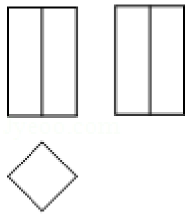
2021北京丰台初三二模

数　学

一、选择题（本题共16分，每小题2分）下面各题均有四个选项，符合题意的选项只有一个．

1．（2分）如图是某几何体的三视图，该几何体是(　　)



A．圆锥　　B．圆柱　　C．三棱柱　　D．长方体

2．（2分）2020年12月17日凌晨，嫦娥5号返回器携带月球样本成功着陆．已知地球到月球的平均距离约为380000千米．将380000用科学记数法表示为(　　)

A．3.8×10^{5}　　B．3.8×10^{6}　　C．38×10^{4}　　D．0.38×10^{6}

3．（2分）下列交通标志中，是中心对称图形的是(　　)

A．  禁止驶入　　B．  靠左侧道路行驶

C．  向左和向右转弯　　D．  环岛行驶

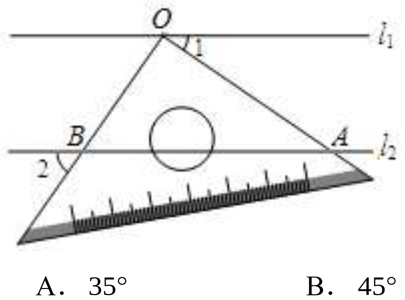
4．（2分）若$a>b$，则下列不等式一定成立的是(　　)

A．$a+3<b+3$　　B．$-2a<-2b$　　C．$\frac{a}{4}<\frac{b}{4}$　　D．$a^{2}<b^{2}$

5．（2分）下列计算正确的是(　　)

A．$a^{2}+a^{3}=a^{5}$　　B．$a^{2}\cdot a^{3}=a^{6}$　　C．$(2a)^{3}=6a^{3}$　　D．$(a^{2})^{3}=a^{6}$

6．（2分）如图，$l_1//l_2$，点O在直线l_1上，将三角板的直角顶点放在点O处，三角板的两条直角边与l_2交于A，B两点，若$\angle1=35^{\circ}$，则$\angle2$的度数为(　　)



A．35°　　B．45°　　C．55°　　D．65°

7．（2分）学校要举行运动会，小亮和小刚报名参加100米短跑项目的比赛，预赛分A，B，C三组进行，小亮和小刚恰好在同一个组的概率是(　　)

A．$\frac{1}{2}$　　　　B．$\frac{1}{3}$　　　　C．$\frac{1}{6}$　　　　D．$\frac{1}{9}$

8．（2 分）某公司新产品上市 30 天全部售完．图 1 表示产品的市场日销售量与上市时间之间的关系，图 2 表示单件产品的销售利润与上市时间之间的关系，下列四个结论中错误的是(　　)

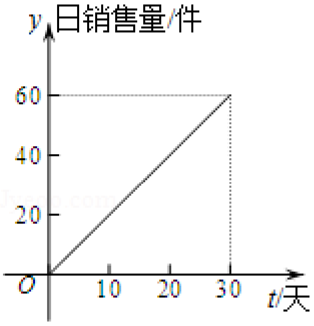


图1

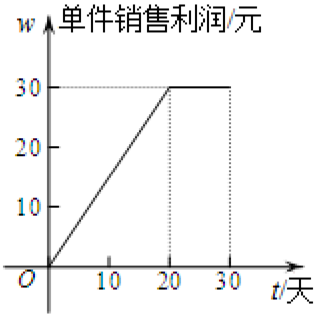


图2

A．第 30 天该产品的市场日销售量最大

B．第 20 天至 30 天该产品的单件产品的销售利润最大

C．第 20 天该产品的日销售总利润最大

D．第 20 天至 30 天该产品的日销售总利润逐日增多

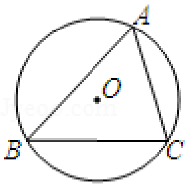
二、填空题（本题共 16 分，每小题 2 分）

9．（2 分）要使二次根式 $\sqrt{x+1}$ 在实数范围内有意义，x 的取值范围是____．

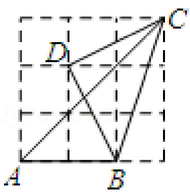
10．（2 分）已知多边形的内角和为 540°，则该多边形的边数为____．

11．（2 分）写出一个比 2 大且比 3 小的无理数____．

12．（2 分）如图，$\odot O$ 是 ΔABC 的外接圆，半径是 2，$\angle BAC=60^{\circ}$，则 BC 的长是____．



13．（2 分）如图所示的网格是正方形网格，A，B，C，D 是网格线交点，则 ΔABC 与 ΔDBC 面积的大小关系为：$S_{\Delta ABC}$____$S_{\Delta DBC}$（填“$>$”，“$=$”或“$<$”）．



14．（2 分）随着 5G 网络技术的发展，市场对 5G 产品的需求越来越大．为满足市场需求，某大型 5G 产品生产厂家更新技术后，加快了生产速度．现在平均每天比更新技术前多生产 30 万件产品，现在生产 500 万件产品所需的时间与更新技术前生产 400 万件产品所需时间相同．设更新技术前每天生产 x 万件，依据题意列出关于 x 的方程____．

15．（2 分）已知抛物线 $y=x^{2}-(m+1)x$ 与 x 轴的一个交点的横坐标大于 1 且小于 2，则 m 的取值范围是____．

16．（2 分）某单位有 10000 名职工，想通过验血的方式筛查出某种病毒的携带者．如果对每个人的血样逐一化验，需要化验 10000 次．统计专家提出了一种化验方法：随机地按 5 人一组分组，然后将各组 5 个人的血样混合再化验．如果混合血样呈阴性，说明这 5 个人全部阴性；如果混合血样呈阳性，说明其中至少有一个人呈阳性，就需要

对这组的每个人再分别化验一次．假设携带该病毒的人数占0.05%．

回答下列问题：

（1）按照这种化验方法是否能减少化验次数____（填“是”或“否”）；

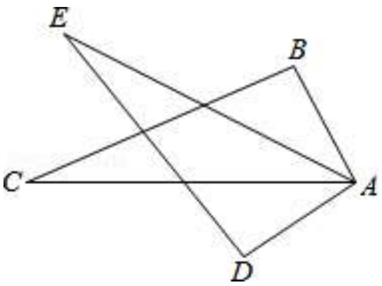
（2）按照这种化验方法至多需要____次化验，就能筛查出这10000名职工中该种病毒的携带者．

三、解答题（本题共68分，第17－22题，每小题5分，第23－26题，每小题5分，第27－28题，每小题5分）

17．（5分）计算：$\sqrt{8}+(\dfrac{1}{3})^{-1}-2021^{0}-2\cos 45^{\circ}$．

18．（5分）解不等式组：$\begin{cases}2x+3\leqslant x+6\\ \dfrac{2x+5}{3}>x-1\end{cases}$．

19．（5分）如图，$AB=AD$，$AC=AE$，$\angle BAE=\angle DAC$．求证：$\angle C=\angle E$．



20．（5分）已知$x=2y$，求代数式$(\dfrac{1}{y}-\dfrac{1}{x})\div\dfrac{x^{2}-2xy+y^{2}}{x^{2}y}$的值．

21．（5分）下面是小融设计的“过直线外一点作圆与这条直线相切”的尺规作图过程．

已知：直线l及直线l外一点P（如图1）．

求作：$\odot P$，使它与直线l相切．

作法：如图2，

①在直线l上任取两点A，B；

②分别以点A，点B为圆心，AP，BP的长为半径画弧，两弧交于点Q；

③作直线PQ，交直线l于点C；

④以点P为圆心，PC的长为半径画$\odot P$．

所以$\odot P$即为所求．

根据小融设计的尺规作图过程，

（1）使用直尺和圆规，依作法补全图形（保留作图痕迹）；

（2）完成下面的证明．

证明：连接AP，AQ，BP，BQ．

$\because AP=$____，$BP=$____，

$\therefore$点A，点B在线段PQ的垂直平分线上．

$\therefore$直线AB是线段PQ的垂直平分线．

$\because PQ\perp l$，PC是$\odot P$的半径，

$\therefore \odot P$ 与直线 l 相切(____)（填推理的依据）.

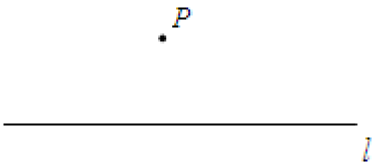


图 1

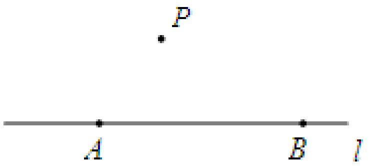
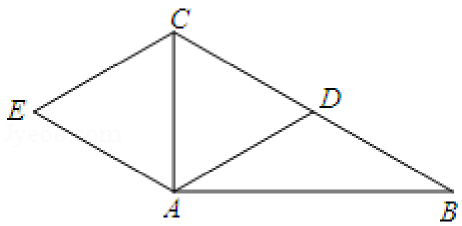


图 2

22.（5 分）如图，在 ΔABC 中，$\angle BAC = 90^{\circ}$，AD 是 BC 边上的中线，$AE//BC$，$CE//AD$.

（1）求证：四边形 $ADCE$ 是菱形；

（2）连接 BE，若 $\angle ABC = 30^{\circ}$，$AC = 2$，求 BE 的长.



23.（6 分）在平面直角坐标系 xOy 中，直线 $y = kx + b(k \neq 0)$ 与反比例函数 $y = \dfrac{m}{x}(m \neq 0)$ 的图象交于点 $A(-1,n)$，$B(2,-1)$ 两点.

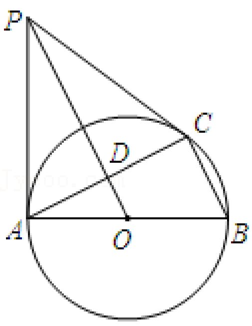
（1）求 m，n 的值；

（2）已知点 $P(a,\ 0)(a > 0)$，过点 P 作 x 轴的垂线，分别交直线 $y = kx + b(k \neq 0)$ 和反比例函数 $y = \dfrac{m}{x}(m \neq 0)$ 的图象于点 M，N，若线段 MN 的长随 a 的增大而增大，直接写出 a 的取值范围.

24.（6 分）如图，$\odot O$ 是 ΔABC 的外接圆，AB 是直径，D 是 AC 中点，过点 A 作 $\odot O$ 的切线交直线 OD 于点 P，连接 PC.

（1）求证：$\angle PCA = \angle ABC$；

（2）若 $BC = 4$，$\tan\angle APO = \dfrac{1}{2}$，求 PA 的长.



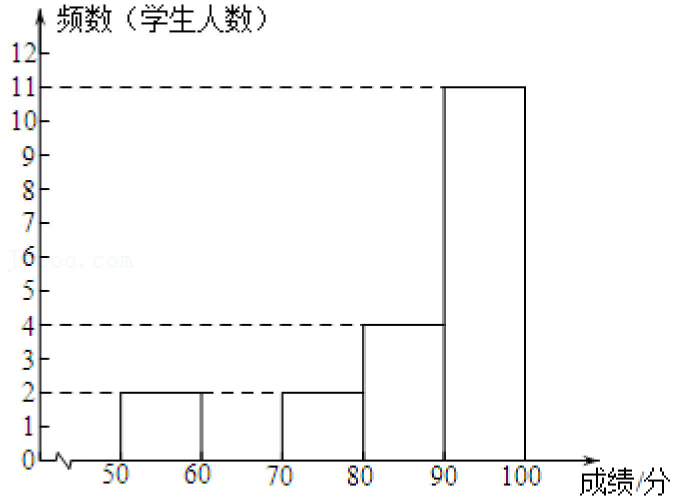
25.（6 分）2021 年 7 月 1 日是中国共产党成立 100 周年纪念日．为了让全校学生牢固树立爱国爱党的崇高信念，某校开展了形式多样的党史学习教育活动．八、九年级各 300 名学生举行了一次党史知识竞赛（百分制），然后随机

抽取了八、九年级各 20 名学生的成绩进行了整理与分析，部分信息如下：

a．抽取九年级 20 名学生的成绩如表：

86	88	97	91	94	62	51	94	87	71
94	78	92	55	97	92	94	94	85	98

b．抽取九年级 20 名学生的成绩频数分布直方图如图（数据分成 5 组：$50\leqslant x<60$，$60\leqslant x<70$，$70\leqslant x<80$，$80\leqslant x<90$，$90\leqslant x\leqslant 100$）：



c．九年级抽取的 20 名学生成绩的平均数、中位数、方差如表：

年级	平均数	中位数	方差
九年级	85	m	192

请根据以上信息，回答下列问题：

（1）补全频数分布直方图，写出表中 m 的值；

（2）若 90 分及以上为优秀，估计此次知识竞赛中九年级成绩优秀的学生人数；

（3）通过分析随机抽取的八年级 20 名学生的成绩发现：这 20 名学生成绩的中位数为 88，方差为 80.4，且八、九两个年级随机抽取的共 40 名学生成绩的平均数是 85.2．

①求八年级这 20 名学生成绩的平均数；

②你认为哪个年级的成绩较好，说明理由（至少从两个不同的角度说明推断的合理性）．

26．（6 分）在平面直角坐标系 xOy 中，抛物线 $y=ax^2+bx+a-5(a\neq 0)$ 的对称轴是直线 $x=1$．

（1）用含 a 的式子表示 b；

（2）求抛物线的顶点坐标；

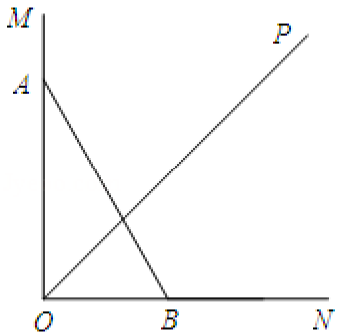
（3）若抛物线与 y 轴的一个交点为 $A(0,-4)$，且当 $m\leqslant x\leqslant n$ 时，y 的取值范围是 $-5\leqslant y\leqslant n$，结合函数图象，直接写出一个满足条件的 n 的值和对应 m 的取值范围．

27．（7 分）已知 $\angle MON=90^\circ$，点 A，B 分别在射线 OM，ON 上（不与点 O 重合），且 $OA>OB$，OP 平分 $\angle MON$，线段 AB 的垂直平分线分别与 OP，AB，OM 交于点 C，D，E，连接 CB，在射线 ON 上取点 F，使得 $OF=OA$，连接 CF．

（1）依题意补全图形；

（2）求证：$CB=CF$；

（3）用等式表示线段 CF 与 AB 之间的数量关系，并证明．



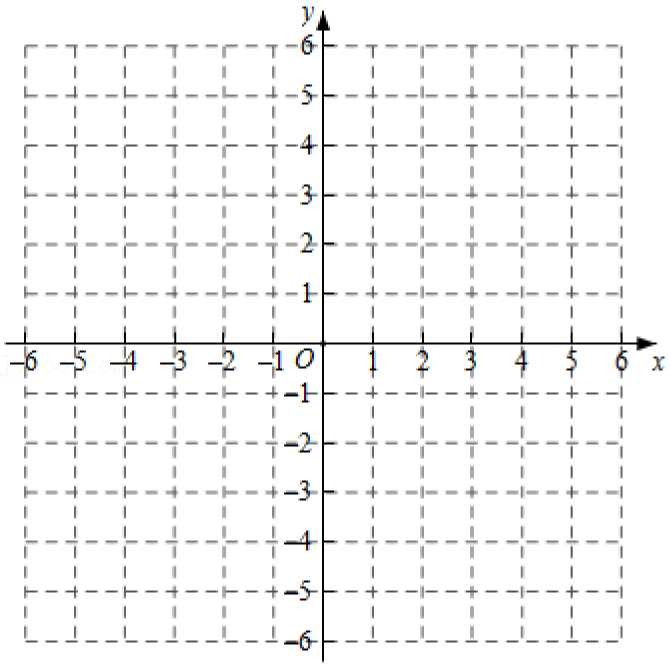
28．（7 分）对于平面内点 P 和 $\odot G$，给出如下定义：T 是 $\odot G$ 上任意一点，点 P 绕点 T 旋转 180° 后得到点 P'，则称点 P' 为点 P 关于 $\odot G$ 的旋转点．如图为点 P 及其关于 $\odot G$ 的旋转点 P' 的示意图．

在平面直角坐标系 xOy 中，$\odot O$ 的半径为 1，点 $P(0,-2)$．

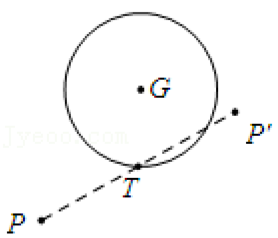
（1）在点 $A(-1,0)$，$B(0,4)$，$C(2,2)$ 中，是点 P 关于 $\odot O$ 的旋转点的是 ____；

（2）若在直线 $y=x+b$ 上存在点 P 关于 $\odot O$ 的旋转点，求 b 的取值范围；

（3）若点 D 在 $\odot O$ 上，$\odot D$ 的半径为 1，点 P 关于 $\odot D$ 的旋转点为点 P'，请直接写出点 P' 的横坐标 $x_{P'}$ 的取值范围．



备用图



参考答案

一、选择题（本题共 16 分，每小题 2 分）下面各题均有四个选项，符合题意的选项只有一个．

1．【分析】观察图形可得几何体的主视图为矩形，左视图为矩形，俯视图是一个正方形，可得该几何体是长方体．

【解答】解：$\because$几何体的主视图为矩形，左视图为矩形，俯视图是一个正方形，

$\therefore$该几何体是长方体，

故选：D．

【点评】本题考查了由三视图判断几何体，解决本题的关键是掌握三视图的相关知识．

2．【分析】科学记数法的表示形式为$a\times 10^{n}$的形式，其中$1\leqslant |a|<10$，n为整数．确定n的值时，要看把原数变成a时，小数点移动了多少位，n的绝对值与小数点移动的位数相同．当原数绝对值$\geqslant 10$时，n是正整数；当原数的绝对值<1时，n是负整数．

【解答】解：$380000=3.8\times 10^{5}$．

故选：A．

【点评】此题考查科学记数法的表示方法，表示时关键要确定a的值以及n的值．

3．【分析】根据中心对称图形的概念判断即可．

【解答】解：A、是中心对称图形，符合题意；

B、不是中心对称图形，不符合题意；

C、不是中心对称图形，不符合题意；

D、不是中心对称图形，不符合题意；

故选：A．

【点评】本题考查的是中心对称图形的概念，把一个图形绕某一点旋转180°，如果旋转后的图形能够与原来的图形重合，那么这个图形就叫做中心对称图形．

4．【分析】根据不等式的性质 1 判断A选项；根据不等式的性质 3 判断B选项；根据不等式的性质 2 判断C选项；根据有理数的乘方判断D．

【解答】解：A、$\because a>b$，

$\therefore a+3>b+3$，本选项不等式不成立，不符合题意；

B、$\because a>b$，

$\therefore -2a<-2b$，本选项不等式成立，符合题意；

C、$\because a>b$，

$\therefore \dfrac{a}{4}>\dfrac{b}{4}$，本选项不等式不成立，不符合题意；

D、当$a>b>0$时，$a^{2}>b^{2}$，本选项不等式不成立，不符合题意；

故选：B．

【点评】本题考查的是不等式的性质，不等式的两边同时加上（或减去）同一个数或同一个代数式，不等号的方向不变；不等式的两边同时乘以（或除以）同一个正数，不等号的方向不变；不等式的两边同时乘以（或除以）同一个负数，不等号的方向改变．

5．【分析】根据整式的运算法则即可求出答案．

【解答】解：A、a^2 与 a^3 不是同类项，故 A 不符合题意．

B、原式 $=a^5$，故 B 不符合题意．

C、原式 $=8a^3$，故 C 不符合题意．

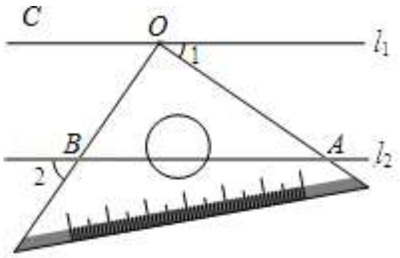
D、原式 $=a^6$，故 D 符合题意．

故选：D．

【点评】本题考查整式的运算，解题的关键是熟练运用整式的运算法则，本题属于基础题型．

6．【分析】利用平角的定义求出 $\angle COB$ 的度数，利用平行线的性质可得 $\angle 2=\angle COB$，结论可得．

【解答】解：如图，



$\because \angle 1=35^\circ$，$\angle AOB=90^\circ$，

$\therefore \angle COB=180^\circ-\angle 1-\angle AOB=55^\circ$．

$\because l_1//l_2$，

$\therefore \angle 2=\angle COB=55^\circ$．

故选：C．

【点评】本题主要考查了平行线的性质定理，平角和直角的定义．利用平角的定义求出 $\angle COB$ 的度数是解题的关键．

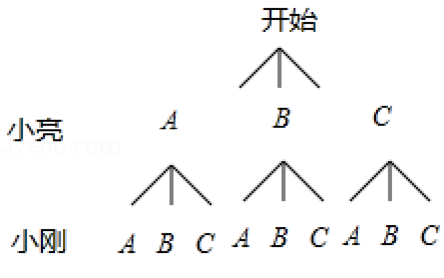
7．【分析】列出树状图，总共有 9 种可能出现的结果，小亮和小刚在同一个组的结果有 3 种，所以小亮和小刚恰好在同一个组的概率为 $\frac{1}{3}$．

【解答】解：如图，总共有 9 种可能出现的结果，每种结果出现的可能性相同，

其中，小亮和小刚在同一个组的结果有 3 种：(A,A)，(B,B)，(C,C)，

$\therefore$ 小亮和小刚恰好在同一个组的概率 $=\frac{3}{9}=\frac{1}{3}$．

故选：B．



【点评】本题考查了列表法与树状图法，作出表格或图形是解题的关键．

8．【分析】从图 1 中看日销售量，日销售量随上市时间的增大而增大；从图 2 中看单件销售利润，前 20 天单件销售利润在增大，到了第 20 天至第 30 天，单件销售利润达到最大．

【解答】解：A．从图 1 中可知，第 30 天日销售量为 60 件，日销售量最大，故该选项正确，不符合题意；

B．从图 2 中可知，单件产品的销售利润最大的是第 20 天至 30 天，单件销售利润为 30 元，故该选项正确，不符合

题意；

C．应该是第 30 天，因为第 30 天的单件销售利润最大，日销售量最大，故该选项错误，符合题意；

D．第 20 天至 30 天，单件销售利润都是 30 元，日销售量在增大，所以销售总利润逐日增多，故该选项正确，不符合题意.

故选：C．

【点评】本题考查了一次函数的图象，解题的关键是看懂这两幅图的自变量和因变量.

二、填空题（本题共 16 分，每小题 2 分）

9．【分析】根据二次根式的性质可求出 x 的取值范围.

【解答】解：若二次根式 $\sqrt{x+1}$ 在实数范围内有意义，则：$x+1\geqslant 0$，解得 $x\geqslant -1$．

故答案为：$x\geqslant -1$．

【点评】主要考查了二次根式的意义和性质：

概念：式子 $\sqrt{a}(a\geqslant 0)$ 叫二次根式；

性质：二次根式中的被开方数必须是非负数，否则二次根式无意义.

10．【分析】多边形的内角和可以表示成 $(n-2)\bullet 180°$，因为已知多边形的内角和为 $540°$，所以可列方程求解.

【解答】解：设所求多边形边数为 n，

则 $(n-2)\bullet 180°=540°$，

解得 $n=5$．

【点评】本题考查根据多边形的内角和计算公式求多边形的边数，解答时要会根据公式进行正确运算、变形和数据处理.

11．【分析】首先根据：$2^2=4$，$3^2=9$，可得：一个比 2 大且比 3 小的无理数的平方可以是 5，这个无理数可以是 $\sqrt{5}$，据此判断即可.

【解答】解：请写出一个比 2 大且比 3 小的无理数：$\sqrt{5}$．

故答案为：$\sqrt{5}$．

【点评】此题主要考查了实数大小比较的方法，要熟练掌握，解答此题的关键是可以先求出这个无理数的平方的大小.

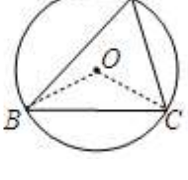
12．【分析】连接 OC 和 OB，根据同弧所对的圆周角是圆心角的一半可得 $\angle BOC=2\angle BAC=120°$，再根据圆心角求出弧长即可.

【解答】解：如右图，连接 OC 和 OB，

由圆周角定理得：$\angle BOC=2\angle BAC=120°$，

$\therefore$ 弧 BC 的长为：$\dfrac{120°}{360°}\times 2\pi\times 2=\dfrac{4}{3}\pi$，

故答案为：$\dfrac{4}{3}\pi$．



【点评】本题主要考查圆周角定理，弧长的计算等，熟练掌握这些知识点是解题的关键.

13.【分析】根据网格线分别计算出ΔABC和ΔDBC的面积，再比较大小即可.

【解答】解：设每个小网格边长为1，

则$S_{\Delta ABC}=\frac{1}{2}\times 3\times 2=3$，

$S_{\Delta DBC}=2\times 3-\frac{1}{2}\times 1\times 2-\frac{1}{2}\times 1\times 2-\frac{1}{2}\times 1\times 3=\frac{5}{2}$，

$\because 3>\frac{5}{2}$，

$\therefore S_{\Delta ABC}>S_{\Delta DBC}$，

故答案为：$>$.

【点评】本题主要考查三角形面积的知识，在矩形中减去三个直角三角形求ΔDBC的面积是解题的关键.

14.【分析】根据题意更新技术前每天生产x万件，现在每天生产$(30+x)$万件，再根据生产总量$\div$生产速度$=$生产时间列出方程即可.

【解答】解：设更新技术前每天生产x万件，则现在每天生产$(30+x)$万件，

$\because$现在生产500万件产品所需的时间与更新技术前生产400万件产品所需时间相同，

$\therefore \frac{500}{30+x}=\frac{400}{x}$，

故答案为：$\frac{500}{30+x}=\frac{400}{x}$.

【点评】本题主要考查了分式方程的应用，找出题中等量关系列出相应的方程是解题的关键.

15.【分析】根据函数解析式求出二次函数与x轴两个交点的坐标，根据坐标大于1且小于2确定m的取值范围即可.

【解答】解：令$y=x^2-(m+1)x=0$，

解得：$x=0$，$x'=m+1$，

$\therefore$抛物线与x轴的两个交点为$(0,0)$和$(m+1,0)$，

$\because$其中一个交点的横坐标大于1且小于2，

$\therefore 1<m+1<2$，

即$0<m<1$，

故答案为：$0<m<1$.

【点评】本题主要考查二次函数与x轴的坐标问题，熟练掌握抛物线与x轴的交点知识是解题的关键.

16.【分析】（1）10000人5人化验一次，可化验2000次，比一人一次的少很多次；

（2）根据题意可以知道有5人携带，最多次数的是这5人不在同一组，即第二轮有5组即25人要化验，即可求出结果.

【解答】解：（1）是，

$10000\div 5=2000$次<10000次，明显减少；

（2）$10000\times 0.05\%=5$人，

故有5人是携带者，

第一轮：$10000\div 5=2000$ 次，

至多化验次数，故而这 5 个人都在不同组，

这样次数最多，

$\therefore$ 第二轮有 5 个组需要化验，

$5\times 5=25$ 次，

$2000+25=2025$ 次，

故至多需要 2025 次化验.

【点评】本题考查统计与概率和不等式的应用，解本题的关键弄懂题意.

三、解答题（本题共 68 分，第 17－22 题，每小题 5 分，第 23－26 题，每小题 5 分，第 27－28 题，每小题 5 分）

17.【分析】根据算术平方根，负整数指数幂，零指数幂，特殊角的三角函数值计算即可.

【解答】解：原式 $=2\sqrt{2}+\dfrac{1}{\frac{1}{3}}-1-2\times\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

$=2\sqrt{2}+3-1-\sqrt{2}$

$=\sqrt{2}+2$.

【点评】本题考查了算术平方根，负整数指数幂，零指数幂，特殊角的三角函数值，考核学生的计算能力，解题时注意 $a^{-p}=\dfrac{1}{a^{p}}(a\neq 0)$.

18.【分析】分别求出各不等式的解集，再求出其公共解集即可.

【解答】解：$\begin{cases}2x+3\leqslant x+6① \\ \dfrac{2x+5}{3}>x-1②\end{cases}$，

由①得，$x\leqslant 3$，

由②得，$x<8$，

故不等式组的解集为：$x\leqslant 3$.

【点评】本题考查的是解一元一次不等式组，熟知“同大取大；同小取小；大小小大中间找；大大小小找不到”的原则是解答此题的关键.

19.【分析】由“SAS”可证 $\Delta ABC\cong\Delta ADE$，可得 $\angle C=\angle E$.

【解答】证明：$\because \angle BAE=\angle DAC$

$\therefore \angle BAE+\angle CAE=\angle DAC+\angle CAE$

$\therefore \angle CAB=\angle EAD$，且 $AB=AD$，$AC=AE$

$\therefore \Delta ABC\cong\Delta ADE(SAS)$

$\therefore \angle C=\angle E$

【点评】本题考查了全等三角形的判定和性质，证明 $\angle CAB=\angle EAD$ 是本题的关键.

20.【分析】原式括号中两项通分并利用同分母分式的减法法则计算，同时利用除法法则变形，约分得到最简结果，把 $x=2y$ 代入计算即可求出值.

【解答】解：原式 $=\dfrac{x-y}{xy}\bullet\dfrac{x^{2}y}{(x-y)^{2}}=\dfrac{x}{x-y}$，

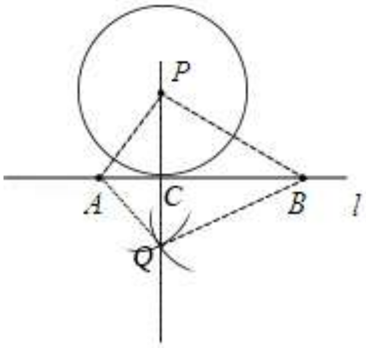
当 $x=2y$ 时，原式 $=\frac{2y}{2y-y}=2$.

【点评】此题考查了分式的化简求值，熟练掌握运算法则是解本题的关键.

21.【分析】(1) 见作图步骤;

(2) 利用圆的半径相等，线段垂直平分线的判定和性质.

【解答】解:(1) 根据题干作图步骤得:



(2) $AP=AQ$，

$BP=QB$，

$AB=AB$，

$\therefore \Delta APB\cong\Delta AQB(SAS)$，

则 $\angle PAB=\angle QAB$，

$\because AP=AQ$，

$\angle PAB=\angle QAB$，

$AC=AC$，

$\therefore \Delta APC\cong\Delta AQC$，

则 $PC=CQ$， $\angle APC=\angle ACQ=90^{\circ}$，

即 AB 是线段 PQ 的垂直平分线，

$\because PQ\perp l$， PC 是 $\odot P$ 半径，

$\therefore \odot P$ 与直线 l 相切（切线判定定理），

故答案为： AQ， QB，切线判定定理.

【点评】本题考查作图，线段的垂直平分线的性质，解本题的关键熟练掌握基本知识，属于中考常考题型.

22.【分析】(1) 先证明四边形 $ADCE$ 是平行四边形，再证明 $AD=DC$，即可求证是菱形.

(2) 连接 BE，过点 E 作 EF 垂直 BA，垂足为 F，根据已知求出 EF 的长度，利用勾股定理即可求 BE .

【解答】解:(1) 证明: $\because AE//BC$， $CE//AD$.

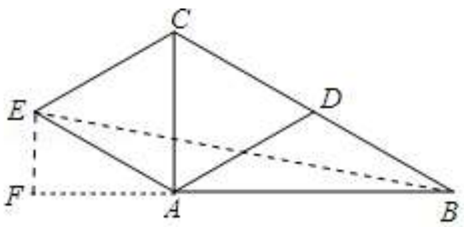
$\therefore$ 四边形 $ADCE$ 是平行四边形.

$\because \angle BAC=90^{\circ}$， AD 是斜边 BC 边上的中线.

$\therefore AD=CD$.

$\therefore$ 四边形 $ADCE$ 是菱形.

(2) 连接 BE，过点 E 作 EF 垂直 BA，垂足为 F，如图:



$\because \angle ABC=30^\circ$， $AC=2$．

$\therefore BC=4$， $AB=\sqrt{BC^2-AC^2}=2\sqrt{3}$．

$\because \angle BAC=90^\circ$， AD 是斜边 BC 边上的中线．

$\therefore AD=BD=CD$．

$\therefore \angle DAB=\angle DBA$．

$\because \angle ABC=30^\circ$．

$\therefore \angle CDA=60^\circ$．

$\therefore \Delta ADC$ 的等边三角形．

$\because AC=2$．

$\therefore AD=AE=2$

$\because$ 四边形 $ADCE$ 是菱形．

$\therefore \angle ECA=\angle CAD=60^\circ$．

$\therefore \angle EAF=30^\circ$．

$\therefore EF=\frac{1}{2}AE=1$．

$\therefore AF=\sqrt{AE^2-EF^2}=\sqrt{3}$．

$\therefore BF=3\sqrt{3}$．

$\therefore BE=\sqrt{EF^2+BF^2}=2\sqrt{7}$．

【点评】本题考查了菱形的判定和性质、等边三角形的判定和性质，直角三角形中线性质，勾股定理等，关键在于利用直角三角形斜边上的中线等于斜边的一半是解题的关键．属于拔高题．

23．【分析】（1）将 B 代入反比例函数中得 m 的值，把 A 代入 $y=-\frac{2}{x}$ 中得 n 的值；

（2）根据题意把图画出来，根据图象可以看出在 $0<a<2$ 时， MN 随 a 的增大而减小，当 $a=2$ 时， $MN=0$ ，此时 MN 最小，当 $a\geqslant 2$ 时， MN 随 a 的增大而增大，即可知 a 的取值范围．

【解答】解：（1）将 $B(2,-1)$ 代入 $y=\frac{m}{x}$，

得：$-1=\frac{m}{2}$，

解得 $m=-2$，

$\therefore$ 反比例函数为 $y=-\frac{2}{x}$，

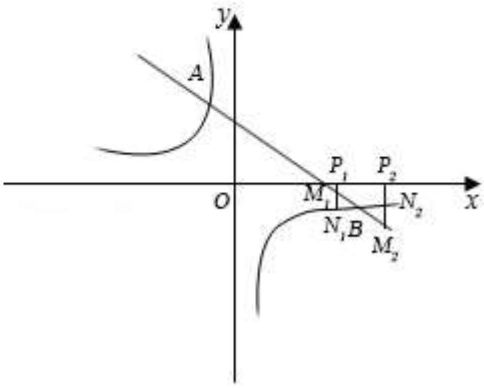
将 $A(-1,n)$ 代入 $y=-\frac{2}{x}$ 得：

$n=\dfrac{-2}{-1}=2$，

即 $A(-1,2)$，

$\therefore m=-2$， $n=2$；

（2）如图，



当 $0<a<2$ 时， MN 随 a 的增大而减小，

当 $a=2$ 时， $MN=0$ ，此时 MN 最小，

当 $a\geqslant 2$ 时， MN 随 a 的增大而增大，

$\therefore a\geqslant 2$，

即 a 的取值范围为 $a\geqslant 2$.

【点评】本题主要考查一次函数及反比例函数的知识，解本题关键熟练掌握一次函数的性质和反比例函数的性质.

24.【分析】(1）利用 PA 是切线， AB 是直径，可推导 $\angle PAC=\angle PCA$，再利用垂径定理，可得 $PA=PC$. 即可求证 $\angle PCA=\angle ABC$.

（2）先证明 OD 是 ΔABC 的中位线以及 $\angle APO=\angle DAO$. 根据 $BC=4$， $\tan\angle APO=\dfrac{1}{2}$，即可计算出 AD 、 OD 、 AO 的长度，利用 $\Delta PAO\backsim\Delta ADO$ 即可求出 PA .

【解答】解：(1）证明：$\because AB$ 是直径.

$\therefore \angle ACB=90^\circ$.

$\therefore \angle CAB+\angle ABC=90^\circ$.

$\because AP$ 是 $\odot O$ 的切线.

$\therefore \angle PAB=90^\circ$，即： $\angle PAC+\angle CAB=90^\circ$.

$\therefore \angle PAC=\angle ABC$.

$\because D$ 是 AC 中点.

$\therefore OD\perp AC$

$\therefore OP$ 是 AC 的垂直平分线.

$\therefore PA=PC$.

$\therefore \angle PAC=\angle PCA$.

$\therefore \angle PCA=\angle ABC$.

（2）$\because OD\perp AC$.

$\therefore \angle ADO=90^\circ$.

$\therefore \angle ADO = \angle ACB$.

$\therefore OD // BC$.

$\because D$ 是 AC 中点，O 是 AB 的中点.

$\therefore OD = \dfrac{1}{2}BC$.

$\because BC = 4$.

$\therefore OD = 2$.

根据（1）可证 $\angle APO = \angle DAO$.

$\because \tan\angle APO = \dfrac{1}{2}$.

$\therefore \tan\angle DAO = \dfrac{1}{2}$，即：$\dfrac{DO}{AD} = \dfrac{1}{2}$.

$\therefore AD = 4$.

$\therefore AO = \sqrt{AD^2 + DO^2} = 2\sqrt{5}$.

$\because \angle APO = \angle DAO$. $\angle PAO = \angle ADO$.

$\therefore \Delta PAO \backsim \Delta ADO$.

$\therefore \dfrac{PA}{AD} = \dfrac{AO}{DO}$，即：$\dfrac{PA}{4} = \dfrac{2\sqrt{5}}{2}$.

$\therefore PA = 4\sqrt{5}$.

【点评】本题考查了垂径定理，三角形相似判定和性质、切线的性质，中位线的判定和性质、平行线的判定和性质等知识，比较综合．关键在于利用垂径定理得到 OP 是 AC 的垂直平分线、利用等角的三角函数值相等求出 AD 的长度．属于中考常考题型．

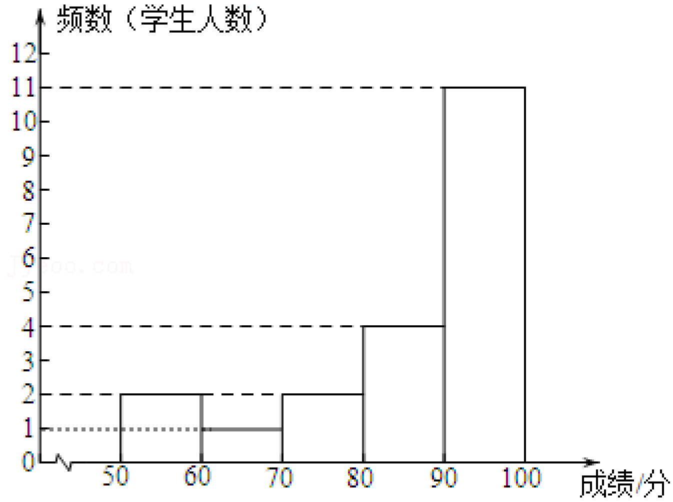
25．【分析】（1）从 a 中的表格可以看出 $60\leqslant x<70$ 的人数，中位数从小到大排序，第 10 个数和第 11 个数的平均数为中位数 m；

（2）抽取 20 人中 90 分及以上的概率，即为九年级 90 分及以上的概率，即可求值；

（3）①设八年级这 20 名学生成绩的平均数为 x，根据平均数的定义，得 x 的值；

②从方差和平均数上分析即可．

【解答】解：（1）补全频数分布直方图如上图所示：



m 为九年级抽取的 20 名学生成绩的中位数，将成绩从小到大排列：51，55，62，71，78，85，86，87，88，91，92，92，94，94，94，94，94，97，97，98，中间的两个数为 91，92，

故 m 为 $(91+92)\div 2=91.5$；

（2）$300\times\dfrac{11}{20}=165$，故此次知识竞赛中九年级成绩优秀的学生人数为 165 人；

（3）①设八年级这 20 名学生成绩的平均数为 x，

由题意可知：九年级抽取的 20 名学生成绩的平均数为：85，则这 20 名学生的总成绩为：$85\times 20=1700$，

则可知：$\dfrac{20x+1700}{40}=85.2$，

解得 $x=85.4$，

故八年级这 20 名学生成绩的平均数为 85.4；

②八年级成绩较；

理由如下：

从平均数上看，八年级平均数为$85.4>$九年级平均数为 85；

从方差上看，八年级成绩的方差较小，成绩相对稳定；

综上所述，八年级成绩较好．

【点评】本题考查频数分布直方图，平均数，中位数，解本题关键要掌握平均数定义，中位数定义等．

26．【分析】（1）根据对称轴公式得$-\dfrac{b}{2a}=1$，可得 b 的值；

（2）由（1）知 $b=-2a$，把顶点横坐标 $x=1$ 代入抛物线可得 $y=-5$，即顶点坐标为 $(1,-5)$；

（3）把顶点 $(0,-4)$ 代入抛物线解析式中得 $a-5=-4$，由（1）得 $b=-2a$，联立方程可得 a，b 的值，根据题意横坐标和纵坐标相等，即抛物线与 $y=x$ 联立可得 $x=4$ 或 $x=-1$，即 $n=4$，$m\leqslant n$ 可推出 $m\leqslant 1$．

【解答】解：（1）$\because -\dfrac{b}{2a}=1$，

$\therefore b=-2a$；

（2）由（1）得 $b=-2a$，

$\therefore$ 抛物线为 $y=ax^2-2ax+a-5$，

当 $x=1$ 时，$y=a-2a+a-5=-5$，

$\therefore$ 抛物线的顶点坐标为：$(1,-5)$；

（3）$\because$ 抛物线与 y 轴交点为 $A(0,-4)$，

联立方程得$\begin{cases}a-5=-4\\b=-2a\end{cases}$，

解得：$\begin{cases}a=1\\b=-2\end{cases}$，

$\therefore$ 抛物线为 $y=x^2-2x-4$，

$\because$ 当 $m\leqslant x\leqslant n$ 时，y 的取值范围是 $-5\leqslant y\leqslant n$，

由图象可知，-5 为抛物线最低点的纵坐标，

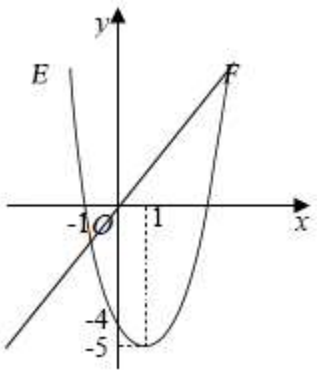
此时 $x=1$，

由 $\begin{cases} y=x^2-2x-4 \\ y=x \end{cases}$，

得 $x=4$， $x=-1$，

$\therefore n=4$ 或 $n=-1$（舍去）$(\because m\leqslant n)$，

$\therefore$ 当 $n=4$ 时， $m\leqslant n$， $-2\leqslant m\leqslant 1$．



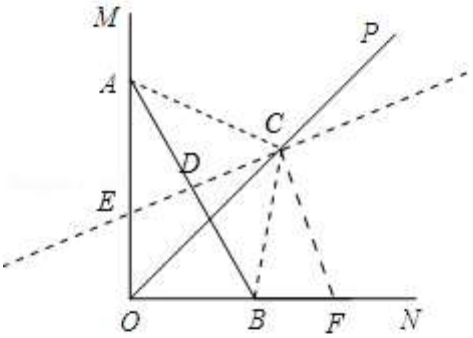
【点评】本题属于二次函数压轴题，综合性较强，解本题关键掌握二次函数的性质，会画二次函数图象，结合图象来分析．

27．【分析】(1）根据几何语言画出对应的几何图形；

（2）过点 C 作 CE 垂直平分 AB， $CF\perp OP$， 垂足分别为 D， C， 根据线段的垂直平分线的性质得到 $CA=CB$，根据角平分线的定义得到 $\angle AOC=\angle FOC$， 则可判断 $\Delta AOC\cong\Delta FOC$， 从而得到 $CB=CF$；

（3）证明 $\angle ACB=90^{\circ}$，结合（2）证明三角形 ABC 是等腰直角三角形，进而可得线段 CF 与 AB 之间的数量关系．

【解答】(1）解：如图即为补全的图形；



（2）证明：连接 CA，

$\because OP$ 是 $\angle MON$ 的平分线，

$\therefore \angle AOC=\angle FOC$，

在 ΔAOC 和 ΔFOC 中，

$\begin{cases} OA=OF \\ \angle AOC=\angle FOC \\ OC=OC \end{cases}$，

$\therefore \Delta AOC\cong\Delta FOC(SAS)$，

$\therefore CA=CF$，

$\because CD$ 是线段 AB 的垂直平分线，

$\therefore CA=CB$，

$\therefore CB=CF$；

（3）$AB=\sqrt{2}CF$，

证明：$\because \Delta AOC\cong \Delta FOC$，

$\therefore \angle CAO=\angle CFB$，

$\because CF=CB$，

$\therefore \angle CBF=\angle CFB$，

$\therefore \angle CAO=\angle CBF$，

$\because \angle CBF+\angle CBO=180^{\circ}$，

$\therefore \angle CAO+\angle CBO=180^{\circ}$，

$\therefore \angle AOB+\angle ACB=180^{\circ}$，

$\because \angle AOB=90^{\circ}$，

$\therefore \angle ACB=90^{\circ}$，

$\because CA=CB$，

$\therefore \Delta ABC$是等腰直角三角形，

$\therefore AB=\sqrt{2}CB$，

$\therefore AB=\sqrt{2}CF$．

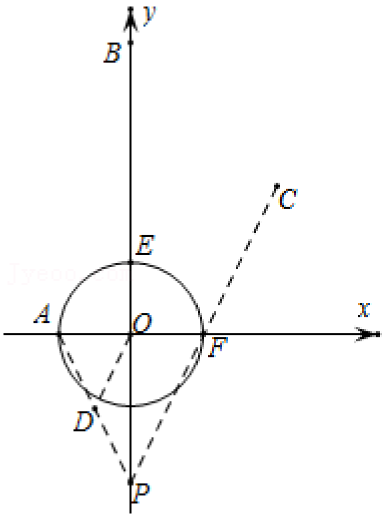
【点评】本题考查了作图，全等三角形的判定与性质，垂直平分线的性质，解决此类题目的关键是熟悉基本几何图形的性质，结合几何图形的基本性质把复杂作图拆解成基本作图，逐步操作．也考查了线段垂直平分线的性质．

28．【分析】（1）连接AP、BP、CP，分别取AP、BP、CP的中点为D、E、F，求出D、E、F的坐标和到圆心的距离，从而根据旋转点定义即可得到答案；

（2）设直线$y=x+b$上点M是P关于$\odot O$的旋转点，连接PM，作PM中点N，设$M(x,x+b)$，根据$ON=1$列方程，由在直线$y=x+b$上存在点P关于$\odot O$的旋转点，则方程有实数解，由△$\geqslant$0可得答案；

（3）当D运动到$(-1,0)$时，$x_{P'}$有最小值，连接PP'，作PP'中点H，设$P'(m,n)$，根据旋转点定义，$HD=1$可列方程，而关于n的方程$n^{2}-4n+m^{2}+4m+4=0$有实数解，即可得此时m的范围，当D运动到$(1,0)$时，$x_{P'}$有最大值，同理可得m范围，从而可得答案．

【解答】解：（1）连接AP、BP、CP，分别取AP、BP、CP的中点为D、E、F，如图：



$\because P(0,-2)$， $A(-1,0)$， $B(0,4)$， $C(2,2)$，

$\therefore D(-\frac{1}{2}$， $-1)$、$E(0,1)$、$F(1,0)$，

$\therefore OD=\frac{\sqrt{5}}{2}$， $OE=1$， $OF=1$，

$\therefore D$不在$\odot O$上，而E、F在$\odot O$上，

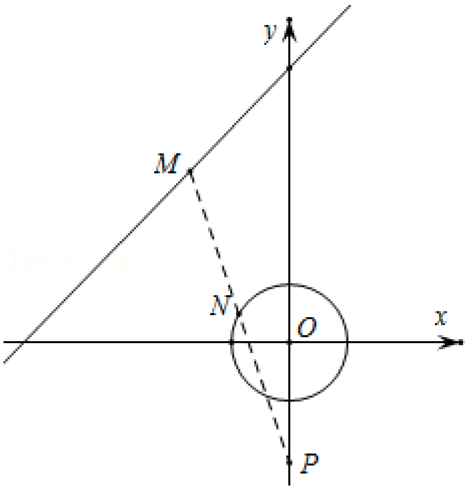
$\because D$、E、F分别是AP、BP、CP的中点，

$\therefore$点P绕点D旋转$180°$后得到点A，点P绕点E旋转$180°$后得到点B，点P绕点F旋转$180°$后得到点C，

根据旋转点的定义，P关于$\odot O$的旋转点为B、C；

故答案为：B、C．

（2）设直线$y=x+b$上点M是P关于$\odot O$的旋转点，连接PM，作PM中点N，如图：



设$M(x,x+b)$，则$N(\frac{x}{2}$， $\frac{x+b-2}{2})$，

根据旋转点定义，N在$\odot O$上，即$ON=1$，

$\therefore \sqrt{(\frac{x}{2})^2+(\frac{x+b-2}{2})^2}=1$，

$\therefore \frac{x^2}{4}+\frac{(x+b-2)^2}{4}=1$，方程变形为：$2x^2+2(b-2)x+b^2-4b=0$，

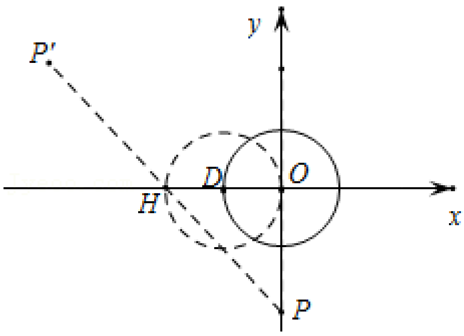
$\because$在直线$y=x+b$上存在点P关于$\odot O$的旋转点，

$\therefore 2x^2+2(b-2)x+b^2-4b=0$ 总有实数解，

$\therefore \triangle \geqslant 0$，即 $4(b-2)^2-8(b^2-4b)\geqslant 0$，

解得 $2-2\sqrt{2}\leqslant b\leqslant 2+2\sqrt{2}$；

（3）当 D 运动到 $(-1,0)$ 时，$x_{P'}$ 有最小值，连接 PP'，作 PP' 中点 H，如图：



设 $P'(m,n)$，则 $H(\dfrac{m}{2}，\dfrac{n-2}{2})$，

根据旋转点定义，$HD=1$，

$\therefore \sqrt{(\dfrac{m}{2}+1)^2+(\dfrac{n-2}{2})^2}=1$，

$\therefore \dfrac{m^2}{4}+m+1+\dfrac{n^2}{4}-n+1=1$，变形为 $n^2-4n+m^2+4m+4=0$，

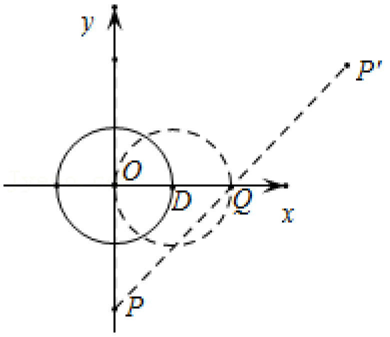
$\because P'$ 是 P 关于 $\odot D$ 的旋转点，

$\therefore$ 关于 n 的方程 $n^2-4n+m^2+4m+4=0$ 有实数解，

$\therefore \triangle \geqslant 0$，即 $(-4)^2-4(m^2+4m+4)\geqslant 0$，

解得 $-4\leqslant m\leqslant 0$，即 $-4\leqslant x_{P'}\leqslant 0$，

当 D 运动到 $(1,0)$ 时，$x_{P'}$ 有最大值，如图：



同理可得 $0\leqslant x_{P'}\leqslant 4$，

综上所述，点 P 关于 $\odot D$ 的旋转点为点 P'，则点 P' 的横坐标 $x_{P'}$ 的取值范围是 $-4\leqslant x_{P'}\leqslant 4$．

【点评】本题考查了圆与一次函数图象的知识，解题的关键是用判别式列不等式。