2020北京海淀实验中学初三（下）适应练习

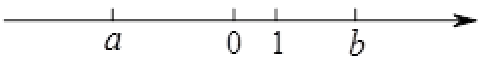
数　　学

一、选择题：本大题共8小题，每小题2，共16在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．

1.随着“一带一路”的建设推进，北京丰台口岸进口货值业务量加速增长，2016年北京丰台口岸进口货值飙升至189 000 000美元，比上一年翻了三倍，创下历史新高．将189 000 000用科学记数法表示应（　　）

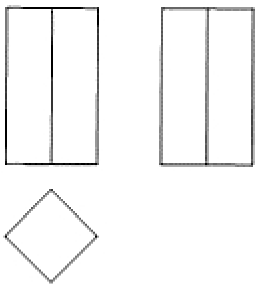
A. 189×10^{6}　　B. 1.89×10^{6}　　C. 18.9×10^{7}　　D. 1.89×10^{8}

2.在数轴上，实数 a，b 对应的点的位置如图所示，且这两个点到原点的距离相等，下列结论中，正确的是（　　）



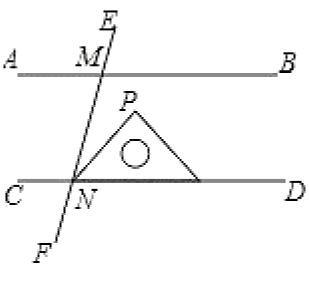
A. $a+b=0$　　B. $a-b=0$　　C. $|a|<|b|$　　D. $ab>0$

3.如图是某几何体的三视图，该几何体是（　　）



A. 三棱柱　　B. 长方体　　C. 圆锥　　D. 圆柱

4.如图，AB∥CD，直线EF分别交AB，CD于M，N两点，将一个含有45°角的直角三角尺按如图所示的方式摆放，若∠EMB＝75°，则∠PNM等于(　　)



A. 15°　　B. 25°　　C. 30°　　D. 45°

5.一个多边形的内角和是720°，这个多边形是（　　）

A. 五边形　　B. 六边形　　C. 七边形　　D. 八边形

6. 如果$x+y=4$，那么代数式$\frac{2x}{x^2-y^2}-\frac{2y}{x^2-y^2}$的值是（　　）

A. ﹣2　　B. 2　　C. $\frac{1}{2}$　　D. $-\frac{1}{2}$

7. 在“校园读书月”活动中，小华调查了班级里40名同学本学期购买课外书的花费情况，并将结果绘制成如图所示的统计图．下面有四个推断：

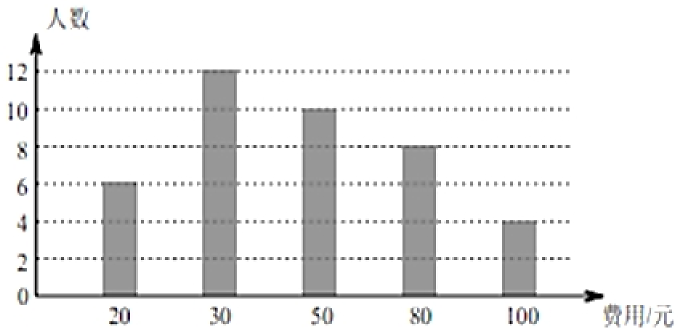
①这次调查获取的样本数据的众数是30元

②这次调查获取的样本数据的中位数是40元

③若该校共有学生1200人，根据样本数据，估计本学期计划购买课外书花费50元的学生有300人

④花费不超过50元的同学共有18人．

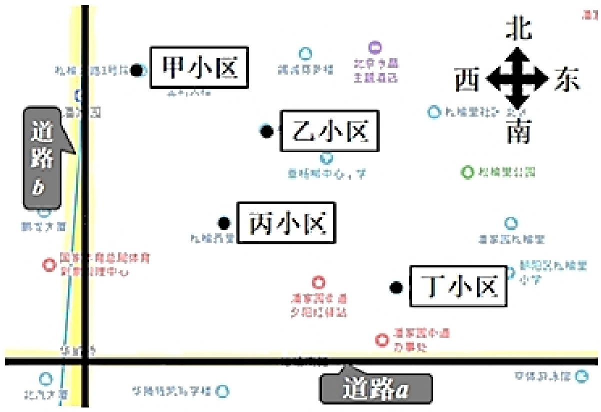
其中合理的是（　）



A. ①②　　B. ②④

C. ①③　　D. ①④

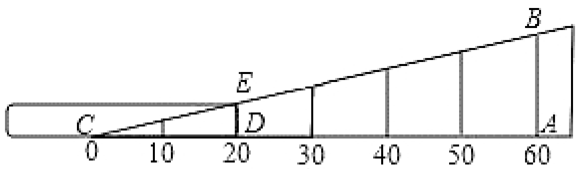
8. 如图，小宇计划在甲、乙、丙、丁四个小区中挑选一个小区租住，附近有东西向的交通主干道a和南北向的交通主干道b，若他希望租住的小区到主干道a和主干道b的直线距离之和最小，则图中符合他要求的小区是（　　）



A. 甲　　　　B. 乙　　　　C. 丙　　　　D. 丁

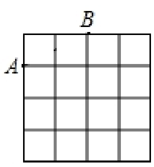
二、填空题（每题 2 分，满分 16 分，将答案填在答题纸上）

9. 如图，测量小玻璃管口径的量具 ABC 上，AB 的长为 10 毫米，AC 被分为 60 等份，如果小管口中 DE 正好对着量具上 20 份处（DE∥AB），那么小管口径 DE 的长是_____毫米.



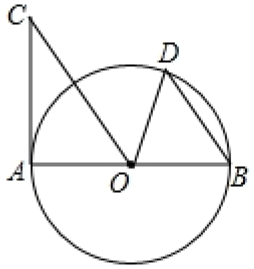
10. 已知，一次函数 y=kx+b（k≠0）的图象经过点（0，2），且 y 随 x 的增大而减小，请你写出一个符合上述条件的函数关系式：__.

11. 如图是 4×4 的正方形网格，每个小正方形的边长均为 1 且顶点称为格点，点 A,B 均在格点上. 在网格中建立平面直角坐标系，且 $A(-1,1)$， $B(1,2)$. 如果点 C 也在此 4×4 的正方形网格的格点上，且 ΔABC 是等腰三角形，那么当 ΔABC 的面积最大时，点 C 的坐标为___.



12. 用一组 a, b 的值说明命题“对于非零实数 a, b，若 $a<b$，则 $\frac{1}{a}>\frac{1}{b}$”是错误的，这组值可以是 $a=$______，$b=$_____.

13. 如图， AB 为⊙ O 的直径， AC 与⊙ O 相切于点 A，弦 $BD//OC$． 若 $\angle C=36^{\circ}$，则 $\angle DOC=$______°.



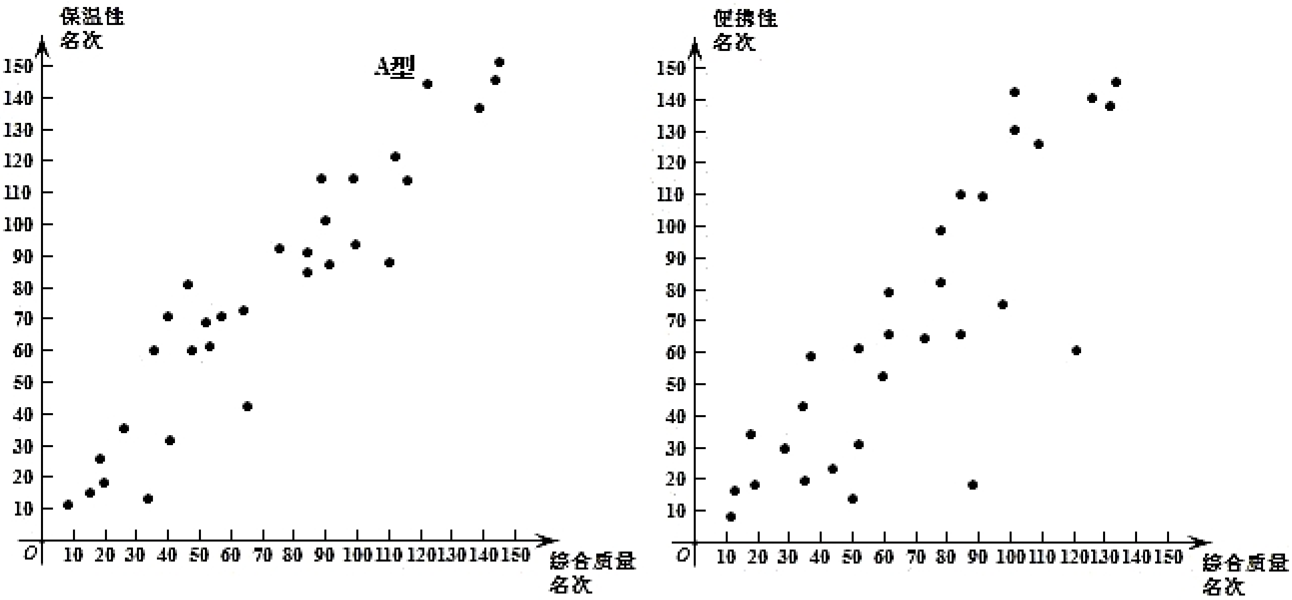
14. 京张高铁是2022年北京冬奥会的重要交通基础设施，考虑到不同路段的特殊情况，将根据不同的运行区间设置不同的时速．其中，北京北站到清河段全长11千米，分为地下清华园隧道和地上区间两部分，运行速度分别设计为80千米/小时和120千米/小时．按此运行速度，地下隧道运行时间比地上大约多2分钟（$\frac{1}{30}$小时），求清华园隧道全长为多少千米．设清华园隧道全长为x千米，依题意，可列方程为__________.

15. 某校初一年级68名师生参加社会实践活动，计划租车前往，租车收费标准如下：

车型	大巴车（最多可坐55人）	中巴车（最多可坐39人）	小巴车（最多可坐26人）
每车租金（元／天）	900	800	550

则租车一天的最低费用为____元.

16. 某实验室对150款不同型号的保温杯进行质量检测，其中一个品牌的30款保温杯的保温性、便携性与综合质量在此检测中的排名情况如图所示，可以看出其中A型保温杯的优势是_____.

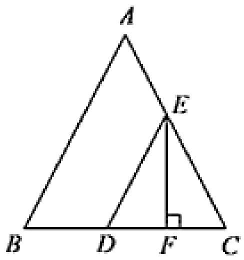


三、解答题（本题共68分，第17-22题，每小题5分；第23-26题，每小题6分；第27- 28题，每小题7分）解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程.

17. 计算：$4\sin60° +\left|-\sqrt{3}\right|-\sqrt{27}+(3-\pi)^{0}$.

18.解不等式组：$\begin{cases}3(x-1)<x+1\\ \dfrac{x-3}{2}\geq -4\end{cases}$

19.如图，在ΔABC中，$AB=AC$，点D是BC边上一点，EF垂直平分CD，交AC于点E，交BC于点F，连结DE，求证：$DE//AB$.

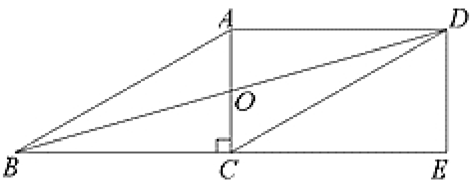


20.已知：关于x的一元二次方程$x^2-4x+2m=0$有两个不相等的实数根.

（1）求m的取值范围；

（2）如果m为非负整数，且该方程的根都是整数，求m的值.

21.如图，平行四边形ABCD中，对角线AC，BD交于点O，且AC⊥BC，点E是BC延长线上一点，$\frac{AD}{BE}=\frac{1}{2}$，连接DE.



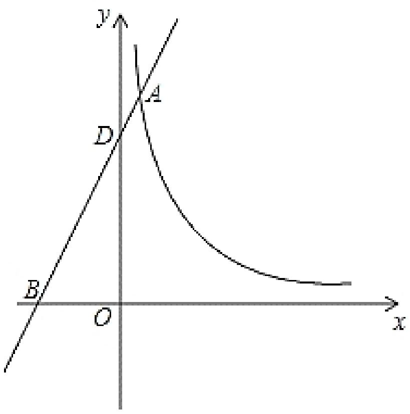
(1)求证：四边形ACED为矩形；

(2)连接OE，如果BD=10，求OE的长.

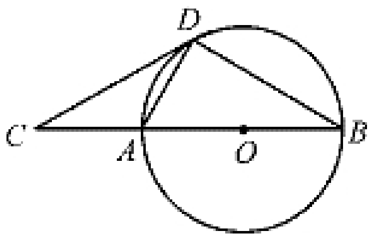
22. 如图，直线 $y=2x+6$ 与反比例函数 $y=\frac{k}{x}(x>0)$ 的图象交于点 $A(1,m)$，与 x 轴交于点 B，与y轴交于点 D.

（1）求 m 的值和反比例函数的表达式；

（2）在 y 轴上有一动点 P（0，n）$(0<n<6)$，过点 P 作平行于 x 轴的直线,交反比例函数的图象于点 M，交直线 AB 于点 N，连接 BM．若 $S_{\Delta BMN}=\frac{1}{2}S_{\Delta BOD}$，求 n 的值.



23. 如图，D 为 $\odot O$上一点，点 C 在直径 BA 的延长线上，$\angle CDA=\angle CBD$

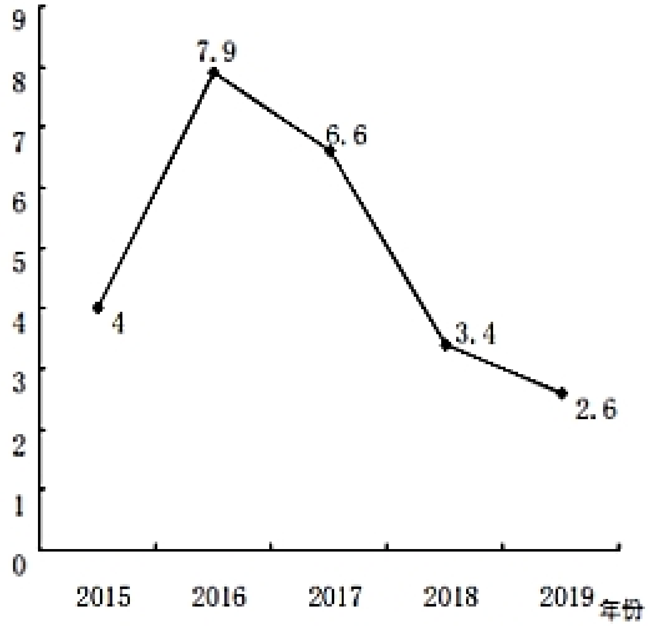


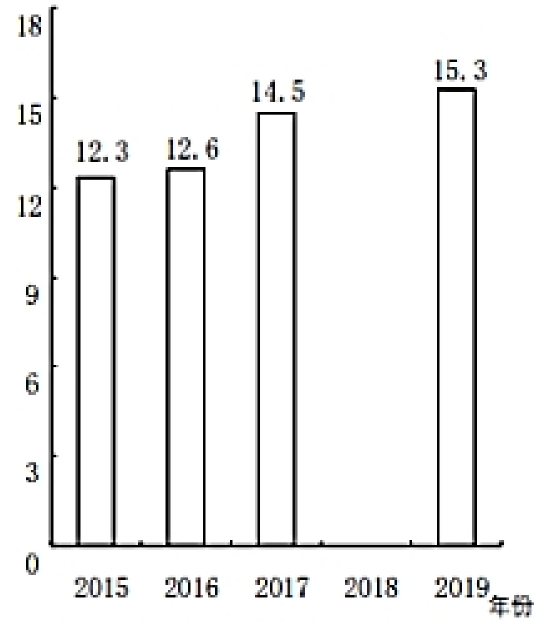
(1)求证：CD 是 $\odot O$的切线；

(2)过点 B 作 $\odot O$的切线交 CD 的延长线于点 E．若 $AB=6, tan\angle CDA=\frac{2}{3}$, 依题意补全图形并求 DE 的长

24. 为了了解某区的绿化进程，小明同学查询了园林绿化政务网，根据网站发布的近几年该城市城市绿化资源情况的相关数据，绘制了如下统计图（不完整）

某市 2015-2019 年人均公共绿地面积年增长率统计图　某市 2015-2019 年人均公共绿地面积统计图





(1)请根据以上信息解答下列问题：

① 求 2018 年该市人均公共绿地面积是多少平方米(精确到0.1)？

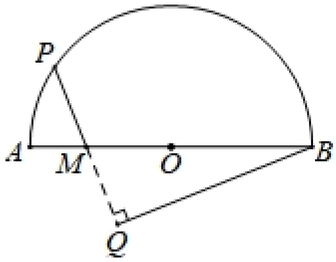
② 补全条形统计图；

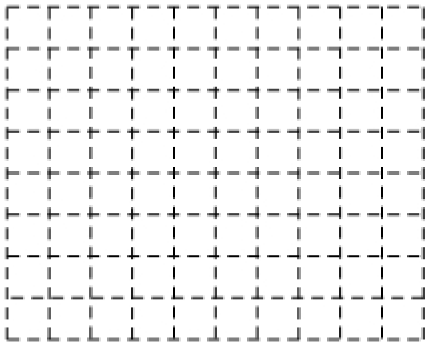
(2)小明同学还了解到自己身边的许多同学都树立起了绿色文明理念，从自身做起，多种树，为提高人均公共绿地面积做贡献，他对所在班级的多40名同学 2019 年参与植树的情况做了调查，并根据调查情况绘制出如下统计表：

种树棵数（棵）	0	1	2	3	4	5
人数	10	5	6	9	4	6

如果按照小明的统计数据，请你通过计算估计，他所在学校的300名同学在 2019 年共植树多少棵？

25. 如图，半圆 O 的直径 $AB=5cm$，点 M 在 AB 上且 $AM=1cm$，点 P 是半圆 O 上的动点，过点 B 作 $BQ\perp PM$ 交 PM（或 PM 的延长线）于点 Q. 设 $PM=xcm$，$BQ=ycm$. （当点 P 与点 A 或点 B 重合时，y 的值为 0）小石根据学习函数的经验，对函数 y 随自变量 x 的变化而变化的规律进行了探究．下面是小石的探究过程，请补充完整：





（1）通过取点、画图、测量，得到了 x 与 y 的几组值，如下表：

x/cm	1	1.5	2	2.5	3	3.5	4
y/cm	0	3.7	____	3.8	3.3	2.5	____

（2）建立平面直角坐标系，描出以补全后的表中各对对应值为坐标的点，画出该函数的图象；

（3）结合画出的函数图象，解决问题：当 BQ 与直径 AB 所夹的锐角为 60° 时，PM 的长度约为______cm.

26. 已知抛物线 $y=mx^2-4mx+3\left(m>0\right)$.

(1)求出抛物线的对称轴方程以及与 y 轴的交点坐标

(2)当 $m=2$ 时，求出抛物线与 x 轴的交点坐标

(3)已知 $A\left(1,0\right),B\left(4,0\right),C\left(3,3\right)$ 三点构成三角形 ABC，当抛物线与三角形 ABC 的三条边一共有 2 个交点时，直接写出 m 的取值范围.

27. 问题：如图 1，在 $Rt\triangle ABC$ 中，$\angle C=90^\circ,\angle ABC=30^\circ$，点 D 是射线 CB 上任意一点，$\triangle ADE$ 是等边三角形，且点 E 在 $\angle ACB$ 的内部，连接 BE．探究线段 BE 与 DE 之间的数量关系.

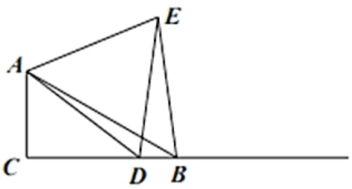


图1

请你完成下列探究过程：

先将图形特殊化，得出猜想，再对一般情况进行分析并加以证明.

(1)当点D与点C重合时(如图 2)，请你补全图形．由$\angle BAC$的度数为______________，点E落在______________，容易得出BE与DE之间的数量关系为______________

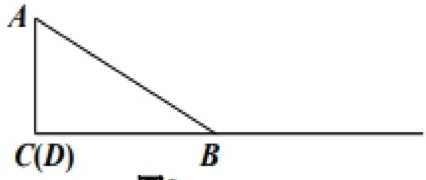


图2

(2)当AD是$\angle BAC$的平分线时，判断BE与DE之间的数量关系并证明

(3)当点D在如图 3 的位置时，请你画出图形，研究A,B,D三点是否在以E为圆心的同一个圆上，写出你的猜想并加以证明．

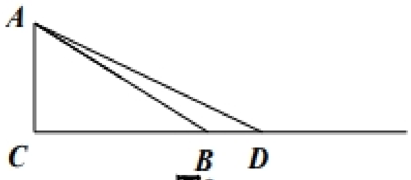
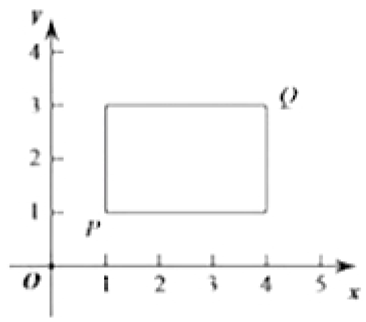


图3

28. 在平面直角坐标系xOy中，点P的坐标为$\left(x_1, y_1\right)$，点Q的坐标为$\left(x_2, y_2\right)$，且$x_1 \neq x_2$，$y_1 \neq y_2$，若P,Q为某个矩形的两个顶点，且该矩形的边均与某条坐标轴垂直．则称该矩形为点P,Q的相关矩形″．下图为点P,Q的“相关矩形”的示意图．



(1)已知点A的坐标为$\left(1,0\right)$．

① 若点B的坐标为$\left(2,5\right)$，求点A,B的“相关矩形”的周长；

② 点C在直线$x=3$上，若点A,C的“相关矩形”为正方形，已知抛物线$y=x^2+mx+n$经过点A和点C，求抛物线$y=x^2+mx+n$与y轴的交点D的坐标；

(2) ⊙O的半径为4，点E是直线$y=3$上的从左向右的一个动点．若在⊙O上存在一点F,使得点E,F的“相关矩形”为正方形，直接写出动点E的横坐标的取值范围．

2020北京海淀实验中学初三（下）适应练习数学

参考答案

一、选择题：本大题共8小题，每小题2，共16在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1.

【答案】D

【解析】

【分析】

用科学记数法表示较大的数时，一般形式为 $a\times10^{-n}$，其中 $1\leqslant|a|<10$，n为整数，据此判断即可.

【详解】∴189 000 000＝1.89×10^{8}.

【点睛】此题主要考查了用科学记数法表示较大的数，一般形式为 $a\times10^{-n}$，其中 $1\leqslant|a|<10$，确定a与n的值是解题的关键.

2.

【答案】A

【解析】

由题意可知 $a<0<1<b$，$a=-b$，

∴$a+b=0$，$a-b=2a<0$，$|a|=|b|$，$ab<0$，

∴选项A正确，选项B、C、D错误，

故选A.

3.

【答案】B

【解析】

试题解析：根据主视图和左视图都是宽度相等的长方形，可判断该几何体是柱体，再根据俯视图的形状，可判断柱体是长方体．故选B.

4.

【答案】C

【解析】

【分析】

根据平行线的性质得到$\angle DNM=\angle BME=75^{\circ}$，由等腰直角三角形的性质得到$\angle PND=45^{\circ}$，即可得到结论.

【详解】$\because AB//CD$，

$\therefore \angle DNM=\angle BME=75^{\circ}$，

$\because \angle PND=45^{\circ}$，

$\therefore \angle PNM=\angle DNM-\angle DNP=30^{\circ}$，

故选 C.

【点睛】考查了平行线的性质，等腰直角三角形的性质，熟练掌握平行线的性质是解题的关键.

5.

【答案】B

【解析】

利用 n 边形的内角和可以表示成（n－2）•180°，结合方程即可求出答案.

解：设这个多边形的边数为 n，由题意，得

（n－2）180°=720°，

解得：n=6，

故这个多边形是六边形.

故选 B.

6.

【答案】C

【解析】

【详解】解：原式=$\frac{2\left(x-y\right)}{x^{2}-y^{2}}=\frac{2}{x+y}$，$\because$x+y=4，$\therefore$原式=$\frac{1}{2}$

故选 C.

【点睛】本题考查的是分式的化简和代入求值.

7.

【答案】C

【解析】

【分析】

根据众数、中位数的定义及样本估计总体的思想解答可得.

【详解】解：由条形图知30出现次数最多，即众数为30，故①正确；

由于共有40个数据，则中位数为第20、21个数据的平均数，即中位数为$\frac{50+50}{2}$ =50，故②错误；

估计本学期计划购买课外书花费50元的学生有1200×$\frac{10}{40}$ =300（人），故③正确；

花费不超过50元的同学共有6+12+10=28人，故④错误；

故选：C.

【点睛】本题主要考查众数、中位数及样本估计总体，熟练掌握众数、中位数的定义及样本估计总体的思想是解题的关键.

8.

【答案】C

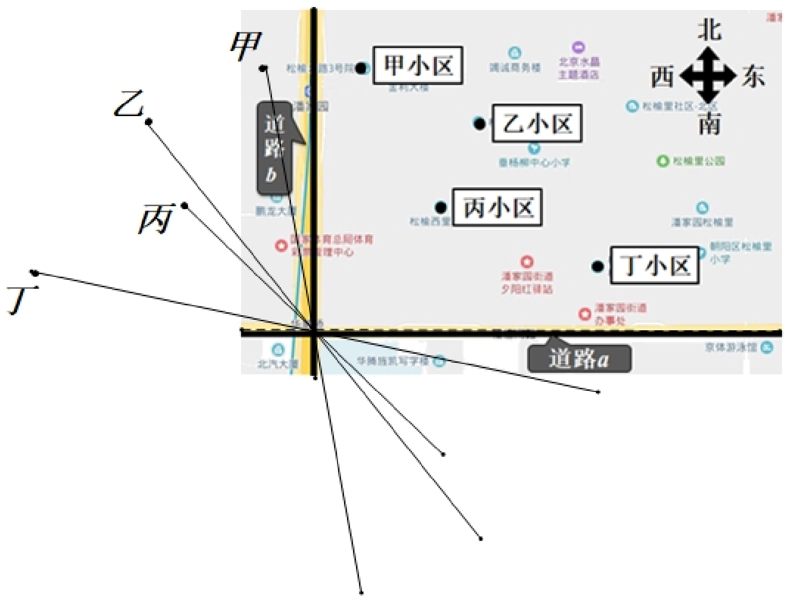
【解析】

【分析】

分别作甲、乙、丙、丁四个小区关于道路a和道路b的对称点，分别连接对称点，线段最短的即为所求

【详解】解：分别作甲、乙、丙、丁四个小区关于道路a和道路b的对称点，

分别连接对称点，线段最短的即为所求，如图：



从图中可知丙小区到两坐标轴的距离最短；

故选 C.

【点睛】本题考查轴对称求最短路径；通过两次作轴对称，将问题转化为对称点的连线最短是解题的关键.

二、填空题（每题 2 分，满分 16 分，将答案填在答题纸上）

9.

【答案】$\frac{10}{3}$

【解析】

分析：利用相似三角形性质：相似三角形的对应边的比相等，列出方程，通过解方程求出小管口径 DE 的长即可.

详解：∵ $DE // AB$,

∴ $\triangle CDE \backsim \triangle CAB$,

∴ CD：$CA=DE$：AB,

∴20：60=DE：10，

∴ $DE=\frac{10}{3}$（毫米），

∴小管口径 DE 的长是 $\frac{10}{3}$ 毫米.

点睛：本题考查了相似三角形的实际应用.借助相似三角形的性质，即相似三角形的对应边的比相等来建立方程是解题的关键.

10.

【答案】y= - x+2

【解析】

【分析】

根据题意可知 $k<0$，这时可任设一个满足条件的 k，则得到含 x、y、b 三个量的函数式，将（0，2）代入函数式，求得 b，那么符合条件的函数式也就求出.

【详解】∵ y 随 x 的增大而减小

∴ $k<0$

∴可选取 - 1，那么一次函数的解析式可表示为：$y=-x+b$

把点（0，2）代入得：$b=2$

∴要求的函数解析式为：$y=-x+2$.

故答案为 $y=-x+2$.

【点睛】本题考查了一次函数的图像与性质，对于一次函数 $y=kx+b$（k 为常数，$k\neq0$），当 $k>0$ 时，y 随 x 的增大而增大；当 $k<0$ 时，y 随 x 的增大而减小.本题需注意应先确定 x 的系数，然后把适合的点代入求得常数项.

11.

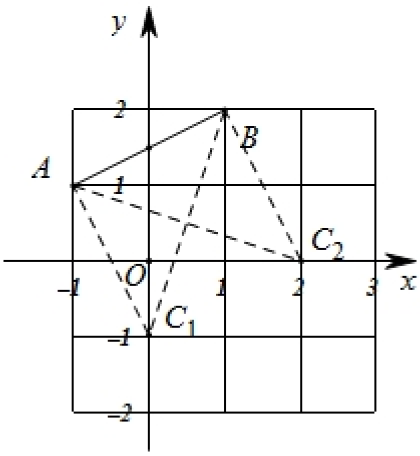
【答案】$(0,-1)$；$(2,0)$

【解析】

【分析】

以 $A\left(-1,1\right)$，$B\left(1,2\right)$ 为条件建立坐标系，然后结合网格结构可知，构成格点三角形只有以 AB 为腰的等腰三角形，其中等腰直角三角形时 ΔABC 的面积最大时点 C 的坐标

【详解】解：建立平面直角坐标系如图所示，故以 AB 为腰作等腰直角三角形面积最大，



∴当ΔABC的面积最大时，点C的坐标为$\left(0,-1\right)$；或$\left(2,0\right)$.

故填：$\left(0,-1\right)$；$\left(2,0\right)$

【点睛】本题考查了作图-应用与设计作图．根据网格的特点作出最大的等腰三角形是解题的关键所在．

12.

【答案】　(1)．$a=-1$　　(2)．$b=1$

【解析】

【分析】

通过 a 取-1，b 取 1 可说明命题“若 a＜b，则$\frac{1}{a}>\frac{1}{b}$”是错误的．

【详解】当 a=-1，b=1 时，满足 a＜b，但$\frac{1}{a}<\frac{1}{b}$．

故答案为-1，1．

【点睛】本题考查了命题与定理：命题的“真”“假”是就命题的内容而言．任何一个命题非真即假．要说明一个命题的正确性，一般需要推理、论证，而判断一个命题是假命题，只需举出一个反例即可．

13.

【答案】54

【解析】

【分析】

利用切线的性质得$\angle OAC=90°$，利用直角三角形两锐角互余可得$\angle AOC=54°$，再根据平行线的性质得到$\angle OBD=\angle AOC=54°$，$\angle D=\angle DOC$，然后根据等腰三角形的性质求出$\angle D$的度数即可．

【详解】∵ AC 与$\odot O$相切于点 A，

∴AC⊥AB，

∴ $\angle OAC = 90^\circ$，

∴ $\angle AOC = 90^\circ - \angle C = 90^\circ - 36^\circ = 54^\circ$，

∵ $BD//OC$，

∴ $\angle OBD = \angle AOC = 54^\circ$， $\angle D = \angle DOC$，

∵ $OB = OD$，

∴ $\angle D = \angle OBD = 54^\circ$，

∴ $\angle DOC = 54^\circ$.

故答案为 54.

【点睛】本题考查了切线的性质：圆的切线垂直于经过切点的半径．若出现圆的切线，必连过切点的半径，构造定理图，得出垂直关系．

14.

【答案】$\frac{x}{80} - \frac{11-x}{120} = \frac{1}{30}$

【解析】

【分析】

设清华园隧道全长为 x 千米，根据地下隧道运行时间比地上大约多 2 分钟，列出方程解答即可．

【详解】解：设清华园隧道全长为 x 千米，依题意，可列方程为 $\frac{x}{80} - \frac{11-x}{120} = \frac{1}{30}$，

故答案为 $\frac{x}{80} - \frac{11-x}{120} = \frac{1}{30}$

【点睛】本题考查了分式方程的应用，解答本题的关键是读懂题意，设出未知数，找出合适的等量关系，列方程．

15.

【答案】1450

【解析】

【分析】

根据题意，求出大巴车，中巴车，小巴车每个座位的费用，方案中最好有大巴车，写出方案再进行比较即可.

【详解】解：大巴车每个座位的费用为：$900\div55\approx16.4$（元），

中巴车每个座位的费用为：$800\div39\approx20.5$（元），

小巴车每个座位的费用为：$550\div26\approx21.2$（元），

方案 1：用大巴车，需要 2 辆，费用为：$900\times2=1800$ 元.

方案 2：用中巴车，需要 2 辆，费用为：$800\times2=1600$ 元.

方案 3：用小巴车，需要 3 辆，费用为：$550\times3=1650$ 元.

方案 4：用大巴车 1 辆和中巴车 1 辆，费用为：$900+800=1700$ 元.

方案 5：用大巴车 1 辆和小巴车 1 辆，费用为：$900+550=1450$ 元.

则租车一天的最低费用为 1450 元.

故答案为 1450.

【点睛】此题主要考查了方案的选择，解题的关键是读懂题意，找出几种方案进行比较.

16.

【答案】便携性

【解析】

【分析】

从点图的分布可以看到在便携性中，综合质量名次好于保温性；

【详解】解：从分布的情况可以看到便携性的综合名次好于保温性，

故答案为便携性；

【点睛】本题考查用样本估计总体；能够从图中综合对比出样本的优劣是解题的关键.

三、解答题（本题共 68 分，第 17-22 题，每小题 5 分；第 23-26 题，每小题 6 分；第 27- 28 题，每小题 7 分）解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程.

17.

【答案】1

【解析】

【分析】

根据特殊角的三角函数值、二次根式的性质、零次幂、绝对值的运算法则进行运算，即可得到答案.

【详解】原式＝$4\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}+\sqrt{3}-3\sqrt{3}+1$

=$2\sqrt{3}+\sqrt{3}-3\sqrt{3}+1$

=1.

【点睛】本题考查实数的运算，熟练掌握特殊的三角函数值，二次根式的化简，绝对值的运算是解题的关键.

18.

【答案】﹣5≤x<2.

【解析】

【分析】

分别求出各不等式的解集，再找到其公共解集即可.

【详解】解：$\begin{cases}3(x-1)<x+1① \\ \dfrac{x-3}{2}\ge -4②\end{cases}$

解不等式①，得　x<2，

解不等式②，得 x≥﹣5，

∴原不等式组的解集为﹣5≤x<2.

【点睛】此题主要考查一元一次不等式组的求解，解题的关键是熟知不等式的解法.

19.

【答案】见详解.

【解析】

【分析】

由等腰三角形的性质得出$\angle ABC=\angle ACB$，然后根据垂直平分线的性质和等腰三角形的性质得出$\angle EDC=\angle ACB$，通过等量代换得到$\angle ABC=\angle EDC$，最后利用同位角相等，两直线平行即可证明结论.

【详解】$\because AB=AC$，

$\therefore \angle ABC=\angle ACB$.

$\because EF$垂直平分CD，

$\therefore ED=EC$，

$\therefore \angle EDC=\angle ACB$，

$\therefore \angle ABC=\angle EDC$，

$\therefore DE//AB$.

【点睛】本题主要考查等腰三角形的性质，垂直平分线的性质和平行线的判定，掌握等腰三角形的性质，垂直平分线的性质和平行线的判定是解题的关键.

20.

【答案】（1）m＜2；（2）m=0.

【解析】

【分析】

根据根的判别式直接确定m的范围，通过第一问中确定的m的范围，结合m为非负整数，直接代入进去m存在的两个值来验证方程的根是否都是整数来确定m值.

【详解】(1)∵方程有两个不相等的实数根，

∴△＞0.

∴△=16-8m＞0.

∴m＜2

(2)∵m＜2，且m为非负整数，

∴m=0或1

当m=0时，方程为$x^2-4x=0$，解得$x_1=0$，$x_2=4$，符合题意；

当m=1时，方程为$x^2-4x+2=0$，根不是整数，不符合题意，舍去.

综上m=0

【点睛】本题考查了学生通过根的判别式来确定一元二次方程中待定系数范围，掌握代入法解题是解决此题的关键.

21.

【答案】(1)证明见解析；(2)OE=5.

【解析】

【分析】

（1）由题干可知四边形 ABCD 是平行四边形，且 $\frac{AD}{BE}=\frac{1}{2}$ ，可证明四边形 ACED 是平行四边形，又 AC⊥BC，可证明四边形 ACED 是矩形；

（2）由（1）可得∠E=90°，在 Rt△ADE 中根据定理可得，OE=$\frac{1}{2}$BD，根据 BD 的长度可计算出 OE 的长度.

【详解】(1)证明：∵四边形 ABCD 是平行四边形，∴AD=BC，$AD//BC$，又∵$\frac{AD}{BE}=\frac{1}{2}$ ，∴AD=CE∴四边形 ABCD 是平行四边形，又∵$AC\perp BC$，∴∠ACE=90°，∴四边形 ACED 是矩形.

(2)∵对角线 AC，BD 交于点 O，∴点 O 是 BD 的中点，∵四边形 ACED 是矩形，∴∠E=90°，在 Rt△ADE 中根据定理可得 OE=$\frac{1}{2}$BD，又∵BD=10，∴ OE=5，故答案为 5.

【点睛】此题考查了矩形的判定与性质．熟练运用矩形和直角三角形的定理是解题的关键.

22.

【答案】（1）$y=\frac{8}{x}$；（2）$n_1=3+\sqrt{7},n_2=3-\sqrt{7}$

【解析】

【详解】试题分析：将 $A(1,m)$ 代入直线 $y=2x+6$ 中，即可求得 m 的值，得到 $A(1,8)$，将 $A(1,8)$ 代入 $y=\frac{k}{x}$ 中，即可求出反比例函数的解析式.

(2) 由 $y=2x+6$ 得，$B(-3,0)$、$D(0,6)$，$S_{\triangle BOD}=9$，$S_{\triangle BMN}=\frac{1}{2}S_{\triangle BOD}=\frac{9}{2}$，

$P(0,n)$，$MN//x$ 轴, 表示出 $M\left(\frac{8}{n},n\right)$，$N\left(\frac{n-6}{2},n\right)$，列出方程，求出 n 的值即可.

试题解析：（1）将 $A(1,m)$ 代入直线 $y=2x+6$ 中，

得，$m=2+6=8$ ，

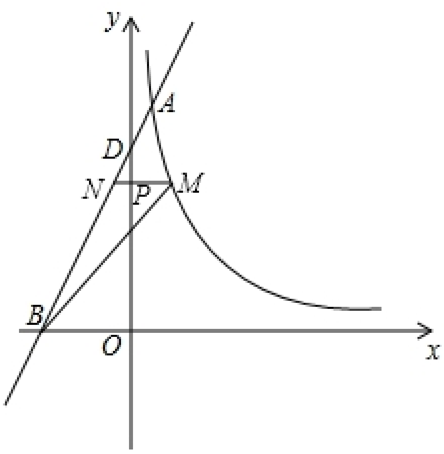
$\therefore A(1,8)$，

将$A(1,8)$代入$y=\dfrac{k}{x}$中，

得，$k=1\times 8=8$，

$\therefore y=\dfrac{8}{x}$.

（2）如图



由$y=2x+6$得，$B(-3,0)$、$D(0,6)$，

$\therefore S_{\triangle BOD}=9$,

$\therefore S_{\triangle BMN}=\frac{1}{2}S_{\triangle BOD}=\frac{9}{2}$,

$\because P(0,n)$，$MN/\!/x$轴,

$\therefore M\left(\dfrac{8}{n},n\right)$， $N\left(\dfrac{n-6}{2},n\right)$，

$\therefore MN=\dfrac{8}{n}-\dfrac{n-6}{2}$，

$\therefore \dfrac{1}{2}\cdot\left(\dfrac{8}{n}-\dfrac{n-6}{2}\right)\cdot n=\dfrac{9}{2}$，

解得，$n_1=3+\sqrt{7},n_2=3-\sqrt{7}$.

23.

【答案】（1）见解析；（2）补全图形见解析，DE=$\frac{9}{2}$

【解析】

【分析】

（1）连结 OD，根据圆周角定理得到∠ADO+∠ODB=90°，而∠CDA=∠CBD，∠CBD=∠ODB，于是∠CDA+∠ADO=90°；

（2）根据切线的性质得到 ED=EB，OE⊥BD，推出 AD∥OE，∠OEB=∠ADC，即可解决问题；

【详解】解：（1）证明：如图，连接 OD，

∵AB 为直径，

∴∠ADB=90°，即∠ADO+∠ODB=90°，

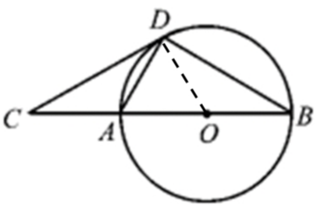
又∵∠CDA=∠CBD，

而∠CBD=∠ODB，

∴∠ODB =∠CDA，

∴∠CDA+∠ADO=90°，即∠CDO=90°，

∴CD 是⊙O 的切线；



（2）如图所示，连接 EO.

∵EB 为⊙O的切线，ED 为切线，

∴∠OED=∠OEB，BE=DE,

∵AD⊥BD，OE⊥BD，

∴AD∥OE，

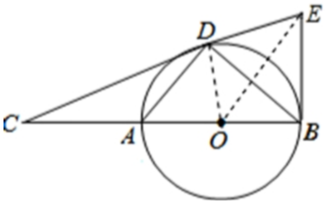
∴∠CDA=∠OED=∠OEB，

∴tan∠OEB=$\frac{OB}{EB}=\frac{2}{3}$,

∵AB=6，

∴OB=3，

∴BE=DE=$\dfrac{9}{2}$.



【点睛】本题考查了切线的判定与性质、圆周角定理的推论、三角形相似的判定与性质、勾股定理；熟练掌握切线的判定与性质，由三角函数和证明三角形相似是解决问题（2）的关键.

24.

【答案】（1）①15.0 平方米；②见解析；（2）675 棵

【解析】

【分析】

（1）①根据条形图可得 2017 年该市人均公共绿地面积是 14.5，根据折线图可得出 2018 年该城市人均公共绿地面积在 2017 年的基础上增长 3.4%，进而求出即可；

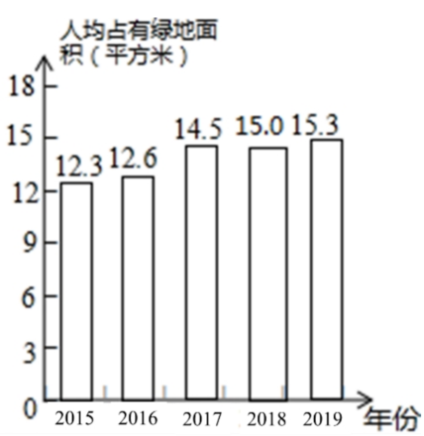
②利用①中所求，画出条形图即可；

（2）根据 40 名同学 2019 年参与植树的情况，求出平均值，即可估计 300 名同学在 2019 年共植树棵数，

【详解】解：（1）①14.5×（1+3.4%）≈15.0，

答：2018 年该市人均公共绿地面积是 15.0 平方米；

②补全条形统计图如下：



（2）每人平均植树$\dfrac{0\times10+1\times5+2\times6+3\times9+4\times4+5\times6}{40}$=2.25（课），

则估计他所在学校的300名同学在2015年共植树300×2.25=675棵.

【点睛】本题需利用条形统计图与折线统计图综合应用以及利用样本估计总体，根据图形获取正确信息是解题关键.

25.

【答案】（1）4，0；（2）见解析；（3）1.1或3.7

【解析】

【分析】

（1）当x=2时，PM⊥AB，此时Q与M重合，BQ=BM=4，当x=4时，点P与B重合，此时BQ=0.

（2）利用描点法画出函数图象即可；

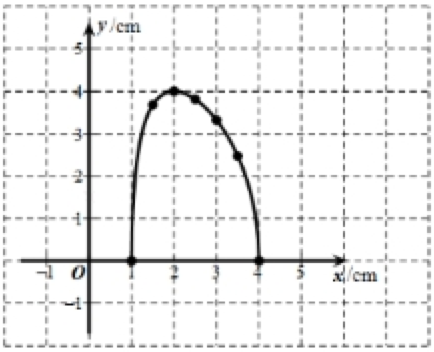
（3）根据直角三角形30度角的性质，求出y=2，观察图象写出对应的x的值即可；

【详解】（1）当$x=2$时，$PM\perp AB$，此时Q与M重合，$BQ=BM=4$，

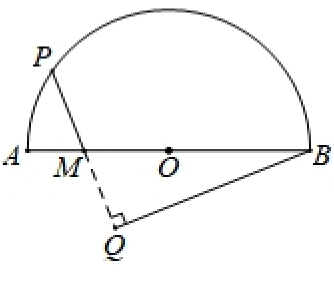
当$x=4$时，点P与B重合，此时$BQ=0$.

故答案为4，0.

（2）函数图象如图所示：



（3）如图，



在Rt△BQM中，∵$\angle Q=90°$，$\angle MBQ=60°$，

∴$\angle BMQ=30°$，

∴$BQ=\frac{1}{2}BM=2$，

观察图象可知 $y=2$ 时，对应的 x 的值为 1.1 或 3.7.

故答案为 1.1 或 3.7.

【点睛】本题考查圆的综合题，垂径定理，直角三角形的性质，解题的关键是灵活运用所解题的关键是理解题意，学会用测量法、图象法解决实际问题.

26.

【答案】（1）x=2，（0，3）；（2）（$2+\frac{\sqrt{10}}{2}$，0），（$2-\frac{\sqrt{10}}{2}$，0）；（3）：0<m<$\frac{3}{4}$或 m>1

【解析】

【分析】

（1）根据抛物线对称轴为 $x=-\frac{b}{2a}$ 求得对称轴方程，令 x=0，可得与 y 轴的交点坐标；

（2）令 m=2，y=0，解方程即可得出与 x 轴的交点坐标；

（3）分别将抛物线经过点 A、与 x 轴只有一个交点时的图像画出，结合图像讨论 m 的取值范围.

【详解】解：（1）∵ $y=mx^2-4mx+3\left(m>0\right)$，

∴对称轴的方程为 $x=-\frac{b}{2a}=-\frac{-4m}{2m}=2$，

令 x=0，y=3，

∴与 y 轴交点坐标为（0，3）；

（2）∵m=2，令 y=0，

则 $2x^2-8x+3=0$，

解得 $x_1=2+\frac{\sqrt{10}}{2}$，$x_2=2-\frac{\sqrt{10}}{2}$，

∴抛物线与 x 轴交点坐标为（$2+\frac{\sqrt{10}}{2}$，0），（$2-\frac{\sqrt{10}}{2}$，0）；

（3）由题意可得：$y=mx^2-4mx+3=m\left(x^2-4x\right)+3$，

可得抛物线经过点（0，3），（4，3），不经过点 B，

抛物线对称轴为直线 x=2，A（1，0），B（4，0），

如图 1，当抛物线开口无限小时，即 m 无限大，抛物线与△ABC 有两个交点；

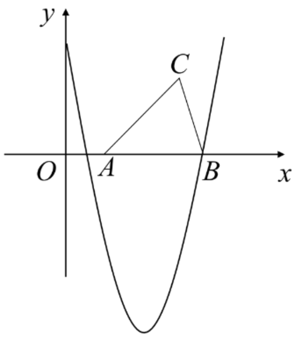


图1

如图 2，当抛物线经过点 A 时，抛物线与△ABC 恰好有 3 个交点，

此时，将点 A（1，0）代入，

解得：m=1；

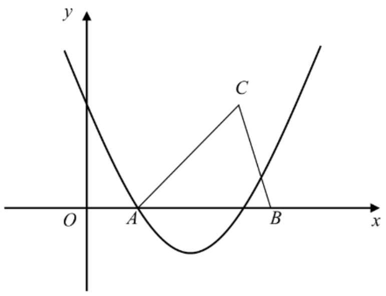


图2

如图 3，当抛物线与 x 轴只有 1 个交点时，抛物线与△ABC 恰好有 3 个交点，

此时，$\left(-4m\right)^2-4m\times3=16m^2-12m=0$，

解得：m=$\frac{3}{4}$或 0（舍）；

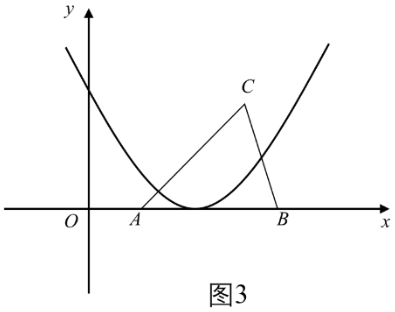


图3

综上：若抛物线与△ABC 的三条边一共有 2 个交点时，

m 的取值范围是：$0<m<\frac{3}{4}$ 或 $m>1$.

【点睛】本题是二次函数综合题，考查了二次函数的图像和性质，图像与系数的关系，解题的关键是结合图像讨论抛物线与三角形有不同交点数时候的情况.

27.

【答案】（1）60°；AB 的中点处；BE=DE；（2）BE=DE，理由见解析；（3）A、B、D 在以 E 为圆心的同一个圆上，画图和理由见解析

【解析】

【分析】

（1）根据题意画出图形，由直角三角形及等边三角形的性质即可得出结论；

（2）画出图形，根据题意证明 AD=BD，再由△ADE 是等边三角形，得出∠BDE=60°，即△BDE 为等边三角形，可得结论；

（3）根据题意画出图形，猜想：BE=DE，取 AB 的中点 F，连接 EF，由∠ACB=90°，∠ABC=30°，可知∠1=60°，$CF=AF=\frac{1}{2}AB$，故△ACF 是等边三角形，再由△ADE 是等边三角形可得出∠CAD=∠FAE，由全等三角形的判定定理可知△ACD≌△AFE，故∠ACD=∠AFE=90°．由 F 是 AB 的中点，可知 EF 是 AB 的垂直平分线，进而可得出△ADE 是等边三角形，故 DE=AE，BE=DE，可得点 E 在 BD 的垂直平分线上，即可证明.

【详解】解：（1）如图，

∵∠C=90°，∠ABC=30°，

∴∠BAC=60°，

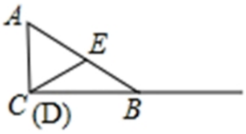
∵△ADE 是等边三角形，

∴AE=CE，

∴点 E 落在 AB 的中点处；

∴AE=CE=BE=DE，

故答案为：60°；AB 的中点处；BE=DE；



（2）BE=DE，

∵AD 平分∠BAC，∠BAC=60°，

∴∠BAD=30°=∠ABC=∠CAD，

∴AD=BD，

∵△ADE 是等边三角形，

∴DE=AD，

∴DE=DB，

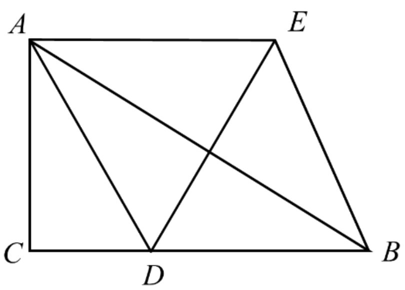
∵∠C=90°，

∴∠ADC=∠ADE=60°，

∴∠BDE=60°，

∴△BDE 为等边三角形，

∴BE=DE；



（3）如图为所画图形，

猜想：A、B、D 在以 E 为圆心的同一个圆上，

理由是：设 AB 中点为 F，连接 CF，EF，

∵∠ACB=90°，∠ABC=30°，

∴∠1=60°，CF=AF=$\frac{1}{2}$AB，

∴△ACF 是等边三角形.

∴AC=AF，

∵△ADE 是等边三角形，

∴∠2=60°，AD=AE，

∴∠1=∠2，

∴∠1+∠BAD=∠2+∠BAD，

即∠CAD=∠FAE，

在△ACD 和△AFE 中，

$$\begin{cases} AC = AF \\ \angle CAD = \angle FAE \\ AD = AE \end{cases},$$

∴△ACD≌△AFE（SAS），

∴∠ACD=∠AFE=90°，

∵F 是 AB 的中点，

∴EF 是 AB 的垂直平分线，

∴BE=AE，

∵△ADE 是等边三角形，

∴DE=AE，

∴BE=DE，

∴点 E 在 BD 的垂直平分线上，

∴A、B、D 在以点 E 为圆心的同一个圆上.

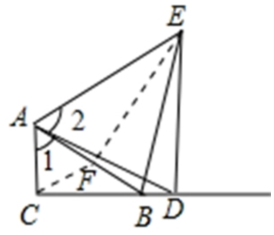


图3

【点睛】本题考查的是等边三角形的性质及直角三角形的性质、全等三角形的判定与性质，根据题意画出图形，利用数形结合求解是解答此题的关键.

28.

【答案】（1）①12；②（0，2）或（0，4）；（2）$4\sqrt{2}$-3≤m≤$4\sqrt{2}$+3 或-$4\sqrt{2}$-3≤m≤$4\sqrt{2}$-3.

【解析】

【分析】

（1）①由相关矩形的定义可知：要求 A 与 B 的相关矩形周长，则 AB 必为对角线，利用 A、B 两点的坐标即可求出该矩形的长与宽，进而可求出该矩形的周长；

②由定义可知，AC 必为正方形的对角线，所以 AC 与 x 轴的夹角必为 45，设直线 AC 的解析式为；y=kx+b，由此可知 k=±1，再将 A（1，0）代入 y=kx+b，即可求出 b 的值，从而可得点 C 的坐标，求出抛物线的表达式即可得到点 D 的坐标；

（2）由定义可知，EF 必为相关矩形的对角线，若该相关矩形的为正方形，即直线 EF 与 x 轴的夹角为 45°，由因为点 F 在圆 O 上，所以该直线 EF 与圆 O 一定要有交点，由此可以求出点 E 的横坐标的范围.

【详解】解：（1）①∵A（1，0），B（2，5）

由定义可知：点 A，B 的“相关矩形”的长与宽分别为 5 和 1，

∴点 A，B 的“相关矩形”的周长为 2×（5+1）=12；

②由定义可知：AC 是点 A，C 的“相关矩形”的对角线，

又∵点 A，C 的“相关矩形”为正方形

∴直线 AC 与 x 轴的夹角为 45°，

设直线 AC 的解析为：y=x+m 或 y=-x+n

把（1，0）代入 y=x+m，

∴m=-1，

∴直线 AC 的解析为：y=x-1，

把（1，0）代入 y=-x+n，

∴n=1，

∴y=-x+1，

∴直线 AC 的表达式为 y=x-1 或 y=-x+1，

∵点 C 在直线 x=3 上，代入，

∴点 C 的坐标为（3，2）或（3，-2），

当点 C 坐标为（3，2）时，A（1，0），代入 $y=x^2+mx+n$ 中，

$\begin{cases}2=9+3m+n\\0=1+m+n\end{cases}$，

解得 $\begin{cases}m=-3\\n=2\end{cases}$，

∴抛物线表达式为：$y=x^2-3x+2$，

与 y 轴交点为（0，2）；

当点 C 坐标为（3，-2）时，A（1，0），代入 $y=x^2+mx+n$ 中，

$\begin{cases}-2=9+3m+n\\0=1+m+n\end{cases}$，

解得 $\begin{cases}m=-5\\n=4\end{cases}$，

∴抛物线表达式为：$y=x^2-5x+4$，

与 y 轴交点为（0，4）；

∴抛物线与 y 轴的交点 D 的坐标为（0，2）或（0，4）；

（2）设直线 EF 的解析式为 y=kx+b，

∵点 E，F 的“相关矩形”为正方形，

∴由定义可知：直线 EF 与 x 轴的夹角为 45°，

∴k=±1，

∵点 F 在⊙O 上，

∴当直线 EF 与⊙O 有交点时，点 E，F 的“相关矩形”为正方形，

当 k=1 时，

作⊙O 的切线 AD 和 BC，且与直线 EF 平行，

其中 A、C 为⊙O 的切点，直线 AD 与 y 轴交于点 D，直线 BC 与 y 轴交于点 B，

连接 OA，OC，

设点 E（m，3），把 E 代入 y=x+b，

∴b=3-m，

∴直线 EF 的解析式为：y=x+3-m，

∵∠ADO=45°，∠OAD=90°，OA=4，

∴OD=$4\sqrt{2}$，

∴D（0，$4\sqrt{2}$），

同理可得：B（0，$-4\sqrt{2}$），

∴令 x=0 代入 y=x+3-m，

∴y=3-m，

∴$-4\sqrt{2}\leqslant 3-m\leqslant 4\sqrt{2}$，

∴$4\sqrt{2}-3\leqslant m\leqslant 4\sqrt{2}+3$，

当 k=-1 时，把 E（m，3）代入 y=-x+b，

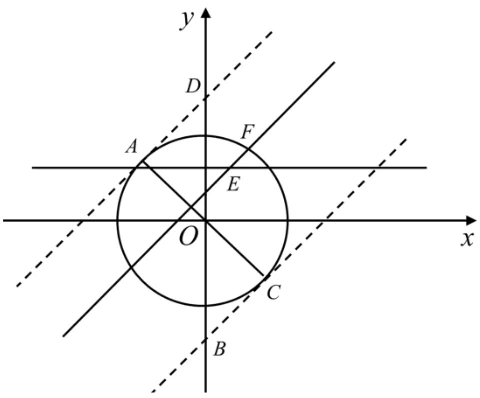
∴b=3+m，

∴直线 MN 的解析式为：y=-x+3+m，

同理可得：$-4\sqrt{2}\leqslant 3+m\leqslant 4\sqrt{2}$，

∴$-4\sqrt{2}-3\leqslant m\leqslant 4\sqrt{2}-3$；

综上所述，当点 E，F 的“相关矩形”为正方形时，点 E 横坐标取值范围是：$4\sqrt{2}-3\leqslant m\leqslant 4\sqrt{2}+3$ 或 $-4\sqrt{2}-3\leqslant m\leqslant 4\sqrt{2}-3$.



【点睛】本题考查新定义问题，涉及圆的切线性质，矩形的性质，正方形的性质，解答本题需要我们理解相关矩形的定义，对学生的综合能力要求较高，一定要注意将新旧知识贯穿起来.