

2020 北京朝阳初三一模

数 学

2020. 5

学校_____班级_____姓名_____考号_____

考 生 须 知	<p>1. 本试卷共 8 页，共三道大题，28 道小题，满分 100 分。考试时间 120 分钟。</p> <p>2. 在试卷和答题卡上认真填写学校名称、班级、姓名和考号。</p> <p>3. 试题答案一律填涂或书写在答题卡上，在试卷上作答无效。</p> <p>4. 在答题卡上，选择题、作图题用 2B 铅笔作答，其他试题用黑色字迹签字笔作答。</p> <p>5. 考试结束，请将本试卷、答题卡和草稿纸一并交回。</p>
------------------	--

一、选择题(本题共 16 分，每小题 2 分)

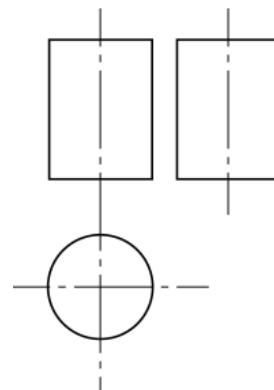
下面 1-8 题均有四个选项，其中符合题意的选项只有一个.

1. 自 2020 年 1 月 23 日起，我国仅用 10 天左右就完成了总建筑面积约为 113800 平方米的雷神山医院和火神山医院的建设，彰显了“中国速度”. 将 113800 用科学记数法表示应为

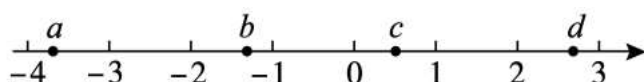
- (A) 1.138×10^5 (B) 11.38×10^4
 (C) 1.138×10^4 (D) 0.1138×10^6

2. 右图是某几何体的三视图，该几何体是

- (A) 圆锥
 (B) 球
 (C) 长方体
 (D) 圆柱



3. 实数 a, b, c, d 在数轴上的对应点的位置如图所示，这四个数中，相反数最大的是



- (A) a (B) b (C) c (D) d

4. 一个不透明的袋中装有 8 个黄球， m 个红球， n 个白球，每个球除颜色外都相同. 任意摸出一个球，是黄球的概率与不是黄球的概率相同，下列 m 与 n 的关系一定正确的是

(A) $m = n = 8$

(B) $n - m = 8$

(C) $m + n = 8$

(D) $m - n = 8$

5. 如果 $a = \sqrt{3} - 1$, 那么代数式 $(1 + \frac{1}{a-1}) \div \frac{a}{a^2-1}$ 的值为

(A) 3

(B) $\sqrt{3}$

(C) $\frac{\sqrt{3}}{3}$

(D) $\sqrt{3} - 2$

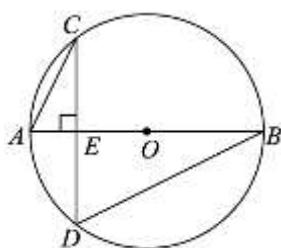
6. 如图, $\odot O$ 的直径 AB 垂直于弦 CD , 垂足为 E , $CD = 4$, $\tan C = \frac{1}{2}$, 则 AB 的长为

(A) 2.5

(B) 4

(C) 5

(D) 10



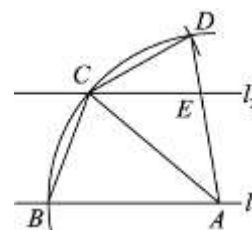
7. 如图, 直线 $l_1 \parallel l_2$, 点 A 在直线 l_1 上, 以点 A 为圆心, 适当长度为半径画弧, 分别交直线 l_1, l_2 于 B, C 两点, 以点 C 为圆心, CB 长为半径画弧, 与前弧交于点 D (不与点 B 重合), 连接 AC, AD, BC, CD , 其中 AD 交 l_2 于点 E . 若 $\angle ECA = 40^\circ$, 则下列结论错误的是

(A) $\angle ABC = 70^\circ$

(B) $\angle BAD = 80^\circ$

(C) $CE = CD$

(D) $CE = AE$



8. 生活垃圾分类回收是实现垃圾减量化和资源化的重要途径和手段. 为了解 2019 年某市第二季度日均可回收物回收量情况, 随机抽取该市 2019 年第二季度的 m 天数据, 整理后绘制成统计表进行分析.

日均可回收物回收量 (千吨)	$1 \leq x < 2$	$2 \leq x < 3$	$3 \leq x < 4$	$4 \leq x < 5$	$5 \leq x \leq 6$	合计
频数	1	2		b	3	m
频率	0.05	0.10	a		0.15	1

表中 $3 \leq x < 4$ 组的频率 a 满足 $0.20 \leq a \leq 0.30$.

下面有四个推断:

①表中 m 的值为 20;

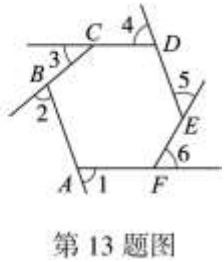
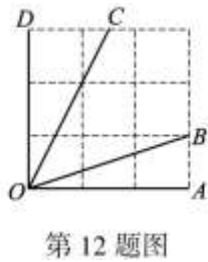
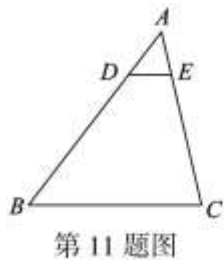
- ②表中***b***的值可以为7;
- ③这***m***天的日均可回收物回收量的中位数在 $4 \leq x < 5$ 组;
- ④这***m***天的日均可回收物回收量的平均数不低于3.

所有合理推断的序号是

- (A) ①②
- (B) ①③
- (C) ②③④
- (D) ①③④

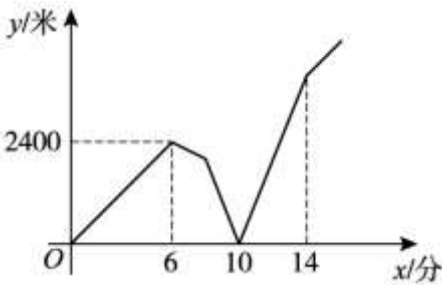
二、填空题(本题共 16 分，每小题 2 分)

9. 若分式 $\frac{1}{x-2}$ 有意义，则*x*的取值范围是_____
10. 分解因式： $2x^2 + 8x + 8 =$ _____
11. 如图，在 $\triangle ABC$ 中，点*D*，*E*分别在*AB*，*AC*上， $DE \parallel BC$ ，若 $AD = 1$ ， $AB = 4$ ，则 $\frac{DE}{BC} =$ _____
12. 如图所示的网格是正方形网格，则 $\angle AOB$ _____ $\angle COD$ （填“>”，“=”或“<”）
13. 如图， $\angle 1 \sim \angle 6$ 是六边形*ABCDEF*的外角，则 $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 + \angle 4 + \angle 5 + \angle 6 =$ _____°.



14. 用一个*a*的值说明命题“若*a*为实数，则 $a < 2a$ ”是错误的，这个值可以是*a* =_____.
15. 某地扶贫人员甲从办公室出发，骑车匀速前往 A 村走访群众，出发几分钟后，扶贫人员乙发现甲的手机落在办公室，无法联系，于是骑车沿相同路线匀速去追甲. 乙刚出发 2 分钟，甲也发现自己手机落在办公室，立刻原路原速骑车返回办公室，2 分钟后甲遇到乙，乙把手机给甲后立即原路原速返回办公室，甲继续原路原速赶往 A 村. 甲、乙两人相距的路程*y* (米) 与甲出发的时间*x* (分) 之间的关系如图所示 (乙给甲手机的时间忽略不计). 有下列三个说法：

- ①甲出发 10 分钟后与乙相遇；
- ②甲的速度是 400 米/分；
- ③乙返回办公室用时 4 分钟.



其中所有正确说法的序号是_____.

16. 某兴趣小组外出登山，乘坐缆车费用如下表所示：

乘坐缆车方式	乘坐缆车费用（单位：元/人）
往返	180
单程	100

已知小组成员每个人都至少乘坐一次缆车，去程时有 8 人乘坐缆车，返程时有 17 人乘坐缆车，他们乘坐缆车的总费用是 2400 元，该小组共有人.

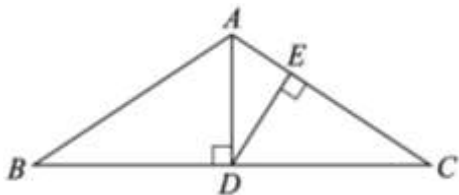
三、解答题(本题共 68 分，第 17-22 题，每小题 5 分，第 23-26 题，每小题 6 分，第 27，28 题，每小题 7 分)

17. 计算： $|\sqrt{3}| + 2\cos 60^\circ - (\pi - 2020)^0 + (\frac{1}{3})^{-1}$

18. 解不等式组：
$$\begin{cases} 2(x-1) < x+2 \\ \frac{x+1}{2} < x \end{cases}$$

19. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB = AC$ ， $AD \perp BC$ 于点 D ， $DE \perp AC$ 于点 E

求证： $\angle BAD = \angle CDE$

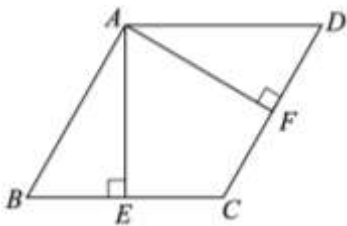


20. 关于 x 的一元二次方程 $x^2 + (m+1)x + \frac{1}{4}m^2 = 0$ 有两个不相等的实数根

- (1) 求 m 的取值范围；
- (2) 写出一个符合条件的 m 的值，并求出此时方程的根。

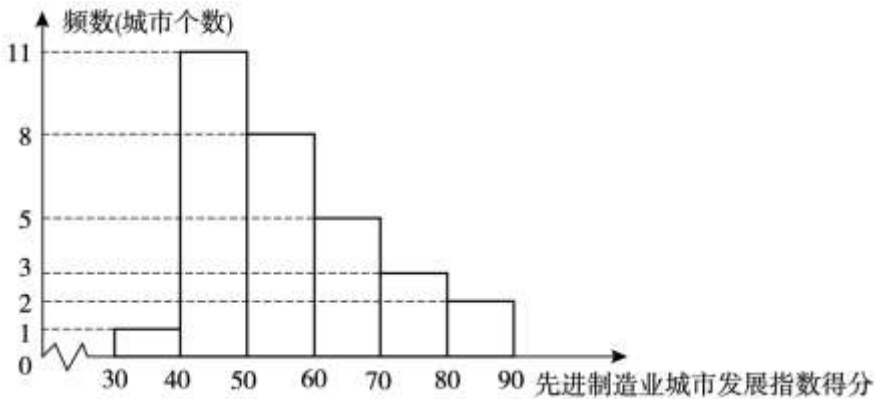
21. 如图，四边形 $ABCD$ 是平行四边形， $AE \perp BC$ ， $AF \perp CD$ ，垂足分别为 E ， F ，且 $BE = DF$

- (1) 求证：四边形 $ABCD$ 是菱形；
- (2) 连接 EF 并延长，交 AD 的延长线于点 G ，若 $\angle CEG = 30^\circ$ ， $AE = 2$ ，求 EG 的长。

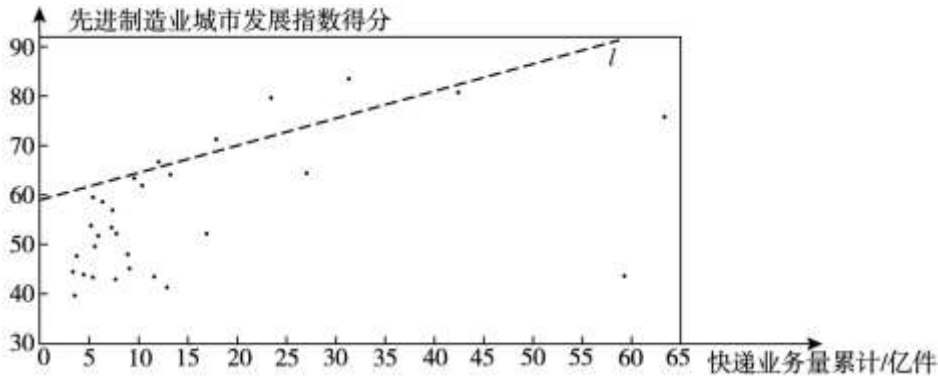


22. 先进制造业城市发展指数是反映一个城市先进制造水平的综合指数. 对 2019 年我国先进制造业城市发展指数得分排名位居前列的 30 个城市的有关数据进行收集、整理、描述和分析. 下面给出了部分信息：

- a. 先进制造业城市发展指数得分的频数分布直方图(数据分成 6 组： $30 \leq x < 40$ ， $40 \leq x < 50$ ， $50 \leq x < 60$ ， $60 \leq x < 70$ ， $70 \leq x < 80$ ， $80 \leq x \leq 90$)：



- b. 先进制造业城市发展指数得分在 $70 \leq x < 80$ 这一组的是：71.1 75.7 79.9
- c. 30 个城市的 2019 年快递业务量累计和先进制造业城市发展指数得分情况统计图：

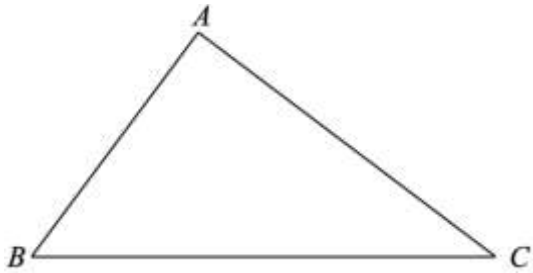


- d. 北京的先进制造业城市发展指数得分为 79.9.

根据以上信息，回答下列问题：

- (1)在这 30 个城市中，北京的先进制造业城市发展指数得分排名第_____；
- (2)在 30 个城市的快递业务量累计和先进制造业城市发展指数得分情况统计图中，包括北京在内的少数几个城市所对应的点位于虚线 1 的上方.请在图中用“○”圈出代表北京的点；
- (3)在这 30 个城市中，先进制造业城市发展指数得分高于北京的城市的快递业务量累计的最小值约为_____亿件.(结果保留整数)

23. 如图，在 $\triangle ABC$ 中 $AB = 3, AC = 4, BC = 5$. 在同一平面内， $\triangle ABC$ 内部一点 O 到 AB, AC, BC 的距离都等于 a (a 为常数)，到点 O 的距离等于 a 的所有点组成图形 G .



- (1)直接写出 a 的值；
- (2)连接 BO 并延长，交 AC 于点 M ，过点 M 作 $MN \perp BC$ 于点 N .
 - ①求证： $\angle BMA = \angle BMN$ ；
 - ②求直线 MN 与图形 G 的公共点个数.

24. 有这样一个问题：探究函数 $y = \frac{6}{|x-2|}$ 的图象与性质并解决问题

小明根据学习函数的经验，对问题进行了探究

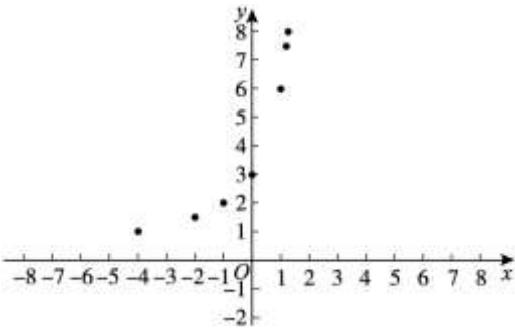
下面是小明的探究过程，请补充完整：

- (1) 函数 $y = \frac{6}{|x-2|}$ 的自变量 x 的取值范围是 $x \neq 2$;
- (2) 取几组 y 与 x 的对应值，填写在下表中，

x	...	-4	-2	-1	0	1	1.2	1.25	2.75	2.8	3	4	5	6	8	...
y	...	1	1.5	2	3	6	7.5	8	8	7.5	6	3	m	1.5	1	...

m 的值为_____；

- (3) 如下图，在平面直角坐标系 xOy 中，描出补全后的表中各组数值所对应的点，并画出该函数的图象；



(4) 获得性质，解决问题：

①通过观察、分析、证明，可知函数 $y = \frac{6}{|x-2|}$ 的图象是轴对称图形，它的对称轴是_____；

②过点 $P(-1, n)$ ($0 < n < 2$) 作直线 $l \parallel x$ 轴，与函数 $y = \frac{6}{|x-2|}$ 的图象交于点 M, N (点 M 在点 N 的左侧)，则
 $PN - PM$ 的值为_____。

25. 在平面直角坐标系 xOy 中，直线 $y = 1$ 与一次函数 $y = -x + m$ 的图象交于点 P ，与反比例函数 $y = \frac{m}{x}$ 的图象交于点 Q ，点 $A(1, 1)$ 与点 B 关于 y 轴对称

(1) 直接写出点 B 的坐标；

(2) 求点 P, Q 的坐标 (用含 m 的式子表示)；

(3) 若 P, Q 两点中只有一个点在线段 AB 上，直接写出 m 的取值范围

26. 在平面直角坐标系 xOy 中，抛物线 $y = ax^2 - 3ax + a + 1$ 与 y 轴交于点 A .

(1) 求点 A 的坐标 (用含 a 的式子表示)；

(2) 求抛物线的对称轴；

(3) 已知点 $M(-2, -a - 2), N(0, a)$. 若抛物线与线段 MN 恰有一个公共点，结合函数图象，求 a 的取值范围.

27. 四边形 $ABCD$ 是正方形，将线段 CD 绕点 C 逆时针旋转 $2\alpha(0^\circ < \alpha < 45^\circ)$ ，得到线段 CE 连接 DE ，过点 B 作 $BF \perp DE$ 交 DE 的延长线于点 F ，连接 BE 。

(1) 依题意补全图 1；

(2) 直接写出 $\angle FBE$ 的度数；

(3) 连接 AF ，用等式表示线段 AF 与 DE 的数量关系，并证明。

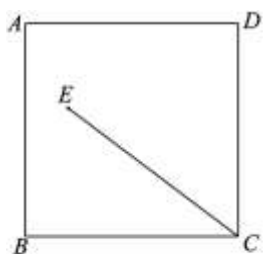
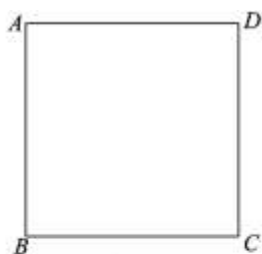


图 1



备用图

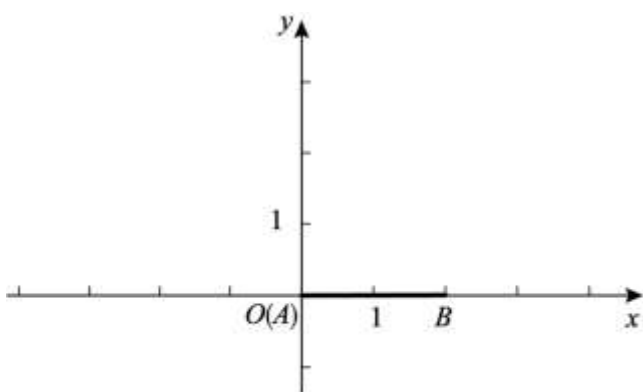
28. 在平面直角坐标系 xOy 中，点 $A(t, 0)$, $B(t + 2, 0)$, $C(n, 1)$ ，若射线 OC 上存在点 P ，使得 $\triangle ABP$ 是以 AB 为腰的等腰三角形，就称点 P 为线段 AB 关于射线 OC 的等腰点。

(1) 如图， $t = 0$ ，

① 若 $n = 0$ ，则线段 AB 关于射线 OC 的等腰点的坐标是_____；

② 若 $n < 0$ ，且线段 AB 关于射线 OC 的等腰点的纵坐标小于1，求 n 的取值范围；

(2) 若 $n = \frac{\sqrt{3}}{3}$ ，且射线 OC 上只存在一个线段 AB 关于射线 OC 的等要点，则 t 的取值范围是_____。



2020 北京朝阳初三一模数学

参考答案

一、选择题(本题共 16 分, 每小题 2 分)

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	A	D	A	C	B	C	C	D

二、填空题(本题共 16 分, 每小题 2 分)

题号	9	10	11	12
答案	$x \neq 2$	$2(x+2)^2$	$\frac{1}{4}$	$<$
题号	13	14	15	16
答案	360	答案不唯一, 如 $a = 0$	①②③	20

三、解答题(本题共 68 分, 第 17-22 题, 每小题 5 分, 第 23-26 题, 每小题 6 分, 第 27, 28 题, 每小题 7 分)

17. 解: 原式 $= \sqrt{3} + 2 \times \frac{1}{2} - 1 + 3 \dots\dots\dots 4$ 分

$= \sqrt{3} + 3 \dots\dots\dots 5$ 分

18. 解: 原不等式组为 $\begin{cases} 2(x-1) < x+2, & \text{①} \\ \frac{x+1}{2} < x & \text{②} \end{cases}$

解不等式①得, $x < 4 \dots\dots\dots 2$ 分

解不等式②得, $x > 1 \dots\dots\dots 4$ 分

\therefore 原不等式组的解集为 $1 < x < 4 \dots\dots\dots 5$ 分

19. 证明: $\because AB = AC,$

$\therefore \angle B = \angle C \dots\dots\dots 2$ 分

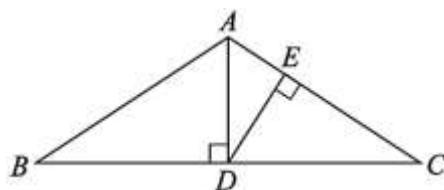
$\because AD \perp BC,$

$\therefore \angle ADB = 90^\circ$

$\therefore \angle BAD + \angle B = 90^\circ \dots\dots\dots 3$ 分

$\because DE \perp AC,$

$\therefore \angle DEC = 90^\circ$



$\therefore \angle CDE + \angle C = 90^\circ \dots\dots\dots 4\text{分}$

$\therefore \angle BAD = \angle CDE \dots\dots\dots 5\text{分}$

20. 解：（1）由题意得， $\Delta = (m + 1)^2 - 4 \times \frac{1}{4}m^2 > 0 \dots\dots\dots 2\text{分}$

解得 $m > -\frac{1}{2} \dots\dots\dots 3\text{分}$

（2）答案不唯一，如： $m = 0 \dots\dots\dots 4\text{分}$

此时，方程为 $x^2 + x = 0$

解得 $x_1 = 0, x_2 = -1 \dots\dots\dots 5\text{分}$

21. （1）证明： \because 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

$\therefore \angle B = \angle ADC \dots\dots\dots 1\text{分}$

$\because AE \perp BC, AF \perp CD,$

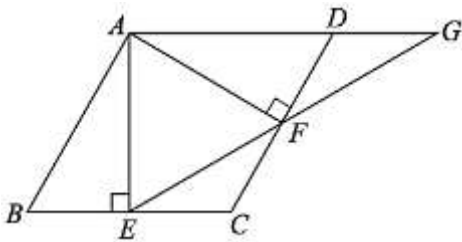
$\therefore \angle AEB = \angle AFD = 90^\circ \dots\dots\dots 2\text{分}$

$\because BE = DF,$

$\therefore \triangle ABE \cong \triangle ADF$

$\therefore AB = AD$

\therefore 四边形 $ABCD$ 是菱形 $\dots\dots\dots 3\text{分}$

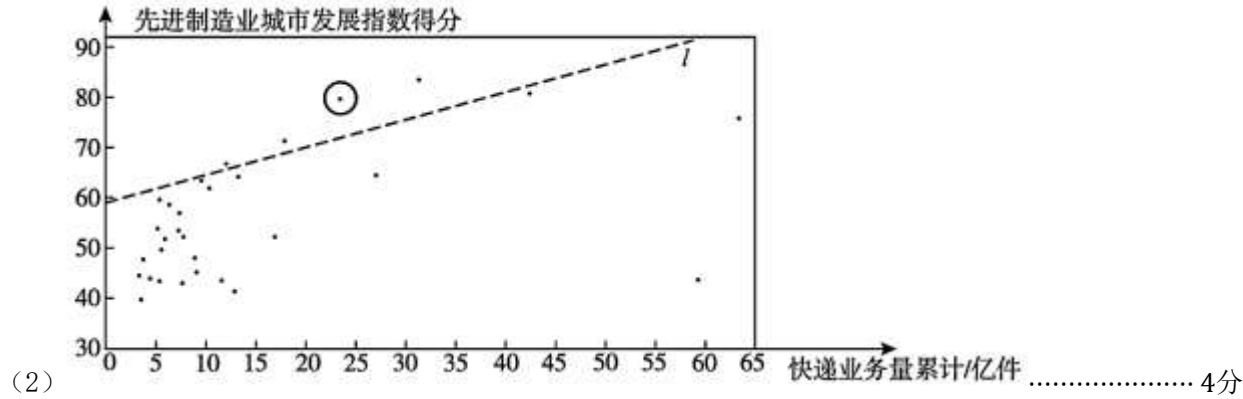


（2）解：由（1）知 $AD \parallel BC$

$\therefore \angle EAG = 90^\circ, \angle G = \angle CEG = 30^\circ \dots\dots\dots 4\text{分}$

$\therefore EG = 2AE = 4 \dots\dots\dots 5\text{分}$

22. 答：（1）3； $\dots\dots\dots 2\text{分}$



(3) 31..... 5分

23. 解: (1) $a = 1$; 1分

(2) ①由题意可知图形 G 是以 O 为圆心, a 为半径的圆, AB , AC , BC 与 $\odot O$ 相切..... 2分

$$\therefore \angle ABM = \angle NBM$$

$$\because AB = 3, AC = 4, BC = 5,$$

$$\therefore \angle A = 90^\circ \text{ 3分}$$

$$\because MN \perp BC,$$

$$\therefore \angle A = \angle BNM = 90^\circ$$

$$\therefore \angle BMA = \angle BMN \text{ 4分}$$

②如图, 设 $\odot O$ 与 AC 的切点为 D , 连接 OD ,

作 $OE \perp MN$ 于点 E

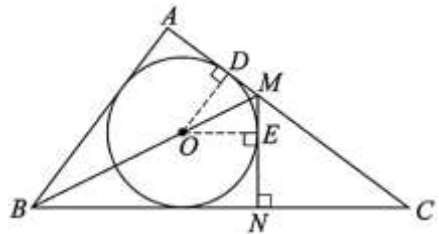
$$\therefore OD \perp AC \text{ 5分}$$

$$\therefore OD = OE$$

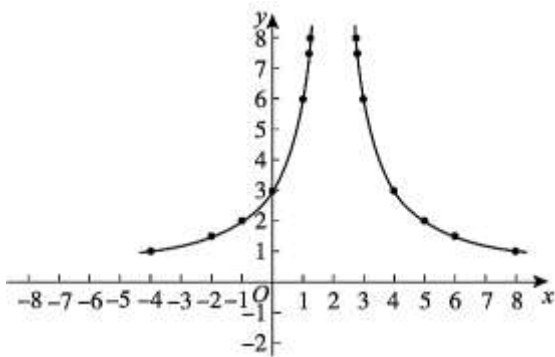
$\therefore OE$ 为 $\odot O$ 的半径

$\therefore MN$ 为 $\odot O$ 的切线

\therefore 直线 MN 与图形 G 的公共点个数为1..... 6分



24. 解: (2) $m = 2$; 1分



(3) 4分

(4) ①直线 $x = 2$; 5分

②6..... 6分

25. 解: (1) $B(-1,1)$; 2分

(2) 把 $y = 1$ 代入 $y = -x + m$, 得 $x = m - 1$

把 $y = 1$ 代入 $y = \frac{m}{x}$, 得 $x = m$

$\therefore P(m-1,1), Q(m,1)$ 4分

(3) $-1 \leq m < 0$ 或 $1 < m \leq 2$ 6分

26. 解:

(1) \because 抛物线 $y = ax^2 - 3ax + a + 1$ 与 y 轴交于点 A ,

令 $x = 0$, 得 $y = a + 1$

$\therefore A(0, a+1)$ 1分

(2) 由抛物线 $y = ax^2 - 3ax + a + 1$ 可知 $x = -\frac{-3a}{2a} = \frac{3}{2}$

\therefore 抛物线的对称轴为直线 $x = \frac{3}{2}$ 3分

(3) 对于任意的实数 a , 都有 $a + 1 > a$

可知点 A 总在点 N 的上方

令抛物线上的点 $C(-2, y_c)$

$\therefore y_c = 11a + 1$

① 如图 1, 当 $a > 0$ 时, $y_c > -a - 2$

\therefore 点 C 在点 M 的上方

结合函数图象, 可知抛物线与线段 MN 没有公共点

② 当 $a < 0$ 时,

(i) 如图 2, 当抛物线经过点 M 时, $y_c = -a - 2$

$\therefore a = -\frac{1}{4}$

结合函数图象, 可知抛物线与线段 MN 恰有一个公共点 M

(ii) 当 $-\frac{1}{4} < a < 0$ 时, 可知抛物线与线段 MN 没有公共点

(iii) 如图 3, 当 $a < -\frac{1}{4}$ 时, $y_c < -a - 2$

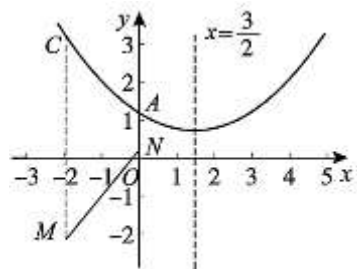


图 1

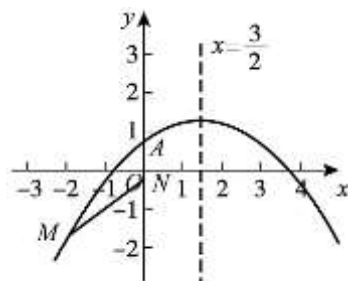


图 2

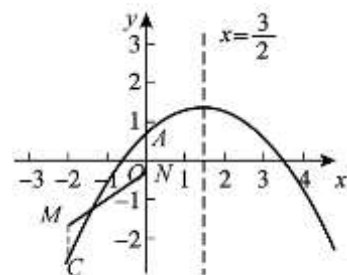


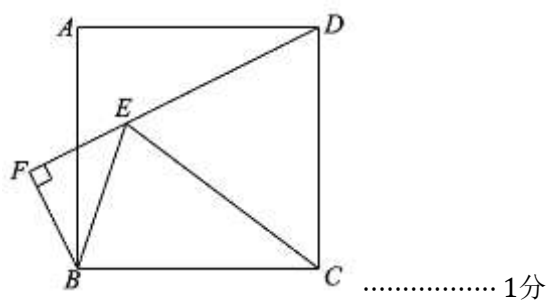
图 3

∴点C在点M的下方

结合函数图象，可知抛物线与线段MN恰有一个公共点

综上所述，a的取值范围是 $a \leq -\frac{1}{4}$ 6分

27. 解:(1)补全图形，如图所示.



(2) $\angle FBE = 45^\circ$; 3分

(3) $DE = \sqrt{2}AF$ 4分

证明：如图作 $AH \perp AF$ ，交BF的延长线于点H，设DF与AB交于点G，根据题意可知， $CD = CE$ ， $\angle ECD = 2\alpha$ ， $\angle ABC = \angle BCD = \angle CDA = \angle DAB = 90^\circ$

∴ $\angle EDC = 90^\circ - \alpha$ ， $CB = CE$ ， $\angle BCE = 90^\circ - 2\alpha$

∴ $\angle CBE = 45^\circ + \alpha$ ， $\angle ADF = \alpha$.

∴ $\angle ABE = 45^\circ - \alpha$

∵ $BF \perp DE$ ，

∴ $\angle BFD = 90^\circ$

∵ $\angle AGD = \angle FGB$ ，

∴ $\angle FGB = \alpha$

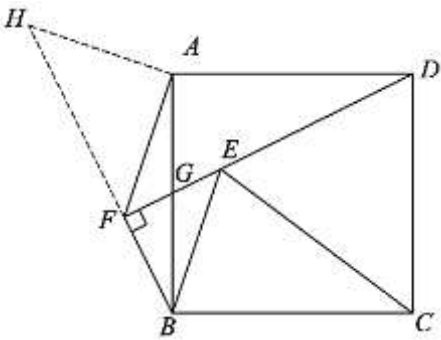
∴ $\angle FBE = \angle FEB = 45^\circ$

∴ $FB = FE$ 5分

∵ $AH \perp AF$ ， $\angle BAD = 90^\circ$ ，

∴ $\angle HAB = \angle FAD$

∴ $\triangle HAB \cong \triangle FAD$ 6分



$$\therefore HB = FD, AH = AF$$

$$\therefore HF = DE, \angle H = 45^\circ$$

$$\therefore HF = \sqrt{2}AF \dots\dots\dots 7\text{分}$$

$$\therefore DE = \sqrt{2}AF$$

28. 解：（1）（0，2）……… 2分

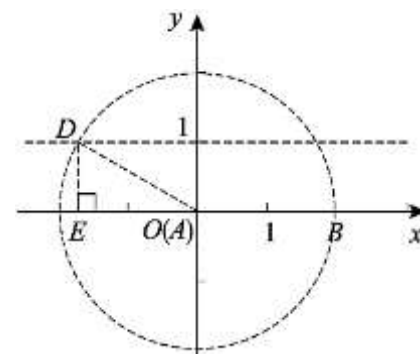
（2）如图，设以点O为圆心，AB为半径的圆与直线y = 1在第二象限的交点为D，

作DE垂直x轴于点E

$$\therefore OD = 2, DE = 1$$

在Rt△ODE中根据勾股定理得OE = $\sqrt{3}$

$$\therefore n \text{的取值范围是 } n < -\sqrt{3} \dots\dots\dots 4\text{分}$$



$$\text{（3）} -4 < t \leq -2 \text{ 或 } \frac{4\sqrt{3}}{3} - 2 < t \leq 2 \text{ 或 } t = 0 \text{ 或 } t = \frac{4\sqrt{3}}{3} \dots\dots\dots 7\text{分}$$