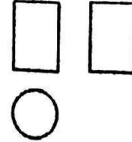


一、选择题（本题共 16 分，每小题 2 分）第 1-8 题均有四个选项，符合题意的只有一个。

1. 右图是某几何体的三视图，该几何体是()

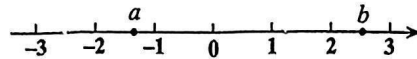
- A. 长方体 B. 三棱柱
C. 圆柱 D. 圆锥



2. 经文化和旅游部数据中心测算，2023 年清明节假期（4 月 5 日），全国国内旅游出游 2376 64 万人次，较去年清明节假日增长 22.7%。将 23 766 400 用科学计数法表示应为()

- A. 237.664×10^5 B. 2.37664×10^7 C. 23.7664×10^6 D. 2.37664×10^8

3. 若实数 a, b 在数轴上的对应点的位置如图所示，则以下结论正确的是()



- A. $|a| > |b|$ B. $ab > 0$ C. $a < b$ D. $a > b$

4. 若一个多边形的内角和为 720° ，则该多边形的边数为()

- A. 3 B. 4 C. 5 D. 6

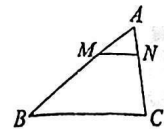
5. 将抛物线 $y = 3x^2$ 向左平移 1 个单位长度，平移后抛物线的解析式为()

- A. $y = 3(x+1)^2$ B. $y = 3(x-1)^2$ C. $y = 3x^2 + 1$ D. $y = 3x^2 - 1$

6. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， M, N 分别是边 AB, AC 上的点， $MN \parallel BC$ ，

$BM = 2AM$ ，若 $\triangle AMN$ 的面积为 1，则 $\triangle ABC$ 的面积为()

- A. 2 B. 3 C. 6 D. 9



7. 下面三个问题中都有两个变量：

- ①如图 1，货车匀速通过隧道（隧道长大于货车长），货车在隧道内的长度 y 与从车头进入隧道至车尾离开隧道的时间 x ；②如图 2，实线是王大爷从家出发匀速散步行走的路线（圆心 O 表示王大爷家的位置），他离家的距离 y 与散步的时间 x ；③如图 3，往空杯中匀速倒水，倒满后停止，一段时间后，再匀速倒出杯中的水，杯中水的体积 y 与所用时间 x

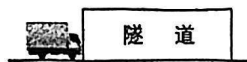


图 1



图 2



图 3

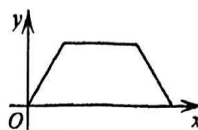
其中，变量 y 与 x 之间的函数关系大致符合右图的是()

A. ①②

B. ①②③

C. ②③

D. ①③



8. 已知二次函数 $y = 2024x^2 + 2023x + 2022$ 的图象上有两点 $A(m, 2024), B(n, 2024)$ ，则当 $x = m + n$ 时，二次函数的值为()

A. 2021

B. 2022

C. 2023

D. 2024

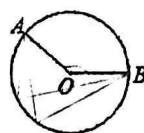
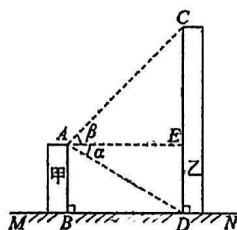
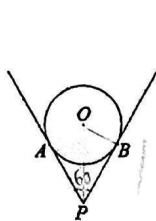
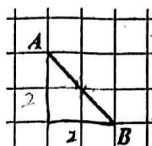
二、填空题(本题共 16 分，每小题 2 分)

9. 若分式 $\frac{1}{x-3}$ 有意义，则 x 的取值范围是_____.

10. 分解因式: $ab^2 - 2ab + a =$ _____.

11. 如图，边长为 1 的正方形网格中， AB _____3. (填“>”，“=”或“<”)

12. 如图， PA, PB 分别与 $\odot O$ 相切于 A, B 两点， $\angle P = 60^\circ$ ， $PA = 6$ ，则 $\odot O$ 的半径为_____.



12 题

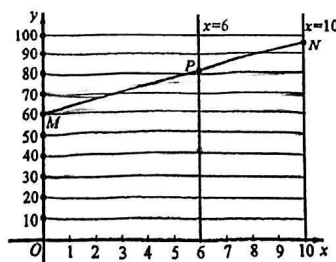
13 题

14 题

13. 如图，线段 AB, CD 分别表示甲、乙建筑物的高，两座建筑物间的距离 BD 为 30m. 若在点 A 处测得点 D 的俯角 α 为 30° ，点 C 的仰角 β 为 45° ，则乙建筑物的高 CD 约为_____m (结果精确到 0.1m; 参考数据: $\sqrt{2} \approx 1.414, \sqrt{3} \approx 1.732$).

14. 如图，点 A, B 在 $\odot O$ 上， $\angle AOB = 140^\circ$. 若 C 为 $\odot O$ 上任一点 (不与点 A, B 重合)，则 $\angle ACB$ 的大小为_____.

15. 为了迅速算出学生的学期总评成绩，一位同学创造了一张奇妙的算图. 如图， y 轴上动点 M 的纵坐标 y_m 表示学生的期中考试成绩，直线 $x = 10$ 上动点 N 的纵坐标 y_n 表示学生的期末考试成绩，线段 MN 与直线 $x = 6$ 的交点为 P ，则点 P 的纵坐标 y_p 就是这名学生的学期总评成绩.



20. 关于 x 的一元二次方程 $mx^2 - (2m-3)x + (m-1) = 0$ 有两个实数根.

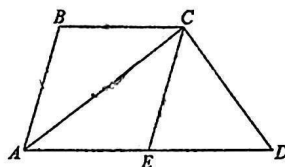
(1) 求 m 的取值范围;

(2) 若 m 为正整数, 求此时方程的根.

21. 如图, 在四边形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, $AB = BC = AE = \frac{1}{2}AD$.

(1) 求证: 四边形 $ABCE$ 为菱形;

(2) 若 $\tan \angle ACB = \frac{3}{4}$, $AC = 8$, 求 CD 的长.



22. 在平面直角坐标系 xOy 中, 直线 $y = 2x + b$ 经过点 $A(1, m)$, $B(-1, -1)$.

(1) 求 b 和 m 的值;

(2) 将点 B 向右平移到 y 轴上, 得到点 C , 设点 B 关于原点的对称点为 D , 记线段 BC 与 AD 组成的图形为 G .

① 直接写出点 C , D 的坐标;

② 若双曲线 $y = \frac{k}{x}$ 与图形 G 恰有一个公共点, 结合函数图象, 直接写出 k 的取值范围.

23. 某校为了解本校学生每天在校体育锻炼时间的情况，随机抽取了若干名学生进行调查，获得了他们每天在校体育锻炼时间的数据（单位：min），并对数据进行了整理、描述，部分信息如下：

a. 每天在校体育锻炼时间分布情况：

每天在校体育锻炼时间（min）	频数（人）	百分比
$60 \leq x < 70$	14	14%
$70 \leq x < 80$	40	m
$80 \leq x < 90$	35	35%
$x \geq 90$	n	11%

b. 每天在校体育锻炼时间在 $80 \leq x < 90$ 这一组的是：

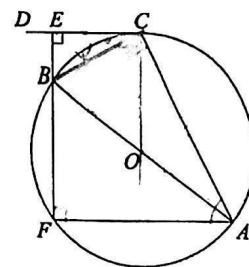
80 81 81 81 82 82 83 83 84 84 84 84 84 85 85 85 85 85
85 85 85 86 87 87 87 87 87 88 88 88 89 89 89 89 89

根据以上信息，回答下列问题：

- (1) 表中 $m = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $n = \underline{\hspace{2cm}}$ ；
- (2) 若该校有 1000 名学生，估计该校每天在校体育锻炼时间不低于 80 分钟的学生的人数；
- (3) 该校准备确定一个时间标准 p （单位：min），对每天在校体育锻炼时间不低于 p 的学生进行表扬。若使 25% 的学生得到表扬，则 p 的值可以是 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

24. 如图， AB 是 $\odot O$ 的直径，过 $\odot O$ 上一点 C 作 $\odot O$ 的切线 CD ，过点 B 作 $BE \perp CD$ 于点 E ，延长 EB 交 $\odot O$ 于点 F ，连接 AC ， AF 。

- (1) 求证： $CE = \frac{1}{2} AF$ ；
- (2) 连接 BC ，若 $\odot O$ 的半径为 5， $\tan \angle CAF = 2$ ，求 BC 的长。



25. 小腾去公园游玩时在湖边看到了一个美丽的喷泉(图1), 善于思考的小腾想到了二次函数的图象, 回家后他尝试构造了一个函数 $y = -x^2 + 2|x| + 3$ ($-3 \leq x \leq 3$) 来刻画喷泉的形状, 下表是小腾列出的部分对应值

x	-3	$-\frac{5}{2}$	-2	$-\frac{3}{2}$	$-\frac{5}{4}$	-1	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{4}$	0	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	1	$\frac{5}{4}$	$\frac{3}{2}$	2	$\frac{5}{2}$	3
y	0	$\frac{7}{4}$	3		$\frac{63}{16}$	4	$\frac{15}{4}$	$\frac{55}{16}$	3	$\frac{55}{16}$	$\frac{15}{4}$		$\frac{63}{16}$	$\frac{15}{4}$	3	$\frac{7}{4}$	0

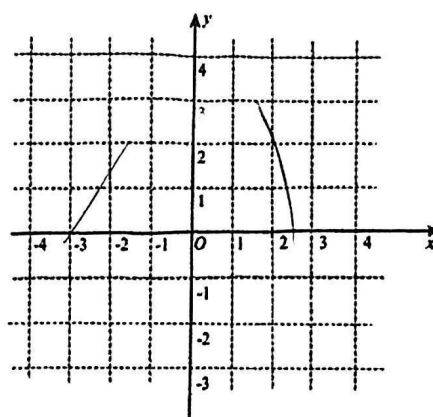


图1

- (1) 计算 $m = \underline{\hspace{2cm}}$, $n = \underline{\hspace{2cm}}$;
- (2) 在平面直角坐标系 xOy 中, 请你描出小腾所列表中各组数值所对应的点 (x, y) , 并画出函数的图象;
- (3) 小腾发现平行于 x 轴的直线 $y = t$ 和函数 $y = -x^2 + 2|x| + 3$ ($-3 \leq x \leq 3$) 图象的交点个数跟 t 的取值有关, 若直线 $y = t$ 与函数 $y = -x^2 + 2|x| + 3$ ($-3 \leq x \leq 3$) 的图象有4个不同的交点, 请你帮小腾直接写出实数 t 的取值范围.

(3)若 $y_2 < y_3 < y_1$, 求 m 的取值范围.

(3) 如图 2, 点 C 是线段 BD 上一点, 且 $\angle BAC = \angle DAE = 30^\circ$, G 为 CD 的中点, 连接 EG , 若 $ED = \sqrt{6}$, 求 EG 的长.



28. 在平面直角坐标系 xOy 中, 已知点 $A(m-2, 0)$, 点 $B(m+2, 0)$.

若 $\odot P$ 经过 A 、 B 两点, 且 $60^\circ \leq \angle APB \leq 90^\circ$, 则称点 P 是点 A 与点 B 的“相关点”;

$\odot P$ 上的点称作点 A 与点 B 的“环绕点”.

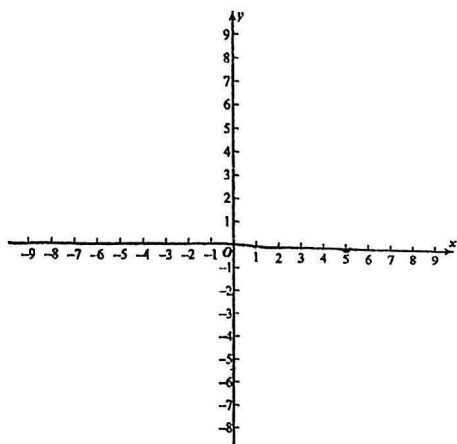
(1) 当 $m=3$ 时,

① 在点 $P_1(3, 2)$; $P_2(2, 3)$; $P_3(3, 2\sqrt{3})$; $P_4(3, \frac{2\sqrt{3}}{3})$ 中, 是点 A 与点 B 的“相关点”的是

_____;

② 若 $\odot O$ 的半径为 r , 且 $\odot O$ 上存在点 A 与点 B 的“相关点”, 求 r 的取值范围;

(2) 若直线 $y = \sqrt{3}x + m$ 上存在点 A 与点 B 的“环绕点”, 直接写出 m 的取值范围.



北京一零一中教育集团 2023—2024 学年度第二学期初三练习

数 学 答 案

2024.3

一、选择题（共 16 分，每题 2 分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	C	B	C	D	A	D	B	B

二、填空题（共 16 分，每题 2 分）

题号	9	10	11	12	13	14	15	16
答案	$x \neq 3$	$a(b-1)^2$	$<$	$2\sqrt{3}$	47.3	70° 或 110°	②	27 cm

三、解答题（共 68 分，第 17-20 题，23-25，每题 5 分，第 21，22 题 6 分，第 26-28 题，每题 7 分）解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程.

17. 解: $\left(\frac{1}{3}\right)^{-2} + |1 - \sqrt{2}| - (2 - \pi)^0 - 2\cos 45^\circ$.

$$= 9 + \sqrt{2} - 1 - 1 - 2 \times \frac{\sqrt{2}}{2} \dots \dots \dots 4 \text{ 分}$$

$$= 7. \dots \dots \dots 5 \text{ 分}$$

18. 解: 解不等式①得 $x \leq 1$, $\dots \dots \dots 2 \text{ 分}$

解不等式②得 $x > -3$, $\dots \dots \dots 4 \text{ 分}$

\therefore 不等式组的解集是: $-3 < x \leq 1$. $\dots \dots \dots 5 \text{ 分}$

19. 解: $(a+b)^2 - 2b(a-b) + 2a^2$

$$= a^2 + 2ab + b^2 - 2ab + 2b^2 + 2a^2 \dots \dots \dots 2 \text{ 分}$$

$$= 3a^2 + 3b^2. \dots \dots \dots 3 \text{ 分}$$

$$\because a^2 + b^2 - 3 = 0, \therefore a^2 + b^2 = 3 \dots \dots \dots 4 \text{ 分}$$

$$\therefore \text{原式} = 3(a^2 + b^2) = 9. \dots \dots \dots 5 \text{ 分}$$

20. 解: (1) $\because \Delta = [-(2m-3)]^2 - 4m(m-1)$

$$= -8m + 9. \dots \dots \dots 1 \text{ 分}$$

$$\text{依题意, 得} \begin{cases} m \neq 0, \\ \Delta = -8m + 9 \geq 0, \end{cases}$$

$$\text{解得 } m \leq \frac{9}{8} \text{ 且 } m \neq 0. \dots \dots \dots 3 \text{ 分}$$

(2) $\because m$ 为正整数, $\therefore m=1$ 4 分

\therefore 原方程为 $x^2+x=0$.

解得 $x_1=0$, $x_2=-1$ 5 分

21. 证明:

(1) $\because AE=BC$, $AD \parallel BC$, \therefore 四边形 $ABCE$ 为平行四边形. 2 分

$\because AB=BC$.

\therefore 平行四边形 $ABCE$ 为菱形. 3 分

(2) 如图, 连接 BE 交 AC 于点 F .

$\therefore BE \perp AC$, $AF = \frac{1}{2}AC = 4$ 4 分

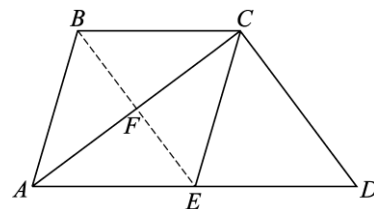
$\because \tan \angle EAF = \tan \angle ACB = \frac{3}{4}$,

在 $\text{Rt}\triangle EAF$ 中, $\therefore EF = AF \cdot \tan \angle EAF = 3$ 5 分

$\because E, F$ 分别是 AD, AC 的中点,

$\therefore CD = 2EF = 6$ 6 分

(或用 $CE=AE=ED$ 推导 $\angle ACD=90^\circ$ 等其他解法酌情给分)



22. (本小题满分 6 分)

(1) \because 直线 $y=2x+b$ 经过点 $A(1, m)$, $B(-1, -1)$,

$\therefore b=1$ 1 分

又 \because 直线 $y=2x+b$ 经过点 $A(1, m)$,

$\therefore m=3$ 2 分

(2) ① $C(0, -1)$, $D(1, 1)$ 4 分

② 函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象经过点 A 时, $k=3$.

函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象经过点 D 时, $k=1$, 此时双曲线也经过点 B ,

结合图象可得 k 的范围是 $0 < k < 1$ 或 $1 < k \leq 3$ 6 分

23. 解: (1) 40%, 11. 2 分

(2) 抽取的学生中, 每天在校体育锻炼时间不低于 80 分钟的学生有 46 人.

估计该校每天在校体育锻炼时间不低于 80 分钟的学生人数为

$1000 \times \frac{46}{100} = 460$ 4 分

(3) 答案不唯一, 如 86. 5 分

24. (1) 证明: 连接 CO 并延长交 AF 于点 G .

$\because CD$ 是 $\odot O$ 的切线,

$\therefore \angle ECO = 90^\circ$.

$\because AB$ 是 $\odot O$ 的直径,

$\therefore \angle AFB = 90^\circ$.

$\because BE \perp CD$,

$\therefore \angle CEF = 90^\circ$.

\therefore 四边形 $CEFG$ 是矩形.

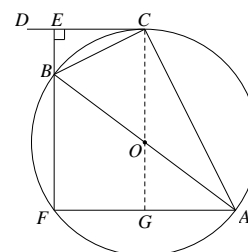
$\therefore GF = CE$, $\angle CGF = 90^\circ$.

$\therefore CG \perp AF$.

$\therefore GF = \frac{1}{2} AF$.

$\therefore CE = \frac{1}{2} AF$.

.....1 分



.....2 分

.....3 分

(2) 解: $\because CG \perp AF$,

$\therefore CF = CA$.

$\therefore \angle CBA = \angle CAF$.

.....4 分

$\therefore \tan \angle CBA = \tan \angle CAF = 2$.

$\because AB$ 是 $\odot O$ 的直径,

$\therefore \angle ACB = 90^\circ$.

在 $\text{Rt}\triangle CBA$ 中, 设 $BC = x$, $AC = 2x$,

则 $AB = \sqrt{5}x = 5 \times 2$.

$\therefore BC = x = 2\sqrt{5}$.

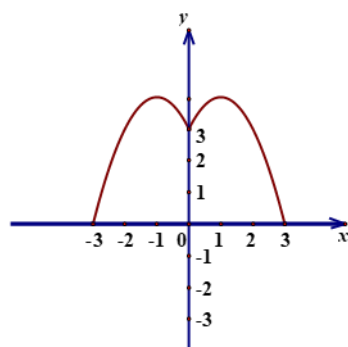
.....5 分

(或用其他解法酌情给分)

25.(1) $m = \frac{15}{4}, n = 4$

.....2 分

(2) 图象如下:



.....4 分

(3) $3 < t < 4$.

.....5 分

26.解: (1) $\because y = x^2 + (2m - 6)x + 1$,

\therefore 抛物线的对称轴为直线 $x = -\frac{2m-6}{2 \times 1} = 3 - m$1 分

(2) 当 $y_1 = y_2$ 时, 点 A 与点 B 关于对称轴对称, 所以 $3 - m = \frac{-m+m}{2} = 0$

所以 $m = 3$, $\therefore y = x^2 + 1$,2 分

\therefore 抛物线开口向上, 当 $x > 0$ 时, y 随 x 的增大而增大,3 分

$\because 0 < 3 < 5 \therefore y_2 < y_3$;4 分

(本题直接计算也可)

(3) 解: 作差法:

$x = -m$ 时, $y_1 = -m^2 + 6m + 1$

$x = m$ 时, $y_2 = 3m^2 - 6m + 1$

$x = m + 2$ 时, $y_3 = 3m^2 + 2m - 7$

$\because y_2 < y_3 < y_1$, 所以

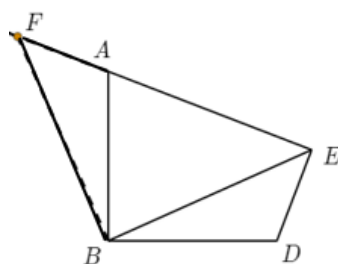
$y_1 - y_3 > 0$ 即 $-4m^2 + 4m + 8 > 0$ 解得 $-1 < m < 2$

$y_3 - y_2 > 0$ 即 $8m - 8 > 0$ 解得 $m > 1$

$\therefore 1 < m < 2$ 7 分

(结果 2 分, 过程 1 分)

27. (1) 补全图形如图所示 1 分



(2) 猜想: $\sqrt{2}BE = AE + DE$ 2 分

证明: 过点 B 作 $BF \perp BE$ 交 EA 延长线于点 F,

$$\because \angle ABD = \angle AED = 90^\circ \therefore \angle BAE + \angle BDE = 180^\circ$$

$$\therefore \angle BAF = \angle BDE$$

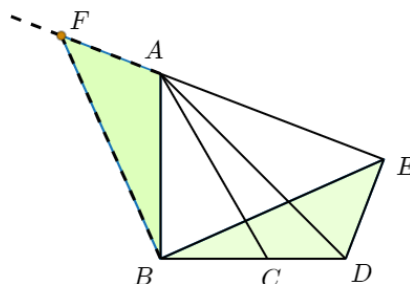
$$\because \angle ABD = \angle FBE = 90^\circ \therefore \angle FBA = \angle EBD$$

在 $\triangle FBA$ 和 $\triangle EBD$ 中,

$$\begin{cases} \angle BAF = \angle BDE \\ AB = BD \\ \angle FBA = \angle EBD \end{cases}$$

$$\therefore \triangle FBA \cong \triangle EBD (ASA) \therefore BF = BE, AF = ED \therefore EF = \sqrt{2}BE$$

$$\because EF = AF + AE \therefore \sqrt{2}BE = AE + DE$$
 4 分



(3) 取 AD 中点 H, 连接 BH、EH、GH

$$\because \angle ABC = \angle AED = 90^\circ \therefore BH = EH$$

$\because G$ 为 CD 中点

$$\therefore HG \parallel AC, \angle HGB = \angle ACB = 60^\circ$$

$$\because AB = BD \therefore \angle BAD = 45^\circ, BH \perp AD$$

$$\therefore \angle DHG = \angle CAD = \angle BAD - \angle BAC = 45^\circ - 30^\circ = 15^\circ$$

$$\therefore \angle BHG = \angle BHD - \angle DHG = 75^\circ \because \angle DAE = 30^\circ, \therefore \angle DHE = 60^\circ$$

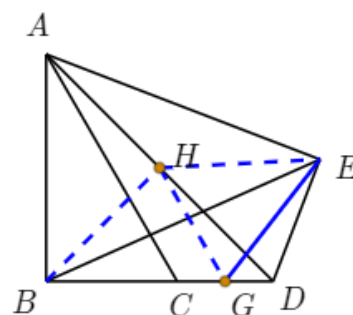
$$\therefore \angle EHG = \angle DHE + \angle DHG = 75^\circ \therefore \angle BHG = \angle EHG$$

$$\because BH = EH, HG = HG \therefore \triangle BHG \cong \triangle EHG (SAS)$$

$$\therefore EG = BG, \angle BGE = 2\angle HGB = 120^\circ, \therefore BE = \sqrt{3}EG$$

由 (2) 的结论可求, $AE = 3\sqrt{2}, BE = 3 + \sqrt{3}$

$$\therefore EG = \frac{BE}{\sqrt{3}} = \sqrt{3} + 1$$
 7 分

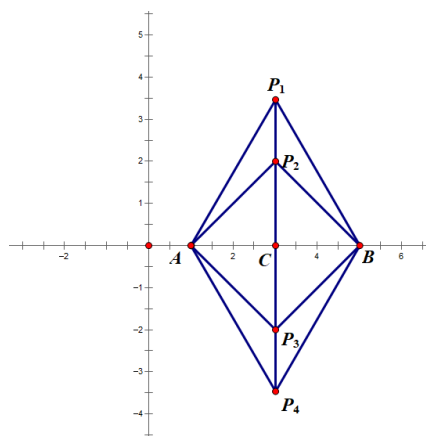


28. (1) ① P_1, P_3 -----2 分

② 当 $m=3$ 时, 点 $A(1,0)$, 点 $B(5,0)$

点 A 与点 B 的“相关点”的轨迹为如图所示的两条线段 P_1P_2, P_3P_4 , 其中

$P_1(3, 2\sqrt{3}), P_2(3, 2), P_3(3, -2), P_4(3, -2\sqrt{3})$ -----3 分



当 $\odot O$ 过 $P_2(3, 2), P_3(3, -2)$ 时, $r = \sqrt{3^2 + 2^2} = \sqrt{13}$

当 $\odot O$ 过 $P_1(3, 2\sqrt{3}), P_4(3, -2\sqrt{3})$ 时, $r = \sqrt{3^2 + (2\sqrt{3})^2} = \sqrt{21}$

所以 $\sqrt{13} \leq r \leq \sqrt{21}$ -----5 分

(3) $-3\sqrt{3}+1 \leq m \leq 3\sqrt{3}-1$ -----7 分