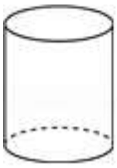
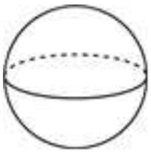
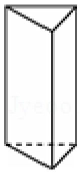
2021 北京平谷初三一模

数　　学

一．选择题（本题共 16 分，每小题 2 分）

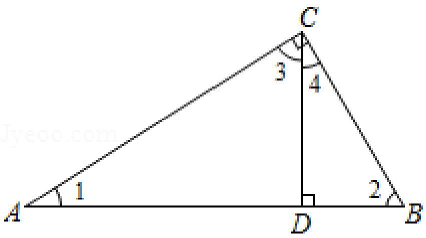
1．（2 分）下列几何体中，主视图为三角形的是(　　)

A．　B．　C．　D．

2．（2 分）技术融合打破时空限制，2020 服贸会全面上“云”，据悉本届服贸会共有境内外 5372 家企业搭建了线上电子展台，共举办 32 场纯线上会议和 173 场线上直播会议，线上发布项目 1870 个，发起在线洽谈 550000 次，将 550000 用科学记数法表示为(　　)

A．55×10^{4}　　B．5.5×10^{5}　　C．5.5×10^{6}　　D．0.55×10^{6}

3．（2 分）如图，$Rt\Delta ABC$ 中，$\angle ACB=90^{\circ}$，$CD\perp AB$ 于点 D，则下列结论不一定成立的是(　　)



A．$\angle1+\angle2=90^{\circ}$　　B．$\angle2=\angle3$　　C．$\angle1=\angle4$　　D．$\angle1=30^{\circ}$

4．（2 分）2021 年 3 月 20 日三星堆遗址的最新考古发现又一次让世界为之瞩目，下列三星堆文物图案中，既是中心对称图形又是轴对称图形的是(　　)

A．　B．

C．　D．

5．（2 分）正多边形每个内角都是120°，则它的边数为(　　)

A．5　　B．6　　C．7　　D．8

6．（2 分）实数 a，b，c 在数轴上的对应点的位置如图所示．若实数 a，b 满足 $a+b=0$，则下列结论正确的是(　　)

A．$c=0$　　B．$b<0$　　C．$c>0$　　D．$c<0$

7．（2 分）不透明袋子中有 1 个红球和 2 个绿球，这些球除颜色外无其他差别．从袋子中随机取出 1 个球，恰好是

红球的概率为(　　)

A．$\frac{1}{3}$　　B．$\frac{1}{2}$　　C．$\frac{2}{3}$　　D．1

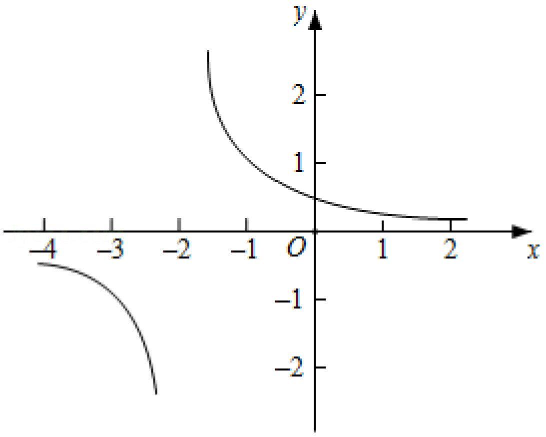
8．（2 分）学习完函数的有关知识之后，强强对函数产生了浓厚的兴趣，他利用绘图软件画出函数 $y=\frac{1}{x+2}$ 的图象并对该函数的性质进行了探究．下面推断正确的是(　　)

①该函数的定义域为 $x\neq -2$；

②该函数与 x 轴没有交点；

③该函数与 y 轴交于点 $(0,\frac{1}{2})$；

④若 $(x_1,\ y_1)$，$(x_2,\ y_2)$ 是该函数上两点，当 $x_1<x_2$ 时，一定有 $y_1>y_2$．



A．①②③④　　B．①③　　C．①②③　　D．②③④

二、填空题（本题共 16 分，每小题 2 分）

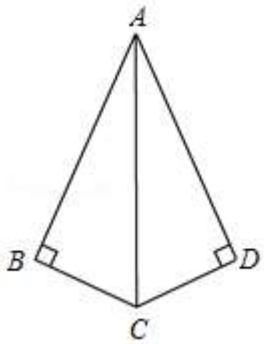
9．（2 分）若代数式 $\sqrt{x-2}$ 有意义，则 x 的取值范围是____．

10．（2 分）分解因式：$ax^2-ay^2=$____．

11．（2 分）写出一个比 $\sqrt{2}$ 大且比 $\sqrt{10}$ 小的整数____．

12．（2 分）计算 $1-\frac{1}{a+1}=$____．

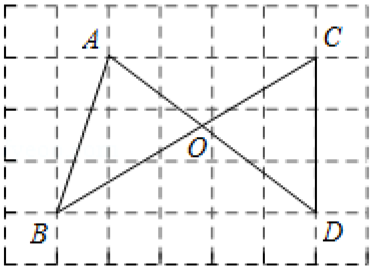
13．（2 分）如图，在 ΔABC 和 ΔADC 中，$AB\perp BC$，$AD\perp DC$，只需添加一个条件即可证明 $\Delta ABC\cong\Delta ADC$，这个条件可以是____（写出一个即可）．



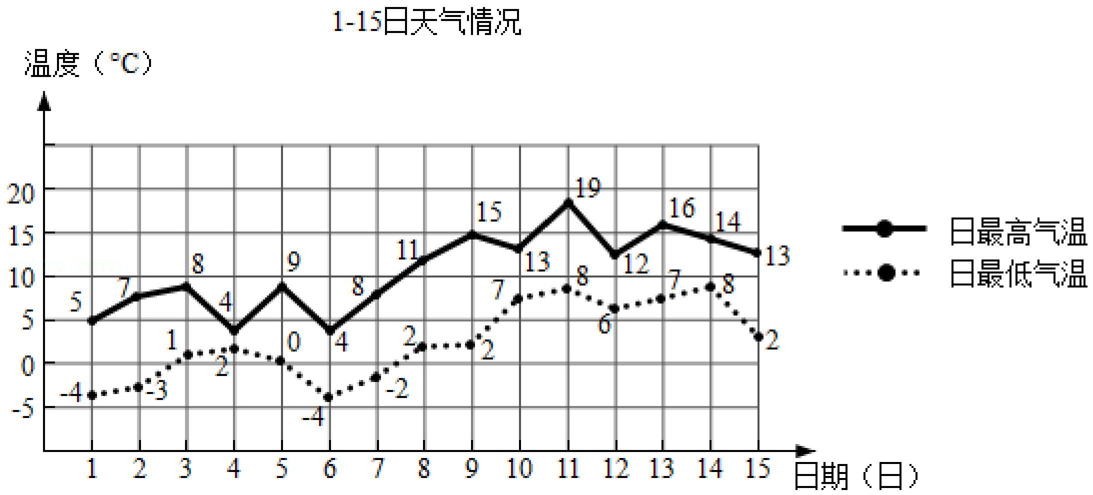
14．（2 分）《孙子算经》中记载："今有三人共车，二车空；二人共车，九人步．问人和车各几何？"其大意是：今有若干人乘车，每 3 人乘一车，最终剩余 2 辆空车，若每 2 人同乘一车，最终剩下 9 人因无车可乘而步行，问有多

少人，多少辆车？设有 x 辆车，y 个人，根据题意，可列方程组为____.

15．（2 分）如图所示的网格是正方形网格，A，B，C，D 是网格线交点，则 ΔABO 的面积与 ΔCDO 的面积的大小关系为：$S_{\Delta ABO}$____$S_{\Delta CDO}$（填“$>$”，“$=$”或“$<$”）.



16．（2 分）某种预防病虫害的农药即将于三月上旬喷洒，需要连续三天完成，又知当最低温度不低于 0 摄氏度，且昼夜温差不大于 10 摄氏度时药物效果最佳，为此农广站工作人员查看了三月上旬天气预报，请你结合气温图给出一条合理建议，药剂喷洒可以安排在____日开始进行.



三、解答题（本题共 68 分，第 17-22 题，每小题 5 分，第 23-26 题，每小题 5 分，第 27-28 题，每小题 5 分）解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程.

17．（5 分）计算：$(\frac{1}{2})^{-1}+\sqrt{12}+|\sqrt{3}-2|+3\tan 30^{\circ}$.

18．（5 分）解不等式组：$\begin{cases}3x+1>2x\\ \dfrac{x+3}{2}\geqslant x\end{cases}$.

19．（5 分）先化简，再求值：$x^{2}+2x-1=0$，求代数式 $(x-1)(x+1)+2(x-3)$ 的值.

20．（5 分）已知关于 x 的一元二次方程 $x^{2}+(k+1)x+k=0$.

（1）求证：方程总有两个实数根；

（2）选择一个你喜欢的 k 值代入，并求此时方程的解.

21．（5 分）已知：如图，$\angle MAN=\alpha(0^{\circ}<\alpha<45^{\circ})$.

求作：ΔABC，使得 $\angle ABC=2\angle BAC$，

作法：①在射线 AN 上取点 O，以点 O 为圆心，OA 长为半径画圆，交射线 AM 于点 C；

②连接 CO；

③以点 C 为圆心，CO 长为半径画弧，交射线 AN 于点 B；连接 CB，ΔABC 就是所求作.

（1）使用直尺和圆规，依作法补全图形（保留作图痕迹）；

（2）完成下面的证明

证明：

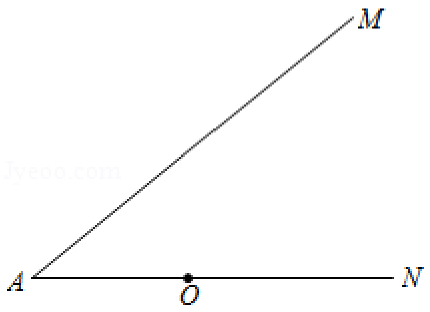
$\because$ 点 C 、 A 在 $\odot O$ 上.

$\therefore \angle COB = 2\angle CAB($____$)$ （填推理依据）.

$\because CB = CO$ ，

$\therefore \angle CBA =$____.

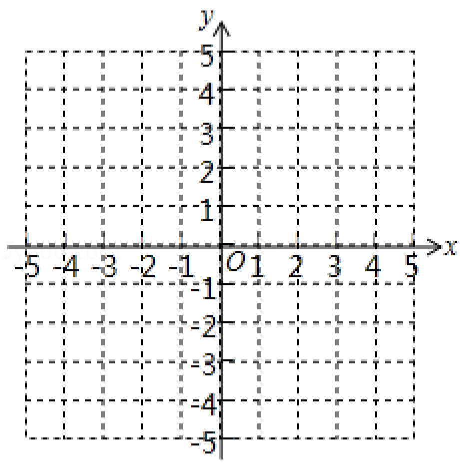
$\therefore \angle CBA = 2\angle CAB$.



22．（5 分）已知：直线 $l_1 : y = kx + b$ 过点 $A(-1,0)$ ，且与双曲线 $l_2 : y = \frac{2}{x}$ 相交于点 $B(m,2)$.

（1）求 m 值及直线 l_1 的解析式；

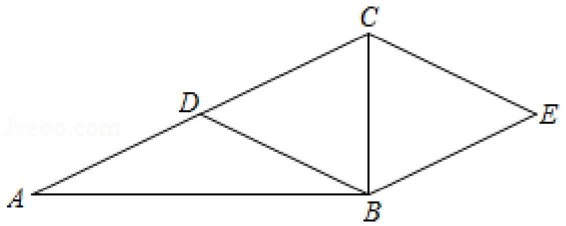
（2）画出 l_1 ， l_2 的图象，结合图象直接写出不等式 $kx + b > \frac{2}{x}$ 的解集.



23．（6 分）如图， $Rt\Delta ABC$ 中， $\angle ABC = 90^{\circ}$ ， D 是 AC 的中点，连接 BD，过点 C 作 $CE//BD$，过 B 作 $BE//AC$ ，两直线相交于点 E .

（1）求证：四边形 $DBEC$ 是菱形；

（2）若 $\angle A = 30^{\circ}$ ， $BC = 2$ ，求四边形 $DBEC$ 的面积.

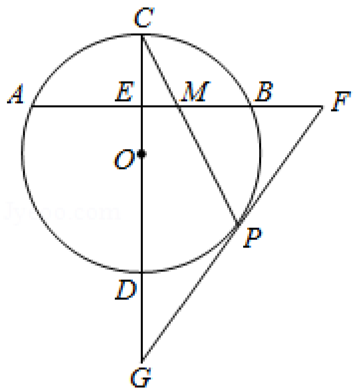


24．（6 分）如图，点 E 是 $\odot O$ 中弦 AB 的中点，过点 E 作 $\odot O$ 的直径 CD ， P 是 $\odot O$ 上一点，过点 P 作 $\odot O$ 的切线，

与 AB 的延长线交于 F，与 CD 的延长线交于点 G，连接 CP 与 AB 交于点 M．

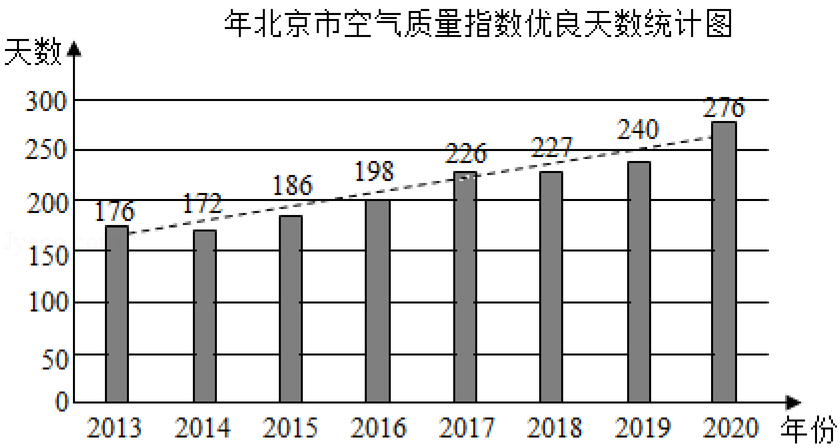
（1）求证：$FM=FP$；

（2）若点 P 是 FG 的中点，$\cos\angle F=\dfrac{3}{5}$，$\odot O$ 半径长为 3，求 EM 长．



25．（6 分）"十三五"时期是北京市迄今为止大气污染治理力度最大，成效最明显的五年，2020 年空气质量优良天数继续增加，大气主要污染物中细颗粒物 $(PM_{2.5})$ 年均浓度首次实现 38 微克/立方米，空气质量改善取得标志性、历史性突破．下面对 2013－2020 年北京市的空气质量有关数据进行收集、整理、描述和分析，给出了部分信息：

a.2013－2020 年北京市空气质量指数为优良级别天数变化：

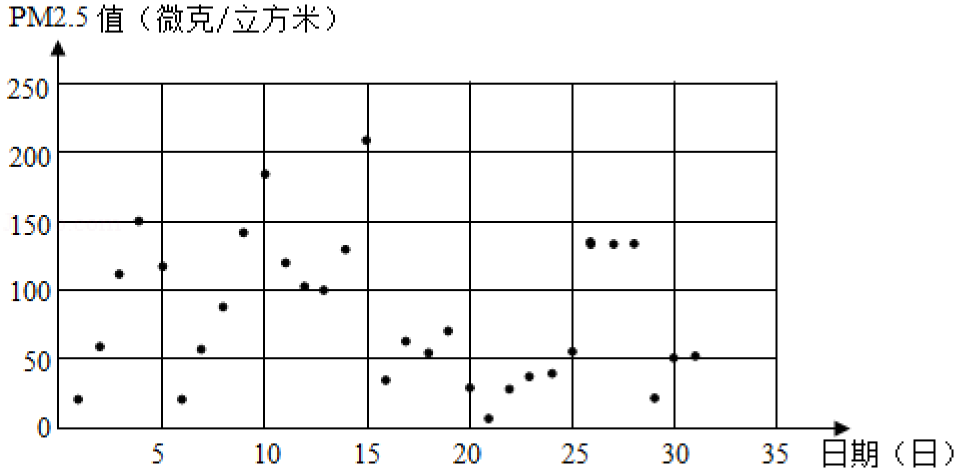


b．收集了 2021 年 3 月北京市 16 个城区的 $PM_{2.5}$ 的浓度均值（单位：微克/立方米）:79　79 80　81 83 79　83 83 81　83　84 84 84 84 86　84．并整理如表：

$PM_{2.5}$ 的浓度	79	80	81	83	84	86
区的个数	m	1	2	n	5	1

C.2021 年 3 月北京市每日的 $PM_{2.5}$ 的浓度（单位：微克/立方米）统计情况如下：

2021年3月北京市每日PM2.5浓度情况统计图



（1）2020 年北京市空气质量优良天数比 2013 年增加了____天；

（2）m 的值为____；n 的值为____；

（3）2021 年 3 月北京市 16 个城区的 $PM_{2.5}$ 浓度值的中位数是____；

（4）依据 2021 年 3 月北京市每日的 $PM_{2.5}$ 的浓度情况统计图，若三月上旬 $(1-15$ 日）北京市的 $PM_{2.5}$ 的浓度平均值为 $\overline{x_1}$，方差为 S_1^2，三月下旬 $(16-31$ 日）北京市的 $PM_{2.5}$ 的浓度平均值为 $\overline{x_2}$，方差为 S_2^2，则 $\overline{x_1}$ ____ $\overline{x_2}$，S_1^2 ____ S_2^2（填“$>$”，“$=$”或“$<$”）.

26.（6 分）已知关于 x 的二次函数 $y=x^2-2mx-3$.

（1）当抛物线过点 $(2,-3)$ 时，求抛物线的表达式，并求它与 y 轴的交点坐标；

（2）求这个二次函数图像的对称轴（用含 m 的式子表示）；

（3）若抛物线上存在两点 $A(a,a)$ 和 $B(b,-b)$，当 $a<0$，$b>0$ 时，总有 $a+b>0$，求 m 的取值范围.

27.（7 分）在 ΔABC 中，$\angle ACB=90^\circ$，$AC=BC$，D 是直线 AB 上一点（点 D 不与点 A、B 重合），连接 DC 并延长到 E，使得 $CE=CD$，过点 E 作 $EF\perp$ 直线 BC，交直线 BC 于点 F.

（1）如图 1，当点 D 为线段 AB 的上任意一点时，用等式表示线段 EF、CF、AC 的数量关系，并证明；

（2）如图 2，当点 D 为线段 BA 的延长线上一点时，依题意补全图 2，猜想线段 EF、CF、AC 的数量关系是否发生改变，并证明.

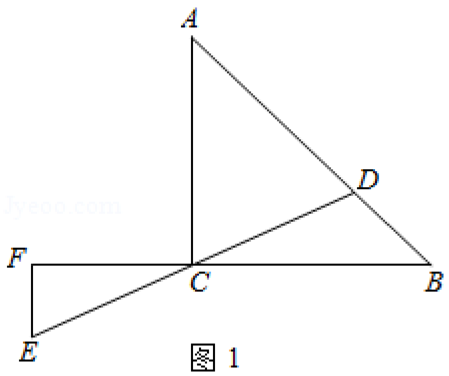


图 1

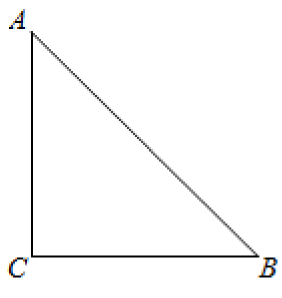


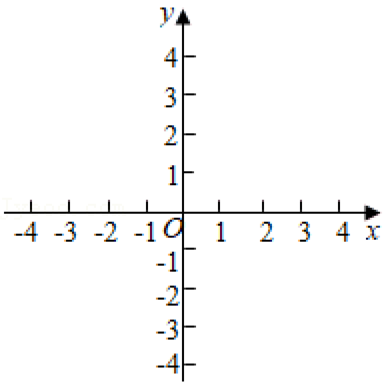
图 2

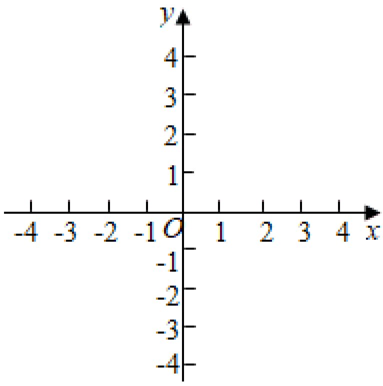
28.（7 分）已知点 P、Q 分别为图形 M 和图形 N 上的任意点，若存在点 P、Q 使得 $PQ=1$，我们就称图形 M、N 为友好图形，P、Q 为关于图形 M、N 的一对友好点.

（1）已知点 $A(1,0)$，$B(0,\frac{1}{2})$，$C(-1,1)$ 中，____与点 O 为一对友好点；

（2）已知$\odot O$半径$r=1$，若直线$y=x+b$与$\odot O$有且只有一对友好点，求b的值；

（3）已知点$D(m,\sqrt{2})$，$\odot D$半径$r=1$，若直线$y=x+m$与$\odot D$是友好图形，求m的取值范围．





参考答案

一．选择题（本题共 16 分，每小题 2 分）

1．【分析】分别找出从图形的正面看所得到的图形即可．

【解答】解：A、主视图是三角形，故此选项符合题意；

B、主视图是矩形，故此选项不合题意；

C、主视图是圆，故此选项不合题意；

D、主视图是矩形，故此选项不合题意；

故选：A．

【点评】此题主要考查了简单几何体的三视图，关键是掌握主视图是从几何体的正面看所得到的图形．

2．【分析】科学记数法的表示形式为$a\times 10^{n}$的形式，其中$1\leqslant |a|<10$，n为整数．确定n的值时，要看把原数变成a时，小数点移动了多少位，n的绝对值与小数点移动的位数相同．当原数绝对值$\geqslant 10$时，n是正数；当原数的绝对值<1时，n是负数．

【解答】解：将 550000 用科学记数法表示是5.5×10^{5}．

故选：B．

【点评】此题考查科学记数法的表示方法．科学记数法的表示形式为$a\times 10^{n}$的形式，其中$1\leqslant |a|<10$，n为整数，表示时关键要正确确定a的值以及n的值．

3．【分析】根据垂直得出$\angle ADC=\angle BDC=90^{\circ}$，再根据直角三角形的性质逐个判断即可．

【解答】解：A．$\because \angle ACB=90^{\circ}$，

$\therefore \angle 1+\angle 2=90^{\circ}$，故本选项不符合题意；

B．$\because CD\perp AB$，

$\therefore \angle ADC=90^{\circ}$，

$\therefore \angle 1+\angle 3=90^{\circ}$，

$\because \angle 1+\angle 2=90^{\circ}$，

$\therefore \angle 2=\angle 3$，故本选项不符合题意；

C．$\because CD\perp AB$，

$\therefore \angle BDC=90^{\circ}$，

$\therefore \angle 2+\angle 4=90^{\circ}$，

$\because \angle 1+\angle 2=90^{\circ}$，

$\therefore \angle 1=\angle 4$，故本选项不符合题意；

D．根据已知条件不能推出$\angle 1=30^{\circ}$，故本选项符合题意；

故选：D．

【点评】本题考查了垂直定义和直角三角形的性质，注意：直角三角形的两锐角互余．

4．【分析】根据轴对称图形和中心对称图形的概念，对各选项分析判断即可得解．

【解答】解：A、是轴对称图形，不是中心对称图形，故本选项不合题意；

B、不是轴对称图形，是中心对称图形，故本选项不合题意；

C、不是轴对称图形，也不是中心对称图形，故本选项不合题意；

D、既是轴对称图形，又是中心对称图形，故本选项符合题意．

故选：D．

【点评】本题考查了中心对称图形与轴对称图形的概念．轴对称图形的关键是寻找对称轴，图形两部分折叠后可重合；中心对称图形是要寻找对称中心，旋转180度后与原图重合．

5．【分析】根据多边形的内角和公式，可得答案．

【解答】解：设正多边形是n边形，由内角和公式得

$(n-2)180^{\circ}=120^{\circ}\times n$，解得，$n=6$，

故选：B．

【点评】本题考查了多边形内角与外角，由内角和得出方程式解题关键．

6．【分析】只需确定原点位置即可．

【解答】解：$\because a+b=0$．

$\therefore a$，b互为相反数．

所以原点是a，b对应点的中点．

$\therefore$点C在原点左侧．

$\therefore b>0$，$c<0$．

故选：D．

【点评】本题考查相反数的性质及有理数与数轴上的点的对应关系，找出原点位置是求解本题关键．

7．【分析】根据概率的求法，找准两点：①全部情况的总数；②符合条件的情况数目；二者的比值就是其发生的概率．

【解答】解：$\because$袋子中共有3个小球，其中红球有1个，

$\therefore$摸出一个球是红球的概率是$\dfrac{1}{3}$，

故选：A．

【点评】此题考查概率的求法：如果一个事件有n种可能，而且这些事件的可能性相同，其中事件A出现m种结果，那么事件A的概率P（A）$=\dfrac{m}{n}$．

8．【分析】根据函数的图象以及函数的关系式综合进行判断即可．

【解答】解：由分母不为0可得，$x\neq-2$，即该函数的定义域为$x\neq-2$，故①正确；

由函数$y=\dfrac{1}{x+2}$的图象可得，图象与x轴无交点，故②正确；

当$x=0$时，$y=\dfrac{1}{2}$，故该函数与y轴交于点$(0,\dfrac{1}{2})$，故③正确；

由函数的图象可知，当$x_1<-2<x_2$时，有$y_1<y_2$，故④不正确；

因此正确的结论有：①②③，

故选：C．

【点评】本题考查了反比例函数的图象和性质，反比例函数图象上点的坐标特征，理解函数图象的意义以及函数的增减性是正确判断的前提．

二、填空题（本题共16分，每小题2分）

9．【分析】根据式子 $\sqrt{a}$ 有意义的条件为 $a\geqslant 0$ 得到 $x-2\geqslant 0$，然后解不等式即可．

【解答】解：$\because$ 代数式 $\sqrt{x-2}$ 有意义，

$\therefore x-2\geqslant 0$，

$\therefore x\geqslant 2$．

故答案为 $x\geqslant 2$．

【点评】本题考查了二次根式有意义的条件：式子 $\sqrt{a}$ 有意义的条件为 $a\geqslant 0$．

10．【分析】应先提取公因式 a，再对余下的多项式利用平方差公式继续分解．

【解答】解：ax^2-ay^2，

$=a(x^2-y^2)$，

$=a(x+y)(x-y)$．

故答案为：$a(x+y)(x-y)$．

【点评】本题主要考查提公因式法分解因式和平方差公式分解因式，需要注意分解因式一定要彻底．

11．【分析】先估算出 $\sqrt{2}$ 、$\sqrt{10}$ 的大小，然后确定范围在其中间的整数即可．

【解答】解：$\because \sqrt{2}>1$，$\sqrt{10}>3$，

$\therefore \sqrt{2}<2<3<\sqrt{10}$，

即比 $\sqrt{2}$ 大且比 $\sqrt{10}$ 小的整数有两个是 2 和 3．

故答案为：2 或 3．

【点评】本题考查无理数的估算和大小比较，掌握无理数估算的方法是正确解答的关键．

12．【分析】先通分，化为同分母的分式再加减，

【解答】解：原式 $=\dfrac{a+1}{a+1}-\dfrac{1}{a+1}$

$=\dfrac{a}{a+1}$

故答案为：$\dfrac{a}{a+1}$

【点评】本题考查了分式的加减．把异分母的分式转化为同分母的分式，是解决本题的关键．

13．【分析】利用已知条件得到 $\angle B=\angle D=90^\circ$，加上 AC 为公共边，然后根据全等三角形的判定方法添加条件．

【解答】解：$\because AB\perp BC$，$AD\perp DC$，

$\therefore \angle B=\angle D=90^\circ$，

$\because AC=AC$，

$\therefore$ 当添加 $CB=CD$ 或 $AB=AD$ 时，则可根据“HL”判断 $\Delta ABC\cong\Delta ADC$；

当添加 $\angle ACB=\angle ACD$ 或 $\angle BAC=\angle DAC$ 时，则可根据“AAS”判断 $\Delta ABC\cong\Delta ADC$．

故答案为 $CB=CD$（或 $AB=AD$ 或 $\angle ACB=\angle ACD$ 或 $\angle BAC=\angle DAC$）．

【点评】本题考查了全等三角形的判定：熟练掌握全等三角形的 5 种判定方法．选用哪一种方法，取决于题目中的已知条件，若已知两边对应相等，则找它们的夹角或第三边；若已知两角对应相等，则必须再找一组对边对应相等，且要是两角的夹边，若已知一边一角，则找另一组角，或找这个角的另一组对应邻边．

14.【分析】根据“每 3 人乘一车，最终剩余 2 辆空车；若每 2 人同乘一车，最终剩下 9 人因无车可乘而步行”，即可得出关于 x， y 的二元一次方程组，此题得解.

【解答】解：依题意，得：$\begin{cases}3(x-2)=y\\2x+9=y\end{cases}$.

故答案为：$\begin{cases}3(x-2)=y\\2x+9=y\end{cases}$.

【点评】本题考查了由实际问题抽象出二元一次方程组，找准等量关系，正确列出二元一次方程组是解题的关键.

15.【分析】根据题意和图形，可以分别计算出 ΔABC 和 ΔACD 的面积，从而可以解答本题.

【解答】解：设每个小正方形的边长为 a，由图可得，

$S_{\Delta ABC}=S_{\Delta BEC}-S_{\Delta ABE}=\dfrac{5a\cdot 3a}{2}-\dfrac{a\cdot 3a}{2}=6a^2$，

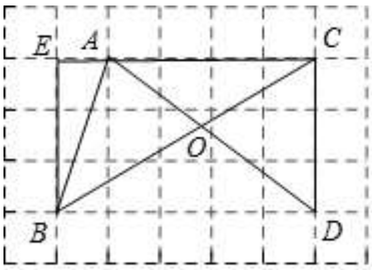
$S_{\Delta DCA}=\dfrac{4a\cdot 3a}{2}=6a^2$，

$\therefore S_{\Delta ABC}=S_{\Delta DCA}$，

$\because S_{\Delta ABC}=S_{\Delta ABO}+S_{\Delta ACO}$， $S_{\Delta DCA}=S_{\Delta CDO}+S_{\Delta ACO}$，

$\therefore S_{\Delta ABO}=S_{\Delta CDO}$，

故答案为：=.



【点评】本题考查三角形的面积，解答本题的关键是明确题意，利用数形结合的思想解答.

16.【分析】根据“最低温度不低于 0 摄氏度，昼夜温差不大于 10 摄氏度，需要连续三天完成”对没每天进行分析即可得到结论.

【解答】解：根据图象知：1 日、2 日、6 日、7 日最低温度低于 0 摄氏度，

9 日、11 日、15 日昼夜温差大于 10 摄氏度，

连续三天符合以上两条的有 3 日、4 日、5 日和 12 日、13 日、14 日，

由于上旬是每月$1-10$日，故 12 日、13 日、14 日不合题意，

故药剂喷洒可以安排在 3 日开始进行，

故答案为：3.

【点评】本题主要考查了函数的图象，读懂函数的图象是解决问题的关键.

三、解答题（本题共 68 分，第 17-22 题，每小题 5 分，第 23-26 题，每小题 5 分，第 27-28 题，每小题 5 分）解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程.

17.【分析】负指数幂 $a^{-p}=\dfrac{1}{a^p}(a\neq 0)$；二次根式的化简 $\sqrt{ab}=\sqrt{a}\cdot\sqrt{b}(a\geqslant 0,b\geqslant 0)$；负数的绝对值等于它的相反数；

$\tan 30° = \dfrac{\sqrt{3}}{3}$．先求出每一部分的值，最后算加减即可．

【解答】解：原式$=\dfrac{1}{\frac{1}{2}}+2\sqrt{3}+2-\sqrt{3}+3\times\dfrac{\sqrt{3}}{3}$

$=2+2\sqrt{3}+2-\sqrt{3}+\sqrt{3}$

$=2\sqrt{3}+4$．

【点评】本题考查实数的运算，负指数幂，绝对值，特殊角的三角函数值，考核学生的计算能力，是中考中的常见计算题，题目虽然容易，但容易出错，注意要细心．

18．【分析】分别求出每一个不等式的解集，根据口诀：同大取大、同小取小、大小小大中间找、大大小小无解了确定不等式组的解集．

【解答】解：解不等式$3x+1>2x$，得：$x>-1$，

解不等式$\dfrac{x+3}{2}\geqslant x$，得：$x\leqslant 3$，

则不等式组的解集为$-1<x\leqslant 3$．

【点评】本题考查的是解一元一次不等式组，正确求出每一个不等式解集是基础，熟知“同大取大；同小取小；大小小大中间找；大大小小找不到”的原则是解答此题的关键．

19．【分析】先利用平方差公式和单项式乘多项式展开，再合并同类项即可化简原式，继而根据已知等式得出$x^2+2x=1$，代入计算即可．

【解答】解：原式$=x^2-1+2x-6$

$=x^2+2x-7$，

$\because x^2+2x-1=0$，

$\therefore x^2+2x=1$，

则原式$=1-7=-6$．

【点评】本题主要考查整式的混合运算$-$化简求值，解题的关键是掌握整式的混合运算顺序和运算法则．

20．【分析】(1)计算判别式的值，再利用非负数的性质可判断$\triangle\geqslant 0$，然后根据判别式的意义得到结论；

(2)令$k=0$得到方程为$x^2+x=0$，然后利用因式分解法解方程．

【解答】解：(1)$\because\triangle=(k+1)^2-4k=(k-1)^2\geqslant 0$，

$\therefore$方程总有两个实数根

(2)解：当$k=0$时，方程为$x^2+x=0$，

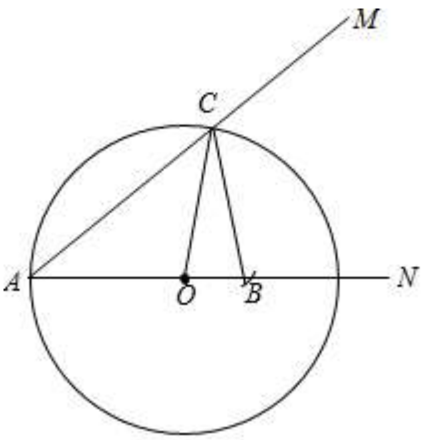
解方程得$x_1=0$，$x_2=-1$．

【点评】本题考查了根的判别式：一元二次方程$ax^2+bx+c=0(a\neq 0)$的根与$\triangle=b^2-4ac$有如下关系：当$\triangle>0$时，方程有两个不相等的实数根；当$\triangle=0$时，方程有两个相等的实数根；当$\triangle<0$时，方程无实数根．

21．【分析】(1)根据几何语言画出对应的几何图形；

(2)先根据圆周角定理得到$\angle COB=2\angle CAB$，再利用等腰三角形的性质得到$\angle CBA=\angle COB$，于是有$\angle CBA=2\angle CAB$．

【解答】解：(1)如图，ΔABC为所作；



（2）证明：

$\because$ 点 C 、 A 在 $\odot O$ 上．

$\therefore \angle COB = 2\angle CAB$（一条弧所对圆周角是它所对的圆心角的一半），

$\because CB = CO$，

$\therefore \angle CBA = \angle COB$．

$\therefore \angle CBA = 2\angle CAB$．

故答案为：一条弧所对圆周角是它所对的圆心角的一半，$\angle COB$．

【点评】本题考查了作图 – 复杂作图：复杂作图是在五种基本作图的基础上进行作图，一般是结合了几何图形的性质和基本作图方法．解决此类题目的关键是熟悉基本几何图形的性质，结合几何图形的基本性质把复杂作图拆解成基本作图，逐步操作．也考查了圆周角定理．

22．【分析】（1）用待定系数法即可求解；

（2）根据函数表达式画出函数图象，观察函数图象即可求解．

【解答】解：（1）将点 B 的坐标代入反比例函数表达式的：$2 = \dfrac{2}{m}$，解得 $m = 1$，

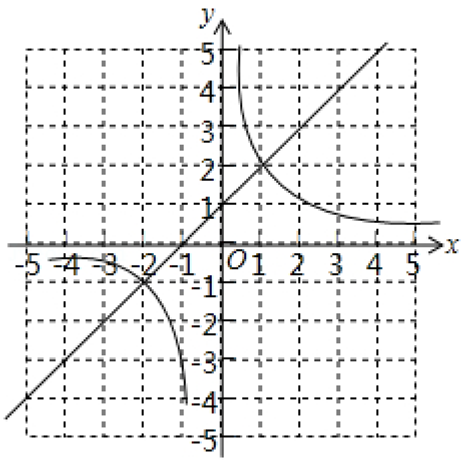
故点 B 的坐标为 $(1,2)$，

$\because y = kx + b(k \neq 0)$ 过点 $A(-1,0)$ 和 $B(1,2)$，

$\therefore \begin{cases} -k + b = 0 \\ k + b = 2 \end{cases}$，解得 $\begin{cases} b = 1 \\ k = 1 \end{cases}$，

$\therefore y = x + 1$；

（2）函数大致图象如下：



从图象看，$kx+b>\dfrac{2}{x}$ 的解集为 $x>1$ 或 $-2<x<0$.

【点评】本题考查了反比例函数与一次函数的交点，当有两个函数的时候，着重使用一次函数，体现了方程思想，综合性较强.

23.【分析】(1）先证四边形 $BECD$ 是平行四边形，由直角三角形的性质可证 $BD=CD$ ，即可得结论；

（2）由直角三角形的性质可得 $AC=2BC=4$ ， $AB=\sqrt{3}BC=2\sqrt{3}$ ，由面积关系可求解.

【解答】证明:（1）$\because CE//BD$ ， $BE//AC$ ，

$\therefore$ 四边形 $BECD$ 是平行四边形，

$\because \angle ABC=90^{\circ}$ ， D 是 AC 中点，

$\therefore BD=DC$ ，

$\therefore$ 四边形 $DBEC$ 是菱形；

（2）$\because \angle A=30^{\circ}$ ， $\angle ABC=90^{\circ}$ ， $BC=2$ ，

$\therefore AC=2BC=4$ ， $AB=\sqrt{3}BC=2\sqrt{3}$ ，

$\therefore S_{\Delta CDB}=\dfrac{1}{2}S_{\Delta ABC}=\dfrac{1}{2}\times\dfrac{1}{2}\times2\times2\sqrt{3}=\sqrt{3}$ ，

$\because$ 四边形 $BECD$ 是菱形

$\therefore S_{菱形DBEC}=2S_{\Delta CDB}=2\sqrt{3}$.

【点评】本题考查了菱形的判定和性质，直角三角形的性质，灵活运用这些性质解决问题是本题的关键.

24.【分析】(1）连接 OP ，根据垂径定理得到 $\angle CEF=90^{\circ}$ ，根据切线的性质得到 $\angle OPF=90^{\circ}$ ，根据同角的余角相等得到 $\angle FMP=\angle FPM$ ，根据等腰三角形的判定定理证明即可；

（2）根据余弦的定义求出 OG ，根据勾股定理求出 FG ，根据余弦的定义计算，得到答案.

【解答】(1）证明：连接 OP ，

$\because CD$ 为 $\odot O$ 的直径， E 为弦 AB 的中点，

$\therefore \angle CEF=90^{\circ}$ ，

$\therefore \angle C+\angle CME=90^{\circ}$ ，

$\because GF$ 是 $\odot O$ 的切线，

$\therefore \angle OPF=90^{\circ}$ ，

$\therefore \angle FPM+\angle OPC=90^{\circ}$ ，

$\because OC=OP$，

$\therefore \angle C=\angle OPC$，

$\therefore \angle FPM=\angle CME$，

$\because \angle CME=\angle FMP$，

$\therefore \angle FMP=\angle FPM$，

$\therefore FM=FP$；

（2）解：$\because \angle OEF=90^{\circ}$，

$\therefore \angle G+\angle F=90^{\circ}$，

$\because \angle GOP+\angle G=90^{\circ}$，

$\therefore \angle GOP=\angle F$，

$\therefore \cos\angle GOP=\cos\angle F=\dfrac{3}{5}$，即 $\dfrac{OP}{OG}=\dfrac{3}{5}$，

$\because OP=3$，

$\therefore OG=5$，

$\therefore PG=\sqrt{OG^{2}-OP^{2}}=4$，

$\because$ 点 P 是 FG 的中点，

$\therefore PF=PG=4$，

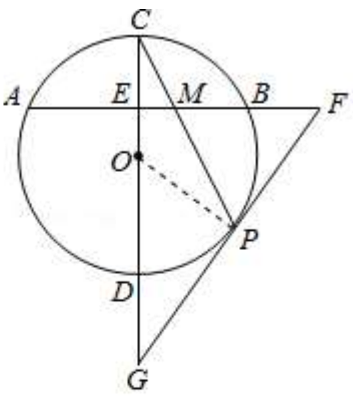
$\therefore GF=8$，

$\because \cos\angle F=\dfrac{3}{5}$，

$\therefore \dfrac{EF}{FG}=\dfrac{3}{5}$，

$\therefore EF=\dfrac{24}{5}$，

$\therefore EM=EF-FM=\dfrac{4}{5}$．



【点评】本题考查的是切线的性质、解直角三角形的知识，掌握圆的切线垂直于经过切点的半径是解题的关键．

25．【分析】（1）从 a 图数据直接可以看出；

（2）从 b 中数据可以看出 m 和 n 的值；

（3）将该 16 个区域的 $PM_{2.5}$ 从小到大排列后为，因为数据为偶数，所以取中间两个数求平均数即可；

（4）从 c 图可以看出三月上旬 $PM_{2.5}$ 的浓度平均值大于三月下旬 $PM_{2.5}$ 的浓度平均值，从而得出方差之间的关系．

【解答】解：（1）已知 2013 年的优良天数为 176，2020 年的优良天数为 276，

故 2020 年北京市空气质量优良天数比 2013 年增加了 100 天，

故答案为：100；

（2）从 b 中数据可知：

$\because PM_{2.5}=79$ 时有 3 个，

$\therefore m=3$，

$\because PM_{2.5}=83$ 时有 4 个，

$\therefore n=4$，

故答案为：3、4；

（3）将该 16 个区域的 $PM_{2.5}$ 从小到大排列后为：

79，79，79，80，81，81，83，83，83，83，84，84，84，84，84，86

中位数 $=\dfrac{83+83}{2}=83$，

故答案为：83；

（4）从 c 中图表可知：

三月上旬多在 $50\sim150$ 之间，而三月下旬多在 $0\sim100$ 之间，

故可直观推出 $\overline{x_1}>\overline{x_2}$，

f 方差表示的是数据的离散趋势，离散越大，方差也越大，

从 c 图可看出三月上旬的变化幅度大，

故 $s_1^2>s_2^2$，

故答案为：$>$．

【点评】本题考查统计的相关知识，关键是对频数、中位数、平均数和方差的应用．

26．【分析】（1）根据待定系数法即可求得抛物线的解析式，令 $x=0$，求得函数值，即可求得抛物线与 y 轴的交点；

（2）利用对称轴公式求得即可；

（3）由题意可知 $|a|<|b|$，即可判断抛物线的对称轴在 y 轴的右侧，即 $m>0$．

【解答】解：（1）$\because$ 抛物线过点 $(2,-3)$，

$\therefore -3=4-4m-3$，

$\therefore m=1$，

$\therefore$ 抛物线为：$y=x^2-2x-3$，

令 $x=0$，则 $y=-3$，

$\therefore$ 抛物线与 y 轴交点 $(0,-3)$；

（2）$\because$ 二次函数 $y=x^2-2mx-3$，

$\therefore$ 对称轴 $x=-\dfrac{-2m}{2\times1}=m$；

（3）$\because a+b>0$，

$\therefore b>-a$，

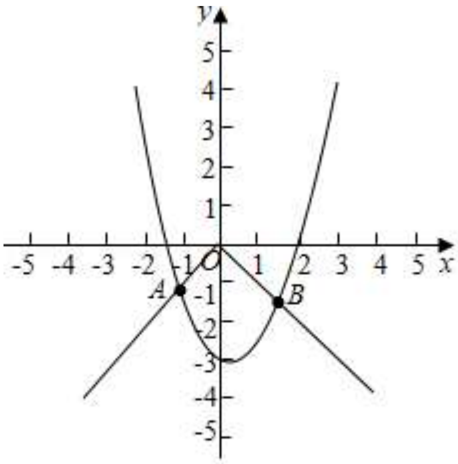
$\because a<0$， $b>0$，

$\therefore |a|<|b|$，

$\because$ 点 $A(a,a)$ 和 $B(b,-b)$ 是抛物线 $y=x^2-2mx-3$ 上的两点，

$\therefore$ 抛物线的对称轴在 y 轴的右侧，

$\therefore m>0$．



【点评】本题考查了抛物线与系数的关系、二次函数图象上点的坐标特征，待定系数法求二次函数的解析式，熟练掌握二次函数的性质是解题的关键．

27．【分析】（1）过 D 作 $DH\perp CB$ 于 H， 由“AAS”可证 $\Delta FEC\cong\Delta HDC$， 可得 $CH=FC$， $DH=EF$， 可得结论；

（2）过 D 作 $DH\perp CB$ 于 H， 由“AAS”可证 $\Delta FEC\cong\Delta HDC$， 可得 $CH=FC$， $DH=EF$， 可得结论．

【解答】解：（1）结论： $AC=EF+FC$，

理由如下：过 D 作 $DH\perp CB$ 于 H，

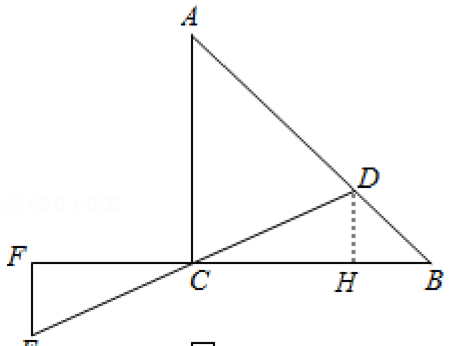


图 1

$\because EF\perp CF$，

$\therefore \angle EFC=\angle DHC=90^\circ$，

在 ΔFEC 和 ΔHDC 中，

$$\begin{cases}\angle EFC=\angle DHC=90^\circ\\ \angle FCE=\angle DCH\\ EC=CD\end{cases}，$$

$\therefore \Delta FEC\cong\Delta HDC(AAS)$，

$\therefore CH=FC$， $DH=EF$，

$\because \angle DHB=90^\circ$， $\angle B=45^\circ$，

$\therefore DH = HB = EF$，

$\therefore AC = BC = CH + BH = FC + EF$；

（2）依题意补全图形，结论：$EF = FC + AC$，

理由如下：

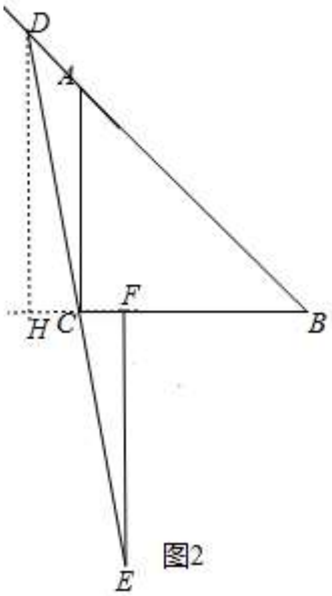


图2

过 D 作 $DH \perp CB$ 交 CB 的延长线于 H，

$\because EF \perp CF$，

$\therefore \angle EFC = \angle DHC = 90°$，

在 ΔFEC 和 ΔHDC 中，

$$\begin{cases} \angle FCE = \angle DCH \\ \angle EFC = \angle DHC = 90° \\ EC = DC \end{cases}，$$

$\therefore \Delta FEC \cong \Delta HDC(AAS)$，

$\therefore CH = FC$， $DH = EF$，

$\because \angle DHB = 90°$， $\angle B = 45°$，

$\therefore DH = HB = EF$，

$\therefore EF = CH + BC = FC + AC$．

【点评】本题考查了全等三角形的判定和性质，添加恰当辅助线构造全等三角形是本题的关键．

28．【分析】（1）求出 OA， OB， OC，可得结论．

（2）如图 1 中，以 O 为圆心，2 为半径作 $\odot O$．当直线 $y = x + b$ 与大圆 $\odot D$ 相切时，满足条件．

（3）当 $m < 0$ 时，以 D 为圆心，2 为半径作 $\odot D$，当直线 $y = x + m$ 与大圆 $\odot D$ 相切时，设切点为 Q，交 y 轴于 $(0, m)$，连接 DQ 交 y 轴于 K．构建方程，可得结论，$m > 0$ 时，同法可得．

【解答】解：（1）$\because A(1,0)$， $B(0,\frac{1}{2})$， $C(-1,1)$，

$\therefore OA = 1$， $OB = \frac{1}{2}$， $OC = \sqrt{2}$，

$\therefore$ 点 A 与 O 是一对友好点．

故答案为：A．

（2）如图 1 中，以 O 为圆心，2 为半径作$\odot O$．

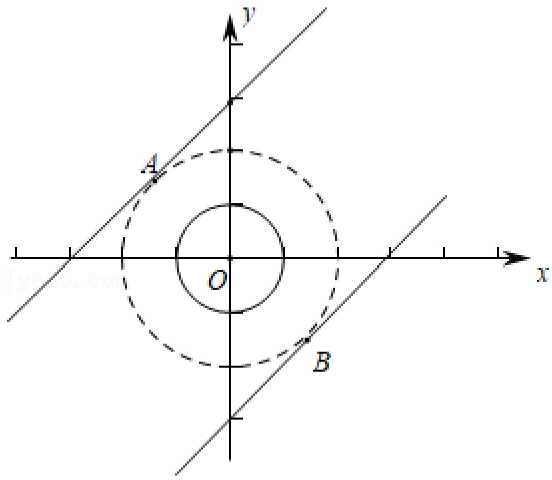


图1

当直线 $y=x+b$ 与大圆$\odot D$ 相切时，满足条件，此时直线经过 $A(-\sqrt{2}$，$\sqrt{2})$ 或 $B(\sqrt{2}$，$-\sqrt{2})$，

$\therefore b=2\sqrt{2}$ 或 $-2\sqrt{2}$．

（3）当 $m<0$ 时，以 D 为圆心，2 为半径作$\odot D$，当直线 $y=x+m$ 与大圆$\odot D$ 相切时，设切点为 Q，交 y 轴于 $(0,m)$，连接 DQ 交 y 轴于 K．

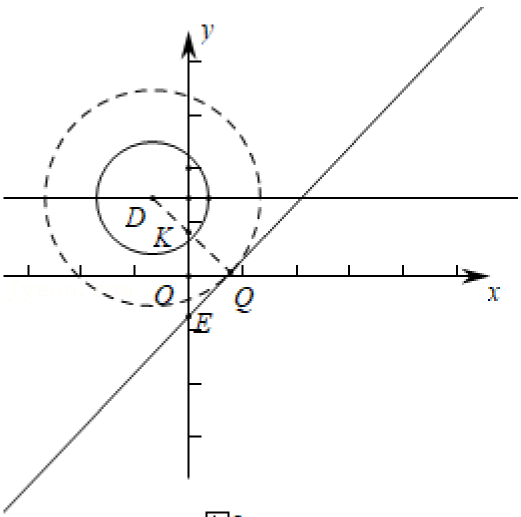


图2

则 $KE=\sqrt{2}+m$，

$\because DK+KQ=2$，

$\therefore -\sqrt{2}m-\sqrt{2}m=2$，

$\therefore m=-\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，

当 $m>0$ 时

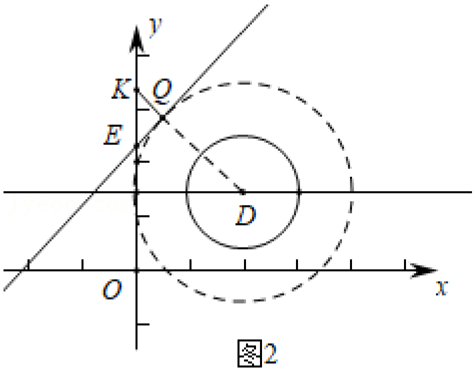


图2

此时有：$m+m-\sqrt{2}=2\sqrt{2}$，

$\therefore m=\dfrac{3\sqrt{2}}{2}$，

观察图象可知，满足条件的 m 的值为：$-\dfrac{\sqrt{2}}{2}\leqslant m\leqslant\dfrac{3\sqrt{2}}{2}$．

【点评】本题属于圆综合题，考查了直线与圆的位置关系，点与圆的位置关系等知识，解题的关键是理解题意，学会用转化的思想思考问题，属于中考压轴题．