2024 北京清华附中初三（下）开学考

数　　学

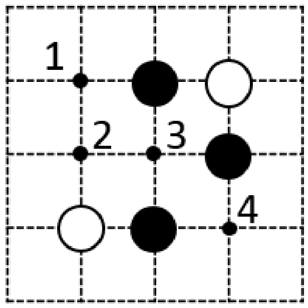
（清华附中初 21 级）

一、选择题（本大题共 24 分，每小题 3 分）

1. 某种计算机完成一次基本运算需要 1 纳秒，即 0.000000001 秒，那么这种计算机连续完成 200 沙基本运算所需要的时间用科学记数法表示为（　）

A. 2×10^{-7} 秒　　B. 2×10^{-6} 秒　　C. 0.2×10^{-6} 秒　　D. 200×10^{-9} 秒

2. 围棋起源于中国，古代称之为“弈”，至今已有 4000 多年的历史．如图，黑白棋子摆成的图案里下一黑棋，黑棋落在（　　）号位置上使棋子构成的图形既是轴对称图形也是中心对称图形．

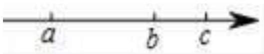


A. 1　　B. 2　　C. 3　　D. 4

3. 无理数 $2\sqrt{6}$ 的值在（　　）

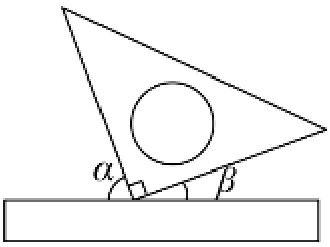
A. 2 和 3 之间　　B. 3 和 4 之间　　C. 4 和 5 之间　　D. 5 和 6 之间

4. 实数 a，b，c 在数轴上的对应点的位置如图所示，如果 a+b＝0，那么下列结论正确的是（　　）



A. $|a|>|c|$　　B. a+c＜0　　C. abc＜0　　D. $\frac{a}{b}=0$

5. 将三角尺与直尺按如图所示摆放，若 $\angle\alpha$ 的度数比 $\angle\beta$ 的度数的三倍多 10°，则 $\angle\alpha$ 的度数是（　　）



A. 20°　　B. 40°　　C. 50°　　D. 70°

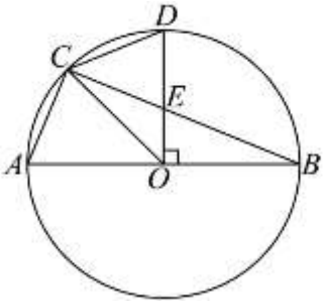
6. 若关于 x 的一元二次方程 $kx^2-6x+9=0$ 有实数根，则 k 的取值范围是（　　）

A. $k<1$　　B. $k\le1$　　C. $k<1$ 且 $k\ne0$　　D. $k\le1$ 且 $k\ne0$

7. 中国古代的“四书”是指《论语》《孟子》《大学》《中庸》，它是儒家思想的核心著作，是中国传统文化的重要组成部分．若从这四部著作中随机抽取两本（先随机抽取一本，不放回，再随机抽取另一本），抽取的两本恰好是《论语》和《大学》的概率是（　　）

A. $\frac{1}{8}$　　B. $\frac{1}{6}$　　C. $\frac{1}{3}$　　D. $\frac{1}{2}$

8. 如图，AB是$\odot O$的直径，D为$\odot O$上一点，且$OD\perp AB$于点O，点C是AD的中点，连接BC交OD于E，连接AC、CD、OC．则下列说法：①$\angle ABC=22.5°$；②E为OD中点；③$CD=CE$；④$AC<2OE$．正确的有（　）



A. ①②③　　B. ①②④　　C. ①③④　　D. ②③④

二、填空题（本大题共24分，每小题3分）

9. 若二次根式$\frac{1}{\sqrt{2-x}}$有意义，则x的取值范围是________.

10.分解因式：x^3-6x^2+9x=___.

11. 方程$\frac{2}{x-3}+1=\frac{4}{3-x}$ 的解是_______.

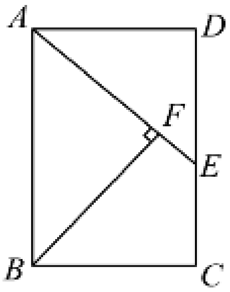
12. 已知点$A(x_1,y_1),B(x_2,y_2),C(x_3,y_3)$都在反比例函数$y=\frac{2}{x}$的图象上，若$x_1<0<x_2<x_3$，则$y_1,y_2,y_3$的大小关系是______.（用“>”连接）

13. 为了了解某地区初中学生的视力情况，随机抽取了该地区500名树中学生进行调查．整理样本数据，得到下表：

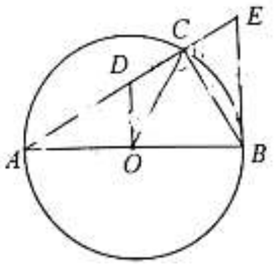
视力	4.7以下	4.7	4.8	4.9	5.0	5.0以上
人数	98	96	86	95	82	43

根据抽样调查结果，估计该地区20000名初中学生视力不低于4.9的人数为______.

14. 如图，在矩形$ABCD$中，$AB=6,BC=4$，若点E是边CD的中点，连接AE，过点B作$BF\perp AE$于点F，则BF的长为______.



15. 如图，AB,AC 分别是 $\odot O$ 的直径和弦，$OD\perp AB$，交 AC 于点 D．过点 B 作 $\odot O$ 的切线与 AC 的延长线交于点 E，若 $CD=OD,CE=1$，则 AB 的长为______.



16. 小亮有黑、白各 10 张卡片，分别写有数字 0~9．把它们像扑克牌那样洗过后，数字朝下，排成四行，排列规则如下：

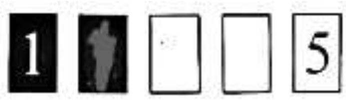
①从左至右按从小到大的顺序排列：

②黑、白卡片数字相同时，黑卡片放在左边．

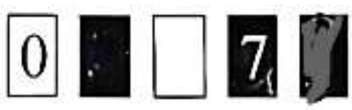
小亮每行翻开了两张卡片，如图所示：

第一行：

第二行：



第三行：



第四行：

其余卡片上数字小亮让小明根据排列规则进行推算，小明发现有的卡片上数字可以唯一确定，例如第四行最后一张白色卡片上数字只能是______有的卡片上的数字并不能唯一确定，小明对不能唯一确定的卡片上数字进行猜测，则小明一次猜对所有数字的概率是______.

三、解答题（本题共 72 分，第 17~21 题，每小题 5 分，第 22~23 题，每小题 6 分，第 24～

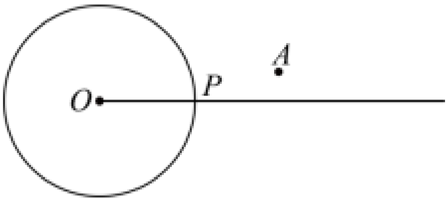
26 题，每小题 7 分，第 27 题 8 分，第 28 题 6 分）

17. 计算：$(-1)^{2024}+\left|\sqrt{3}-2\right|+2\cos 30^{\circ}+\left(\frac{1}{2}\right)^{-2}$.

18. 解不等式组：$\begin{cases}5x-1<3(x-1)① \\ \frac{2x}{3}-\frac{x-2}{2}\ge\frac{1}{3}②\end{cases}$

19. 下面是小元设计的“过圆上一点作圆的切线”的尺规作图过程.

已知：如图，⊙O 及⊙O 上一点 P.



求作：过点 P 的⊙O 的切线.

作法：如图，作射线 OP；

① 在直线 OP 外任取一点 A，以 A 为圆心，AP 为半径作⊙A，与射线 OP 交于另一点 B；

②连接并延长 BA 与⊙A 交于点 C；

③作直线 PC；

则直线 PC 即为所求．根据小元设计的尺规作图过程，

（1）使用直尺和圆规，补全图形；（保留作图痕迹）

（2）完成下面的证明：

证明：∵ BC 是⊙A 的直径，

∴ ∠BPC=90° ____________________________（填推理依据）.

∴ OP⊥PC.

又∵ OP 是⊙O 的半径，

∴ PC 是⊙O 的切线____________________________（填推理依据）.

20. 已知 $\frac{1}{b}-\frac{1}{a}=-4$，求 $\frac{a-b}{3a-3b+2ab}$ 的值.

21. 在平面直角坐标系 xOy 中，一次函数 $y=kx+b\left(k\neq 0\right)$ 的图象经过点 $A\left(-1,-4\right)$ 和 $B\left(1,0\right)$.

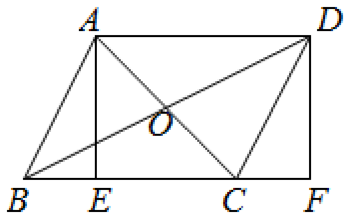
（1）求该一次函数的解析式；

（2）当 $x\le -1$ 时，对于 x 的每一个值，反比例函数 $y=\frac{m}{x}\left(m\neq 0\right)$ 的值大于一次函数 $y=kx+b\left(k\neq 0\right)$ 的值，直接写出 m 的取值范围.

22. 如图，平行四边形 $ABCD$ 的对角线 AC，BD 交于点 O，$AE\perp BC$ 于点 E，点 F 在 BC 延长线上，且 $CF=BE$.

（1）求证：四边形 $AEFD$ 是矩形；

（2）连接 AF，若 $\tan\angle ABC=2$，$BE=1$，$AD=3$，求 AF 的长.



23. 某校举办国学知识竞赛，设定满分 10 分，学生得分均为整数．在初赛中，甲、乙两组（每组 10 人）学生成绩如下（单位：分）

甲组：5，6，6，6，6，6，7，9，9，10

乙组：5，6，6，6，7，7，7，7，9，10．

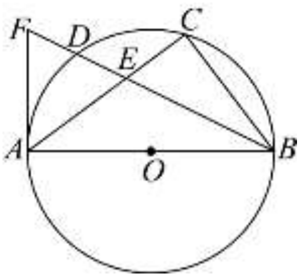
组别	平均数	中位数	众数	方差
甲组	7	a	6	2.6
乙组	b	7	c	d

（1）以上成绩统计分析表中 $a=$______，$b=$______，$c=$______，$d=$______；

（2）小明同学说：“这次竞赛我得了 7 分，在我们小组中属中游略偏上！”观察上面表格判断，小明可能是______组的学生；

（3）从平均数和方差看，若从甲、乙两组学生中选择一个成绩较为稳定的小组参加决赛，应选______组．

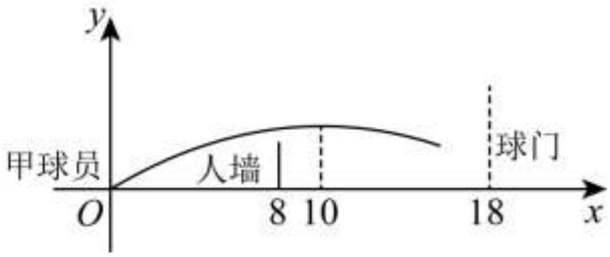
24. 如图，AB 是 $\odot O$ 的直径，$\triangle ABC$ 内接于 $\odot O$，点 D 是 $\overset{\frown}{AC}$ 的中点，连接 BD 交 AC 于点 E，延长 BD 至 F，使 $DF=DE$．



（1）求证：AF 是 $\odot O$ 的切线；

（2）若 $BD=4, \tan\angle ABD=\dfrac{1}{2}$，求 BC 的长．

25. 2022 年世界杯足球赛于 11 月 21 日至 12 月 18 在卡塔尔举行，如图，某场比赛把足球看作点. 足球运行的高度 $y\left(\mathrm{m}\right)$ 与运行的水平距离 $x\left(\mathrm{m}\right)$ 满足抛物线 $y=a\left(x-10\right)^2+h$，如图所示，甲球员罚任意球时防守队员站在他正前方 8m 处组成人墙，人墙可达的高度为 2.2m，对手球门与甲球员的水平距离为 18m，球门从横梁的下沿至地面距离为 2.44m．假设甲球员踢出的任意球恰好射正对手球门．



（1）当 $h=3$ 时，足球是否能越过人墙？并说明理由；

（2）若甲球员踢出的任意球能直接射进对手球门得分，求 h 的取值范围．

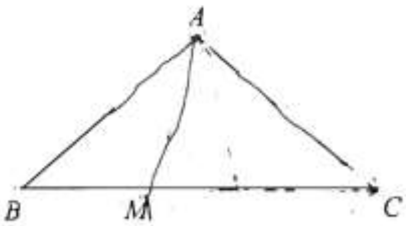
26. 在平面直角坐标系 xOy 中，$A\left(x_1,\ y_1\right)$，$B\left(x_2,\ y_2\right)$ 是抛物线 $y=-x^2+bx\left(b\neq 0\right)$ 上任意两点，设抛物线的对称轴为直线 $x=h$．

（1）若抛物线经过点 $\left(2,0\right)$，求 h 的值；

（2）若对于 $x_1=h-1,\ x_2=2h$，都有 $y_1>y_2$，求 h 的取值范围；

（3）若对于 $h-2\le x_1\le h+1,-2\le x_2\le -1$，存在 $y_1<y_2$，直接写出 h 的取值范围．

27. 如图，在 $\triangle ABC$ 中，$AB=AC,\angle BAC=\alpha\left(90^\circ<\alpha<180^\circ\right)$，点 M 为线段 BC 上一点（不与 B,C 重合），连接 AM，将线段 AM 绕点 M 顺时针旋转 α 得线段 MN，连接 AN,CN．



（1）依题意补全图形；

（2）求证：$\angle NAC=\angle NMC$；

（3）求证：$CN\parallel AB$．

28. 在平面直角坐标系 xOy 中，已知点 $M\left(a,b\right)\left(a\neq b\right)$．对于点 P,Q 给出如下定义：若点 P 关于直线 $y=ax$ 的对称点为点 P'，点 P' 与点 Q 关于直线 $y=bx$ 对称，则称点 Q 是点 P 关于点 M 的“对应点”．

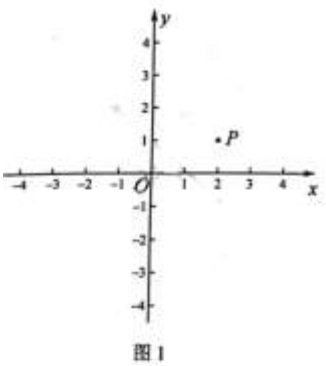


图 1

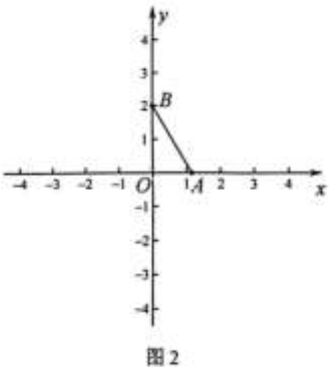


图 2

（1）已知点 $M\left(1,0\right)$，点 $P\left(t,1\right)$，点 Q 是点 P 关于点 M 的“对应点”，

①如图 1，当 $t=2$ 时，点 Q 的坐标为______；

②若 PQ 的长度不超过 4，求 t 的取值范围；

（2）已知点 $M\left(a,b\right)$ 在直线 $y=-x$ 上，如图 2，直线 $y=-\sqrt{3}x+2$ 与 x 轴，y 轴分别交于点 A,B，对于线段 AB 上（包括端点）任意一点 C，若以 1 为半径的 $\odot C$ 上总存在一点 P，使得点 P 关于点 M 的“对应点”在 x 轴的负半轴上，直接写出符合条件的 a 的值．

参考答案

一、选择题（本大题共 24 分，每小题 3 分）

1.【答案】A【分析】本题主要考查了用科学记数法表示较小的数，一般形式为$a\times10^{-n}$，其中$1\leq|a|<10$，n为由原数左边起第一个不为零的数字前面的 0 的个数所决定，确定a与n的值是解题的关键．用科学记数法表示较小的数，一般形式为$a\times10^{-n}$，其中$1\leq|a|<10$，n为整数，据此判断即可．

【详解】解：$0.000000001\times200=2\times10^{-7}$秒；

故选：A

2.【答案】B【分析】轴对称图形定义：沿一条直线折叠，直线两边的部分能够完全重合的一个图形；中心对称图形定义：绕着某个点旋转180°，如果旋转后的图形与原来的图形重合，这个图形就叫中心对称图形，这个点叫做它的对称中心，根据轴对称图形和中心对称图形的定义求解即可．

【详解】解：根据图案，在 1、3、4 位置无论放置黑棋还是白棋，既不能构成轴对称图形也不能构成中心对称图形，因此只能选择 2 位置：2 位置放置黑棋，即能构成轴对称图形也能构成中心对称图形；2 位置放置白棋，既不能构成轴对称图形也不能构成中心对称图形，

$\therefore$放置黑棋，使棋子构成的图形既是轴对称图形也是中心对称图形，只能在 2 位置，

故选：B．

【点睛】本题考查轴对称图形与中心对称图形的判断，熟练掌握轴对称图形与中心对称图形的定义是解决问题的关键．

3.【答案】C【分析】先计算出（$2\sqrt{6}$）^{2}的值为 24，把 24 夹逼在两个相邻正整数的平方之间，再写出$2\sqrt{6}$的范围即可．

【详解】解：（$2\sqrt{6}$）^{2}=2^2×（$\sqrt{6}$）^{2}=4×6=24，

$\because$16＜24＜25，

$\therefore$4＜$2\sqrt{6}$＜5．

故选：*C*．

【点睛】本题考查了无理数的估算，无理数的估算常用夹逼法，求出（$2\sqrt{6}$）^{2}是解题的关键．

4.【答案】C【分析】根据 a+b=0，确定原点的位置，根据实数与数轴即可解答．

【详解】$\because$a+b=0，

$\therefore$原点在 a，b 的中间，

如图，

由图可得：|a|＜|c|，a+c＞0，abc＜0，$\frac{a}{b}$=-1，

故选 C．

【点睛】本题考查了实数与数轴，解决本题的关键是确定原点的位置．

5.【答案】D【分析】本题考查了余角和补角，熟练掌握余角的概念是解题的关键．

根据角的和差列出方程组即可得到结论.

【详解】解：根据题意得，$\angle\alpha+\angle\beta=90°$，$\angle\alpha=3\angle\beta+10°$，

$\therefore 3\angle\beta+10°+\angle\beta=90°$，

解得$\angle\beta=20°$，$\angle\alpha=70°$，

答：$\angle\alpha$ 的度数是$70°$，

故选：D.

6.【答案】D【分析】根据一元二次方程$kx^2-6x+9=0$有实数根可知道判别式大于等于零且$k\neq0$，解不等式即可求解.

【详解】解：∵方程$kx^2-6x+9=0$有实数根，

$\therefore \Delta=b^2-4ac=\left(-6\right)^2-4\times9k=36-36k\geq0$，$k\neq0$，

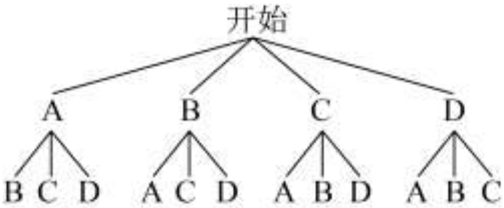
$\therefore k\leq1$，且$k\neq0$.

故选：D.

【点睛】本题考查了一元二次方程根的判别式，熟练掌握判别式与根的关系是解题的关键．当判别式$\Delta=b^2-4ac>0$时，一元二次方程有两个不相等的实数根；当判别式$\Delta=b^2-4ac=0$时，一元二次方程有两个相等的实数根；当判别式$\Delta=b^2-4ac<0$时，一元二次方程没有实数根.

7.【答案】B【分析】用列表法或画树状图法列举出所有等可能的结果，从中找出抽取的两本恰好是《论语》和《大学》的可能结果，再利用概率公式求出即可.

【详解】解：记《论语》《孟子》《大学》《中庸》分别为A，B，C，D，画树状图如下：



一共有 12 种等可能的结果，其中抽取的两本恰好是《论语》（即A）和《大学》（即C）的可能结果有 2 种可能，

$\therefore P$（抽取的两本恰好是《论语》和《大学》）$=\dfrac{2}{12}=\dfrac{1}{6}$，

故选：B.

【点睛】本题考查列表法和画树状图法求等可能事件的概率，掌握列表法和画树状图法求等可能事件概率的方法是解题的关键.

8.【答案】C【分析】本题考查圆周角定理，等腰直角三角形的判定和性质，相似三角形，掌握圆周角定理是解题的关键．根据圆周角定理判断①即可；在OB上取点F，使得$OE=OF$，根据等腰三角形的判定和性质判断②；然后利用等角对等边判断③即可；过点A作$AG\perp AB$交BG的延长线于点G，构造$AG=2OE$，然后利用垂线段最短判断④即可解题.

【详解】解：∵$OD\perp AB$，

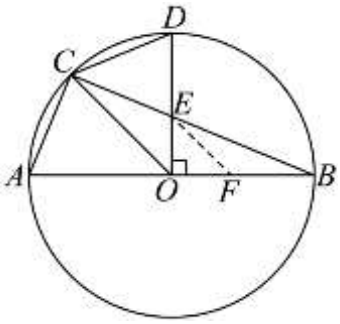
$\therefore \angle AOD = 90^\circ$，

又$\because$点C是$\overset{\frown}{AD}$的中点，

$\therefore \angle AOC = \dfrac{1}{2}\angle AOD = 45^\circ$，

$\therefore \angle ABC = \dfrac{1}{2}\angle AOC = 22.5^\circ$，故①正确，

在OB上取点F，使得$OE = OF$，



则$\angle EFO = 45^\circ$，

$\therefore \angle FEB = \angle ABC = 22.5^\circ$，

$\therefore EF = FB \neq OE$，

$\therefore OD = OB \neq 2OE$，故②错误；

$\because \angle ABC = 22.5^\circ$，

$\therefore \angle CED = \angle OEB = 90^\circ - \angle\angle ABC = 90^\circ - 22.5^\circ = 67.5^\circ$，

又$\because \angle DCB = \dfrac{1}{2}\angle DOB = 45^\circ$，

$\therefore \angle CDE = 180^\circ - \angle CED - \angle DCB = 67.5^\circ = \angle CED$，

$\therefore CD = CE$，故③正确；

过点A作$AG \perp AB$交BG的延长线于点G，

则$OE \parallel AG$，

$\therefore \triangle BEO \backsim \triangle BGA$，

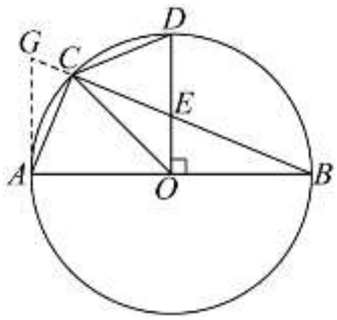
$\therefore \dfrac{AG}{OE} = \dfrac{AB}{OB} = 2$，即$AG = 2OE$，

又$\because AB$是直径，

$\therefore \angle ACG = 90^\circ$，

$\therefore AG > AC$，即$AC < 2OE$，故④正确；

故选C.



二、填空题（本大题共 24 分，每小题 3 分）

9.【答案】$x<2$【分析】根据二次根式被开放数为非负数，分式的分母不为零求解即可.

【详解】解：∵二次根式$\frac{1}{\sqrt{2-x}}$有意义，

∴2-x＞0，解得：x<2.

故答案为：x<2.

【点睛】本题考查了二次根式有意义的条件，熟练掌握二次根式被开放数为非负数是解题的关键.

10.【答案】$x（x-3）^2$【详解】解：x^3-6x^2+9x

$=x（x^2-6x+9）$

$=x（x-3）^2$

故答案为：$x（x-3）^2$

11.【答案】$x=-3$【分析】分式方程去分母转化为整式方程，求出整式方程的解得到x的值，经检验即可得到分式方程的解.

【详解】解：去分母得：$2+x-3=-4$，

移项合并得：$x=-3$，

检验：当$x=-3$时，$x-3\neq 0$，

∴分式方程的解为$x=-3$.

故答案为：$x=-3$.

【点睛】此题考查了解分式方程，利用了转化的思想，解分式方程注意要检验.

12.【答案】$y_2>y_3>y_1$【分析】本题考查的是反比例函数图象上点的坐标特点，熟知反比例函数图象上各点的坐标一定适合此函数的解析式是解答此题的关键．先根据反比例函数的解析式判断出函数图象所在的象限，再根据$x_1<0<x_2<x_3$即可得出结论.

【详解】解：∵反比例函数$y=\frac{2}{x}$中$2>0$，

∴函数图象的两个分支分别位于一、三象限，且在每一象限内，y随x的增大而减小.

∵$x_1<0<x_2<x_3$，

∴B、C两点在第一象限，A 点在第三象限，

∴$y_2>y_3>y_1$.

故答案为$y_2 > y_3 > y_1$

13.【答案】8800【分析】用总人数乘以样本中视力不低于4.9所占的比例即可求解．

【详解】解：由题意，$20000\times\frac{95+82+43}{500}=8800$（名），

故该地区20000名初中学生视力不低于4.9的人数为8800名，

故答案为：8800．

【点睛】本题考查用样本估计总体，理解题意，正确求解是解答的关键．

14.【答案】$\frac{24}{5}$【分析】本题考查了相似三角形的判定和性质，勾股定理，矩形的性质，勾股定理等知识；熟练掌握相似三角形的判定和性质是解题的关键．先根据矩形的性质得到$CD=AB=6$，$AD=BC=4$，$\angle BAD=\angle D=90^\circ$，求得$DE=3$，再根据勾股定理得到$AE=5$，然后证明$\triangle ABF\backsim\triangle AED$，列比例式即可解得答案．

【详解】解：$\because$四边形$ABCD$是矩形，

$\therefore CD=AB=6$，$AD=BC=4$，$\angle BAD=\angle D=90^\circ$，$AB\parallel CD$，

$\therefore\angle BAF=\angle AED$，

$\because$点E是CD的中点，

$\therefore DE=3$，

$\therefore AE=\sqrt{AD^2+DE^2}=\sqrt{4^2+3^2}=5$，

$\because BF\perp AE$，

$\therefore\angle BAF=\angle D=90^\circ$，

$\therefore\triangle ABF\backsim\triangle EAD$，

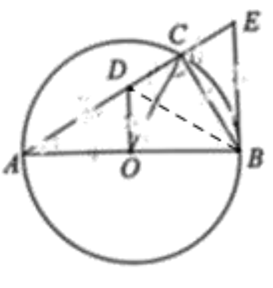
$\therefore AB:AE=BF:AD$，即$6:5=BF:4$，

$\therefore BF=\frac{24}{5}$．

故答案为：$\frac{24}{5}$

15.【答案】$2\sqrt{3}$【分析】连接BD，易得OD垂直平分AB，BD是$\angle OBD$的角平分线，进而推出$\angle A=30^\circ$，再推出$\angle CBE=30^\circ$，利用含30度角的直角三角形的性质，求解即可．

【详解】解：连接BD，



∵ $OD \perp AB$， $OA = OB$，

∴ OD 垂直平分 AB，

∴ $AD = BD$，

∴ $\angle A = \angle DBA$，

∵ AB 为直径，

∴ $CD \perp BC$，

又 $CD = OD$，

∴ BD 是 $\angle OBD$ 的角平分线，

∴ $\angle CBD = \angle ABD = \angle A$，

∴ $\angle ABC = 2\angle A$，

∵ $\angle A + \angle ABC = 90°$，

∴ $\angle A = 30°$，

∴ $\angle ABC = 60°$，

∵ EB 是 $\odot O$ 的切线，

∴ $AB \perp BE$，

∴ $\angle ABE = 90°$，

∴ $\angle CBE = 30°$，

∵ $CD \perp BC$，

∴ $BE = 2CE = 2$，

∵ $\angle ABE = 90°$， $\angle A = 30°$，

∴ $AE = 2BE = 4$，

∴ $AB = \sqrt{AE^2 - BE^2} = 2\sqrt{3}$；

故答案为： $2\sqrt{3}$.

【点睛】本题考查了切线的性质、圆周角定理、角平分线的判定、线段垂直平分线的性质、含 30 度角的直角三角形的性质等知识；熟练掌握切线的性质和圆周角定理是解题的关键.

16.【答案】 ①. 8 ②. $\frac{1}{2}$【分析】本题考查概率问题，图形类规律探索，根据规则确定数值，然后根据不能确定的数字进行求概率即可.

【详解】解：∵黑卡8在左边，

∴白卡数字可能为8或9，

又∵白卡9排在第一行，

∴第四行最后一张白色卡片上数字只能是8，

每行能确定的数字为：

第一行：1 5 6 7 9

第二行：1 2 3 4 5

第三行：0 _ 6 7 9

第四行：0 2 _ 8 8

不能确定的是黑色 3 和 4，共有两种填法，是等可能性的，填对的有一种，即概率为$\frac{1}{2}$.

三、解答题（本题共 72 分，第 17~21 题，每小题 5 分，第 22~23 题，每小题 6 分，第 24～26 题，每小题 7 分，第 27 题 8 分，第 28 题 6 分）

17.【答案】7【分析】本题考查特殊角的三角函数值的混合运算，先化简各数，再进行加减运算即可，熟记特殊角的三角函数值，掌握相关运算法则，是解题的关键.

【详解】解：原式$=1+2-\sqrt{3}+2\times\frac{\sqrt{3}}{2}+4=1+2-\sqrt{3}+\sqrt{3}+4=7$.

18.【答案】$-4\le x<-1$【分析】分别求出每一个不等式的解集，根据口诀：同大取大、同小取小、大小小大中间找、大大小小找不到确定不等式组的解集.

【详解】$\begin{cases}5x-1<3(x-1)① \\ \frac{2x}{3}-\frac{x-2}{2}\ge\frac{1}{3}②\end{cases}$

解不等式①得：$x<-1$

解不等式②得：$x\ge-4$

$\therefore$不等式组的解集为：$-4\le x<-1$

【点睛】本题考查了解一元一次不等式组，正确掌握一元一次不等式解集确定方法是解题的关键.

19.【答案】（1）见解析；（2）直径所对的圆周角是直角；过半径外端并且垂直于这条半径的直线是圆的切线【分析】（1）根据题意作出图形即可；

（2）根据圆周角定理得到∠BPC=90°，根据切线的判定定理即可得到结论.

【详解】解：（1）补全图形如图所示，则直线 PC 即为所求；

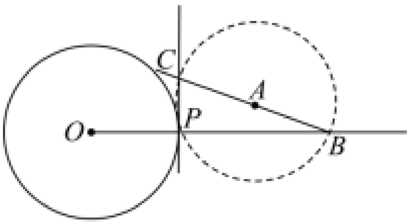


图2

（2）证明：∵BC 是⊙A 的直径，

∴∠BPC=90°（圆周角定理），

∴OP⊥PC.

又∵OP 是⊙O 的半径，

∴PC 是⊙O 的切线（切线的判定）.

故答案为：圆周角定理；切线的判定.

【点睛】本题考查了切线的判定，圆周角定理，正确的作出图形是解题的关键.

20. 【答案】$\frac{2}{5}$ 【分析】本题考查分式的求值，将 $\frac{1}{b}-\frac{1}{a}=-4$ 变形，转化为：$a-b=-4ab$，整体代入分式，化简求值即可.

【详解】解：$\because \frac{1}{b}-\frac{1}{a}=-4$，

$\therefore \frac{a-b}{ab}=-4$，

$\therefore a-b=-4ab$，

$\therefore$原式$=\frac{-4ab}{3(a-b)+2ab}=\frac{-4ab}{3\cdot(-4ab)+2ab}=\frac{-4ab}{-10ab}=\frac{2}{5}$.

21. 【答案】(1) $y=2x-2$

(2) $m<0$ 或 $0<m<4$ 【分析】本题考查一次函数与反比例函数的交点问题．掌握数形结合的思想，是解题的关键.

(1) 待定系数法求出函数解析式即可；

(2) 分 $m>0$ 和 $m<0$ 两种情况进行讨论求解即可.

【小问 1 详解】

解：$\because$一次函数 $y=kx+b(k\neq 0)$ 的图象经过点 $A(-1,-4)$ 和 $B(1,0)$，

$\therefore \begin{cases}-k+b=-4\\k+b=0\end{cases}$,

解得：$\begin{cases}k=2\\b=-2\end{cases}$,

$\therefore y=2x-2$；

【小问 2 详解】

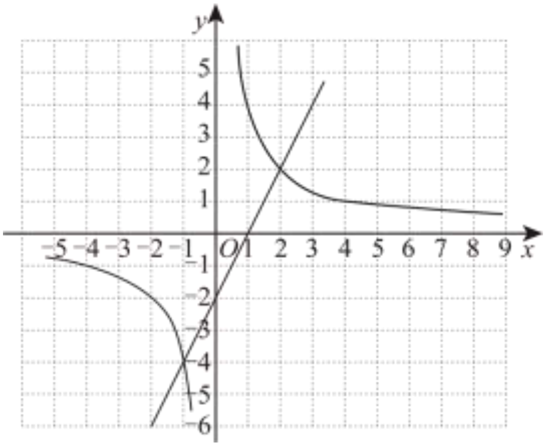
①当 $m>0$ 时，

$\because$当 $x\le -1$ 时，对于 x 的每一个值，反比例函数 $y=\frac{m}{x}(m\neq 0)$ 的值大于一次函数 $y=kx+b(k\neq 0)$ 的值，

即：当 $x\le -1$ 时，双曲线在 $y=kx+b(k\neq 0)$ 的上方，

当 $y=\frac{m}{x}(m\neq 0)$ 经过 $A(-1,-4)$ 时，$m=-1\times(-4)=4$，

$\therefore$当 $0<m<4$ 时，满足题意；



②当$m<0$时，双曲线过二，四象限，

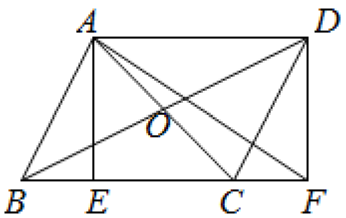
当$x\le -1$时，反比例函数的函数值大于0，直线$y=kx+b\left(k\ne 0\right)$的函数值小于$-4$，满足题意；

综上：$m<0$或$0<m<4$.

22.【答案】（1）见解析；（2）$\sqrt{13}$【分析】（1）根据平行四边形的性质得到$AD//BC$且$AD=BC$，等量代换得到$BC=EF$，推出四边形$AEFD$是平行四边形，根据矩形的判定定理即可得到结论；

（2）解直角三角形得到$AE=\tan\angle ABC\cdot BE=2\times 1=2$，由矩形的性质得到$\angle ADF=90^\circ$．根据勾股定理即可得到结论．

【详解】（1）证明：



∵平行四边形$ABCD$，

∴$AD//BC$，$AD=BC$，

∵$CF=BE$，

∴$CF+EC=BE+EC$，

即$BC=EF$，

∴$AD//EF$，$AD=EF$，

∴四边形$AEFD$是平行四边形，

∵$AE\perp BC$，

∴$\angle AEF=90^\circ$，

∴四边形$AEFD$是矩形．

（2）解：在$Rt\triangle ABE$中，$\angle AEB=90^\circ$，$\tan\angle ABC=2$，$BE=1$，

∴$\dfrac{AE}{BE}=2$，

∴$AE=2$，

∵四边形 $AEFD$ 为矩形，

∴$FD=AE=2$，$\angle ADF=90°$．

∵$AD=3$，

∴$AF=\sqrt{AD^2+DF^2}=\sqrt{3^2+2^2}=\sqrt{13}$．

【点睛】本题考查了矩形的判定和性质，平行四边形的判定和性质，解直角三角形及勾股定理，正确的识别图形是解题的关键．

23.【答案】（1）6，7，7，2

（2）甲　（3）乙【分析】本题考查中位数，众数，平均数及方差．掌握相关定义和计算公式，是解题的关键．

（1）根据中位数，众数，平均数和方差的定义及计算公式，进行求解即可；

（2）比较小明的得分与两个组的中位数的大小关系，进行判断即可；

（3）根据平均数相同，方差越小，越稳定，进行判断即可．

【小问 1 详解】

解：甲组数据的中间两个数均为 6，

∴$a=6$，

乙组数据的平均数$\frac{1}{10}\left(5+6+6+6+7+7+7+7+9+10\right)=7$，

∴$b=7$

出现次数最多的是 7，

∴$c=7$，

方差为：$\frac{1}{10}\left[\left(5-7\right)^2+3\left(6-7\right)^2+4\left(7-7\right)^2+\left(9-7\right)^2+\left(10-7\right)^2\right]=2$，

∴$d=2$；

故答案为：6，7，7，2；

【小问 2 详解】

∵甲组的中位数为 6，乙组的中位数为 7，小明的得分为 7，

又$7>6$，

∴小明可能是甲组的学生；

故答案为：甲；

【小问 3 详解】

∵甲，乙两组的平均数相同，但是乙组的方差小于甲组的方差，

∴乙组学生的成绩较为稳定，

∴选择乙组；

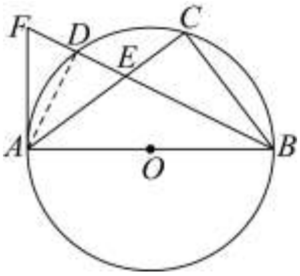
故答案为：乙．

24. 【答案】(1) 见解析　　(2) $\frac{6\sqrt{5}}{5}$【分析】(1) 连接 AD，圆周角定理得到 $AD\perp BF$，推出 AD 是 EF 的中垂线，进而得到 $AE=AF$，得到 $\angle F=\angle AED$，再根据圆周角定理得到 $\angle ABF=\angle DAC$，推出 $\angle BAF=90°$，即可；

(2) 根据正切的定义，求出 AD 的长，进一步求出 DE, BE 的长，根据圆周角定理，得到 $\angle C=90°, \angle CBE=\angle ABD$，解直角三角形求出 BC 的长即可.

【小问 1 详解】

证明：连接 AD，



$\because AB$ 是 $\odot O$ 的直径，

$\therefore AD\perp BF$，

$\therefore \angle AED+\angle DAE=90°$，

$\because DF=DE$，

$\therefore AE=AF$，

$\therefore \angle F=\angle AED$，

$\because$ 点 D 是 $\overset{\frown}{AC}$ 的中点，

$\therefore AD=CD$，

$\therefore \angle ABF=\angle DAC$，

$\therefore \angle ABF+\angle F=\angle AED+\angle DAE=90°$，

$\therefore \angle BAF=90°$，

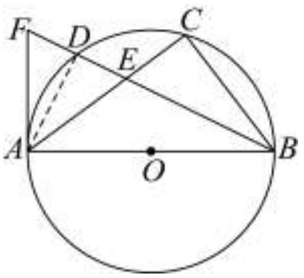
$\therefore BA\perp AF$，

$\because AB$ 是 $\odot O$ 的直径，

$\therefore AF$ 是 $\odot O$ 的切线；

【小问 2 详解】

在 $\mathrm{Rt}\triangle ADB$ 中，$BD=4, \tan\angle ABD=\frac{AD}{BD}=\frac{1}{2}$，



$\therefore AD=2$，

由（1）知：$\angle ABF=\angle DAC$，

$\therefore$在Rt$\triangle ADE$中，$\tan\angle EAD=\tan\angle ABD=\dfrac{DE}{AD}=\dfrac{1}{2}$，

$\therefore DE=1$，

$\therefore BE=BD-DE=3$，

$\because AB$是$\odot O$的直径，$AD=CD$，

$\therefore \angle C=90°, \angle CBE=\angle ABD$，

$\therefore \tan\angle CBE=\tan\angle ABD=\dfrac{CE}{BC}=\dfrac{1}{2}$，

$\therefore BC=2CE$，

$\therefore BE=\sqrt{5}CE=3$，

$\therefore CE=\dfrac{3\sqrt{5}}{5}$，

$\therefore BC=\dfrac{6\sqrt{5}}{5}$．

【点睛】本题考查圆周角定理，切线的判定，中垂线的判定和性质，等腰三角形的判定和性质，解直角三角形．掌握相关知识点，并灵活运用是解题的关键．

25.【答案】（1）足球能过人墙，理由见解析

（2）$2.29<h<6.78$【分析】（1）当$h=3$时，$y=a\left(x-10\right)^2+h$的函数图像过原点，可求出a的值，即可；当$h=3$时，由（1）中解析式，分别把$x=8$和$x=8$代入函数解析式求出y的值，再与2.2和2.44比较即可；

（2）由抛物线过原点可$100a+h=0$①，由足球能越过人墙可得$4a+h>2.2$②，由足球能直接射进球门可得$0<64a+h<2.44$③，然后解①②③不等式组即可．

【小问1详解】

解：当$h=3$时，足球能越过人墙，理由如下：

$\because$当$h=3$时，函数$y=a\left(x-10\right)^2+3$的抛物线经过点$\left(0,0\right)$，

$\therefore 0=a(0-10)^2+3$，解得：$a=-\dfrac{3}{100}$

$\therefore y$ 与 x 的关系式 $y=-\frac{3}{100}(x-10)^2+3$

当 $x=8$ 时，$y=-\frac{3}{100}(8-10)^2+3=2.88>2.2$，

∴足球能过人墙，

【小问 2 详解】

解：由题设知 $y=a(x-10)^2+h$ 函数图像过点 $(0,0)$ 可得 $0=a(0-10)^2+h$，即 $100a+h=0$ ①，

由足球能越过人墙，得 $4a+h>2.2$ ②，

由足球能直接射进球门，得 $0<64a+h<2.44$ ③，

由①得 $a=-\frac{h}{100}$ ④

把④代入②得 $4\left(-\frac{h}{100}\right)+h>2.2$，解得 $h>2.29$，

把④代入③得 $0<64\left(-\frac{h}{100}\right)+h<2.44$，解得 $0<h<6.78$，

$\therefore h$ 的取值范围是 $2.29<h<6.78$．

【点睛】本题主要考查了二次函数的应用、待定系数法、不等式等知识点，掌握待定系数法确定函数解析式是解答本题的关键．

26.【答案】（1）$h=4$

（2）$h>1$ 或 $h<-1$

（3）$-4<h<1$ 且 $h\neq0$．【分析】本题考查了二次函数的图象性质、增减性：

（1）根据对称轴 $x=-\frac{b}{2a}$ 进行计算，得 $\frac{b}{2}=h$，再把 $(2,0)$ 代入 $y=-x^2+bx(b\neq0)$，即可作答．

（2）因为 $A(x_1，y_1)$，$B(x_2，y_2)$ 是抛物线 $y=-x^2+bx(b\neq0)$，所以把 $x_1=h-1，x_2=2h$ 分别代入，得出对应的 $y_1，y_2$，再根据 $y_1>y_2$ 联立式子化简，计算即可作答．

（3）根据“$h-2\le x_1\le h+1,-2\le x_2\le-1$，存在 $y_1<y_2$”得出当 $-2<h-2<-1$ 或者 $-2<h+2<-1$，即可作答．

【小问 1 详解】

解：∵抛物线的对称轴为直线 $x=h$

$\therefore h=-\frac{b}{2\times(-1)}=\frac{b}{2}$

即 $b=2h$

∴抛物线 $y=-x^2+2hx$

∵抛物线经过点 $(2,0)$

∴把$(2,0)$代入$y=-x^2+2hx$

得$0=-4^2+2h\times 2$

解得$h=4$；

【小问 2 详解】

解：由（1）知抛物线$y=-x^2+2hx$

∵$A(x_1, y_1)$，$B(x_2, y_2)$是抛物线$y=-x^2+2hx$上任意两点，

∴$y_1=-(h-1)^2+2h(h-1)=h^2-1$，$y_2=-(2h)^2+2h\times 2h=0$，

∵且$x_1=h-1$，$x_2=2h$，都有$y_1>y_2$，

∴$h^2-1>0$

解得$h>1$或$h<-1$

【小问 3 详解】

解：∵$A(x_1, y_1)$，$B(x_2, y_2)$是抛物线$y=-x^2+2hx$上任意两点，$h-2\le x_1\le h+1, -2\le x_2\le -1$，存在$y_1<y_2$，

∴当$-2<h-2<-1$时，存在$y_1<y_2$

解得$0<h<1$

∴当$-2<h+2<-1$，存在$y_1<y_2$

解得$-4<h<-3$

综上，满足h的取值范围为$-4<h<1$且$h\neq 0$.

27.【答案】（1）见解析　（2）见解析

（3）见解析【分析】本题考查了旋转的性质，相似三角形的性质与判定，三角形的内角和定理的应用；

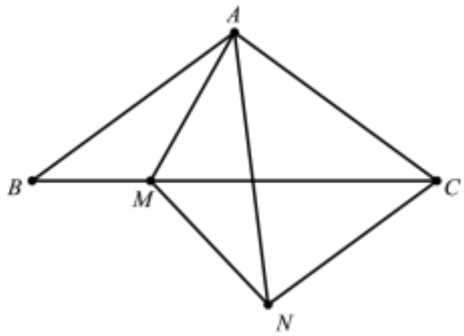
（1）根据题意，补全图形即可.

（2）证明出$\angle ACB=\angle ANM$即可解决问题.

（3）利用相似三角形得出$\angle NCB=\angle MAN$，进而得出$\angle NCB=\angle B$即可解决问题.

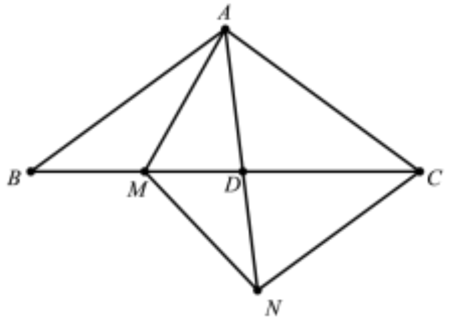
【小问 1 详解】

解：如图所示，



【小问 2 详解】

证明：设AN, AC交于点D，



$\because AB=AC,\angle BAC=\alpha\left(90^\circ<\alpha<180^\circ\right)$， $AM=MN,\angle AMN=\alpha$，

$\therefore \angle B=\angle ACB=\frac{1}{2}\left(180^\circ-\alpha\right)=90^\circ-\frac{1}{2}\alpha$， $\angle MAN=\angle MNA=90^\circ-\frac{1}{2}\alpha$，

$\therefore \angle ACB=\angle ANM$，

又$\because \angle NDC=\angle NMC+\angle MNA=\angle NAC+\angle ACB$，

$\therefore \angle NAC=\angle NMC$；

【小问 3 详解】

证明：由（2）知，

$\angle NAC=\angle NMC$， $\angle ACB=\angle ANM$，

$\therefore \triangle ADC\backsim\triangle MDN$，

$\therefore \frac{AD}{MD}=\frac{CD}{DN}$，

又$\because \angle ADM=\angle CDN$，

$\therefore \triangle ADM\backsim\triangle CDN$，

$\therefore \angle MAD=\angle NCD$，

又$\because \angle MAD=\angle B=90^\circ-\frac{1}{2}\alpha$，

$\therefore \angle B=\angle NCD$，

$\therefore CN\parallel AB$.

28.【答案】（1）① $1,-2$ ；②$t\le\sqrt{7}$或$t\ge-\sqrt{7}$

（2）$\sqrt{3}$【分析】（1）①根据题意得出P关于$y=x$的对称点为$P'\left(1,2\right)$，Q为P'关于x轴（$y=0$）的对称点即$Q\left(1,-2\right)$；

②先得出$Q\left(1,-t\right)$，勾股定理得出PQ^2，进而根据$PQ\le4$，即可求解；

（2）依题意得出$a>0$，又直线AB的解析式可得，直线$y=-\sqrt{3}x$与y轴的夹角为30°，同理可得$y=\sqrt{3}x$与y轴的夹角为30°，根据当点C与点B重合时，$\odot C$与$y=\sqrt{3}x,y=-\sqrt{3}x$相切，符合题意，当C与点B重合时，CO的长度最大，此时$\odot C''$能与x轴的负半轴相切，则当C在AB上运动时，$\odot C''$与x轴的负半轴相交，即可得出$a=\sqrt{3}$.

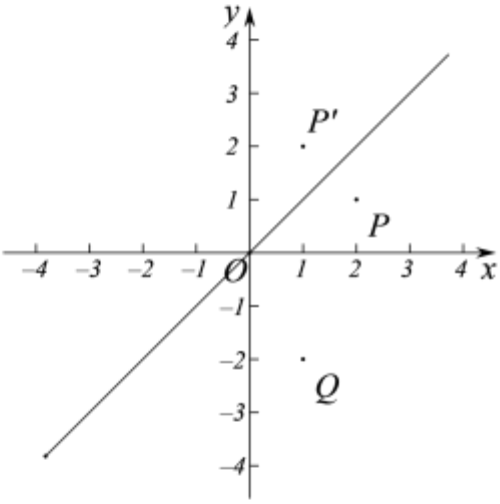
【小问 1 详解】

解：①当 $t=2$ 时，则 $P(2,1)$

$\because M(1,0)$，则 P 关于 $y=x$ 的对称点为 $P'(1,2)$，

$\therefore Q$ 为 P' 关于 x 轴（$y=0$）的对称点即 $Q(1,-2)$，

故答案为：$(1,-2)$.



②若 PQ 的长度不超过 4，求 t 的取值范围

解：$\because P(t,1)$，则 $P'(1,t)$

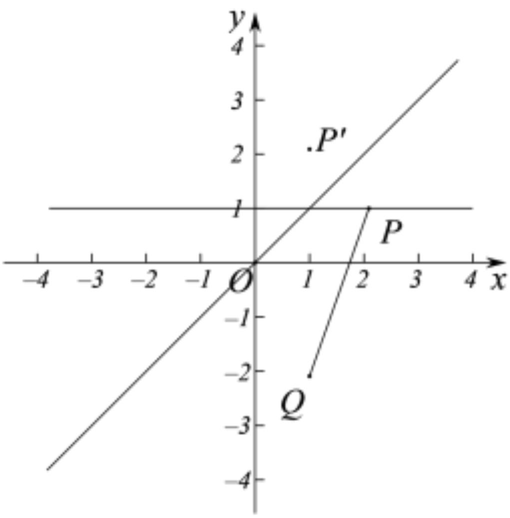
$\therefore Q(1,-t)$

$\therefore PQ^2=(t-1)^2+(t+1)^2=2t^2+2$

$\because PQ\le 4$ 即 $2t^2+2\le 4^2$

$\therefore t^2\le 7$

$\therefore t\le\sqrt{7}$ 或 $t\ge-\sqrt{7}$



【小问 2 详解】

解：∵点$M\left(a,b\right)$在直线$y=-x$上，

∴$\boldsymbol{b}=-\boldsymbol{a}$，

∵点P关于点M的“对应点”在x轴的负半轴上，

∴$a>0$

∵直线$y=-\sqrt{3}x+2$与x轴，y轴分别交于点A,B，

当$x=0$时，$y=2$，当$y=0$时，$x=\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$

∴$A\left(\dfrac{2\sqrt{3}}{3},0\right)$，$B\left(0,2\right)$

∴$OA=\dfrac{2\sqrt{3}}{3},OB=2$

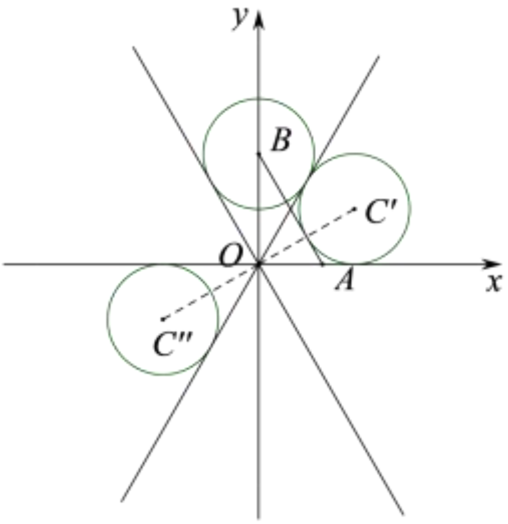
∴$\tan\angle OAB=\dfrac{OB}{OA}=\sqrt{3}$

∴$\angle OAB=60°$，则$\angle OBA=30°$，

∴直线$y=-\sqrt{3}x$与y轴的夹角为$30°$，

同理可得$y=\sqrt{3}x$与y轴的夹角为$30°$，

如图所示，当点C与点B重合时，C关于$y=\sqrt{3}x$的对称点C'，C'关于$y=-\sqrt{3}x$的对称点为C''，

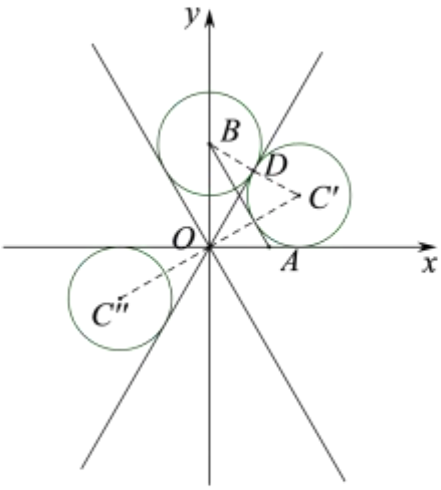


∵$BD=1,OB=2$，$\angle OBD=30°$

∴$x_D=OD\times\sin30°=\dfrac{\sqrt{3}}{2},y_D=OD\times\cos30°=\dfrac{3}{2}$

∴直线OD的解析式为$y=\sqrt{3}x$，

∴当点C与点B重合时，$\odot C$与$y=\sqrt{3}x,y=-\sqrt{3}x$相切，



则$\triangle OBC'$是等边三角形，B,C'关于$y=\sqrt{3}x$对称，

$\odot C'$与$y=\sqrt{3}x$和x轴的正半轴相切，

$\odot C''$与x轴的负半轴以及$y=\sqrt{3}x$相切，

又∵C是线段AB上的点，当C与点B重合时，CO的长度最大，此时$\odot C''$能与x轴的负半轴相切，则当C在AB上运动时，$\odot C''$与x轴的负半轴相交，

即当$a=\sqrt{3}$时，以1为半径的$\odot C$上总存在一点P，使得点P关于点M的“对应点”在x轴的负半轴上.

【点睛】本题考查了轴对称的性质，坐标与图形，勾股定理，直线与圆的位置关系，解直角三角形，熟练掌握轴对称的性质是解题的关键