2022 北京大兴初三一模

数　　学

一、选择题（共 16 分，每题 2 分）

1. 某市 2021 年上半年统计机动车保有量　260000 辆，将 260000 用科学记数法表示应为（　　）

A. 0.26×10^{6}　　B. 26×10^{4}　　C. 2.6×10^{6}　　D. 2.6×10^{5}

2. 下列运算正确的是（　　）

A. $a^{2}\cdot a^{3}=a^{5}$　　B. $\left(ab^{2}\right)^{3}=ab^{6}$　　C. $a^{2}+a^{3}=a^{5}$　　D. $a^{2}\div a^{3}=a$

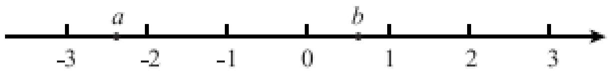
3. 若 $\angle\alpha=40°$，则 $\angle\alpha$ 的补角的度数是（　　）

A. 40°　　B. 50°　　C. 130°　　D. 140°

4. 若一个多边形的内角和等于 720°，则这个多边形的边数是（　　）

A 5　　B. 6　　C. 7　　D. 8

5. 实数 a，b 在数轴上的对应点的位置如图所示，下列结论中正确的是（　　）

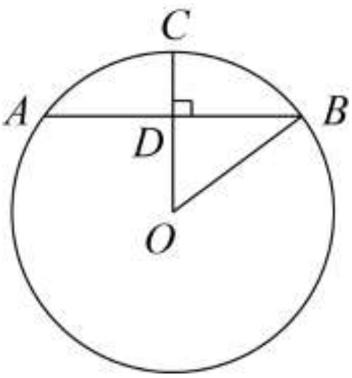


A. $a<-3$　　B. $|a|<|b|$　　C. $a+b<0$　　D. $b<a$

6. 掷一枚质地均匀的正方体骰子，骰子的六个面上分别刻有 1 到 6 的点数，掷得面朝上的点数为偶数的概率为（　　）

A. $\frac{1}{6}$　　B. $\frac{1}{4}$　　C. $\frac{1}{3}$　　D. $\frac{1}{2}$

7. 如图，AB 是 $\odot O$ 的弦，半径 $OC\perp AB$ 于点 D，若 $AB=8$，$CD=2$，则 OB 的长是（　　）



A. 3　　B. 4　　C. 5　　D. 6

8. 某市煤气公司要在地下修建一个容积为10^{4}立方米的圆柱形煤气储存室，记储存室的底面半径为 r 米，高为 h 米，底面积为 S 平方米，当 h，r 在一定范围内变化时，S 随 h，r 的变化而变化，则 S 与 h，S 与 r 满足的函数关系分别是（　　）

A. 一次函数关系，二次函数关系　　B. 反比例函数关系，二次函数关系

C. 一次函数关系，反比例函数关系　　D. 反比例函数关系，一次函数关系

二、填空题（共 16 分，每题 2 分）

9. 在函数 $y=\dfrac{1}{x-1}$ 中，自变量 x　取值范围是______.

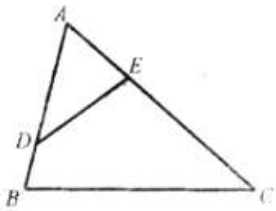
10. 分解因式：$mx^2-my^2=$______.

11. 在△*ABC* 中，*D*，*E* 分别是边 *AB*，*AC* 的中点，若 *DE*=2，则 *BC*= ___.

12. 不等式组 $\begin{cases}x-3<0\\2-x<1\end{cases}$ 的解集是______.

13. 已知 72°的圆心角所对的弧长为 2π cm，则此弧所在圆的半径是______cm.

14. 如图，△ABC 中，D、E 分别是 AB、AC 边上一点，连接 DE，请你添加一个条件，使△ADE∽△ABC，则你添加的这一个条件可以是___________（写出一个即可）.



15. 在平面直角坐标系 *xOy* 中，一次函数 $y=kx+1\left(k\neq0\right)$ 的图象经过点 $\left(2,3\right)$，则 *k* 的值为______.

16. 某游泳馆为吸引顾客，推出了不同的购买游泳票的方式. 游泳票在使用有效期限内，支持一个人在一天内不限次数的进入到游泳馆进行游泳. 游泳票包括一日票、三日票、五日票及七日票共四种类型，价格如下表：

类型	一日票	三日票	五日票	七日票
单价（元/张）	50	130	200	270

某人想连续 6 天不限次数的进入到游泳馆游泳，若决定从以上四种类型中购买游泳票，则总费用最低为______元.

三、解答题（共 68 分，第 17—19 题，每题 5 分，第 20 题 4 分，第 21—23 题，每题 6 分，第 24 题 5 分，第 25—26 题，每题 6 分，第 27—28 题，每题 7 分）解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程.

17. 计算：$2\sin30^\circ+\sqrt{8}+\left|-5\right|-\left(-\dfrac{1}{2}\right)^{-1}$.

18. 解分式方程：$\dfrac{3}{2x-4}-\dfrac{x}{x-2}=\dfrac{1}{2}$.

19. 已知 $x^2-2x-1=0$，求 $\left(x+1\right)\left(x-1\right)+2x\left(x-3\right)$ 的值.

20. 下面是小云设计的"利用等腰三角形和它底边的中点作菱形"的尺规作图过程.

已知：如图，在△*ABC* 中，$BA=BC$，*D* 是 *AC* 的中点.

求作：四边形 *ABCE*，使得四边形 *ABCE* 为菱形.

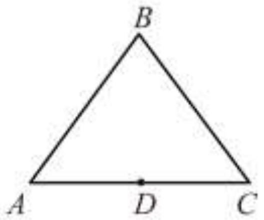
作法：①作射线 *BD*；

②以点 *D* 为圆心，*BD* 长为半径作弧，交射线 *BD* 于点 *E*；

③连接 *AE*，*CE*，则四边形 *ABCE* 为菱形.

根据小云设计的尺规作图过程.

（1）使用直尺和圆规，补全图形；（保留作图痕迹）



（2）完成下面的证明.

证明：∵点 D 为 AC 的中点，

∴ $AD=CD$.

又∵ $DE=BD$，

∴四边形 $ABCE$ 为平行四边形（______）（填推理的依据）.

∵ $BA=BC$，

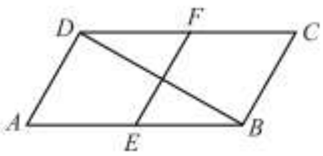
∴ ▱$ABCD$ 为菱形（______）（填推理的依据）.

21. 已知关于 x 的方程 $x^2-2mx+m^2-9=0$.

（1）求证：此方程有两个不相等的实数根；

（2）设此方程的两个根分别为 x_1， x_2，若 $x_1+x_2=6$，求 m 的值.

22. 如图，在平面四边形 $ABCD$ 中，点 E，F 分别是 AB，CD 上的点， $CF=BE$.



（1）求证：四边形 $AEFD$ 是平行四边形；

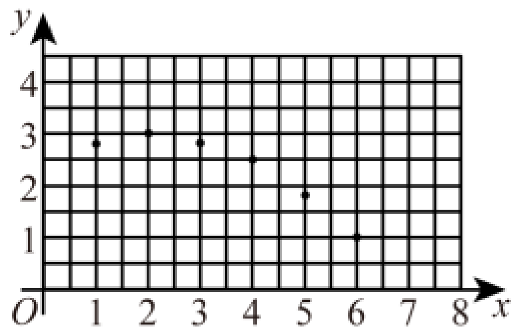
（2）若 $\angle A=60^\circ$， $AD=2$， $AB=4$，求 BD 的长.

23. 某景观公园内人工湖里有一组喷泉，水柱从垂直于湖面的喷水枪喷出，水柱落于湖面的路径形状是一条曲线．现有一个垂直于湖面的喷水枪，在距喷水枪水平距离为 x 米处，水柱距离湖面高度为 y 米．经测量得到如下数据：

x（米）	0	1	2	3	4	5	6	…
y（米）	2.50	2.88	3.00	2 87	2.50	1.88	1.011	…

请解决以下问题：

（1）如下图，在平面直角坐标系 xOy 中，描出了上表中 y 与 x 各对对应值为坐标的点．请根据描出的点，画出这条曲线；



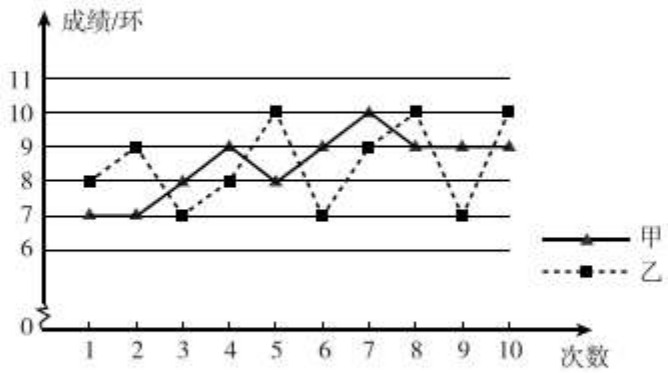
（2）结合所画曲线回答：

①水柱的最高点距离湖面约______米；

②水柱在湖面上的落点距喷水枪的水平距离约为______米；

（3）若一条游船宽 3 米，顶棚到湖面的高度 2 米，为了保证游客有良好的观光体验，游船需从喷泉水柱下通过，如果不计其他因素，根据图象判断______（填“能”或“不能”）避免游船被喷泉喷到.

24. 如图是甲、乙两射击运动员的 10 次射击训练成绩的折线统计图.

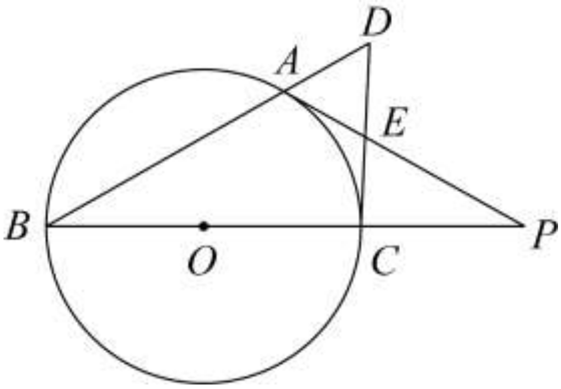


观察折线统计图回答：

（1）甲的中位数是______；

（2）10 次射击成绩的方差 $S_{甲}^{2}$______$S_{乙}^{2}$（填“>”，“=”或“<”），这表明______（用简明的文字语言表述）.

25. 如图，A 是⊙O 上一点，BC 是⊙O 的直径，BA 的延长线与⊙O 的切线 CD 相交于点 D，E 为 CD 的中点，AE 的延长线与 BC 的延长线交于点 P.



（1）求证：AP 是⊙O 切线；

（2）若 $OC=CP$，$AB=2\sqrt{3}$，求 CD 的长.

26. 在平面直角坐标系 xOy 中，已知关于 x 的二次函数 $y=x^2-2ax+6$.

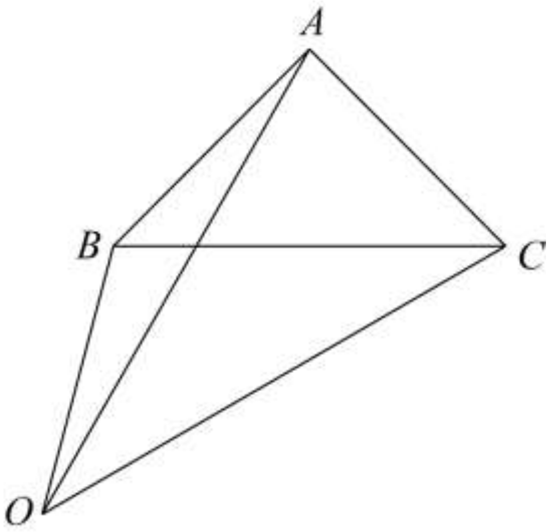
（1）若此二次函数图象的对称轴为 $x=1$.

①求此二次函数的解析式；

②当 $x\neq1$ 时，函数值 y______5（填“>”，“<”，或“≥”或“≤”）；

（2）若 $a<-2$ ，当 $-2\leq x\leq2$ 时，函数值都大于 a，求 a 的取值范围.

27. 已知，如图 $OB=BA$ ，$\angle OBA=150°$ ，线段 BA 绕点 A 逆时针旋转 90°得到线段 AC．连接 BC，OA，OC，过点 O 作 $OD\perp AC$ 于点 D.



（1）依题意补全图形；

（2）求 $\angle DOC$ 的度数.

28. 在平面直角坐标系 xOy 中，$\odot O$ 的半径为 1，已知点 A，过点 A 作直线 MN．对于点 A 和直线 MN，给出如下定义：若将直线 MN 绕点 A 顺时针旋转，直线 MN 与 $\odot O$ 有两个交点时，则称 MN 是 $\odot O$ 的“双关联直线”，与 $\odot O$ 有一个交点 P 时，则称 MN 是 $\odot O$ 的“单关联直线”，AP 是 $\odot O$ 的“单关联线段”.

（1）如图 1，$A(0,4)$，当 MN 与 y 轴重合时，设 MN 与 $\odot O$ 交于 C，D 两点．则 MN 是 $\odot O$ 的“______关联直线”（填“双”或“单”）；$\dfrac{AC}{AD}$ 的值为______；

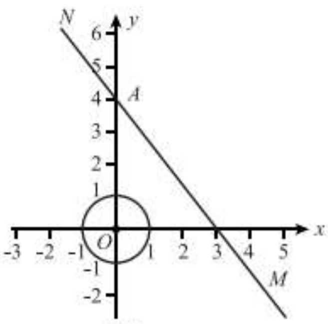


图 1

（2）如图 2，点 A 为直线 $y=-3x+4$ 上一动点，AP 是 $\odot O$ 的“单关联线段”.

①求 OA 的最小值；

②直接写出△APO面积的最小值.

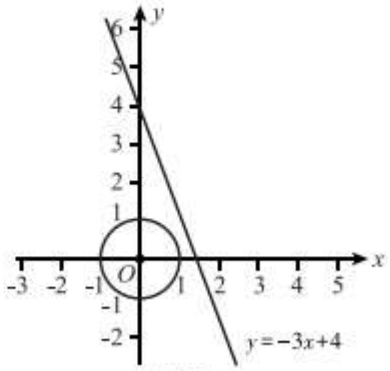


图 2

参考答案

一、选择题（共 16 分，每题 2 分）

1. 某市 2021 年上半年统计机动车保有量 260000 辆，将 260000 用科学记数法表示应为（　）

A. 0.26×10^6　　B. 26×10^4　　C. 2.6×10^6　　D. 2.6×10^5

【答案】D

【解析】

【分析】科学记数法的表示形式为 $a\times10^n$ 的形式，其中 $1\le|a|<10$，n 为整数．确定 n 的值时，要看把原数变成 a 时，小数点移动了多少位，n 的绝对值与小数点移动的位数相同．

【详解】解：将 260000 用科学记数法表示为：2.6×10^5．

故选：D．

【点睛】本题考查科学记数法的表示方法．科学记数法的表示形式为 $a\times10^n$ 的形式，其中 $1\le|a|<10$，n 为整数，表示时关键要正确确定 a 的值以及 n 的值．

2. 下列运算正确的是（　）

A. $a^2\cdot a^3=a^5$　　B. $\left(ab^2\right)^3=ab^6$　　C. $a^2+a^3=a^5$　　D. $a^2\div a^3=a$

【答案】A

【解析】

【分析】分别根据同底数幂乘法、积的乘方、合并同类项、同底数幂除法法则，对各选项计算后利用排除法求解．

【详解】A．$a^2\cdot a^3=a^5$，正确；

B．应为$\left(ab^2\right)^3=a^3b^6$，故本选项错误；

C．a^2 和 a^3 不是同类项，故本选项错误；

D．应为$a^2\div a^3=a^{-1}$，故本选项错误．

故选：A．

【点睛】本题考查同底数幂乘法、积的乘方、合并同类项、同底数幂除法法则，熟练掌握运算性质是解题的关键．

3. 若$\angle\alpha=40^\circ$，则$\angle\alpha$ 的补角的度数是（　）

A. 40°　　B. 50°　　C. 130°　　D. 140°

【答案】D

【解析】

【分析】根据补角的定义即可求解．

【详解】解：∵∠α=40°，

∴它的补角=180°－40°=140°．

故选：D．

【点睛】本题考查了补角的知识，熟记互为补角的两个角的和等于 180°是解题的关键．

4. 若一个多边形的内角和等于 720°，则这个多边形的边数是（　　）

A. 5　　B. 6　　C. 7　　D. 8

【答案】B

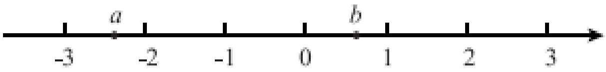
【解析】

【详解】试题分析：根据内角和定理 180°×（n-2）即可求得.

解：180°×（n-2）=720°，解得 n=6.

考点：多边形的内角和定理.

5. 实数 a，b 在数轴上的对应点的位置如图所示，下列结论中正确的是（   ）



A. $a<-3$　　　　B. $|a|<|b|$　　　　C. $a+b<0$　　　　D. $b<a$

【答案】C

【解析】

【分析】根据数轴上对应位置可知 $-3<a<-2<0<b<1$，即可逐项判断.

【详解】解：根据数轴上对应位置可知 $-3<a<-2<0<b<1$，

$\therefore |a|>|b|$， $a+b<0$，

综上，C 选项正确，

故选：C.

【点睛】本题考查数轴上的点表示的数、绝对值、有理数加法法则、有理数的大小比较等内容，根据数轴找到 $-3<a<-2<0<b<1$ 是解题的关键.

6. 掷一枚质地均匀的正方体骰子，骰子的六个面上分别刻有 1 到 6 的点数，掷得面朝上的点数为偶数的概率为（   ）

A. $\frac{1}{6}$　　　　B. $\frac{1}{4}$　　　　C. $\frac{1}{3}$　　　　D. $\frac{1}{2}$

【答案】D

【解析】

【分析】先统计出偶数点的个数，再根据概率公式解答.

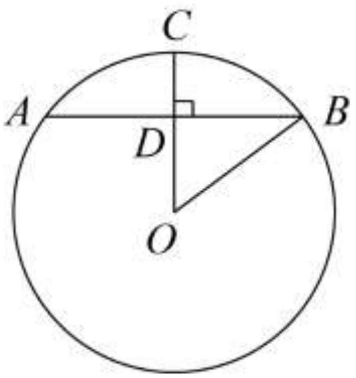
【详解】解：正方体骰子共六个面，点数为 1，2，3，4，5，6，偶数为 2，4，6，

故点数为偶数的概率为 $\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$，

故选：D.

【点睛】此题考查了概率的求法，解题的关键是掌握如果一个事件有 n 种可能，而且这些事件的可能性相同，其中事件 A 出现 m 种结果，那么事件 A 的概率 P（A）$=\frac{m}{n}$.

7. 如图，AB 是 $\odot O$ 的弦，半径 $OC\perp AB$ 于点 D，若 $AB=8$， $CD=2$，则 OB 的长是（   ）



A. 3　　B. 4　　C. 5　　D. 6

【答案】C

【解析】

【分析】根据圆的性质，设 $OB=x$，$OD=x-2$，由勾股定理即可求解；

【详解】解：$\because OC\perp AB$

$\therefore AD=BD$

$\because AB=8$

$\therefore BD=\frac{1}{2}AB=4$

$\because CD=2$

设 $OB=x$，$OD=x-2$

由勾股定理得，

$OB^2=BD^2+OD^2$ 即，$x^2=4^2+\left(x-2\right)^2$

解得：$x=5$

故选：C

【点睛】本题主要考查圆的性质、勾股定理，掌握相关知识并灵活应用是解题的关键．

8. 某市煤气公司要在地下修建一个容积为 10^4 立方米的圆柱形煤气储存室，记储存室的底面半径为 r 米，高为 h 米，底面积为 S 平方米，当 h，r 在一定范围内变化时，S 随 h，r 的变化而变化，则 S 与 h，S 与 r 满足的函数关系分别是（　）

A. 一次函数关系，二次函数关系　　B. 反比例函数关系，二次函数关系

C. 一次函数关系，反比例函数关系　　D. 反比例函数关系，一次函数关系

【答案】B

【解析】

【分析】根据已知条件求出 S 随 h，S 随 r 变化的函数关系式即可得到解答．

【详解】解：由已知可得：$S=\pi r^2$，$Sh=10^4$，

$\therefore S=\frac{10^4}{h}$，

$\therefore S$ 与 h，S 与 r 满足的函数关系分别是反比例函数关系，二次函数关系，

故选 B．

【点睛】本题考查函数类型的判别，根据实际问题列出函数解析式并根据解析式的特征判断函数的类型是解题关键.

二、填空题（共 16 分，每题 2 分）

9. 在函数 $y=\dfrac{1}{x-1}$ 中，自变量 x　取值范围是______.

【答案】$x\neq 1$

【解析】

【分析】根据分式的意义，分母不等于 0，可以求出 x 的范围.

【详解】解：根据题意得：$x-1\neq 0$，

解得：$x\neq 1$.

故答案为：$x\neq 1$.

【点睛】考查了函数自变量的范围，函数自变量的范围一般从三个方面考虑：（1）当函数表达式是整式时，自变量可取全体实数；（2）当函数表达式是分式时，考虑分式的分母不能为 0；（3）当函数表达式是二次根式时，被开方数非负.

10. 分解因式：$mx^2-my^2=$______.

【答案】$m(x+y)(x-y)\#\#m(x-y)(x+y)$

【解析】

【分析】先提取公因式 m，再对余下的多项式利用平方差公式继续分解.

【详解】解：$mx^2-my^2=m\left(x^2-y^2\right)=m\left(x+y\right)\left(x-y\right)$，

故答案为：$m(x+y)(x-y)$.

【点睛】本题考查了用提公因式法和公式法进行因式分解，一个多项式有公因式首先要提取公因式，然后再用其他方法进行因式分解，同时因式分解要彻底，直到不能分解为止.

11. 在△ABC 中，D，E 分别是边 AB，AC 的中点，若 DE=2，则 BC= ___.

【答案】4

【解析】

【分析】根据三角形中位线定理解答即可.

【详解】解：∵D、E 分别是边 AB、AC 的中点，

∴DE 是△ABC 的中位线，

∴BC=2DE=4，

故答案为：4.

【点睛】本题考查的是三角形中位线定理，掌握三角形的中位线平行于第三边，且等于第三边的一半是解题的关键.

12. 不等式组 $\begin{cases}x-3<0\\2-x<1\end{cases}$ 的解集是______.

【答案】$1<x<3$

【解析】

【分析】分别解两个不等式，再根据“同大取大，同小取小，大小小大中间找，大大小小无解了”找到解集即可.

【详解】解：$\begin{cases} x-3<0① \\ 2-x<1② \end{cases}$，

解不等式①可得 $x<3$，

解不等式②可得 $x>1$，

∴不等式组的解集为$1<x<3$，

故答案为：$1<x<3$.

【点睛】本题考查解一元 一次不等式组，掌握不等式组的解法是解决本题的关键.

13. 已知 72°的圆心角所对的弧长为2π cm，则此弧所在圆的半径是______cm.

【答案】5

【解析】

【分析】设此弧所在圆的半径为 Rcm，根据弧长公式列式计算即可.

【详解】解：设此弧所在圆的半径为 Rcm，

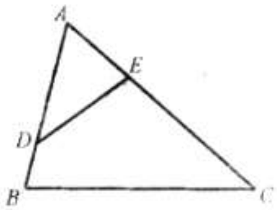
则 $\dfrac{72°\times 2\pi\times \mathrm{R}}{360°}=\dfrac{2\pi R}{5}=2\pi$，

解得，R＝5（cm），

故答案为 5.

【点睛】本题考查弧长的计算，掌握弧长的公式是解题的关键.

14. 如图，△ABC 中，D、E 分别是 AB、AC 边上一点，连接 DE，请你添加一个条件，使△ADE∽△ABC，则你添加的这一个条件可以是___________（写出一个即可）.



【答案】$\angle ADE=\angle C$

【解析】

【详解】【分析】可以根据：两角对应相等两三角形相似；两边对应成比例且夹角相等,两个三角形相似；三边对应成比例,两个三角形相似.添上适当条件便可.

【详解】根据“两角对应相等的两三角形相似”，可添加$\angle ADE=\angle C$.

故答案为$\angle ADE=\angle C$

【点睛】本题考核知识点：相似三角形判定. 解题关键点：熟练掌握相似三角形判定方法.

15. 在平面直角坐标系 xOy 中，一次函数 $y=kx+1\left(k\neq 0\right)$的图象经过点$\left(2,3\right)$，则 k 的值为______.

【答案】1

【解析】

【分析】把$\left(2,3\right)$代入函数解析式 $y=kx+1\left(k\neq 0\right)$，得到关于 k 的一元一次方程，求解即可.

【详解】解：把$(2,3)$代入函数解析式$y=kx+1(k\neq 0)$，

可得$3=2k+1$，

解得$k=1$，

故答案为：1．

【点睛】本题考查一次函数图象上点的坐标特征，一次函数图象上的点都会满足其解析式．

16. 某游泳馆为吸引顾客，推出了不同的购买游泳票的方式．游泳票在使用有效期限内，支持一个人在一天内不限次数的进入到游泳馆进行游泳．游泳票包括一日票、三日票、五日票及七日票共四种类型，价格如下表：

类型	一日票	三日票	五日票	七日票
单价（元/张）	50	130	200	270

某人想连续6天不限次数的进入到游泳馆游泳，若决定从以上四种类型中购买游泳票，则总费用最低为______元．

【答案】250

【解析】

【分析】分5种方案计算费用比较即可．

【详解】解：连续6天不限次数的进入到游泳馆游泳

方案一：买一日票6张，费用$50\times 6=300$（元）

方案二：买一日票1张，五日票1张，费用$50+200=250$（元）

方案三：买一日票3张，三日票1张，费用$3\times 50+130=280$（元）

方案四：买三日票2张，费用$2\times 130=260$（元）

方案五：买七日票1张，费用270（元）

故方案二费用最低：250（元）

故答案为：250．

【点睛】本题考查了根据实际问题求最小值，解题 关键是需要分情况列出可能性．

三、解答题（共68分，第17—19题，每题5分，第20题4分，第21—23题，每题6分，第24题5分，第25—26题，每题6分，第27—28题，每题7分）解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程．

17. 计算：$2\sin 30^\circ+\sqrt{8}+|-5|-\left(-\frac{1}{2}\right)^{-1}$．

【答案】$8+2\sqrt{2}$

【解析】

【分析】先计算锐角三角函数、算术平方根、绝对值和负整数指数幂，再利用实数的加减法法则计算即可．

【详解】解：原式$=2\times\frac{1}{2}+2\sqrt{2}+5-(-2)$

$=1+2\sqrt{2}+5+2$

$=8+2\sqrt{2}$．

【点睛】本题考查特殊三角函数值、负整数指数幂、算术平方根等内容，掌握运算法则是解题的关键．

18. 解分式方程：$\frac{3}{2x-4}-\frac{x}{x-2}=\frac{1}{2}$.

【答案】$x=\frac{5}{3}$

【解析】

【分析】根据解分式方程的步骤，因式分解、去分母、移项、合并同类项、系数化“1”、验根、下结论即可．

【详解】解：$\frac{3}{2x-4}-\frac{x}{x-2}=\frac{1}{2}$

整理得$\frac{3}{2\left(x-2\right)}-\frac{x}{x-2}=\frac{1}{2}$，

方程两边同乘最简公分母$2\left(x-2\right)$得$3-2x=x-2$，

移项得$3+2=x+2x$，

合并同类项得$3x=5$，

系数化“1”得$x=\frac{5}{3}$，

检验：当$x=\frac{5}{3}$时，$2\left(x-2\right)=2\times\left(\frac{5}{3}-2\right)\neq 0$，

$\therefore$ $x=\frac{5}{3}$是原分式方程的解．

【点睛】本题考查解分式方程，熟练掌握解分式方程的步骤，不要忘记验根是解决问题的关键．

19. 已知$x^2-2x-1=0$，求$\left(x+1\right)\left(x-1\right)+2x\left(x-3\right)$的值．

【答案】2

【解析】

【分析】根据题意可得$x^2-2x=1$，化简式子，整体代入即可求解．

【详解】解：$\because$ $x^2-2x-1=0$，

$\therefore$ $x^2-2x=1$，

$\therefore\left(x+1\right)\left(x-1\right)+2x\left(x-3\right)$

$=x^2-1+2x^2-6x$

$=3x^2-6x-1$

$=3\left(x^2-2x\right)-1$

$=3\times1-1=2$.

【点睛】本题考查代数式求值，掌握整体代入的方法是解题的关键．

20. 下面是小云设计的“利用等腰三角形和它底边的中点作菱形”的尺规作图过程．

已知：如图，在△*ABC* 中，$BA=BC$，*D* 是 *AC* 的中点．

求作：四边形 *ABCE*，使得四边形 *ABCE* 菱形．

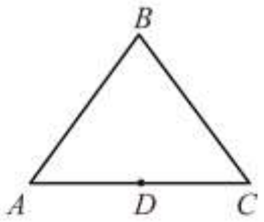
作法：①作射线 *BD*;

②以点 D 为圆心，BD 长为半径作弧，交射线 BD 于点 E；

③连接 AE，CE，则四边形 $ABCE$ 为菱形.

根据小云设计的尺规作图过程.

（1）使用直尺和圆规，补全图形；（保留作图痕迹）



（2）完成下面的证明.

证明：∵点 D 为 AC 的中点，

$\therefore AD = CD$.

又$\because DE = BD$，

∴四边形 $ABCE$ 为平行四边形（______）（填推理的依据）.

$\because BA = BC$，

$\therefore \square ABCD$ 为菱形（______）（填推理的依据）.

【答案】（1）见解析　（2）对角线互相平分的四边形是平行四边形，一组邻边相等的四边形为平行四边形

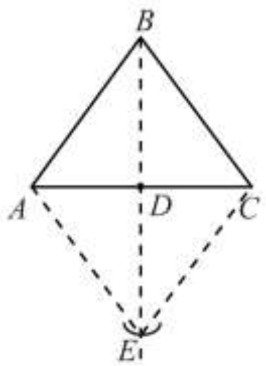
【解析】

【分析】（1）作射线 BD 后，以点 D 为圆心，BD 长为半径作弧，交射线 BD 于点 E，连接 AE，CE，即可；

（2）先证明四边形 $ABCD$ 为平行四边形，再由一组邻边相等即可得到.

【小问 1 详解】

解：根据题中步骤作图如下：



【小问 2 详解】

证明：证明：∵点 D 为 AC 的中点，

$\therefore AD = CD$.

又$\because DE = BD$，

∴四边形 $ABCE$ 为平行四边形（对角线互相平分的四边形是平行四边形）

$\because BA = BC$，

∴▱$ABCD$为菱形（一组邻边相等的四边形为平行四边形），

故答案为：对角线互相平分的四边形是平行四边形，一组邻边相等的四边形为平行四边形.

【点睛】本题考查了等腰三角形的性质、菱形的判定，作图的基本方法，解题的关键是掌握菱形的判定定理.

21. 已知关于 x 的方程 $x^2-2mx+m^2-9=0$.

（1）求证：此方程有两个不相等的实数根；

（2）设此方程的两个根分别为 x_1，x_2，若 $x_1+x_2=6$，求 m 的值.

【答案】（1）见解析　（2）3

【解析】

【分析】（1）根据方程的系数结合根的判别式，即可得出 $\Delta>0$，由此可证出此方程有两个不相等的实数根；

（2）利用根与系数的关系可得 $x_1+x_2=2m$ 即可找出关于 m 的一元一次方程，解之即可得出结论.

【小问 1 详解】

根据题意可知：$\Delta=(2m)^2-4(m^2-9)=36>0$，

∴方程有两个不相等的实数根；

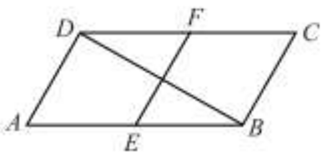
【小问 2 详解】

有题意得：$x_1+x_2=2m$

∴ $x_1+x_2=2m=6$，解得 $m=3$

【点睛】本题考查了根的判别式、根与系数的关系，解题的关键是掌握根的判别式、根与系数的关系的表达式，并会熟练计算.

22. 如图，在平面四边形 $ABCD$ 中，点 E，F 分别是 AB，CD 上的点，$CF=BE$.



（1）求证：四边形 $AEFD$ 是平行四边形；

（2）若 $\angle A=60°$，$AD=2$，$AB=4$，求 BD 的长.

【答案】（1）证明见解析；

（2）$2\sqrt{3}$.

【解析】

【分析】（1）利用一组对边平行且相等的四边形是平行四边形，证明四边形 $AEFD$ 是平行四边形；

（2）过点 D 作 $DG\perp AB$ 于点 G，利用已知条件和锐角三角函数以及勾股定理即可求出 BD 的长.

【小问 1 详解】

解：∵四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

∴$AB\parallel CD$ 且 $AB=CD$，

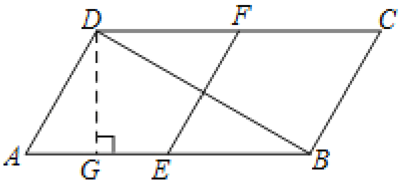
∵$CF=BE$，

∴$AB-BE=CD-CF$，即 $AE=DF$

∴四边形 $AEFD$　平行四边形；

【小问 2 详解】

解：如图，过点 D 作 $DG\perp AB$ 于点 G．



∴ $\angle AGD=90°$，

∵ $\angle A=60°$，∴ $\angle ADG=30°$，

∵ $AD=2$，∴ $AG=1$，

∴ $DG=\sqrt{2^2-1^2}=\sqrt{3}$，$BG=AB-AG=3$，

∴在 $Rt\triangle DGB$ 中，

$BD=\sqrt{DG^2+BG^2}=\sqrt{(\sqrt{3})^2+3^2}=2\sqrt{3}$．

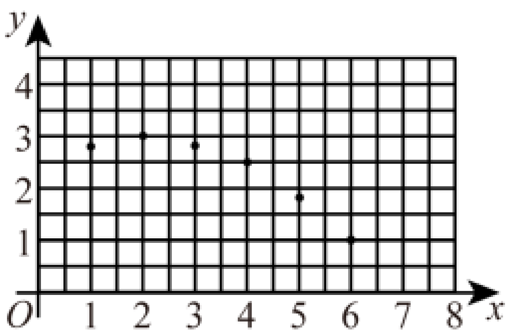
【点睛】本题考查平行四边形与直角三角形的综合应用，熟练掌握平行四边形的性质和判定、直角三角形的性质及勾股定理的应用是解题关键．

23. 某景观公园内人工湖里有一组喷泉，水柱从垂直于湖面的喷水枪喷出，水柱落于湖面的路径形状是一条曲线．现有一个垂直于湖面的喷水枪，在距喷水枪水平距离为 x 米处，水柱距离湖面高度为 y 米．经测量得到如下数据：

x（米）	0	1	2	3	4	5	6	…
y（米）	2.50	2.88	3.00	2.87	2.50	1.88	1.011	…

请解决以下问题：

（1）如下图，在平面直角坐标系 xOy 中，描出了上表中 y 与 x 各对对应值为坐标的点．请根据描出的点，画出这条曲线；



（2）结合所画曲线回答：

①水柱的最高点距离湖面约______米；

②水柱在湖面上的落点距喷水枪的水平距离约为______米；

（3）若一条游船宽 3 米，顶棚到湖面的高度 2 米，为了保证游客有良好的观光体验，游船需从喷泉水柱下通过，如果不计其他因素，根据图象判断______（填“能”或“不能”）避免游船被喷泉喷到．

【答案】（1）见解析　（2）3，6.9

（3）能，理由见解析

【解析】

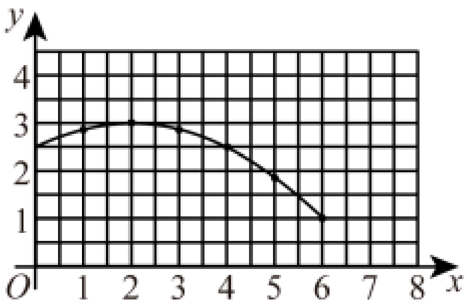
【分析】（1）用一条光滑的曲线连接即可；

（2）①结合函数图象观察即可得到；②延长至x轴，即可判断；

（3）作$y=2$这条线与抛物线交于A，通过判断横坐标与3进行比较即可．

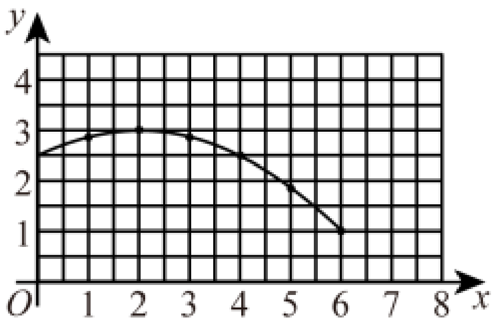
【小问1详解】

解：连点如下：



【小问2详解】

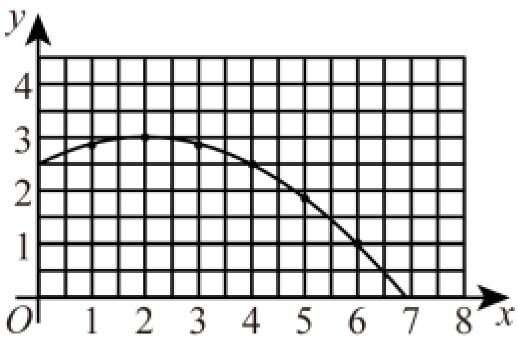
解：①由图：



当$x=2$米时，水柱达到最高点，

最高点距离湖面约3米；

②延长至x轴，如下图：

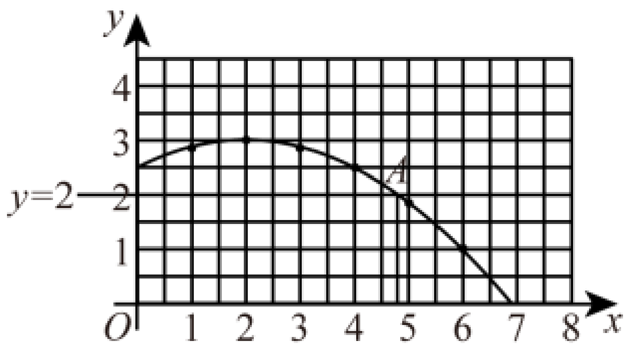


水柱在湖面上的落点距喷水枪的水平距离约为6.9米，

故答案是：3，6.9；

【小问3详解】

解：作$y=2$这条线与抛物线交于A，



从图上看 $x_A = 4.7$ 米左右，

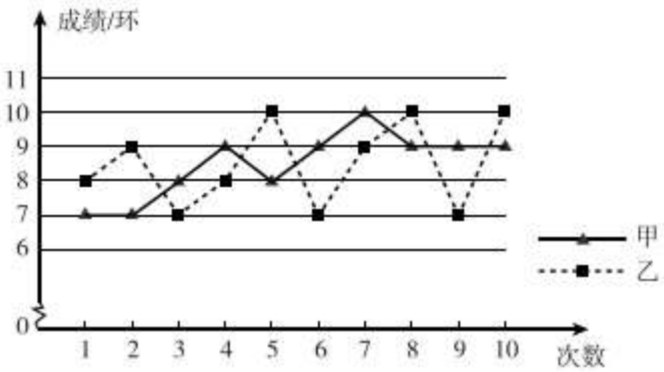
$\because 4.7 > 3$，

$\therefore$ 能避免游船被喷泉喷到，

故答案为：能．

【点睛】本题考查了二次函数图象、二次函数的应用，解题的关键是利用数形结合的思想求解即可．

24. 如图是甲、乙两射击运动员的 10 次射击训练成绩的折线统计图．



观察折线统计图回答：

（1）甲的中位数是______；

（2）10 次射击成绩的方差 $S_{甲}^2$______$S_{乙}^2$（填“>”，“=”或“<”），这表明______（用简明的文字语言表述）．

【答案】（1）9

（2）<；甲的方差小，成绩稳定，乙的方差大，成绩相对不稳定

【解析】

【分析】（1）将成绩由小到大排列好，利用中位数的求解方式求解即可；

（2）先求平均数，再利用方差的公式求解，从而解释方差的意义．

【小问 1 详解】

解：解：甲的十次成绩由小到大为：7，7，8，8，9，9，9，9，9，10，

甲的中位数是 $\dfrac{9+9}{2} = 9$，

故答案为：9；

【小问 2 详解】

解：甲的平均数：$\frac{1}{10}(7+7+8+9+8+9+10+9+9+9)=8.5$（环），

甲的方差 $S_{甲}^2=\frac{1}{10}\times\left[2\times(7-8.5)^2+2\times(8-8.5)^2+5\times(9-8.5)^2+(10-8.5)^2\right]=0.85$

乙的平均数：$\frac{1}{10}(8+9+7+8+10+7+9+10+7+10)=8.5$（环），

$S_{乙}^2=\frac{1}{10}\times\left[3\times(7-8.5)^2+2\times(8-8.5)^2+2\times(9-8.5)^2+3\times(10-8.5)^2\right]=1.45$

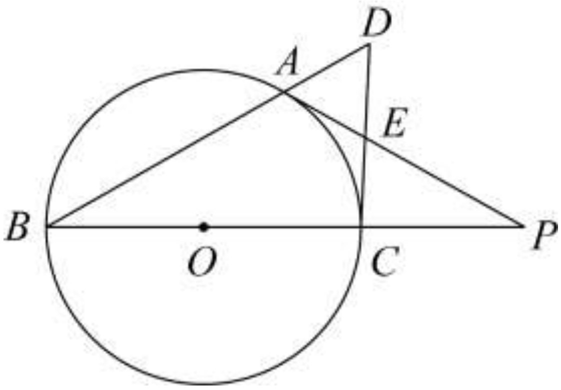
$\therefore S_{甲}^2<S_{乙}^2$，

这表明甲的方差小，成绩稳定，乙的方差大，成绩相对不稳定，

故答案为：<；甲的方差小，成绩稳定，乙的方差大，成绩相对不稳定.

【点睛】本题考查了折线统计图与方差，中位数，解题的关键是读懂题意，正确运用中位数、平均数、方差的计算公式与理解方差.

25. 如图，A 是 $\odot O$ 上一点，BC 是 $\odot O$ 的直径，BA 的延长线与 $\odot O$ 的切线 CD 相交于点 D，E 为 CD 的中点，AE 的延长线与 BC 的延长线交于点 P.



（1）求证：AP 是 $\odot O$ 的切线；

（2）若 $OC=CP$，$AB=2\sqrt{3}$，求 CD 的长.

【答案】（1）见解析　（2）$\frac{4\sqrt{3}}{3}$

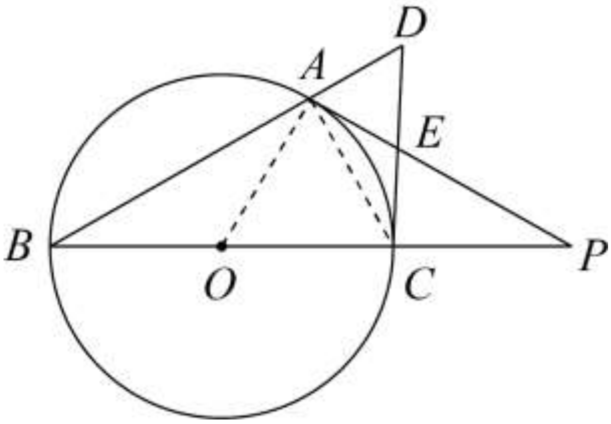
【解析】

【分析】（1）先由圆周角定理得出 $\angle BAC=90^\circ$，再由斜边上的中线性质得出 $AE=\frac{1}{2}CD=CE=DE$，由 CD 是切线得出 $CD\perp OC$，即可得出 $OA\perp AP$，周长结论；

（2）先证明 ΔAOC 是等边三角形，得出 $\angle ACO=60^\circ$，再在 $Rt\triangle BAC$ 和 $Rt\triangle ACD$ 中，运用锐角三角函数即可得出结果.

【小问 1 详解】

证明：连接 AO，AC；如图所示：



$\because BC$ 是$\odot O$ 的直径，

$\therefore \angle BAC = 90°$，

$\therefore \angle CAD = 90°$，

$\because E$ 是CD 的中点，

$\therefore AE = \frac{1}{2}CD = CE = DE$，

$\therefore \angle ECA = \angle EAC$，

$\because OA = OC$，

$\therefore \angle OAC = \angle OCA$，

$\because CD$ 是$\odot O$ 的切线，

$\therefore CD \perp OC$，

$\therefore \angle ECA + \angle OCA = 90°$，

$\therefore \angle EAC + \angle OAC = 90°$，

$\therefore OA \perp AP$，

$\because A$ 是$\odot O$ 上一点，

$\therefore AP$ 是$\odot O$ 的切线；

【小问 2 详解】

解：由（1）知$OA \perp AP$.

在$Rt\triangle OAP$ 中，

$\because \angle OAP = 90°$， $OC = CP = OA$，

即$OP = 2OA$，

$\therefore \sin P = \frac{OA}{OP} = \frac{1}{2}$；

$\therefore \angle P = 30°$，

$\therefore \angle AOP = 60°$，

$\because OC = OA$，

$\therefore \Delta AOC$ 是等边三角形，

$\therefore \angle ACO = 60°$，

在 $Rt\triangle BAC$ 中，$\because \angle BAC=90°$，$AB=2\sqrt{3}$，$\angle ACO=60°$，

$\therefore AC=\dfrac{AB}{\tan\angle ACO}=\dfrac{2\sqrt{3}}{\tan 60°}=2$，

又$\because$ 在 $Rt\triangle ACD$ 中，$\angle CAD=90°$，$\angle ACD=90°-\angle ACO=30°$，

$\therefore CD=\dfrac{AC}{\cos\angle ACD}=\dfrac{2}{\cos 30°}=\dfrac{4\sqrt{3}}{3}$.

【点睛】本题考查了切线的判定与性质、圆周角定理、直角三角形斜边上的中线性质、等边三角形的判定与性质、锐角三角函数的运用；解题的关键是熟练掌握切线的判定与性质并结合锐角三角函数进行计算.

26. 在平面直角坐标系 xOy 中，已知关于 x 的二次函数 $y=x^2-2ax+6$.

（1）若此二次函数图象的对称轴为 $x=1$.

①求此二次函数的解析式；

②当 $x\neq 1$ 时，函数值 y______5（填“>”，“<”，或“≥”或“≤”）；

（2）若 $a<-2$，当 $-2\leq x\leq 2$ 时，函数值都大于 a，求 a 的取值范围.

【答案】（1）① $y=x^2-2x+6$；②>；

（2）$-\dfrac{10}{3}<a<-2$.

【解析】

【分析】（1）①根据对称轴求出 a 的值，即可得到二次函数的解析式；②把二次函数的解析式配方即可得到解答；

（2）由题意可得原函数图象的对称轴为 $x=a$，开口向上，且 $x\geq -2$ 时函数值随 x 的增大而增大，求出 $x=-2$ 时 y 的值，再由 $y>a$ 即可得到题目解答.

【小问 1 详解】

解：①由题意可得：$-\dfrac{-2a}{2\times 1}=1$,解之可得：$a=1$，

∴二次函数的解析式为：$y=x^2-2x+6$；

②∵ $y=x^2-2x+6$

$=(x-1)^2+5$，

∴$y\geq 5$，当 $x=1$ 时，$y=5$；当 $x\neq 1$ 时，$y>5$，

故答案为>；

【小问 2 详解】

解：∵ $y=x^2-2ax+6$

$=(x-a)^2+6-a^2$，

∴原函数图象的对称轴为 $x=a$，开口向上，

∵ $a<-2$，

∴当 $-2\leq x\leq 2$ 时，原函数的函数值随 x 的增大而增大，

∵当 $x=-2$ 时，$y=4+4a+6=10+4a$，

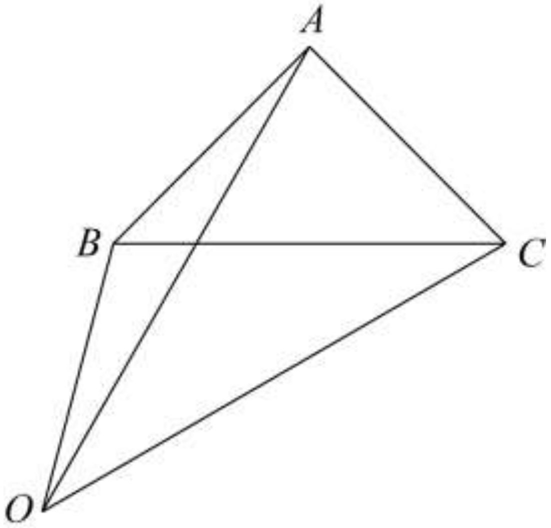
∴$10+4a>a$，

解之可得：$a>-\dfrac{10}{3}$，

∴a 的取值范围为：$-\dfrac{10}{3}<a<-2$．

【点睛】本题考查二次函数的综合应用，熟练掌握二次函数的对称轴、配方法及最值、二次函数的图象及性质是解题关键．

27. 已知，如图 $OB=BA$，$\angle OBA=150°$，线段 BA 绕点 A 逆时针旋转 90°得到线段 AC．连接 BC，OA，OC，过点 O 作 $OD\perp AC$ 于点 D．



（1）依题意补全图形；

（2）求 $\angle DOC$ 的度数．

【答案】（1）作图见解析；

（2）$\angle DOC=15°$．

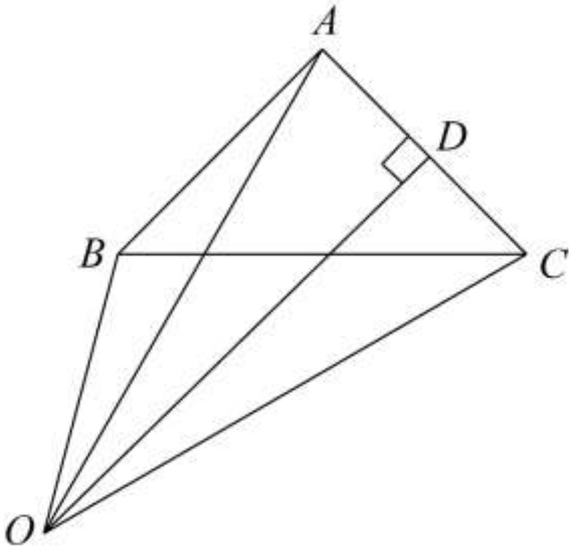
【解析】

【分析】（1）由题意，只要过点 O 作 $OD\perp AC$ 于点 D 即可．

(2) 过点 A 作 $AE\perp BO$ 于 E，由题意可得$\angle 1=30°$，$\angle 2=15°$，$\angle 3=15°$，证明 $AD=DC$，可得到$\angle DOC=\angle AOD$，从而得解．

【小问 1 详解】

解：由题意可以补全图形如下：

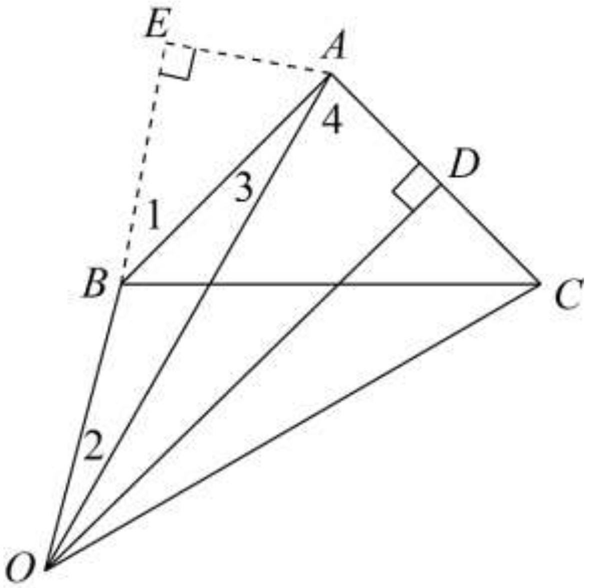


【小问 2 详解】

解：如图，过点 A 作 $AE\perp BO$ 于 E，

$\therefore\angle AEB=90^\circ$，

$\because\angle ABO=150^\circ$，$\therefore\angle 1=30^\circ$，$\angle BAE=60^\circ$，



又$\because BA=BO$，

$\therefore\angle 2=\angle 3=15^\circ$，

$\therefore\angle OAE=75^\circ$，

$\because\angle BAC=90^\circ$，

$\therefore\angle 4=75^\circ$，

$\therefore\angle OAE=\angle 4$，

$\because OD\perp AC$ 于点 D，

$\therefore\angle AEO=\angle ADO=90^\circ$，

在$\triangle AOE$ 和$\triangle AOD$ 中，

$$\begin{cases} \angle AEO=\angle ADO \\ \angle OAE=\angle 4 \\ OA=OA \end{cases},$$

∴△AOE≌△AOD，

∴$AE=AD$，

在 Rt△ABE 中，∠1=30°，

∴$AE=\dfrac{1}{2}AB$，

又∵$AB=AC$，

∴$AE=AD=\dfrac{1}{2}AB=\dfrac{1}{2}AC$，

∴$AD=CD$，

又∵∠ADO=∠CDO=90°，

∴$OA=OC$，

∴∠DCO=∠4=75°，

∴∠DOC=15°.

【点睛】本题考查旋转的综合应用，熟练掌握旋转的性质、三角形全等的判定和性质、线段垂直平分线的性质、等腰三角形和直角三角形的性质是解题关键.

28. 在平面直角坐标系 xOy 中，⊙O 的半径为 1，已知点 A，过点 A 作直线 MN．对于点 A 和直线 MN，给出如下定义：若将直线 MN 绕点 A 顺时针旋转，直线 MN 与⊙O 有两个交点时，则称 MN 是⊙O 的“双关联直线”，与⊙O 有一个交点 P 时，则称 MN 是⊙O 的“单关联直线”，AP 是⊙O 的“单关联线段”.

（1）如图 1，$A(0,4)$，当 MN 与 y 轴重合时，设 MN 与⊙O 交于 C，D 两点．则 MN 是⊙O 的“______关联直线”（填“双”或“单”）；$\dfrac{AC}{AD}$ 的值为______；

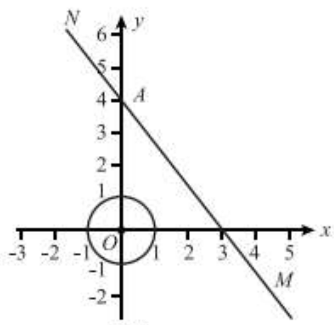


图 1

（2）如图 2，点 A 为直线 $y=-3x+4$ 上一动点，AP 是⊙O 的“单关联线段”.

①求 OA 的最小值；

②直接写出△APO 面积的最小值.

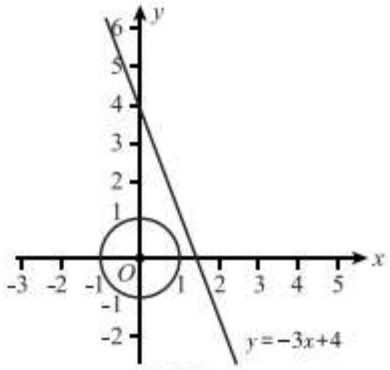


图 2

【答案】（1）双，$\frac{3}{5}$或$\frac{5}{3}$

（2）①$\frac{2\sqrt{10}}{5}$；②$\frac{\sqrt{15}}{10}$

【解析】

【分析】（1）根据“双关联直线”定义即可判断，需要利用分类讨论的思想求解；

（2）①过O作直线$y=-3x+4$的垂线交于 A 点，明白此时的OA为最小值，利用等面积法求解；②当OA与直线垂直时，AP是$\odot O$的“单关联线段”即AP是$\odot O$的切线时，面积最小，因为有条直角边为 1，当斜边最短时，面积最小．

【小问 1 详解】

解：当MN与y轴重合时，与$\odot O$有两个交点，

由“双关联直线”定义知，

MN是$\odot O$的“双关联直线”，

设MN与$\odot O$交于C，D两点，

当C点在y轴正半轴时，

$AC=3, AD=5$，

$\therefore \frac{AC}{AD}=\frac{3}{5}$，

当C点在y轴负半轴时，

$AC=5, AD=3$，

$\therefore \frac{AC}{AD}=\frac{5}{3}$，

故答案为：双，$\frac{3}{5}$或$\frac{5}{3}$；

【小问 2 详解】

解：①过O作直线$y=-3x+4$的垂线交于 A 点，

即可得到OA的最小值；

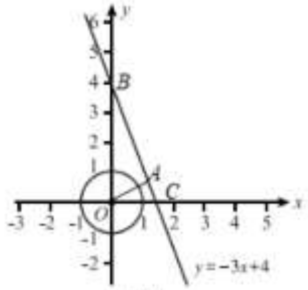


图 2

当 $x=0, y=4$，

当 $y=0, x=\frac{4}{3}$，

$\therefore S_{\triangle BOC}=\frac{1}{2}\times 4\times\frac{4}{3}=\frac{8}{3}$，

由勾股定理得：$BC=\sqrt{OB^2+OC^2}=\frac{4\sqrt{10}}{3}$，

$\because S_{\triangle BOC}=\frac{1}{2}\times OA\times\frac{4\sqrt{10}}{3}=\frac{8}{3}$

解得：$OA=\frac{2\sqrt{10}}{5}$；

②当 OA 与直线垂直时，

AP 是 $\odot O$ 的“单关联线段”

即 AP 是 $\odot O$ 的切线时，面积最小，

因为有条直角边为 1，当斜边最短时，面积最小，

如下图：

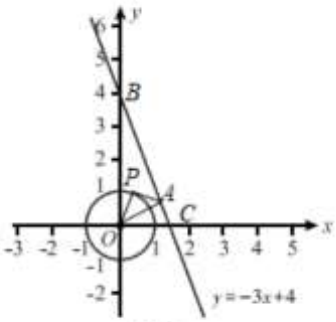


图 2

$AP=\sqrt{OA^2-OP^2}=\sqrt{\frac{40}{25}-1}=\frac{\sqrt{15}}{5}$，

$\therefore S_{\triangle APO}=\frac{1}{2}\times 1\times\frac{\sqrt{15}}{5}=\frac{\sqrt{15}}{10}$．

【点睛】本题考查了新定义问题，垂线段距离最短、一次函数与几何问题、切线的性质、勾股定理，解题的关键是掌握相应的知识，利用分类讨论及数形结合的思想进行求解．