2021 北京海淀初三二模

数　　学

一、选择题（本题共 16 分，每小题 2 分）第 1-8 题均有四个选项，符合题意的选项只有一个.

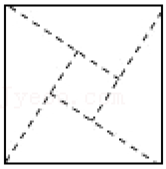
1．（2 分）下列图形中，是圆锥侧面展开图的是(　　)

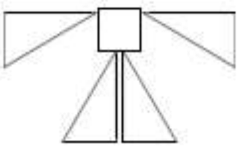
A．三角形　　B．圆　　C．扇形　　D．矩形

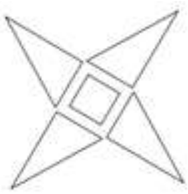
2．（2 分）如图，点 A 是数轴上一点，点 A，B 表示的数互为相反数，则点 B 表示的数可能是(　　)

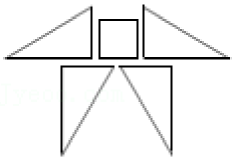
A．0　　B．1　　C．1.5　　D．2.5

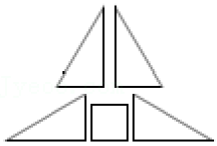
3．（2 分）如图，将一个正方形纸片沿图中虚线剪开，能拼成下列四个图形，其中是中心对称图形的是(　　)



A．

B．

C．

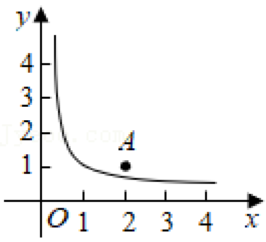
D．

4．（2 分）下列运算正确的是(　　)

A．$2a+3a=5a$　　B．$a^2+a^3=a^5$　　C．$\frac{2}{a}+\frac{3}{a}=\frac{5}{2a}$　　D．$\sqrt{2}+\sqrt{3}=\sqrt{5}$

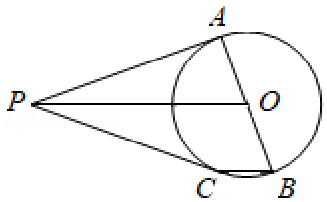
5．（2 分）反比例函数 $y=\frac{k}{x}$(k 为正整数）在第一象限的图象如图所示，已知图中点 A 的坐标为 $(2,1)$，则 k 的值是(

)



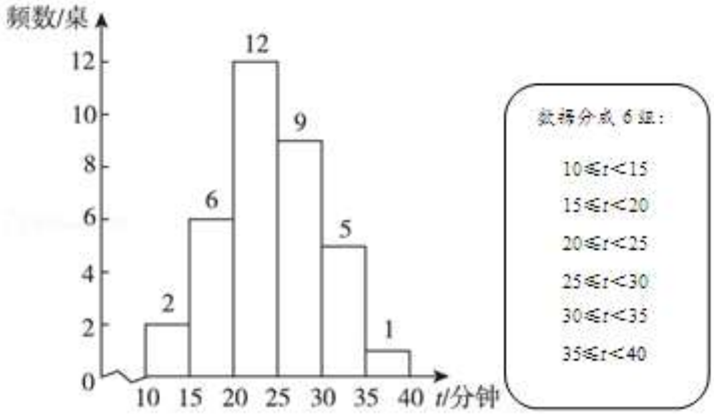
A．1　　B．2　　C．3　　D．4

6．（2 分）如图，AB 是 $\odot O$ 的直径，PA 与 $\odot O$ 相切于点 A，$BC//OP$ 交 $\odot O$ 于点 C．若 $\angle B=70^{\circ}$，则 $\angle OPC$ 的度数为(　　)



A．10°　　　　B．20°　　　　C．30°　　　　D．40°

7．（2 分）某餐厅规定等位时间达到 30 分钟（包括 30 分钟）可享受优惠．现统计了某时段顾客的等位时间 t（分钟），如图是根据数据绘制的统计图．下列说法正确的是（　　）



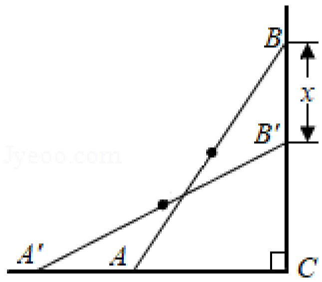
A．此时段有 1 桌顾客等位时间是 40 分钟

B．此时段平均等位时间小于 20 分钟

C．此时段等位时间的中位数可能是 27

D．此时段有 6 桌顾客可享受优惠

8．（2 分）如图，一架梯子 AB 靠墙而立，梯子顶端 B 到地面的距离 BC 为 $2m$，梯子中点处有一个标记，在梯子顶端 B 竖直下滑的过程中，该标记到地面的距离 y 与顶端下滑的距离 x 满足的函数关系是(　　)



A．正比例函数关系　　　　B．一次函数关系

C．二次函数关系　　　　D．反比例函数关系

二、填空题（本题共 16 分，每小题 2 分）

9．（2 分）若代数式 $\dfrac{1}{4-x}$ 有意义，则实数 x 的取值范围是____．

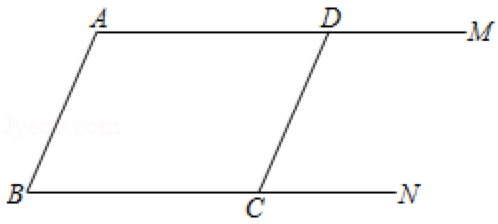
10．（2 分）分解因式：$a^2b-b=$____．

11．（2 分）比较大小：$\sqrt{7}$ ____3（填写“$<$”或“$>$”）．

12．（2 分）盒中有 1 枚白色棋子和 1 枚黑色棋子，这两枚棋子除颜色外无其他差别，从中随机摸出一枚棋子，记录其颜色，放回后，再从中随机摸出一枚棋子，记录其颜色，那么两次记录的颜色都是黑色的概率是____．

13．（2 分）如图，两条射线 $AM//BN$，点 C，D 分别在射线 BN，AM 上，只需添加一个条件，即可证明四边形

$ABCD$ 是平行四边形，这个条件可以是____（写出一个即可）.



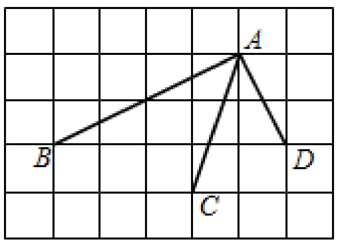
14.（2 分）《孙子算经》是中国南北朝时期重要的数学专著，其中包含了“鸡兔同笼”“物不知数”等许多有趣的数学问题.

《孙子算经》中记载：“今有木，不知长短．引绳度之，余绳四尺五寸；屈绳量之，不足一尺．木长几何？”

其译文为：“用一根绳子去量一根长木，绳子还剩余 4.5 尺．将绳子对折再量长木，长木还剩余 1 尺，问木长多少尺？”

设木长 x 尺，绳子长 y 尺，可列方程组为____.

15.（2 分）如图所示的网格是正方形网格，A，B，C，D 是网格线交点，则 $\angle BAC$ 与 $\angle DAC$ 的大小关系为：$\angle BAC$____$\angle DAC$（填“$>$”，“$=$”或“$<$”）.



16.（2 分）小云计划户外徒步锻炼，每天有“低强度”“高强度”“休息”三种方案，下表对应了每天不同方案的徒步距离（单位：km）．若选择“高强度”要求前一天必须“休息”（第一天可选择“高强度”）．则小云 5 天户外徒步锻炼的最远距离为____km．

日期	第 1 天	第 2 天	第 3 天	第 4 天	第 5 天
低强度	8	6	6	5	4
高强度	12	13	15	12	8
休息	0	0	0	0	0

三、解答题（本题共 68 分，第 17-20 题，每小题 5 分，第 21-22 题，每小题 5 分，第 23 题 5 分，第 24 题 6 分，第 25 题 5 分，第 26 题 6 分，第 27-28 题，每小题 5 分）解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程.

17.（5 分）计算：$(\frac{1}{2})^{-1}+\sqrt{8}+|\sqrt{3}-1|-2\sin 60^{\circ}$．

18.（5 分）解分式方程：$\frac{x-3}{x-2}+1=\frac{3}{x-2}$．

19．（5 分）先化简再求值：$(a-1)^2-2a(a-1)$，其中 $a=\sqrt{3}$．

20．（5 分）已知：$\angle MAN$， B 为射线 AN 上一点．

求作：ΔABC，使得点 C 在射线 AM 上，且 $\angle ABC=\dfrac{1}{2}\angle CAB$．

作法：①以点 A 为圆心， AB 长为半径画弧，交射线 AM 于点 D，交射线 AN 的反向延长线于点 E；

②以点 E 为圆心， BD 长为半径画弧，交 DE 于点 F；

③连接 FB，交射线 AM 于点 C．

ΔABC 就是所求作的三角形．

（1）使用直尺和圆规，依作法补全图形（保留作图痕迹）；

（2）完成下面的证明：

证明：连接 BD， EF， AF，

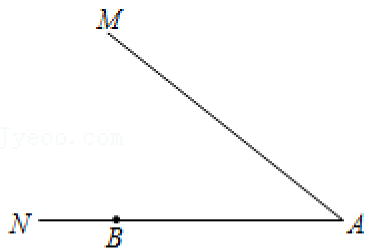
$\because$ 点 B， E， F 在 $\odot A$ 上，

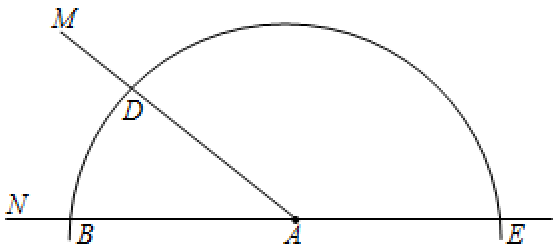
$\therefore \angle EBF=\dfrac{1}{2}\angle EAF(\underline{\quad\quad})$（填写推理的依据）．

$\because$ 在 $\odot A$ 中， $BD=EF$，

$\therefore \angle DAB=\underline{\quad\quad}$．

$\therefore \angle ABC=\dfrac{1}{2}\angle CAB$．





21．（6 分）关于 x 的一元二次方程 $x^2-mx+2m-4=0$．

（1）求证：方程总有两个实数根；

（2）若方程有一个根小于 1，求 m 的取值范围．

22．（6 分）如图 1，ΔABC 中， D 为 AC 边上一动点（不含端点），过点 D 作 $DE//AB$ 交 BC 于点 E，过点 E 作 $EF//AC$ 交 AB 于点 F，连接 AE， DF．点 D 运动过程中，始终有 $AE=DF$．

（1）求证：$\angle BAC=90^{\circ}$；

（2）如图 2，若 $AC=3$， $\tan B=\dfrac{3}{4}$，当 $AF=AD$ 时，求 AD 的长．

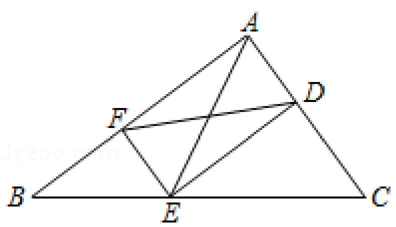


图 1

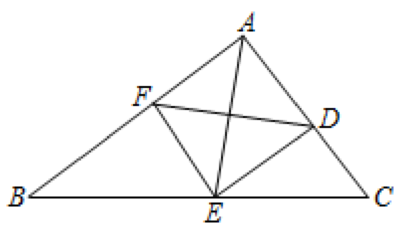


图 2

23．（5 分）平面直角坐标系 xOy 中，一次函数 $y=kx-1$ 的图象经过点 $(2,3)$．

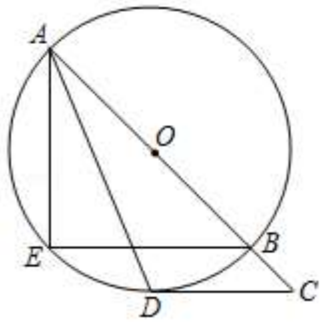
（1）求这个一次函数的解析式；

（2）当 $x<2$ 时，对于 x 的每一个值，函数 $y=x+a$ 的值都大于一次函数 $y=kx-1$ 的值，直接写出 a 的取值范围．

24．（6 分）如图，AB 为 $\odot O$ 的直径，点 C 在 AB 的延长线上，CD 与 $\odot O$ 相切于 D，过点 B 作 $BE//CD$ 交 $\odot O$ 于点 E，连接 AD，AE，$\angle EAD=22.5^{\circ}$．

（1）求 $\angle EAB$ 的度数；

（2）若 $BC=2\sqrt{2}-2$，求 BE 的长．



25．（5 分）品味诗词之美，传承中华文明，央视节目《中国诗词大会》备受大众欢迎．节目规则如下：由 100 位诗词爱好者组成的百人团与挑战者共同答题，每位挑战者最多可答五轮题．每轮比赛答题时，如挑战者答对，则百人团答错的人数即为选手该轮得分；如挑战者答错，则该轮不得分，且停止答题．每轮比赛的得分之和即为挑战者的总得分．现有甲、乙、丙三人作为挑战者参加节目答题，相关信息如下：

a．甲、乙两人参加比赛的得分统计图如图 1，每个点的横坐标与纵坐标分别表示甲、乙二人在相同轮次的得分；

b．丙参加比赛的得分统计图如图 2；

根据以上信息，回答下列问题：

（1）已知点 A 的坐标为 $(26,18)$，则此轮比赛中：甲的得分为____，与甲同场答题的百人团中，有____人答对；

（2）这五轮比赛中，甲得分高于乙得分的比赛共有____轮；甲、乙、丙三人中总得分最高的为____；

（3）设甲参加的第一轮至第五轮比赛时百人团答对人数的方差为 s_1^2，乙参加的第一轮至第五轮比赛时百人团答对人数的方差为 s_2^2，则 s_1^2____s_2^2（填“$>$”，“$<$”或“$=$”）．

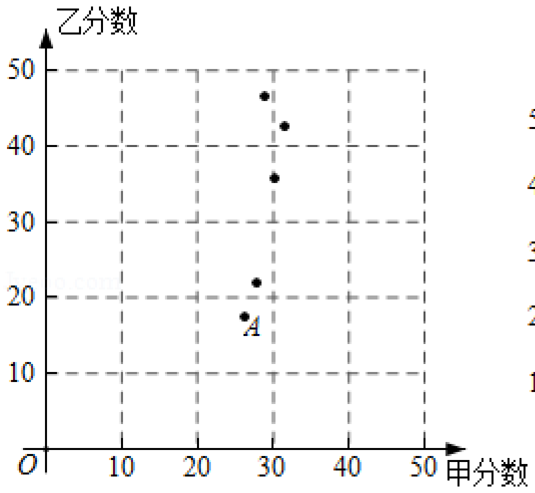


图1

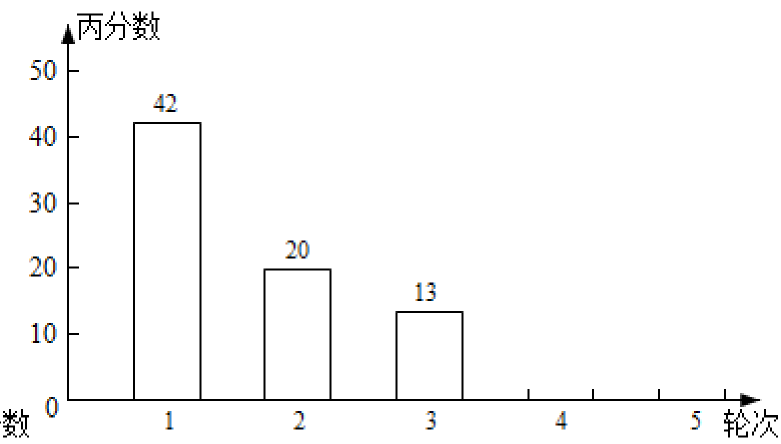


图2

26．（6 分）在平面直角坐标系 xOy 中，抛物线 $y=x^2-2mx+m^2$ 与 y 轴的交点为 A，过点 A 作直线 l 垂直于 y 轴．

（1）求抛物线的对称轴（用含 m 的式子表示）；

（2）将抛物线在 y 轴右侧的部分沿直线 l 翻折，其余部分保持不变，组成图形 G．点 $M(x_1,\ y_1)$，$N(x_2,\ y_2)$ 为图形 G 上任意两点．

①当 $m=0$ 时，若 $x_1<x_2$，判断 y_1 与 y_2 的大小关系，并说明理由；

②若对于 $x_1=m-2$，$x_2=m+2$，都有 $y_1>y_2$，求 m 的取值范围．

27．（7 分）已知 $\angle MON=90°$，点 A 在边 OM 上，点 P 是边 ON 上一动点，$\angle OAP=\alpha$，将线段 AP 绕点 A 逆时针旋转 $60°$，得到线段 AB，连接 OB，再将线段 OB 绕点 O 顺时针旋转 $60°$，得到线段 OC，作 $CH\perp ON$ 于点 H．

（1）如图 1，$\alpha=60°$．

①依题意补全图形；

②连接 BP，求 $\angle BPH$ 的度数；

（2）如图 2，当点 P 在射线 ON 上运动时，用等式表示线段 OA 与 CH 之间的数量关系，并证明．

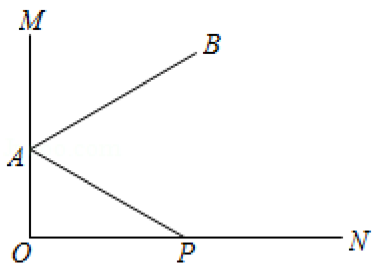


图1

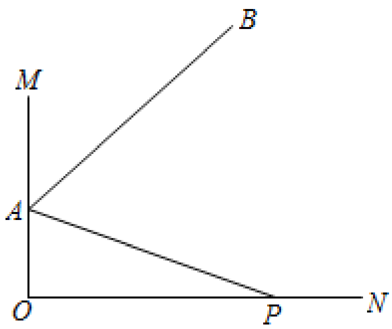


图2

28．（7 分）在平面直角坐标系 xOy 中，A_1，A_2，…，A_k 是 k 个互不相同的点，若这 k 个点横坐标的不同取值有 m 个，纵坐标的不同取值有 n 个，$p=m+n$，则称 p 为这 k 个点的“特征值”，记为 $T<A_1$，A_2，…，$A_k>=p$．如图 1，点 $M(1,1)$，$N(1,2)$，$T=1+2=3$．

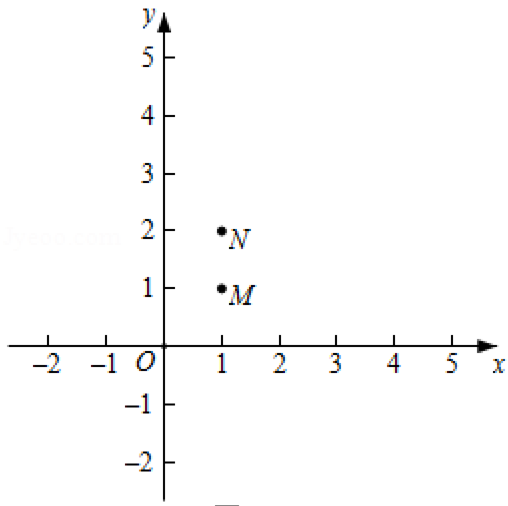


图1

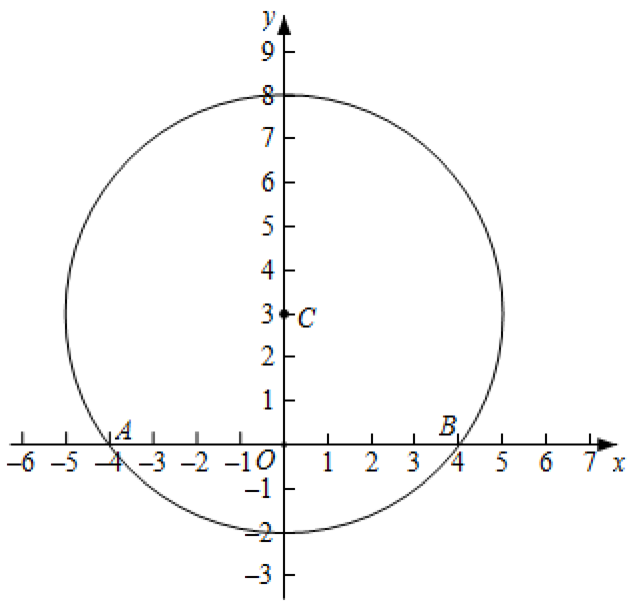


图2

（1）如图 2，圆 C 的圆心为 $(0,3)$，半径为 5，与 x 轴交于 A，B 两点．

①$T<A$，$B>=$____，$T<A$，B，$C>=$____；

②直线 $y=b(b\neq 0)$ 与圆 C 交于两点 D，E，若 $T<A$，B，D，$E>=6$，求 b 的取值范围；

（2）点 A_1， A_2， $\ldots A_8$ 到点 O 的距离为 1 或 $\sqrt{2}$，且这 8 个点构成中心对称图形，$T<A_1$， A_2， $\ldots$， $A_8>=6$，若抛物线 $y=ax^2+bx+c(a>0)$ 恰好经过 A_1， A_2， $\ldots A_8$ 中的三个点，并以其中一个点为顶点，直接写出 a 的所有可能取值.

参考答案

一、选择题（本题共 16 分，每小题 2 分）第 1-8 题均有四个选项，符合题意的选项只有一个．

1．【分析】圆锥侧面是曲面，所以侧面展开后是扇形；

【解答】解：圆锥的侧面展开图是扇形，

故选：C．

【点评】本题考查圆锥的展开图；掌握圆锥侧面展开后的几何图形是扇形是解题的关键．

2．【分析】根据数轴上点的位置，利用相反数得定义确定出点 A 表示得数即可．

【解答】解：$\because$ 数轴上点 A，B 表示的数互为相反数，点 A 表示的数在 -2 到 -1 之间，

$\therefore$ 点 B 表示的数在 1 到 2 之间，

故选：C．

【点评】本题考查了数轴以及相反数的概念，性质等，熟练掌握相反数的概念与性质是解决本题的关键．

3．【分析】根据中心对称图形的概念求解．

【解答】解：A．不是中心对称图形，故此选项不合题意；

B．是中心对称图形，故此选项符合题意；

C．不是中心对称图形，故此选项不合题意；

D．不是中心对称图形，故此选项不合题意；

故选：B．

【点评】此题主要考查了利用旋转设计图案，中心对称图形是要寻找对称中心，旋转 180 度后两部分重合．

4．【分析】直接利用分式的加减运算法则以及二次根式的加减运算法则分别计算得出答案．

【解答】解：A．$2a+3a=5a$，故此选项正确；

B．a^2 与 a^3 无法合并，故此选项错误；

C．$\dfrac{2}{a}+\dfrac{3}{a}=\dfrac{5}{a}$，故此选项错误；

D.$\sqrt{2}$ 与 $\sqrt{3}$ 无法合并，故此选项错误．

故选：A．

【点评】此题主要考查了分式的加减运算法则以及二次根式的加减运算，正确掌握分式的加减运算法则是解题关键．

5．【分析】假设点 $A(2,1)$ 在反比例函数 $y=\dfrac{k}{x}(k$ 为正整数）第一象限的图象上，得 $k=2$，再由题意得 $k<2$，求解即可．

【解答】解：假设点 $A(2,1)$ 在反比例函数 $y=\dfrac{k}{x}(k$ 为正整数）第一象限的图象上，

则 $1=\dfrac{k}{2}$，

$\therefore k=2$，

但是点 A 在反比例函数 $y=\dfrac{k}{x}(k$ 为正整数）第一象限的图象的上方，

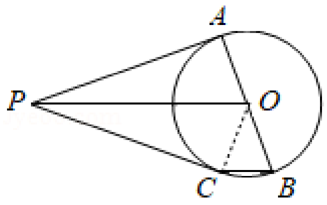
$\therefore k<2$，

故选：A.

【点评】本题考查了反比例函数的图象与性质；熟练掌握反比例函数的图象与性质是解题的关键.

6.【分析】由切线的性质可得 $\angle PAO=90^{\circ}$，由平行线的性质和等腰三角形的性质可得 $\angle AOP=\angle B=70^{\circ}$，$\angle POC=\angle OCB=70^{\circ}$，由“$SAS$”可证 $\Delta AOP\cong\Delta COP$，即可求解.

【解答】解：如图，连接 OC，



$\because PA$ 与 $\odot O$ 相切，

$\therefore\angle PAO=90^{\circ}$，

$\because OC=OB$，

$\therefore\angle OCB=\angle OBC=70^{\circ}$，

$\because BC//OP$，

$\therefore\angle AOP=\angle B=70^{\circ}$，$\angle POC=\angle OCB=70^{\circ}$，

$\therefore\angle APO=20^{\circ}$，

在 ΔAOP 和 ΔCOP 中，

$$\begin{cases}AO=CO\\ \angle AOP=\angle COP=70^{\circ}\\ OP=OP\end{cases},$$

$\therefore\Delta AOP\cong\Delta COP(SAS)$，

$\therefore\angle APO=\angle CPO=20^{\circ}$，

故选：B.

【点评】本题考查了切线的性质，圆的有关知识，全等三角形的判定和性质，灵活运用这些性质解决问题是本题的关键.

7.【分析】观察频数分布直方图，获取信息，然后逐一进行判断即可.

【解答】解：A．由直方图可知：有 1 桌顾客等位时间在 35 至 40 分钟，不能说是 40 分钟，故 A 选项错误；

B．平均等位时间：

$$\overline{t}=\frac{1}{35}(2\times\frac{10+15}{2}+6\times\frac{15+20}{2}+12\times\frac{20+25}{2}+9\times\frac{25+30}{2}+5\times\frac{30+35}{2}+1\times\frac{35+40}{2})$$

$\approx 24.2>20$，故 B 选项错误；

C．因为样本容量是 35，中位数落在 $20\leqslant x<25$ 之间，故 C 选项错误；

D．30 分钟以上的人数为 $5+1=6$，故 D 选项正确.

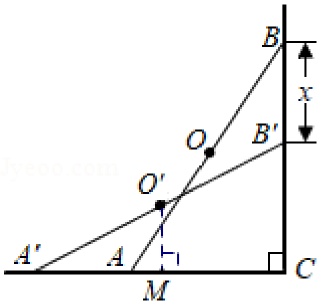
故选：D.

【点评】本题考查读频数分布直方图的能力和利用统计图获取信息的能力．利用统计图获取信息时，必须认真观察、分析、研究统计图，才能作出正确的判断和解决问题.

8.【分析】设梯子中点为 O，下滑后为 O'，过 O' 作 $O'M\perp A'C$，易得 $B'C=2-x$，根据三角形的中位线定理可得

$O'M=1-\frac{1}{2}x$，进而得出 y 与 x 的函数关系式，本题得以解答.

【解答】解：如图所示，



设梯子中点为 O，下滑后为 O'，过 O' 作 $O'M\perp A'C$，

$\because BC=2$，$BB'=x$，

$\therefore B'C=2-x$，

$\because O'$ 为 $A'B'$ 中点，$O'M\perp A'C$，

$\therefore O'M=\frac{1}{2}B'C=1-\frac{1}{2}x$，

$\therefore y=1-\frac{1}{2}x$，为一次函数.

故选：B.

【点评】本题考查了一次函数的应用，利用三角形的中位线定理得出相关线段的数量关系是解答本题的关键.

二、填空题（本题共 16 分，每小题 2 分）

9.【分析】分式有意义的条件是分母不等于零，据此解答即可.

【解答】解：若代数式 $\frac{1}{4-x}$ 有意义，则 $4-x\neq 0$，

解得：$x\neq 4$.

故答案为：$x\neq 4$.

【点评】此题主要考查了分式有意义的条件，正确把握分式的定义是解题关键.

10.【分析】首先提取公因式 b，进而利用平方差公式分解因式得出答案.

【解答】解：a^2b-b

$=b(a^2-1)$

$=b(a+1)(a-1)$.

故答案为：$b(a+1)(a-1)$.

【点评】此题主要考查了提取公因式法以及公式法分解因式，正确运用平方差公式是解题关键.

11.【分析】首先把两个数分别平方，然后比较平方的结果即可比较大小.

【解答】解：$\because 7<9$，

$\therefore \sqrt{7}<3$.

故答案为：$<$.

【点评】此题主要考查了实数的大小的比较，比较两个实数的大小，可以采用作差法、取近似值法等.

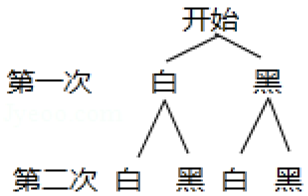
实数大小比较法则：

（1）正数大于 0，0 大于负数，正数大于负数；

（2）两个负数，绝对值大的反而小.

12.【分析】画树状图，共有 4 种等可能的结果，两次记录的颜色都是黑色的结果有 1 种，再由概率公式求解即可.

【解答】解：画树状图如图：



共有 4 种等可能的结果，两次记录的颜色都是黑色的结果有 1 种，

$\therefore$两次记录的颜色都是黑色的概率是$\frac{1}{4}$，

故答案为：$\frac{1}{4}$.

【点评】本题考查的是用列表法或画树状图法求概率．注意列表法或画树状图法可以不重复不遗漏的列出所有可能的结果，列表法适合于两步完成的事件，树状图法适合两步或两步以上完成的事件．用到的知识点为：概率＝所求情况数与总情况数之比.

13.【分析】在四边形 $ABCD$ 中，$AB=CD$，根据两组对边分别相等的四边形是平行四边形与一组对边平行且相等的四边形是平行四边形求解即可求得答案.

【解答】解：在四边形 $ABCD$ 中，$AB=CD$，

$\therefore$再加条件 $AB//CD$ 或 $AD=BC$，四边形 $ABCD$ 是平行四边形.

故答案为：$AB//CD$ 或 $AD=BC$（答案不唯一）.

【点评】此题考查了平行四边形的判定，熟练掌握平行四边形的判定方法是解题的关键.

14.【分析】根据“用一根绳子去量一根长木，绳子还剩余 4.5 尺”可列出方程 $y-x=4.5$，根据“将绳子对折再量长木，长木还剩余 1 尺”可列出方程 $x-\frac{1}{2}y=1$，联立两方程即可得出结论.

【解答】解：$\because$用一根绳子去量一根长木，绳子还剩余 4.5 尺，

$\therefore y-x=4.5$；

$\because$将绳子对折再量长木，长木还剩余 1 尺，

$\therefore x-\frac{1}{2}y=1$.

联立两方程可得出方程组$\begin{cases} y-x=4.5 \\ x-\frac{1}{2}y=1 \end{cases}$.

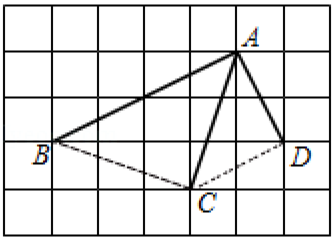
故答案为：$\begin{cases} y-x=4.5 \\ x-\frac{1}{2}y=1 \end{cases}$.

【点评】本题考查了由实际问题抽象出二元一次方程组，找准等量关系，正确列出二元一次方程组是解题的关键.

15.【分析】根据每个小网格都为正方形，设每个网格为 1，由勾股定理可以求出 AD、AC、CD，再由勾股定理的逆定理得到ΔACD为等腰直角三角形，同理ΔABC为等腰直角三角形，即$\angle BAC=\angle DAC$.

【解答】解：如图：

设正方形每个网格的边都为 1，连接CD、BC，



则$AD=\sqrt{2^2+1^2}=\sqrt{5}$，

$CD=\sqrt{2^2+1}=\sqrt{5}$，

$AC=\sqrt{3^2+1^2}=\sqrt{10}$，

$\because AD^2+CD=(\sqrt{5})^2+(\sqrt{5})^2=10$，

$AC^2=(\sqrt{10})^2=10$，

$\therefore AD^2+CD^2=AC^2$，

$\because AD=CD$，

$\therefore \Delta ACD$为等腰直角三角形，

$\therefore \angle CAD=45^\circ$，

同理：$BC^2=3^2+1^2=10$，

$AC^2=10$，

$AB^2=4^2+2^2=20$，

$\because AC=BC$，

$\therefore BC^2+AC^2=20$，

$\therefore AB^2=BC^2+AC^2$，

即ΔACB为等腰直角三角形，

$\therefore \angle BAC=45^\circ$，

即$\angle BAC=\angle DAC$，

故答案为：$=$

【点评】本题考查勾股定理的性质及勾股定理的逆定理，解本题的关键要掌握勾股定理及逆定理的基本知识．

16．【分析】根据“高强度”要求前一天必须“休息”，则如果“高强度”的距离比前一天$+$当天的“低强度”距离短的话，则没有必要选择“高强度”，因此只有第一天和第三天适合选择“高强度”计算出此时的距离即可．

【解答】解：$\because$“高强度”要求前一天必须“休息”，

$\therefore$当“高强度”的徒步距离$>$前一天“低强度”距离$+$当天“低强度”距离时选择“高强度”能使徒步距离最远，

$\because 15>6+6$，$12>6+5$，

$\therefore$适合选择“高强度”的是第三天和第四天，

又$\because$第一天可选择“高强度”，

$\therefore$方案①第一天选择“高强度”，第二天“休息”，第三天选择“高强度”，第四天和第五天选择“低强度”，

此时徒步距离为：$12+0+15+5+4=36(km)$，

方案②第一天选择“高强度”，第二天选择“低强度”，第三天选择“休息”，第四天选择“高强度”，第五天选择“低强度”，

此时徒步距离为：$12+6+0+12+4=34(km)$，

综上，徒步的最远距离为$36km$.

【点评】本题主要考查最优路线选择，找出适合选择“高强度”的时间是解题的关键.

三、解答题（本题共68分，第17-20题，每小题5分，第21-22题，每小题5分，第23题5分，第24题6分，第25题5分，第26题6分，第27-28题，每小题5分）解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程.

17.【分析】根据二次根式，负整数指数幂，绝对值，特殊角的三角函数值计算即可.

【解答】解：$(\frac{1}{2})^{-1}+\sqrt{8}+|\sqrt{3}-1|-2\sin 60^{\circ}$

$=2+2\sqrt{2}+\sqrt{3}-1-2\times\frac{\sqrt{3}}{2}$

$=2+2\sqrt{2}+\sqrt{3}-1-\sqrt{3}$

$=1+2\sqrt{2}$.

【点评】本题考查了二次根式，负整数指数幂，绝对值，特殊角的三角函数值，考核学生的计算能力，解题时注意$a^{-p}=\frac{1}{a^{-p}}(a\neq 0)$.

18.【分析】解分式方程的步骤：1．去分母．2．移项．3．合并同类项．4．化系数为1．解分式方程要检验.

【解答】解：$\frac{x-3}{x-2}+1=\frac{3}{x-2}$，

方程两边同时乘以$x-2$，

得$2x-5=3$，

解得：$x=4$，

经检验，$x=4$是原分式方程的解，

所以$x=4$.

【点评】本题考查解分式方程．解题的关键是掌握分式方程的步骤．注意分式方程要检验.

19.【分析】本题需先根据整式的混合运算顺和法则分别进行计算，再把所得的结果进行合并，最后把a的值代入即可.

【解答】解：$(a-1)^2-2a(a-1)$

$=a^2-2a+1-2a^2+2a$.

$=-a^2+1$.

$\because a=\sqrt{3}$.

$\therefore$原式$=-(\sqrt{3})^2+1$.

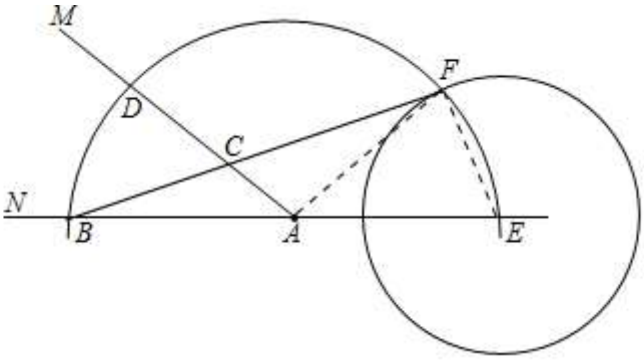
$=-2$.

【点评】本题主要考查了整式的混合运算，在解题时要注意混合运算的顺序和结果的符号是本题的关键.

20.【分析】（1）根据要求作出图形即可.

（2）连接 BD、EF，AF，利用圆周角定理证明可得结论.

【解答】解：（1）如图即为所求.



（2）连接 BD、EF，AF，

$\because$ 点 B，E，F 在 $\odot A$ 上，

$\therefore \angle EBF=\dfrac{1}{2}\angle EAF$（一条弧所对的圆周角等于它所对的圆心角的一半）（填写推理的依据）.

$\because$ 在 $\odot A$ 中，$BD=EF$，

$\therefore \angle DAB=\angle EAF$，

$\therefore \angle ABC=\dfrac{1}{2}\angle CAB$.

故答案为：一条弧所对的圆周角等于它所对的圆心角的一半，$\angle EAF$.

【点评】本题考查作图－复杂作图，圆周角定理，圆心角，弧，弦的关系等知识，解题的关键是理解题意，灵活运用所学知识解决问题.

21.【分析】（1）计算判别式的值，利用配方法得到$\triangle=(m-4)^2$，根据非负数的性质得到$\triangle\geqslant 0$，然后根据判别式的意义得到结论.

（2）利用求根公式得到 $x_1=m-2$，$x_2=2$．根据题意得到 $m-2<1$．即可求得 $m<3$.

【解答】（1）证明：$\because a=1$，$b=-m$，$c=2m-4$，

$\therefore \triangle=b^2-4ac$

$=(-m)^2-4(2m-4)$

$=m^2-8m+16$

$=(m-4)^2\geqslant 0$，

$\therefore$ 此方程总有两个实数根.

（2）解：$\because \triangle=(m-4)^2\geqslant 0$，

$\therefore x=\dfrac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}=\dfrac{m\pm|m-4|}{2}$.

$\therefore x_1=m-2$，$x_2=2$.

$\because$ 此方程有一个根小于 1.

$\therefore m-2<1$.

$\therefore m<3$.

【点评】本题考查的是根的判别式及一元二次方程的解的定义，在解答（2）时得到方程的两个根是解题的关键.

22．【分析】（1）根据对边平行可得平行四边形，再根据邻边相等可得矩形，可得结论；

（2）当 $AF=AD$ 时，四边形 $ADEF$ 是正方形，方法一：设 $DC=3x$，则 $DE=4x$ 可得 $AC=7x=3$，进而可得 AD；方法二：根据相似三角形对应边成比例可得答案.

【解答】（1）证明：$\because DE//AB$，$EF//AC$，

$\therefore$ 四边形 $ADEF$ 是平行四边形.

$\because AE=DF$，

$\therefore$ ▱$ADEF$ 是矩形.

$\therefore \angle BAC=90^\circ$.

（2）解：当 $AF=AD$ 时，

由（1）知，此时四边形 $ADEF$ 是正方形.

方法 1，

$\because DE//AB$，

$\therefore \angle DEC=\angle B$，$\angle EDC=\angle BAC=90^\circ$.

$\therefore \tan\angle DEC=\tan B=\dfrac{3}{4}$.

在 $\mathrm{Rt}\Delta\mathrm{DEC}$ 中，设 $DC=3x$，则 $DE=4x$.

$\because$ 四边形 $ADEF$ 是正方形，

$\therefore AD=DE=4x$.

$\therefore AC=AD+DC=7x=3$.

$\therefore x=\dfrac{3}{7}$，

$\therefore AD=4x=\dfrac{12}{7}$.

方法 2：

在 $\mathrm{Rt}\Delta\mathrm{ABC}$ 中，$\angle BAC=90^\circ$，$\tan B=\dfrac{3}{4}$，$AC=3$，

$\therefore AB=4$.

$\because$ 四边形 $ADEF$ 是正方形，设 $AD=DE=x$.

$\because DE//AB$，

$\therefore \Delta CED\backsim\Delta CBA$.

$\therefore \dfrac{CD}{CA}=\dfrac{DE}{AB}$，

即 $\dfrac{3-x}{3}=\dfrac{x}{4}$，

解得 $x=\dfrac{12}{7}$，

$\therefore AD=\dfrac{12}{7}$.

【点评】本题是三角形综合题，考查了直角三角形的性质，相似三角形的判定和性质，利用相似三角形的性质解

决问题是本题的关键．

23．【分析】（1）将点$(2,3)$代入$y=kx-1$，求出k的值，即可得到一次函数的解析式；

（2）根据点$(2,3)$可画图解决．

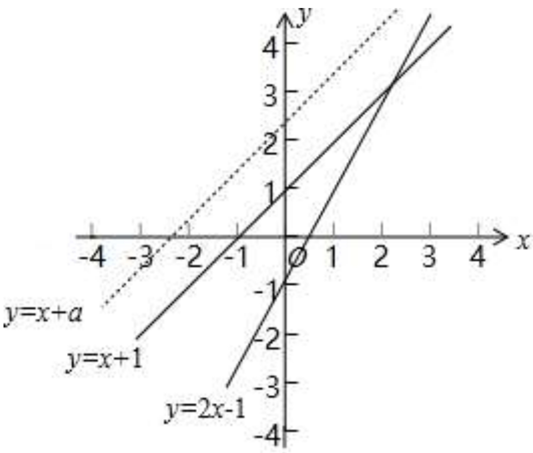
【解答】解：（1）将点$(2,3)$代入$y=kx-1$，得$2k-1=3$，即$k=2$，

故这个一次函数的解析式是$y=2x-1$．

（2）把点$(2,3)$代入$y=x+a$，得$3=2+a$，即$a=1$，

$\because$当$x<2$时，对于x的每一个值，函数$y=x+a$的值都大于一次函数$y=kx-1$的值，

$\therefore a\geqslant 1$．

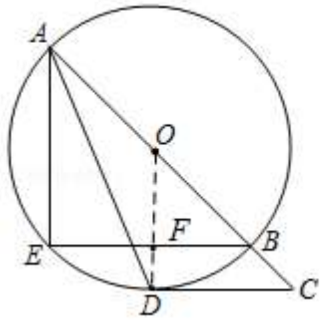


【点评】本题考查了待定系数法求一次函数解析式，一次函数与系数的关系，数形结合是解题的关键．

24．【分析】（1）连接OD，交BE于点F，利用切线的性质和垂径定理求得$DE=DB$，进而可求出$\angle EAB$的度数；

（2）利用条件易证ΔODC为等腰直角三角形，设$OD=OB=r$，则$OC=\sqrt{2}r$，利用$BC=2\sqrt{2}-2$求出r的长度，利用垂径定理求得BE．

【解答】解：（1）证明：连接OD，交BE于点F，如图，



$\because CD$与$\odot O$相切于点D，

$\therefore OD\perp CD$，

$\therefore \angle ODC=90^\circ$，

$\because BE//CD$，

$\therefore \angle OFB=90^\circ$，

$\therefore OD\perp BE$，

$\therefore DE=DB$，

$\therefore \angle EAD=\angle DAB$，

$\because \angle EAD = 22.5^\circ$，

$\therefore \angle EAB = \angle EAD + \angle DAB = 45^\circ$；

（2）解：$\because AB$是直径，

$\therefore \angle AEB = 90^\circ$，

$\because \angle EAB = 45^\circ$，

$\therefore \angle ABE = \angle EAB = 45^\circ$，

$\because BE//CD$，

$\therefore \angle C = \angle ABE = 45^\circ$，

$\therefore \Delta ODC$是等腰直角三角形，

设$OD = OB = r$，则$OC = \sqrt{2}r$，

$\therefore BC = OC - OB = \sqrt{2}r - r = 2\sqrt{2} - 2$，

$\therefore r = 2$，

$\therefore BF = OB \cdot \cos 45^\circ = \sqrt{2}$，

$\because OD \perp BE$，

$\therefore EF = FB$，

$\therefore BE = 2BF = 2\sqrt{2}$．

【点评】本题是一道与圆有关的计算，综合运用了垂径定理，平行线的性质，圆周角定理，切线的性质等知识．

25．【分析】（1）根据A的坐标可以确认甲的得分，进而求得答对人数；

（2）甲的得分高于乙的得分，即图1中点的横坐标大于纵坐标，根据图1可求，根据图象分别表示三人的得分即可求；

（3）利用方差公式即可求解．

【解答】（1）由图1知，横轴表示甲的得分，因为点A的坐标为26，

$\therefore$甲的得分为26，

即百人团答题有26人打错，

百人团答对的人数为$100 - 26 = 74$；

故答案为：26，74；

（2）甲的得分高于乙的得分，即图1中点的横坐标大于纵坐标，

由图1可知，共有2个点的横坐标大于纵坐标，

即有2轮甲的得分高于乙的得分，

甲的近似得分：$26 + 28 + 30 + 31 + 29 = 144$，

乙的近似得分：$18 + 22 + 36 + 42 + 47 = 165$，

丙的近似得分：$42 + 20 + 13 = 75$，

$\therefore$甲、乙、丙三人中总得分最高的为 乙，

故答案为：2，乙；

（3）甲得分的平均数为：$144 \div 5 = 28.8$，

$$s_1^2 = \frac{(26-28.8)^2 + (28-28.8)^2 + (30-28.8)^2 + (31-28.8)^2 + (29-28.8)^2}{5} = 2.96,$$

乙得分的平均数为：$165\div 5=33$，$s_2^2=\dfrac{(18-33)^2+(22-33)^2+(36-33)^2+(42-33)^2+(47-33)^2}{5}=126.4$，

$\therefore s_1^2<s_2^2$，

故答案为：$<$．

【点评】本题以甲、乙、丙三人比赛为背景考查了统计图，方差等知识，关键是能根据统一图找到三人比赛数据，即可求解．

26．【分析】（1）根据对称轴公式 $x=-\dfrac{b}{2a}$，求解即可．

（2）① $y_1>y_2$．利用图象法，根据函数的增减性判断即可．

②通过计算可知，$P(m-2,4)$，$Q(m+2,4)$ 为抛物线上关于对称轴 $x=m$ 对称的两点，下面讨论当 m 变化时，y 轴与点 P，Q 的相对位置：分三种情形：如图 2，当 y 轴在点 P 左侧时（含点 $P)$，如图 3，当 y 轴在点 Q 右侧时（含点 $Q)$，如图 4，当 y 轴在点 P，Q 之间时（不含 P，$Q)$，分别求解即可．

【解答】解：（1）抛物线 $y=x^2-2mx+m^2$ 的对称轴为直线 $x=-\dfrac{-2m}{2}=m$．

（2）① $y_1>y_2$．

理由：当 $m=0$ 时，二次函数解析式是 $y=x^2$，对称轴为 y 轴；

所以图形 G 上的点的横纵坐标 x 和 y，满足 y 随 x 的增大而减小；

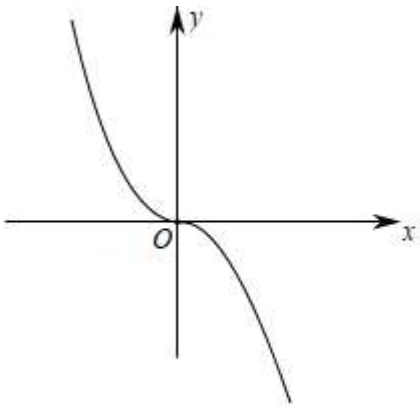


图1

$\because x_1<x_2$，

$\therefore y_1>y_2$．

②通过计算可知，$P(m-2,4)$，$Q(m+2,4)$ 为抛物线上关于对称轴 $x=m$ 对称的两点，

下面讨论当 m 变化时，y 轴与点 P，Q 的相对位置：

如图 2，当 y 轴在点 P 左侧时（含点 $P)$，

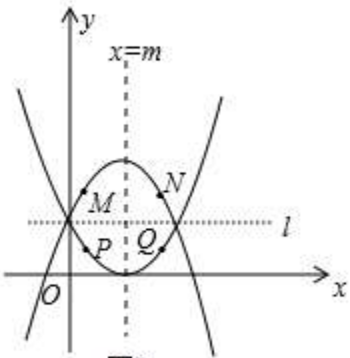


图2

经翻折后，得到点M，N的纵坐标相同，$y_1 = y_2$，不符题意；

如图3，当y轴在点Q右侧时（含点Q），

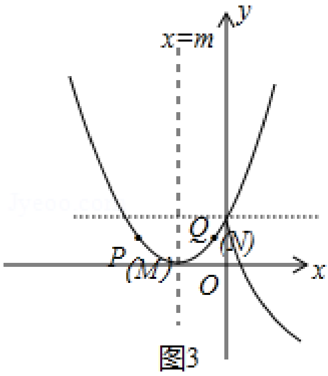


图3

点M，N分别和点P，Q重合，$y_1 = y_2$，不符题意；

如图4，当y轴在点P，Q之间时（不含P，Q），

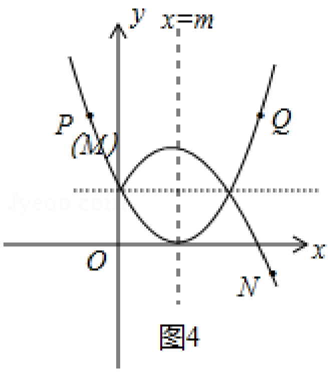


图4

经翻折后，点N在l下方，点M，P重合，在l上方，$y_1 > y_2$，符合题意.

此时有$m-2<0<m+2$，即$-2<m<2$.

综上所述，m的取值范围为$-2<m<2$.

【点评】本题属于二次函数综合题，考查了二次函数的性质，轴对称翻折变换，函数的增减性等知识，解题的关键是学会用分类讨论的思想思考问题，正确作出图形是解决问题的关键.

27.【分析】(1) ①根据要求画出图形即可.

②证明ΔAPB是等边三角形，推出$\angle APB = 60°$，再证明$\angle APO = 30°$，可得结论.

(2) 结论：$OA = 2CH$．连接BP，BC，PC．利用全等三角形的性质证明$OA = PC$，再证明$\angle CPH = 30°$可得结论.

【解答】解：(1) ①下图即为所求：

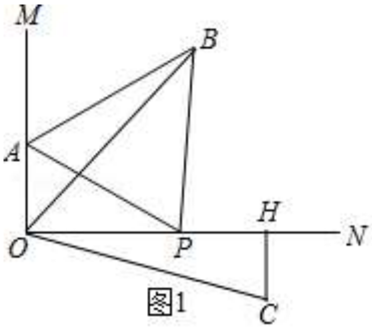


图1

②$\because$线段 AP 绕点 A 逆时针旋转 $60°$ 得到 AB，

$\therefore AB=AP$，且 $\angle PAB=60°$．

$\therefore \Delta ABP$ 是等边三角形，

$\therefore \angle BPA=60°$，

$\because \angle OAP=60°$，

$\therefore \angle APO=30°$，

$\therefore \angle BPO=\angle BPA+\angle APO=90°$，

$\therefore \angle BPH=90°$．

（2）结论：$OA=2CH$．

理由：如图 2 中，连接 BP，BC，PC．

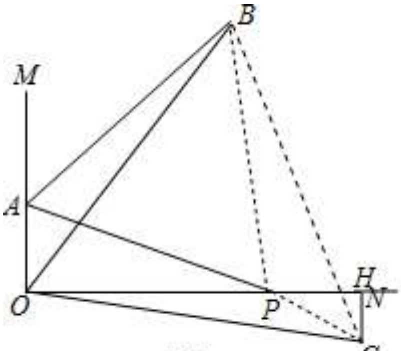


图2

由（2）可知，ΔABP 是等边三角形，

$\therefore BA=BP$，$\angle ABP=\angle BPA=60°$．

$\because$线段 OB 绕点 O 顺时针旋转 $60°$ 得到 OC，

$\therefore OB=OC$，$\angle BOC=60°$，

$\therefore \Delta BOC$ 是等边三角形，

$\therefore BO=BC$，$\angle OBC=60°$，

$\therefore \angle ABO=60°-\angle OBP=\angle PBC$，

$\therefore \Delta ABO\cong \Delta PBC(SAS)$，

$\therefore AO=PC$，$\angle BPC=\angle BAO$，

$\because \angle OAP=\alpha$，

$\therefore \angle BAO=\angle BAP+\angle OAP=60°+\alpha$，

$\therefore \angle BPC=60°+\alpha$，

$\because \angle BPN = 180° - \angle APO - \angle BPA = 120° - (90° - \alpha) = 30° + \alpha$，

$\therefore \angle HPC = \angle BPC - \angle BPN = 30°$，

$\because CH \perp ON$，

$\therefore \angle CHO = 90°$，

$\therefore$ 在 RtΔCHP 中，$PC = 2CH$，

$\therefore OA = 2CH$．

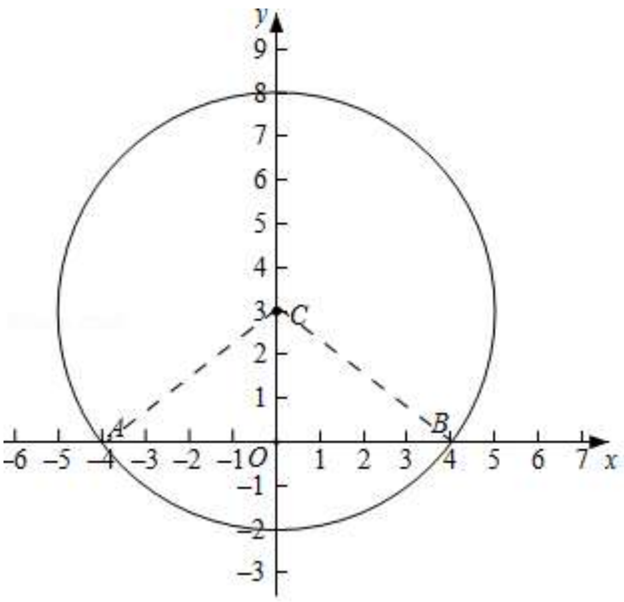
【点评】本题属于几何变换综合题，考查了等边三角形的判定和性质，全等三角形的判定和性质，直角三角形30度角的性质等知识，解题的关键是正确寻找全等三角形解决问题，属于中考压轴题．

28．【分析】（1）①利用勾股定理求出OA，OB的值，得到A，B的坐标分别为$(-4,0)$，$(4,0)$，利用“特征值”的计算公式可求；

②由于D，E两点都在直线$y = b(b \neq 0)$上，A，B两点都在直线$y = 0$上，可得点A，B，D，E四点的纵坐标不同的取值有 2 个，根据$T < A$，B，D，$E >= 6$，得到点A，B，D，E四点的横坐标均不能相同．利用圆的对称性得到$b \neq 6$，根据$y = b$与圆由两个公共点，可得b的取值范围；

（2）利用已知条件和“特征值”的意义，得到 8 个点构成的图形，利用抛物线的对称性和已知条件得到抛物线经过的三点，利用待定系数法可求得a的值．

【解答】解：（1）①连接CA，CB，如图，



$\because$ 圆C的圆心为$(0,3)$，

$\therefore OC = 3$．

$\because \odot C$ 的半径为 5，$OC \perp AB$，

$\therefore OA = OB = \sqrt{CA^2 - CO^2} = 4$．

$\therefore A(-4,0)$，$B(4,0)$．

$\therefore T < A$，$B >= 2 + 1 = 3$；

$T < A$，B，$C >= 3 + 2 = 5$．

故答案为：3；5．

②$\because D$，E两点都在直线$y = b(b \neq 0)$上，A，B两点都在直线$y = 0$上，

$\therefore$点 A， B， D， E 四点的纵坐标不同的取值有 2 个： o 和 b .

$\because T < A$， B， D， $E >= 6$，

$\therefore$点 A， B， D， E 四点的横坐标不同的取值有 4 个.

即点 A， B， D， E 四点的横坐标均不能相同.

$\because$由圆的对称性可知：当 $b=6$ 时， D， E 的坐标分别为 $(-4,6)$ 和 $(4,6)$，此时它们的横坐标与 A， B 的横坐标相同，

$\therefore b \neq 6$.

$\because$直线 $y=b$ 与 $\odot C$ 要有两个公共点，

$\therefore -2 < b < 8$.

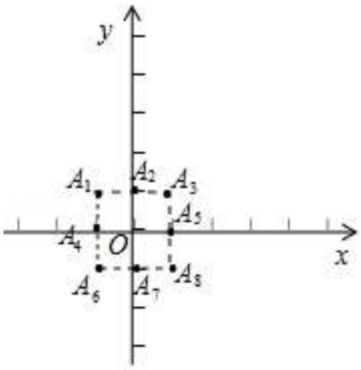
综上所述， b 的取值范围是： $-2 < b < 8$ 且 $b \neq 0$ 且 $b \neq 6$.

（2）$\because T < A_1$， A_2， $\ldots$， $A_8 >= 6$，

$\therefore$这 8 个点横坐标的不同取值的个数与纵坐标的不同取值的个数之和为 6.

$\because$点 A_1， A_2， $\ldots A_8$ 到点 O 的距离为 1 或 $\sqrt{2}$，且这 8 个点构成中心对称图形，

$\therefore$这 8 个点构成的图形如下图所示：



它们的坐标分别为： $A_1(-1,1)$， $A_2(0,1)$， $A_3(1,1)$， $A_4(-1,0)$， $A_5(1,0)$， $A_6(-1,-1)$， $A_7(0,-1)$， $A_8(1,-1)$.

$\because$抛物线 $y=ax^2+bx+c(a>0)$，

$\therefore$抛物线开口向上.

$\because$抛物线 $y=ax^2+bx+c(a>0)$ 恰好经过 A_1， A_2， $\ldots A_8$ 中的三个点，并以其中一个点为顶点，

$\therefore$根据抛物线为轴对称图形可得：抛物线经过 A_1， A_3， A_7 或 A_4， A_5， A_7 .

$\therefore$抛物线经过 A_1， A_3， A_7 时，

$$\begin{cases} a-b+c=1 \\ a+b+c=1 \\ c=-1 \end{cases}.$$

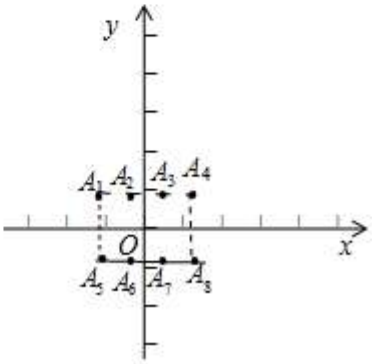
解得： $\begin{cases} a=2 \\ b=0 \\ c=-1 \end{cases}$.

抛物线经过或 A_4， A_5， A_7 时，

$$\begin{cases} a-b+c=0 \\ a+b+c=0 \\ c=-1 \end{cases}.$$

解得：$\begin{cases}a=1\\b=0\\c=-1\end{cases}$.

或这 8 个点构成的图形如下图所示：



它们的坐标分别为：$A_1(-\frac{3\sqrt{2}}{4}$，$\frac{\sqrt{14}}{4})$，$A_2(-\frac{\sqrt{2}}{4}$，$\frac{\sqrt{14}}{4})$，$A_3(\frac{\sqrt{2}}{4}$，$\frac{\sqrt{14}}{4})$，$A_4(\frac{3\sqrt{2}}{4}$，$\frac{\sqrt{14}}{4})$，$A_5(-\frac{3\sqrt{2}}{4}$，$-\frac{\sqrt{14}}{4})$，$A_6(-\frac{\sqrt{2}}{4}$，$-\frac{\sqrt{14}}{4})$，$A_7(\frac{\sqrt{2}}{4}$，$-\frac{\sqrt{14}}{4})$，$A_8(\frac{3\sqrt{2}}{4}$，$-\frac{\sqrt{14}}{4})$.

$\because$ 抛物线 $y=ax^2+bx+c(a>0)$ 恰好经过 A_1，A_2，$\dots A_8$ 中的三个点，并以其中一个点为顶点，

$\therefore$ 根据抛物线为轴对称图形可得：抛物线经过 A_1，A_3，A_6 或 A_4，A_2，A_7.

$\therefore$ 抛物线经过 A_1，A_3，A_6 时，A_6 为顶点，经过 A_1，A_3，设抛物线解析式为 $y=(x+\frac{\sqrt{2}}{4})^2-\frac{\sqrt{14}}{4}$.

将 A_3 坐标代入得：

$$\frac{\sqrt{14}}{4}=(\frac{\sqrt{2}}{4}+\frac{\sqrt{2}}{4})a-\frac{\sqrt{14}}{4}.$$

解得：$a=\sqrt{14}$.

抛物线经过 A_2，A_4，A_7 时，A_7 为顶点，经过 A_2，A_4，设抛物线解析式为 $y=(x-\frac{\sqrt{2}}{4})^2-\frac{\sqrt{14}}{4}$.

将 A_4 坐标代入得：

$$\frac{\sqrt{14}}{4}=(\frac{3\sqrt{2}}{4}-\frac{\sqrt{2}}{4})^2-\frac{\sqrt{14}}{4}.$$

解得：$a=\sqrt{14}$.

综上，a 的值为 1 或 2 或 $\sqrt{14}$.

【点评】本题是二次函数的综合题，主要考查了开口方向，抛物线解析式的求法，圆的有关计算，直线和圆的位置关系，点的坐标的特征．本题是阅读型题目，准确理解题干中的概念与法则并熟练应用是解题的关键。