

2021 北京平谷初三二模

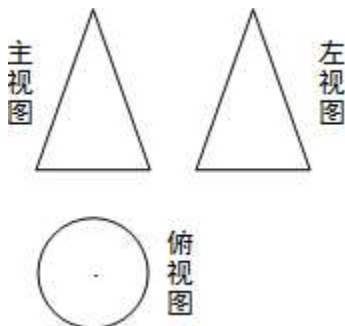
数 学

一.选择题（本题共 16 分，每小题 2 分）

1.（2 分）2022 年冬奥会张家口主场馆的设计方案日前正式对外公布，场馆主题为“活力冰雪，激情四射”，占地面积 50 公顷，规划总建筑面积为 270000 平方米. 将 270000 用科学记数法表示为()

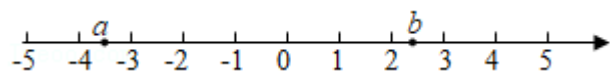
- A. 27×10^5 B. 2.7×10^5 C. 27×10^4 D. 0.27×10^6

2.（2 分）如图是某几何体的三视图，则该几何体是()



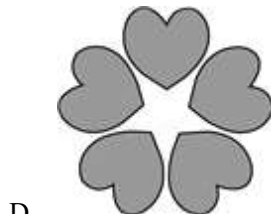
- A. 圆锥 B. 圆柱 C. 三棱柱 D. 三棱锥

3.（2 分）有理数 a , b 在数轴上的对应点的位置如图所示，则结论正确的是()



- A. $a < -4$ B. $ab > 0$ C. $a + b > 0$ D. $|a| > |b|$

4.（2 分）中国花卉博览会（简称“花博会”）是中国规模最大、档次最高、影响最广的国家级花事盛会，被称为中国花卉界的“奥林匹克”. 下列花博会会徽图案中，是轴对称图形的是()



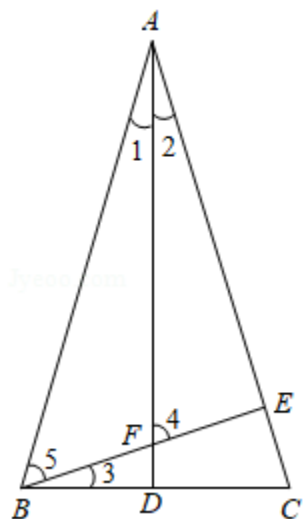
5.（2 分）一个多边形的内角和是 720° ，这个多边形是()

- A. 五边形 B. 六边形 C. 七边形 D. 八边形

6.（2 分）若 $a^m = 2$ ， $a^n = 3$ ，则 a^{m+n} 的值为()

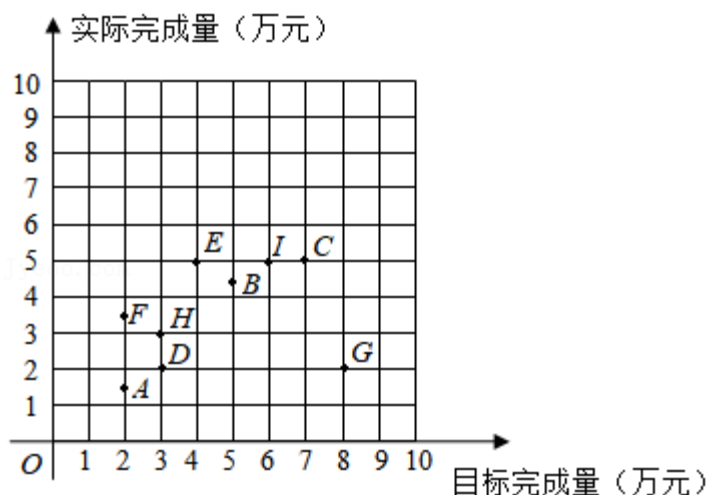
- A. 5 B. 6 C. 8 D. 9

7.（2 分）如图， $\triangle ABC$ 中， $AB = AC$ ， $AD \perp BC$ 于 D ， $BE \perp AC$ 于 E ，则以下两个角的关系中不成立的是()



- A. $\angle 1 = \angle 2$ B. $\angle 3 = \angle 2$ C. $\angle 4 = \angle 5$ D. $\angle 4 = \angle C$

8. (2 分) 目标达成度也叫完成率，一般是指个体的实际完成量与目标完成量的比值，树立明确具体的目标，能够帮助人们更好的自我认知，迅速成长。某销售部门有 9 位员工（编号分别为 A-I），如图是根据他们月初制定的目标销售任务和月末实际完成情况绘制的统计图，下列结论正确的是()



① E 超额完成了目标任务；② 目标与实际完成相差最多的是 G；③ H 的目标达成度为 100%；④ 月度达成率超过 75% 且实际销售额大于 4 万元的有三个人。

- A. ①②③④ B. ①③ C. ①②③ D. ②③④

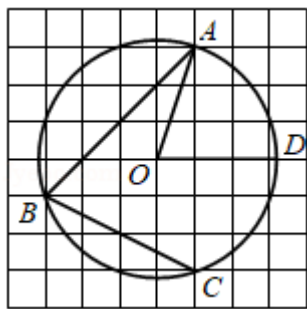
二、填空题（本题共 16 分，每小题 2 分）

9. (2 分) 若代数式 $\frac{1}{x-3}$ 有意义，则实数 x 的取值范围为 ____。

10. (2 分) 分解因式： $2a^2 - 2b^2 =$ ____。

11. (2 分) 若 $(x-2)^2 + |y-\sqrt{3}| = 0$ ，则 $y^x =$ ____。

12. (2 分) 如图所示的网格是正方形网格，O，A，B，C 是网格线交点， $\odot O$ 恰好经过点 A，B，C，OD 为与网格线重合的一条半径，则 $\angle ABC$ 与 $\angle AOD$ 大小关系为： $\angle ABC$ ____ $\angle AOD$ （填“>”，“=”或“<”）。

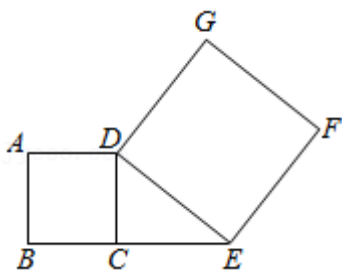


13. (2分) 化简： $(1-\frac{1}{a+1})\div\frac{a}{a^2+2a+1}=\underline{\hspace{2cm}}$.
14. (2分) 某农场引进一批新菜种，在播种前做了五次发芽试验，每次任取一定数量的种子进行实验. 实验结果如表所示：

试验的菜种数	200	500	1000	2000	10000
发芽的菜种数	193	487	983	1942	9734
发芽率	0.965	0.974	0.983	0.971	0.973

在与实验条件相同的情况下，估计种一粒这样的菜种发芽的概率为____. (精确到0.01)

15. (2分) 如图，线段CE的长为3cm，延长EC到B，以CB为一边作正方形ABCD，连接DE，以DE为一边作正方形DEFG，设正方形ABCD的面积为 S_1 ，正方形DEFG的面积为 S_2 ，则 S_2-S_1 的值为____.



16. (2分) 母亲节来临之际，小凡同学打算用自己平时节省出来的 50 元钱给母亲买束鲜花，已知花店里鲜花价格如表：

百合	薰衣草	玫瑰	蔷薇	向日葵	康乃馨
12 元 / 支	2 元 / 支	5 元 / 支	4 元 / 支	15 元 / 支	3 元 / 支
母亲节期间包装免费					

小凡想用妈妈喜欢的百合、玫瑰、康乃馨这三种花组成一个花束，若三种花都要购买且 50 元全部花净，请给出一种你喜欢的组成方式，百合、玫瑰、康乃馨的支数分别为_____.

三、解答题 (本题共 68 分，第 17-22 题，每小题 5 分，第 23-26 题，每小题 5 分，第 27-28 题，每小题 5 分) 解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程.

17. (5分) 计算： $|\sqrt{2}|-2\cos 45^{\circ}+(\pi-1)^0+(\frac{1}{2})^{-1}$.

18. (5分) 解不等式组：
$$\begin{cases} 2(x+1)\geq x+1 \\ \frac{3x+4}{5}>x \end{cases}$$
.

19. (5分) 已知 $x^2+x-1=0$ ，求代数式 $(x+1)(x-1)+x(x+2)$ 的值.

20. (5分) 已知关于 x 的一元二次方程 $x^2 + 2x + k - 2 = 0$ 有两个不相等的实数根.

(1) 求 k 的取值范围;

(2) 若 k 为满足条件的最大的整数, 求此时方程的解.

21. (5分) 已知: 如图, 锐角 $\triangle ABC$.

求作: 在 AB 上取点 D , AC 上取点 E , 使得 $\triangle AED \sim \triangle ABC$,

作法: ①分别以点 B 和点 C 为圆心, 大于 $\frac{1}{2}BC$ 长为半径画弧, 两弧相交于点 M 、 N , 作直线 MN , 交 BC 于点 O ;

②以点 O 为圆心, OB 长为半径画圆, 在 BC 上方交 AB 于点 D , 交 AC 于点 E ;

③连接 DE , $\triangle AED$ 即为所求作.

(1) 使用直尺和圆规, 依作法补全图形 (保留作图痕迹);

(2) 完成下面的证明.

证明:

\because 点 B 、 C 、 E 、 D 均在 $\odot O$ 上.

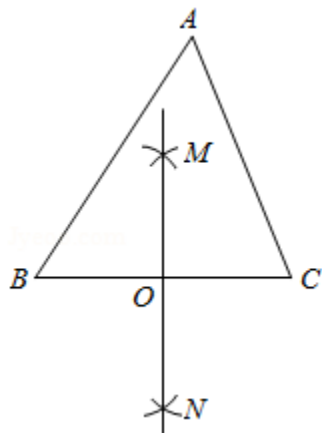
$\therefore \angle B + \angle DEC = 180^\circ$ (____) (填推理依据).

$\because \angle AED + \angle DEC = 180^\circ$,

$\therefore \angle AED =$ ____.

$\because \angle A = \angle A$,

$\therefore \triangle AED \sim \triangle ABC$.



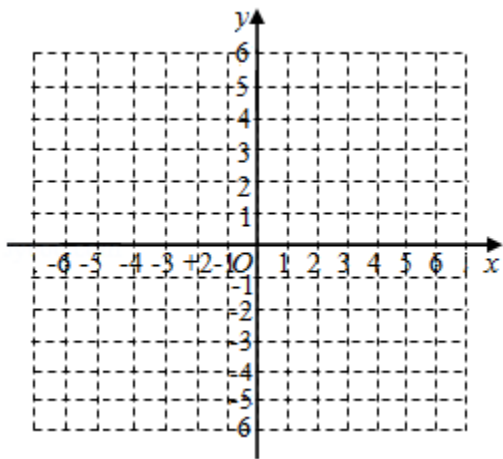
22. (5分) 如图, 在平面直角坐标系 xOy 中, 直线 $y = kx + b (k \neq 0)$ 经过点 $A(0, -1)$ 和点 $B(3, 2)$.

(1) 求直线 $y = kx + b (k \neq 0)$ 的表达式;

(2) 已知双曲线 $y = \frac{m}{x} (m \neq 0)$

①当双曲线 $y = \frac{m}{x} (m \neq 0)$ 经过点 B 时, 求 m 的值;

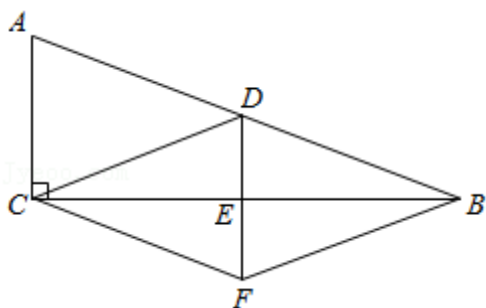
②若当 $x > 3$ 时, 总有双曲线 $kx + b > \frac{m}{x}$ 直接写出 m 的取值范围.



23. (6 分) 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, D , E 分别是边 AB , BC 的中点, 连接 DE 并延长到点 F , 使 $EF = DE$, 连接 CF , BF .

(1) 求证: 四边形 $CFBD$ 是菱形;

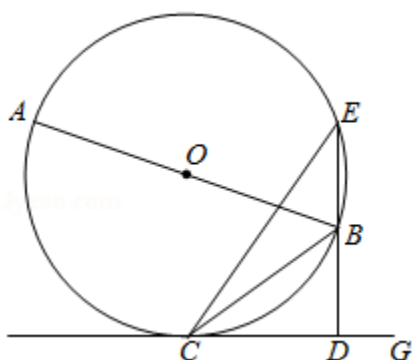
(2) 连接 AE , 若 $CF = \sqrt{10}$, $DF = 2$, 求 AE 的长.



24. (6 分) 如图, AB 是 $\odot O$ 直径, 点 C 是 $\odot O$ 上一点, 过点 C 作 $\odot O$ 的切线 CG , 过点 B 作 CG 的垂线, 垂足为点 D , 交 $\odot O$ 于点 E , 连接 CB .

(1) 求证: CB 平分 $\angle ABD$;

(2) 若 $\sin \angle E = \frac{3}{5}$, $BC = 5$, 求 CE 长.

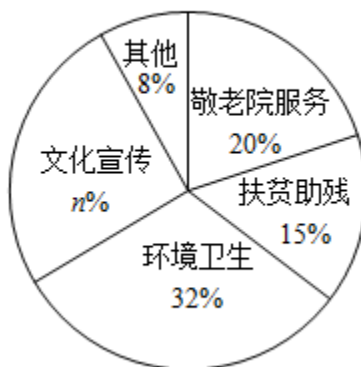
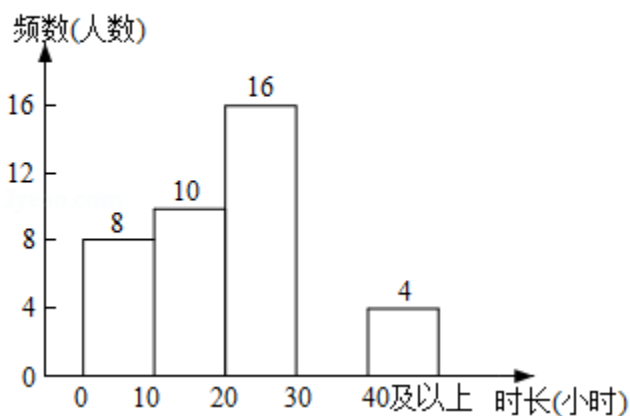


25. (6 分) “传递爱心, 传播文明” 某校学生积极参加首都志愿者服务, 为了了解某校九年级学生参加志愿者服务的情况, 明明和飞飞一起随机调查了该校九年级 50 名学生的志愿者服务时长数据, 并用两种不同方法分别对数据进行了整理、描述, 下面给出了部分信息:

a. 明明对 50 名学生的志愿者服务时长数据进行分组整理, 绘制了频数分布直方图 (数据分成 5 组: $0 \leq x < 10$, $10 \leq x < 20$, $20 \leq x < 30$, $30 \leq x < 40$, $40 \leq x$):

志愿者服务时长的频数分布直方图

志愿者服务时长分类扇形统计图



b. 其中志愿者服务时长在 $20 \leq x < 30$ 这一组的数据是:

20 20 21 22 23 23 23 23 25 26 26 26 27 28 28 29.

c. 飞飞通过调查发现, 这 50 名学生的志愿者服务类型主要集中在: 敬老院服务、扶贫助残、环境卫生、文化宣传等几个方面, 他从 50 名学生的志愿者服务时长不同类型角度对数据进行了整理, 绘制了扇形统计图;

请根据所给信息, 解答下列问题:

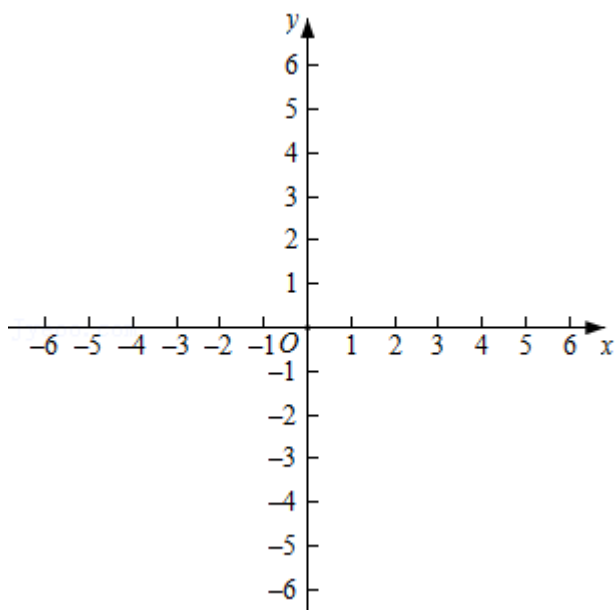
- (1) 请补全频数分布直方图;
- (2) 这 50 名学生服务时长的中位数是_____;
- (3) 扇形统计图中 n 的值为_____;
- (4) 据了解随机抽取的 50 名学生的志愿者时长中恰好有 300 个小时是参加文化宣传的, 则他们参加志愿者服务时长的平均值为_____;
- (5) 若该校九年级共有学生 500 人, 请估计该校九年级学生中参加志愿者服务时长不低于 30 个小时的约有_____人.

26. (6 分) 已知抛物线 $y = ax^2 - 2ax + a - 4 (a > 0)$.

- (1) 直接写出该抛物线的对称轴及顶点坐标;
- (2) 已知该抛物线经过 $A(0, y_1)$, $B(2, y_2)$ 两点,

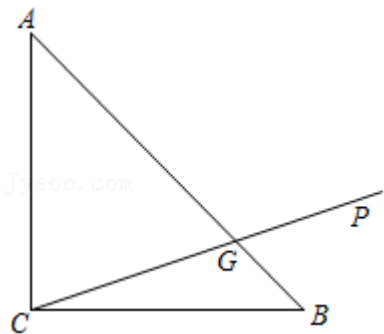
①直接写出 y_1 与 y_2 的大小关系;

②过 B 点垂直于 x 轴的直线交 x 轴于点 C , 若四边形 $AOCB$ 的面积小于或等于 6, 直接写出 a 的取值范围.



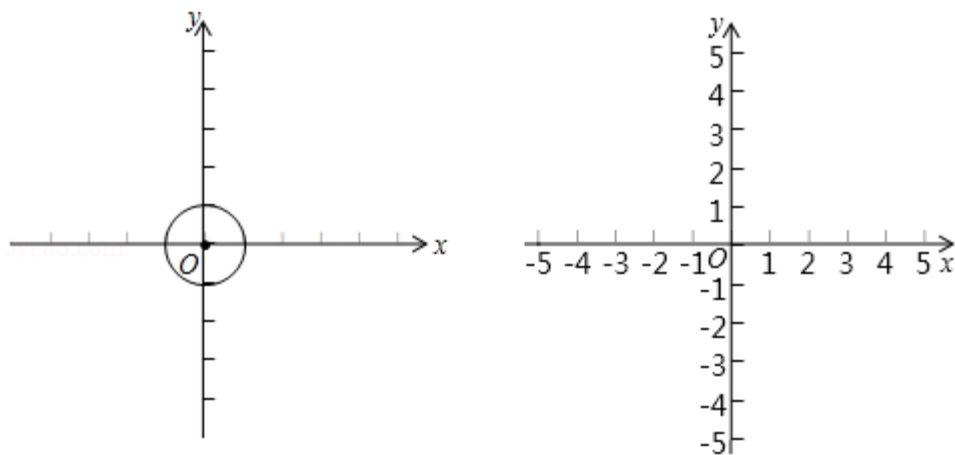
27. (7 分) 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $AC = BC$, G 是 AB 边上一点, 过点 G 作射线 CP , 过点 A 作 $AM \perp CP$ 于点 M , 过点 B 作 $BN \perp CP$ 于点 N .

- (1) 求证: $CM = BN$;
- (2) 取 AB 中点 O , 连接 OM 、 ON , 依题意补全图, 猜想线段 BN 、 AM 、 OM 的数量关系, 并证明.



28. (7 分) 对于平面直角坐标系 xOy 中的一点 P 和 $\odot C$, 给出如下的定义: 若 $\odot C$ 上存在一个点 A , 连接 PA , 将射线 PA 绕点 P 顺时针旋转 90° 得到射线 PM , 若射线 PM 与 $\odot C$ 相交于点 B , 则称 P 为 $\odot C$ 的直角点.

- (1) 当 $\odot O$ 的半径为 1 时,
- ①在点 $D(0,0)$ 、 $E(-1,1)$ 、 $F(2,2)$ 中, $\odot O$ 的直角点是_____.
- ②已知直线 $l: y = x + b$, 若直线 l 上存在 $\odot O$ 的直角点, 求 b 的取值范围.
- (2) 若 $Q(q,0)$, $\odot Q$ 的半径为 1, 直线 $y = -\sqrt{3}x + \frac{\sqrt{3}}{2}q$ 上存在 $\odot Q$ 的直角点, 直接写出 q 的取值范围.



参考答案

一.选择题（本题共 16 分，每小题 2 分）

1. 【分析】科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数．确定 n 的值时，要看把原数变成 a 时，小数点移动了多少位， n 的绝对值与小数点移动的位数相同．当原数绝对值 ≥ 10 时， n 是正整数；当原数的绝对值 < 1 时， n 是负整数．

【解答】解： $270000 = 2.7 \times 10^5$ ，

故选：B．

【点评】此题考查科学记数法的表示方法．科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，表示时关键要确定 a 的值以及 n 的值．

2. 【分析】由主视图和左视图确定是柱体，锥体还是球体，再由俯视图确定具体形状．

【解答】解：主视图和左视图都是等腰三角形，那么此几何体为锥体，由俯视图为圆，可得此几何体为圆锥．

故选：A．

【点评】主视图和左视图的大致轮廓为三角形的几何体为锥体．

3. 【分析】根据数轴上点的位置，先确定 a 、 b 对应点的数的正负和它们的绝对值，再逐个判断得出结论．

【解答】解：由数轴知： $-4 < a < -3$ ，故选项 A 结论错误，不符合题意；

因为 $a < 0$ ， $b > 0$ ，所以 $ab < 0$ ，故选项 B 结论错误，不符合题意；

由数轴知， $-4 < a < -3$ ， $2 < b < 3$ ，所以 $a + b < 0$ ，故选项 C 结论错误，不符合题意；

由数轴知， $-4 < a < -3$ ， $2 < b < 3$ ，所以 $|a| > |b|$ ，故选项 D 结论正确，符合题意．

故选：D．

【点评】本题考查了数轴、绝对值及有理数加法和乘法的符号法则．认真分析数轴得到有用信息是解决本题的关键．

4. 【分析】如果一个图形沿一条直线折叠，直线两旁的部分能够互相重合，这个图形叫做轴对称图形，这条直线叫做对称轴，这时，我们也可以说这个图形关于这条直线（成轴）对称．据此判断即可．

【解答】解：A．不是轴对称图形，本选项不合题意；

B．不是轴对称图形，本选项不合题意；

C．不是轴对称图形，本选项不合题意；

D．是轴对称图形，本选项符合题意．

故选：D．

【点评】本题考查了轴对称图形的概念．轴对称图形的关键是寻找对称轴，图形两部分折叠后可重合．

5. 【分析】利用 n 边形的内角和可以表示成 $(n-2) \cdot 180^\circ$ ，结合方程即可求出答案．

【解答】解：设这个多边形的边数为 n ，由题意，得

$$(n-2)180^\circ = 720^\circ，$$

解得： $n = 6$ ，

故这个多边形是六边形．

故选：B．

【点评】本题主要考查多边形的内角和公式，比较容易，熟记 n 边形的内角和为 $(n-2) \cdot 180^\circ$ 是解题的关键．

6. 【分析】由 $a^{m+n} = a^m \cdot a^n$ ，根据同底数幂的乘法的运算法则求解即可.

【解答】解： a^{m+n}

$$= a^m \cdot a^n$$

$$= 2 \cdot 3$$

$$= 6.$$

故选：B.

【点评】本题考查了同底数幂的乘法，解答本题的关键在于熟练掌握该知识点的运算法则.

7. 【分析】由 $AB = AC$ ， $AD \perp BC$ 可得 AD 平分 $\angle BAC$ ，判断出 $\angle 1 = \angle 2$ ，再根据 $AD \perp BC$ 于 D ， $BE \perp AC$ 于 E ，可知 $\angle ADC = \angle BEC = 90^\circ$ ，可判断出 B 与 D 正确.

【解答】解： $\because \triangle ABC$ 中， $AB = AC$ ， $AD \perp BC$ ，

$\therefore AD$ 平分 $\angle BAC$ ，

$$\therefore \angle 1 = \angle 2，$$

故 A 正确，不符合题意；

$\because AD \perp BC$ 于 D ， $BE \perp AC$ ，

$$\therefore \angle ADC = \angle BEC，$$

$$\because \angle C = \angle C，$$

$$\therefore \angle 3 = \angle 2，$$

故 B 正确，不符合题意；

$\because \angle 4$ 是 $\triangle ABF$ 的外角，

$$\therefore \angle 4 \neq \angle 5，$$

故 C 错误，符合题意；

在 $\text{Rt}\triangle AEF$ 中， $\angle 4 = 90^\circ - \angle 2$ ，

在 $\text{Rt}\triangle ADC$ 中， $\angle C = 90^\circ - \angle 2$ ，

$$\therefore \angle 4 = \angle C，$$

故 D 正确，不符合题意；

故选：C.

【点评】本题主要考查了等腰三角形三线合一的性质，以及三角形内角和定理，属于基础题.

8. 【分析】根据统计图中的数据分别计算即可得出结论.

【解答】解：由统计图得：

① E 月初制定的目标是 4 万元，月末实际完成 5 万元，超额完成了目标任务，正确；

G 月初制定的目标是 8 万元，月末实际完成 2 万元，目标与实际完成相差最多，正确；

③ H 月初制定的目标是 3 万元，月末实际完成 3 万元，目标达成度为 100%，正确；

④ 实际销售额大于 4 万元的有 4 个人，分别是 E、B、I、C，

$$E \text{ 月度达成率为：} 5 \div 4 = 125\%，$$

$$B \text{ 月度达成率为：} 4.5 \div 5 = 90\%，$$

$$I \text{ 月度达成率为：} 5 \div 6 \approx 83\%，$$

$$C \text{ 月度达成率为：} 5 \div 7 \approx 71.4\%，$$

∴ 月度达成率超过 75% 且实际销售额大于 4 万元的有 E 、 B 、 I 三个人. 正确;

故选: A .

【点评】本题是散点统计图, 要通过坐标轴以及横坐标等读懂本图, 根据图中所示的数量解决问题.

二、填空题(本题共 16 分, 每小题 2 分)

9. 【分析】根据分式有意义, 分母不等于 0 列式计算即可得解.

【解答】解: 由题意得, $x-3 \neq 0$,

解得 $x \neq 3$.

故答案是: $x \neq 3$.

【点评】本题考查了分式有意义的条件, 从以下三个方面透彻理解分式的概念:

(1) 分式无意义 \Leftrightarrow 分母为零;

(2) 分式有意义 \Leftrightarrow 分母不为零;

(3) 分式值为零 \Leftrightarrow 分子为零且分母不为零.

10. 【分析】原式提取公因式后, 利用平方差公式分解即可.

【解答】解: 原式 $= 2(a+b)(a-b)$.

故答案为: $2(a+b)(a-b)$

【点评】此题考查了提取公因式法与公式法的综合运用, 熟练掌握因式分解的方法是解本题的关键.

11. 【分析】根据非负数的意义求出 x 、 y 的值, 代入计算即可.

【解答】解: $\because (x-2)^2 + |y-\sqrt{3}| = 0$, $(x-2)^2 \geq 0$, $|y-\sqrt{3}| \geq 0$,

$$\therefore x-2=0, \quad y-\sqrt{3}=0,$$

$$\therefore x=2, \quad y=\sqrt{3},$$

$$\therefore y^x = (\sqrt{3})^2 = 3,$$

故答案为: 3.

【点评】本题考查了完全平方和绝对值的非负数性质, 掌握当几个非负数相加和为 0 时, 则其中的每一项都必须等于 0 是解题的关键.

12. 【分析】由网格可知 $OD \perp AC$, 则 D 为 AC 的中点, 则有 $\angle ABC = \frac{1}{2} \angle AOC$ 即可.

【解答】解: 连接 OC ,

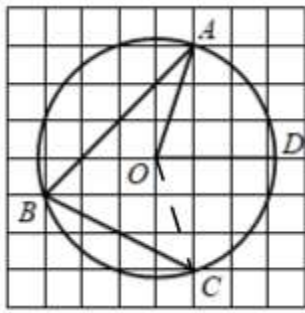
$$\because OD \perp AC,$$

$\therefore D$ 为 AC 的中点,

$$\therefore \angle AOD = \frac{1}{2} \angle AOC,$$

$$\because \angle ABC = \frac{1}{2} \angle AOC,$$

$$\therefore \angle AOD = \angle ABC,$$



故答案为：=.

【点评】本题主要考查了垂径定理和圆周角定理，熟记定理是解决问题的关键.

13. 【分析】原式括号中两项通分并利用同分母分式的减法法则计算，约分即可得到结果.

【解答】解：原式 $= \frac{a+1-1}{a+1} \cdot \frac{(a+1)^2}{a} = \frac{a}{a+1} \cdot \frac{(a+1)^2}{a} = a+1$,

故答案为： $a+1$

【点评】此题考查了分式的混合运算，熟练掌握运算法则是解本题的关键.

14. 【分析】根据大量重复实验时，事件发生的频率在某个固定位置左右摆动，并且摆动的幅度越来越小，根据这个频率稳定性定理，可以用频率的集中趋势来估计概率，这个固定的近似值就是这个事件的概率，据此解答可得.

【解答】解：在大量重复试验时，随着试验次数的增加，可以用一个事件出现的概率估计它的概率，实验种子数量越多，用于估计概率越准确，实验的菜种数 10000 最多，所以估计种一粒这样的菜种发芽的概率为 $0.973 \approx 0.97$ ，

故答案为 0.97.

【点评】本题考查了利用频率估计概率：大量重复实验时，事件发生的频率在某个固定位置左右摆动，并且摆动的幅度越来越小，根据这个频率稳定性定理，可以用频率的集中趋势来估计概率，这个固定的近似值就是这个事件的概率；用频率估计概率得到的是近似值，随实验次数的增多，值越来越精确.

15. 【分析】在直角三角形 DCE 中，由勾股定理知 $DE^2 = DC^2 + CE^2$ ，可得 $S_2 - S_1$ 的值.

【解答】解： $\because S_1 = DC^2$ ， $S_2 = DE^2$ ，

正方形 $ABCD$ 中 $DC \perp BC$ ，

$\therefore \angle DCE = 90^\circ$ ，

在 $Rt\triangle DCE$ 中，

$DE^2 = DC^2 + CE^2$ ，

$\therefore S_2 = S_1 + CE^2$ ，

即 $S_2 - S_1 = CE^2 = 9$.

故答案为：9.

【点评】本题考查勾股定理，解本题关键会应用勾股定理，正方形的面积为边长的平方.

16. 【分析】设购买百合 x 支，玫瑰 y 支，康乃馨 z 支，根据总价 = 单价 \times 数量，即可得出关于 x ， y ， z 的三元一次方程，解之可得出 $z = \frac{5(10-y)}{3} - 4x$ ，再结合 x ， y ， z 均为正整数，即可得出各购买方案，任选其一即可得出结论.

【解答】解：设购买百合 x 支，玫瑰 y 支，康乃馨 z 支，

依题意得： $12x + 5y + 3z = 50$ ，

$$\therefore z = \frac{5(10-y)}{3} - 4x.$$

又 $\because x, y, z$ 均为正整数，

$\therefore (10-y)$ 是 3 的整数倍.

$$\text{当 } 10-y=3, \text{ 即 } y=7 \text{ 时, } \begin{cases} x=1 \\ z=1 \end{cases};$$

$$\text{当 } 10-y=6, \text{ 即 } y=4 \text{ 时, } \begin{cases} x=1 \\ z=6 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} x=2 \\ z=2 \end{cases};$$

$$\text{当 } 10-y=9, \text{ 即 } y=1 \text{ 时, } \begin{cases} x=1 \\ z=14 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} x=2 \\ z=7 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} x=3 \\ z=3 \end{cases}.$$

故答案为：1, 7, 1 (答案不唯一).

【点评】本题考查了三元一次方程的应用，找准等量关系，正确列出三元一次方程是解题的关键.

三、解答题 (本题共 68 分，第 17-22 题，每小题 5 分，第 23-26 题，每小题 5 分，第 27-28 题，每小题 5 分) 解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程.

17. 【分析】 本题涉及负整数指数幂、零指数幂、特殊角的三角函数值、二次根式、绝对值 5 个知识点. 在计算时，需要针对每个知识点分别进行计算，然后根据实数的运算法则求得计算结果.

$$\text{【解答】解：} |-\sqrt{2}| - 2\cos 45^\circ + (\pi-1)^0 + \left(\frac{1}{2}\right)^{-1}$$

$$= \sqrt{2} - 2 \times \frac{\sqrt{2}}{2} + 1 + 2$$

$$= \sqrt{2} - \sqrt{2} + 1 + 2$$

$$= 3.$$

【点评】本题主要考查了实数的综合运算能力，是各地中考题中常见的计算题型. 解决此类题目的关键是熟练掌握负整数指数幂、零指数幂、特殊角的三角函数值、二次根式、绝对值等知识点的运算.

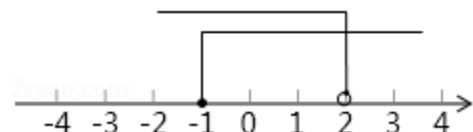
18. 【分析】 分别求出每一个不等式的解集，根据口诀：同大取大、同小取小、大小小大中间找、大大小小找不到确定不等式组的解集.

【解答】解：解不等式 $2(x+1) \geq x+1$ ，得： $x \geq -1$ ；

$$\text{解不等式 } \frac{3x+4}{5} > x, \text{ 得 } x < 2;$$

则不等式组的解集 $-1 \leq x < 2$.

将不等式组的解集表示在数轴上如下：



【点评】本题考查的是解一元一次不等式组，熟练掌握解一元一次不等式的基本步骤是解答本题的关键.

19. 【分析】 先把数式 $(x+1)(x-1) + x(x+2)$ 化简，再把已知等式 $x^2 + x - 1 = 0$ ，整理整体代入计算即可求代数式的值.

【解答】解： $(x+1)(x-1) + x(x+2)$

$$= x^2 - 1 + x^2 + 2x$$

$$= 2x^2 + 2x - 1$$

$$= 2(x^2 + x - 1) + 1,$$

$$\because x^2 + x - 1 = 0,$$

$$\therefore \text{原式} = 1.$$

【点评】此题考查了整式的混合运算—化简求值，熟练掌握运算法则是解本题的关键.

20. 【分析】(1) 根据判别式大于 0 即可求出答案.

(2) 先求出 k 的值，然后代入方程求出方程的解即可求出答案.

【解答】解：(1) $\Delta = 4 - 4(k-2) = 12 - 4k > 0$,

$$\therefore k < 3.$$

(2) 由 (1) 可知： $k = 2$,

$$\therefore \text{此时方程为： } x^2 + 2x = 0,$$

$$\therefore x(x+2) = 0,$$

$$\therefore x = 0 \text{ 或 } x = -2.$$

【点评】本题考查一元二次方程，解题的关键是熟练运用一元二次方程的解法，本题属于基础题型.

21. 【分析】(1) 根据要求作出图形即可.

(2) 根据圆内接四边形的性质得到 $\angle B + \angle DEC = 180^\circ$ ，根据平角的定义得到 $\angle AED + \angle DEC = 180^\circ$ ，等量代换得到 $\angle AED = \angle B$ 。根据相似三角形的判定定理即可得到结论.

【解答】(1) 解：如图所示， $\triangle AED$ 即为所求作；

(2) 证明： \because 点 B 、 C 、 E 、 D 均在 $\odot O$ 上.

$$\therefore \angle B + \angle DEC = 180^\circ \text{ (圆内接四边形的性质) (填推理依据).}$$

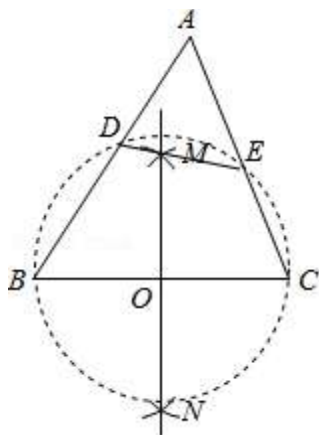
$$\because \angle AED + \angle DEC = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle AED = \angle B.$$

$$\because \angle A = \angle A,$$

$$\therefore \triangle AED \sim \triangle ABC,$$

故答案为：圆内接四边形的性质， $\angle B$.



【点评】本题考查作图—复杂作图，线段的垂直平分线的性质，菱形的判定和性质，等边三角形的判定和性质等知

识，解题的关键是理解题意，灵活运用所学知识解决问题.

22. 【分析】(1) 利用待定系数法即可解决问题

(2) ①将点 B 坐标代入解析式求解.

②解不等式 $kx + b > \frac{m}{x}$ 求解， $x = 3$ 时求出 m 的值， m 小于等于此值.

【解答】解：(1) \because 直线 $y = kx + b (k \neq 0)$ 经过点 $A(0, -1)$ 和点 $B(3, 2)$,

$$\begin{cases} b = -1 \\ 3k + b = 2 \end{cases}, \text{ 解得: } \begin{cases} k = 1 \\ b = -1 \end{cases},$$

\therefore 一次函数的解析式是: $y = x - 1$.

(2) ① \because 双曲线 $y = \frac{m}{x} (m \neq 0)$ 经过点 $B(3, 2)$,

$$\therefore 2 = \frac{m}{3},$$

$$\therefore m = 6,$$

② $\because x - 1 > \frac{m}{x}$ 的解集为 $x > 3$,

$$\therefore x^2 - x > m,$$

当 $x = 3$ 时, m 取最大值 $3^2 - 3 = 6$,

$$\therefore m \leq 6 \text{ 且 } m \neq 0.$$

【点评】本题考查反比例函数与一次函数的交点问题，解题的关键是灵活运用所学知识解决问题，学会利用数形结合的思想解决问题

23. 【分析】(1) 根据 D , E 分别是边 AB , BC 的中点, $EF = DE$, 可以得到四边形 $CFBD$ 是平行四边形, 再根据直角三角形斜边上的中线等于斜边的一半, 可以得到 $CD = BD$, 然后即可得到结论成立;

(2) 根据菱形的性质和勾股定理, 可以得到 AC 和 CE 的长, 然后根据勾股定理即可得到 AE 的长.

【解答】证明: (1) \because 点 E 为 BC 的中点,

$$\therefore CE = BE,$$

$$\text{又} \because EF = DE,$$

\therefore 四边形 $CFBD$ 是平行四边形,

$$\because D \text{ 是边 } AB \text{ 的中点}, \angle ACB = 90^\circ,$$

$$\therefore CD = \frac{1}{2} AB = BD,$$

\therefore 四边形 $CFBD$ 是菱形;

(2) $\because D$, E 分别是边 AB , BC 的中点,

$$\therefore AC = 2DE,$$

$$\because DF = 2DE = 2EF, DF = 2,$$

$$\therefore AC = 2, EF = 1,$$

$$\because CF = \sqrt{10}, \text{ 四边形 } CFBD \text{ 是菱形},$$

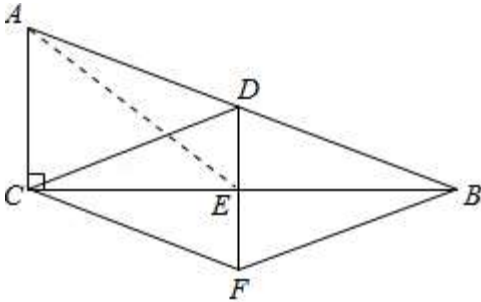
$$\therefore \angle CEF = 90^\circ,$$

$$\therefore CE = \sqrt{CF^2 - EF^2} = \sqrt{(\sqrt{10})^2 - 1^2} = 3,$$

$$\therefore \angle ACE = 90^\circ,$$

$$\therefore AE = \sqrt{AC^2 + CE^2} = \sqrt{2^2 + 3^2} = \sqrt{13},$$

即 AE 的长是 $\sqrt{13}$.



【点评】本题考查菱形的判定与性质、勾股定理、三角形的中位线，解答本题的关键是明确题意，利用数形结合的思想解答.

24. 【分析】(1) 连接 OC ，根据切线的性质得到 $OC \perp CG$ ，进而证明 $OC \parallel ED$ ，根据平行线的性质得到 $\angle BCO = \angle DBC$ ，根据等腰三角形的性质、角平分线的定义证明即可；

(2) 连接 AC ，根据圆周角定理得到 $\angle ACB = 90^\circ$ ，得到 $\angle BCD = \angle E$ ，根据正弦的定义计算，得到答案.

【解答】(1) 证明：连接 OC ，

$\therefore CG$ 是 $\odot O$ 的切线，

$\therefore OC \perp CG$ ，

$\therefore BD \perp CG$ ，

$\therefore OC \parallel ED$ ，

$\therefore \angle BCO = \angle DBC$ ，

$\therefore OB = OC$ ，

$\therefore \angle BCO = \angle OBC$ ，

$\therefore \angle OBC = \angle DBC$ ，即 CB 平分 $\angle ABD$ ；

(2) 解：连接 AC ，

$\therefore AB$ 是 $\odot O$ 直径，

$\therefore \angle ACB = 90^\circ$ ，即 $\angle OCA + \angle OCB = 90^\circ$ ，

$\therefore OC \perp CG$ ，

$\therefore \angle BCD + \angle OCB = 90^\circ$ ，

$\therefore \angle BCD = \angle OCA$ ，

$\therefore OA = OC$ ，

$\therefore \angle A = \angle OCA$ ，

由圆周角定理得， $\angle A = \angle E$ ，

$\therefore \angle BCD = \angle E$ ，

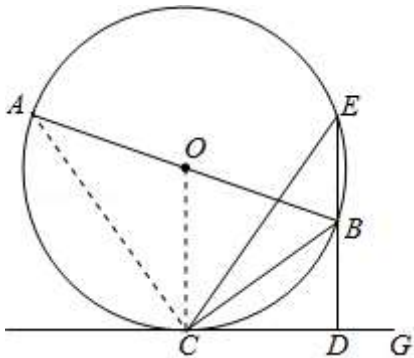
在 $\text{Rt}\triangle BCD$ 中， $\sin \angle BCD = \frac{3}{5}$ ， $BC = 5$ ，

$\therefore BD = 3$ ，

由勾股定理得， $CD = \sqrt{BC^2 - BD^2} = 4$ ，

在 $\text{Rt}\triangle ECD$ 中， $\sin \angle E = \frac{3}{5}$ ， $CD = 4$ ，

$$\therefore CE = \frac{20}{3}.$$



【点评】本题考查的是切线的性质、锐角三角函数的定义、圆周角定理，掌握圆的切线垂直于经过切点的半径是解题的关键.

25. 【分析】(1) 根据题意和频数分布直方图中的数据，可以计算出 $30 \leq x < 40$ 这一组的学生人数，从而可以将条形统计图补充完整；

(2) 根据统计图中的数据，可以得到第 25 个数和第 26 个数，然后计算出平均数，即这组数据的中位数；

(3) 根据扇形统计图中的数据，可以得到 n 的值；

(4) 根据统计图中的数据，可以计算出他们参加志愿者服务时长的平均值；

(5) 根据频数分布直方图中的数据，可以计算出该校九年级学生中参加志愿者服务时长不低于 30 个小时的人数.

【解答】解：(1) $30 \leq x < 40$ 这一组有学生： $50 - 8 - 10 - 16 - 14 = 12$ (人)，

补全的频数分布直方图如右图所示；

(2) 由频数分布直方图和 b 中的信息可得，

这 50 名学生服务时长的中位数是 $(23 + 23) \div 2 = 23$ (小时)，

故答案为：23 小时；

(3) $n\% = 1 - 8\% - 20\% - 15\% - 32\% = 25\%$ ，

即 n 的值是 25，

故答案为：25；

(4) $300 \div 25\% \div 50$

$$= 300 \times \frac{100}{25} \times \frac{1}{50}$$

$= 24$ (小时)，

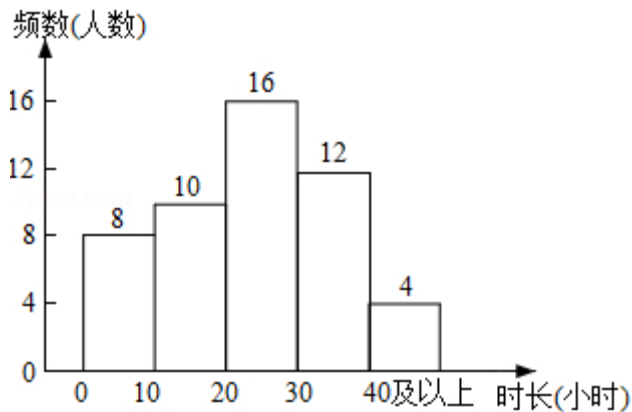
故答案为：24 小时；

(5) $500 \times \frac{12 + 4}{50} = 160$ (人)，

即估计该校九年级学生中参加志愿者服务时长不低于 30 个小时的约有 160 人，

故答案为：160.

志愿者服务时长的频数分布直方图



【点评】本题考查频数分布直方图、扇形统计图、用样本估计总体、中位数，解答本题的关键是明确题意，利用数形结合的思想解答．

26. 【分析】（1）利用配方法解决问题即可．

（2）①求出 y_1 ， y_2 的值（用 a 表示），即可判断．

②构建不等式解决问题即可．

【解答】解：（1） $\because y = ax^2 - 2ax + a - 4 = a(x-1)^2 - 4$ ，

\therefore 抛物线的对称轴 $x = 1$ ，顶点坐标 $(1, -4)$ ．

（2）由题意， $y_1 = a - 4$ ，

$y_2 = 4a - 4a + a - 4 = a - 4$ ，

$\therefore y_1 = y_2$ ．

（3）由题意 $2|a - 4| \leq 6$ 且 $a \neq 4$ ，

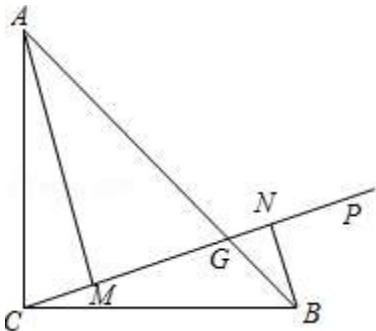
$\therefore 1 \leq a \leq 7$ 且 $a \neq 4$ ，

【点评】本题考查二次函数的性质，绝对值不等式等知识，解题的关键是熟练掌握基本知识，学会用转化的思想思考问题，属于中考常考题型．

27. 【分析】（1）由题意补全图形，证明 $\triangle ACM \cong \triangle CBN$ (AAS)，由全等三角形的性质可得出 $CM = BN$ ．

（2）连接 OC ，证明 $\triangle OCM \cong \triangle OBN$ (SAS)，由全等三角形的性质可得出 $OM = ON$ ， $\angle COM = \angle BON$ ，由等腰直角三角形的性质得出 $MN = \sqrt{2}OM$ ，则可得出结论．

【解答】解：（1）补全图形如图，



证明：∵ $AM \perp CP$ ， $BN \perp CP$ ，

$$\therefore \angle AMC = \angle BNC = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle ACM + \angle CAM = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle ACB = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle ACM + \angle BCN = 90^\circ,$$

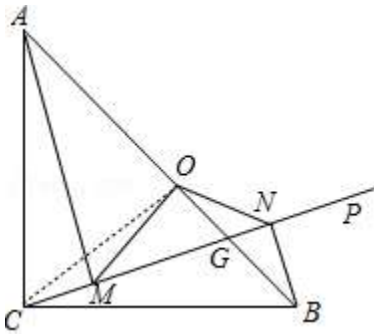
$$\therefore \angle CAM = \angle BCN,$$

$$\therefore AC = BC,$$

$$\therefore \triangle ACM \cong \triangle CBN(AAS),$$

$$\therefore CM = BN.$$

(2) 依题意补全图形如图，



$$\text{结论：} AM - BN = \sqrt{2}OM.$$

证明：连接 OC ，

$$\therefore \angle ACB = 90^\circ, AC = BC, O \text{ 是 } AB \text{ 的中点},$$

$$\therefore OC = OB, \angle ACO = \angle CBO = 45^\circ,$$

$$\therefore \triangle ACM \cong \triangle CBN,$$

$$\therefore AM = CN, \angle OCM + \angle ACO = \angle CBO + \angle OBN,$$

$$\therefore \angle OCM = \angle OBN,$$

$$\therefore CM = BN,$$

$$\therefore \triangle OCM \cong \triangle OBN(SAS),$$

$$\therefore OM = ON, \angle COM = \angle BON,$$

$$\therefore \angle COM + \angle MOB = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle BON + \angle MOB = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle MON = 90^\circ,$$

$$\therefore MN = \sqrt{2}OM,$$

$$\therefore AM = CN = CM + MN = BN + \sqrt{2}OM.$$

【点评】本题考查了全等三角形的判定和性质，等腰直角三角形的性质，直角三角形的性质，正确的识别图形是解题的关键.

28. 【分析】(1) ①根据 P 为 $\odot C$ 的直角点的定义一一判断即可.

②如图2中，以 O 为圆心 $\sqrt{2}$ 为半径作 $\odot O$ ，当直线 $y = x + b$ 与作的 $\odot O$ 有交点时，满足条件. 求出直线与大圆相切时 b 的值，即可判断.

(2) 如图 3 中, 以 Q 为圆心, $\sqrt{2}$ 为半径作 $\odot O$, 当直线 AB 与大圆 $\odot O$ 有交点时, 满足条件, 求出相切时 q 的值, 即可得出结论.

【解答】解: (1) ①如图 1 中, 在 $\odot A$ 上存在 $A(0,1)$, 线段 EA 绕点 E 顺时针旋转 90° 得到线段 EC , 点 C 在 $\odot O$ 上. \therefore 点 E 是 $\odot O$ 的直角点.

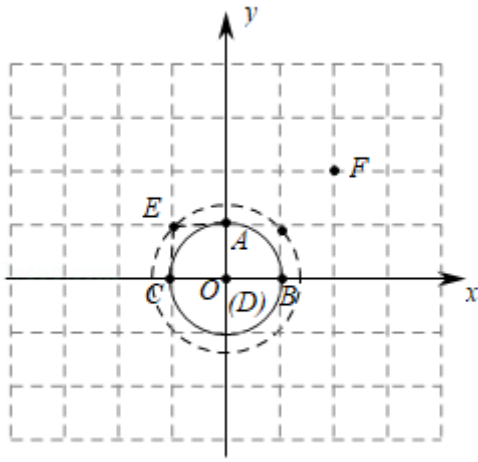


图1

在 $\odot A$ 上存在 $A(0,1)$, 线段 DA 绕点 D 顺时针旋转 90° 得到线段 DB , 点 B 在 $\odot O$ 上. \therefore 点 D 是 $\odot O$ 的直角点.

故答案为: E, D .

②如图 2 中, 以 O 为圆心 $\sqrt{2}$ 为半径作 $\odot O$, 当直线 $y = x + b$ 与作的 $\odot O$ 有交点时, 满足条件.

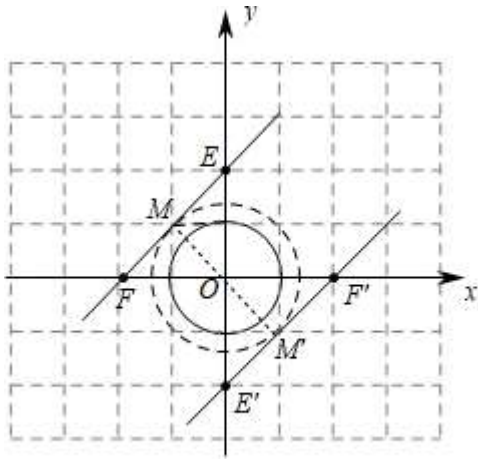


图2

当直线 $y = x + b$ 在第二象限与 $\odot O$ 相切于点 M 时, 设直线交 y 轴于 E , 交 x 轴于 F ,

$$\because OE = OF = b,$$

$\therefore \triangle OEF$ 是等腰直角三角形,

$$\because OM \perp EF,$$

$$\therefore ME = MF,$$

$$\therefore OM = ME = MF = \sqrt{2},$$

$$\therefore OE = OF = 2,$$

$$\therefore E(0,2),$$

$$\therefore b = 2,$$

当直线 $y = x + b$ 在第四象限与 $\odot O$ 相切于 M' 时，同法可得 $b = -2$ ，

观察图象可知，满足条件的 b 的值为 $-2 \leq b \leq 2$ 。

(2) 如图 3 中，当 $q > 0$ 时，由题意 $A(0, \frac{\sqrt{3}}{2}q)$ ， $B(\frac{q}{2}, 0)$ 。

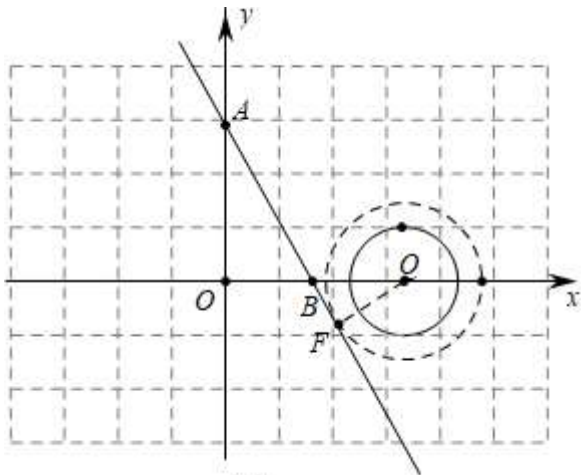


图3

$$\therefore Q(q, 0),$$

$$\therefore OB = BQ = \frac{q}{2},$$

以 Q 为圆心， $\sqrt{2}$ 为半径作 $\odot O$ ，当这个 $\odot O$ 与直线 AB 相切于 F 时，

$$\therefore \tan \angle ABO = \frac{OA}{OB} = \sqrt{3},$$

$$\therefore \angle ABO = \angle OBF = 60^\circ,$$

$$\therefore OF \perp AB, \quad OF = \sqrt{2},$$

$$\therefore OB = \frac{OF}{\sin 60^\circ} = \frac{\sqrt{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{2\sqrt{6}}{3},$$

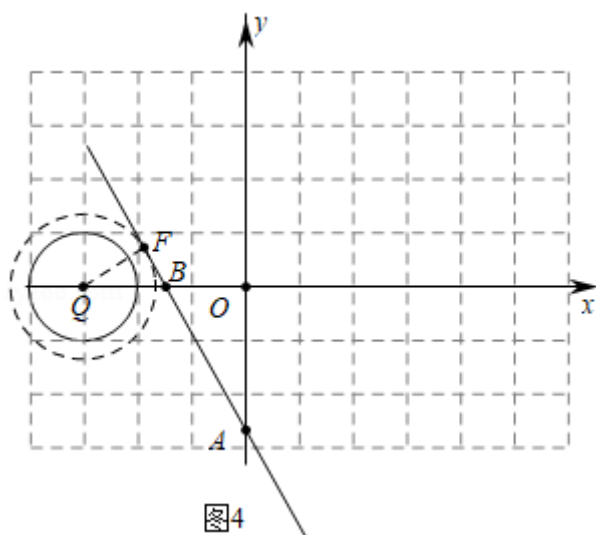
$$\therefore \frac{1}{2}q = \frac{2\sqrt{6}}{3},$$

$$\therefore q = \frac{4\sqrt{6}}{3},$$

当直线 AB 与大圆 $\odot O$ 有交点时，满足条件，

观察图象可知，满足的 q 的值为 $0 < q \leq \frac{4\sqrt{6}}{3}$ 。

如图 4 中，当 $q < 0$ 时，同法可得，满足条件的 q 的值为 $-\frac{4\sqrt{6}}{3} \leq q < 0$



当 $q = 0$ 时，也符合题意，

综上所述，满足条件的 q 的值为 $-\frac{4\sqrt{6}}{3} \leq q \leq \frac{4\sqrt{6}}{3}$.

【点评】本题属于圆综合题，考查了直线与圆的位置关系，解直角三角形， P 为 $\odot C$ 的直角点的定义等知识，解题的关键是理解题意，学会性质特殊位置解决数学问题，学会用转化的思想思考问题，属于中考压轴题。