

2020 北京平谷初三二模

数 学

2020.6

考 生 须 知	<p>1. 试卷分为试题和答题卡两部分，所有试题均在答题卡上作答。</p> <p>2. 答题前，在答题卡上考生务必将学校、班级、准考证号、姓名填写清楚。</p> <p>3. 把选择题的所选选项填涂在答题卡上；作图题用 2B 铅笔。</p> <p>4. 修改时，用塑料橡皮擦干净，不得使用涂改液。请保持卡面清洁，不要折叠。</p>
------------------	--

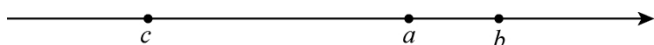
一、选择题（本题共 16 分，每小题 2 分）

第 1-8 题均有四个选项，符合题意的选项只有一个。

1. 垃圾分类功在当代利在千秋，下列垃圾分类指引标志图形中，是轴对称图形又是中心对称图形的是



2. 实数 a, b, c 在数轴上的对应点的位置如图所示，若 a 与 c 互为相反数，则 a, b, c 中绝对值最大的数是：



- (A) a (B) b (C) c (D) 无法确定

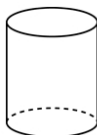
3. 聪聪在阅读一篇文章时看到水分子的直径约为 0.4 纳米，通过百度搜索聪聪又知道 1 纳米 = 10^{-9} 米，则水分子的直径约为

- (A) 4×10^{-10} 米 (B) 0.4×10^{-10} 米 (C) 4×10^{-9} 米 (D) 4×10^{-8} 米

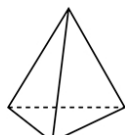
4. 下列几何体中主视图为矩形的是



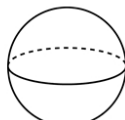
(A)



(B)



(C)



(D)

5. 如果 $x + y - 2 = 0$ ，那么代数式 $(\frac{1}{y} - \frac{1}{x}) \cdot \frac{xy}{x^2 - y^2}$ 的值为

(A) $-\frac{1}{2}$

(B) -2

(C) $\frac{1}{2}$

(D) 2

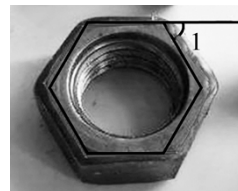
6. 如图，螺母的截面是正六边形，则 $\angle 1$ 的度数为

(A) 30°

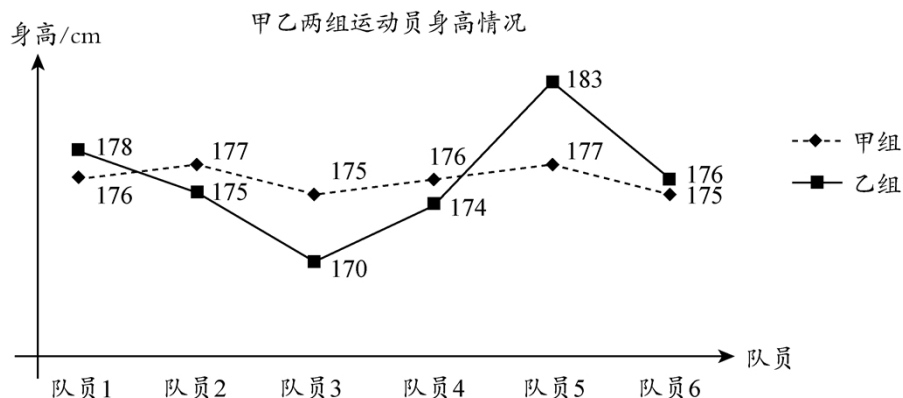
(B) 45°

(C) 60°

(D) 75°



7. 某校开设了冰球选修课，12 名同学被分成甲、乙两组进行训练，他们的身高（单位：cm）如下表所示：



设两队队员身高的平均数依次为 $\bar{x}_甲$ ， $\bar{x}_乙$ ，方差依次为 $s_甲^2$ ， $s_乙^2$ ，下列关系中完全正确的是

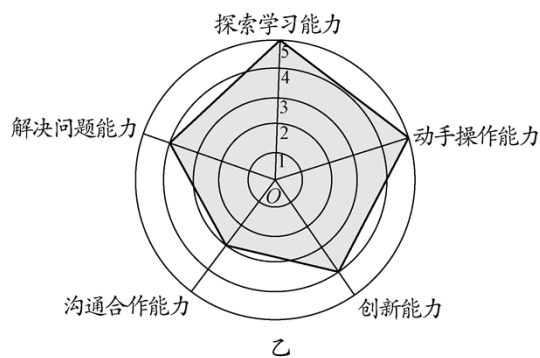
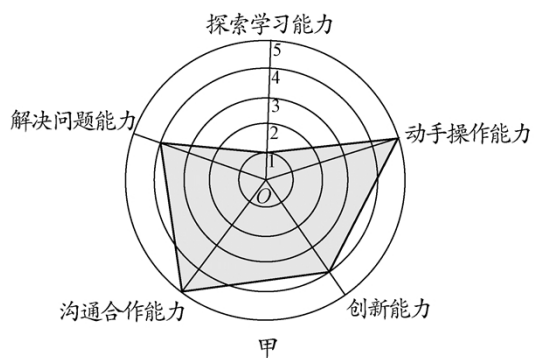
A. $\bar{x}_甲 = \bar{x}_乙$ ， $s_甲^2 < s_乙^2$

B. $\bar{x}_甲 = \bar{x}_乙$ ， $s_甲^2 > s_乙^2$

C. $\bar{x}_甲 < \bar{x}_乙$ ， $s_甲^2 < s_乙^2$

D. $\bar{x}_甲 > \bar{x}_乙$ ， $s_甲^2 > s_乙^2$

8. 如图，是某企业甲、乙两位员工的能力测试结果网状图，以 0 为圆心的五个同心圆分别代表能力水平的五个等级，由低到高分分别赋分 1 至 5 分，由原点出发的五条线段分别指向能力水平的五个维度，网状图能够更加直观的描述测试者的优势和不足，观察图形，有以下几个推断：



- ①甲和乙的动手操作能力都很强；
- ②缺少探索学习的能力是甲自身的不足；
- ③与甲相比，乙需要加强与他人的沟通和合作能力；
- ④乙的综合评分比甲要高。

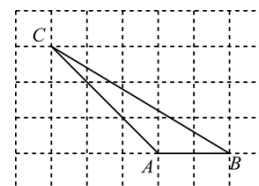
其中合理的是

- (A) ①③ (B) ②④ (C) ①②③ (D) ①②③④

二、填空题(本题共 16 分，每小题 2 分)

9. 因式分解: $x^2y - 9y =$ _____.

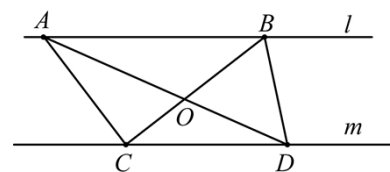
10. 如图所示，边长为 1 正方形网格中，点 A、B、C 落在格点上，



则 $\angle ACB + \angle ABC$ 的度数为_____.

11. 如果二次根式 $\sqrt{x-1}$ 有意义，那么 x 的取值范围是_____.

12. 如图，直线 $l \parallel m$ ，点 A、B 是直线 l 上两点，点 C、D 是直线 m 上两点，连接 AC、AD、BC、BD. AD、BC 交于点 O，设 $\triangle AOC$ 的面积为 S_1 ， $\triangle BOD$ 的面积为 S_2 ，则 S_1 _____ S_2 (填 >, < 或 = 号)



13. 一次函数的图象经过点 $(0, 2)$ ，且函数 y 随自变量 x 的增大而增大. 写出一个符合条件的一次函数表达式 _____.

14. 用一个 a 的值说明命题 “ $-a$ 一定表示一个负数” 是错误的， a 的值可以是 _____.

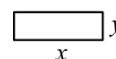


图 1

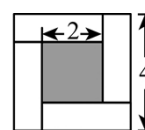


图 2

15. 图 1 中的小矩形长为 x ，宽为 y ，将四个同样的小矩形拼成如图 2 的正方形，则可列出关于 x, y 的方程组

为_____.

16. 某商场在端午节前以 1 元/个的价格购进 1000 个粽子, 现有以下三种销售方式: 不加工直接卖, 对产品进行粗加工再卖, 精加工后再卖. 受加工能力和气温影响, 粗加工一天只能加工 200 个, 细加工一天只能加工 100 个, 两种加工不能同时进行, 且最多加工三天.

加工方式	加工成本	销售单位	售价
直接卖	0	个	2 元/个
粗加工	1 元/个	包装袋(一袋 5 个)	30 元/袋
精加工	2.5 元/个	礼盒(一盒 10 个)	85 元/盒

假设所有粽子均能全部售出, 则以下销售方式中利润最大的是_____.

方案一: 不加工直接销售;

方案二: 三天全部进行精加工, 剩下的直接卖;

方案三: 两天精加工, 一天粗加工, 剩下的直接卖;

方案四: 两天粗加工, 一天精加工, 剩下的直接卖.

三、解答题(本题共 68 分, 第 17-21 题, 每小题 5 分, 第 22-27 题, 每小题 6 分, 第 28 题 7 分)解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程.

17. 计算: $2\cos 30^{\circ} - (3-\pi)^0 + (\frac{1}{2})^{-1} - \sqrt{12}$.

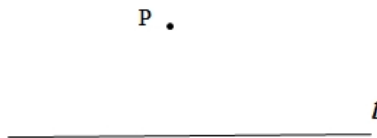
18. 解不等式组:
$$\begin{cases} 2(x-3) < x-4, \\ \frac{x-1}{2} < x. \end{cases}$$

19. 下面是小元设计的“过直线外一点作已知直线的平行线”的尺规作图过程.

已知：如图，直线 l 和直线外一点 P .

求作：过点 P 作直线 l 的平行线.

作法：如图，



①在直线 l 上任取点 O ;

②作直线 PO ;

③以点 O 为圆心 OP 长为半径画圆，交直线 PO 于点 A ，交直线 l 于点 B ;

④连接 AB ，以点 B 为圆心， BA 长为半径画弧，交 $\odot O$ 于点 C (点 A 与点 C 不重合);

⑤作直线 CP ;

则直线 CP 即为所求.

根据小元设计的尺规作图过程，完成以下任务.

(1) 补全图形;

(2) 完成下面的证明:

证明：连接 BP 、 BC

$$\because AB=BC$$

$$\therefore \widehat{AB} = \widehat{BC}$$

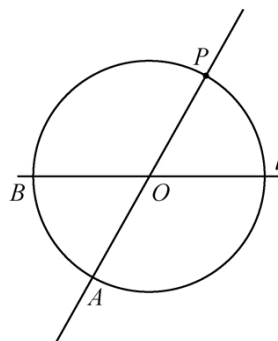
$$\therefore \angle \underline{\hspace{2cm}} = \angle \underline{\hspace{2cm}},$$

$$\text{又} \because OB=OP,$$

$$\therefore \angle \underline{\hspace{2cm}} = \angle \underline{\hspace{2cm}},$$

$$\therefore \angle CPB = \angle OBP,$$

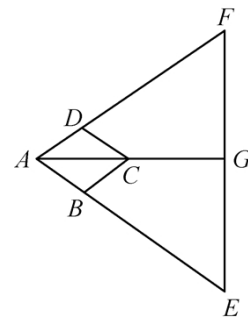
$$\therefore CP \parallel l \text{ (} \underline{\hspace{2cm}} \text{)} \text{ (填推理的依据).}$$



20. 已知关于 x 的一元二次方程 $x^2 + (k-1)x + k - 2 = 0$.

(1) 求证：方程总有两个实数根；

(2) 任意写出一个 k 值代入方程，并求出此时方程的解.



21. 如图，在菱形 $ABCD$ 中，延长 AB 到 E ，延长 AD 到 F ，使 $BE=DF$ ，连接 EF ，连接 AC 并延长交 EF 于点 G .

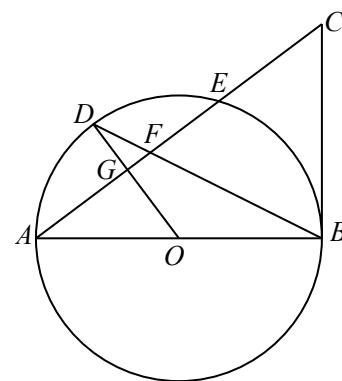
(1) 求证： $AG \perp EF$ ；

(2) 连接 BD 交 AC 于 O ，过 B 作 $BM \perp EF$ 于点 M ，若 $BD=2$ ， C 为 AG 中点，求 EM 的长.

22. 如图，以 AB 为直径的 $\odot O$ ，交 AC 于点 E ，过点 O 作半径 $OD \perp AC$ 于点 G ，连接 BD 交 AC 于点 F ，且 $FC = BC$.

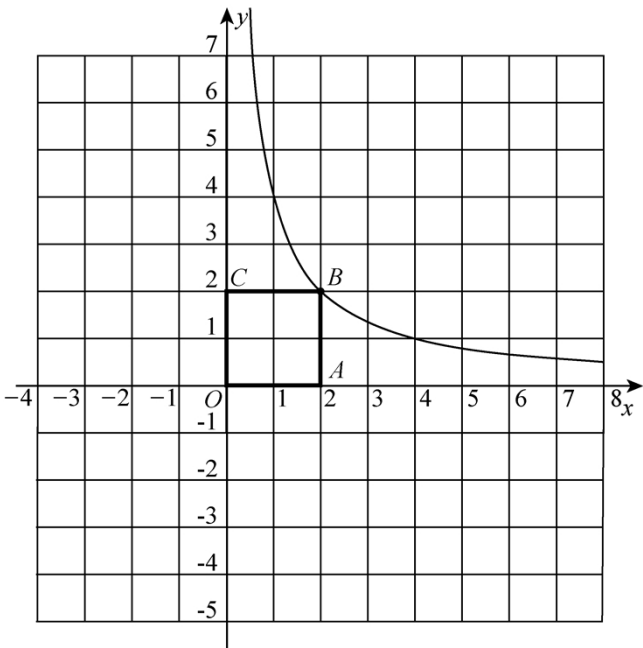
(1) 求证： BC 是 $\odot O$ 的切线；

(2) 若 $\odot O$ 的半径为 5， $\tan A = \frac{3}{4}$ ，求 GF 的长.



23. 如图，在平面直角坐标系 xOy 中，正方形 $OABC$ 的边长为 2，函数 $y = \frac{k}{x}$ ($x > 0$) 的图象经过点 B ，与直线 $y = x + b$ 交于点 D .

- (1) 求 k 的值;
- (2) 直线 $y = x + b$ 与 BC 边所在直线交于点 M ，与 x 轴交于点 N .
- ①当点 D 为 MN 中点时，求 b 的值;
- ②当 $DM > MN$ 时，结合函数图象，直接写出 b 的取值范围.

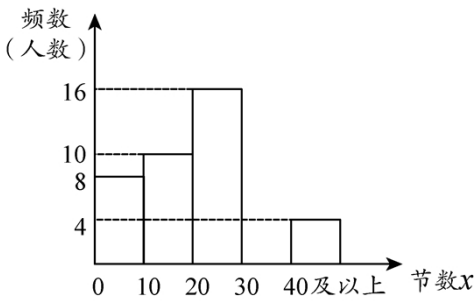


24. 疫情期间某校学生积极观看网络直播课程，为了了解全校 500 名学生观看网络直播课程的情况，随机抽取 50 名学生，对他们观看网络直播课程的节数进行收集，并对数据进行了整理、描述和分析，下面给出了部分信息.

观看直播课节数的频数分布表

节数 x	频数	频率
$0 \leq x < 10$	8	0.16
$10 \leq x < 20$	10	0.20
$20 \leq x < 30$	16	b
$30 \leq x < 40$	a	0.24
$x \geq 40$	4	0.08
总数	50	1

观看直播课节数的频数分布直方图



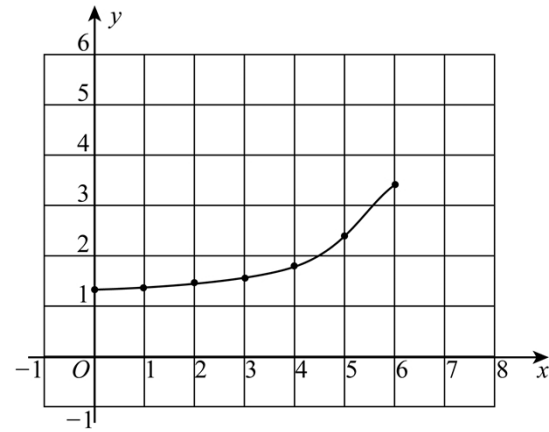
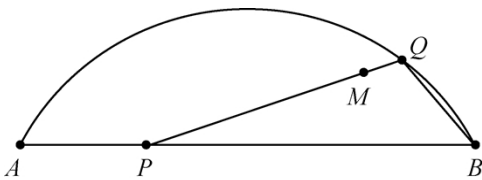
其中，节数在 $20 \leq x < 30$ 这一组的数据是：

20 20 21 22 23 23 23 23 25 26 26 26 27 28 28 29

请根据所给信息，解答下列问题：

- (1) $a=$ _____, $b=$ _____;
- (2) 请补全频数分布直方图;
- (3) 随机抽取的 50 名学生观看直播课节数的中位数是_____;
- (4) 请估计该校学生中观看网络直播课节数不低于 30 次的约有__人.

25. 如图, M 是弦 AB 与弧 AB 所围成的图形的内部的一个定点 P 是弦 AB 上一动点, 连接 PM 并延长交弧 AB 于点 Q , 连接 QB . 已知 $AB=6\text{cm}$, 设 A, P 两点间的距离为 $x\text{cm}$, P, Q 两点间距离为 $y_1\text{cm}$, BQ 两点间距离为 $y_2\text{cm}$. 小明根据学习函数的经验, 分别对函数 y_1, y_2 , 随自变量 x 的变化而变化的规律进行了研究. 下面是小明的探究过程, 请补充完整.



(1) 按照如表中自变量 x 的值进行取点、画图、测量, 分别得到了 y_1, y_2 与 x 的几组对应值, 补全下表:

x/cm	0	1	2	3	4	5	6
y_1/cm	5.24	4.24	3.24		1.54	1.79	3.47
y_2/cm	1.31	1.34	1.42	1.54	1.80	2.45	3.47

(2) 在同一平面直角坐标系 xOy 中, 描出表中各组数值对应的点 (x_1, y_1) 和 (x_2, y_2) 并画出函数 y_1, y_2 的图象;

(3) 结合函数图象, 解决问题: 当 $\triangle PQB$ 为等腰三角形时, AP 的长度约_____ cm (精确到 0.1)

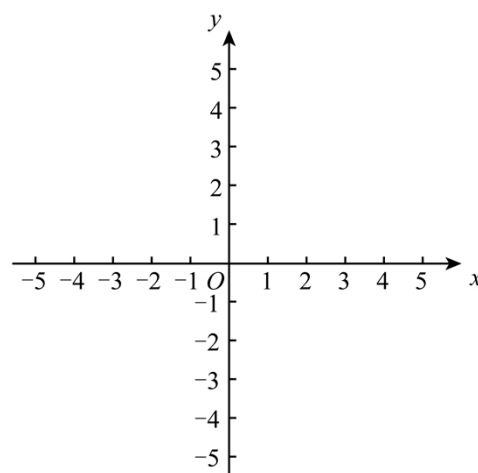
26. 在平面直角坐标系 xOy 中, 抛物线 $y=mx^2-2mx-1$ ($m>0$) 与 x 轴的交点为 A, B , 与 y 轴交点 C .

(1) 求抛物线的对称轴和点 C 坐标;

(2) 横、纵坐标都是整数的点叫做整点. 抛物线在点 A, B 之间的部分与线段 AB 所围成的区域为图形 W (不含边界).

①当 $m=1$ 时, 求图形 W 内的整点个数;

②若图形 W 内有 2 个整数点, 求 m 的取值范围.



27. 如图, 在 $\triangle ABM$ 中, $\angle ABC=90^\circ$, 延长 BM 使 $BC=BA$, 线段 CM 绕点 C 顺时针旋转 90° 得到线段 CD , 连结 DM, AD .

(1) 依据题意补全图形;

(2) 当 $\angle BAM=15^\circ$ 时, $\angle AMD$ 的度数是_____;

(3) 小聪通过画图、测量发现, 当 $\angle AMB$ 是一定度数时, $AM=MD$.

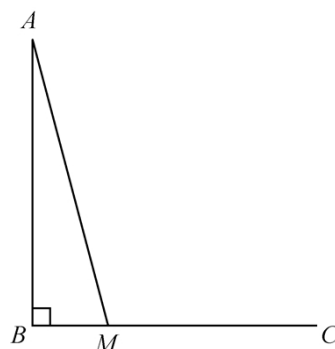
小聪把这个猜想和同学们进行交流, 通过讨论, 形成了证明该猜想的几种想法:

想法 1: 通过观察图形可以发现, 如果把梯形 $ABCD$ 补全成为正方形 $ABCE$, 就易证 $\triangle ABM \cong \triangle AED$, 因此易得当 $\angle AMD$ 是特殊值时, 问题得证;

想法 2: 要证 $AM=MD$, 通过第 (2) 问, 可知只需要证明 $\triangle AMD$ 是等边三角形, 通过构造平行四边形 $CDAF$, 易证 $AD=CF$, 通过 $\triangle ABM \cong \triangle CBF$, 易证 $AM=CF$, 从而解决问题;

想法 3: 通过 $BC=BA$, $\angle ABC=90^\circ$, 连结 AC , 易证 $\triangle ACM \cong \triangle ACD$, 易得 $\triangle AMD$ 是等腰三角形, 因此当 $\angle AMD$ 是特殊值时, 问题得证.

请你参考上面的想法, 帮助小聪证明当 $\angle AMB$ 是一定度数时, $AM=MB$. (一种方法即可)



28. 如图 1, 点 P 是平面内任意一点, 点 A, B 是 $\odot C$ 上不重合的两个点, 连结 PA, PB . 当 $\angle APB=60^\circ$ 时, 我们称点 P 为 $\odot C$ 的“关于 AB 的关联点”.

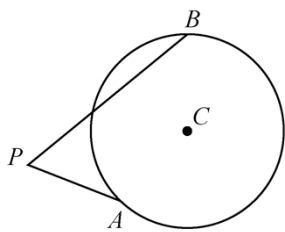


图 1

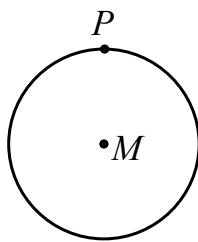


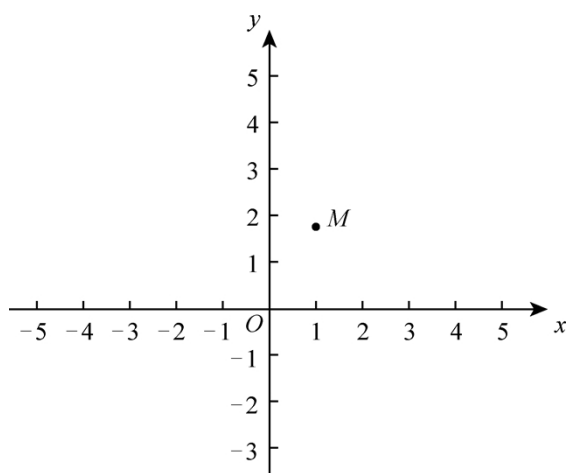
图 2

(1) 如图 2, 当点 P 在 $\odot C$ 上时, 点 P 是 $\odot C$ 的“关于 AB 的关联点”时, 画出一个满足条件的 $\angle APB$, 并直接写出 $\angle ACB$ 的度数;

(2) 在平面直角坐标系中, 点 $M(1, \sqrt{3})$, 点 M 关于 y 轴的对称点为点 N .

①以点 O 为圆心, OM 为半径画 $\odot O$, 在 y 轴上存在一点 P , 使点 P 为 $\odot O$ “关于 MN 的关联点”, 直接写出点 P 的坐标;

②点 $D(m, 0)$ 是 x 轴上一动点, 当 $\odot D$ 的半径为 1 时, 线段 MN 上至少存在一个点是 $\odot D$ 的“关于某两个点的关联点”, 求 m 的取值范围.



2020 北京平谷初三二模数学

参考答案

一、选择题（本题共 16 分，每小题 2 分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	D	B	A	B	C	C	A	D

二、填空题（本题共 16 分，每小题 2 分）

9. $y(x+3)(x-3)$; 10. 45° ; 11. $x \geq 1$; 12. $=$;

13. 答案不唯一, 如 $y = 2x + 2$; 14. 答案不唯一, 如 $a = -1$; 15. $\begin{cases} x + y = 4 \\ x - y = 2 \end{cases}$; 或 $(xy = 3)$

16. 方案四.

三、解答题（本题共 68 分，第 17-21 题，每小题 5 分，第 22-27 题，每小题 6 分，第 28 题 7 分）解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程.

17. 解: 原式 = $2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} - 1 + 2 - 2\sqrt{3}$ 4

$= 1 - \sqrt{3}$ 5

18. 解: 由①得 $2x - 6 < x - 4$

$x < 2$ 1

由②得 $x - 1 < 2x$ 2

$x > -1$ 3

$\therefore -1 < x < 2$ 5

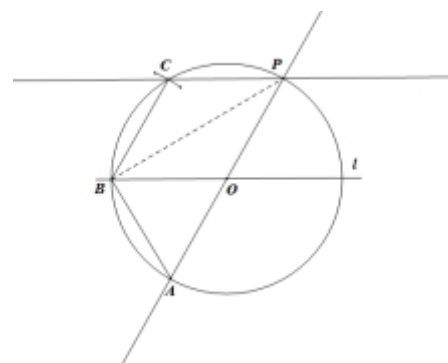
19. (1) 补全图形;2

(2)

证明: 连接 BP

$\because AB = BC$

$\therefore \hat{AB} = \hat{BC}$



∴ 四边形OBMG是矩形.....3

$\because C$ 为 AG 中点,

$$\therefore \frac{AO}{AG} = \frac{BO}{EG} = \frac{1}{3}$$

$$\therefore BD=2$$
$$\therefore GE=3 \dots\dots\dots 4$$
$$\therefore GM=OB=1$$
$$\therefore \text{ME} = 2$$

.....5

22. (1)证明:

∵ 半径 $OD \perp AE$

$$\therefore \angle 1 = 90^\circ \dots\dots\dots 1$$
$$\therefore \angle 2 + \angle D = 90^\circ$$
$$\therefore FC=BC$$
$$\therefore \angle 3 = \angle 4 = \angle 2 \dots\dots\dots 2$$
$$\therefore OD=OB,$$
$$\therefore \angle 5 = \angle D$$
$$\therefore \angle 4 + \angle 5 = 90^\circ$$
$$\therefore \angle ABC = 90^\circ$$

∴BC与⊙O相切.....3

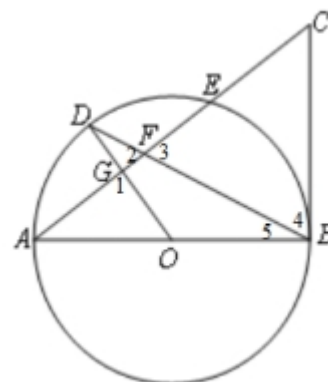
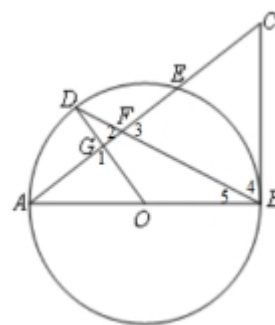
(2) 解: $\because \angle 1 = 90^\circ$, 半径为 5, $\tan A = \frac{3}{4}$

$\therefore OG=3, AG=4 \dots\dots\dots 4$

$$\because \angle 1 = \angle ABC = 90^\circ, \quad \angle A = \angle A$$
$$\therefore \triangle AGO \sim \triangle ABC$$

$$\therefore \frac{OG}{BC} = \frac{AO}{AC} = \frac{AG}{AB}$$

$$\therefore \frac{3}{BC} = \frac{5}{AC} = \frac{4}{10}$$



$\therefore BC = \frac{15}{2}, AC = \frac{25}{2}$ 5

$\therefore FC = \frac{15}{2}$

$\therefore GF = 1$ 6

23. (1) B (2,2)1

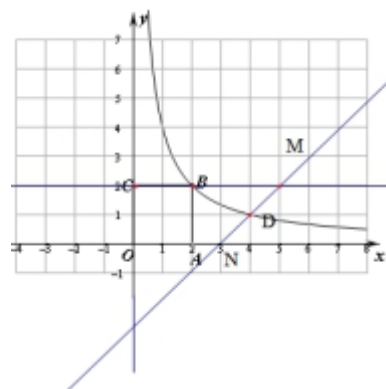
k=42

(点 B 坐标不写不扣分)

(2) 如图, D (4,1)3

代入得, b=-34

(3) $b > 3$ 6



24. (1) a=12, b=0.322

(2) 略3

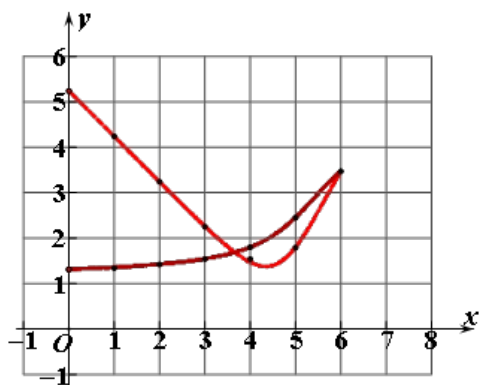
(3) 234

(4) $500 \times 0.32 = 160$ (人)6

(计算过程没写不扣分)

25. 解: (1) 2.33 (2.0-2.5 之间均给分)1

(2)



.....3

(3) 3.7cm、4.6cm、4.2cm6

26. (1) $x = -\frac{b}{2a} = 1$ 1

C (0, -1)2

(2) ① 1 个3

② 当抛物线顶点为 (1, -2) 时, $m=1$

当抛物线顶点为 (1, -3) 时, $m=2$

所以, $1 < m \leq 2$ 6

27. (1) 补全图形 1

(2) 60° 2

(3) 当 $\angle AMD = 75^\circ$ 时结论成立.

.....3

证明: 想法一:

过A作 $AE \perp CD$ 于E.

$\because \angle B = \angle C = \angle E = 90^\circ$

$AB = BC$

\therefore 四边形ABCE是正方形4

$\therefore AB = AE, \angle B = \angle E,$

$BC = CE$

$\therefore MC = DC$

$\therefore BM = DE$

$\therefore \triangle ABM \cong \triangle AED$ 5

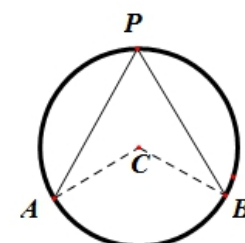
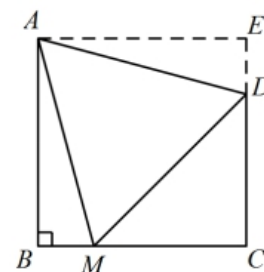
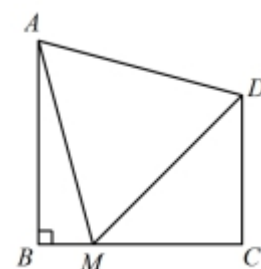
$\therefore AD = AM$

$\therefore \angle AMD = 75^\circ$

$\therefore \triangle AMD$ 是等边三角形

$\therefore AM = DM$ 6

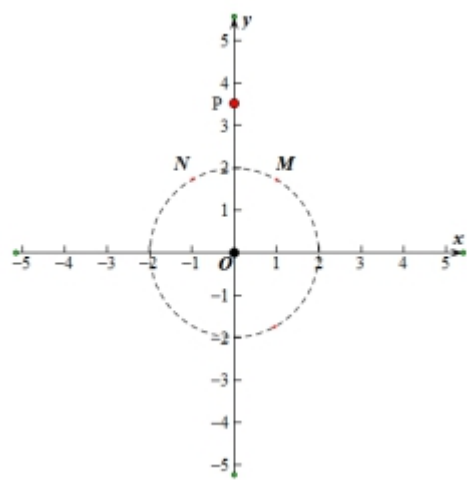
(其他证明方法类似给分, 辅助线正确写出一个正确语句即给 1 分, 证完全等 2 分, 完全正确 3 分)



28. (1) 补全图形.....1

120°1

(2) ① $P(0,2\sqrt{3})$ 或 $(0,0)$ 4



② $-2 \leq m \leq 2$ 7

