

# 2020 北京顺义初三二模

## 数 学

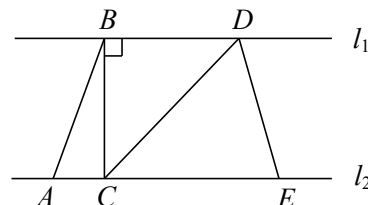
考 生 须 知	<p>1. 本试卷共 8 页，共三道大题，28 道小题，满分 100 分．考试时间 120 分钟．</p> <p>2. 在试卷和答题卡上准确填写学校名称、班级、姓名和准考证号．</p> <p>3. 试题答案一律填涂或书写在答题卡上，在试卷上作答无效．</p> <p>4. 在答题卡上，选择题、作图题用 2B 铅笔作答，其他试题用黑色字迹签字笔作答．</p> <p>5. 考试结束，将本试卷和答题卡一并交回．</p>
------------------	---

### 一、选择题（本题共 16 分，每小题 2 分）

第 1-8 题均有四个选项，符合题意的选项只有一个．

1. 如图所示， $l_1 \parallel l_2$ ，则平行线  $l_1$  与  $l_2$  间的距离是

- (A) 线段  $AB$  的长度      (B) 线段  $BC$  的长度  
(C) 线段  $CD$  的长度      (D) 线段  $DE$  的长度

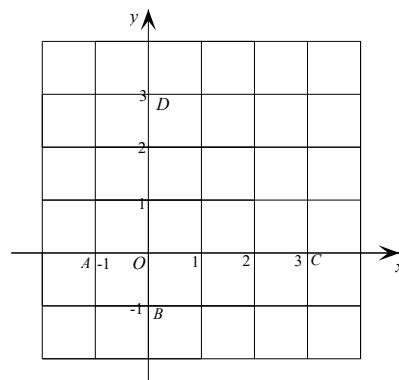


2.  $-5$  的倒数是

- (A)  $-5$       (B)  $5$       (C)  $-\frac{1}{5}$       (D)  $\frac{1}{5}$

3. 如图，平面直角坐标系  $xOy$  中，有  $A$ 、 $B$ 、 $C$ 、 $D$  四点．若有一直线  $l$  经过点  $(-1,3)$  且与  $y$  轴垂直，则  $l$  也会经过的点是

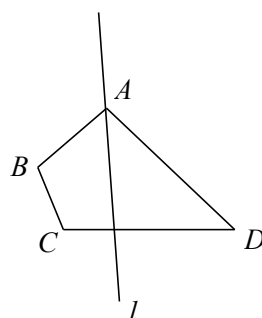
- (A) 点  $A$       (B) 点  $B$   
(C) 点  $C$       (D) 点  $D$



4. 如果  $a^2+4a-4=0$ ，那么代数式  $(a-2)^2+4(2a-3)+1$  的值为

- (A)  $13$       (B)  $-11$       (C)  $3$       (D)  $-3$

5. 如图，四边形  $ABCD$  中，过点  $A$  的直线  $l$  将该四边形分割成两个多边形，若这两个



多边形的内角和分别为  $\alpha$  和  $\beta$ ，则  $\alpha + \beta$  的度数是

- (A)  $360^\circ$  (B)  $540^\circ$  (C)  $720^\circ$  (D)  $900^\circ$

6. 《九章算术》是中国古代重要的数学著作，其中“盈不足术”记载：今有共买鸡，人出九，盈十一；人出六，不足十六．问人数、鸡价各几何？译文：今有若干人合伙买鸡，每人出 9 钱，会多出 11 钱；每人出 6 钱，又差 16 钱．问人数、买鸡的钱数各是多少？设人数为  $x$ ，买鸡的钱数为  $y$ ，可列方程组为

- (A) 
$$\begin{cases} 9x+11=y \\ 6x+16=y \end{cases}$$

(B) 
$$\begin{cases} 9x-11=y \\ 6x-16=y \end{cases}$$
- (C) 
$$\begin{cases} 9x+11=y \\ 6x-16=y \end{cases}$$

(D) 
$$\begin{cases} 9x-11=y \\ 6x+16=y \end{cases}$$

7. 去年某果园随机从甲、乙、丙、丁四个品种的葡萄树中各采摘了 10 棵，每个品种的 10 棵产量的平均数  $\bar{x}$ （单位：千克）及方差  $S^2$ （单位：千克<sup>2</sup>）如下表所示：

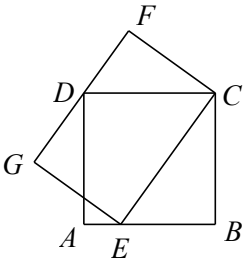
	甲	乙	丙	丁
$\bar{x}$	24	24	23	20
$S^2$	1.9	2.1	2	1.9

今年准备从四个品种中选出一一种产量既高又稳定的葡萄树进行种植，应选的品种是

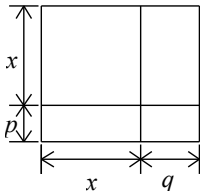
- (A) 甲 (B) 乙 (C) 丙 (D) 丁

8. 正方形  $ABCD$  的边  $AB$  上有一动点  $E$ ，以  $EC$  为边作矩形  $ECFG$ ，且边  $FG$  过点  $D$ ．设  $AE=x$ ，矩形  $ECFG$  的面积为  $y$ ，则  $y$  与  $x$  之间的关系描述正确的是

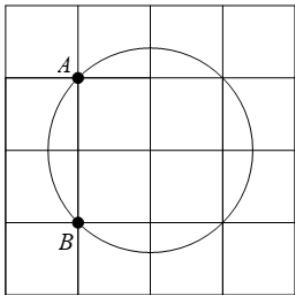
- A.  $y$  与  $x$  之间是函数关系，且当  $x$  增大时， $y$  先增大再减小
- B.  $y$  与  $x$  之间是函数关系，且当  $x$  增大时， $y$  先减小再增大
- C.  $y$  与  $x$  之间是函数关系，且当  $x$  增大时， $y$  一直保持不变
- D.  $y$  与  $x$  之间不是函数关系



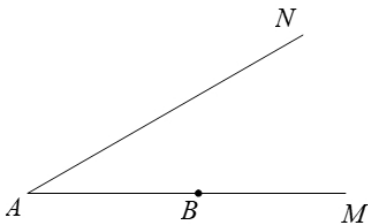
二、填空题（本题共 16 分，每小题 2 分）



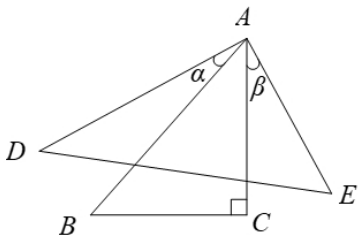
9. 分解因式： $2mn^2 - 2m =$ \_\_\_\_\_.
10. 右图中的四边形均为矩形，根据图形，写出一个正确的等式：\_\_\_\_\_.
11. 比较大小： $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$  \_\_\_\_\_ 0.5（填“>”或“<”）.
12. 如图，在每个小正方形的边长为 1cm 的网格中，画出了一个过格点  $A, B$  的圆，通过测量、计算，求得该圆的周长是 \_\_\_\_\_ cm.（结果保留一位小数）
13. 如图， $\angle MAN = 30^\circ$ ，点  $B$  在射线  $AM$  上，且  $AB = 2$ ，则点  $B$  到射线  $AN$  的距离是\_\_\_\_\_.



12 题图



13 题图



14 题图

14. 如图， $\text{Rt}\triangle ABC$  中， $\angle C = 90^\circ$ ，在  $\triangle ABC$  外取点  $D, E$ ，使  $AD = AB$ ， $AE = AC$ ，且  $\alpha + \beta = \angle B$ ，连结  $DE$ 。若  $AB = 4$ ， $AC = 3$ ，则  $DE =$ \_\_\_\_\_.
15. 数学活动课上，老师拿来一个不透明的袋子，告诉学生里面装有 4 个除颜色外均相同的小球，并且球的颜色为红色和白色，让学生通过多次有放回的摸球，统计摸出红球和白球的次数，由此估计袋中红球和白球的个数。下面是全班分成的三个小组各摸球 20 次的结果，请你估计袋中有\_\_\_\_\_个红球.

	摸到红球的次数	摸到白球的次数
一组	13	7
二组	14	6
三组	15	5

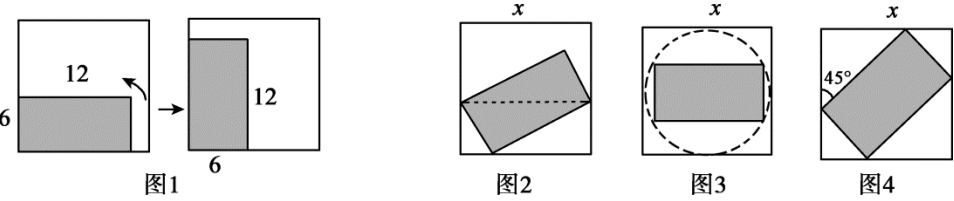
16. 对于题目：“如图 1，平面上，正方形内有一长为 12、宽为 6 的矩形，它可以在正方形的内部及边界通过移转（即平移或旋转）的方式，自由地从横放移转到竖放，求正方形边长的最小整数  $n$ 。”甲、乙、丙作了自认为边长最小的正方形，先求出该边长  $x$ ，再取最小整数  $n$ .

甲：如图 2，思路是当  $x$  为矩形对角线长时就可移转过去；结果取  $n=14$ 。

乙：如图 3，思路是当  $x$  为矩形外接圆直径长时就可移转过去；结果取  $n=14$ 。

丙：如图 4，思路是当  $x$  为矩形的长与宽之和的  $\frac{\sqrt{2}}{2}$  倍时就可移转过去；结果取  $n=13$ 。

甲、乙、丙的思路和结果均正确的是\_\_\_\_\_。



三、解答题（本题共 68 分，第 17-21 题，每小题 5 分，第 22-23 题，每小题 6 分，第 24 题 5 分，第 25-26 题，每小题 6 分，第 27-28 题，每小题 7 分）

解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程。

17. 计算： $(-2)^0 + \sqrt{\frac{1}{2}} - \cos 45^\circ - 3^{-2}$ 。

18. 解不等式： $\frac{x-1}{3} \geq \frac{x-2}{2} + 1$ ，并把解集在数轴上表示出来。

19. 已知：关于  $x$  的方程  $mx^2 - 4x + 1 = 0 (m \neq 0)$  有实数根。

- (1) 求  $m$  的取值范围；
- (2) 若方程的根为有理数，求正整数  $m$  的值。

20. 下面是小东设计的“以线段  $AB$  为一条对角线作一个菱形”的尺规作图过程.

已知：线段  $AB$ .

求作：菱形  $ACBD$ .

作法：如图，

①以点  $A$  为圆心，以  $AB$  长为半径作  $\odot A$ ；

②以点  $B$  为圆心，以  $AB$  长为半径作  $\odot B$ ，

交  $\odot A$  于  $C, D$  两点；

③连接  $AC, BC, BD, AD$ .

所以四边形  $ACBD$  就是所求作的菱形.

根据小东设计的尺规作图过程，

(1) 使用直尺和圆规，补全图形（保留作图痕迹）；

(2) 完成下面的证明.



证明： $\because$  点  $B, C, D$  在  $\odot A$  上，

$\therefore AB=AC=AD$  ( ) (填推理的依据).

同理  $\because$  点  $A, C, D$  在  $\odot B$  上，

$\therefore AB=BC=BD$ .

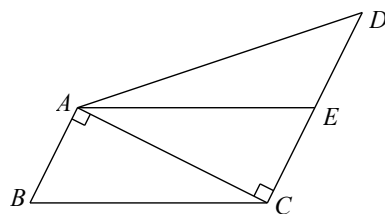
$\therefore$  \_\_\_\_\_ = \_\_\_\_\_ = \_\_\_\_\_ = \_\_\_\_\_.

$\therefore$  四边形  $ACBD$  是菱形. ( ) (填推理的依据).

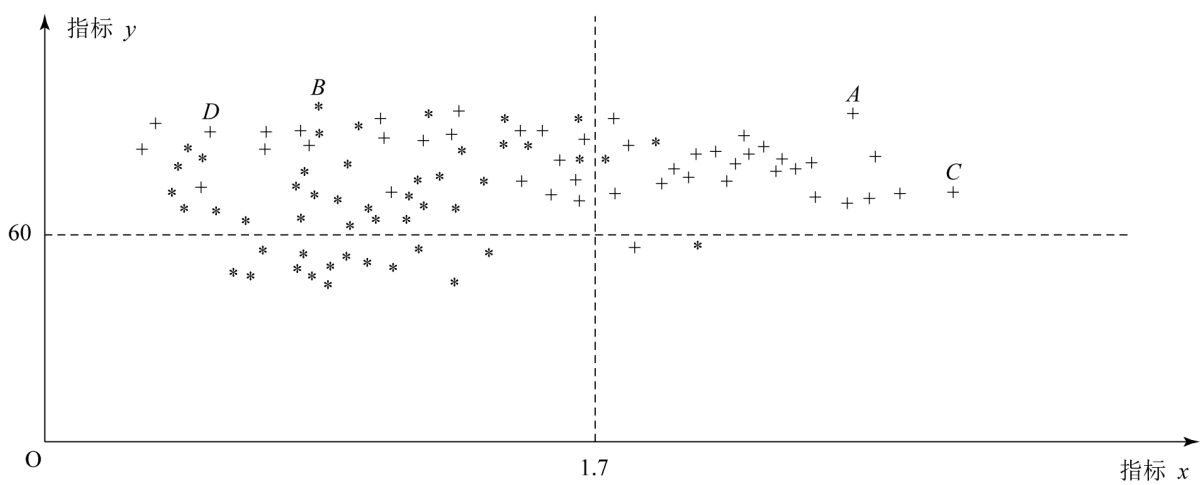
21. 已知：如图，在四边形  $ABCD$  中， $\angle BAC = \angle ACD = 90^\circ$ ， $AB = \frac{1}{2}CD$ ，点  $E$  是  $CD$  的中点.

(1) 求证：四边形  $ABCE$  是平行四边形；

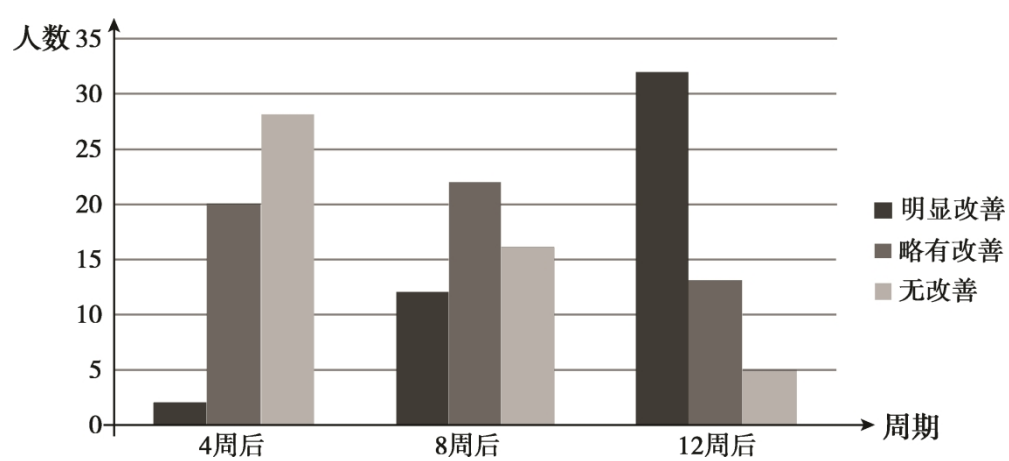
(2) 若  $AC = 4$ ， $AD = 4\sqrt{2}$ ，求四边形  $ABCE$  的面积.



22. 为了研究一种新药的疗效，选 100 名患者随机分成两组，每组各 50 名，一组服药，另一组不服药，12 周后，记录了 100 名患者的生理指标  $x$  和  $y$  的数据，并制成下图，其中 “\*” 表示服药者，“+” 表示未服药者；



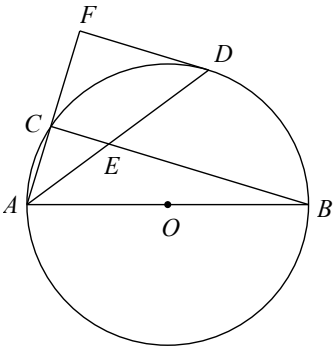
同时记录了服药患者在 4 周、8 周、12 周后的指标  $z$  的改善情况，并绘制成条形统计图.



根据以上信息，回答下列问题：

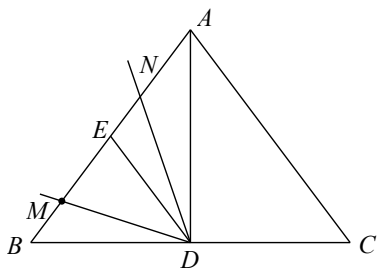
- (1) 从服药的 50 名患者中随机选出一人，求此人指标  $x$  的值大于 1.7 的概率；
- (2) 设这 100 名患者中服药者指标  $y$  数据的方差为  $S_1^2$ ，未服药者指标  $y$  数据的方差为  $S_2^2$ ，则  $S_1^2$  \_\_\_\_\_  $S_2^2$ ；（填 “>”、“=” 或 “<” ）
- (3) 对于指标  $z$  的改善情况，下列推断合理的是\_\_\_\_\_.
- ①服药 4 周后，超过一半的患者指标  $z$  没有改善，说明此药对指标  $z$  没有太大作用；
- ②在服药的 12 周内，随着服药时间的增长，对指标  $z$  的改善效果越来越明显.

23. 已知：如图， $AB$  是  $\odot O$  的直径， $\triangle ABC$  内接于  $\odot O$ . 点  $D$  在  $\odot O$  上， $AD$  平分  $\angle CAB$  交  $BC$  于点  $E$ ， $DF$  是  $\odot O$  的切线，交  $AC$  的延长线于点  $F$ .



- (1) 求证：  $DF \perp AF$ ;
- (2) 若  $\odot O$  的半径是 5，  $AD=8$ ，求  $DF$  的长.

24. 如图，在  $\triangle ABC$  中， $AB=AC=5\text{ cm}$ ， $BC=6\text{ cm}$ ，点  $D$  为  $BC$  的中点，点  $E$  为  $AB$  的中点. 点  $M$  为  $AB$  边上一动点，从点  $B$  出发，运动到点  $A$  停止，将射线  $DM$  绕点  $D$  顺时针旋转  $\alpha$  度（其中  $\alpha = \angle BDE$ ），得到射线  $DN$ ， $DN$  与边  $AB$  或  $AC$  交于点  $N$ . 设  $B$ 、 $M$  两点间的距离为  $x\text{ cm}$ ， $M$ ， $N$  两点间的距离为  $y\text{ cm}$ .



小涛根据学习函数的经验，对函数  $y$  随自变量  $x$  的变化而变化的规律进行了探究.

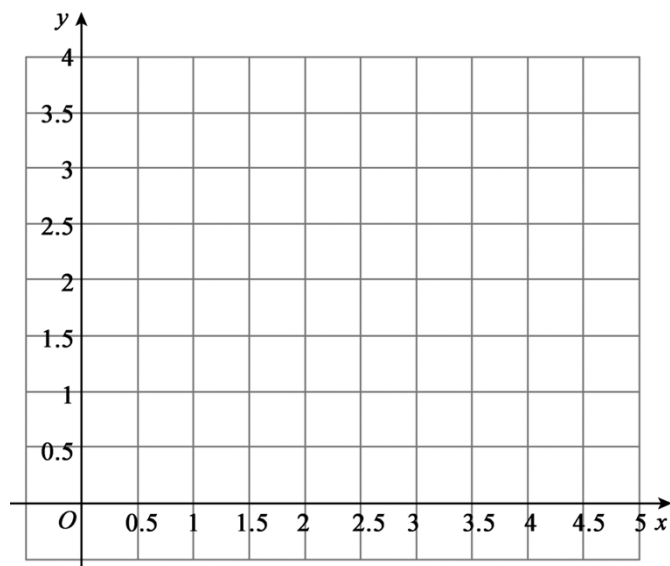
下面是小涛的探究过程，请补充完整.

- (1) 列表：按照下表中自变量  $x$  的值进行取点、画图、测量，分别得到了  $y$  与  $x$  的几组对应值：

$x/\text{cm}$	0	0.3	0.5	1.0	1.5	1.8	2.0	2.5	3.0	3.5	4.0	4.5	4.8	5.0
$y/\text{cm}$	2.5	2.44	2.42	2.47	2.79		2.94	2.52	2.41	2.48	2.66	2.9	3.08	3.2

请你通过测量或计算，补全表格；

- (2) 描点、连线：在平面直角坐标系  $xOy$  中，描出补全后的表格中各组数值所对应的点  $(x,y)$ ，并画出函数  $y$  关于  $x$  的图象.



(3) 结合函数图象，解决问题：当  $MN = BD$  时， $BM$  的长度大约是\_\_\_\_\_cm. (结果保留一位小数)

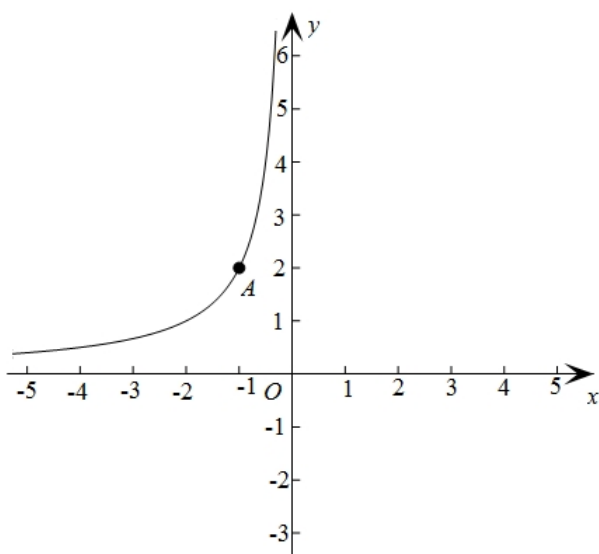
25. 已知：在平面直角坐标系  $xOy$  中，点  $A(-1, 2)$  在函数  $y = \frac{m}{x} (x < 0)$  的图象上.

(1) 求  $m$  的值；

(2) 过点  $A$  作  $y$  轴的平行线  $l$ ，直线  $y = -2x + b$  与直线  $l$  交于点  $B$ ，与函数  $y = \frac{m}{x} (x < 0)$  的图象交于点  $C$ ，与  $y$  轴交于点  $D$ .

①当点  $C$  是线段  $BD$  的中点时，求  $b$  的值；

②当  $BC < BD$  时，直接写出  $b$  的取值范围.



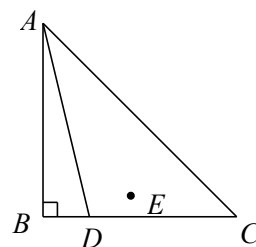


26. 在平面直角坐标系  $xOy$  中, 已知抛物线  $y = mx^2 - 3(m-1)x + 2m - 1 (m \neq 0)$ .

- (1) 当  $m=3$  时, 求抛物线的顶点坐标;
- (2) 已知点  $A(1, 2)$ . 试说明抛物线总经过点  $A$ ;
- (3) 已知点  $B(0, 2)$ , 将点  $B$  向右平移 3 个单位长度, 得到点  $C$ , 若抛物线与线段  $BC$  只有一个公共点, 求  $m$  的取值范围.

27. 已知: 在  $\triangle ABC$  中,  $\angle ABC = 90^\circ$ ,  $AB = BC$ , 点  $D$  为线段  $BC$  上一动点 (点  $D$  不与点  $B, C$  重合), 点  $B$  关于直线  $AD$  的对称点为  $E$ , 作射线  $DE$ , 过点  $C$  作  $BC$  的垂线, 交射线  $DE$  于点  $F$ , 连接  $AE$ .

- (1) 依题意补全图形;
- (2)  $AE$  与  $DF$  的位置关系是\_\_\_\_\_;
- (3) 连接  $AF$ , 小昊通过观察、实验, 提出猜想: 发现点  $D$  在



运动变化的过程中,  $\angle DAF$  的度数始终保持不变, 小昊

把这个猜想与同学们进行了交流, 经过测量, 小昊猜想

$\angle DAF = \underline{\hspace{1cm}}^\circ$ , 通过讨论, 形成了证明该猜想的两种

想法:

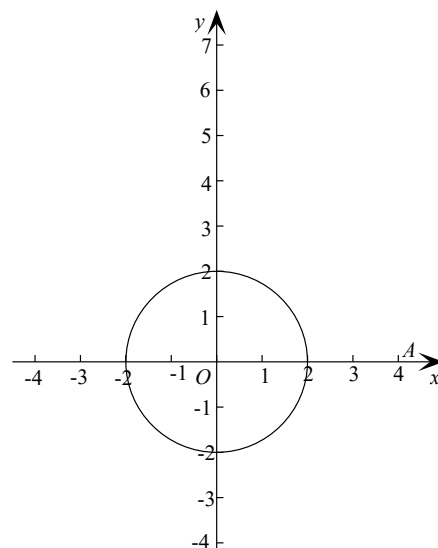
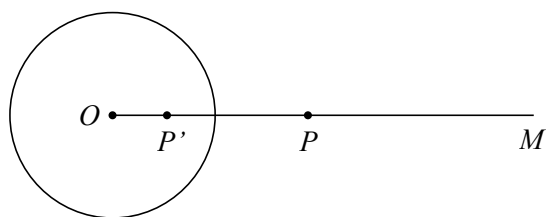
想法 1: 过点  $A$  作  $AG \perp CF$  于点  $G$ , 构造正方形  $ABCG$ , 然后可证  $\triangle AFG \cong \triangle AFE \dots\dots$

想法 2: 过点  $B$  作  $BG \parallel AF$ , 交直线  $FC$  于点  $G$ , 构造  $\square ABGF$ , 然后可证

$\triangle AFE \cong \triangle BGC \dots\dots$

请你参考上面的想法, 帮助小昊完成证明 (一种方法即可).

28. 已知: 如图,  $\odot O$  的半径为  $r$ , 在射线  $OM$  上任取一点  $P$  (不与点  $O$  重合), 如果射线  $OM$  上的点  $P'$ , 满足  $OP \cdot OP' = r^2$ , 则称点  $P'$  为点  $P$  关于  $\odot O$  的反演点.



在平面直角坐标系  $xOy$  中, 已知  $\odot O$  的半径为 2.

(1) 已知点  $A(4, 0)$ , 求点  $A$  关于  $\odot O$  的反演点  $A'$  的坐标;

(2) 若点  $B$  关于  $\odot O$  的反演点  $B'$  恰好为直线  $y = \sqrt{3}x$  与直线  $x=4$  的交点, 求点  $B$  的坐标;

(3) 若点  $C$  为直线  $y = \sqrt{3}x$  上一动点, 且点  $C$  关于  $\odot O$

的反演点  $C'$  在  $\odot O$  的内部, 求点  $C$  的横坐标  $m$  的范围;

(4) 若点  $D$  为直线  $x=4$  上一动点, 直接写出点  $D$  关于

$\odot O$  的反演点  $D'$  的横坐标  $t$  的范围.

# 2020 北京顺义初三二模数学

## 参考答案

一、选择题（共 8 道小题，每小题 2 分，共 16 分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	B	C	D	D	B	D	A	C

二、填空题（共 8 道小题，每小题 2 分，共 16 分）

9.  $2m(n+1)(n-1)$ ;    10.  $(x+p)(x+q) = x^2 + px + qx + pq$ ;    11.  $>$ ;

12. 8.9 (8.7—9.0 之间都算对);    13. 1;    14. 5;    15. 3;    16. 甲、乙.

三、解答题（共 12 道小题，共 68 分）

17. 解：原式  $= 1 + \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{1}{9}$  .....4 分

$= \frac{8}{9}$  .....5 分

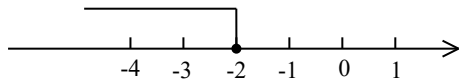
18. 解：去分母得  $2(x-1) \geq 3(x-2) + 6$  .....1 分

去括号得  $2x - 2 \geq 3x - 6 + 6$  .....2 分

移项并合并同类项得  $-x \geq 2$  .....3 分

系数化为 1 得  $x \leq -2$  .....4 分

解集在数轴上表示为 .....5 分



19. 解：（1）原方程为一元二次方程.

$\Delta = b^2 - 4ac = (-4)^2 - 4 \times m \times 1 = 16 - 4m$  .....1 分

$\because$  原方程有实数根,

$$\therefore 16 - 4m \geq 0.$$

$$\therefore m \leq 4.$$

$\therefore m$  的取值范围是  $m \leq 4$  且  $m \neq 0$ . .....2 分

(2) 解:  $\because m$  为正整数,

$\therefore m$  可取 1, 2, 3, 4. ....3 分

当  $m=1$  时,  $\Delta = 16 - 4m = 12$ ; 当  $m=2$  时,  $\Delta = 16 - 4m = 8$ ;

当  $m=3$  时,  $\Delta = 16 - 4m = 4$ ; 当  $m=4$  时,  $\Delta = 16 - 4m = 0$ ;

$\therefore$  方程为有理根,

$\therefore m=3$  或  $m=4$ . ....5 分

20. 解: (1) 补全图如图 1 所示. ....1 分

(2) 完成下面的证明.

证明:  $\because$  点  $B, C, D$  在  $\odot A$  上,

$\therefore AB=AC=AD$  (同圆半径相等)

(或圆的定义) (填推理的依据).

.....2 分

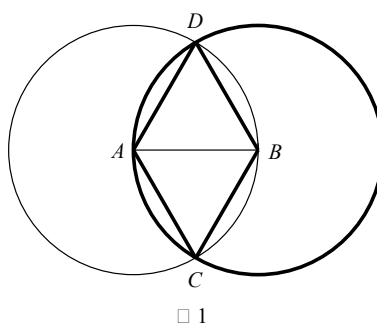
同理  $\because$  点  $A, C, D$  在  $\odot B$  上,

$\therefore AB=BC=BD$ .

$\therefore \underline{AC} = \underline{BC} = \underline{BD} = \underline{AD}$ . ....4 分

$\therefore$  四边形  $ACBD$  是菱形. (四条边相等的四边形是菱形) (填推理的依据).

.....5 分



21. (1) 证明:  $\because \angle BAC = \angle ACD = 90^\circ$ ,

$\therefore AB \parallel EC$ . ....1 分

$\because$  点  $E$  是  $CD$  的中点,

$$\therefore EC = \frac{1}{2}CD .$$

$$\therefore AB = \frac{1}{2}CD,$$

$\therefore AB=EC$ . .....2 分

∴ 四边形  $ABCE$  是平行四边形. ....3 分

(2) 解:  $\because \angle ACD = 90^\circ$ ,  $AC = 4$ ,  $AD = 4\sqrt{2}$ ,

$$\therefore CD = \sqrt{AD^2 - AC^2} = 4. \dots\dots\dots 4 \text{ 分}$$

$$\therefore AB = \frac{1}{2}CD,$$

$$\therefore AB=2.$$

$$\therefore S_{\square ABCE} = AB \cdot AC = 2 \times 4 = 8. \dots\dots\dots 5 \text{ 分}$$

22. 解: (1) 指标  $x$  的值大于 1.7 的概率  $= 3 \div 50 = \frac{3}{50}$  或 6%. .....2 分

(2)  $S_1^2 \geq S_7^2$ ; (填“>”、“=”或“<”) .....4分

(3)推断合理的是②. ....6分

23. (1) 证明: 连接  $OD$ .

$\because DF$  是  $\odot O$  的切线,

$$\therefore OD \perp DF.$$

$\therefore \angle ODF=90^\circ$  . .....1 分

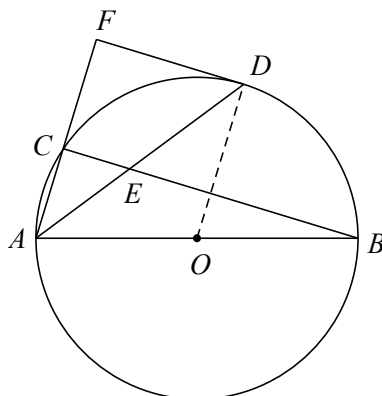
$\because AD$  平分  $\angle CAB$ ,

$\therefore \angle CAD = \angle DAB$ . .....2 分

又  $\because OA=OD$ ,

$$\therefore \angle DAB = \angle ADO.$$

$$\therefore \angle CAD = \angle ADO.$$



$\therefore AF \parallel OD$ .

$\therefore \angle F + \angle ODF = 180^\circ$ .

$\therefore \angle F = 180^\circ - \angle ODF = 90^\circ$ .

$\therefore DF \perp AF$ . .....3 分

(2) 解：连接  $DB$ .

$\because AB$  是直径， $\odot O$  的半径是 5， $AD=8$ ,

$\therefore \angle ADB = 90^\circ$ ， $AB=10$ .

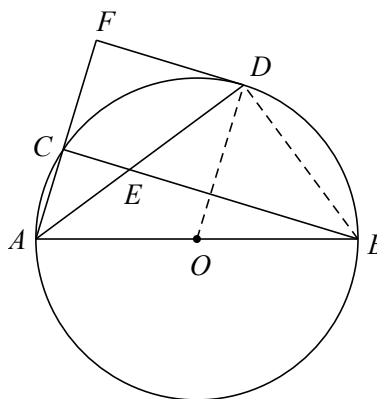
$\therefore BD = 6$ . .....4 分

$\because \angle F = \angle ADB = 90^\circ$ ， $\angle FAD = \angle DAB$ ,

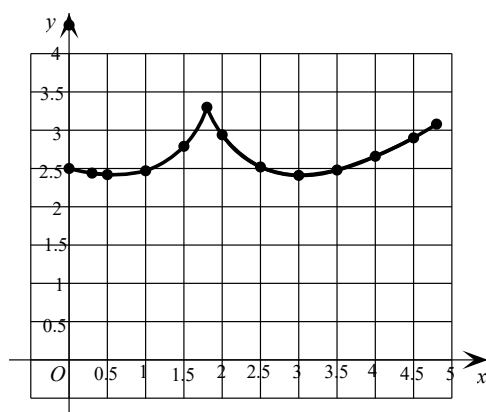
$\therefore \triangle FAD \sim \triangle DAB$ . .....5 分

$$\therefore \frac{DF}{BD} = \frac{AD}{AB}.$$

$$\therefore DF = \frac{AD \cdot BD}{AB} = \frac{8 \times 6}{10} = \frac{24}{5}. \text{ .....6 分}$$



24. 解：(1) 表中所填的数值是 3.2；(填 3.1—3.3 都可以) .....1 分



(2) .....2 分

(3) 结合函数图象，解决问题：

当  $MN = BD$  时， $BM$  的长度大约是 1.7, 1.9, 4.7cm. ....5 分

(填的数值上下差 0.1 都算对)

25. 解: (1) 把  $A(-1, 2)$  代入函数  $y = \frac{m}{x} (x < 0)$  中,

$$\therefore m = -2. \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$$

(2) ①过点  $C$  作  $EF \perp y$  轴于  $F$ , 交直线  $l$  于  $E$ ,

$\because$  直线  $l \parallel y$  轴,

$\therefore EF \perp$  直线  $l$ .

$$\therefore \angle BEC = \angle DFC = 90^\circ.$$

$\because$  点  $A$  到  $y$  轴的距离为 1,  $\therefore EF = 1$ .

$\because$  直线  $l \parallel y$  轴,  $\therefore \angle EBC = \angle FDC$ .

$\because$  点  $C$  是  $BD$  的中点,  $\therefore CB = CD$ .

$$\therefore \triangle EBC \cong \triangle FDC \text{ (AAS)} \dots\dots\dots 3 \text{ 分}$$

$$\therefore EC = CF \text{ 即 } CE = CF = \frac{1}{2}.$$

$$\therefore \text{点 } C \text{ 的横坐标为 } -\frac{1}{2}.$$

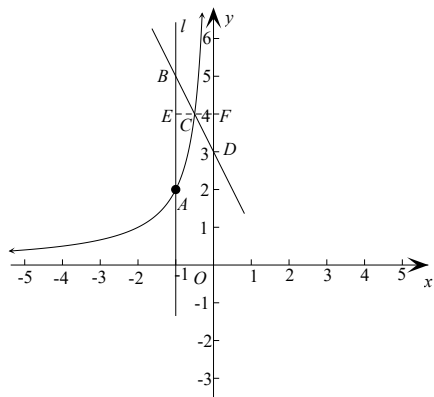
把  $x = -\frac{1}{2}$  代入函数  $y = -\frac{2}{x}$  中, 得  $y = 4$ .

$$\therefore \text{点 } C \text{ 的坐标为 } \left(-\frac{1}{2}, 4\right). \dots\dots\dots 4 \text{ 分}$$

把点  $C$  的坐标为  $\left(-\frac{1}{2}, 4\right)$  代入函数  $y = -2x + b$  中,

$$\text{得 } b = 3. \dots\dots\dots 5 \text{ 分}$$

$$\textcircled{2} b > -3. \dots\dots\dots 6 \text{ 分}$$



26. 解: (1) 把  $m = 3$  代入  $y = mx^2 - 3(m-1)x + 2m - 1$  中, 得

$$y = 3x^2 - 6x + 5 = 3(x-1)^2 + 2,$$

$\therefore$  抛物线的顶点坐标是  $(1, 2)$ .  $\dots\dots\dots 2 \text{ 分}$

$$(2) \text{ 当 } x = 1 \text{ 时, } y = m - 3(m-1) + 2m - 1 = m - 3m + 3 + 2m - 1 = 2.$$

∵ 点  $A(1, 2)$ ,

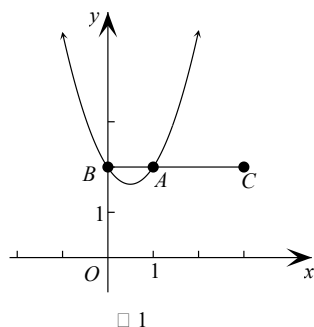
∴ 抛物线总经过点  $A$ . .....3 分

(3) ∵ 点  $B(0, 2)$ , 由平移得  $C(3, 2)$ .

① 当抛物线的顶点是点  $A(1, 2)$  时, 抛物线与

线段  $BC$  只有一个公共点. 由 (1) 知, 此时,

$m=3$ . .....4 分



② 当抛物线过点  $B(0, 2)$  时,

将点  $B(0, 2)$  代入抛物线表达式, 得

$$2m-1=2.$$

$$\therefore m=\frac{3}{2}>0.$$

此时抛物线开口向上 (如图 1).

∴ 当  $0 < m < \frac{3}{2}$  时, 抛物线与线段  $BC$

只有一个公共点. ....5 分

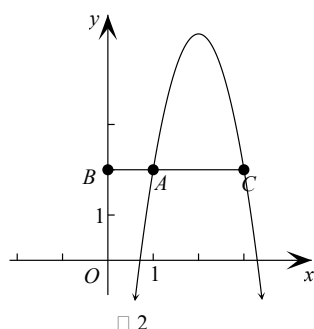
③ 当抛物线过点  $C(3, 2)$  时,

将点  $C(3, 2)$  代入抛物线表达式, 得

$$9m-9(m-1)+2m-1=2.$$

$$\therefore m=-3<0.$$

此时抛物线开口向下 (如图 2).



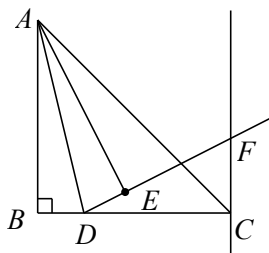
∴ 当  $-3 < m < 0$  时, 抛物线与线段  $BC$

只有一个公共点. ....6 分

综上,  $m$  的取值范围是  $m=3$  或  $0 < m < \frac{3}{2}$  或  $-3 < m < 0$ .



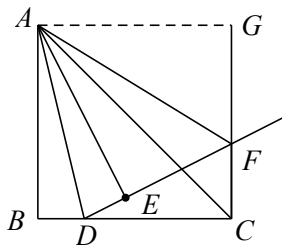
27. 解：（1）补全图形如下： .....1 分



（2） $AE$ 与 $DF$ 的位置关系是互相垂直； .....2 分

（3） $\angle DAF = \underline{45^\circ}$  .....3 分

（想法 1 图形）



证明如下：过点  $A$  做  $AG \perp CF$  于点  $G$ ，依题意可知：

$$\angle B = \angle BCG = \angle CGA = 90^\circ .$$

$$\because AB = BC,$$

$\therefore$  四边形  $ABCG$  是正方形. ....4 分

$$\therefore AG = AB, \angle BAG = 90^\circ .$$

$\because$  点  $B$  关于直线  $AD$  的对称点为  $E$ ,

$$\therefore AB = AE, \angle B = \angle AED = 90^\circ, \angle BAD = \angle EAD. ....5 分$$

$$\therefore AG = AE.$$

$$\because AF = AF,$$

$$\therefore \text{Rt} \triangle AFG \cong \text{Rt} \triangle AFE (\text{HL}). ....6 分$$

$$\therefore \angle GAF = \angle EAF.$$

$$\because \angle BAG = 90^\circ ,$$

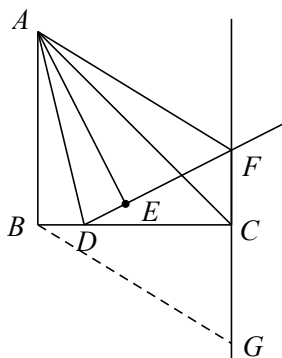
$$\therefore \angle BAD + \angle EAD + \angle EAF + \angle GAF = 90^\circ .$$

$$\because \angle BAD = \angle EAD, \quad \angle EAF = \angle GAF,$$

$$\therefore \angle EAD + \angle EAF = 45^\circ .$$

即  $\angle DAF = 45^\circ$  . .....7 分

(想法 2 图形)



证明如下：过点  $B$  作  $BG \parallel AF$ ，交直线  $FC$  于点  $G$ ，

依题意可知：  $\angle ABC = \angle BCF = 90^\circ$  .

$$\therefore AB \parallel FG.$$

$$\because AF \parallel BG,$$

$\therefore$  四边形  $ABGF$  是平行四边形. ....4 分

$$\therefore AF = BG, \quad \angle BGC = \angle BAF.$$

$\because$  点  $B$  关于直线  $AD$  的对称点为  $E$ ，

$$\therefore AB = AE, \quad \angle ABC = \angle AED = 90^\circ, \quad \angle BAD = \angle EAD. \quad \dots\dots\dots 5 \text{ 分}$$

$$\because AB = BC,$$

$$\therefore AE = BC.$$

$$\therefore \text{Rt} \triangle AEF \cong \text{Rt} \triangle BCG (\text{HL}) \quad \dots\dots\dots 6 \text{ 分}$$

$$\therefore \angle EAF = \angle CBG.$$

$$\because \angle BCG = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle BGC + \angle CBG = 90^\circ.$$

$$\therefore \angle BAF + \angle EAF = 90^\circ.$$

$$\therefore \angle BAD + \angle EAD + \angle EAF + \angle EAF = 90^\circ.$$

$$\because \angle BAD = \angle EAD,$$

$$\therefore \angle EAD + \angle EAF = 45^\circ.$$

即  $\angle DAF = 45^\circ$ . .....7 分

28. 解: (1) 依题意得:  $OA = 4$ ,

$$\because OA \cdot OA' = 2^2 = 4, \therefore OA' = 1. \text{ .....1 分}$$

则  $A'(1, 0)$ . .....2 分

(2)  $\because B'$  恰好为直线  $y = \sqrt{3}x$  与直线  $x = 4$  的交点,  $y = \sqrt{3}x$  与  $x$  轴夹角为  $60^\circ$ ,

$\therefore B'$  点坐标为  $(4, 4\sqrt{3})$ . .....3 分

$$\therefore OB' = 8.$$

$$\because OB \cdot OB' = 2^2 = 4, \therefore OB = \frac{1}{2}.$$

$\therefore B(\frac{1}{4}, \frac{\sqrt{3}}{4})$ . .....4 分

(3)  $\because$  点  $C$  为直线  $y = \sqrt{3}x$  上一动点, 且点  $C$  关于  $\odot O$  的反演点  $C'$  在  $\odot O$  的内部,

$\therefore$  点  $C$  在  $\odot O$  的外部, 直线  $y = \sqrt{3}x$  与  $\odot O$  的两个交点坐标的横坐标为  $\pm 1$ ,

$\therefore m$  的取值范围是  $m > 1$  或  $m < -1$ . .....6 分

(4)  $t$  的取值范围是:  $0 < t \leq 1$ . .....7 分

注: 本试卷中的各题若有其他合理的解法请酌情给分.