2023北京延庆初三一模
数　　学

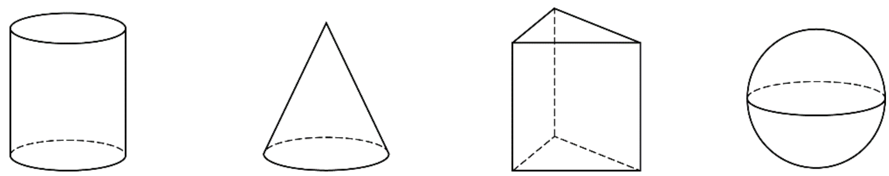
2023.04

考	1.本试卷共8页，共三道大题，28道小题，满分100分，考试时间120分钟．
生	2.在试卷和答题卡上正确填写学校名称、姓名和考号．
须	3.试题答案一律填涂或书写在答题卡上，在试卷上作答无效．
知	4.在答题卡上，选择题、作图题用2B铅笔作答，其他试题用黑色签字笔作答．

一、选择题：（共16分，每小题2分）

第1--8题均有四个选项，符合题意的选项只有一个．

1. 下列几何体的主视图和俯视图完全相同的是



（A）　　（B）　　（C）　　（D）

2. 据报道，2022年6月5日，神舟十四号载人飞船通过长征二号F运载火箭成功升空．长征二号F运载火箭的重量大约是500000kg．将500000用科学记数法表示应为

（A）5×10^5　　（B）5×10^6　　（C）0.5×10^5　　（D）0.5×10^6

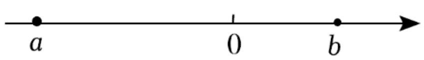
3. 下列图标中，是中心对称图形的为

（A）　　（B）　　（C）　　（D）

4. 不透明的袋子中装有一个红色小球和一个白色小球，除颜色外两个小球无其他差别．从中随机取出一个小球后，放回并摇匀，再从中随机取出一个小球，则两次都取到白色小球的概率为

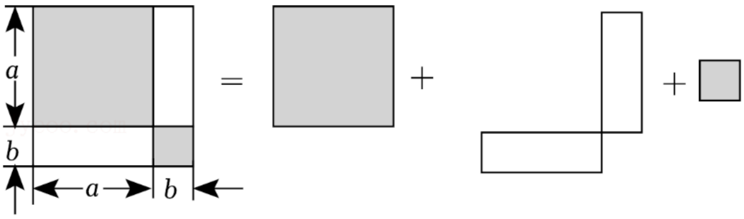
（A）$\frac{3}{4}$　　（B）$\frac{1}{2}$　　（C）$\frac{1}{3}$　　（D）$\frac{1}{4}$

5. 实数a，b在数轴上的对应点的位置如图所示，则下列结论中正确的是



（A）$a>b$　　（B）$a=b$　　（C）$a<b$　　（D）$a=-b$

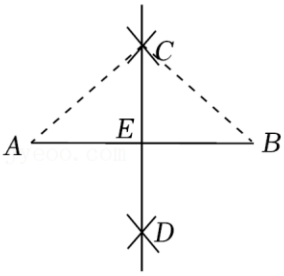
6. 下图是利用割补法求图形面积的示意图，下列公式中与之对应的是



（A）$(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$　　（B）$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$

（C）$(a+b)(a-b)=a^2-b^2$　　（D）$(ab)^2=a^2b^2$

7. 下图是作线段 AB 垂直平分线的作图痕迹，则下列结论不一定成立的是



（A）$AC=BC$　　（B）$AE=EB$　　（C）$\angle B=45°$　　（D）$AB\perp CD$

8. 如图，用绳子围成周长为 10m 的矩形，记矩形的一边长为 xm，它的邻边长为 ym．

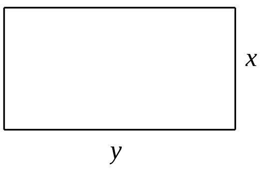
当 x 在一定范围内变化时，y 随 x 的变化而变化，则 y 与 x 满足的函数关系是

（A）一次函数关系

（B）二次函数关系

（C）正比例函数关系

（D）反比例函数关系



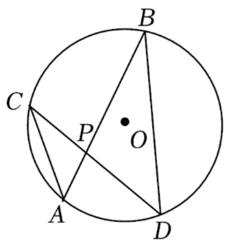
二、填空题（共 16 分，每小题 2 分）

9. 若 $\sqrt{x-2}$ 在实数范围内有意义，则实数 x 的取值范围是______．

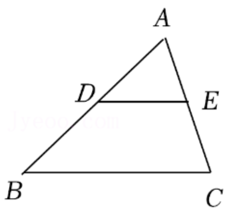
10. 分解因式：$3m^2-3n^2=$______．

11. 方程组 $\begin{cases}x+y=-1,\\2x-3y=8.\end{cases}$ 的解为______．

12. 如图，$\odot O$ 的弦 AB，CD 相交于点 P．若 $\angle A=48°$，$\angle APD=80°$，则 $\angle B=$____°．



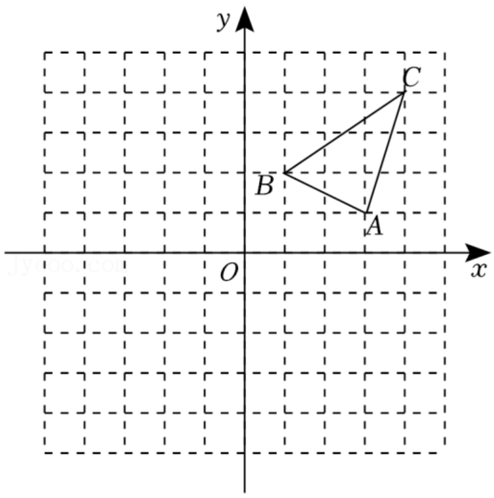
第 12 题图



第 13 题图

13. 如图，在△ABC 中，点 D，E 分别在边 AB，AC 上，且 $DE\parallel BC$，若 $AD=2$，$DB=3$，△ADE 的面积是 2，则△ABC 的面积是_______．

14. 如图，在△ABC 中，点 A（3，1），B（1，2）．将△ABC 向左平移 3 个单位得到△$A'B'C'$，再向下平移 1 个单位得到△$A''B''C''$，则点 B 的对应点 B'' 的坐标为____．



15. 在平面直角坐标系 xOy 中，点 $A(-1，y_1)$，$B(2，y_2)$在反比例函数 $y=\dfrac{k}{x}\left(k\neq 0\right)$ 的图象上，且 $y_1>y_2$，请你写出一个符合要求的 k 的值______.

16. 甲、乙两种物质的溶解度 $y(g)$ 与温度 $t(^{\circ}\mathrm{C})$ 之间的对应关系如图所示，下列说法中，

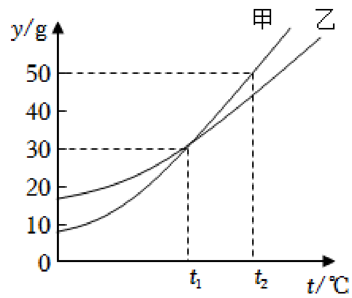
①甲、乙两种物质的溶解度均随着温度的升高而增大；

②当温度升高至 $t_2{}^{\circ}\mathrm{C}$ 时，甲的溶解度比乙的溶解度小；

③当温度为 $0^{\circ}\mathrm{C}$ 时，甲、乙的溶解度都小于 $20g$；

④当温度为 $30^{\circ}\mathrm{C}$ 时，甲、乙的溶解度相同.

所有正确结论的序号是____________.



三、解答题（共 68 分，17-22 题，每小题 5 分；23-26 题，每小题 6 分；27-28 题，每小题 7 分）

17. 计算：$|-3|-2\tan 60^{\circ}+\left(\frac{1}{2}\right)^{-1}+\sqrt{12}$.

18. 解不等式组：$\begin{cases}3x-1>x+1\\ \dfrac{4x-5}{3}\leq x\end{cases}$

19. 已知 $x^2+x-3=0$，求代数式 $(2x+3)(2x-3)-x(x-3)$ 的值.

20. 已知关于 x 的一元二次方程 $x^2+mx+m-1=0$.

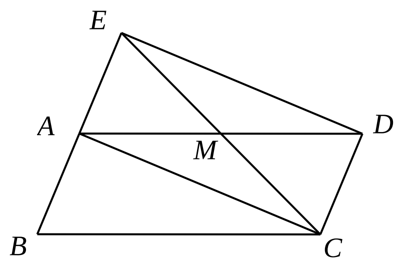
（1）求证：方程总有两个实数根；

（2）如果方程有一个根为正数，求 m 的取值范围.

21. 如图，在平行四边形 $ABCD$ 中，连接 AC，$\angle BAC=90°$．点 M 为边 AD 的中点，连接 CM 并延长，交 BA 的延长线于点 E，连接 DE.

（1）求证：四边形 $ACDE$ 是矩形；

（2）若 $BE=10$，$DE=12$，求四边形 $BCDE$ 的面积.



22. 在平面直角坐标系 xOy 中，一次函数 $y=kx+b$（$k\neq0$）的图象由正比例函数 $y=\frac{1}{2}x$ 的图象平移得到，且经过点（2，3）.

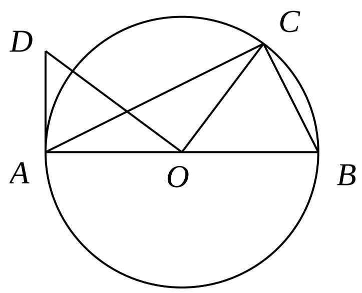
（1）求 k，b 的值；

（2）当 $x<2$ 时，对于 x 的每一个值，函数 $y=mx-2(m\neq0)$的值小于一次函数 $y=kx+b$（$k\neq0$）的值，直接写出 m 的取值范围.

23. 如图，⊙O 是△ABC 的外接圆，AB 是⊙O 的直径，$OD\perp OC$，且∠ADO=∠BOC.

（1）求证：AD 是⊙O 的切线；

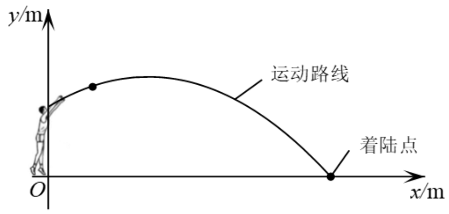
（2）若 $\tan\angle BAC=\frac{1}{2}$，$AD=3$，求⊙$O$ 的半径.



24. 原地正面掷实心球是北京市初中学业水平考试体育现场考试的选考项目之一．实心球被掷出后的运动路线可以看作是抛物线的一部分．如图所示，建立平面直角坐标系 xOy，实心球从出手到落地的过程中，它的竖直高度 y (单位：m)与水平距离 x (单位：m)近似满足函数关系 $y=a(x-h)^2+k$（$a<0$）.

小明训练时，实心球的水平距离 x 与竖直高度 y 的几组数据如下：

水平距离 x/m	0	1	2	3	4	5
竖直高度 y/m	1.8	2.43	2.88	3.15	3.24	3.15



根据上述数据，解决下列问题：

（1）直接写出实心球竖直高度的最大值是___；

（2）求出满足的函数关系 $y=a(x-h)^2+k$（$a<0$）；

（3）求实心球从出手到落地点的水平距离.

25. 为了增强同学们的消防安全意识，普及消防安全知识，提高自防自救能力，某中学开展了形式多样的培训活动．为了解培训效果，该校组织七、八年级全体学生参加了消防知识竞赛（百分制），并规定 90 分及以上为优秀，80～89 分为良好，60～79 分为及格，59 分及以下为不及格. 学校随机抽取了七、八年级各 20 名学生的成绩进行了整理与分析，下面给出了部分信息.

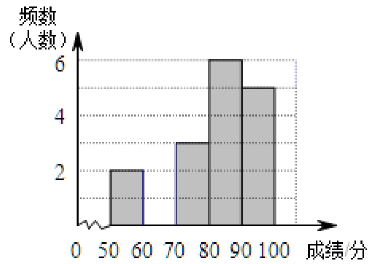
a. 抽取七年级 20 名学生的成绩如下：

66 87 57 96 79 67 89 97 77 100

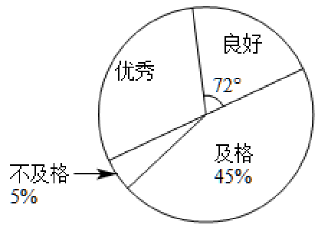
80 69 89 95 58 98 69 78 80 89

b. 抽取七年级 20 名学生成绩的频数分布直方图如下：

（数据分成 5 组：$50\leqslant x<60$，$60\leqslant x<70$，$70\leqslant x<80$，$80\leqslant x<90$，$90\leqslant x\leqslant100$）



c. 抽取八年级 20 名学生成绩的扇形统计图：



d. 七年级、八年级各抽取的 20 名学生成绩的平均数、中位数如下表：

年级	平均数	中位数
七年级	81	a
八年级	82	81

请根据以上信息，完成下列问题：

（1）补全七年级 20 名学生成绩的频数分布直方图，写出表中 a 的值；

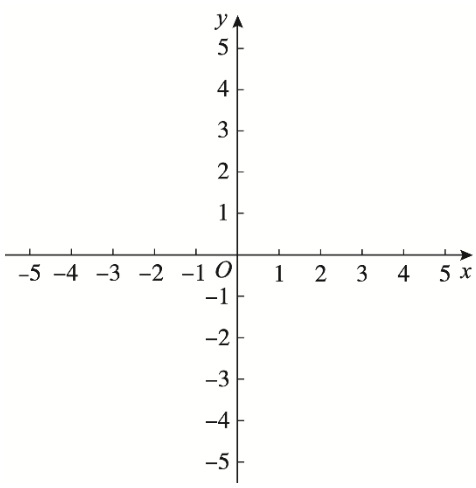
（2）该校八年级有学生 200 人，估计八年级测试成绩达到优秀的学生有多少人？

（3）在七年级抽取的学生成绩中，高于他们平均分的学生人数记为 m；在八年级抽取的学生成绩中，高于他们平均分的学生人数记为 n．比较 m，n 的大小，并说明理由．

26. 在平面直角坐标系 xOy 中，点 $A\,(4，m)$在抛物线 $y=x^2-2bx+1$ 上.

（1）当 $m=1$ 时，求 b 的值；

（2）点$(x_0，n)$在抛物线上，若存在 $0<x_0<b$，使得 $m=n$，直接写出 b 的取值范围.



27. 如图，在△ABC 中，∠BAC=90°，AB=AC，AD 是 BC 边上的高，点 E 是边 AB 上的一动点（不与点 A，B 重合），连接 CE 交 AD 于点 F．将线段 CF 绕点 C 顺时针旋转 90°得到线段 CG，连接 AG．

（1）如图 1，当 CE 是∠ACB 的角平分线时，

①求证：AE=AF；

②直接写出∠CAG=_____°．

（2）依题意补全图 2，用等式表示线段 AF，AC，AG 之间的数量关系，并证明．

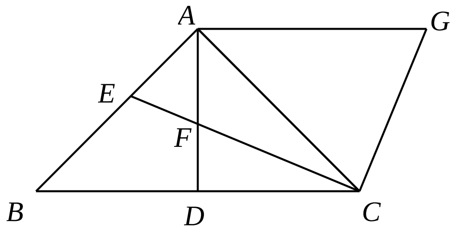


图 1

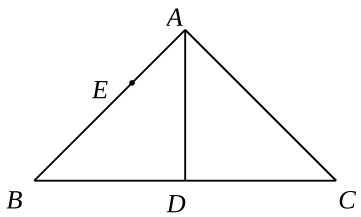


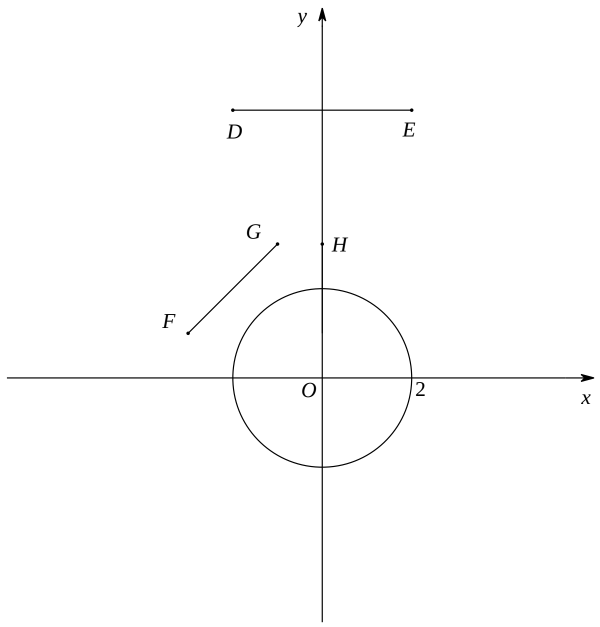
图 2

28. 在平面直角坐标系 xOy 中，⊙O 的半径为 2．对于线段 AB 和点 C（点 C 不在直线 AB 上），给出如下定义：过点 C 作直线 AB 的平行线 l，如果线段 AB 关于直线 l 的对称线段 $A'B'$是⊙O 的弦，那么线段 AB 称为⊙O 的点 C 对称弦．

（1）如图，$D(-2，6)$，$E(2，6)$，$F(-3，1)$，$G(-1，3)$，$H(0，3)$，在线段 DE，FG 中，⊙O 的点 H 对称弦是_____________；

（2）等边△ABC 的边长为 1，点 $C(0，t)$．若线段 AB 是⊙O 的点 C 对称弦，求 t 的值；

（3）点 M 在直线 $y=\sqrt{3}x$ 上，⊙M 的半径为 1，过点 M 作直线 $y=\sqrt{3}x$ 的垂线，交⊙M 于点 P，Q．若点 N 在⊙M 上，且线段 PQ 是⊙O 的点 N 对称弦，直接写出点 M 的横坐标 m 的取值范围．



参考答案

一、选择题：（共 8 个小题，每小题 2 分，共 16 分）

DABD　CBCA

二、填空题：（共 8 个小题，每小题 2 分，共 16 分）

9．$x\geqslant 2$　　10．$3(m+n)(m-n)$　　11．$\begin{cases} x=1 \\ y=-2 \end{cases}$　　12．32

13．12.5　　14．（-2，1）　　15．答案不唯一　　16．①③

三、解答题

17．（本小题满分 5 分）

解：原式$=3-2\times\sqrt{3}+2+2\sqrt{3}$　　…………4 分

$=5$　　…………5 分

18．（本小题满分 5 分）

解：解不等式①，得 $x>1$．

解不等式②，得 $x\leqslant 5$．　　…………4 分

∴这个不等式组的解集是 $1<x\leqslant 5$．　　…………5 分

19．（本小题满分 5 分）

解：$(2x+3)(2x-3)-x(x-3)$

$=4x^2-9-x^2+3x$

$=3x^2+3x-9$　　…………4 分

∵ $x^2+x-3=0$，

∴ $3x^2+3x-9=0$．

∴原式=0．　　…………5 分

20．（本小题满分 5 分）

（1）证明：$\Delta=m^2-4(m-1)$

$=m^2-4m+4$

$=(m-2)^2\geqslant 0$，

∴方程总有两个实数根．　　…………3 分

（2）解：$x=\dfrac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$

$=\dfrac{-m\pm(m-2)}{2}$．

∴ $x_1=-1$，$x_2=1-m$．

∵方程有一个根为正数，

∴ $1-m>0$．

∴ $m<1$．　　…………5 分

21．（本小题满分 5 分）

（1）证明：∵四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

∴$BA // CD$，$BA = CD$.

∴$\angle AEC = \angle DCE$，$\angle EAD = \angle CDA$.

∵点 M 为边 AD 的中点，

∴$AM = DM$.

∴$\triangle EAM \cong \triangle CDM$.

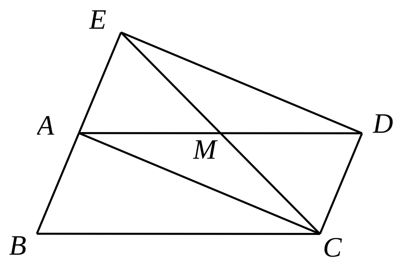
∴$ME = MC$.

∴四边形 $ACDE$ 是平行四边形.

∵$\angle BAC = 90°$，

∴$\angle EAC = 90°$.

∴平行四边形 $ACDE$ 是矩形. ………… 3 分



（2）解：∵四边形 $ACDE$ 是矩形，

∴$AE=CD$，$DE=AC$.

∴$AE= AB$.

∵$BE=10$，

∴$AE= AB =5$.

∵$DE= 12$，

∴$AC=12$.

∴$S_{\text{矩形}ACDE} = AE\times DE=5\times 12=60$，

$S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}AB\times AC=\frac{1}{2}\times 5\times 12=30$.

∴$S_{\text{矩形}BCDE}= 90$. ………… 5 分

22．（本小题满分 5 分）

解：（1） ∵一次函数 $y=kx+b$（$k\neq 0$）的图象由正比例函数 $y=\frac{1}{2}x$ 的图象平移得到，

∴$k=\frac{1}{2}$.

∵一次函数 $y=kx+b$（$k\neq 0$）的图象经过点（2，3），

∴$3=\frac{1}{2}\times 2+b$.

∴$b=2$. ………… 3 分

（2）$0.5\leqslant m\leqslant 2.5$. ………… 5 分

23．（本小题满分 6 分）

（1）证明：∵ $OD\perp OC$，

∴$\angle DOC = 90°$.

∴$\angle AOD+\angle BOC = 90°$.

∵$\angle ADO = \angle BOC$，

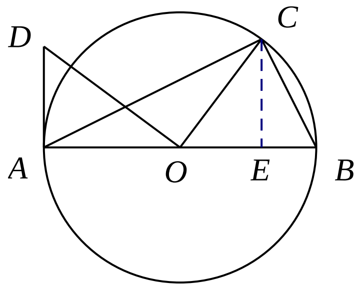
∴$\angle AOD+\angle ADO = 90°$.

∴$\angle DAO=90°$.

∵AB 是⊙O 的直径，

∴AD 是⊙O 的切线. ………… 3 分

（2）解：∵AB 是⊙O 的直径，



∴$\angle ACB=90°$.

∴$\angle BAC+\angle B=90°$.

过点 C 作 $CE\perp AB$ 于点 E，

∴$\angle ECB+\angle B=90°$.

∴$\angle BAC=\angle ECB$.

∵$\tan\angle BAC=\frac{1}{2}$，

∴$\tan\angle ECB=\frac{1}{2}$.

设 $BE=a$（$a>0$），则 $CE=2a$，$BC=\sqrt{5}a$.

∴$AC=2\sqrt{5}a$，$AB=5a$.

∴$OA=OB=2.5a$.

∴$OE=1.5a$.

∵$\triangle ADO\backsim\triangle EOC$，

∴$\frac{AD}{AO}=\frac{OE}{EC}$.

∴$\frac{AD}{AO}=\frac{1.5a}{2a}=\frac{3}{4}$.

∵$AD=3$，

∴$OA=4$.

∴⊙O 的半径为 4. …………6 分

24. （本小题满分 6 分）

解：（1）3.24. ………… 1 分

（2）由表格数据可知，抛物线的顶点坐标为（4，3.24）.

设抛物线的表达式为 $y=a(x-4)^2+3.24$，

将点（0，1.8）代入，得 $1.8=16a+3.24$，

解得 $a=-0.09$.

∴ 抛物线的表达式为 $y=-0.09(x-4)^2+3.24$. ………… 4 分

（3）令 $y=0$，

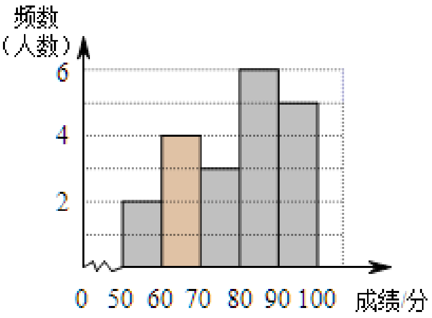
∴$0=-0.09(x-4)^2+3.24$.

∴$x_1=10$，$x_2=-2$（舍）.

答：实心球从出手到落地点的水平距离为 10 米. ………… 6 分

25. （本小题满分 6 分）

解：（1）补全频数分布直方图如下：



表中 a 的值为 80． ………… 2 分

（2）抽取的八年级 20 名学生成绩的优秀率为 $\frac{180-72}{360}\times100\%=30\%$，

此次八年级测试成绩达到优秀的学生为 $200\times30\%=60$（人）． ………… 4 分

（3）由抽取的七年级 20 名学生成绩的数据可知，m=9．

由抽取的八年级 20 名学生成绩的扇形统计图可知，80 分及以上的学生有 10 人．

把八年级 20 名学生的成绩由高到低排列，

设第十名的成绩为 x，第十一名的成绩为 $80-b$（b 是正数）．

∵抽取的八年级 20 名学生成绩的中位数是 81，

∴$x+80-b=81\times2$．

∴$x=82+b$．

∵抽取的八年级 20 名学生成绩的平均数是 82，

∴第十名的成绩高于他们的平均分，第十一名的成绩低于他们的平均分．

∴n=10．

∴$m<n$． ………… 6 分

26．（本小题满分 6 分）

解：（1）当 m=1 时，点 A 的坐标为(4，1)．

∵点 A 在抛物线 $y=x^2-2bx+1$ 上，

∴$1=4^2-2b\times4+1$ 上．

∴b=2． ………… 3 分

（2）$b>2$ 且 $b\neq4$． ………… 6 分

27．（本小题满分 7 分）

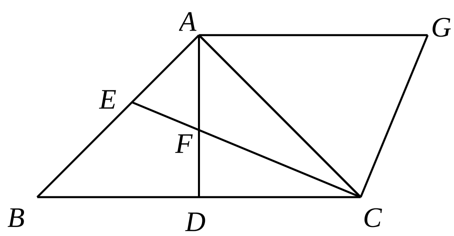
（1）①证明：∵在△ABC 中，∠BAC=90°，$AB=AC$，

∴∠ACB =∠B= 45°．

∵AD 是 BC 边上的高，

∴∠BAD =∠CAD= 45°．

∵CE 是∠ACB 的角平分线，



∴$\angle ACE=\angle BCE$.

∵$\angle AFE=\angle CAD+\angle ACE$,

$\angle AEF=\angle B+\angle BCE$.

∴$\angle AFE=\angle AEF$.

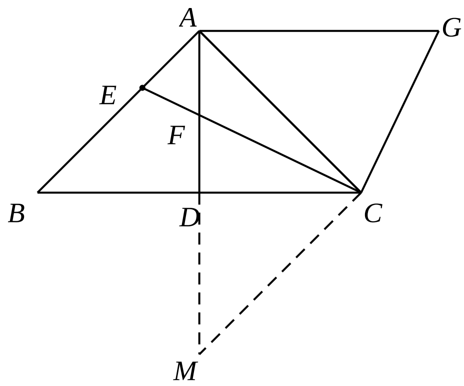
∴$AE=AF$. ………… 2 分

②$\angle CAG=45°$. ………… 3 分

（2）依题意补全图形.

数量关系：$\sqrt{2}AC=AF+AG$.

证明：过点 C 作 $CM\perp AC$ 于点 C，交 AD 的延长线于点 M.



∵$\angle CAD=45°$,

∴$\angle M=45°$.

∴$CA=CM$.

∴$AM=\sqrt{2}AC$.

∵$\angle ACM=90°$,

∴$\angle ACF+\angle MCF=90°$.

∵$\angle FCG=90°$,

∴$\angle ACF+\angle ACG=90°$.

∴$\angle MCF=\angle ACG$.

∵$CF=CG$,

∴$\triangle MCF\cong\triangle ACG$.

∴$MF=AG$.

∴$AM=AF+AG$.

∴$\sqrt{2}AC=AF+AG$. ………… 7 分

28．（本小题满分 7 分）

解：（1）DE，FG； ………… 2 分

（2）如图，线段 AB 是⊙O 的点 C 对称弦，AB 与 OH 交于点 G，

∴点 G 是 AB 的中点.

∵等边$\triangle ABC$ 的边长为 1，

∴$CG=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$，$BG=\dfrac{1}{2}$.

连接 OB，

∵⊙O 的半径为 2，

∴$OG=\dfrac{\sqrt{15}}{2}$.

$\therefore OC=\dfrac{\sqrt{15}}{2}-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

$\therefore t_1=\dfrac{\sqrt{15}}{2}-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

当点 C 在边 AB 上方时，可以得到 $t_2=\dfrac{\sqrt{15}}{2}+\dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

利用圆的轴对称性，可以得到 $t_3=-\dfrac{\sqrt{15}}{2}+\dfrac{\sqrt{3}}{2}$， $t_4=-\dfrac{\sqrt{15}}{2}-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$. …………5 分

（3）$-\dfrac{\sqrt{3}+2}{2}\leqslant m\leqslant\dfrac{\sqrt{3}+2}{2}$，且 $m\neq\pm\dfrac{\sqrt{3}}{2}$. …………7 分