

2022 北京丰台初三二模

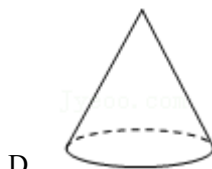
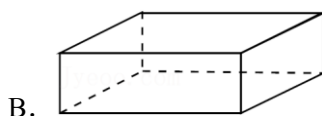
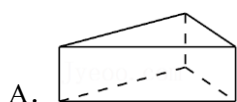
数 学

考生须知：

1. 本试卷共 7 页，共两部分，28 道题。满分 100 分。考试时间 120 分钟
2. 在试卷和答题卡上准确填写姓名和考号。
3. 试题答案一律填涂或书写在答题卡上，在试卷上作答无效。
4. 在答题卡上，选择题、作图题用 **2B** 铅笔作答，其他试题用黑色字迹签字笔作。
5. 考试结束，将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题（共 16 分，每题 2 分）第 1-8 题均有四个选项，符合题意的选项只有一个。

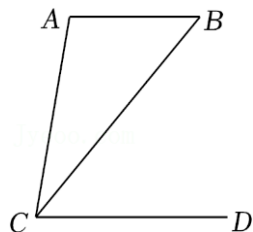
1. 如图，下列水平放置的几何体中，侧面展开图是扇形的是()



2. 2021 年我国原油产量约 1.99 亿吨，连续 3 年回升。将 199000000 用科学记数法表示应为()

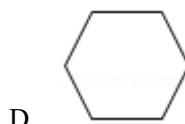
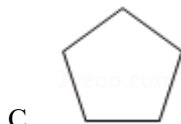
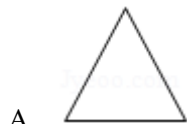
A. 199×10^6 B. 1.99×10^8 C. 1.99×10^9 D. 0.199×10^9

3. 如图， $AB \parallel CD$ ， $\angle ACD = 80^\circ$ ， $\angle ACB = 30^\circ$ ， $\angle B$ 的度数为()

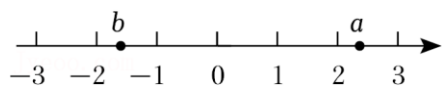


A. 50° B. 45° C. 30° D. 25°

4. 下列多边形中，内角和最大的是()



5. 实数 a ， b 在数轴上的对应点的位置如图所示，若实数 c 满足 $b < c < a$ ，则 c 的值可以是()



A. -3 B. -2 C. 2 D. 3

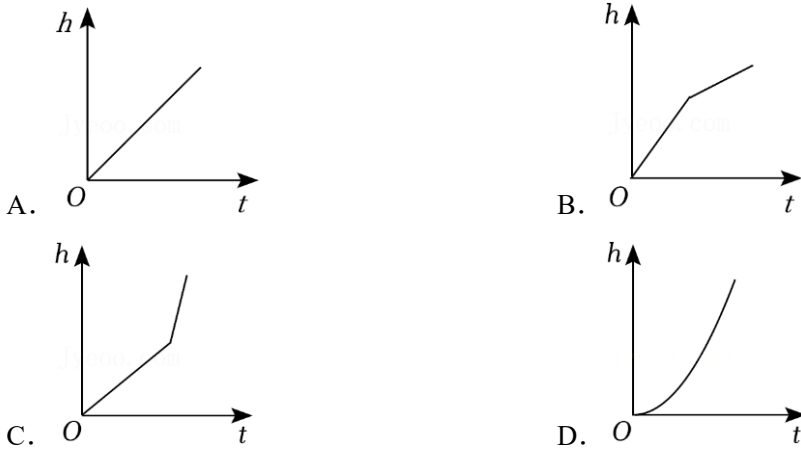
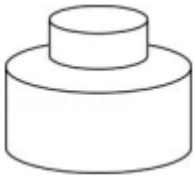
6. 同时抛掷两枚质地均匀的硬币，则两枚硬币全部正面向上的概率是()

A. $\frac{2}{3}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{1}{3}$ D. $\frac{1}{4}$

7. 若 n 为整数, 且 $n < \sqrt{77} < n+1$, 则 n 的值是()

- A. 7 B. 8 C. 9 D. 10

8. 如图, 某容器的底面水平放置, 匀速地向此容器内注水, 在注满水的过程中, 水面的高度 h 与时间 t 的函数关系的图象大致是()



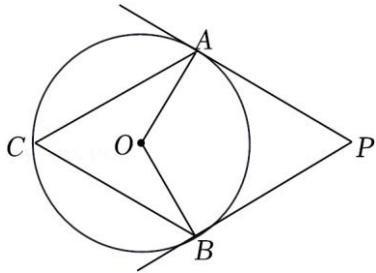
二、填空题 (共 16 分, 每题 2 分)

9. 若 $\sqrt{x-3}$ 在实数范围内有意义, 则 x 的取值范围是_____.

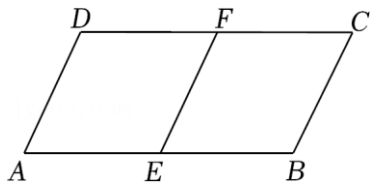
10. 方程 $\frac{1}{x} = \frac{3}{x+2}$ 的解是_____.

11. 已知关于 x 的方程 $x^2 - 2x + m = 0$ 有两个不相等的实数根, 则 m 的取值范围是_____.

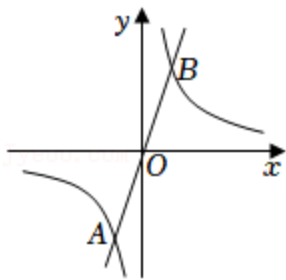
12. 如图, PA , PB 是 $\odot O$ 的切线, A , B 为切点, 点 C 在 $\odot O$ 上, 若 $\angle APB = 60^\circ$, 则 $\angle ACB =$ _____ $^\circ$.



13. 如图, 在平行四边形 $ABCD$ 中, E , F 分别是 AB , CD 的中点, 连接 EF . 只需添加一个条件即可证明四边形 $EFCB$ 是菱形, 这个条件可以是 _____ (写出一个即可).



14. 如图, 在平面直角坐标系 xOy 中, 直线 $y = 3x$ 与双曲线 $y = \frac{m}{x} (m \neq 0)$ 交于 A , B 两点, 若点 A , B 的横坐标分别为 x_1 , x_2 , 则 $x_1 + x_2 =$ _____.



15. 甲、乙两台包装机同时包装糖果，分别从中随机抽取 5 袋，测得它们的实际质量（单位：g）如表所示：

甲	100	102	99	101	98
乙	100	97	104	97	102

那么 ____ 包装机包装的 5 袋糖果的质量比较稳定（填“甲”或“乙”）。

16. 某超市现有 n 个人在收银台排队等候结账．设结账人数按固定的速度增加，收银员结账的速度也是固定的．若同时开放 2 个收银台，需要 20 分钟可使排队等候人数为 0；若同时开放 3 个收银台，需要 12 分钟可使排队等候人数为 0．为减少顾客等待结账的时间，需要 6 分钟内使排队等候人数为 0，则需要至少同时开放 ____ 个收银台．

三、解答题（共 68 分，第 17-20 题，每题 5 分，第 21 题 6 分，第 22 题 5 分，第 23-24 题，每题 6 分，第 25 题 5 分，第 26 题 6 分，第 27-28 题，每题 7 分）解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程。

17.（5 分）计算： $|-3|-4\sin 45^{\circ}+\sqrt{8}+(\pi-3)^0$

18.（5 分）解不等式组：
$$\begin{cases} 2x-3>x-2, \\ \frac{3x-2}{2}<x+1. \end{cases}$$

19.（5 分）已知 $3a^2+b^2-2=0$ ，求代数式 $(a+b)^2+2a(a-b)$ 的值．

20.（5 分）已知：如图，射线 AM ．

求作： $\triangle ABC$ ，使得 $\angle ABC=90^{\circ}$ ， $\angle BAC=30^{\circ}$ ．

作法：与在射线 AM 上任取一点 O （不与点 A 重合）；

②以点 O 为圆心， OA 长为半径画弧，交射线 AM 于 A ， C 两点；

③以点 C 为圆心， CO 长为半径画弧，交 AC 于点 B ；

④连接 AB ， BC ．

$\triangle ABC$ 就是所求作的三角形．

（1）使用直尺和圆规，依作法补全图形（保留作图痕迹）；

（2）完成下面的证明：

证明：连接 OB ．

在 $\odot O$ 中， $OB=OC$ ．

在 $\odot C$ 中， $OC=BC$ ．

$\therefore OB=OC=BC$ ．

$\therefore \triangle OCB$ 是等边三角形．

$\therefore \angle ACB=60^{\circ}$ ．

$\therefore AC$ 是 $\odot O$ 的直径，

$\therefore \angle ABC=$ ____ $^{\circ}$ （ ____ ）（填推理的依据）．

$$\therefore \angle ACB + \angle BAC = 90^\circ.$$

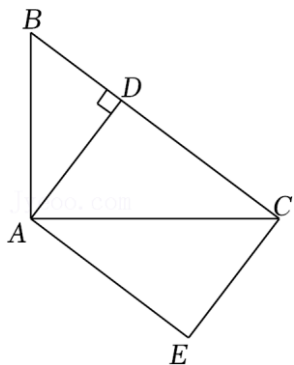
$$\therefore \angle BAC = 30^\circ.$$



21. (6分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle BAC = 90^\circ$, $AD \perp BC$, 垂足为 D , $AE \parallel BC$, $CE \parallel DA$.

(1) 求证: 四边形 $AECD$ 是矩形;

(2) 若 $AB = 5$, $\cos B = \frac{3}{5}$, 求 AE 的长.



22. (5分) 在平面直角坐标系 xOy 中, 一次函数 $y = kx + b (k \neq 0)$ 的图象由函数 $y = x$ 的图象向下平移 4 个单位长度得到.

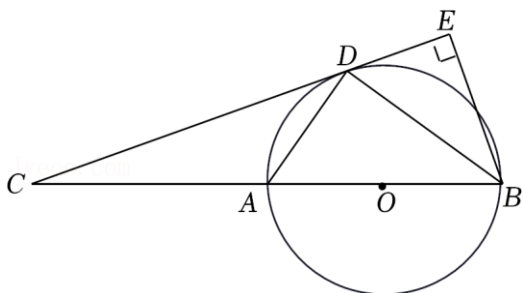
(1) 求这个一次函数的解析式;

(2) 一次函数 $y = kx + b$ 的图象与 x 轴的交点为 A , 函数 $y = mx (m < 0)$ 的图象与一次函数 $y = kx + b$ 的图象的交点为 B , 记线段 OA , AB , BO 围成的区域 (不含边界) 为 W . 横、纵坐标都是整数的点叫做整点. 若区域 W 内恰有 2 个整点, 直接写出 m 的取值范围.

23. (6分) 如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, C 为 BA 延长线上一点, 过点 C 作 $\odot O$ 的切线, 切点为 D , 过点 B 作 $BE \perp CD$ 于点 E , 连接 AD , BD .

(1) 求证: $\angle ABD = \angle DBE$;

(2) 如果 $CA = AB$, $BD = 4$, 求 BE 的长.



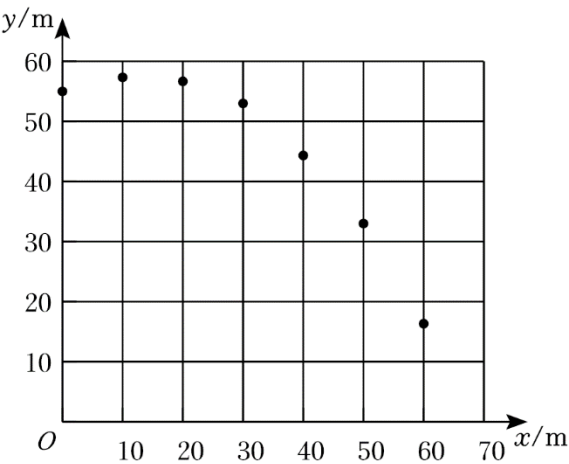
24. (6分) 跳台滑雪是冬季奥运会比赛项目之一. 记运动员在该项目的运动过程中的某个位置与起跳点的水平距离为 x (单位: m), 竖直高度为 y (单位: m), 下面记录了甲运动员起跳后的运动过程中的七组数据:

x/m	0	10	20	30	40	50	60
y/m	54.0	57.8	57.6	53.4	45.2	33.0	16.8

下面是小明的探究过程, 请补充完整:

(1) 为观察 y 与 x 之间的关系, 建立坐标系, 以 x 为横坐标, y 为纵坐标, 描出表中数据对应的 7 个点, 并用平滑的曲线连接它们;

- (2) 观察发现，(1) 中的曲线可以看作是 _____ 的一部分（填“抛物线”或“双曲线”），结合图象，可推断出水平距离约为 _____ m （结果保留小数点后一位）时，甲运动员起跳后达到最高点；
- (3) 乙运动员在此跳台进行训练，若乙运动员在运动过程中的最高点的竖直高度达到 $61m$ ，则乙运动员运动中的最高点比甲运动员运动中的最高点 _____（填写“高”或“低”）约 _____ m （结果保留小数点后一位）.



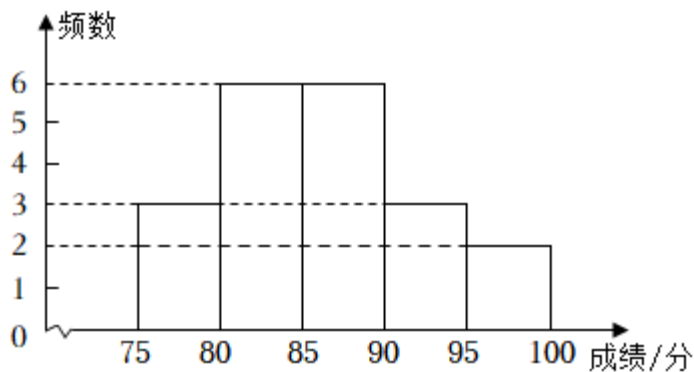
25.（5 分）2022 年是中国共产党青年团建团 100 周年．某校团委组织七、八年级学生开展主题为“成团百年，勇当先锋”的团史知识学习活动．为了解这两个年级学生团史知识的学习情况，从七、八年级的学生中，各随机抽取了 20 名学生进行测试，获得了他们的成绩（百分制，且成绩均为整数），并对数据（成绩）进行了整理、描述和分析，下面给出了部分信息．

- a．该校七年级抽取的学生测试成绩的数据的频数分布直方图如下（数据分为 5 组： $75\leq x < 80$ ， $80\leq x < 85$ ， $85\leq x < 90$ ， $90\leq x < 95$ ， $95\leq x \leq 100$):
- b．该校七年级抽取的学生测试成绩的数据在 $85\leq x < 90$ 这一组的是：85，85，85，86，87，88
- c．该校七、八年级抽取的学生的测试成绩的数据的平均数、中位数、众数如下：

	平均数	中位数	众数
七年级	85.2	m	85
八年级	87.1	89.5	90

根据以上信息，回答下列问题：

- (1) 写出表中 m 的值；
- (2) 此次测试成绩 90 分及 90 分以上为优秀．
- ①记该校七年级抽取的学生中成绩优秀的人数是 x_1 ，八年级抽取的学生中成绩优秀的人数为 x_2 . 比较 x_1 ， x_2 的大小，并说明理由；
- ②该校七、八年级各有 200 名学生，假设该校七、八年级学生全部参加此次测试，请估计成绩优秀的学生总人数（直接写出结果）.



26. (6分) 在平面直角坐标系 xOy 中, 已知抛物线 $y = x^2 - 2ax - 3$.

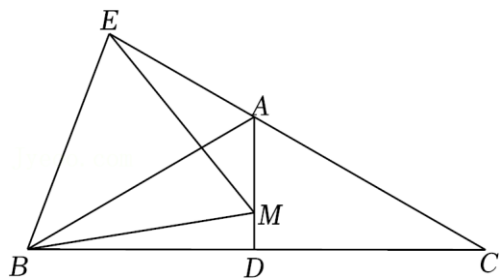
(1) 求该抛物线的对称轴 (用含 a 的式子表示);

(2) $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ 为该抛物线上的两点, 若 $x_1 = 1 - 2a$, $x_2 = a + 1$, 且 $y_1 > y_2$, 求 a 的取值范围.

27. (7分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC$, $\angle BAC = 120^\circ$, D 是 BC 中点, 连接 AD . 点 M 在线段 AD 上 (不与点 A , D 重合), 连接 MB , 点 E 在 CA 的延长线上且 $ME = MB$, 连接 EB .

(1) 比较 $\angle ABM$ 与 $\angle AEM$ 的大小, 并证明;

(2) 用等式表示线段 AM , AB , AE 之间的数量关系, 并证明.



28. (7分) 在平面直角坐标系 xOy 中, $\odot O$ 的半径为 1, A 为任意一点, B 为 $\odot O$ 上任意一点. 给出如下定义: 记

A , B 两点间的距离的最小值为 p (规定: 点 A 在 $\odot O$ 上时, $p = 0$), 最大值为 q , 那么把 $\frac{p+q}{2}$ 的值称为点 A 与

$\odot O$ 的“关联距离”, 记作 $d(A, \odot O)$.

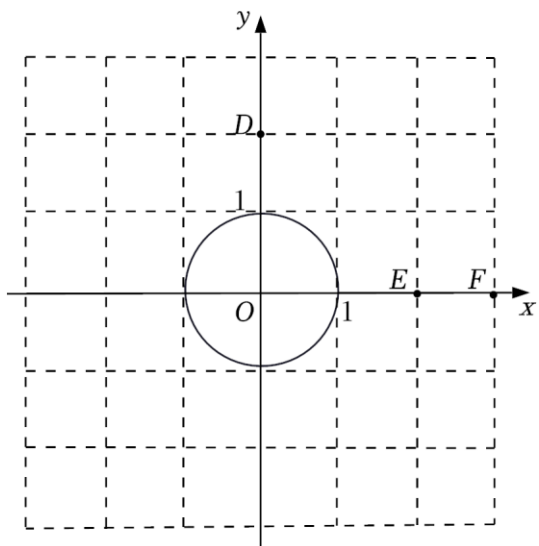
(1) 如图, 点 D , E , F 的横、纵坐标都是整数.

① $d(D, \odot O) = \underline{\hspace{2cm}}$;

② 若点 M 在线段 EF 上, 求 $d(M, \odot O)$ 的取值范围;

(2) 若点 N 在直线 $y = \sqrt{3}x + 2\sqrt{3}$ 上, 直接写出 $d(N, \odot O)$ 的取值范围;

(3) 正方形的边长为 m , 若点 P 在该正方形的边上运动时, 满足 $d(P, \odot O)$ 的最小值为 1, 最大值为 $\sqrt{10}$, 直接写出 m 的最小值和最大值.



参考答案

一、选择题（共 16 分，每题 2 分）第 1-8 题均有四个选项，符合题意的选项只有一个。

1. 【分析】根据几何体的展开图：三棱柱的侧面展开图是三个长方形；四棱柱的侧面展开图是四个长方形；圆柱的侧面展开图是矩形；圆锥的侧面展开图是扇形；可得答案.

【解答】解：A、侧面展开图是三个长方形，故此选项不符合题意；

B、侧面展开图是四个长方形，故此选项不符合题意；

C、侧面展开图是一个长方形，故此选项不符合题意；

D、侧面展开图是扇形，故此选项符合题意.

故选：D.

【点评】本题考查了几何体的展开图，记住常用几何体的侧面展开图是解题的关键.

2. 【分析】先确定 a 的值是 1.99，再根据 n 为整数位数减一确定 n ，得到答案.

【解答】解： $199000000 = 1.99 \times 10^8$ ，

故选：B.

【点评】本题考查的是科学记数法—表示较大的数，把一个大于 10 的数记成 $a \times 10^n$ 的形式，其中 a 是整数数位只有一位的数， n 是正整数，这种记数法叫做科学记数法，科学记数法形式： $a \times 10^n$ ，其中 $1 \leq a < 10$ ， n 为正整数.

3. 【分析】根据“两直线平行，内错角相等”求解即可.

【解答】解： $\because \angle ACD = 80^\circ$ ， $\angle ACB = 30^\circ$ ，

$\therefore \angle BCD = \angle ACD - \angle ACB = 50^\circ$ ，

$\because AB \parallel CD$ ，

$\therefore \angle B = \angle BCD = 50^\circ$ ，

故选：A.

【点评】此题考查了平行线的性质，熟记平行线的性质定理是解题的关键.

4. 【分析】根据多边形的内角和公式求解即可.

【解答】解：A. 三角形的内角和为 180° ；

B. 四边形的内角和为 360° ；

C. 五边形的内角和为： $(5-2) \times 180^\circ = 540^\circ$ ；

D. 六边形的内角和为： $(6-2) \times 180^\circ = 720^\circ$ ；

故选：D.

【点评】此题考查了多边形的内角与外角，熟记多边形的内角和公式是解题的关键.

5. 【分析】利用数轴上点位置可知，表示数 c 的点应在表示数 b 与数 a 的两点之间，由此可求得结论.

【解答】解： \because 实数 c 满足 $b < c < a$ ，

\therefore 在数轴上，表示数 c 的点应在表示数 b 与数 a 的两点之间，

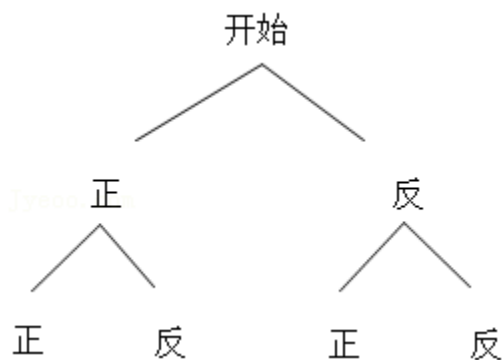
在 -3 ， -2 ， 2 ， 3 中，只有 2 符合题意，

故选：C.

【点评】本题主要考查了实数与数轴，正确理解实数与数轴上的点的一一对应关系是解题的关键.

6. 【分析】列出所有等可能的结果，再根据概率公式求解即可.

【解答】解：画树状图如图.



∴共有4种等可能的结果，其中两枚硬币全部正面向上的结果有1种，

∴两枚硬币全部正面向上的概率为 $\frac{1}{4}$.

故选：D.

【点评】本题考查列表法与树状图法，熟练掌握列表法与树状图法是解答本题的关键.

7. 【分析】根据算术平方根的性质估计.

【解答】解：∵ $64 < 77 < 81$,

$$\therefore \sqrt{64} < \sqrt{77} < \sqrt{81},$$

$$\therefore 8 < \sqrt{77} < 9,$$

$$\therefore n < \sqrt{77} < n+1,$$

$$\therefore n = 8.$$

故选B.

【点评】本题考查无理数的估计，正确掌握算术平方根的性质是求解本题的关键.

8. 【分析】根据图象可知，容器底部直径较大，上部直径较小，故注水过程的水的高度是先慢后快.

【解答】解：因为根据图象可知，容器底部直径较大，上部直径较小，

故注水过程的水的高度是先慢后快，故选项C符合题意，

故选：C.

【点评】本题主要考查函数图象的知识，根据V与h的变化规律排除不合适的选项是解题的关键.

二、填空题（共16分，每题2分）

9. 【分析】根据被开方数大于等于0列式进行计算即可求解.

【解答】解：根据题意得 $x-3 \geq 0$,

解得 $x \geq 3$.

故答案为： $x \geq 3$.

【点评】本题考查了二次根式有意义的条件，知识点为：二次根式的被开方数是非负数.

10. 【分析】首先去掉分母，然后解一元一次方程，最后检验即可求解.

【解答】解： $\frac{1}{x} = \frac{3}{x+2}$,

$$\therefore x+2 = 3x,$$

$$\therefore x = 1,$$

检验：当 $x=1$ 时， $x(x+2) \neq 0$ ，

\therefore 原方程的解为 $x=1$ 。

故答案为： $x=1$ 。

【点评】此题主要考查了解分式方程，其中：

(1) 解分式方程的基本思想是“转化思想”，把分式方程转化为整式方程求解；

(2) 解分式方程一定要注意要验根。

11. 【分析】关于 x 的方程 $x^2 - 2x + m = 0$ 有两个不相等的实数根，即判别式 $\Delta = b^2 - 4ac > 0$ 。即可得到关于 m 的不等式，从而求得 m 的范围。

【解答】解： $\because a=1, b=-2, c=m$ ，

$$\therefore \Delta = b^2 - 4ac = (-2)^2 - 4 \times 1 \times m = 4 - 4m > 0,$$

解得： $m < 1$ 。

故答案为 $m < 1$ 。

【点评】本题考查了一元二次方程根的情况与判别式 Δ 的关系：

(1) $\Delta > 0 \Leftrightarrow$ 方程有两个不相等的实数根；

(2) $\Delta = 0 \Leftrightarrow$ 方程有两个相等的实数根；

(3) $\Delta < 0 \Leftrightarrow$ 方程没有实数根。

12. 【分析】先根据切线的性质得到 $\angle PAO = \angle PBO = 90^\circ$ ，再利用四边形的内角和计算出 $\angle AOB = 120^\circ$ ，然后根据圆周角定理得到 $\angle ACB$ 的度数。

【解答】解： $\because PA, PB$ 是 $\odot O$ 的切线， A, B 为切点，

$$\therefore OA \perp PA, OB \perp PB,$$

$$\therefore \angle PAO = \angle PBO = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle AOB = 180^\circ - \angle APB = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ,$$

$$\therefore \angle ACB = \frac{1}{2} \angle AOB = \frac{1}{2} \times 120^\circ = 60^\circ.$$

故答案为：60。

【点评】本题考查了切线的性质：圆的切线垂直于经过切点的半径。也考查了圆周角定理。

13. 【分析】先证四边形 $EFCB$ 是平行四边形，再由菱形的判定即可得出结论。

【解答】解：这个条件可以是 $CF = CB$ ，理由如下：

\because 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

$$\therefore AB \parallel CD,$$

$\because E, F$ 分别是 AB, CD 的中点，

$$\therefore BE = \frac{1}{2} AB, CF = \frac{1}{2} CD,$$

$$\therefore BE = CF,$$

\therefore 四边形 $EFCB$ 是平行四边形，

又 $\because CF = CB$ ，

\therefore 平行四边形 $EFCB$ 是菱形，

故答案为： $CF = CB$ （答案不唯一）.

【点评】 本题考查了菱形的判定、平行四边形的判定和性质等知识，熟练掌握菱形的判定是解题的关键.

14. 【分析】 根据反比例函数与正比例函数的中心对称性可得 $x_1 = -x_2$ ，进一步计算即可.

【解答】 解： \because 反比例函数与正比例函数都是关于原点成中心对称，

又 \because 直线 $y = 3x$ 与双曲线 $y = \frac{m}{x} (m \neq 0)$ 交于 A, B 两点，

$$\therefore x_1 = -x_2,$$

$$\therefore x_1 + x_2 = 0,$$

故答案为： 0.

【点评】 本题考查了反比例函数与一次函数的交点问题，熟练掌握反比例函数的中心对称性是解题的关键.

15. 【分析】 根据平均数就是对每组数求和后除以数的个数；根据方差公式计算即可；方差大说明这组数据波动大，方差小则波动小，就比较稳定，依此判断即可.

【解答】 解： $\bar{x}_{\text{甲}} = (100 + 102 + 99 + 101 + 98) \div 5 = 100,$

$$\bar{x}_{\text{乙}} = (100 + 97 + 104 + 97 + 102) \div 2 = 100,$$

$$S^2_{\text{甲}},$$

$$S^2_{\text{乙}};$$

$$\therefore S^2_{\text{甲}},$$

\therefore 甲包装机包装 10 袋糖果的质量比较稳定.

故答案为： 甲.

【点评】 本题主要考查了平均数、方差的计算以及它们的意义，正确记忆计算公式是解题的关键.

16. 【分析】 设结账人数每分钟增加 x 人，收银员每分钟给 y 人结账，根据“同时开放 2 个收银台，需要 20 分钟可使排队等候人数为 0；同时开放 3 个收银台，需要 12 分钟可使排队等候人数为 0”，即可得出关于 x, y 的二元一次方程组，解之即可用含 n 的代数式表示出 x, y 的值，设同时开放 m 个收银台，根据需要 6 分钟内使排队等候人数为 0，即可得出关于 m 的一元一次不等式，解之即可得出 m 的取值范围，再取其中的最小整数值即可得出结论.

【解答】 解： 设结账人数每分钟增加 x 人，收银员每分钟给 y 人结账，

$$\text{依题意得：} \begin{cases} 20 \times 2y = 20x + n \\ 12 \times 3y = 12x + n \end{cases},$$

$$\text{解得：} \begin{cases} x = \frac{1}{60}n \\ y = \frac{1}{30}n \end{cases}.$$

设同时开放 m 个收银台，

$$\text{则 } 6my > 6x + n,$$

$$\text{解得： } m > \frac{11}{2},$$

又 $\because m$ 为整数，

$\therefore m$ 的最小值为 6.

故答案为：6.

【点评】本题考查了二元一次方程组的应用以及一元一次不等式的应用，根据各数量之间的关系，正确列出一元一次不等式是解题的关键.

三、解答题（共 68 分，第 17-20 题，每题 5 分，第 21 题 6 分，第 22 题 5 分，第 23-24 题，每题 6 分，第 25 题 5 分，第 26 题 6 分，第 27-28 题，每题 7 分）解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程.

17. 【分析】原式第一项利用绝对值的意义化简，第二项利用特殊角的三角函数值计算，第三项化为最简二次根式，第四项利用零指数幂法则计算即可得到结果.

【解答】解：原式 $= 3 - 4 \times \frac{\sqrt{2}}{2} + 2\sqrt{2} + 1 = 3 - 2\sqrt{2} + 2\sqrt{2} + 1 = 4$.

【点评】此题考查了实数的运算，熟练掌握运算法则是解本题的关键.

18. 【分析】先分别求出两个不等式的解集，再写出不等式组的解集即可.

【解答】解：
$$\begin{cases} 2x-3 > x-2 & \text{①} \\ \frac{3x-2}{2} < x+1 & \text{②} \end{cases}$$

解不等式①，得 $x > 1$ ，

解不等式②，得 $x < 4$ ，

\therefore 不等式组的解集为 $1 < x < 4$.

【点评】本题考查解不等式组，求不等式组解集的口诀：同大取大，同小取小，大小小大取中间，大大小小找不到（无解）.

19. 【分析】利用已知方程，求得代数式 $3a^2 + b^2$ 的值是 2，整体代入后面化简后的式子即可.

【解答】解： $\because 3a^2 + b^2 - 2 = 0$ ，

$\therefore 3a^2 + b^2 = 2$ ，

$\therefore (a+b)^2 + 2a(a-b)$

$= a^2 + 2ab + b^2 + 2a^2 - 2ab$

$= 3a^2 + b^2$

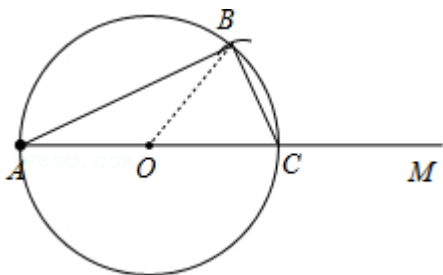
$= 2$.

【点评】本题考查了代数式的值，解题的关键是化简代数式，整体代入.

20. 【分析】（1）根据几何语言画出对应的几何图形；

（2）连接 OB ，先证明 $\triangle OCB$ 是等边三角形得到 $\angle ACB = 60^\circ$ ，再根据圆周角定理得到 $\angle ABC = 90^\circ$ ，然后利用互余计算得到 $\angle BAC = 30^\circ$.

【解答】解：（1）如图， $\triangle ABC$ 为所求作；



（2）完成下面的证明：

证明：连接 OB ，

在 $\odot O$ 中， $OB = OC$ ，

在 $\odot C$ 中， $OC = BC$ ，

$\therefore OB = OC = BC$ ，

$\therefore \triangle OCB$ 是等边三角形，

$\therefore \angle ACB = 60^\circ$ ，

$\because AC$ 是 $\odot O$ 的直径，

$\therefore \angle ABC = 90^\circ$ （直径所对的圆周角为直角），

$\therefore \angle ACB + \angle BAC = 90^\circ$ ，

$\therefore \angle BAC = 30^\circ$ 。

故答案为：90，直径所对的圆周角为直角。

【点评】本题考查了作图—复杂作图：解决此类题目的关键是熟悉基本几何图形的性质，结合几何图形的基本性质把复杂作图拆解成基本作图，逐步操作。也考查了圆周角定理。

21. 【分析】（1）先证四边形 $AECD$ 是平行四边形，再证 $\angle ADC = 90^\circ$ ，然后由矩形的判定即可得出结论；

（2）由锐角三角函数定义得 $BC = \frac{25}{3}$ ， $BD = 3$ ，则 $CD = BC - BD = \frac{10}{3}$ ，再由矩形的性质即可得出结论。

【解答】（1）证明： $\because AE \parallel BC$ ， $CE \parallel DA$ ，

\therefore 四边形 $AECD$ 是平行四边形，

$\because AD \perp BC$ ，

$\therefore \angle ADC = 90^\circ$ ，

\therefore 平行四边形 $AECD$ 是矩形；

（2）解： $\because \angle BAC = 90^\circ$ ， $AB = 5$ ， $\cos B = \frac{3}{5} = \frac{AB}{BC}$ ，

$\therefore BC = \frac{5}{3}AB = \frac{25}{3}$ ，

$\because AD \perp BC$ ，

$\therefore \angle ADB = 90^\circ$ ，

$\because AB = 5$ ， $\cos B = \frac{3}{5} = \frac{BD}{AB}$ ，

$\therefore BD = 3$ ，

$\therefore CD = BC - BD = \frac{25}{3} - 3 = \frac{10}{3}$ ，

由（1）可知，四边形 $AECD$ 是矩形，

$\therefore AE = CD = \frac{10}{3}$ ，

即 AE 的长为 $\frac{10}{3}$ 。

【点评】本题考查了矩形的判定与性质、平行四边形的判定与性质、锐角三角函数定义等知识，熟练掌握矩形的判定与性质是解题的关键。

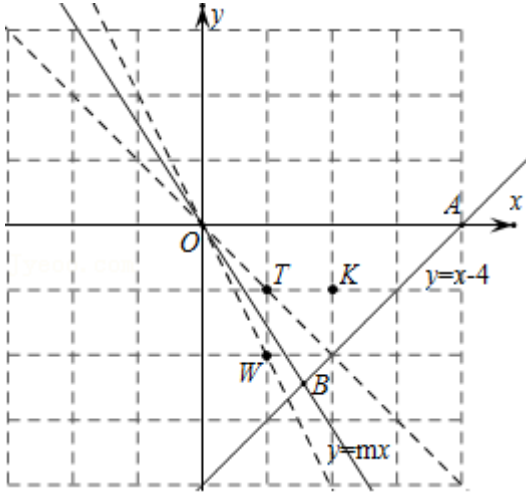
22. 【分析】(1) 由函数图象平移规律“上加下减，左加右减”直接得到一次函数 $y = kx + b$ 的解析式；

(2) 画出图象，数形结合即可得到答案.

【解答】解：(1) \because 函数 $y = x$ 的图象向下平移 4 个单位长度得函数 $y = x - 4$ 的图象，

\therefore 一次函数 $y = kx + b$ 的解析式为 $y = x - 4$ ；

(2) 区域 W 内恰有 2 个整点，这两个整点为 $K(2, -1)$ 和 $T(1, -1)$ ，如图：



当函数 $y = mx$ 的图象过 $T(1, -1)$ 时， $m = -1$ ，

当函数 $y = mx$ 的图象过 $W(1, -2)$ 时， $m = -2$ ，

\therefore 区域 W 内不含边界，

\therefore 由图可得区域 W 内恰有 2 个整点， m 的取值范围是 $-2 < m < -1$ 。

【点评】本题考查一次函数的综合应用，解题的关键是掌握函数图象的平移变换规律及数形结合思想的应用。

23. 【分析】(1) 连接 OD ，由切线的性质得 $CD \perp OD$ ，再证 $OD \parallel BE$ ，得 $\angle ODB = \angle DBE$ ，然后由等腰三角形的性质得 $\angle ODB = \angle ABD$ ，即可得出结论；

(2) 设 $OA = x$ ，则 $CA = 2x$ ， $OC = 3x$ ，证 $\triangle COD \sim \triangle CBE$ ，得 $x = \frac{3}{4}BE$ ，再由圆周角定理得 $\angle ADB = 90^\circ$ ，然后证

$\triangle ABD \sim \triangle DBE$ ，得 $\frac{AB}{BD} = \frac{BD}{BE}$ ，即可解决问题。

【解答】(1) 证明：如图，连接 OD ，

$\because CD$ 是 $\odot O$ 的切线，

$\therefore CD \perp OD$ ，

$\because BE \perp CD$ ，

$\therefore OD \parallel BE$ ，

$\therefore \angle ODB = \angle DBE$ ，

$\because OD = OB$ ，

$\therefore \angle ODB = \angle ABD$ ，

$\therefore \angle ABD = \angle DBE$ ；

(2) 解：设 $OA = x$ ，则 $CA = AB = 2x$ ，

$OC = OA + CA = x + 2x = 3x$ ，

$$\because OD \parallel BE,$$

$$\therefore \triangle COD \sim \triangle CBE,$$

$$\therefore \frac{OD}{BE} = \frac{CO}{CB} = \frac{3x}{4x} = \frac{3}{4},$$

$$\text{即 } \frac{x}{BE} = \frac{3}{4},$$

$$\therefore x = \frac{3}{4}BE,$$

$$\because AB \text{ 是 } \odot O \text{ 的直径,}$$

$$\therefore \angle ADB = 90^\circ,$$

$$\because BE \perp CD,$$

$$\therefore \angle E = \angle ADB,$$

$$\because \angle ABD = \angle DBE,$$

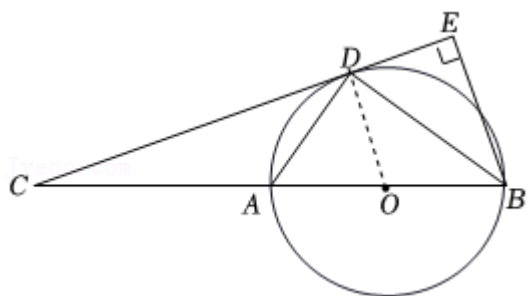
$$\therefore \triangle ABD \sim \triangle DBE,$$

$$\therefore \frac{AB}{BD} = \frac{BD}{BE},$$

$$\text{即 } \frac{2 \times \frac{3}{4}BE}{4} = \frac{4}{BE},$$

$$\text{解得: } BE = \frac{4}{3}\sqrt{6} \text{ (负值已舍去),}$$

$$\text{即 } BE \text{ 的长为 } \frac{4}{3}\sqrt{6}.$$



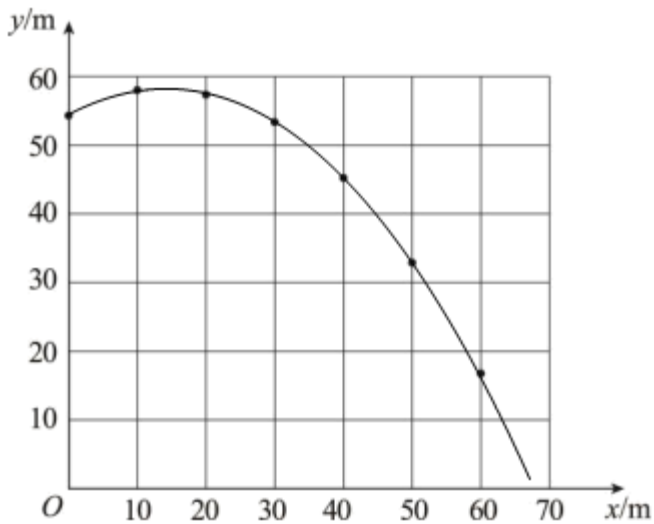
【点评】本题考查了相似三角形的判定与性质、切线的性质、平行线的判定与性质、等腰三角形的性质、圆周角定理等知识，熟练掌握相似三角形的判定与性质是解题的关键。

24. 【分析】(1) 用光滑曲线将各个点连接起来即可；

(2) 观察图象可得出，曲线可看作抛物线的一部分，结合图象，可得出抛物线的解析式，即可得出甲运动员何时达到最高点；

(3) 在(2)的基础上，可得出甲的最高点，再比较即可得出结论。

【解答】解：(1) 如图所示：



(2) 由图象可知，曲线可看作抛物线的一部分，

设该抛物线的解析式为： $y = ax^2 + bx + c$ ，

$$\text{将 } (0, 54), (10, 57.8), (50, 33) \text{ 代入，得 } \begin{cases} c = 54 \\ 100a + 10b + c = 57.8, \\ 2500a + 50b + c = 33 \end{cases}$$

$$\text{解得 } \begin{cases} a = -0.02 \\ b = 0.58 \\ c = 54 \end{cases}.$$

$$\therefore y = -0.02x^2 + 0.58x + 54.$$

$$\text{当 } x = -\frac{0.58}{2 \times (-0.02)} = 14.5 \text{ 时，} y \text{ 最大，}$$

\therefore 当水平距离为 $14.5m$ 时，取最高；

故答案为：抛物线； 14.5 ；

$$(3) \text{ 甲最高为 } y = \frac{4 \times (-0.02) \times 54 - 0.58^2}{4 \times (-0.02)} = 58.205(m),$$

$$\therefore 61 - 58.205 = 2.795 \approx 2.8(m),$$

故答案为：高； 2.8 。

【点评】本题属于二次函数的应用，主要考查待定函数求函数解析式，二次函数的性质，解题的关键在于掌握由二次函数的图象建立二次函数模型。

25. 【分析】(1) 根据七年级抽取了 20 名学生，第 10, 11 名学生的成绩为 85 分，85 分，即可求出 m 的值；

(2) ①分别求出七、八两个年级的优秀学生人数，进而可得结论；

②用样本的优秀率估计总体的优秀率，根据总人数和优秀率求得优秀人数。

【解答】解：(1) \because 七年级抽取了 20 名学生，第 10, 11 名学生的成绩为 85 分，85 分，

$$\therefore m = \frac{85 + 85}{2} = 85 \text{ (分)};$$

(2) ①由七年级成绩可得 $x_1 = 3 + 2 = 5$ ，

\therefore 八年级的中位数是 89.5，

$$\therefore x_2 = 10,$$

$$\therefore x_1 < x_2;$$

$$\textcircled{2} (200 + 200) \times \frac{5+10}{40} = 150 \text{ (人)},$$

答：估计成绩优秀的学生总人数约为 150 人.

【点评】本题考查频数分布直方图、用样本估计总体、中位数的意义及求法，理解各个统计量的意义，明确各个统计量的特点是解决问题的前提和关键.

26. 【分析】(1) 根据抛物线对称轴公式： $x = -\frac{b}{2a}$ ，即可得到答案；

(2) 分三种情况讨论，得到关于 a 的不等式，解不等式即可.

【解答】解：(1) \because 抛物线 $y = x^2 - 2ax - 3$,

$$\therefore \text{该抛物线的对称轴为直线 } x = -\frac{-2a}{2 \times 1} = a;$$

(2) ①当 $a < x_2 < x_1$ 时， $y_1 > y_2$,

则 $a+1 < 1-2a$ ，即 $a < 0$ ；

②当 $x_1 - a > a - x_2$ 时， $y_1 > y_2$,

则 $1-2a-a > a-(a+1)$ ，即 $a < \frac{2}{3}$ ；

③当 $x_1 - a < a - x_2$ 时， $y_1 > y_2$,

则 $1-2a-a < a-(a+1)$ ，即 $a > \frac{2}{3}$ ，

综上， $a < 0$ 或 $a > \frac{2}{3}$.

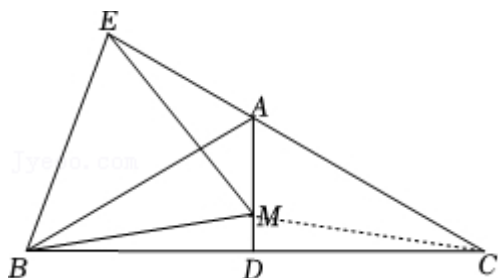
【点评】本题考查二次函数的性质，二次函数上的点的特征，熟练掌握对称轴公式以及分类讨论思想的运用是解本题的关键；确定 a 的范围是本题的难点.

27. 【分析】(1) 连接 CM ，由等腰三角形的性质得出 AD 垂直平分线段 CD ， $\angle ABD = \angle ACD$ ，证出 $BM = CM = EM$ ，由等腰三角形的性质可得出结论；

(2) 在线段 AC 上取一点 G ，使得 $AG = AM$ ，连接 MG ，证出 $\triangle AMG$ 是等边三角形，由等边三角形的性质得出 $AG = AM = MG$ ， $\angle EGM = 60^\circ$ ，证明 $\triangle BAM \cong \triangle EGM$ (AAS)，由全等三角形的性质得出 $AB = EG$ ，则可得出结论.

【解答】解：(1) $\angle ABM = \angle AEM$ ，

理由如下：连接 CM ，



$\because AB = AC$ ， D 是 BC 的中点，

$\therefore AD$ 垂直平分线段 CD ， $\angle ABD = \angle ACD$ ，

即 $\angle ABM + \angle MBD = \angle ACM + \angle MCD$ ，

$\therefore BM = CM$ ，

$\therefore ME = MB$ ，

$\therefore BM = CM = EM$ ，

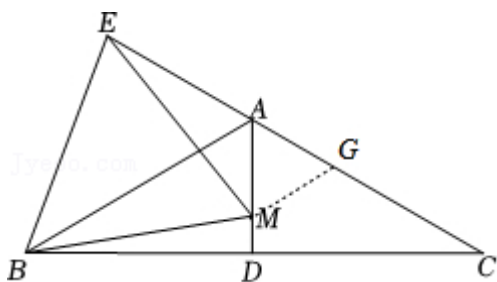
$\therefore \angle MBD = \angle MCD$ ， $\angle AEM = \angle ACM$ ，

$\therefore \angle ABM + \angle MBD = \angle ACM + \angle MCD$ ，

$\therefore \angle ABM = \angle AEM$ ；

(2) $AB = AM + AE$ ．

证明：在线段 AC 上取一点 G ，使得 $AG = AM$ ，连接 MG ，



$\therefore AB = AC$ ， D 是 BC 的中点， $\angle BAC = 120^\circ$ ，

$\therefore \angle BAM = \angle CAD = 60^\circ$ ，

$\therefore AC = AM$ ，

$\therefore \triangle AMG$ 是等边三角形，

$\therefore AG = AM = MG$ ， $\angle EGM = 60^\circ$ ，

$\therefore \angle BAM = \angle EGM$ ，

在 $\triangle EMG$ 和 $\triangle EMA$ 中，

$$\begin{cases} \angle BAM = \angle EGM \\ \angle ABM = \angle AEM \\ AM = MG \end{cases}$$

$\therefore \triangle BAM \cong \triangle EGM (AAS)$ ，

$\therefore AB = EG$ ，

$\therefore EG = AE + AG$ ， $AG = AM$ ，

$\therefore AB = AM + AE$ ．

【点评】本题是三角形综合题，考查了等腰三角形性质，线段垂直平分线的性质，等边三角形的判定与性质，全等三角形判定和性质等知识，解决问题的关键是熟练掌握全等三角形的判定与性质．

28. 【分析】(1) ①运用新定义“关联距离”，即可求得答案；

②根据新定义“关联距离”，分别求出 $d(E, \odot O) = 2$ ， $d(F, \odot O) = 3$ ，即可得出答案；

(2) 设 $ON = d$ ，可得 $p = d - 1$ ， $q = d + 1$ ，运用新定义“关联距离”，可得 $d(N, \odot O) = d$ ，再利用

$$S_{\triangle AOB} = \frac{1}{2} OA \cdot OB = \frac{1}{2} AB \cdot ON$$
，即可求得答案；

(3) 如图 2，找出特殊位置，分别画出图形，即可得出答案．

【解答】解：（1）①∵ $D(0,2)$ 到 $\odot O$ 的距离的最小值 $p=1$ ，最大值 $q=3$ ，

$$\therefore d(D, \odot O) = \frac{1+3}{2} = 2,$$

故答案为：2；

②当 M 在点 E 处， $d(E, \odot O) = 2$ ，

$$\text{当 } M \text{ 在点 } F \text{ 处， } d(F, \odot O) = \frac{2+4}{2} = 3,$$

$$\therefore 2 \leq d(M, \odot O) \leq 3;$$

（2）设 $ON = d$ ，

$$\therefore p = d - r = d - 1, \quad q = d + r = d + 1,$$

$$\therefore d(N, \odot O) = \frac{p+q}{2} = \frac{d-1+d+1}{2} = d,$$

∵ 点 N 在直线 $y = \sqrt{3}x + 2\sqrt{3}$ 上，

设直线交 x 轴于点 B ，交 y 轴于点 A ，如图 1，

则 $x=0$ 时， $y=2\sqrt{3}$ ， $y=0$ 时， $x=-2$ ，

$$\therefore A(0, 2\sqrt{3}), \quad B(-2, 0),$$

$$\therefore OA = 2\sqrt{3}, \quad OB = 2,$$

$$\therefore AB = \sqrt{OA^2 + OB^2} = 4,$$

当 $ON \perp AB$ 时， $d(N, \odot O)$ 最小，

$$\therefore S_{\triangle AOB} = \frac{1}{2} OA \cdot OB = \frac{1}{2} AB \cdot ON, \quad \text{即 } \frac{1}{2} \times 2\sqrt{3} \times 2 = \frac{1}{2} \times 4ON,$$

$$\therefore ON = \sqrt{3},$$

∵ ON 无最大值，

$$\therefore d(N, \odot O) \geq \sqrt{3};$$

（3）如图 2，∵ $d(P, \odot O)$ 的最小值为 1，最大值为 $\sqrt{10}$ ，

∴ 两个同心圆中，小圆的半径为 1，大圆的半径为 $\sqrt{10}$ ，

$$\therefore KL = \sqrt{10} - 1,$$

$$\therefore m \text{ 的最小值是 } \frac{\sqrt{10}-1}{\sqrt{2}} = \sqrt{5} - \frac{\sqrt{2}}{2},$$

在 $Rt\triangle OMH$ 中， $OM = \sqrt{10}$ ， $OH = m - 1$ ， $MH = \frac{1}{2}m$ ，

$$\therefore (m-1)^2 + \left(\frac{1}{2}m\right)^2 = (\sqrt{10})^2,$$

解得： $m = -2$ （舍去）或 $m = \frac{18}{5}$ ；

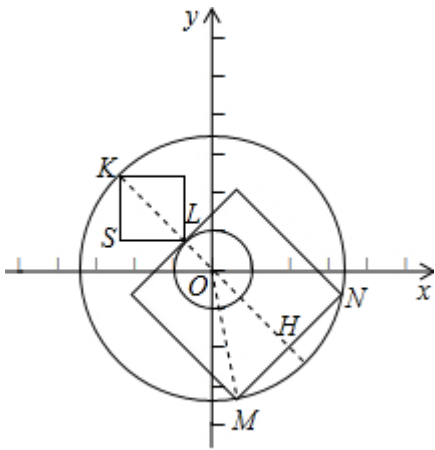


图2

$\therefore m$ 的最小值为 $\sqrt{5} - \frac{\sqrt{2}}{2}$, 最大值为 $\frac{18}{5}$.

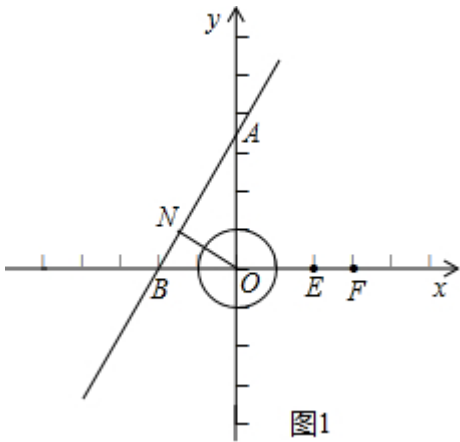


图1

【点评】此题考查了圆的性质和新定义等知识，解题的关键是理解题意，学会寻找特殊位置解决数学问题，属于中考压轴题.