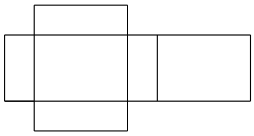
# 2023 北京房山初三一模

# 数　学

## 一、选择题（共 16 分，每题 2 分）

**第 1-8 题均有四个选项，符合题意的选项只有一个.**

1．如图是某几何体的展开图，该几何体是



（A）长方体　　（B）四棱锥

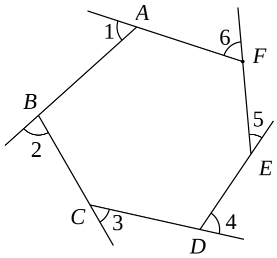
（C）三棱柱　　（D）正方体

2．中国立足本国国情、粮情，实施新时期国家粮食安全战略，走出了一条中国特色粮食安全之路. 2022 年我国全年粮食产量 68653 万吨，比上年增加 368 万吨，增产 0.5%.

将 686 530 000 用科学记数法表示应为

（A）$68653\times10^4$　　（B）$0.68653\times10^9$　　（C）$6.8653\times10^8$　　（D）$6.9\times10^8$

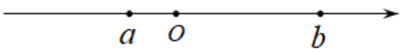
3．如图是由射线 $AB$，$BC$，$CD$，$DE$，$EF$，$FA$ 组成的平面图形，则 $\angle1+\angle2+\angle3+\angle4+\angle5+\angle6$ 的值为




（A）$180^\circ$　　（B）$360^\circ$

（C）$540^\circ$　　（D）$720^\circ$

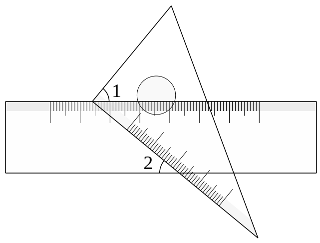
4．实数 $a$、$b$ 在数轴上的对应点的位置如图所示，实数 $c$ 满足 $a+c=0$，下列结论中正确的是




（A）$b>c$　　（B）$|a|>b$

（C）$bc<0$　　（D）$|c|>|a|$

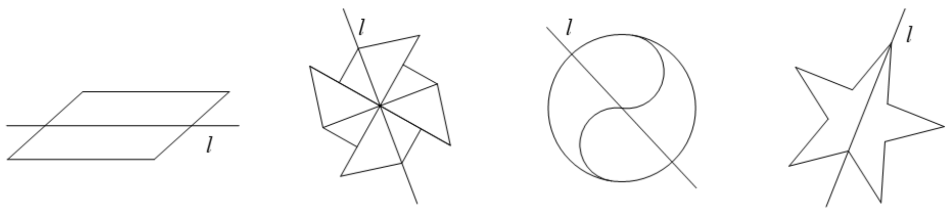
5．直尺和三角板如图摆放，$\angle1=50^\circ$，则 $\angle2$ 的度数为




（A）$30^\circ$　　（B）$40^\circ$

（C）$45^\circ$　　（D）$50^\circ$

6．下列图形中，直线 $l$ 为该图形的对称轴的是




（A）　　（B）　　（C）　　（D）

7．同时抛掷面值为 1 角，5 角，1 元的三枚质地均匀的硬币，则三枚硬币都正面向上的概率是

（A）$\dfrac{1}{3}$　　（B）$\dfrac{1}{4}$　　（C）$\dfrac{1}{6}$　　（D）$\dfrac{1}{8}$

8．如图 8-1，在边长为 4 的等边△$ABC$ 中，点 $D$ 在 $BC$ 边上，设 $BD$ 的长度为自变量 $x$，以下哪个量作为因变量 $y$，使得 $x$，$y$ 符合如图 8-2 所示的函数关系

（A）$\triangle ABD$ 的面积

（B）$\triangle ABD$ 的周长

（C）$\triangle ACD$ 的面积

（D）$\triangle ACD$ 的周长

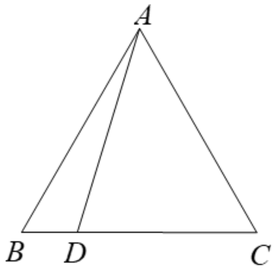


图 8-1

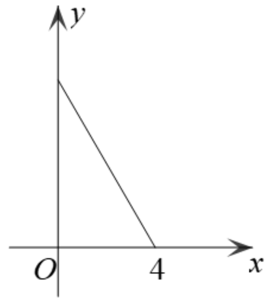


图 8-2

**二、填空题（共 16 分，每题 2 分）**

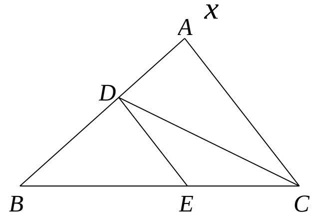
9．若 $\sqrt{x-5}$ 在实数范围内有意义，则实数 $x$ 的取值范围是______．

10．分解因式：$ax^2-2ax+a=$______．

11．计算：$\dfrac{a^2}{a-b}+\dfrac{b^2}{b-a}=$______．

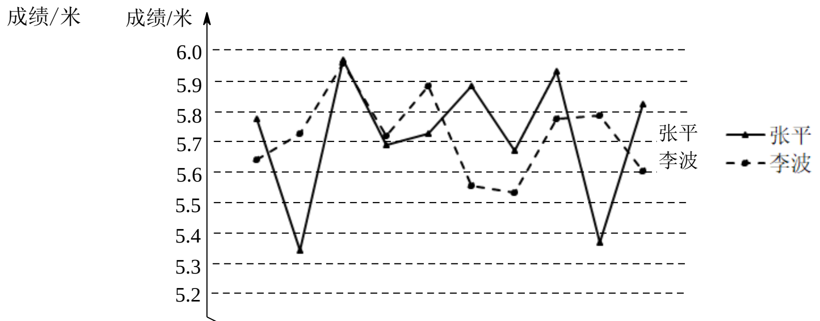
12．在平面直角坐标系 $xOy$ 中，若点 $A$（1，$m$），$B$（3，$n$）在反比例函数 $y=\dfrac{k}{x}$（$k<0$）的图象上，则 $m$ $n$（填“>”“=”或“<”）

13．如图，$\triangle ABC$ 中，$CD$ 平分 $\angle ACB$，$DE\,//\,AC$ 交 $BC$ 于点 $E$．若 $AC=5$，$DE=3$，则 $BE=$______．




14．关于 $x$ 的一元二次方程 $ax^2+4x+c=0$ 有两个相等的实数根，写出一组满足条件的实数 $a$，$c$ 的值：$a=$______，$c=$______．

15．某校要在张平和李波两位跳远成绩优秀的同学中选择一位同学代表学校参加区春季运动会. 体育老师对两位同学近 10 次的测试数据进行了统计，发现其平均数都是 5.72 米，并将两位同学的测试数据制成了折线图. 如果要选出一名发挥相对稳定的同学参赛，则应该选择______（填“张平”或“李波”）.




16．为进一步深化“创城创卫”工作，传播健康环保的生活理念，房山区持续推进垃圾分类工作. 各乡镇（街道）的党员、志愿者纷纷参与“桶前值守”，在垃圾桶旁监督指导居民对垃圾进行分类. 某垃圾值守点有甲、乙、丙、丁四名志愿者，某一天每人可参与值守时间段如下表所示：

| 志愿者 | 可参与值守时间段 1 | 可参与值守时间段 2 |
|---|---|---|
| 甲 | 6 : 00−8 : 00 | 16 : 00−18 : 00 |
| 乙 | 6 : 30−7 : 30 | 17 : 00−20 : 00 |

| | | |
|---|---|---|
| 丙 | 8 : 00–11 : 00 | 18 : 00–19 : 00 |
| 丁 | 7 : 00–10 : 00 | 17 : 30–18 : 30 |

已知每名志愿者一天至少要参加一个时间段的值守，任意时刻垃圾值守点同时最多需要 2 名志愿者值守，则该值守点这一天所有参与值守的志愿者的累计值守时间最短为_______小时，最长为_______小时（假设志愿者只要参与值守，就一定把相应时间段全部值完）.

**三、三、解答题（共 68 分，第 17-20 题，每题 5 分，第 21 题 6 分，第 22 题 5 分，第 23-24 题，每题 6 分，第 25 题 5 分，第 26 题 6 分，第 27-28 题，每题 7 分）**

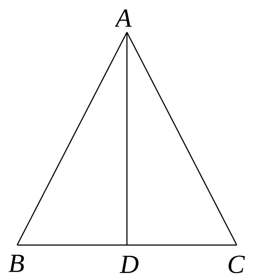
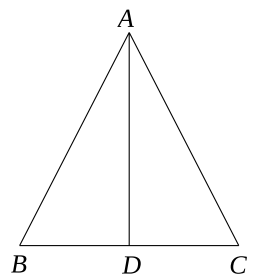
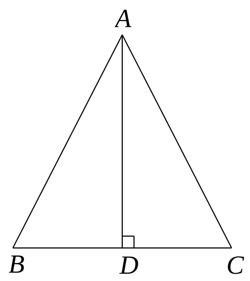
**解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程.**

17．计算：$4\sin 60^\circ-\left|-4\right|+\sqrt{12}+\left(\pi-3\right)^0$．

18．解不等式组：$\begin{cases}4x-1<2+3x,\\ \dfrac{5x-4}{3}>x.\end{cases}$

19．已知 $a^2+4a-3=0$，求代数式 $a(a+2)+(a+3)^2$ 的值.

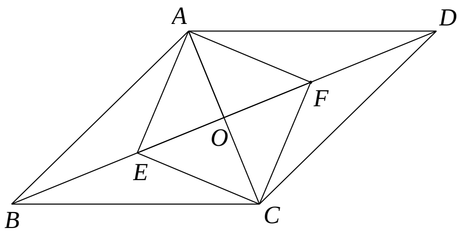
20．下面是证明等腰三角形性质定理“三线合一”的三种方法，选择其中一种完成证明.

<table>
<tr><td colspan="3">等腰三角形性质定理：等腰三角形顶角的平分线、底边上的中线、底边上的高互相重合（简记为：三线合一）.</td></tr>
<tr>
<td>方法一：<br>已知：如图，$\triangle ABC$ 中，$AB=AC$，$AD$ 平分 $\angle BAC$.<br>求证：$BD=CD$，$AD\perp BC$.<br></td>
<td>方法二：<br>已知：如图，$\triangle ABC$ 中，$AB=AC$，点 $D$ 为 $BC$ 中点.<br>求证：$\angle BAD=\angle CAD$，$AD\perp BC$.<br></td>
<td>方法三：<br>已知：如图，$\triangle ABC$ 中，$AB=AC$，$AD\perp BC$.<br>求证：$BD=CD$，$\angle BAD=\angle CAD$.<br></td>
</tr>
</table>

21．如图，平行四边形 $ABCD$ 中，对角线 $AC$、$BD$ 交于点 $O$，在 $BD$ 上截取 $OE=OF=OA$.

（1）求证：四边形 $AECF$ 是矩形；

（2）若 $AE=AF$，求证：$AC$ 平分 $\angle BAD$.

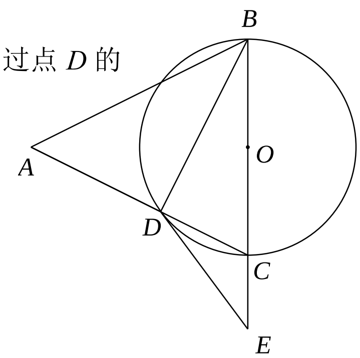



22．在平面直角坐标系 $xOy$ 中，点 $A$（1，$a$）在直线 $l_1$：$y=kx+3-k\ (k>0)$ 上，直线 $l_2$：$y=x+m$ 过点 $B$（2，3）.

（1）求 $a$ 的值及直线 $l_2$ 的表达式；

（2）当 $x>-1$ 时，对于 $x$ 的每一个值，函数 $y=kx+3-k\ (k>0)$ 的值大于函数 $y=x+m$ 的值，直接写出 $k$ 的取值范围.

23．如图，△$ABC$ 中，$AB=AC$，以 $BC$ 为直径作⊙$O$，与边 $AC$ 交于点 $D$，过点 $D$ 的⊙$O$ 的切线交 $BC$ 的延长线于点 $E$.



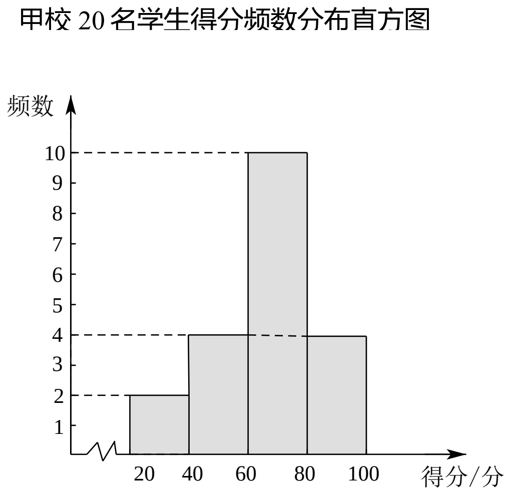

（1）求证：$\angle BAC=2\angle DBC$；

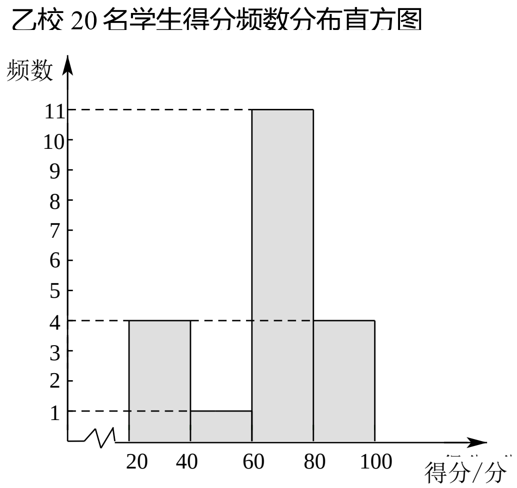
（2）若 $\cos\angle BAC=\dfrac{3}{5}$，$DE=4$，求 $BE$ 的长.

24．2023 年国际数学日的主题是“给每一个人的数学”. 在数学日当天，甲、乙两所学校联合举办九年级数学知识竞赛. 为了解两校学生的答题情况，从中各随机抽取 20 名学生的得分，并对这些数据进行整理、描述和分析，下面给出部分信息.

$a$．两校学生得分的数据的频数分布直方图如下：

（数据分成 4 组：$20\leqslant x<40$，$40\leqslant x<60$，$60\leqslant x<80$，$80\leqslant x\leqslant 100$）




$b$．其中乙校学生得分在 $60\leqslant x<80$ 这一组的数据如下：

68　68　69　73　74　74　76　76　77　78　79

$c$．两组样本数据的平均数、中位数如下表所示：

| 学校 | 平均数 | 中位数 |
| --- | --- | --- |
| 甲校 | 68.25 | 69 |
| 乙校 | 67.65 | $m$ |

根据所给信息，解答下列问题：

（1）写出表中 $m$ 的值：$m$ =______；

（2）一名学生的成绩为 70 分，在他所在的学校，他的成绩超过了一半以上被抽取的学生，他是（填“甲校”或“乙校”）学生；

（3）在这次数学知识竞赛中，你认为哪个学校的学生表现较好，为什么？

25．如图 25-1，某公园在入园处搭建了一道“气球拱门”，拱门两端落在地面上. 若将拱门看作抛物线的一部分，建立如图 25-2 所示的平面直角坐标系. 拱门上的点距地面的竖直高度 $y$（单位：m）与水平距离 $x$（单位：m）近似满足函数关系 $y = a(x-h)^2 + k\ (a<0)$.

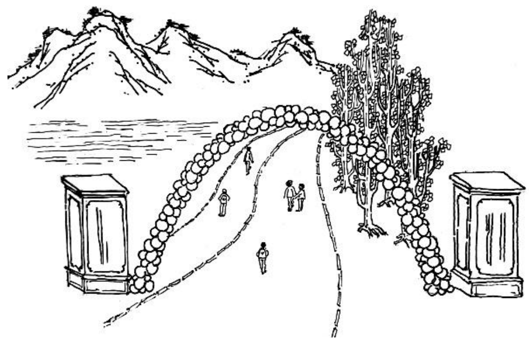


图 25-1

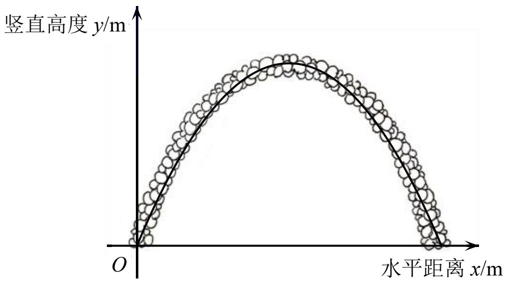



图 25-2

（1）拱门上的点的水平距离 $x$ 与竖直高度 $y$ 的几组数据如下：

| 水平距离 $x$/m | 2 | 3 | 6 | 8 | 10 | 12 |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 竖直高度 $y$/m | 4 | 5.4 | 7.2 | 6.4 | 4 | 0 |

根据上述数据，直接写出“门高”（拱门的最高点到地面的距离），并求出拱门上的点满足的函数关系 $y = a(x-h)^2 + k\ (a<0)$.

（2）一段时间后，公园重新维修拱门. 新拱门上的点距地面的竖直高度 $y$（单位：m）与水平距离 $x$（单位：m）近似满足函数关系 $y=-0.288(x-5)^2+7.2$，若记“原拱门”的跨度（跨度为拱门底部两个端点间的距离）为 $d_1$，“新拱门”的跨度为 $d_2$，则 $d_1$___$d_2$（填“＞”“＝”或“＜”）.

26．已知抛物线 $y = x^2 - 2ax + b$ 经过点（1，1）.

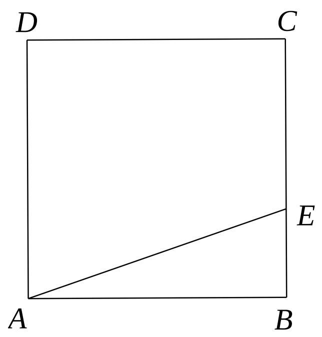
（1）用含 $a$ 的式子表示 $b$ 及抛物线的顶点坐标；

（2）若对于任意 $a-1 \leqslant x \leqslant a+2$，都有 $y \leqslant 1$，求 $a$ 的取值范围.

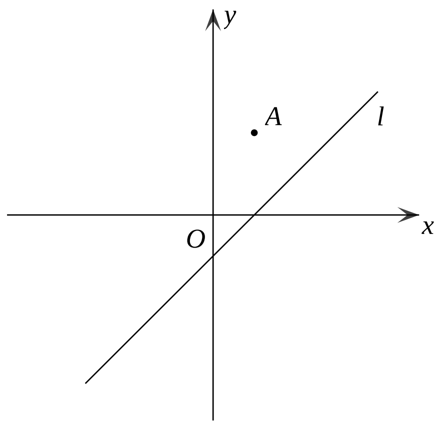
27．如图，正方形 $ABCD$ 中，点 $E$ 是边 $BC$ 上的一点，连接 $AE$，将射线 $AE$ 绕点 $A$ 逆时针旋转 90° 交 $CD$ 的延长线于点 $F$，连接 $EF$，取 $EF$ 中点 $G$，连接 $DG$.

（1）依题意补全图形；用等式表示∠$ADG$ 与∠$CDG$ 的数量关系，并证明；

（2）若 $DG=\sqrt{2}DF$，用等式表示线段 $BC$ 与 $BE$ 的数量关系，并证明.




28．在平面直角坐标系 $xOy$ 中，对于直线 $l$：$y=kx+b$（$k\neq 0$）和点 $P$，给出如下定义：将点 $P$ 向右（$k>0$）或向左（$k<0$）平移 $|k|$ 个单位长度，再向上（$b\geqslant 0$）或向下（$b<0$）平移 $|b|$ 个单位长度，得到点 $P'$，将点 $P'$ 关于 $y$ 轴对称点 $Q$ 称为点 $P$ 关于直线 $l$ 的“平移对称点”.




（1）如图，已知直线 $l$ 为 $y=x-1$.

①点 $A$ 坐标为（1，2），则点 $A$ 关于直线 $l$ 的“平移对称点”坐标为____；

②在直线 $l$ 上是否存在点 $B$，使得点 $B$ 关于直线 $l$ 的“平移对称点”还在直线 $l$ 上？若存在求出点 $B$ 的坐标，若不存在请说明理由.

（2）已知直线 $m$：$y=-x+b$，若以点 $T$（$t$，0）为圆心，1 为半径的圆上存在一点 $P$，使得点 $P$ 关于直线 $m$ 的“平移对称点”在直线 $m$ 上，直接写出 $t$ 的取值范围.

# 参考答案

一、选择题（共 16 分，每题 2 分）

| 题号 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 答案 | A | C | B | A | B | D | D | C |

二、填空题（共 16 分，每题 2 分）

9. $x \geqslant 5$　　10. $a(x-1)^2$　　11. $a+b$　　12. $<$

13. $\frac{9}{2}$　　14. 答案不唯一，$ac=4$ 即可　　15. 李波　　16. 5，14

三、解答题（共 68 分，第 17-20 题，每题 5 分，第 21 题 6 分，第 22 题 5 分，第 23-24 题，每题 6 分，第 25 题 5 分，第 26 题 6 分，第 27-28 题，每题 7 分）

17. $4\sin 60^{\circ}-|-4|+\sqrt{12}+(\pi-3)^0$

$=4\times\frac{\sqrt{3}}{2}-4+2\sqrt{3}+1$ ……………………………4 分

$=2\sqrt{3}-4+2\sqrt{3}+1$ ……………………………5 分

$=4\sqrt{3}-3$

18. 解①得：$x<3$ ……………………………2 分

解②得：$x>2$ ……………………………4 分

∴不等式组的解集是 $2<x<3$ ……………………………5 分

解：

$a(a+2)+(a+3)^2$ ……………………………2 分

$=a^2+2a+a^2+6a+9$ ……………………………3 分

$=2a^2+8a+9$

$\because a^2+4a-3=0,$

$\therefore a^2+4a=3$ ……………………………4 分

$\therefore 2a^2+8a=6$

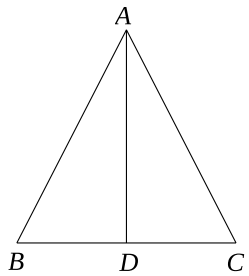
∴原式=6+9=15 ……………………………5 分

20. 方法一：

证明：∵$AD$ 平分$\angle BAC$

∴$\angle BAD=\angle CAD$， ……………………………1 分

在$\triangle BAD$ 与$\triangle CAD$ 中，



$\begin{cases} AB=AC \\ \angle BAD=\angle CAD \\ AD=AD \end{cases}$

∴$\triangle BAD\cong\triangle CAD$ ……………………………3 分

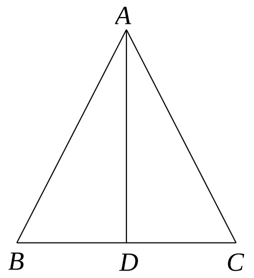
∴$BD=CD$，$\angle BDA=\angle CDA$， ……………………………4 分

∵$\angle BDA+\angle CDA=180°$，

∴$\angle BDA=\angle CDA=90°$

∴$AD\perp BC$ ……………………………5 分

方法二：




证明：∵点 $D$ 为 $BC$ 中点，

∴$BD=CD$， ……………………………1 分

在$\triangle BAD$ 与$\triangle CAD$ 中，

$\begin{cases} AB=AC, \\ AD=AD, \\ BD=CD \end{cases}$

∴$\triangle BAD\cong\triangle CAD$ ……………………………3 分

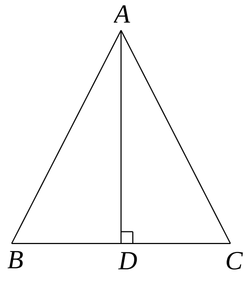
∴$\angle BAD=\angle CAD$，$\angle BDA=\angle CDA$， ……………………4 分

又∵$\angle BDA+\angle CDA=180°$，

∴$\angle BDA=\angle CDA=90°$

∴$AD\perp BC$ ……………………………5 分

方法三：




证明：∵$AB=AC$

∴$\angle B=\angle C$ ……………………………1 分

∵$AD\perp BC$，

∴$\angle BDA=\angle CDA=90°$ ……………………………2 分

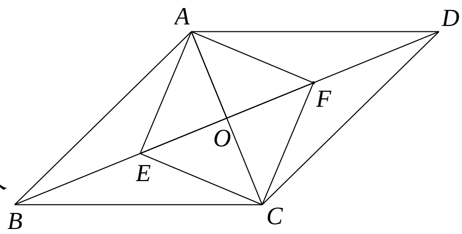
在$\triangle BAD$ 与$\triangle CAD$ 中，

$\begin{cases} \angle B=\angle C \\ \angle BDA=\angle CDA \\ AB=AC \end{cases}$

∴$\triangle BAD\cong\triangle CAD$ ……………………………4 分

∴$BD=CD$，$\angle BAD=\angle CAD$. ……………………………5 分

**（其它证法酌情给分）**




21.

（1） 证明：∵ ▱$ABCD$ 中，对角线 $AC$、$BD$ 交于点 $O$，

∴$OA=OC$，　　　……………………………1 分

又∵$OE=OF=OA$，

∴四边形 $AECF$ 是平行四边形，　……………………2 分

∵ $OE=OF=OA=OC$，

∴$OE+OF=OA+OC$，

即 $AC=EF$，

∴ ▱$AECF$ 是矩形.　…………………………3 分

（2）证明：∵四边形 $AECF$ 是矩形且 $AE=AF$，

∴四边形 $AECF$ 是正方形，　……………………4 分

∴$AC\perp EF$，

∴ ▱$ABCD$ 是菱形，　…………………………5 分

∴$AC$ 平分∠$BAD$.　…………………………6 分

**（其它证法酌情给分）**

22.（1）解：∵点 $A$（1，$a$）在直线 $y=kx+3-k$（$k>0$）上，

∴$a=k+3-k=3$　……………………………1 分

即 $a$ 值为 3

∵直线 $y=x+m$ 经过点 $B$（2，3），

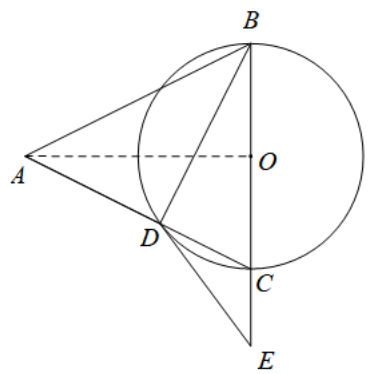
∴$2+m=3$，

∴$m=1$.　…………………………………2 分

∴直线 $l_2$ 的表达式为 $y=x+1$ .　……………………3 分

（2）$k$ 的取值范围为 $1\leqslant k\leqslant \frac{3}{2}$.　……………………………5 分

23.（1）证明：连接 $AO$，　……………………1 分




∵$AB=AC$，点 $O$ 为直径 $BC$ 中点，

∴$AO\perp BC$，∠$BAC$=2∠$OAC$，　……………………2 分

∴∠$OAC$+∠$ACO$=90°，

∵$BC$ 为⊙$O$ 直径，点 $D$ 在⊙$O$ 上，

∴∠$BDC$=90°，

$\therefore \angle DBC+\angle ACO=90°$，

$\therefore \angle DBC=\angle OAC$，

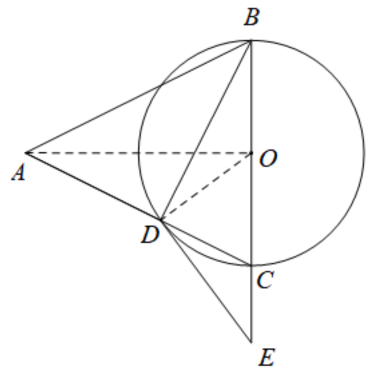
$\therefore \angle BAC=2\angle DBC$；　　　　……………………3 分

（2）解：连接 $OD$，　　　　……………………4 分

$\therefore \angle DOE=2\angle DBC$，

又 $\because \angle BAC=2\angle DBC$，

$\therefore \angle BAC=\angle DOE$，　　　　……………………5 分




$\therefore \cos\angle DOE=\cos\angle BAC=\dfrac{3}{5}$，

$\because DE$ 切⊙$O$ 于点 $D$，

$\therefore \angle ODE=90°$，

在 $Rt\triangle ODE$ 中，

$\cos\angle DOE=\dfrac{OD}{OE}=\dfrac{3}{5}$，

$\therefore$ 设 $OD=3x$，$OE=5x$，

$\therefore$ 由勾股定理可得，$DE=4x$，

$\because DE=4$，

$\therefore 4x=4$，

$\therefore x=1$，

$\therefore OE=5$，$OD=3$，

$\therefore OB=OD=3$，

$\therefore BE=OB+OE=3+5=8$.　　　　……………………6 分

**（其它解法酌情给分）**

24.（1）74　　　　……………………2 分

（2）甲校　　　　……………………4 分

（3）答案不唯一　　　　……………………6 分

25.（1）“门高”：<u>7.2</u> m　　　　……………………1 分

设函数表达式 $y=a(x-6)^2+7.2$　（$a<0$）　　……………………2 分

将点（12，0）代入得：$36a+7.2=0$，解得 $a=-0.2$，

故拱门上的点满足的函数关系为：$y=-0.2(x-6)^2+7.2$．……………………3 分

（2）＞　　　　……………………5 分

26.（1）把（1, 1）代入表达式得，$1=1-2a+b$，

∴ $b=2a$ ……………………1 分

抛物线为 $y=x^2-2ax+2a=(x-a)^2-a^2+2a$

抛物线顶点坐标为 $(a,-a^2+2a)$ ……………………2 分

（2）∵抛物线关于 $x=a$ 对称，开口向上，

∴当 $a-1\leqslant x\leqslant a+2$ 时，由对称性得，$x=a+2$ 时函数 $y$ 有最大值：

$y_{最大}=(a+2-a)^2-a^2+2a=-a^2+2a+4$. ……………………3 分

∵对于任意 $a-1\leqslant x\leqslant a+2$，都有 $y\leqslant 1$，

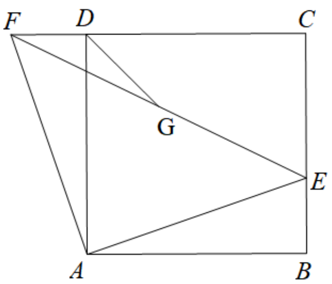
∴ $-a^2+2a+4\leqslant 1$ ……………………4 分

即 $a^2-2a-3\geqslant 0$

∴ $a\leqslant -1$ 或 $a\geqslant 3$ ……………………6 分

**（其它解法酌情给分）**

2′

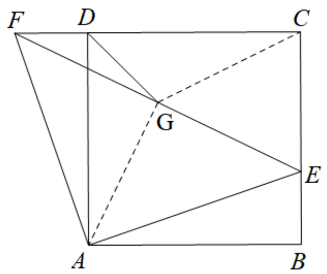




……………………1 分

……………………2 分

证明：如图，连接 $AG$、$CG$





∵ $\angle EAF=90°$，点 $G$ 是 $EF$ 中点，

∴ $AG=\frac{1}{2}EF$

∵正方形 $ABCD$，$\angle ECF=90°$，

∴ $CG=\frac{1}{2}EF$

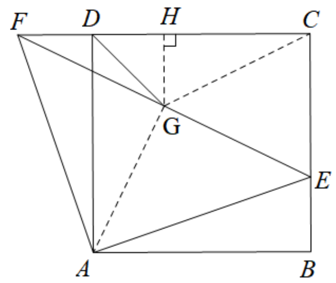
∴ $AG=CG$ ……………………3 分

∵$AD=CD$，$DG=DG$

∴$\triangle ADG \cong \triangle CDG$

∴$\angle CDG=\angle ADG$ ……………………4 分

（2）$BC=3BE$ ……………………5 分




过点 $G$ 作 $GH\perp CD$ 于点 $H$，

易证 $GH$ 是$\triangle CEF$ 的中位线，

∴$CE=2GH$. ……………………6 分

易证$\triangle GDH$是等腰直角三角形，

∴$DG=\sqrt{2}\ GH$.

又∵$DG=\sqrt{2}\ DF$，∴$DF=GH$.

易证$\triangle ADF\cong\triangle ABE$ ∴$DF=BE$，

∴$BE=GH$.

∵$CE=2GH$，

∴$CE=2BE$

∴$BC=3BE$ ……………………7 分

**（其它证法酌情给分）**

28.（1）①（−2，1）； ……………………2 分

②存在.

设点 $B$ 坐标为（$x$，$x-1$），则它向右平移 1 个单位，再向下平移 1 个单位的点坐标为 $B'$（$x+1$，$x-2$），$B'$关于 $y$ 轴对称点坐标为（$-x-1$，$x-2$） ……3 分

代入 $y=x-1$ 得 $x-2=-x-1-1$，$x=0$； ……………………4 分

∴点 $B$ 坐标为（0，−1）. ……………………5 分

（2）$-\sqrt{2}+1\le t\le\sqrt{2}+1$ ……………………7 分