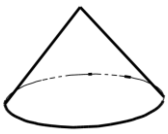
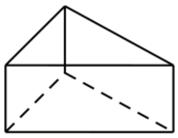
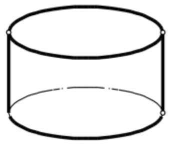
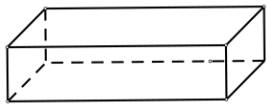
2022 北京门头沟初三二模

数　　学

考生须知	1．本试卷共 8 页，三道大题，28 个小题．满分 100 分．考试时间 120 分钟． 2．在试卷和答题卡上准确填写学校和姓名，并将条形码粘贴在答题卡相应位置处． 3．试题答案一律填涂或书写在答题卡上，在试卷上作答无效． 4．在答题卡上，选择题、作图题用 2B 铅笔作答，其它试题用黑色字迹签字笔作答． 5．考试结束，将试卷、答题卡和草稿纸一并交回．

一、选择题（本题共 16 分，每小题 2 分）第 1- 8 题均有四个选项，符合题意的选项只有一个．

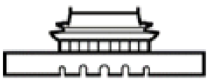
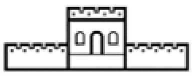
1. 在下面四个几何体中，俯视图是矩形的是（　　）

A. 　B. 　C. 　D. 

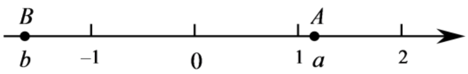
2. 2022 年 5 月 4 日我国“巅峰使命 2022”珠峰科考 13 名科考登山队员全部登顶珠穆朗玛主峰成功，并在海拔超过 8 800 米处架设了自动气象观测站，这是全世界海拔最高的自动气象观测站．将数字 8 800 用科学记数法表示为（　）

A. 8.8×10^3　B. 88×10^2　C. 8.8×10^4　D. 0.88×10^5

3. 2022 年 2 月 4 日至 20 日第二十四届冬季奥林匹克运动会在北京成功举办，下面是一些北京著名建筑物的简笔画，其中不是轴对称图形的是（　）

A 　B. 　C. 　D. 

4. 如图，如果数轴上 A、B 两点分别对应实数 a、b，那么下列结论正确的是（　）



A. $a+b>0$　B. $ab>0$　C. $a-b>0$　D. $|a|-|b|>0$

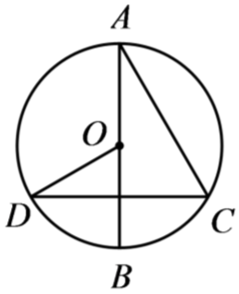
5. 如果 $a-b=2\sqrt{3}$，那么代数式 $(\frac{a^2+b^2}{2a}-b)\cdot\frac{a}{a-b}$ 的值为

A. $\sqrt{3}$　B. $2\sqrt{3}$　C. $3\sqrt{3}$　D. $4\sqrt{3}$

6. 十字路口的交通信号灯每分钟红灯亮 30 秒，绿灯亮 25 秒，黄灯亮 5 秒.当你抬头看信号灯时，是黄灯的概率为（　　）

A. $\frac{1}{2}$　B. $\frac{5}{12}$　C. $\frac{1}{3}$　D. $\frac{1}{12}$

7. 如图，在⊙O 中， AB 是直径，$CD\perp AB$，$\angle ACD=60°$，$OD=2$，那么 DC 的长等于（　）



A. $\sqrt{3}$　　B. $2\sqrt{3}$

C. 2　　D. 4

8. 在平面直角坐标系 xOy 中，已知抛物线 $y=ax^2-2ax+4$（$a>0$），如果点 A（$m-1$，y_1），B（m，y_2）和 C（$m+2$，y_3）均在该抛物线上，且总有 $y_1>y_3>y_2$，结合图象，可知 m 的取值范围是（　）

A. $m<1$　　B. $0<m<1$　　C. $m<\dfrac{1}{2}$　　D. $0<m<\dfrac{1}{2}$

二、填空题（本题共 16 分，每小题 2 分）

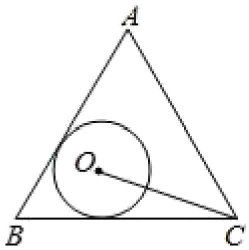
9. 式子 $\sqrt{3+x}$ 在实数范围内有意义，则实数 x 的取值范围是________.

10. 分解因式：$ab^2-ac^2=$________________________.

11. 若 $|x+2|+\sqrt{y-3}=0$，则 $xy=$________.

12. 《孙子算经》中有一道题："今有木，不知长短，引绳度之，余绳四尺五寸；屈绳量之，不足一尺，木长几何？"译文大致是："用一根绳子去量一根木条，绳子剩余 4.5 尺；将绳子对折再量木条，木条剩余 1 尺，问木条长多少尺？"如果设木条长 x 尺，绳子长 y 尺，可列方程组为_____.

13. 如图，半径为 $\sqrt{3}$ 的 $\odot O$ 与边长为 8 的等边三角形 ABC 的两边 AB、BC 都相切，连接 OC，则 $\tan\angle OCB=$_____.



14. 已知 y 是以 x 为自变量的二次函数，且当 x=0 时，y 的最小值为-1，写出一个满足上述条件的二次函数表达式_______.

15. 在平行四边形 $ABCD$ 中，对角线 AC，BD 交于点 O，只需添加一个条件，即可证明平行四边形 $ABCD$ 是矩形，这个条件可以是__________（写出一个即可）.

16. 电脑系统中有个"扫雷"游戏，游戏规定：一个方块里最多有一个地雷，方块上面如果标有数字，则是表示此数字周围的方块中地雷的个数． 如图 1 中的"3"就是表示它周围的八个方块中有且只有 3 个有地雷．如图 2，这是小明玩游戏的局部，图中有 4 个方块已确定是地雷（标旗子处），其它区域表示还未掀开，问在标有"A"~"G"的七个方块中，能确定一定是地雷的有________（填方块上的字母）.

	3	

图 1

A	B	C	D	E	F	G				
	2	2	2	3	4	4			2	1
1	1	0	1	⚑	3	⚑	3	2	⚑	1
0	0	0	1	1	3	⚑	2	1	1	2

图 2

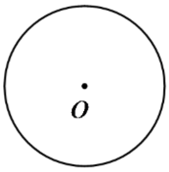
三、解答题（本题共 68 分，第 17～21 题每小题 5 分，第 22～24 题每小题 6 分，第 25 题 5 分，第 26 题 6 分，第 27～28 题每小题 7 分）解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. 计算：$(\frac{1}{3})^{-1}+\sqrt{18}+|-2|-6\sin 45°$

18. 解不等式 $\frac{1}{2}x-1\le\frac{2}{3}x-\frac{1}{2}$，并把它的解集在数轴上表示出来.

19. 下面是小明同学设计的“作圆的内接正方形”的尺规作图过程.

已知：如图，⊙O.



求作：⊙O 的内接正方形.

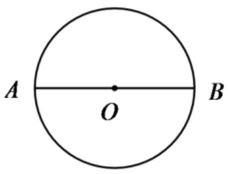
作法：① 作⊙O 的直径 AB；

② 分别以点 A，B 为圆心，大于 $\frac{1}{2}AB$ 同样长为半径作弧，两弧交于 M，N；

③ 作直线 MN 交⊙O 于点 C，D；

④ 连接 AC，BC，AD，BD.

∴ 四边形 $ACBD$ 就是所求作的正方形.



根据小明设计的尺规作图过程，

（1）使用直尺和圆规，补全图形（保留作图痕迹）；

（2）完成下面的证明.

证明：∵ MN 是 AB ________，

∴ $\angle AOC=\angle COB=\angle BOD=\angle DOA=90°$.

∴ $AC=BC=BD=AD$.（____________）（填推理依据）

∴ 四边形 $ACBD$ 是菱形.

又∵AB 是⊙O 的直径，

∴ $\angle ACB = 90°$．（________________）（填推理依据）

∴ 四边形 $ACBD$ 是正方形．

20. 已知关于 x 的二次方程 $mx^2-\left(2m-3\right)x+\left(m-1\right)=0$ 有两个不相等的实数根．

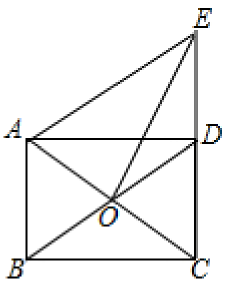
（1）求 m 的取值范围；

（2）如果 m 为正整数，求此方程的根．

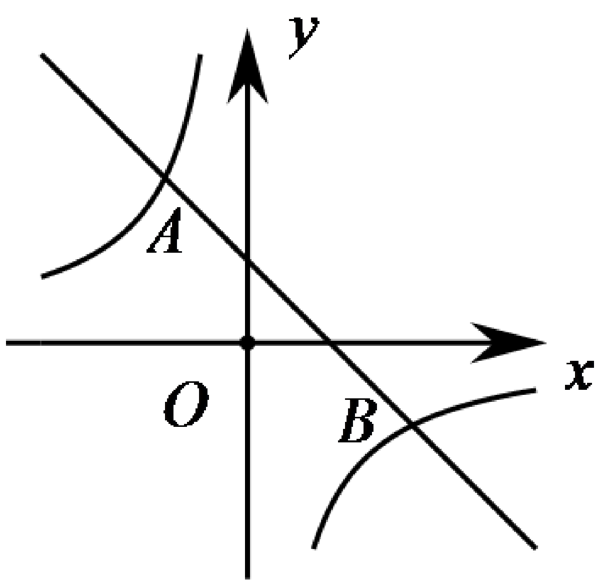
21. 如图，在矩形 ABCD 得对角线 AC，BD 交于点 O，延长 CD 到点 E，使 $DE=CD$，连接 AE．

（1）求证：四边形 ABDE 是平行四边形；

（2）连接 OE，若 $AD=4$，$AB=2$，求 OE 的长．



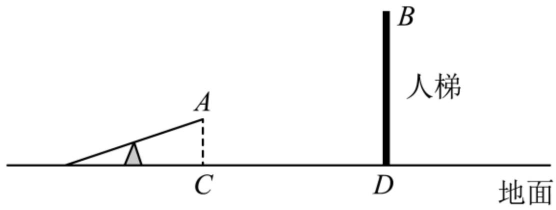
22. 如图，一次函数 $y_1=-x+2$ 的图象与反比例函数 $y_2=\dfrac{k}{x}$ 的图象相交于 A、B 两点，点 B 的坐标为（2n，－n）．



（1）求 n 的值，并确定反比例函数的表达式；

（2）结合函数图象，直接写出不等式 $\dfrac{k}{x}>-x+2$ 的解集．

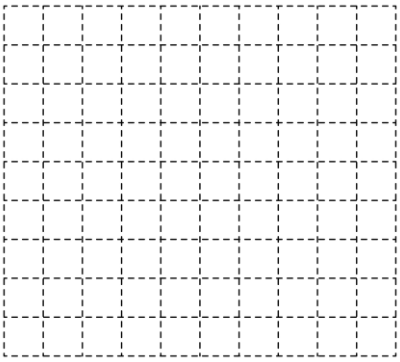
23. 如图，杂技团进行杂技表演，演员要从跷跷板右端 A 处弹跳后恰好落在人梯的顶端 B 处，其身体（看成一点）的路径是一条抛物线．现测量出如下的数据，设演员身体距起跳点 A 水平距离为 d 米时，距地面的高度为 h 米．



d（米）	…	1.00	1.50	2.00	2.50	3.00	3.50	…
h（米）	…	3.40	4.15	4.60	4.75	4.60	4.15	…

请你解决以下问题：

（1）在下边网格中建立适当平面直角坐标系，根据已知数据描点，并用平滑曲线连接；



（2）结合表中所给的数据或所画的图象，直接写出演员身体距离地面的最大高度；

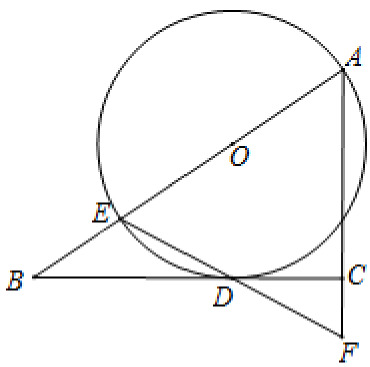
（3）求起跳点 A 距离地面　高度；

（4）在一次表演中，已知人梯到起跳点 A 的水平距离是 3 米，人梯的高度是 3.40 米．问此次表演是否成功？如果成功，说明理由；如果不成功，说明应怎样调节人梯到起跳点 A 的水平距离才能成功？

24. 如图，已知 Rt△ABC 中，$\angle ACB=90°$，E 为 AB 上一点，以 AE 为直径作⊙O 与 BC 相切于点 D，连接 ED 并延长交 AC 的延长线于点 F.

（1）求证：$AE=AF$；

（2）若 $AE=5$，$AC=4$，求 BE 的长.



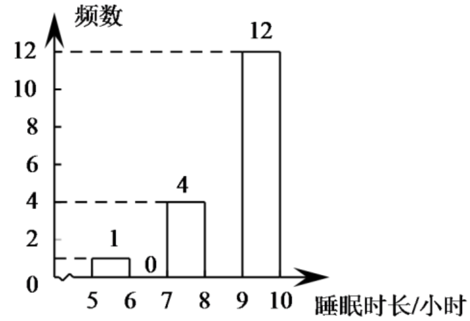
25. 2021 年 7 月 24 日中共中央办公厅、国务院办公厅颁布了《关于进一步减轻义务教育阶段学生作业负担和校外培训负担的意见》，该意见对学生睡眠时间提出了新的要求．为了了解某校初二年级学生的睡眠时长，随机抽取了初二年级男生和女生各 20 位，对其同一天的睡眠时长进行调查，并对数据进行收集、整理、描述和分析．下面给出了相关信息.

a．睡眠时长（单位：小时）：

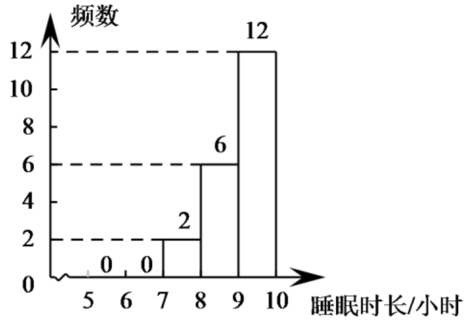
男生	7.7	9.9	9.8	5.5	9.6	9.6	8.6	9.8	9.9	7.9
	9.0	7.5	7.7	8 5	9.2	8.7	9.2	9.3	9.2	9.4
女生	9.0	7.6	9.1	9.0	8.0	7.9	8.6	9.2	9.0	9.3
	8.2	9.2	8.8	8.5	9.1	8.6	9.0	9.5	9.3	9.1

b．睡眠时长频数直方图（分组：$5\le x<6$，$6\le x<7$，$7\le x<8$，$8\le x<9$，$9\le x<10$）：

男生睡眠时长频数分布直方图



女生睡眠时长频数分布直方图



c．睡眠时长的平均数、众数、中位数如下：

年级	平均数	众数	中位数
男生	8 8	m	9.2
女生	8.8	9.0	n

根据以上信息，回答下列问题：

（1）补全男生睡眠时长频数分布直方图；

（2）直接写出表中 m，n 的值；

（3）根据抽样调查情况，可以推断____（填“男生”或“女生”）睡眠情况比较好，理由为____________.

26. 在平面直角坐标系中 xOy 中，已知抛物线 $y=mx^2-2mx+m-4$（$m\neq 0$）.

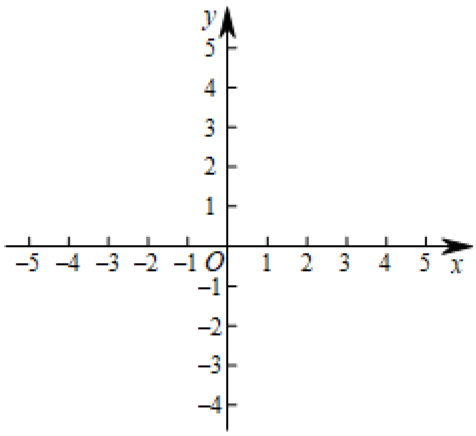


图1

（1）求此抛物线的对称轴；

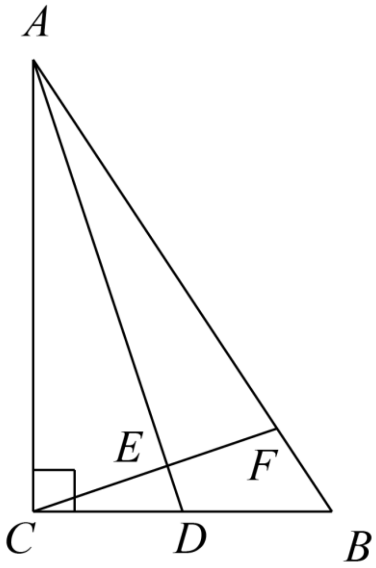
（2）当 $m=1$ 时，求抛物线的表达式；

（3）如果将（2）中的抛物线在 x 轴下方的部分沿 x 轴向上翻折，得到的图象与剩余的图象组成新图形 M.

①直接写直线 $y=x+1$ 与图形 M 公共点的个数；

②当直线 $y=k(x+2)-1$（$k\neq 0$）与图形 M 有两个公共点时，直接写出 k 的取值范围.

27. 如图，在△ABC 中，$\angle ACB=90°$，D 是 BC 的中点，过点 C 作 $CE\perp AD$，交 AD 于点 E，交 AB 于点 F，作点 E 关于直线 AC 的对称点 G，连接 AG 和 GC，过点 B 作 $BM\perp GC$ 交 GC 的延长线于点 M .

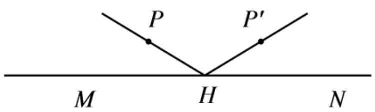


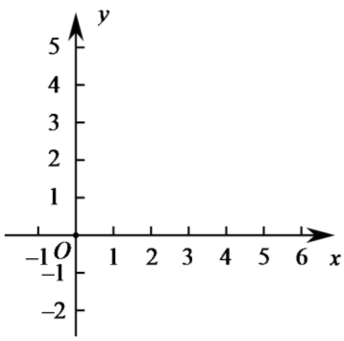
（1）① 根据题意，补全图形；

② 比较∠BCF 与∠BCM 的大小，并证明.

（2）过点 B 作 $BN\perp CF$ 交 CF 的延长线于点 N，用等式表示线段 AG，EN 与 BM 的数量关系，并证明.

28. 我们规定：如图，点 H 在直线 MN 上，点 P 和点 P' 均在直线 MN 的上方，如果 $HP=HP'$，$\angle PHM=\angle P'HN$，点 P' 就是点 P 关于直线 MN 的“反射点”，其中点 H 为“V 点”，射线 HP 与射线 HP' 组成的图形为“V 形”.





在平面直角坐标系 xOy 中，

（1）如果点 $P(0,3)$ ，$H(1.5,0)$，那么点 P 关于 x 轴的反射点 P' 的坐标为____；

（2）已知点 $A(0,a)$ ，过点 A 作平行于 x 轴的直线 l .

①如果点 $B(5,3)$ 关于直线 l 的反射点 B' 和“V 点”都在直线 $y=-x+4$ 上，求点 B' 的坐标和 a 的值；

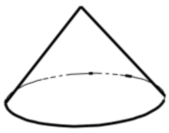
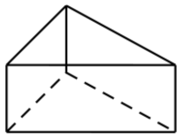
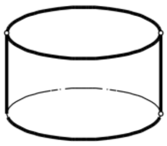
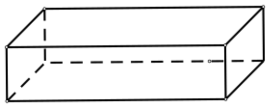
②$\odot W$ 是以$(3,2)$ 为圆心，1为半径的圆，如果某点关于直线l的反射点和“V 点”都在直线 $y=-x+4$上，且形成的“V 形”恰好与$\odot W$ 有且只有两个交点，求a的取值范围．

参考答案

考生须知	1．本试卷共 8 页，三道大题，28 个小题．满分 100 分．考试时间 120 分钟． 2．在试卷和答题卡上准确填写学校和姓名，并将条形码粘贴在答题卡相应位置处． 3．试题答案一律填涂或书写在答题卡上，在试卷上作答无效． 4．在答题卡上，选择题、作图题用 2B 铅笔作答，其它试题用黑色字迹签字笔作答． 5．考试结束，将试卷、答题卡和草稿纸一并交回．

一、选择题（本题共 16 分，每小题 2 分）第 1- 8 题均有四个选项，符合题意的选项只有一个．

1. 在下面四个几何体中，俯视图是矩形的是（　　）

A. 　B. 　C. 　D. 

【答案】D

【解析】

【分析】俯视图是分别从物体上面看，所得到的图形．

【详解】解：A、圆锥俯视图是带圆心的圆，故此选项错误；

B、三棱柱俯视图是三角形，故此选项错误；

C、圆柱俯视图是圆，故此选项错误；

D、长方体俯视图是矩形，故此选项正确．

故选：D．

【点睛】本题考查了几何体的三视图，掌握定义是关键．注意所有的看到的棱都应表现在三视图中．

2. 2022 年 5 月 4 日我国“巅峰使命 2022”珠峰科考 13 名科考登山队员全部登顶珠穆朗玛主峰成功，并在海拔超过 8 800 米处架设了自动气象观测站，这是全世界海拔最高的自动气象观测站．将数字 8 800 用科学记数法表示为（　　）

A. 8.8×10^3　　B. 88×10^2　　C. 8.8×10^4　　D. 0.88×10^5

【答案】A

【解析】

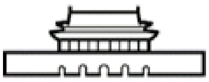
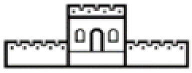
【分析】科学记数法的表示形式为 $a\times10^n$ 的形式，其中 $1\le|a|<10$，n 为整数．确定 n 的值时，要看把原数变成 a 时，小数点移动了多少位，n 的绝对值与小数点移动的位数相同．

【详解】解：$8\,800=8.8\times10^3$．

故选 A．

【点睛】本题考查了科学记数法的表示方法．科学记数法的表示形式为 $a\times10^n$ 的形式，其中 $1\le|a|<10$，n 为整数，表示时关键要正确确定 a 的值以及 n 的值．

3. 2022 年 2 月 4 日至 20 日第二十四届冬季奥林匹克运动会在北京成功举办，下面是一些北京著名建筑物的简笔画，其中不是轴对称图形的是（　）

A. 　B. 　C. 　D. 

【答案】D

【解析】

【分析】平面内一个图形沿一条直线折叠，直线两旁的部分能够完全重合的图形，根据轴对称图形的定义对各选项进行逐一分析即可.

【详解】解：A、　轴对称图形，本选项错误，不符合题意；

B、是轴对称图形，本选项错误，不符合题意；

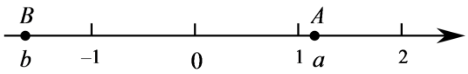
C、是轴对称图形，本选项错误，不符合题意；

D、不是轴对称图形，本选项正确，符合题意；

故选：D.

【点睛】本题考查中心对称图形、轴对称图形的判断，解题关键是找到对称轴.

4. 如图，如果数轴上 A、B 两点分别对应实数 a、b，那么下列结论正确的是（　）



A. $a+b>0$　B. $ab>0$　C. $a-b>0$　D. $|a|-|b|>0$

【答案】C

【解析】

【分析】先根据数轴上 A,B 的位置得出 a、b 的符号和绝对值大小，再逐项判断即可得.

【详解】解：由数轴上 A,B 的位置得：$b<-1<1<a<2$，$|a|<|b|$，

A、$a+b<0$，本选项错误，不符合题意；

B、$ab<0$，本选项错误，不符合题意；

C、$a-b>0$，本选项正确，符合题意；

D、$|a|-|b|<0$，本选项错误，不符合题意；

故选：C.

【点睛】本题考查了数轴的定义、绝对值运算，掌握理解数轴的定义是解题关键.

5. 如果 $a-b=2\sqrt{3}$，那么代数式 $(\frac{a^2+b^2}{2a}-b)\cdot\frac{a}{a-b}$ 的值为

A. $\sqrt{3}$　B. $2\sqrt{3}$　C. $3\sqrt{3}$　D. $4\sqrt{3}$

【答案】A

【解析】

【详解】分析：根据分式混合运算的法则进行化简，再把 $a-b=2\sqrt{3}$ 整体代入即可.

详解：原式 $=\frac{a^2+b^2-2ab}{2a}\cdot\frac{a}{a-b}=\frac{(a-b)^2}{2a}\cdot\frac{a}{a-b}=\frac{a-b}{2}$，

$\because a-b=2\sqrt{3}$，

$\therefore$ 原式 $=\sqrt{3}$.

故选 A.

点睛：考查分式的化简求值，熟练掌握分式混合运算的法则是解题的关键.

6. 十字路口的交通信号灯每分钟红灯亮 30 秒，绿灯亮 25 秒，黄灯亮 5 秒.当你抬头看信号灯时，是黄灯的概率为（　　）

A. $\frac{1}{2}$　　B. $\frac{5}{12}$　　C. $\frac{1}{3}$　　D. $\frac{1}{12}$

【答案】D

【解析】

【分析】首先根据概率的公式，判断出 m=5，n=60，即可得出 P 为 $\frac{1}{12}$.

【详解】根据概率的定义公式 P(A)= $\frac{m}{n}$

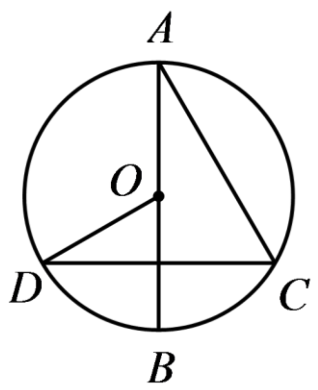
得知，m=5，n=60

则 P=$\frac{5}{60}=\frac{1}{12}$.

故答案为：D.

【点睛】此题主要考查概率的简单应用，解题的关键是熟悉概率的公式.

7. 如图，在⊙O 中， AB 是直径，$CD\perp AB$，$\angle ACD=60°$，$OD=2$，那么 DC 的长等于（　　）



A. $\sqrt{3}$　　B. $2\sqrt{3}$

C. 2　　D. 4

【答案】B

【解析】

【分析】根据垂径定理得到 CE=DE，$\overset{\frown}{BD}=\overset{\frown}{BC}$，$\angle DEO$=$\angle AEC$=90°，利用圆周角定理求出求出$\angle DOE$=2$\angle A$=60°，根据三角函数求出 DE，即可得到 CD.

【详解】解：∵AB 是直径，$CD\perp AB$，

∴CE=DE，$\overset{\frown}{BD}=\overset{\frown}{BC}$，$\angle DEO$=$\angle AEC$=90°，

∵$\angle ACD=60°$，

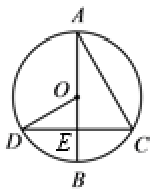
∴$\angle A$=30°，

∴∠DOE=2∠A=60°，

∴DE=$OD\cdot\sin 60°=2\times\frac{\sqrt{3}}{2}=\sqrt{3}$，

∴CD=2DE=$2\sqrt{3}$，

故选：B．



【点睛】此题考查了圆的垂径定理，圆周角定理，熟记两个定理的内容并熟练应用是解题的关键．

8. 在平面直角坐标系 xOy 中，已知抛物线 $y=ax^2-2ax+4$（$a>0$），如果点 A（$m-1$，y_1），B（m，y_2）和 C（$m+2$，y_3）均在该抛物线上，且总有 $y_1>y_3>y_2$，结合图象，可知 m 的取值范围是（　）

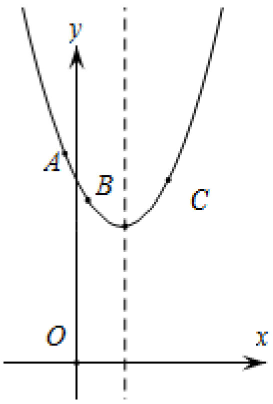
A. $m<1$　　　　B. $0<m<1$　　　　C. $m<\frac{1}{2}$　　　　D. $0<m<\frac{1}{2}$

【答案】D

【解析】

【分析】$a>0$ 时，抛物线上的点离对称轴水平距离越小，纵坐标越小，先根据题意画出图象，利用数形结合的方法解答即可．

【详解】解：如图，



抛物线：$y=ax^2-2ax+4\left(a>0\right)$的对称轴为$x=1$，$A\left(m-1,y_1\right)$，$B\left(m,y_2\right)$，$C\left(m+2,y_3\right)$为抛物线上三点，

且总有$y_1>y_3>y_2$，

∵$a>0$，

∴抛物线上的点离对称轴水平距离越小，纵坐标越小，

∴$1-m<m+2-1<1-\left(m-1\right)$，

解得$0<m<\frac{1}{2}$．

故选：D．

【点睛】本题考查了二次函数图象上点的坐标，解题的关键是根据题意画出大致图象，根据抛物线上的点离对称轴水平距离越小，函数值越小的性质解答．

二、填空题（本题共 16 分，每小题 2 分）

9. 式子 $\sqrt{3+x}$ 在实数范围内有意义，则实数 x　取值范围是________．

【答案】$x\geq-3$

【解析】

【分析】根据二次根式有意义的条件，根号内的式子必需大于等于 0，即可求出答案．

【详解】解：式子 $\sqrt{3+x}$ 在实数范围内有意义，则 $3+x\geq0$，

解得：$x\geq-3$．

故答案为：$x\geq-3$．

【点睛】本题主要考查了二次根式有意义，熟练其要求是解决本题的关键．

10. 分解因式： $ab^2-ac^2=$________________________．

【答案】 $a(b+c)(b-c)$．

【解析】

【详解】试题分析：原式$=a(b^2-c^2)=a(b+c)(b-c)$，故答案为$a(b+c)(b-c)$．

考点：提公因式法与公式法的综合运用．

11. 若$|x+2|+\sqrt{y-3}=0$，则 $xy=$________．

【答案】-6

【解析】

【详解】$\because|x+2|+\sqrt{y-3}=0$，且$|x+2|\geq0$,?$\sqrt{y-3}\geq0$，

$\therefore\begin{cases}x+2=0\\y-3=0\end{cases}$，解得：$\begin{cases}x=-2\\y=3\end{cases}$．

$xy=-2\times3=-6$．

点睛：（1）一个代数式的绝对值是非负数，一个代数式的算术平方根也是非负数；（2）两个非负数的和为 0，则这两个数都为 0.

12. 《孙子算经》中有一道题：“今有木，不知长短，引绳度之，余绳四尺五寸；屈绳量之，不足一尺，木长几何？”译文大致是：“用一根绳子去量一根木条，绳子剩余4.5尺；将绳子对折再量木条，木条剩余1尺，问木条长多少尺？”如果设木条长x尺，绳子长y尺，可列方程组为_____．

【答案】$\begin{cases}y=x+4.5\\x-1=\dfrac{1}{2}y\end{cases}$

【解析】

【分析】设木条长x尺，绳子长y尺，根据绳子和木条长度间的关系，可得出关于x,y的二元一次方程组，此题得解．

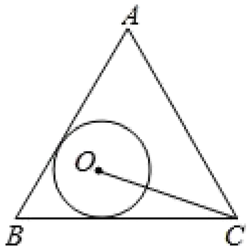
【详解】设木条长x尺，绳子长y尺，

依题意，得：$\begin{cases} y = x + 4.5 \\ x - 1 = \dfrac{1}{2} y \end{cases}$，

故答案为$\begin{cases} y = x + 4.5 \\ x - 1 = \dfrac{1}{2} y \end{cases}$．

【点睛】本题考查了由实际问题抽象出二元一次方程组，找准等量关系，正确列出二元一次方程组是解题的关键．

13. 如图，半径为$\sqrt{3}$的$\odot O$与边长为8的等边三角形ABC的两边AB、BC都相切，连接OC，则$\tan\angle OCB =$______．



【答案】$\dfrac{\sqrt{3}}{5}$

【解析】

【分析】连接OB，作$OD \perp BC$于D，根据切线长定理得出$\angle OBC = \angle OBA = \dfrac{1}{2}\angle ABC = 30^\circ$，解直角三角形求得$BD$，即可求$CD$，然后解直角三角形$OCD$即可求得$\tan\angle OCB$的值．

【详解】连接OB，作$OD \perp BC$于D，

$\because \odot O$与等边三角形ABC的两边AB、BC都相切，

$\therefore \angle OBC = \angle OBA = \dfrac{1}{2}\angle ABC = 30^\circ$，

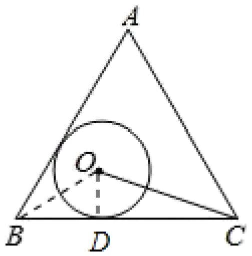
$\therefore \tan\angle OBC = \dfrac{OD}{BD}$，

$\therefore BD = \dfrac{OD}{\tan 30^\circ} = \dfrac{\sqrt{3}}{\frac{\sqrt{3}}{3}} = 3$，

$\therefore CD = BC - BD = 8 - 3 = 5$，

$\therefore \tan\angle OCB = \dfrac{OD}{CD} = \dfrac{\sqrt{3}}{5}$．

故答案为$\dfrac{\sqrt{3}}{5}$．



【点睛】本题考查了切线的性质，等边三角形的性质，解直角三角形等，作出辅助线构建直角三角形是解题的关键．

14. 已知 y 是以 x 为自变量的二次函数，且当 x=0 时，y 的最小值为-1，写出一个满足上述条件的二次函数表达式_______．

【答案】$y=x^2-1$．

【解析】

【分析】直接利用二次函数的性质得出其顶点坐标为（0，-1），然后写出一个满足题意的二次函数即可．

【详解】解：∵y 是以 x 为自变量的二次函数，且当 x=0 时，y 的最小值为-1，

∴二次函数对称轴是 y 轴，且顶点坐标为：（0，-1），抛物线开口向上，

故满足上述条件的二次函数表达式可以为：$y=x^2-1$．

故答案为：$y=x^2-1$．

【点睛】此题主要考查了二次函数的性质，正确得出其顶点坐标是解题关键．

15. 在平行四边形 *ABCD* 中，对角线 *AC*，*BD* 交于点 *O*，只需添加一个条件，即可证明平行四边形 *ABCD* 矩形，这个条件可以是__________（写出一个即可）．

【答案】*AC*=*BD*（答案不唯一）

【解析】

【分析】根据矩形的判定定理解答．

【详解】解：∵对角线相等的平行四边形是矩形，

∴添加的条件是 *AC*=*BD*，

故答案为：*AC*=*BD*（答案不唯一）．

【点睛】此题考查了矩形的判定定理，熟记矩形的判定定理并应用是解题的关键．

16. 电脑系统中有个“扫雷”游戏，游戏规定：一个方块里最多有一个地雷，方块上面如果标有数字，则是表示此数字周围的方块中地雷的个数． 如图 1 中的“3”就是表示它周围的八个方块中有且只有 3 个有地雷．如图 2，这是小明玩游戏的局部，图中有 4 个方块已确定是地雷（标旗子处），其它区域表示还未掀开，问在标有“*A*”~“*G*”的七个方块中，能确定一定是地雷的有________（填方块上的字母）．

	3	

图 1

A	*B*	*C*	*D*	*E*	*F*	*G*				
	2	2	2	3	4	4			2	1
1	1	0	1	⚑	3	⚑	3	2	⚑	1
0	0	0	1	1	3	⚑	2	1	1	2

图 2

【答案】*B*、*D*、*F*、*G*

【解析】

【分析】根据题意，初步推断出 C 对应的方格必定不是雷，A、B 对应的方格中有一个雷，中间 D、E 对应方格中有一个雷且最右边的“4”周围 4 个方格中有 3 个雷，由此再观察 C 下方“2”、B 下方的“2”、D 下方的“2”和 F 下方的“4”，即可推断出 A、C、E 对应的方格不是雷，且 B、D、F、G 对应的方格是雷，由此得到本题答案.

【详解】解：由题图中第三行第一列的“1”可知,第二行第一列是雷。 用假设法推理如下：①假设 A 是雷，则由 B 下方的 2 可知：B 不是雷；C 不是雷；与 C 下方的“2”发生矛盾。假设不成立，则 A 不可能是雷；

②假设 B 不是雷，由 B 下方的“2”可知：C 是雷，由 C 下方的“2”可知：D 是雷；与 D 下方的“2”发生矛盾。假设不成立，则 B 是雷；

③假设 A 不是雷，B 是雷，则由 B 下方的“2”可知，C 不是雷；由 C 下方的“2”可知，D 是雷；由 D 下方的“2”可知：E 不是雷；由 E 下方的“3”可知，F 是雷；由 F 下方的 4 可知：G 是雷，∴B、D、F、G 一定是雷.

故答案为：B、D、F、G.

【点睛】本题主要考查了推理论证，本题给出扫雷游戏的图形，要求我们推理 A、B、C、D、E、F 对应方格是否为雷，着重考查了扫雷的基本原理和推理与证明的知识.

三、解答题（本题共 68 分，第 17～21 题每小题 5 分，第 22～24 题每小题 6 分，第 25 题 5 分，第 26 题 6 分，第 27～28 题每小题 7 分）解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. 计算：$(\frac{1}{3})^{-1}+\sqrt{18}+|-2|-6\sin 45°$

【答案】5

【解析】

【分析】分别计算负整数指数幂，算术平方根，绝对值，锐角三角函数，再合并即可得到答案.

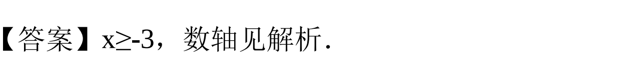
【详解】解：原式=$3+3\sqrt{2}+2-6\times\frac{\sqrt{2}}{2}$

$=3+3\sqrt{2}+2-3\sqrt{2}$

$=5$.

【点睛】本题考查的是负整数指数幂，算术平方根，绝对值，锐角三角函数，以及合并同类二次根式，掌握以上的知识是解题的关键.

18. 解不等式 $\frac{1}{2}x-1\le\frac{2}{3}x-\frac{1}{2}$，并把它的解集在数轴上表示出来.



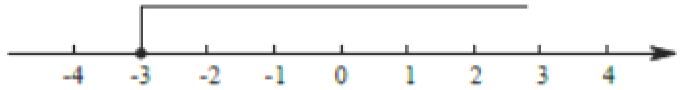
【答案】x≥-3，数轴见解析.

【解析】

【分析】去分母得：3x-6≤4x-3，移项合并得 x≥-3，正确在数轴上表示即可.

【详解】解：3x-6≤4x-3

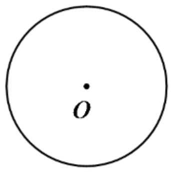
∴x≥-3



【点睛】本题考查解一元一次不等式.

19. 下面是小明同学设计的“作圆的内接正方形”的尺规作图过程.

已知：如图，⊙O.



求作：⊙O 内接正方形.

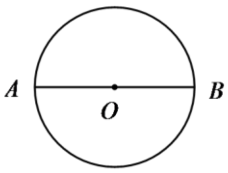
作法：① 作⊙O 的直径 AB；

② 分别以点 A，B 为圆心，大于 $\frac{1}{2}AB$ 同样长为半径作弧，两弧交于 M，N；

③ 作直线 MN 交⊙O 于点 C，D；

④ 连接 AC，BC，AD，BD.

∴ 四边形 $ACBD$ 就是所求作的正方形.



根据小明设计的尺规作图过程，

（1）使用直尺和圆规，补全图形（保留作图痕迹）；

（2）完成下面的证明.

证明：∵ MN 是 AB 的________，

∴ $\angle AOC=\angle COB=\angle BOD=\angle DOA=90°$.

∴ $AC=BC=BD=AD$. （___________）（填推理依据）

∴ 四边形 $ACBD$ 是菱形.

又∵AB 是⊙O 的直径，

∴ $\angle ACB=90°$. （_______________）（填推理依据）

∴ 四边形 $ACBD$ 是正方形.

【答案】（1）见解析　（2）垂直平分线；同圆或等圆中，相等的圆心角所对的弦相等；直径所对的圆周角是 90°

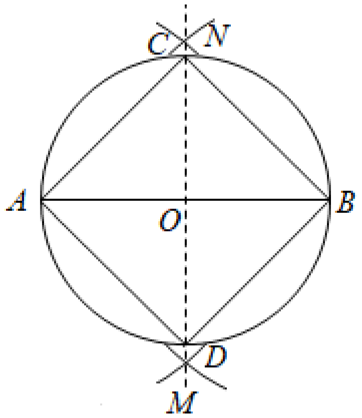
【解析】

【分析】（1）根据题目要求进行作图即可得到答案；

（2）根据题意可知 $MN\perp AB$ 则$\angle AOC=\angle COB=\angle BOD=\angle DOA=90°$，由圆心角与弦之间的关系可得 $AC=BC=BD=AD$ 即可证明四边形 $ACBD$ 是菱形，再由直径所对的圆心角是 90 度即可证明四边形 $ACBD$ 是正方形.

【小问 1 详解】

解：如下图所示，即为所求；



【小问 2 详解】

证明：∵ MN 是 AB 的垂直平分线，

∴ $\angle AOC = \angle COB = \angle BOD = \angle DOA = 90°$.

∴ $AC = BC = BD = AD$. （同圆或等圆中，相等的圆心角所对的弦相等），

∴ 四边形 $ACBD$ 是菱形.

又∵AB 是⊙O 的直径，

∴ $\angle ACB = 90°$. （直径所对的圆周角是 90°），

∴ 四边形 $ACBD$ 是正方形.

故答案为：垂直平分线；同圆或等圆中，相等的圆心角所对的弦相等；直径所对的圆周角是 90°.

【点睛】本题主要考查了尺规作图—线段垂直平分线，直径所对的圆周角是 90°，菱形的判定，正方形的判定，圆心角与弦直径的关系等，解题的关键在于能够熟练掌握相关知识进行求解.

20. 已知关于 x 的二次方程 $mx^2-(2m-3)x+(m-1)=0$ 有两个不相等的实数根.

（1）求 m 的取值范围；

（2）如果 m 为正整数，求此方程的根.

【答案】（1）$m<\frac{9}{8}$ 且 $m\neq 0$；

（2）x_1=0，x_2=-1

【解析】

【分析】（1）由方程有两个不相等的实数根得到Δ>0，利用公式求出 m 的取值范围；

（2）由（1）及 m 为正整数，可得 m=1，利用因式分解法解方程即可.

【小问 1 详解】

解：∵关于 x 的二次方程 $mx^2-(2m-3)x+(m-1)=0$ 有两个不相等的实数根，

∴Δ>0，

∴$\left[-(2m-3)\right]^2-4m(m-1)>0$，

解得 $m<\frac{9}{8}$；

∵ $m\neq 0$，

∴ $m<\frac{9}{8}$ 且 $m\neq 0$；

【小问 2 详解】

$\because m<\dfrac{9}{8}$ 且 $m\neq0$，m 为正整数，

$\therefore m=1$，

$\therefore$该方程为 $x^2+x=0$，

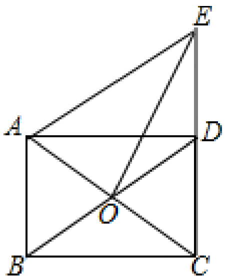
解得 $x_1=0$，$x_2=-1$.

【点睛】此题考查了一元二次方程根的情况求参数的取值范围，解一元二次方程，正确掌握一元二次方程根的判别式与根的情况是解题的关键.

21. 如图，在矩形 ABCD 得对角线 AC，BD 交于点 O，延长 CD 到点 E，使 $DE=CD$，连接 AE.

（1）求证：四边形 ABDE 是平行四边形；

（2）连接 OE，若 $AD=4$，$AB=2$，求 OE 的长.



【答案】（1）见解析；（2）$\sqrt{13}$

【解析】

【分析】（1）根据 DE=AB，DE∥AB，即可得出四边形 ABDE 是平行四边形.

（2）过 O 作 OF⊥CD 于 F，依据矩形的性质即可得到 OF 以及 EF 的长，再根据勾股定理即可得到 OE 的长.

【详解】解：（1）∵四边形 ABCD 是矩形，

∴AB∥CD，AB=CD，

∵DE=CD，

∴DE=AB，

∴四边形 ABDE 是平行四边形.

（2）如图所示，过 O 作 OF⊥CD 于 F，

∵四边形 ABCD 是矩形，

∴OD=OC，

∴F 是 CD 的中点，

∴DF=$\dfrac{1}{2}$CD=$\dfrac{1}{2}$×2=1，

又∵DE=CD=AB=2，

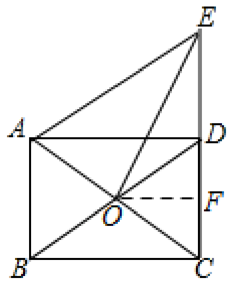
∴EF=3，

∵O 是 AC 的中点，

∴OF 是△ACD 的中位线，

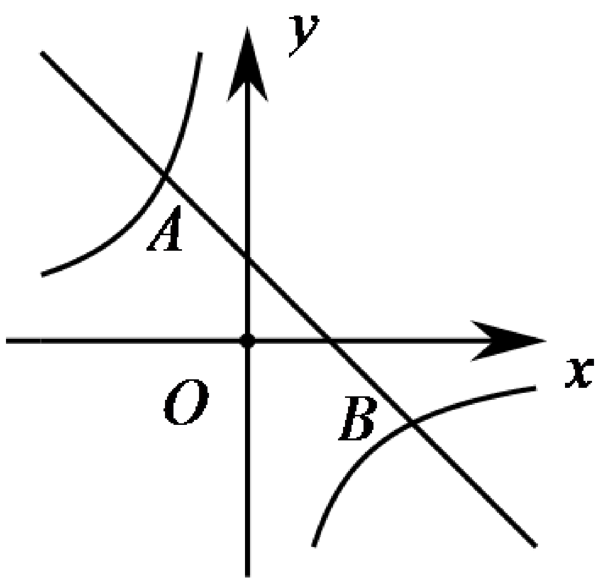
∴OF= $\frac{1}{2}$ AD=2，

∴Rt△OEF 中，OE= $\sqrt{EF^2+OF^2}=\sqrt{3^2+2^2}=\sqrt{13}$．



【点睛】本题主要考查了矩形的性质以及勾股定理，解题的关键是熟练运用矩形的性质以及平行四边形的判定方法.

22. 如图，一次函数 $y_1=-x+2$ 的图象与反比例函数 $y_2=\frac{k}{x}$ 的图象相交于 A、B 两点，点 B 的坐标为（2n，－n）.



（1）求 n 的值，并确定反比例函数的表达式；

（2）结合函数图象，直接写出不等式 $\frac{k}{x}>-x+2$ 的解集.

【答案】（1）n=2，$y_2=-\frac{8}{x}$；

（2）-2<x<0 或 x>4

【解析】

【分析】（1）将点 B 的坐标代入 y_1 求出 n，得到点 B 的坐标，代入 $y_2=\frac{k}{x}$ 即可得到函数解析式；

（2）求出两个函数图象的交点坐标，$\frac{k}{x}>-x+2$ 即反比例函数的图象在一次函数图象的上方，利用两个函数图象的交点坐标得到答案.

【小问 1 详解】

解：将点 B 的坐标代入 $y_1=-x+2$，得-2n+2=-n，

解得 n=2，

∴点 B 的坐标为（4，-2），

将点 B 的坐标代入 $y_2=\frac{k}{x}$，得 k=-8，

$\therefore y_2=-\frac{8}{x}$；

【小问 2 详解】

解方程组 $\begin{cases} y_1=-x+2 \\ y_2=-\frac{8}{x} \end{cases}$，

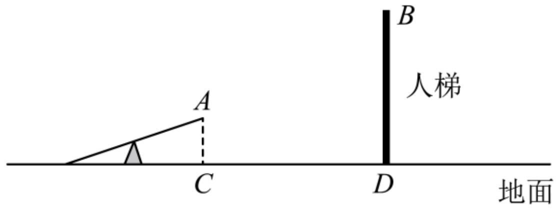
解得 $\begin{cases} x_1=4 \\ y_1=-2 \end{cases}$，$\begin{cases} x_2=-2 \\ y_2=4 \end{cases}$，

∴A(-2，4)，B（4，-2），

由图象得，当-2<x<0 或 x>4 时，$\frac{k}{x}>-x+2$.

【点睛】此题考查了待定系数法求函数解析式，一次函数与反比例函数的交点问题，利用函数图象判断不等式的解集，正确掌握一次函数与反比例函数的知识是解题的关键.

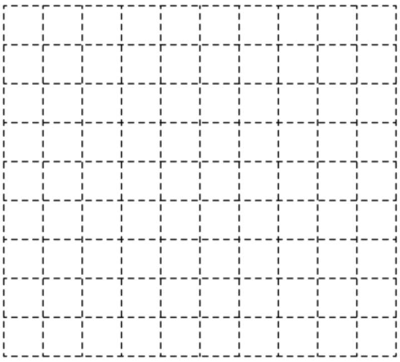
23. 如图，杂技团进行杂技表演，演员要从跷跷板右端 A 处弹跳后恰好落在人梯的顶端 B 处，其身体（看成一点）的路径是一条抛物线．现测量出如下的数据，设演员身体距起跳点 A 水平距离为 d 米时，距地面的高度为 h 米.



d（米）	…	1.00	1.50	2.00	2.50	3.00	3.50	…
h（米）	…	3.40	4.15	4.60	4.75	4.60	4.15	…

请你解决以下问题：

（1）在下边网格中建立适当平面直角坐标系，根据已知数据描点，并用平滑曲线连接；



（2）结合表中所给的数据或所画的图象，直接写出演员身体距离地面的最大高度；

（3）求起跳点 A 距离地面的高度；

（4）在一次表演中，已知人梯到起跳点 A 的水平距离是 3 米，人梯的高度是 3.40 米．问此次表演是否成功？如果成功，说明理由；如果不成功，说明应怎样调节人梯到起跳点 A 的水平距离才能成功？

【答案】（1）见解析　（2）4.75 米

（3）1 米

（4）不成功；应调节人梯到起跳点 A 的水平距离为1米或4米才能成功．

【解析】

【分析】（1）建立直角坐标系，将表格中的点描在坐标系内，再用一条平滑的曲线依次连接；

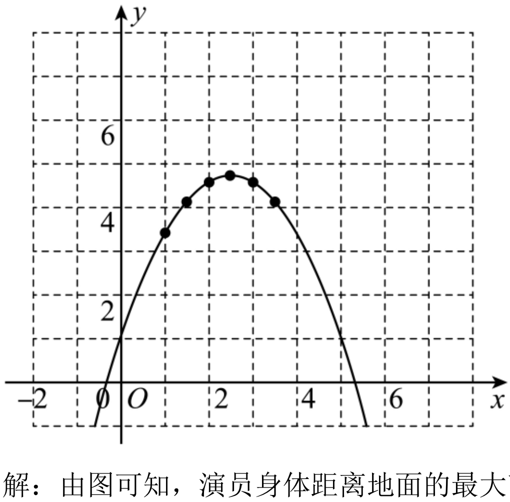
（2）根据表格中的数据或函数图象分析 h 的最大值即可；

（3）利用待定系数法求出函数的解析式，令 $d=0$，求 h；

（4）对比表格中的数据可知 $d=3$ 时 $h\neq 3.4$，故不成功，只需计算当 $h=3.4$ 时 d 的大小，由此可知调节人梯的方案．

【小问 1 详解】

解：如图所示．



【小问 2 详解】

解：由图可知，演员身体距离地面的最大高度为4.75 米．

【小问 3 详解】

解：设抛物线的表达式为 $h=a(d-2.5)^2+4.75\ (a\neq 0)$，

将点 $(1,3.4)$ 代入，得 $3.4=a(1-2.5)^2+4.75$，

解得 $a=-0.6$．

$\therefore$ 该抛物线为 $h=-0.6(d-2.5)^2+4.75$．

当 $d=0$ 时，$h=-0.6(0-2.5)^2+4.75=1$.

∴起跳点A离地面的高度为1米.

【小问4详解】

解：由表格可知，当 $d=3$ 时，$h\neq 3.4$，故不成功.

令 $h=3.4$，即 $-0.6(d-2.5)^2+4.75=3.4$，

解得 $d=1$ 或 $d=4$.

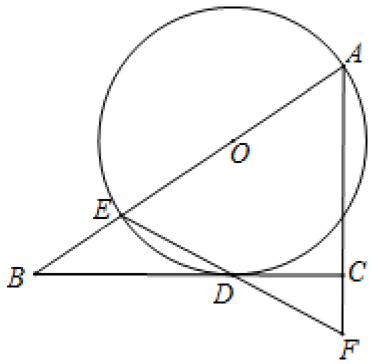
∴应调节人梯到起跳点A的水平距离为1米或4米才能成功.

【点睛】本题考查了二次函数的实际应用，待定系数法求函数解析式，二次函数的作图，解决本题的关键是掌握二次函数的图象与性质.

24. 如图，已知Rt△*ABC*中，∠*ACB*＝90°，*E*为*AB*上一点，以*AE*为直径作⊙*O*与*BC*相切于点*D*，连接*ED*并延长交*AC*的延长线于点*F*.

（1）求证：*AE*＝*AF*；

（2）若*AE*＝5，*AC*＝4，求*BE*的长.



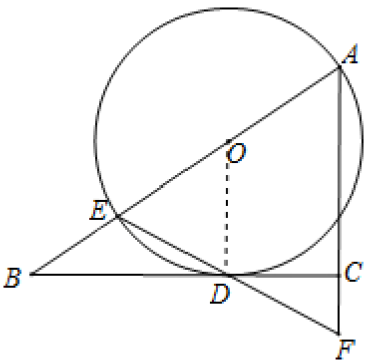
【答案】（1）证明见解析；（2）$\frac{5}{3}$.

【解析】

【分析】（1）连接*OD*，根据切线的性质得到*OD*⊥*BC*，根据平行线的判定定理得到*OD*∥*AC*，求得∠*ODE*＝∠*F*，根据等腰三角形的性质得到∠*OED*＝∠*ODE*，等量代换得到∠*OED*＝∠*F*，于是得到结论；

（2）根据相似三角形的判定和性质即可得到结论.

【详解】证明：（1）连接OD，



∵BC切⊙O于点D，

∴OD⊥BC，

∴∠ODC＝90°，

又∵∠ACB＝90°，

∴OD∥AC，

∴∠ODE＝∠F，

∵OE＝OD，

∴∠OED＝∠ODE，

∴∠OED＝∠F，

∴AE＝AF；

（2）∵OD∥AC

∴△BOD∽△BAC，

∴$\frac{BO}{AB}=\frac{OD}{AC}$，

∵AE＝5，AC＝4，

即$\frac{BE+2.5}{BE+5}=\frac{2.5}{4}$，

∴BE＝$\frac{5}{3}$．

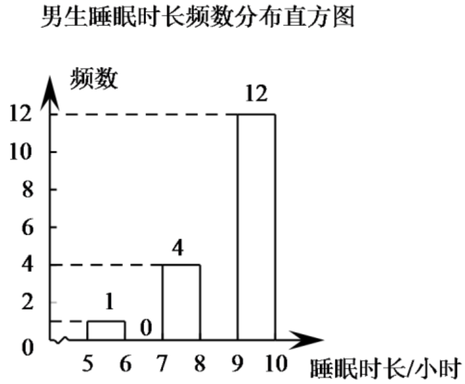
【点睛】本题考查了切线的性质，平行线的性质，相似三角形的判定和性质，正确的作出辅助线是解题的关键．

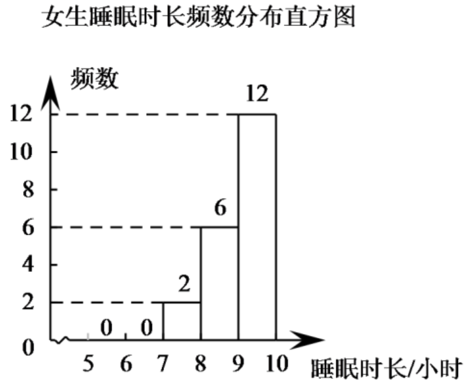
25. 2021 年 7 月 24 日中共中央办公厅、国务院办公厅颁布了《关于进一步减轻义务教育阶段学生作业负担和校外培训负担的意见》，该意见对学生睡眠时间提出了新的要求．为了了解某校初二年级学生的睡眠时长，随机抽取了初二年级男生和女生各 20 位，对其同一天的睡眠时长进行调查，并对数据进行收集、整理、描述和分析．下面给出了相关信息．

a．睡眠时长（单位：小时）：

男生	7.7	9.9	9.8	5.5	9.6	9 6	8.6	9.8	9.9	7.9
	9.0	7.5	7.7	8.5	9.2	8.7	9.2	9.3	9.2	9.4
女生	9.0	7.6	9.1	9.0	8.0	7.9	8.6	9.2	9.0	9.3
	8.2	9.2	8.8	8.5	9.1	8.6	9.0	9.5	9.3	9.1

b．睡眠时长频数直方图（分组：5≤x＜6，6≤x＜7，7≤x＜8，8≤x＜9，9≤x＜10）：





c．睡眠时长的平均数、众数、中位数如下：

年级	平均数	众数	中位数
男生	8.8	m	9.2
女生	8.8	9.0	n

根据以上信息，回答下列问题：

（1）补全男生睡眠时长频数分布直方图；

（2）直接写出表中 m，n 的值；

（3）根据抽样调查情况，可以推断____（填“男生”或“女生”）睡眠情况比较好，理由为______________.

【答案】（1）补全男生睡眠时长频数分布直方图见解析　（2）9.2，9

（3）男生；男生和女生男生睡眠时长的平均数相等，而中位数和众数都大于女生

【解析】

【分析】（1）先求出男生睡眠时间：$8 \le x < 9$ 组的人数，依此补全男生睡眠时长频数分布直方图即可；

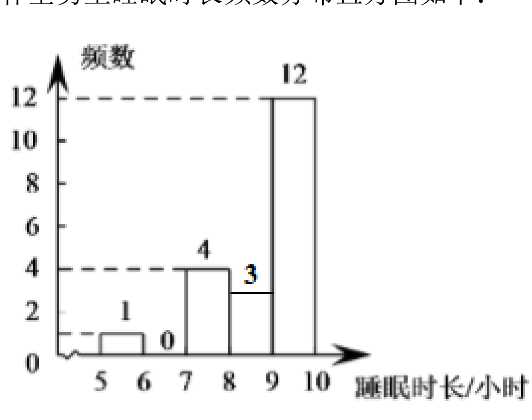
（2）根据众数和中位数的定义，结合频数分布直方图，分别列式计算即可；

（3）根据频数分布直方图的数据集中区间进行平均数大小估计即可解答.

【小问 1 详解】

解：男生睡眠时间：$8 \le x < 9$ 的人数有：$20-(1+4+12)=3$，

补全男生睡眠时长频数分布直方图如下：



【小问 2 详解】

解：∵男生睡眠时长从小到大排序为：5.5，7.5，7.7，7.7，7.9，8.5，8.6，8.7，9，9.2，9.2，9.2，9.3，9.4，9.6，9.6，9.8，9.8，9.9，9.9，

∵9.2 出现 3 次，出现的次数最多，

∴男生睡眠时长的众数为：9.2，

男生睡眠时长的中位数为：$\frac{9.2+9.2}{2}=9.2$，

女生睡眠时长从小到大排序为：7.6，7.9，8，8.2，8.5，8.6，8.6，8.8，9，9，9，9，9.1，9.1，9.1，9.2，9.2，9.3，9.3，9.5，

∵9 出现 4 次，出现的次数最多，

∴女生睡眠时长的众数为：9，

女生睡眠时长的中位数为：$\frac{9+9}{2}=9$，

∴$m=9.2$，$n=9$；

【小问 3 详解】

男生的睡眠质量比较好，理由如下：

∵男生和女生男生睡眠时长的平均数相等，而中位数和众数都大于女生，

∴男生的睡眠质量比较好.

故答案为：男生，男生和女生男生睡眠时长的平均数相等，而中位数和众数都大于女生.

【点睛】本题考查了频数分布直方图，中位数和众数等统计知识，解题的关键是能读懂频数分布直方图.

26. 在平面直角坐标系中 xOy 中，已知抛物线 $y=mx^2-2mx+m-4$（$m\neq0$）.

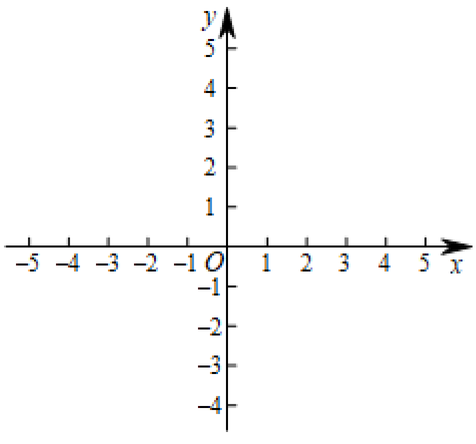


图1

（1）求此抛物线的对称轴；

（2）当 $m=1$时，求抛物线的表达式；

（3）如果将（2）中的抛物线在 x 轴下方的部分沿 x 轴向上翻折，得到的图象与剩余的图象组成新图形 M.

①直接写直线 $y=x+1$ 与图形 M 公共点的个数；

②当直线 $y=k(x+2)-1$（$k\neq0$）与图形 M 有两个公共点时，直接写出 k 的取值范围.

【答案】（1）x=1　（2）$y=x^2-2x-3$

（3）$k>2$ 或 $\frac{1}{5}<k<1$

【解析】

【分析】（1）根据二次函数的对称轴公式直接求解；

（2）把 $m=1$ 代入解析式即可；

（3）①因为 $y=x^2-2x-3$ 和 $y=x+1$ 与 x 轴均交于（-1，0），而直线 $y=x+1$ 过一、二、三象限，故可知新图形 M 与直线 $y=x+1$ 有三个公共点；②分 $k>0$ 和 $k<0$ 分析，当 $k>0$ 时，直线 $y=k(x+2)-1$ 在过点 A 和点 B 的直线间时，与图形 M 有两个公共点；当直线 $y=k(x+2)-1$ 与抛物线 $y=-x^2+2x+3$（$-1\le x\le 3$）相切时有两个公共点；当 $k<0$，易知与图象 M 无公共点或有 1 个公共点．

【小问 1 详解】

解：抛物线 $y=mx^2-2mx+m-4$ 的对称轴是 $x=-\frac{b}{2a}=-\frac{-2m}{2m}=1$．

【小问 2 详解】

解：当 $x=1$ 时，$y=x^2-2x-3$．

【小问 3 详解】

解：①如图，

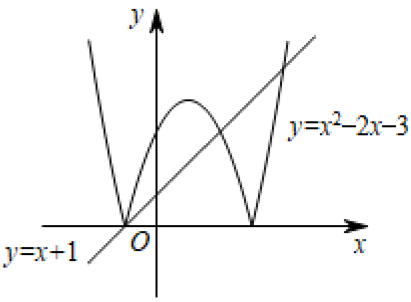


图2

当 $x=0$，$y=-3$，当 $y=0$，$x=-1$ 或 $x=3$，

$\therefore y=x^2-2x-3$ 与坐标轴的交点坐标是（-1，0），（3，0），（0，-3）

∴抛物线 $y=x^2-2x-3$ 在 x 轴下方的部分沿 x 轴向上翻折得到的图象与 y 轴交于（0，3），则解析式为

$y=-x^2+2x+3$（$-1\le x\le 3$）

又∵$y=x+1$ 与 x 轴交于（-1，0），$k>0$，

∴直线 $y=x+1$ 过一、二、三象限，

∴新图形 M 与直线 $y=x+1$ 有三个公共点；

②当 $k>0$ 时，如图 3，

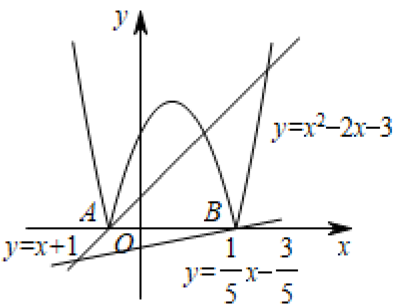


图3

若直线 $y=k(x+2)-1$ 经过点 A 时，$0=k-1$，$k=1$，即 $y=x+1$，

经过点 B 时，$0=5k-1$，$k=\frac{1}{5}$，即 $y=\frac{1}{5}x-\frac{3}{5}$，

∴当 $k=1$ 时，直线 $y=k(x+2)-1$ 与图形 M 有三个公共点，

当 $k=\frac{1}{5}$ 时，直线 $y=k(x+2)-1$ 与图形 M 有一个公共点，

当 $\frac{1}{5}<k<1$ 时，直线 $y=k(x+2)-1$ 与图形 M 有两个公共点；

若直线 $y=k(x+2)-1$ 与抛物线 $y=-x^2+2x+3$（$-1\leq x\leq 3$）相切时，如图 4，

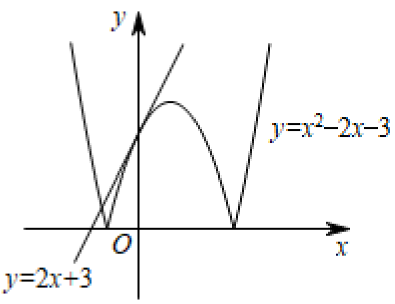


图4

则 $\begin{cases} y=-x^2+2x+3 \\ y=k\left(x+2\right)-1 \end{cases}$，

∴$-x^2+2x+3=k\ \ x+2\ \ -1$，

即 $x^2+(k-2)x+2k-4=0$

∴△$=(k-2)^2-4(2k-4)=0$

解得 $k=2$，$k=10$，

当 $k=2$ 时，$y=2x+3$，与抛物线 $y=-x^2+2x+3$ 切于（0，3），

当 $k>2$ 时，直线 $y=k(x+2)-1$ 与图形 M 有两个公共点；

当 $k<0$ 时，

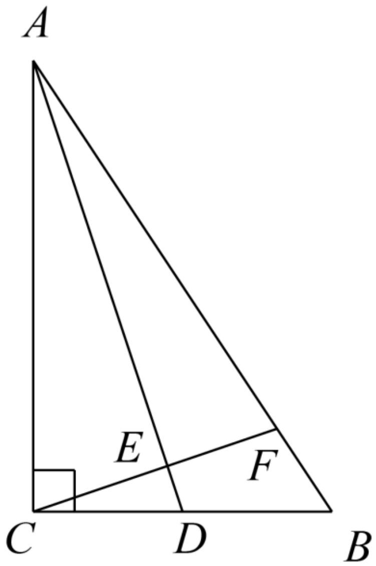
∵直线 $y=k(x+2)-1=kx+2k-1$ 过二、三、四，

∴由图象可知与图形 M 没有公共点或有一个公共点，

综上所述，当 $k>2$ 或 $\frac{1}{5}<k<1$ 时，直线 $y=k(x+2)-1$ 与图形 M 有两个公共点．

【点睛】本题考查了二次函数的性质，折叠的性质，直线与抛物线的交点，分类讨论，并根据题意正确画出图形是解题关键．

27. 如图，在△ABC 中，$\angle ACB=90°$，D 是 BC 的中点，过点 C 作 $CE\perp AD$，交 AD 于点 E，交 AB 于点 F，作点 E 关于直线 AC 的对称点 G，连接 AG 和 GC，过点 B 作 $BM\perp GC$ 交 GC 的延长线于点 M．



（1）① 根据题意，补全图形；

② 比较$\angle BCF$ 与$\angle BCM$ 的大小，并证明．

（2）过点 B 作 $BN\perp CF$ 交 CF 的延长线于点 N，用等式表示线段 AG，EN 与 BM 的数量关系，并证明．

【答案】（1）$\angle BCF=BCM$，见解析；

（2）$2EN^2=AG\cdot BM$

【解析】

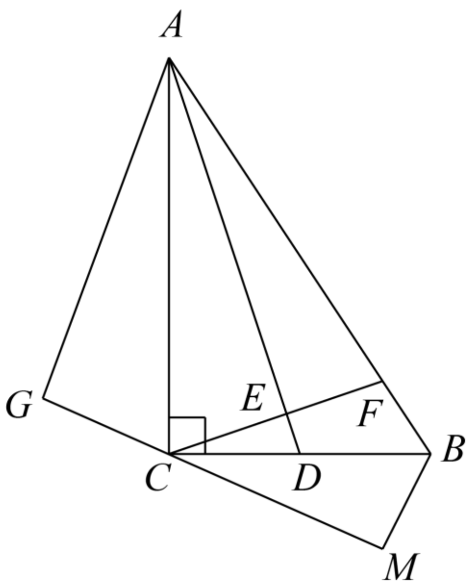
【分析】（1）①根据轴对称的性质及垂线的定义补图即可；

②利用余角的定义解答；

（2）过点 B 作 $BN\perp CF$ 交 CF 的延长线于点 N，连接 DN 得到 $DN=BD=CD$，证明△BCN≌△BCM（HL），推出 $CM=CN=2EN$，由轴对称得 $AG=AE$，$\angle CAG=\angle CAE$，再证△AEC∽△CMB，得到 $\frac{AE}{CE}=\frac{CM}{BM}$，即 $\frac{AG}{EN}=\frac{2EN}{BM}$，求出 $2EN^2=AG\cdot BM$．

【小问 1 详解】

①如图，



②∵$\angle ACB=90°$，

∴$\angle ACG+\angle BCM=\angle ACE+\angle DCM=90°$，

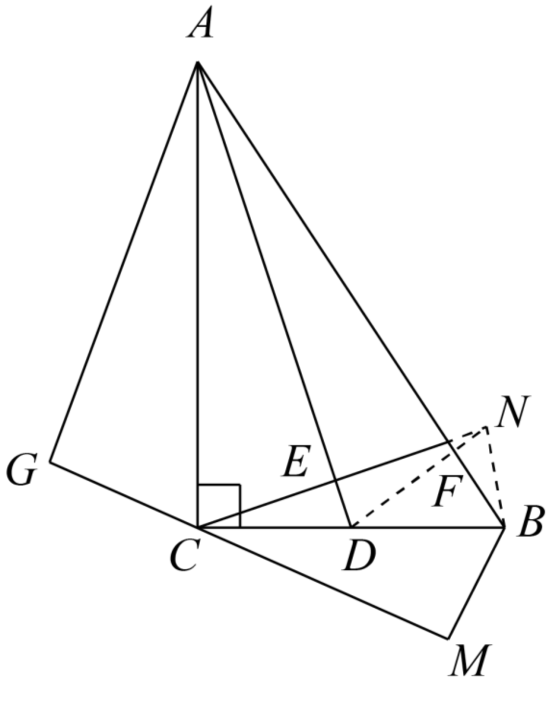
∵点 G 与点 E 对称，

∴$\angle ACE=\angle ACG$，

∴$\angle BCF=BCM$；

【小问 2 详解】

如图，过点 B 作 $BN\perp CF$ 交 CF 的延长线于点 N，连接 DN，



∵$CN\perp BN$，点 D 为 BC 的中点，

∴$DN=CD=BD$，

∵$CE\perp AD$，

∴$CE=NE$，

∵∠BCF=BCM，BN⊥CN，BM⊥CM，

∴BN=BM，

∵BC=BC，

∴△BCN≌△BCM（HL），

∴CM=CN=2EN，

由轴对称得 AG=AE，∠CAG=∠CAE，

∵∠ACG+∠BCM=∠ACG+∠CAE=90°，

∴∠CAE=∠BCM，

∵∠AEC=∠BMC，

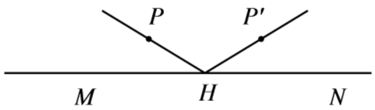
∴△AEC∽△CMB，

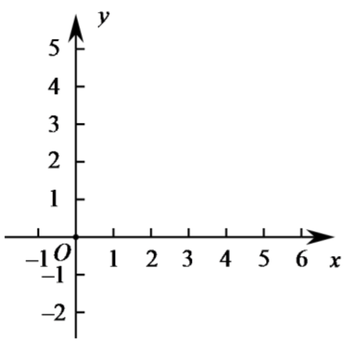
∴$\frac{AE}{CE}=\frac{CM}{BM}$，即$\frac{AG}{EN}=\frac{2EN}{BM}$，

∴$2EN^2 = AG\cdot BM$．

【点睛】此题考查了轴对称作图，轴对称的性质，全等三角形的判定与性质，相似三角形的判定与性质，直角三角形斜边中线性质，熟记各知识点并应用是解题的关键．

28. 我们规定：如图，点H在直线MN上，点P和点P'均在直线MN的上方，如果$HP=HP'$，$\angle PHM=\angle P'HN$，点P'就是点P关于直线MN的"反射点"，其中点H为"V点"，射线HP与射线HP'组成的图形为"V形"．





在平面直角坐标系xOy中，

（1）如果点$P(0,3)$，$H(1.5,0)$，那么点P关于x轴的反射点P'的坐标为____；

（2）已知点$A(0,a)$，过点A作平行于x轴的直线l．

①如果点$B(5,3)$关于直线l的反射点B'和"V点"都在直线$y=-x+4$上，求点B'的坐标和a的值；

②⊙W是以$(3,2)$为圆心，1为半径的圆，如果某点关于直线l的反射点和"V点"都在直线$y=-x+4$上，且形成的"V形"恰好与⊙W有且只有两个交点，求a的取值范围．

【答案】（1）$(3,3)$

（2）①$B'(1,3)$，$a=1$；②$1<a<\frac{3+\sqrt{2}}{2}$或$a<\frac{3-\sqrt{2}}{2}$．

【解析】

【分析】（1）由题知，P与P'关于直线$x=1.5$对称，由此求出P'的坐标；

（2）①由题可知，点B'与点B的纵坐标相同，又点B'在直线$y=-x+4$上，由此可求出B'的坐标，从而确定直线l的位置，计算a的值；②分析题意，可知“V 点”是直线$y=-x+4$与直线l的交点H，分析H在什么位置时，“V 形”与$\odot O$恰有2个交点，求出此时a的取值范围即可.

【小问 1 详解】

解：由题可知，点P与点P'关于直线$x=1.5$对称，且$P(0,3)$，

$\therefore P'(3,3)$.

故答案是：（3，3）；

【小问 2 详解】

解：①由$l//x$轴可知，点B'与点B的纵坐标相同，又$B(5,3)$，

将$y=3$代入$y=-x+4$，得$3=-x+4$，解得$x=1$，

$\therefore B'(1,3)$.

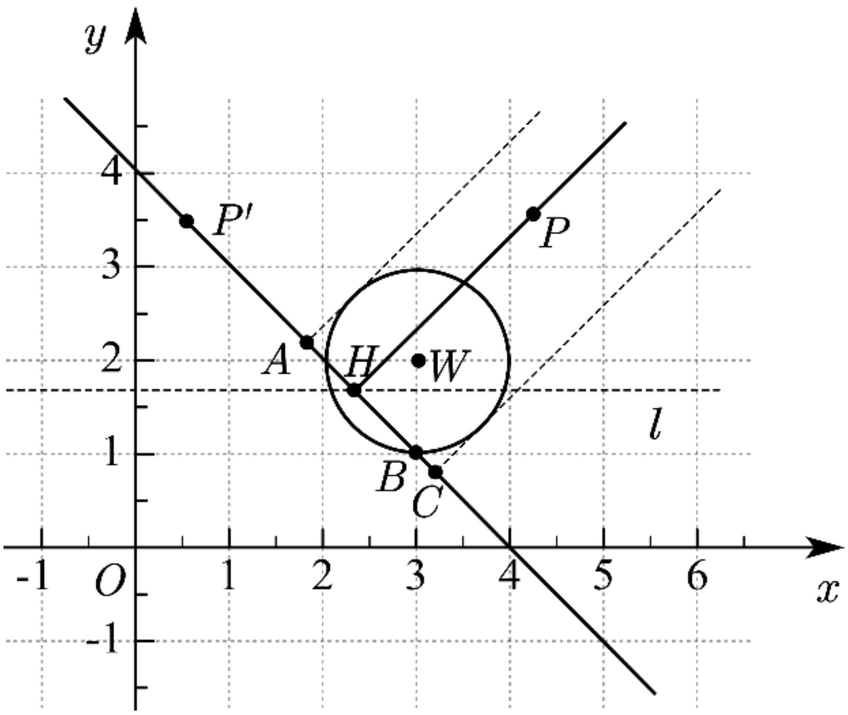
设点B关于直线l的“V 点”为(b,a)，则点B'与点B关于直线$\mathrm{x}=\mathrm{b}$对称，

$\therefore b=\dfrac{1+5}{2}=3$，

$\because$点(b,a)在直线$y=-x+4$上，

$\therefore a=-b+4=-3+4=1$.

②由题可知，“V 点”是直线$y=-x+4$与直线l的交点H，点P'在直线$y=-x+4$上，设$H(4-a,a)$，则直线PH与直线$P'H$关于直线$x=4-a$对称，如图.



$\because PH$与$P'H$关于直线$x=4-a$对称，

$\therefore$设PH的表达式为$y=x+n$，

当直线PH与$\odot W$相切时，设切点为(x_0,x_0+n)，

则圆心的切点的距离为$\sqrt{(x_0-3)^2+(x_0+n-2)^2}=1$，

整理得 $2x_0^2+(2n-10)x_0+n^2-4n+12=0$，

$\because$ 此时直线 PH 与 $\odot W$ 相切，

$\therefore$ 关于 x_0 的方程 $2x_0^2+(2n-10)x_0+n^2-4n+12=0$ 有唯一解，

$\therefore$ 令 $\Delta=(2n-10)^2-4\times2\times(n^2-4n+12)=0$，

解得 $n=-1\pm\sqrt{2}$，

$\therefore$ 当直线 PH 与 $\odot W$ 相切时，直线 PH 的表达式为 $y=x-1-\sqrt{2}$ 或 $y=x-1+\sqrt{2}$.

联立 $\begin{cases}y=-x+4\\y=x-1-\sqrt{2}\end{cases}$，解得 $\begin{cases}x=\dfrac{5+\sqrt{2}}{2}\\y=\dfrac{3-\sqrt{2}}{2}\end{cases}$，

$\therefore C(\dfrac{5+\sqrt{2}}{2},\dfrac{3-\sqrt{2}}{2})$；

联立 $\begin{cases}y=-x+4\\y=x-1+\sqrt{2}\end{cases}$，解得 $\begin{cases}x=\dfrac{5-\sqrt{2}}{2}\\y=\dfrac{3+\sqrt{2}}{2}\end{cases}$，

$\therefore A(\dfrac{5-\sqrt{2}}{2},\dfrac{3+\sqrt{2}}{2})$.

$\because$ 点 $(3,1)$ 到圆心 $W(3,2)$ 的距离等于半径 1，且点 $(3,1)$ 在直线 $y=-x+4$ 上，

$\therefore$ 点 $(3,1)$ 是 $\odot W$ 与直线 $y=-x+4$ 的一个交点，且为两个交点中靠下方的交点，即 $B(3,1)$.

$\because$ “V 形”与 $\odot W$ 有且仅有两个交点，

分析图象可知，当且仅当 $y_B<a<y_A$ 或 $a<y_C$ 时符合题意.

$\therefore 1<a<\dfrac{3+\sqrt{2}}{2}$ 或 $a<\dfrac{3-\sqrt{2}}{2}$.

【点睛】本题考查了对称的性质，圆的性质，两点之间距离公式，一元二次方程的判别式，二元一次方程组与一次函数，熟练掌握相关知识并灵活运用是解题的关键.