2020 北京昌平初三二模

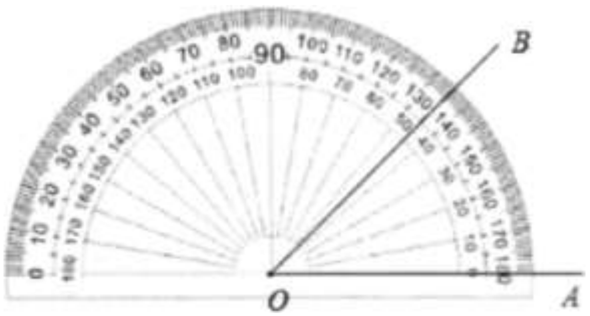
数　　学

2020.6

本试卷共 8 页，共 100 分。考试时长 120 分钟。考生务必将答案答在答题卡上，在试卷上作答无效。考试结束后，将答题卡交回。

一、选择题(本题共 16 分，每小题 2 分)第 1-8 题均有四个选项，符合题意的选项只有一个.

1. 如图所示， 用量角器度量$\angle AOB$，可以读出$\angle AOB$的度数为



(A) 40°　　　　(B) 45°　　　　(C) 135°　　　　(D) 140°

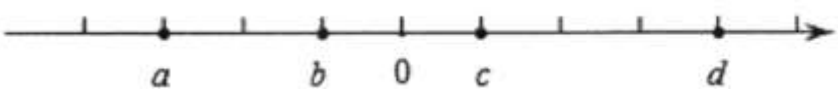
2. 今年的新冠肺炎病毒侵袭武汉时，全中国第一时间组织对武汉的救援.这其中，我国自主研制的大型运输机“运 20”，为在疫情初期向武汉快速转运大量物资和人员作出了重要贡献. “运 20”起飞重量 220 吨，从立项到成功编入部队，经历了 20 多年，仅研究初期的预研经费就超过 3 000 000 000 元人民币.将 3 000 000 000 用科学记数法表示为

(A)3×10^{8}　　　　(B)0.3×10^{10}　　　　(C)3×10^{9}　　　　(D)30×10^{8}

3. 下列生活垃圾分类标志中，既是轴对称图形又是中心对称图形的是

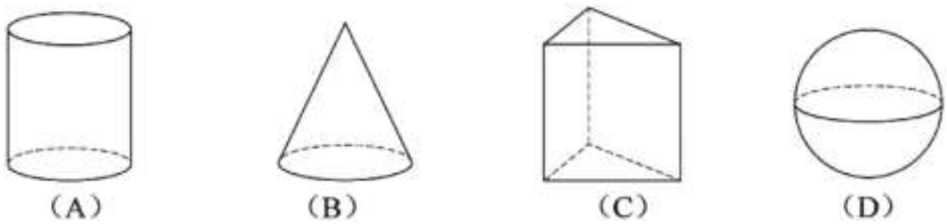
(A)　　　　(B)　　　　(C)　　　　(D)

4.实数 a，b，c，d 在数轴上对应的点的位置如图所示，下列结论正确的是

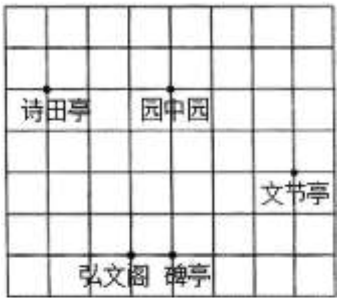


(A)$|a|<|b|$　　　　(B)$ad>0$　　　　(C)$a+c>0$　　　　(D)$d-a>0$

5. 在下面的四个几何体中，左视图是圆的是



6. 昌平公园建成于 1990 年，公园内有一个占地 10000 平方米的静明湖，另外建有弘文阁、碑亭、文节亭、诗田亭、逸步桥、牌楼等园林景观及古建筑.如图，分别以正东、正北方向为 x 轴、y 轴建立平面直角坐标系，如果表示文节亭的点的坐标为(2，0)，表示园中园的点的坐标为(-1，2)，则表示弘文阁所在的点的坐标为

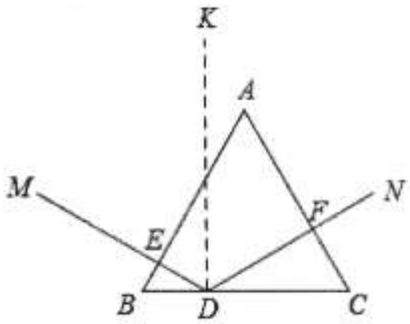


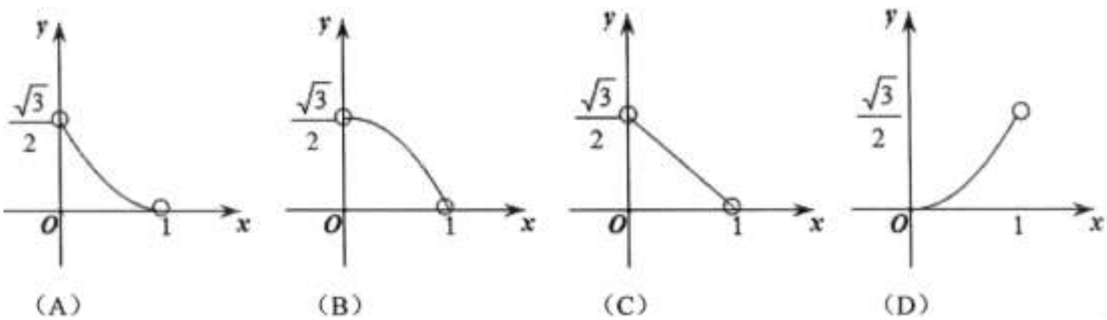
(A)(-2，-3)　　(B)(-2，-2)　　(C)(-3，-3)　　(D)(-3，-4)

7.如果 a-b=4，且 a≠0，b≠0，那么代数式 $(\frac{a^2}{b}-b)\div(\frac{a+b}{b})$ 的值是

(A) -4　　(B) 4　　(C) 2　　(D) -2

8.如图所示， 边长为 2 的等边△ABC 是三棱镜的一个横截面.一束光线 ME 沿着与 AB 边垂直的方向射入到 BC 边上的点 D 处(点 D 与 B，C 不重合)，反射光线沿 DF 的方向射出去，DK 与 BC 垂直，且入射光线和反射光线使∠MDK=∠FDK.设 BE 的长为 x，△DFC 的面积为 y，则下列图象中能大致表示 y 与 x 的函数关系的是

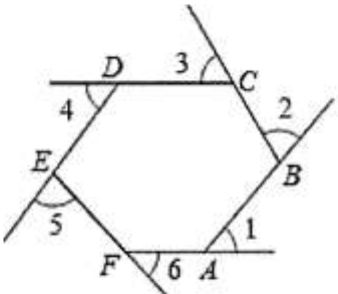




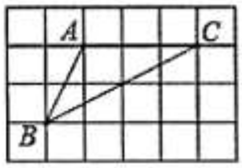
二、填空题(本题共 16 分，每小题 2 分)

9. 若 $\sqrt{x+3}$ 在实数范围内有意义，则实数 x 的取值范围是__________________.

10. 下图是由射线 AB，BC，CD，DE，EF，FA 组成的平面图形，则∠1+∠2+∠3+∠4+∠5+∠6=__________°.



（第 10 题图）



（第 11 题图）

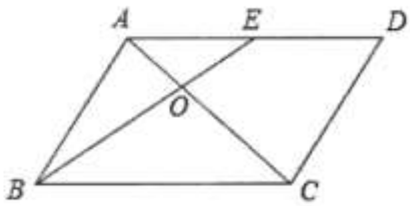
11.如上图所示的网格是正方形网格，正方形网格边长为 1，点 A，B，C 均在格点上，则 $S_{\triangle ABC}$ =__________.

12.《九章算术》是我国古代数学的经典著作，书中记载了这样一个问题“假令黄金九，白银一十一，称之重适等.交易其一，金轻十三两.问金、银一枚各重几何?”

译文：A 袋中装有黄金 9 枚(每枚黄金重量相同)，B 袋中装有白银 11 枚(每枚白银重量相同)，称重两袋相等；两袋互相交换 1 枚后，A 袋比 B 袋轻了 13 两(袋子重量忽略不计).问黄金、白银每枚各重多少两?

设每枚黄金重 x 两，每枚白银重 y 两，请根据题意列方程组：______________.

13.如图，四边形 $ABCD$ 是平行四边形，点 E 是线段 AD 的中点，连接 AC，BE，交于点 O，若 $S_{\triangle AOE}=1$，则 $S_{\triangle BOC}$ =____________.



（第 13 题图）

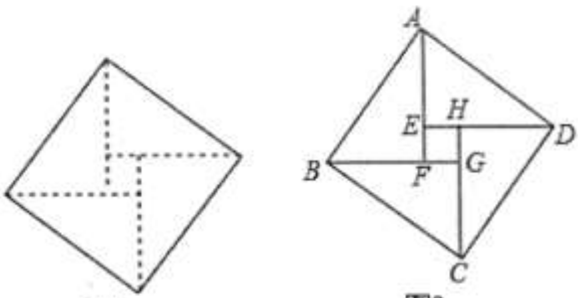


图1 图2

（第 14 题图）

14. 如图 1，这个图案是 2002 年北京国际数学家大会会标，是我国汉代的赵爽在注解《周髀算经》时给出的，人们称它为“赵爽弦图”.此图案的示意图如图 2，其中四边形 $ABCD$ 和四边形 $EFGH$ 都是正方形，△ABF、△BCG、△CDH、△DAE 是四个全等的直角三角形.若 EF=2，DE=8，则 AB 的长为_______.

15. 为了更好的开展线上学习，李老师打算选择一款适合网上授课的软件，他让年级同学在使用过 A、B、C 三款软件后进行评分，统计结果如下：

	五星	四星	三星	两星	一星	合计
A	52	30	13	3	2	100
B	49	36	10	4	1	100
C	35	30	25	6	4	100

(说明：学生对于网上授课软件的综合评价从高到低，依次为五星、四星、三星、二星和一星).

李老师选择__________(填“A”、“B”或“C”)款网上授课软件，能更好的开展线上学习(即评价不低于四星)的可能性最大.

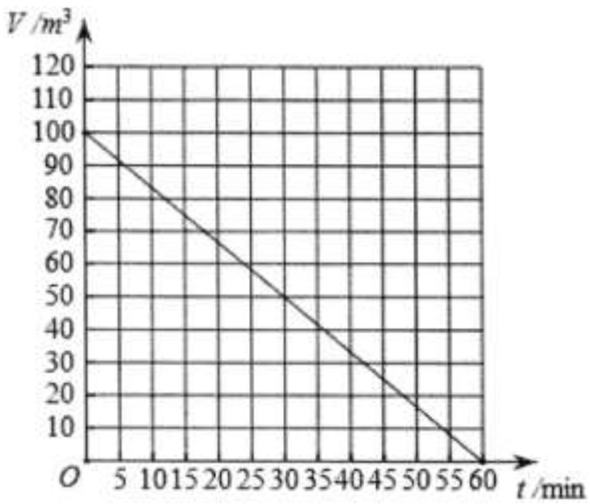
16. 如图，是用图象反映储油罐内的油量 V 与输油管开启时间 t 的函数关系.观察这个图象，以下结论正确的有___________.

①随着输油管开启时间的增加，储油罐内的油量在减少；

②输油管开启 10 分钟时，储油罐内的油量是 80 立方米；

③如果储油罐内至少存油 40 立方米，那么输油管最多可以开启 36 分钟；

④输油管开启 30 分钟后，储油罐内的油量只有原油量的一半.



三、解答题(本题共 68 分，第 17-22 题，每小题 5 分，第 23-26 题，每小题 6 分，第 27-28 题，每小题 7 分)解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程.

17.计算：$\sqrt{12}+2^{-1}-2\cos 30^{\circ}+\left|\sqrt{3}-2\right|$.

18.解不等式组$\begin{cases}2x \geq x-3 \\ \dfrac{x+7}{3} > 2x-1\end{cases}$

19.已知：关于 x 的一元二次方程 $x^2+(2m+1)x+m^2+m=0$.

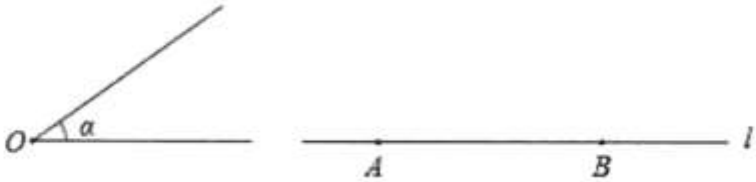
(1)求证：此方程总有两个不相等的实数根；

(2) 请选择一个合适的 m 值，写出这个方程并求出此时方程的根

20.在数学课上，老师提出如下问题：

已知：$\angle\alpha$，直线 l 和 l 上两点 A，B.

求作：Rt△ABC，点 C 在直线 l 的上方，且 $\angle ABC=90°$，$\angle BAC=\angle\alpha$.



小刚的做法如下：

①以 $\angle\alpha$ 的顶点 O 为圆心，任意长为半径作弧，交两边于 M，N；以 A 为圆心，同样长为半径作弧，交直线 l 于点 P；

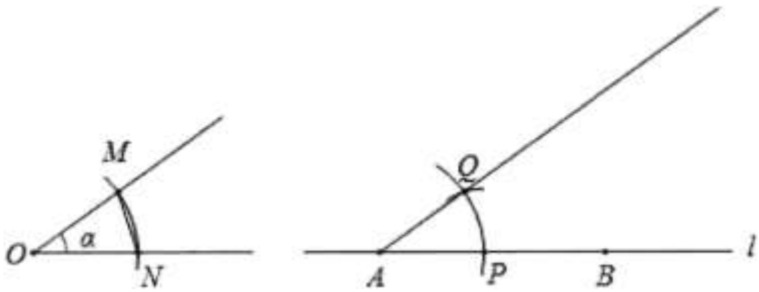
②以 P 为圆心，MN 的长为半径作弧，两弧交于点 Q，作射线 AQ；

③以 B 为圆心，任意长为半径作弧，交直线 l 于 E，F；

④分别以 E，F 为圆心，大于 $\frac{1}{2}EF$ 长为半径作弧，两弧在直线 l 上方交于点 G，作射线 BG；

⑤射线 AQ 与射线 BG 交于点 C.

Rt△ABC 即为所求.



(1)使用直尺和圆规，补全图形；(保留作图痕迹)

(2)完成下面的证明：

连接 PQ

在△OMN 和△AQP 中，

$\because ON=AP$，$NM=PQ$，$OM=AQ$

$\therefore$ △$OMN\cong$△AQP(______________)(填写推理依据)

$\therefore \angle PAQ=\angle O=\alpha$

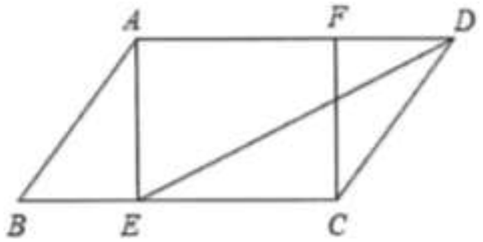
$\because CE=CF$，$BE=BF$

$\therefore CB\perp EF$(__________________)(填写推理依据)

21.在平行四边形 $ABCD$ 中，过点 A 作 $AE\perp BC$ 于点 E，点 F 在边 AD 上，且 $DF=BE$，连接 DE，CF.

(1)求证：四边形 $AECF$ 是矩形；

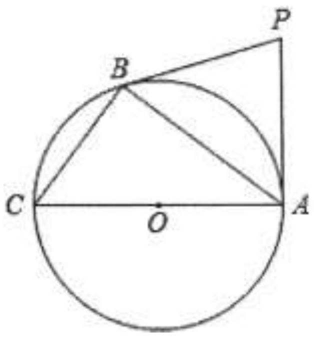
(2)若 DE 平分 $\angle ADC$，$AB=5$，$AD=8$，求 $\tan\angle ADE$ 的值.



22.如图，PA，PB 是⊙O 的两条切线，A，B 是切点，AC 是⊙O 的直径

(1)若 $\angle ACB=70°$，求 $\angle APB$ 的度数；

(2)连接 OP，若 $AB=8$，$BC=6$，求 OP 的长.



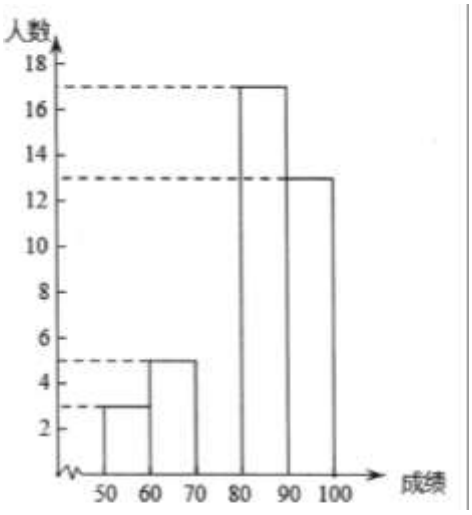
23.在平面直角坐标系 xOy 中，直线 l：$y=kx+b$ 与双曲线 $y=\dfrac{m}{x}$ 交于点 A(1，n)和点 B(-2，-1)，点 C 是 x 轴的一个动点.

(1)①求 m 的值和点 A 的坐标；

②求直线 l 的表达式；

(2)若△ABC 的面积等于 6，直接写出点 C 的坐标.

24. 为深入贯彻落实习近平总书记关于防灾减灾救灾和自然灾害防治等重要论述精神，推动防震减灾治理体系和治理能力现代化，引导学生学习掌握防震减灾科普知识，区教委开展了 2020 年昌平区中小学生防震减灾知识挑战赛. 从某所学校中抽取了 50 名同学的成绩进行分析，下面给出部分信息：



a. 该校抽取的 50 名学生防震减灾知识挑战赛成绩的频数分布直方图如下(数据分成 5 组：$50\le x<60$，$60\le x<70$，$70\le x<80$，$80\le x<90$，$90\le x<100$)：

b.该校抽取的 50 名学生防震减灾知识挑战赛的成绩在 $80\le x<90$ 这一组的是：

81 81 82 83 83 84 84 84 85 85 86 86 87 87 88 89 89

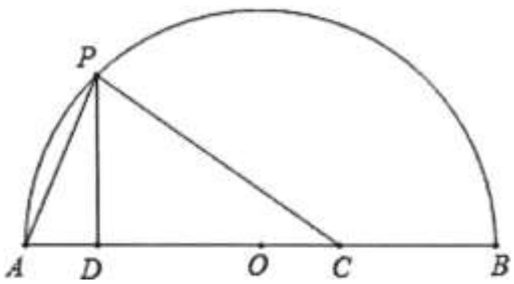
根据以上信息回答问题：

(1)补全频数分布直方图；

(2)该校抽取的 50 名学生成绩的中位数是______________；

(3)若该校共有学生 200 人，请你估计该校在防震减灾知识挑战赛中获得优秀的有多少人.(成绩≥85 视为优秀)

25.如图，$\overset{\frown}{AB}$ 是以 O 为圆心，AB 长为直径的半圆弧，点 C 是 AB 上一定点.点 P 是 $\overset{\frown}{AB}$ 上一动点，连接 PA，PC，过点 P 作 $PD\perp AB$ 于 D.已知 AB=6cm，设 A、P 两点间的距离为 $x$cm，P、C 两点间的距离为 y_1cm，P、D 两点间的距离为 y_2cm.



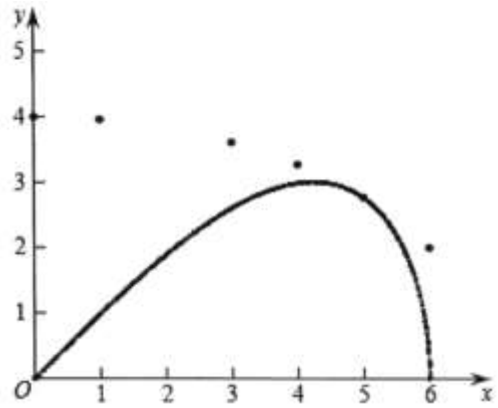
小刚根据学习函数的经验，分别对函数 y_1 和 y_2 随自变量 x 变化而变化的规律进行了探究.下面是小刚的探究过程，请将它补充完整：

(1)按照下表中自变量 x 的值进行取点、画图、测量，分别得到 y_1 和 y_2 与 x 的几组对应值：

x/cm	0	1	2	3	4	5	6
y_1/cm	4.00	3.96	m	3.61	3.27	2.77	2.00
y_2/cm	0.00	0.99	1.89	2.60	2.98	2.77	0.00

经测量，m 的值是___________；(保留一位小数)

(2)在同一平面直角坐标系 xOy 中，描出补全后的表中各组数值所对应的点(x，y_1)，点(x，y_2)，并画出函数 y_1，y_2 的图象；



(3)结合函数图象，回答问题：△APC 为等腰三角形时，AP 的长度约为________cm.

26.在平面直角坐标系 xOy 中，抛物线 $y=-x^2+mx+3$ 与 x 轴交于点 A 和点 B(点 A 在点 B 的左侧).

(1)若抛物线的对称轴是直线 x=1，求出点 A 和点 B 的坐标，并画出此时函数的图象；

(2)当已知点 P(m，2)，Q(-m，2m-1).若抛物线与线段 PQ 恰有一个公共点，结合函数图象，求 m 的取值范围.

27.如图，在△ABC中，∠BAC=30°，AB=AC，将线段AC绕点A逆时针旋转α°($0<\alpha<180$)，得到线段AD，连接BD，交AC于点P.

(1)当α=90°时，

①依题意补全图形；

②求证：PD=2PB；

(2)写出一个α的值，使得$PD=\sqrt{3}PB$成立，并证明.

28.平面直角坐标系xOy中，给出如下定义：对于图形G及图形G外一点P，若图形G上存在一点M，满足PM=2，且使点P绕点M顺时针旋转90°后得到的对应点P'在这个图形G上，则称点P为图形G的“2旋转点”.

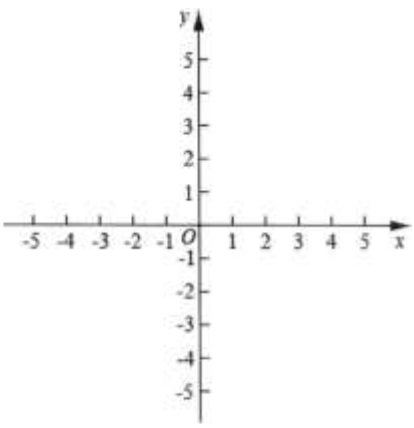
已知点A(-1，0)，B(-1，2)，C(2，-2)，D(0，3)，E(2，2)，F(3，0)

(1)①判断：点B_______线段AF的“2旋转点”(填“是”或“不是”)；

②点C，D，E中，是线段AF的“2旋转点”的有____________；

(2)已知直线l：$y=x+b$，若线段l上存在线段AF的“2旋转点”，求b的取值范围；

(3)⊙T是以点T(t，0)为圆心，$\sqrt{2}$为半径的一个圆，已知在线段AD上存在这个圆的“2旋转点”，直接写出t的取值范围.



2020 北京昌平初三二模数学

参考答案

一、选择题(共 8 道小题，每小题 2 分，共 16 分)

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	B	C	B	D	D	B	B	A

二、填空题(共 8 道小题，每小题 2 分，共 16 分)

题号	9	10	11	12	13	14	15	16
答案	$x≥-3$	360°	3	$\begin{cases}9x=11y\\8x+y=10y+x-13\end{cases}$	4	10	B	①③④

三、解答题(本题共 68 分，第 17-22 题，每小题 5 分，第 23-26 题，每小题 6 分，第 27-28 题，每小题 7 分)

17.计算：$\sqrt{12}+2^{-1}-2\cos 30^{\circ}+\left|\sqrt{3}-2\right|$.

$=2\sqrt{3}+\frac{1}{2}\times\frac{\sqrt{3}}{2}+(2-\sqrt{3})$ ....4 分

$=\frac{5}{2}$ ....5 分

18.解不等式组 $\begin{cases}2x\geq x-3 ①\\ \frac{x+7}{3}>2x-1 ②\end{cases}$

由①式得：$x≥-3$.....................................2 分

由②式得：$x+7>6x-3$

$x-6x>6-3-7$

$-5x>-10$

$x<2$.....................................4 分

∴不等式的解集为：$-3≤x<2$.....................................5 分

19.解：

(1) $\Delta=b^2-4ac=\left(2m+1\right)^2-4•1•(m^2+m)$

$\Delta=4m^2+4m+1-4m^2-4m$

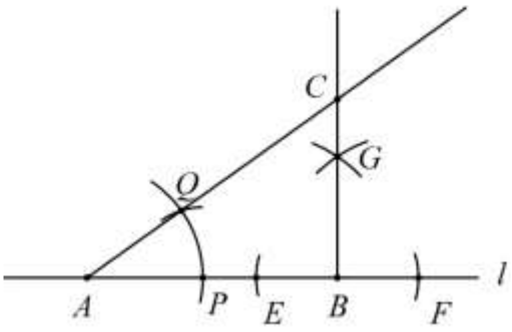
$\Delta=1>0$ ....2 分

∴一元二次方程总有两个不相等的实数根..................................... 3 分

(2)令 m=0，得一元二次方程：$x^2+x=0$ ....4 分

解得一元二次方程的解为：$x_1=0$，$x_2=-1$ ....5 分

20.(1)作图：如图



....................................2 分

(2)(边边边或 SSS) ....3 分

(三线合一) ....5 分

21.解：(1)∵在平行四边形 ABCD 中

∴AD=BC，AD//BC，

又∵DF=BE，

∴AF=EC

∴四边形 A ECF 为平行四边形....................................1 分

∵∠AEC=90°

∴平行四边形 AECF 为矩形....................................2 分

(2)∵DE 平分∠ADC，

∴∠ADE=∠CDE

∵AD//BC

∴∠ADE=∠CED

∴∠CDE=∠CED

∴EC=DC=AB=5....................................3 分

∴BE=3

在 Rt△ABE 中，$AE=\sqrt{AB^2-BE^2}=4$ ....4 分

∵在矩形 AECF 中

∴∠DAE=90°

∴tan∠ADE=$\dfrac{AE}{AD}=\dfrac{4}{8}=\dfrac{1}{2}$ ....5 分

22.解：(1)∵PA，PB 是⊙O 的两条切线

∴PA⊥OA，....................................1 分

∵AC 为是⊙O 的直径

∴∠ABC=90°

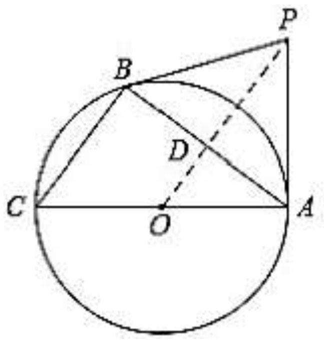
∴∠ACB+∠BAC=90°

又∵∠PAB+∠BAC= 90

∴∠PAB=∠ACB=∠PBA=70°

∴∠APB=40°....................................2 分

(2)连接 OP，交 AB 于点 D



在 Rt△ABC 中，

∴ $AC=\sqrt{AB^2+BC^2}=10$，$AO=5$

∵PA，PB 是⊙O 的两条切线

∴PO 平分∠APB....................................3 分

又∵PA=PB

∴BD=AD=4，PO⊥AB，

∴PO//BC

∴∠POA=∠ACB....................................4 分

∴cos∠POA=COS∠ACB=$\frac{BC}{AC}=\frac{3}{5}$

∴cos∠POA=$\frac{AO}{PO}=\frac{3}{5}=\frac{5}{PO}$

∴PO=$\frac{25}{3}$ ....5 分

23.解：(1)①∵点 B(-2，-1)在双曲线 $y=\frac{m}{x}$ 上

∴m=2

∵点 A(1，n)在双曲线 y=$\dfrac{2}{x}$ 上

∴n=2，点 A 坐标为(1，2)......................................2 分

②∵点 A(1，2)和点 B(-2，-1)在直线 *l*：*y*=*kx*+*b* 上

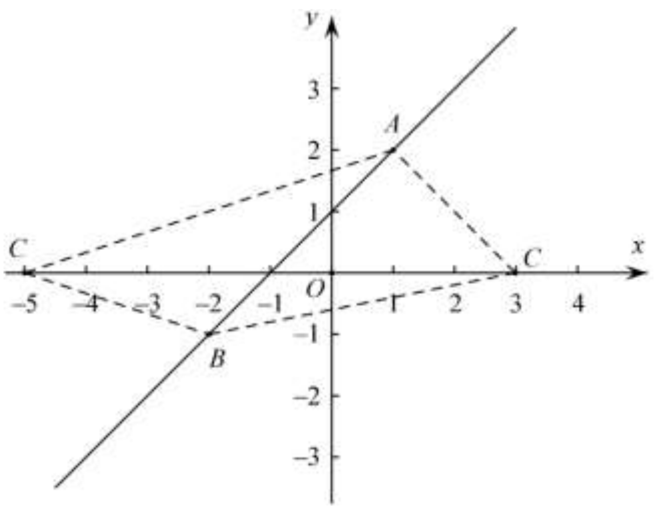
∴ $\begin{cases} -1=-2k+b \\ 2=k+b \end{cases}$ ....3 分

解得：$\begin{cases} k=1 \\ b=1 \end{cases}$

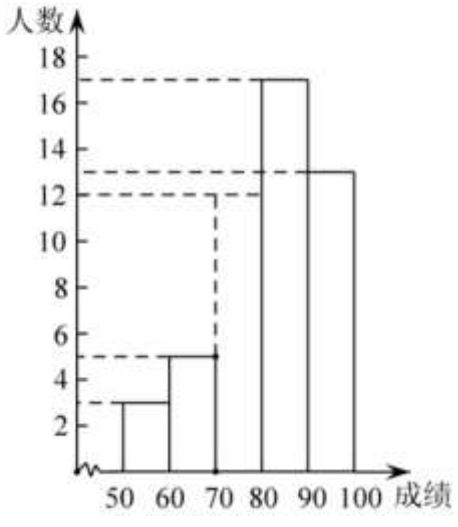
∴直线 *l* 的表达式为：*y*=*x*+1...................................4 分

(2) △ABC 的面积等于 6，且点 C 在 *x* 轴上

∴点 C 坐标为(3，0)或(-5，0) ....6 分



24.解：(1)如图：

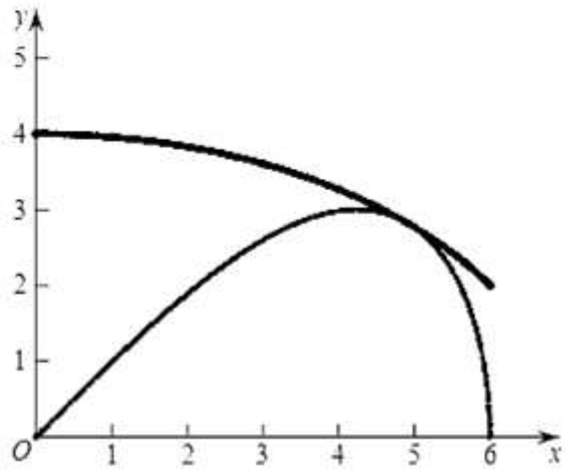


.... 2 分

(2)中位数是 83.5...................................4 分

(3)估计获得优秀的有 88 人....................................6 分

25.(1)m=3.8....................................2 分

(2) 

....................................4 分

(3)3.46 或 4.0cm.......................................6 分

26.解：(1)∵抛物线的对称轴为：$x=-\dfrac{b}{2a}=-\dfrac{m}{2\bullet(-1)}=1$

∴m=2

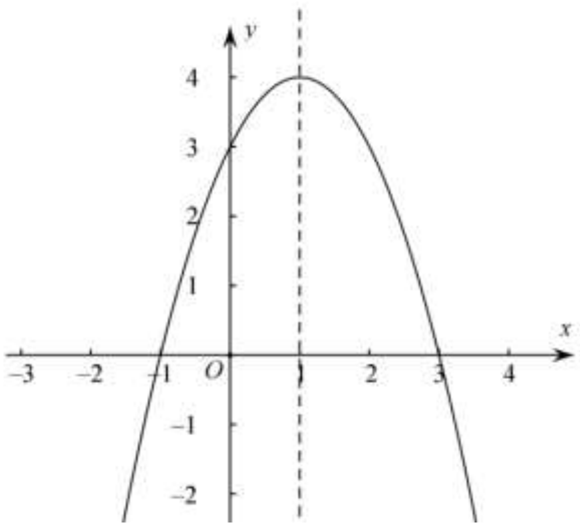
∴抛物线为： $y=-x^2+2x+3$

将 y=0 代入，得 $0=-x^2+2x+3$

解得： $x_1=-1$， $x_2=3$，

∴点 A 坐标为(-1，0)，点 B 坐标为(3，0)，.......................................2 分

图象如图：



....3 分

(2)m≤-2 或 m≥1

将 x=m 代入 $y=-x^2+mx+3$，得 y=3

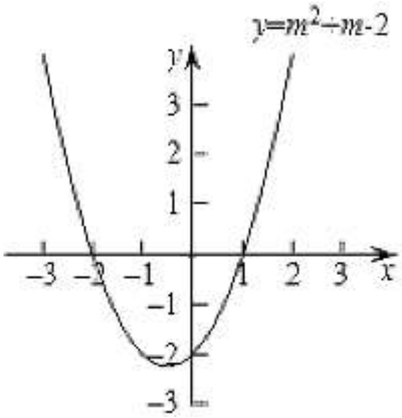
∴抛物线过定点C(m，3)..4分

∵点P(m，2)

∴点P在点C下方

将x=-m代入$y=-x^2+mx+3$，得$y=-2m^2+3$，则$D(-m,-2m^2+3)$

∴点Q在点D上方或与点D重合时，抛物线与线段PO恰有一个公共点



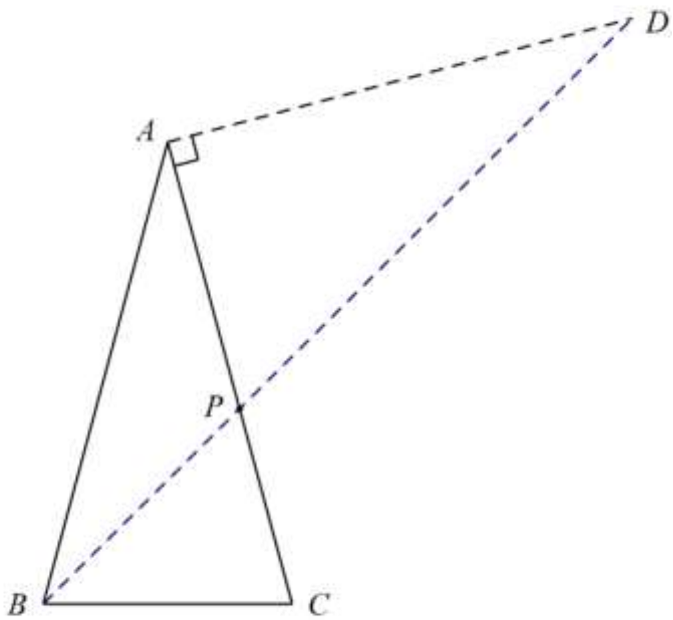
∴ $2m-1>-2m^2+3$

整理得$m^2+m-2\geq 0$

(m+2)(m-1)≥0

结合函数图象，可得m≤-2或m≥1..6分

27.解：(1)①如图..1分



②∵AC=AD，AB=AC

∴AB=AD，∠ABD=∠ADB

又∵∠BAC=30°，∠BAD=90°

∴△ABD=∠ADB=30°

∴AP=BP..2 分

在 Rt△APD 中，△ADB=30°

∴PD=2AP

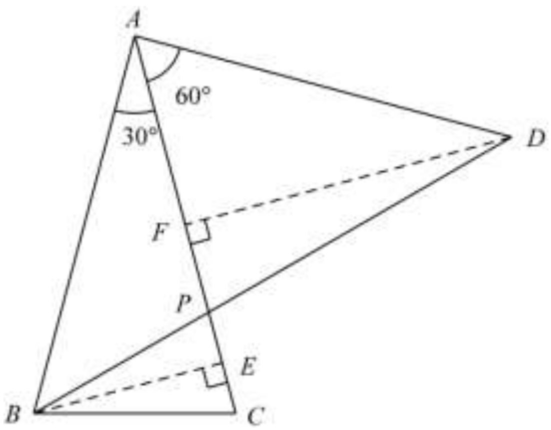
∴PD=2PB..3 分

(2)当 α=60(或 120°)时，$PD=\sqrt{3}PB$(写对一种情况即得满分)(可以多种解法)......4 分

情况I：当 α=60°时

过点 D 作 DF⊥AC，垂足为点 F

过点 B 作 BE⊥AC，垂足为点 E，



∴DF//BE

∴△DFP∽△BEP..5 分

$\therefore \dfrac{DF}{BE}=\dfrac{PD}{PB}$

在 Rt△ABE 中，∠BAC=30°

∴AC=2BE

在 Rt△ADF 中，∠CAD=60°

$\therefore AD=\dfrac{2\sqrt{3}}{3}DF$ ....6 分

又∵AD=AC=AB

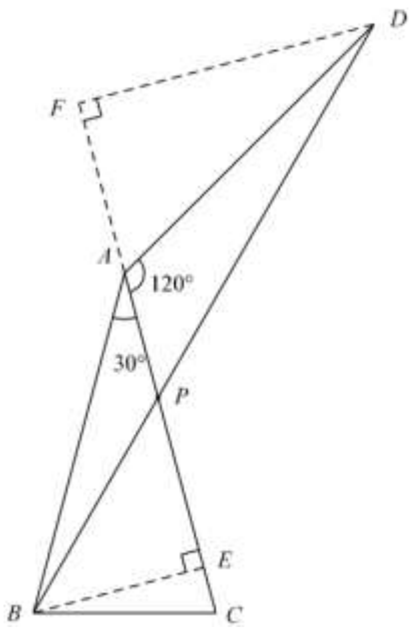
$\therefore 2BE=\dfrac{2\sqrt{3}}{3}DE$，即$\sqrt{3}$ BE=DF

∴$\sqrt{3}$ PB=PD..7 分

情况II：当 α=120°时

过点 D 作 DF⊥AC，交 CA 的延长线于点 F，

过点 B 作 BE⊥AC， 垂足为点 E，



∴DF//BE

∴△DFP∽△BEP..5 分

∴ $\dfrac{DF}{BE}=\dfrac{PD}{PB}$

在 Rt△ABE 中，∠BAC=30°

∴AC=2BE

在 Rt△ADF 中，∠FAD=60°

∴ $AD=\dfrac{2\sqrt{3}}{3}DF$ ....6 分

又∵AD=AC=AB

∴2BE=$\dfrac{2\sqrt{3}}{3}DE$，即 $\sqrt{3}BE=DF$

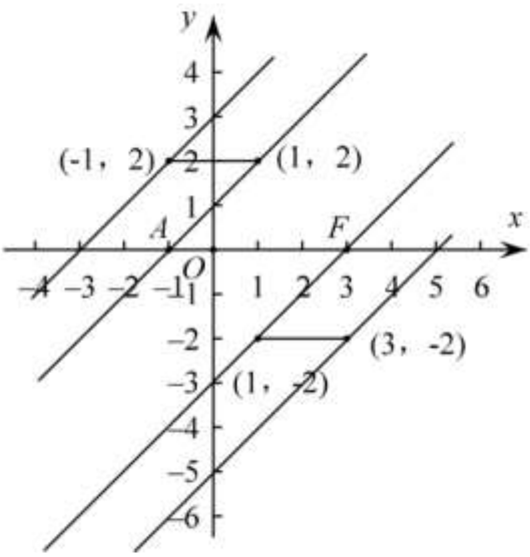
∴ $\sqrt{3}PB=PD$ ....7 分

28.(1)①判断：点 B <u>是</u>线段 AF 的“2 旋转点”..1 分

②<u>C</u>..2 分

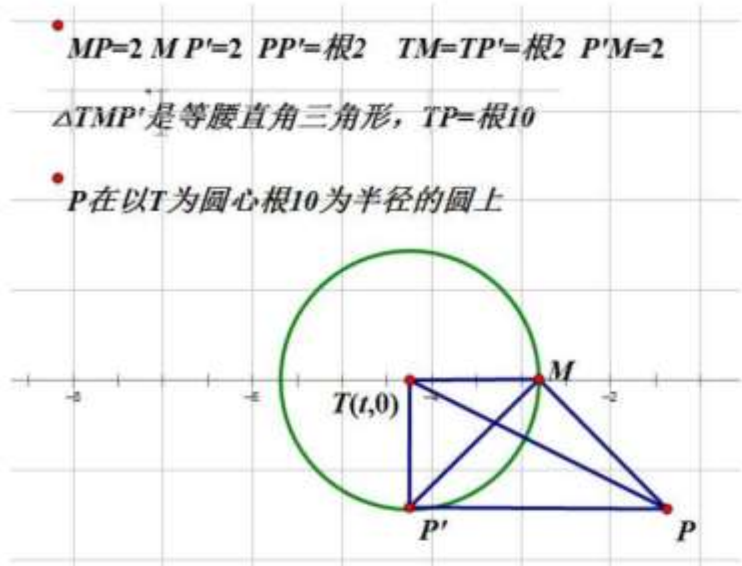
(2)如图所示，线段 AF 的“2 旋转点”，位于两条线段上它们的端点坐标分别为(-1，2)，(1，2)，(1，-2)和(3，-2)

可得 b 的取值范围是：-5≤b≤-3 和 1≤b≤3..5 分



(3)t 的取值范围：$-1-\sqrt{10} \le t \le \frac{7}{3}$ ....7 分

⊙T 的“2 旋转点”，位于半径为 $\sqrt{10}$ 的同心圆上，



如图，当点 T 位于点 A 右侧，且“2 旋转点”所在圆与 AD 相切时，切点为 M，

$$\cos\angle DAO=\frac{DO}{DA}=\frac{MT}{AT}=\frac{3}{\sqrt{10}},\therefore\frac{\sqrt{10}}{AT}=\frac{3}{\sqrt{0}},\therefore AT=\frac{10}{3},\therefore t=\frac{7}{3}$$

当点 T 位于点 A 左侧，且“2 旋转点”所在圆经过点 A 时，t=-1-$\sqrt{10}$

$\therefore -1-\sqrt{10}\le t\le -1$或$1\le t\le \dfrac{7}{3}$