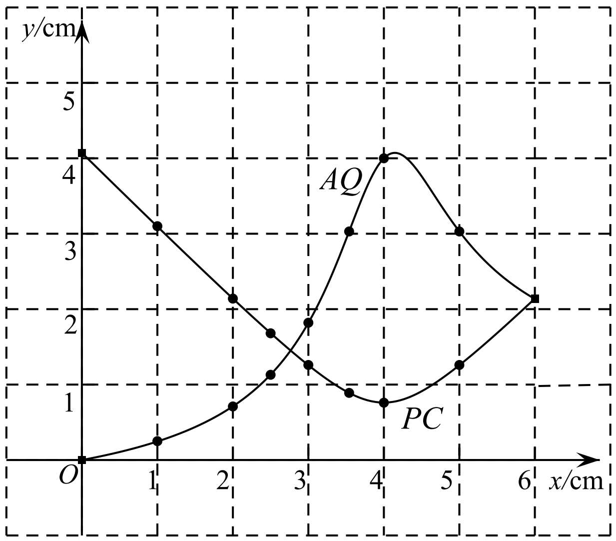
（2）32，32.5；……………………………………3 分

（3）$\frac{4}{5}$；……………………………………4 分

（4）①28000；②C. ……………………………………6 分

25．解：（1）PA； PC， AQ；……………………………………2 分

（2）



…………4分

（3）2.8 或 6.0．…………………………………6分

26．解：（1）∵ $y = ax^2 + 4ax + b$

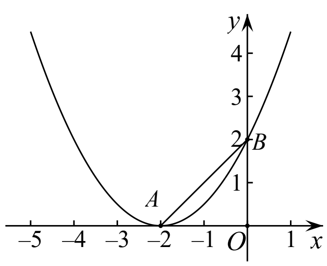
$= a(x+2)^2 + (b-4a)$，

∴顶点 A 的坐标为 $(-2, b-4a)$．

∵顶点 A 在 x 上，

∴ $b - 4a = 0$，即 $b = 4a$．…………………………………2分

（2）抛物线为 $y = ax^2 + 4ax + 4a(a>0)$，则



顶点为 $A(-2,0)$，

与 y 轴的交点 $B(0,4a)$ 在 y 轴的正半轴．

∵ $\angle BAO = 45^\circ$，

∴ $OB = OA = 2$．

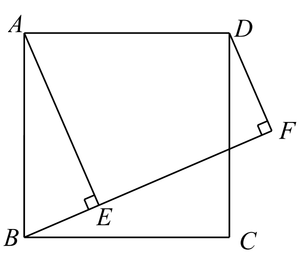
∴ $4a = 2$．

∴ $a = \dfrac{1}{2}$．…………………………………4分

（3）$0 < a \leqslant \dfrac{1}{2}$ 或 $a = 1$．…………………………………6分

27．（1）依题意补全图形，如图1．………1分

（2）线段 EF，DF，BE 的数量关系



为：$EF = DF + BE$．………………2 分

证明：过点 A 作 $AM \perp FD$ 交 FD 的延长线于

点 M，如图 2．………………3 分

图 1

$\because \angle AEF = \angle F = \angle M = 90°$，

$\therefore$ 四边形 $AEFM$ 是矩形.

$\therefore \angle 3 + \angle 2 = 90°$.

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是正方形，

$\therefore \angle 1 + \angle 2 = 90°$，$AB = AD$，

$\therefore \angle 1 = \angle 3$.

又 $\because \angle AEB = \angle M = 90°$，

$\therefore \triangle AEB \cong \triangle AMD$．……………5 分

$\therefore BE = DM$，$AE = AM$.

$\therefore$ 矩形 $AEFM$ 是正方形.

$\therefore EF = MF$.

$\because MF = DF + DM$，

$\therefore EF = DF + BE$．………………………………6 分

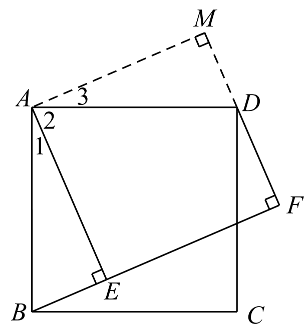


图 2

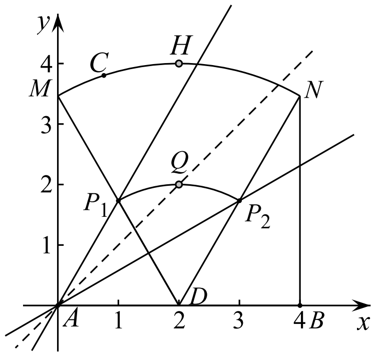
（3）$5-\sqrt{5}$．………………………………7 分

28．解：（1）① C_2，C_4；………………………………2 分

② $\because \triangle ABC$ 的中线 $CD = 4$，$B(4,0)$，$k > 0$，

$\therefore$ 点 C 在 $\overset{\frown}{MN}$ 上（点 H 除外），其中点 $M(0,2\sqrt{3})$，点 $N(4,2\sqrt{3})$，

点 $H(2,4)$.



∵点 P 是 $\triangle ABC$ 的 $C-$ 中线弧 $\overset{\frown}{DE}$ 所在圆的圆心，

∴点 P 在 $\overset{\frown}{P_1P_2}$ 上（点 Q 除外），其中点 $P_1(1,\sqrt{3})$，点 $P_2(3,\sqrt{3})$，点 $Q(2,2)$.

当直线 $y=kx$ 过点 $P_1(1,\sqrt{3})$ 时，得 $k=\sqrt{3}$.

当直线 $y=kx$ 过点 $P_2(3,\sqrt{3})$ 时，得 $k=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$.

当直线 $y=kx$ 过点 $Q(2,2)$ 时，得 $k=1$.

结合图形，可得 k 的取值范围是 $\dfrac{\sqrt{3}}{3}\leqslant k\leqslant\sqrt{3}$ 且 $k\neq 1$. …………5 分

（2）$\dfrac{4}{3}\leqslant t\leqslant 4$ 且 $t\neq 2$. …………………………7 分