2022 北京东城初三二模

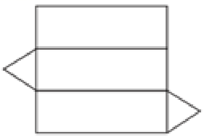
数　　学

一、选择题（本题共 16 分，每小题 2 分）第 1-8 题均有四个选项，符合题意的选项只有一个．

1. 国家速滑馆是 2022 年北京冬奥会北京主赛区标志性场馆，是唯一新建的冰上竞赛场馆．国家速滑馆拥有亚洲最大的全冰面设计，冰面面积达 12000 平方米．将 12000 用科学记数法表示应为（　）

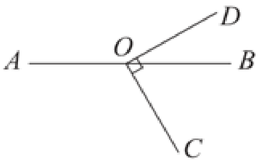
A. 12×10^{3}　　B. 1.2×10^{4}　　C. 1.2×10^{5}　　D. 0.12×10^{5}

2. 如图是某一几何体　展开图，该几何体是（　　）



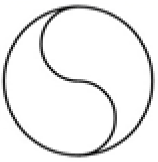
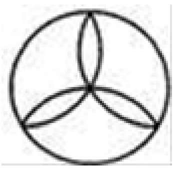
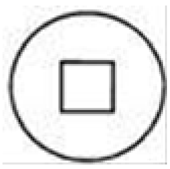
A. 三棱柱　　B. 四棱柱　　C. 圆柱　　D. 圆锥

3. 如图，点 O 在直线 AB 上，$OC\perp OD$．若 $\angle BOD=30^\circ$，则 $\angle AOC$ 的大小为（　　）



A. 120°　　B. 130°　　C. 140°　　D. 150°

4. 下列图形中，既是中心对称图形，又是轴对称图形的是（　）

A. 　　B. 　　C. 　　D. 

5. 方程组的解是 $\begin{cases}x+y=3\\x-y=-1\end{cases}$ 的解是（　　）

A. $\begin{cases}x=1\\y=2\end{cases}$　　B. $\begin{cases}x=-3\\y=-2\end{cases}$　　C. $\begin{cases}x=2,\\y=1.\end{cases}$　　D. $\begin{cases}x=2,\\y=3.\end{cases}$

6. 下列运算结果正确的是（　）

A　$3a-a=2$　　B. $a^{2}\cdot a^{4}=a^{8}$

C. $(a+2)(a-2)=a^{2}-4$　　D. $(-a)^{2}=-a^{2}$

7. 在平面直角坐标系中，将点 M（4，5）向左平移 3 个单位，再向上平移 2 个单位，则平移后的点的坐标是（　　）

A.（1，3）　　B.（7，7）　　C.（1，7）　　D.（7，3）

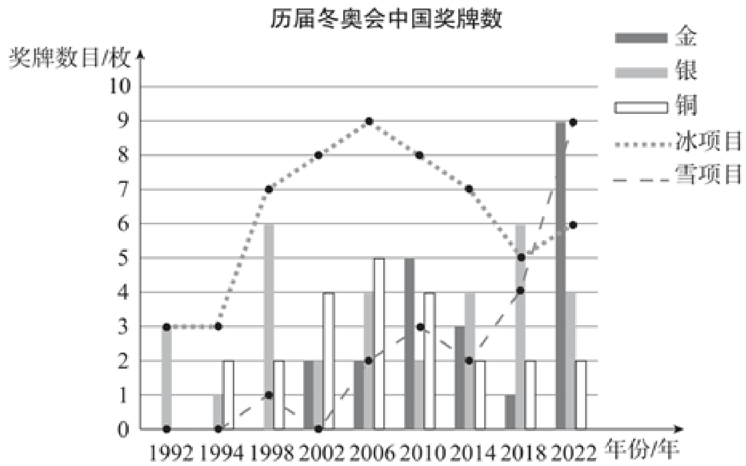
8. 从 1980 年初次征战冬奥会，到 1992 年取得首枚冬奥会奖牌，再到 2022 年北京冬奥会金牌榜前三，中国的冰雪体育事业不断取得突破性成绩．历届冬奥会的比赛项目常被分成两大类：冰项目和雪项目．根据统计图提供的信息，有如下四个结论：

①中国队在 2022 年北京冬奥会上获得的金牌数是参加冬奥会以来最多的一次；

②中国队在 2022 年北京冬奥会上获得的奖牌数是参加冬奥会以来最多的一次；

③中国队在冬奥会上的冰上项目奖牌数逐年提高；

④中国队在冬奥会上的雪上项目奖牌数在 2022 年首次超越冰上项目奖牌数.



上述结论中，正确 有（　　）

A. 1 个　　　　B. 2 个　　　　C. 3 个　　　　D. 4 个

二、填空题（本题共 16 分，每小题 2 分）

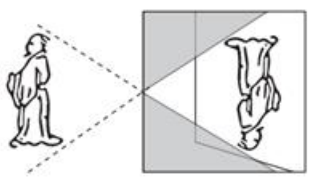
9. 若分式 $\dfrac{x}{x+1}$ 的值为 0，则 x 的值是_____.

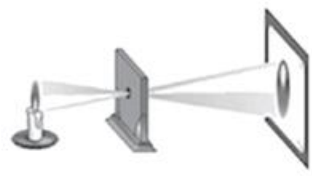
10. 分解因式：$2x^2-12x+18=$__________.

11. 写一个当 $x>0$ 时，y 随 x 的增大而增大的函数解析式__.

12. 计算：$\dfrac{a}{a-2}+\dfrac{2}{2-a}=$____________.

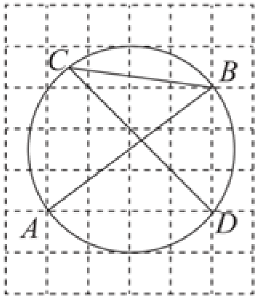
13. 据《墨经》记载，在两千多年前，我国学者墨子和他的学生做了世界上第 1 个“小孔成像”的实验，阐释了光的直线传播原理，如图（1）所示。如图（2）所示的小孔成像实验中，若物距为 10cm，像距为 15cm，蜡烛火焰倒立的像的高度是 6cm，则蜡烛火焰的高度是_________cm.


图（1）


图（2）

14. 不透明布袋中有红、黄小球各一个，除颜色外无其他差别．随机摸出一个小球后，放回并摇匀．再随机摸出一个，则两次摸到的球中，一个红球、一个黄球的概率为_________.

15. 如图，在边长为 1 的正方形网格中，点 A,B,D 在格点上，以 AB 为直径的圆过 C,D 两点，则 $\sin\angle BCD$ 的值为______.



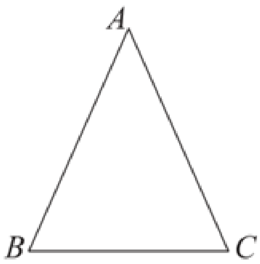
16. 在一次数学活动课上，某数学老师将 1～10 共十个整数依次写在十张不透明的卡片上（每张卡片上只写一个数字，每一个数字只写在一张卡片上，而且把写有数字的那一面朝下）．他先像洗扑克牌一样打乱这些卡片的顺序，然后把甲、乙、丙、丁、戊五位同学叫到讲台上，随机地发给每位同学两张卡片，并要求他们把自己手里拿的两张卡片上的数字之和写在黑板上，写出的结果依次是：甲：11；乙：4；丙：15；丁：8；戊：17，则丙同学手里拿的卡片的数字是_________.

三、解答题（本题共 68 分，第 17－21 题，每小题 5 分，第 22－23 题，每小题 6 分，第 24 题 5 分，第 25－26 题，每小题 6 分，第 27－28 题，每小题 7 分）解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程.

17. 计算：$(-1)^{2022}+\sqrt[3]{8}-\left(\frac{1}{3}\right)^{-1}+\sqrt{2}\sin 45°$．

18. 解不等式$6-4x\geq 3x-8$，并写出其正整数解.

19. 如图，在$\triangle ABC$中，$AB=AC$．



求作：直线AD，使得$AD//BC$．

小明的作法如下：

①以点A为圆心、适当长为半径画弧，交BA的延长线于点E，交线段AC于点F；

②分别以点E,F为圆心、大于$\frac{1}{2}EF$的长为半径画弧，两弧在$\angle EAC$的内部相交于点D；

③画直线AD．

直线AD即为所求，

（1）使用直尺和圆规，依作法补全图形（保留作图痕迹）；

（2）完成下面的证明。

证明：由作法可知：AD平分$\angle EAC$．

$\therefore \angle EAD=\angle DAC$（______________）．（填推理的依据）

$\because AB=AC$，

$\therefore \angle B=\angle C$

$\because \angle EAC=\angle B+\angle C$，

∴ $\angle EAC = 2\angle B$.

∵ $\angle EAC = 2\angle EAD$，

∴ $\angle EAD =$__________.

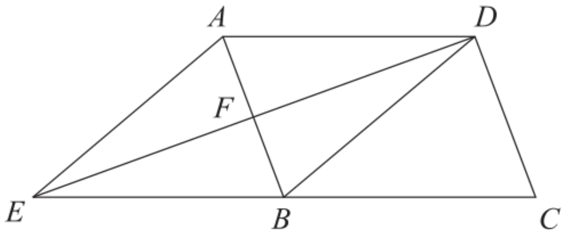
∴ $AD \parallel BC$（____________________________）．（填推理的依据）

20. 已知关于x的一元二次方程$x^2-2kx+k^2-1=0$.

（1）不解方程，判断此方程根的情况；

（2）若$x=2$是该方程的一个根，求代数式$-2k^2+8k+5$的值.

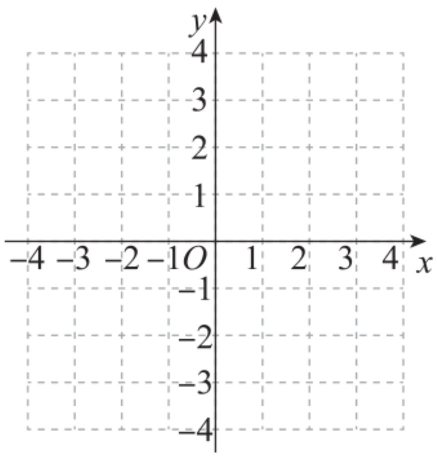
21. 如图，在平行四边形$ABCD$中，$DB=DA$，点F是AB的中点，连接DF并延长，交CB的延长线于点E，连接AE.



（1）求证：四边形$AEBD$是菱形；

（2）若$DC=\sqrt{10}$，$\tan\angle DCB=3$，求菱形$AEBD$的边长.

22. 如图，在平面直角坐标系xOy中，双曲线$y=\dfrac{k}{x}(k\neq 0)$经过点$A(2,-1)$，直线l：$y=-2x+b$经过点$B(2,-2)$.



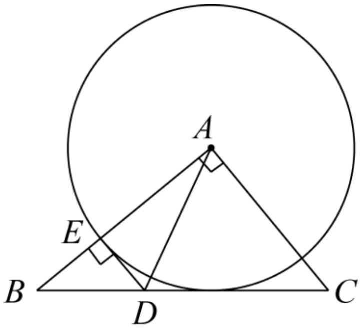
（1）求k,b的值；

（2）过点$P(n,0)\left(n>0\right)$作垂直于x轴　直线，与双曲线$y=\dfrac{k}{x}(k\neq 0)$交于点C，与直线l交于点D.

①当$n=2$时，判断CD与CP的数量关系；

②当$CD\leq CP$时，结合图象，直接写出n的取值范围.

23. 如图，在$\triangle ABC$中，$AB>AC$，$\angle BAC=90°$，在CB上截取$CD=CA$，过点D作$DE\perp AB$于点E，连接AD，以点A为圆心、AE的长为半径作$\odot A$.



（1）求证：BC 是⊙A 的切线；

（2）若 $AC=5$，$BD=3$，求 DE 的长．

24. 某研究中心建立了自己的科技创新评估体系，并对 2021 年中国城市的科技创新水平进行了评估。科技创新综合指数由科技创新总量指数和科技创新效率指数组成（以下简称：综合指数、总量指数和效率指数）。该研究中心对 2021 年中国城市综合指数得分排名前 40 的城市的有关数据进行收集、整理、描述和分析。下面给出了部分信息：

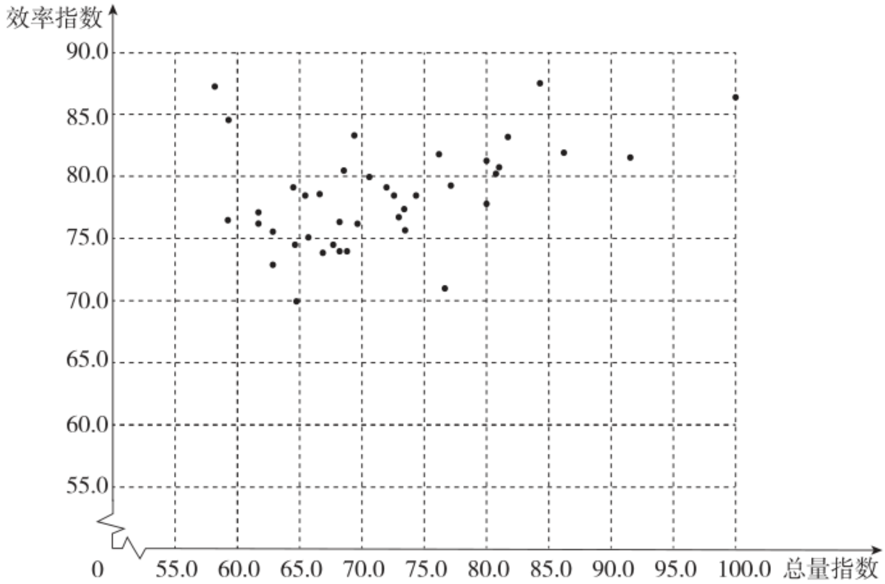
a．综合指数得分的频数分布表（数据分成 6 组：$65.0x \le 70.0$，$70.0 \le x < 75.0$，$75.0 \le x < 80.0$，$80.0 \le x < 85.0$ $85.0 \le x < 90.0$，$90.0 \le x < 95.0$）：

综合指数得分	频数
$65.0x \le 70.0$	8
$70.0 \le x < 75.0$	16
$75.0 \le x < 80.0$	8
$80.0 \le x < 85.0$	m
$85.0 \le x < 90.0$	2
$90.0 \le x < 95.0$	1
合计	40

b．综合指数得分在 $70.0 \le x < 75.0$ 这一组的是：

70.0 70.4 70.6 70.7 71.0 71.0 71.1 71.2 71.8 71.9 72.5 73.8 74.0 74.4 74.5 74.6

c．40 个城市的总量指数与效率指数得分情况统计图：



（数据来源于网络《2021年中国城市科技创新指数报告》）

根据以上信息，回答下列问题：

（1）综合指数得分的频数分布表中，$m=$______________；

（2）40个城市综合指数得分的中位数为____________；

（3）以下说法正确的是____________.

①某城市创新效率指数得分排名第1，该城市的总量指数得分大约是86.2分；

②大多数城市效率指数高于总量指数，可以通过提升这些城市的总量指数来提升城市的综合指数.

25. 小强用竹篱笆围一个面积为$\frac{9}{4}$平方米的矩形小花园，他考虑至少需要几米长的竹篱笆（不考虑接缝），根据学习函数的经验，他做了如下的探究，请你完善他的思考过程.

（1）建立函数模型：

设矩形小花园的一边长为x米，则矩形小花园的另一边长为__________米（用含x的代数式表示）；若总篱笆长为y米，请写出总篱笆长y（米）关于边长x（米）的函数关系式__________；

（2）列表：

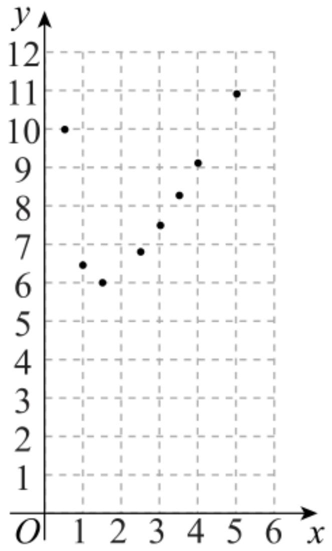
根据函数的表达式，得到了x与y的几组对应值，如下表：

x	$\frac{1}{2}$	1	$\frac{3}{2}$	2	$\frac{5}{2}$	3	$\frac{7}{2}$	4	$\frac{9}{2}$	5
y	10	$\frac{13}{2}$	6	a	$\frac{34}{5}$	$\frac{15}{2}$	$\frac{58}{7}$	$\frac{73}{8}$	b	$\frac{109}{10}$

表中$a=$________，$b=$ ________；

（3）描点、画出函数图象：

如图，在平面直角坐标系xOy中，将表中未描出 点$(2,a)$，$(\frac{9}{2},b)$补充完整，并根据描出的点画出该函数的图象；



（4）解决问题：

根据以上信息可得，当 $x=$__________时，y 有最小值．由此，小强确定篱笆长至少为__________米．

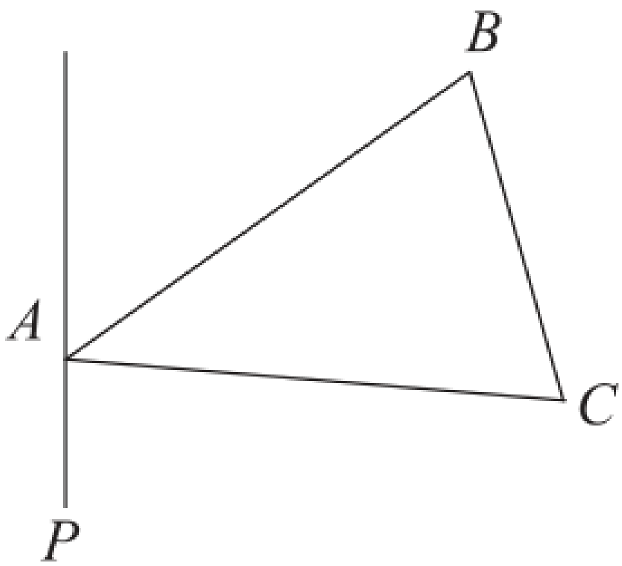
26. 在平面直角坐标系 xOy 中，抛物线 $y=ax^2+bx+1(a\neq 0)$ 的对称轴是直线 $x=3$．

（1）直接写出抛物线与 y 轴的交点坐标；

（2）求抛物线的顶点坐标（用含 a 的式子表示）；

（3）若抛物线与 x 轴相交于 A,B 两点，且 $AB\leq 4$，求 a 的取值范围．

27. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB=AC$ ， $\angle CAB=2\alpha$ ，在△ABC 的外侧作直线 $AP(90°-a<\angle PAC<180°-2a)$ ，作点 C 关于直线 AP 的对称点 D，连接 AD,BD,BD 交直线 AP 于点 E ．



（1）依题意补全图形；

（2）连接 CE，求证： $\angle ACE=\angle ABE$ ；

（3）过点 A 作 $AF\perp CE$ 于点 F ，用等式表示线段 $BE,2EF,DE$ 之间的数量关系，并证明．

28. 在平面直角坐标系 xOy 中，对于图形 G 及过定点 $P(3,0)$ 的直线 l，有如下定义：过图形 G 上任意一点 Q 作 $QH\perp l$ 于点 H，若 $QH+PH$ 有最大值，那么称这个最大值为图形 G 关于直线 l 的最佳射影距离，记作 $d(G,l)$，此时点 Q 称为图形 G 关于直线 l 的最佳射影点.

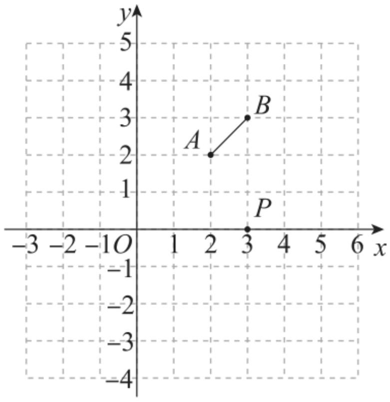
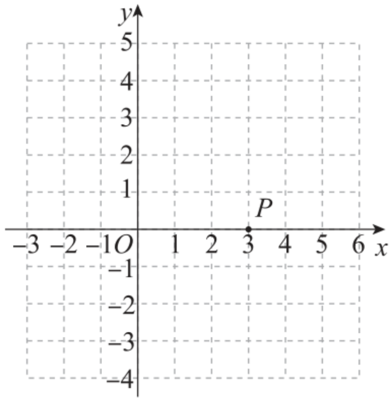


图 1



备用图

（1）如图 1，已知 $A(2,2)$，$B(3,3)$，写出线段 AB 关于 x 轴的最佳射影距离 $d(AB,x\text{轴})=$____________；

（2）已知点 $C(3,2)$，$\odot C$ 的半径为 $\sqrt{2}$，求 $\odot C$ 关于 x 轴的最佳射影距离 d（$\odot C$，x 轴），并写出此时 $\odot C$ 关于 x 轴的最佳射影点 Q 的坐标；

（3）直接写出点 $D(0,\sqrt{3})$ 关于直线 l 的最佳射影距离 $d(\text{点}D,l)$ 的最大值.

参考答案

一、选择题（本题共 16 分，每小题 2 分）第 1-8 题均有四个选项，符合题意的选项只有一个.

1. 国家速滑馆是 2022 年北京冬奥会北京主赛区标志性场馆，是唯一新建的冰上竞赛场馆．国家速滑馆拥有亚洲最大的全冰面设计，冰面面积达 12000 平方米．将 12000 用科学记数法表示应为（　）

A. 12×10^{3}　　B. 1.2×10^{4}　　C. 1.2×10^{5}　　D. 0.12×10^{5}

【答案】B

【解析】

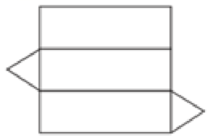
【分析】用科学记数法表示较大的数时，一般形式为$a\times10^{n}$，其中$1\le|a|<10$，n为整数，据此判断即可.

【详解】$12000=1.2\times10^{4}$.

故选 B.

【点睛】本题考查了科学记数法，科学记数法的表示形式为$a\times10^{n}$的形式，其中$1\le|a|<10$，n为整数．确定n的值时，要看把原来的数，变成a时，小数点移动了多少位，n的绝对值与小数点移动的位数相同．当原数绝对值≥10时，n是正数；当原数的绝对值<1时，n是负数，确定a与n的值是解题的关键.

2. 如图是某一几何体的展开图，该几何体是（　　）



A. 三棱柱　　B. 四棱柱　　C. 圆柱　　D. 圆锥

【答案】A

【解析】

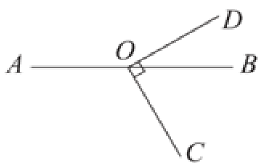
【分析】根据展开图的侧面与底面图形形状即可判断.

【详解】解：由于该几何体的展开图的三个侧面均是长方形，两个底面是三角形，因此可以判定该几何体是三棱柱.

故选：A.

【点睛】本题考查了学生对常见几何体及其展开图的理解与辨别，解决本题的关键是牢记这些几何体的特征，考查了学生对图形的认识与分析的能力.

3. 如图，点O在直线AB上，$OC\perp OD$．若$\angle BOD=30^\circ$，则$\angle AOC$的大小为（　　）



A. 120°　　B. 130°　　C. 140°　　D. 150°

【答案】A

【解析】

【分析】首先利用垂直的定义结合角的和差求得$\angle BOC=\angle COD-\angle BOD=90^\circ-30^\circ=60^\circ$，然后利用邻补角定义求出结果.

【详解】解：$\because OC\perp OD$,

∴ $\angle COD=90°$，

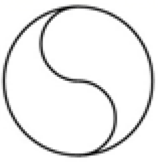
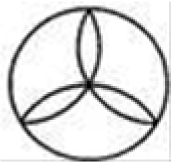
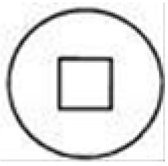
∴ $\angle BOC=\angle COD-\angle BOD=90°-30°=60°$，

∴ $\angle AOC=180°-\angle BOC=120°$；

故选择 A．

【点睛】本题主要考查垂直的定义及邻补角的定义，熟练掌握垂直的定义及邻补角的定义是解题的关键．

4. 下列图形中，既是中心对称图形，又是轴对称图形的是（　）

A. 　　B. 　　C. 　　D. 

【答案】C

【解析】

【分析】根据中心对称图形和轴对称图形对各选项分析判断即可得解．

【详解】A、不是轴对称图形，是中心对称图形，故本选项错误；

B、不是中心对称图形，是轴对称图形，故本选项错误；

C、既是中心对称图形，又是轴对称图形，故本选项正确；

D、是轴对称图形，不是中心对称图形，故本选项错误．

故选 C．

【点睛】本题考查了中心对称图形与轴对称图形的概念，轴对称图形的关键是寻找对称轴，图形两部分折叠后可重合，中心对称图形是要寻找对称中心，旋转 180 度后两部分重合．

5. 方程组的解是$\begin{cases}x+y=3\\x-y=-1\end{cases}$的解是（　　）

A. $\begin{cases}x=1\\y=2\end{cases}$　　B. $\begin{cases}x=-3\\y=-2\end{cases}$　　C. $\begin{cases}x=2,\\y=1.\end{cases}$　　D. $\begin{cases}x=2,\\y=3.\end{cases}$

【答案】A

【解析】

【分析】根据加减消元法解出 x,y 的值即可．

【详解】解：$\begin{cases}x+y=3①\\x-y=-1②\end{cases}$

①+②得 $2x=2$，

解得 $x=1$，

①-②得 $2y=4$，

解得 $y=2$，

$\therefore$原方程组的解为$\begin{cases}x=1\\y=2\end{cases}$．

故选 A

【点睛】本题考查了二元一次方程组的解法加减消元法，根据具体的方程组选取合适的方法是解决本类题目的关键．

6. 下列运算结果正确的是（　）

A. $3a-a=2$　　B. $a^2\cdot a^4=a^8$

C. $(a+2)(a-2)=a^2-4$　　D. $(-a)^2=-a^2$

【答案】C

【解析】

【分析】逐一分析各选项，利用对应法则进行计算即可判断出正确选项．

【详解】解：A 选项中：$3a-a=2a$，因此错误；

B 选项中：$a^2\cdot a^4=a^6$，因此错误；

C 选项中：$(a+2)(a-2)=a^2-4$，因此正确；

D 选项中：$(-a)^2=a^2$，因此错误；

故选：C．

【点睛】本题考查了合并同类项、同底数幂的乘法、平方差公式、乘方的运算性质等内容，解决本题的关键是牢记相关运算法则和公式即可．

7. 在平面直角坐标系中，将点 M（4，5）向左平移 3 个单位，再向上平移 2 个单位，则平移后的点的坐标是（　　）

A. （1，3）　　B. （7，7）　　C. （1，7）　　D. （7，3）

【答案】C

【解析】

【分析】根据点的坐标平移规律：上加下减，左减右加进行求解即可．

【详解】解：将 M（4，5）向左平移 3 个单位，再向上平移 2 个单位得到的点的坐标为（4-3，5+2）即（1，7），

故选：C．

【点睛】本题主要考查了坐标与图形变化—平移，熟知点的坐标平移规律是解题的关键．

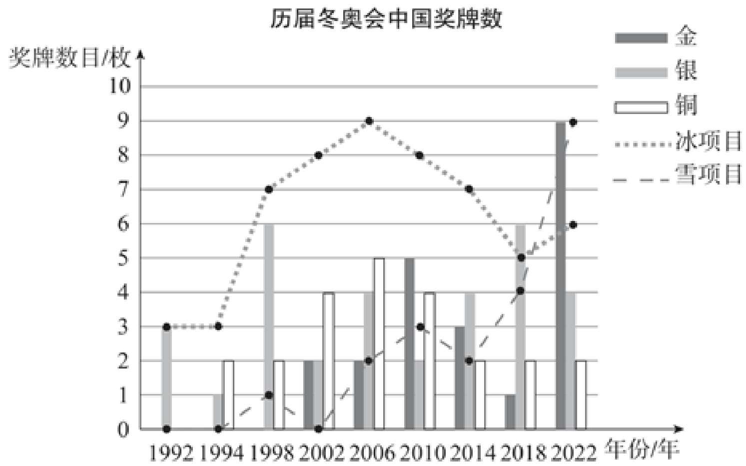
8. 从 1980 年初次征战冬奥会，到 1992 年取得首枚冬奥会奖牌，再到 2022 年北京冬奥会金牌榜前三，中国的冰雪体育事业不断取得突破性成绩．历届冬奥会的比赛项目常被分成两大类：冰项目和雪项目．根据统计图提供的信息，有如下四个结论：

①中国队在 2022 年北京冬奥会上获得的金牌数是参加冬奥会以来最多的一次；

②中国队在 2022 年北京冬奥会上获得的奖牌数是参加冬奥会以来最多的一次；

③中国队在冬奥会上的冰上项目奖牌数逐年提高；

④中国队在冬奥会上的雪上项目奖牌数在 2022 年首次超越冰上项目奖牌数．



上述结论中，正确的有（　　）

A. 1 个　　　　B. 2 个　　　　C. 3 个　　　　D. 4 个

【答案】C

【解析】

【分析】根据统计图逐一判断即可.

【详解】解：由题意可知，中国队在 2022 年北京冬奥会上获得　金牌数是参加冬奥会以来最多的一次，

故①说法正确；

中国队在 2022 年北京冬奥会上获得　奖牌数是参加冬奥会以来最多的一次，故②说法正确；

中国队在冬奥会上　冰上项目奖牌数在 1992 年和 1994 年持平，2018 年奖牌数为 5 枚，比 1998 年的 7 枚少，故③说法错误；

中国队在冬奥会上的雪上项目奖牌数在 2022 年首次超越冰上项目奖牌数，故④说法正确；

所以正确的有 3 个.

故选：C.

【点睛】本题考查折线统计图和条形统计图，利用数形结合的方法是解决问题的关键.

二、填空题（本题共 16 分，每小题 2 分）

9. 若分式 $\dfrac{x}{x+1}$ 的值为 0，则 x 的值是_____.

【答案】0.

【解析】

【分析】分式值为零的条件是分子等于零且分母不等于零.

【详解】解：∵分式 $\dfrac{x}{x+1}$ 的值为 0，

∴$x=0$.

将 $x=0$ 代入 $x+1=1\neq0$.

当 $x=0$ 时，分式分式 $\dfrac{x}{x+1}$ 的值为 0.

故答案为：0.

【点睛】本题考查了分式值为零的条件，详解关键是注意分子为零的同时分母不能为零.

10. 分解因式：$2x^2-12x+18=$__________.

【答案】$2(x-3)^2$

【解析】

【分析】先提取公因式 2，再对余下的多项式利用完全平方公式继续分解即可.

【详解】解：$2x^2-12x+18$，

$=2(x^2-6x+9)$，

$=2(x-3)^2$.

故答案为：$2(x-3)^2$.

【点睛】本题考查了利用提公因式法和完全平方公式分解因式，掌握和灵活运用分解因式的方法是解决本题的关键.

11. 写一个当 $x>0$ 时，y 随 x 的增大而增大的函数解析式__.

【答案】$y=x$ 或 $y=-\frac{1}{x}$ 或 $y=x^2$ 等（此题答案不唯一）.

【解析】

【分析】可根据二次函数、一次函数、反比例函数的性质作答.

【详解】解：若为一次函数，∵当 $x>0$ 时，y 随 x 的增大而增大，∴$k>0$，如 $y=x$；

若为反比例函数，∵当 $x>0$ 时，y 随 x 的增大而增大，∴$k<0$，如 $y=-\frac{1}{x}$；

若为二次函数，∵当 $x>0$ 时，y 随 x　增大而增大，∴$a>0$，对称轴 $y=-\frac{b}{2a}\le 0$，如 $y=x^2$；

∴当 $x>0$ 时，y 随 x 的增大而增大的函数解析式为 $y=x$ 或 $y=-\frac{1}{x}$ 或 $y=x^2$ 等（此题答案不唯一）.

【点睛】本题考查了二次函数、一次函数、反比例函数的增减性，熟练掌握函数的图象和性质是解题关键..

12. 计算：$\frac{a}{a-2}+\frac{2}{2-a}=$____________.

【答案】1

【解析】

【分析】根据同分母的分式加法法则进行计算即可.

【详解】解：$\frac{a}{a-2}+\frac{2}{2-a}$

$=\frac{a}{a-2}-\frac{2}{a-2}$

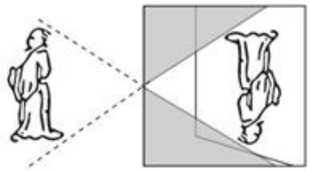
$=\frac{a-2}{a-2}$

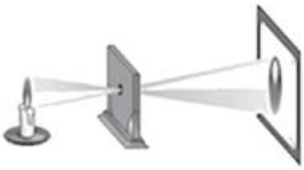
$=1$

故答案为：1

【点睛】本题考查了同分母分式的加法，熟练掌握运算法则是解答本题的关键.

13. 据《墨经》记载，在两千多年前，我国学者墨子和他的学生做了世界上第 1 个“小孔成像”的实验，阐释了光的直线传播原理，如图（1）所示。如图（2）所示的小孔成像实验中，若物距为 10cm，像距为 15cm，蜡烛火焰倒立的像的高度是 6cm，则蜡烛火焰的高度是_________cm.


图（1）


图（2）

【答案】4

【解析】

【分析】直接利用相似三角形的对应边成比例解答.

【详解】解：设蜡烛火焰的高度是 xcm，

由相似三角形的性质得到：$\dfrac{10}{15}=\dfrac{x}{6}$.

解得 $x=4$.

即蜡烛火焰的高度是 $4cm$.

故答案为：4.

【点睛】本题考查相似三角形的判定与性质的实际应用，解决此问题的关键在于正确理解题意的基础上建立数学模型，把实际问题转化为数学问题.

14. 不透明布袋中有红、黄小球各一个，除颜色外无其他差别．随机摸出一个小球后，放回并摇匀．再随机摸出一个，则两次摸到的球中，一个红球、一个黄球的概率为_________.

【答案】$\frac{1}{2}$##0.5

【解析】

【分析】根据列表法求概率即可求解.

【详解】解：列表如下

第一次\第二次	红	黄
红	红红	红黄
黄	黄红	黄黄

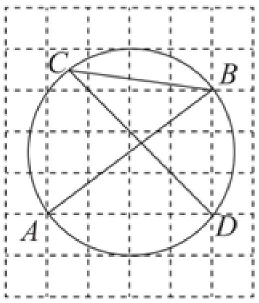
共 4 种等可能结果，两次摸到的球中，其中一个红球、一个黄球的情形有 2 种，

则两次摸到的球中，一个红球、一个黄球的概率为$\frac{1}{2}$，

故答案为：$\dfrac{1}{2}$

【点睛】本题考查了列表法求概率，掌握求概率的方法是解题的关键.

15. 如图，在边长为 1 的正方形网格中，点 A,B,D 在格点上，以 AB 为直径的圆过 C,D 两点，则 $\sin\angle BCD$ 的值为______.



【答案】$\frac{3}{5}$##0.6

【解析】

【分析】根据圆周角定理得出$\angle BCD=\angle BAD$，在网格中利用勾股定理可得$AB=5$，利用等角的正弦值相同即可得出结果.

【详解】解：由图可得$\angle BCD=\angle BAD$，

在ΔABD中，$AD=4$，$BD=3$，

$\therefore AB=\sqrt{AD^2+BD^2}=5$，

$\therefore \sin\angle BCD=\sin\angle BAD=\frac{BD}{AB}=\frac{3}{5}$，

故答案为：$\frac{3}{5}$.

【点睛】本题主要考查圆周角定理，勾股定理、解三角形及正弦的定义，解题的关键是理解题意，综合运用这些知识点求解.

16. 在一次数学活动课上，某数学老师将1～10共十个整数依次写在十张不透明的卡片上（每张卡片上只写一个数字，每一个数字只写在一张卡片上，而且把写有数字的那一面朝下）．他先像洗扑克牌一样打乱这些卡片的顺序，然后把甲、乙、丙、丁、戊五位同学叫到讲台上，随机地发给每位同学两张卡片，并要求他们把自己手里拿的两张卡片上的数字之和写在黑板上，写出的结果依次是：甲：11；乙：4；丙：15；丁：8；戊：17，则丙同学手里拿的卡片的数字是_________.

【答案】8和9

【解析】

【分析】根据两数之和结果确定，对两个加数的不同情况进行分类讨论，列举出所有可能的结果后，再逐一根据条件进行推理判断，最后确定出正确结果即可.

【详解】解：由题意可知，一共十张卡片十个数，五个人每人两张卡片，

∴每人手里的数字不重复.

由甲：11，可知甲手中的数字可能是1和10，2和9，3和8，4和7，5和6;

由乙：4，可知乙手中的数字只有1和3;

由丙：16，可知丙手中的数字可能是6和10，7和9;

由丁：7，可知丁手中的数字可能是1和6，2和5，3和4;

由戊：17，可知戊手中的数字可能是7和10，8和9;

∴丁只能是2和5，甲只能是4和7，丙只能是6和10，戊只能是8和9.

故答案为：8 和 9．

【点睛】本题考查的是有理数加法的应用，关键是把所有可能的结果列举出来，再进行推理．

三、解答题（本题共 68 分，第 17－21 题，每小题 5 分，第 22－23 题，每小题 6 分，第 24 题 5 分，第 25－26 题，每小题 6 分，第 27－28 题，每小题 7 分）解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程．

17. 计算：$\left(-1\right)^{2022}+\sqrt[3]{8}-\left(\frac{1}{3}\right)^{-1}+\sqrt{2}\sin 45^{\circ}$．

【答案】1

【解析】

【分析】先计算乘方和开方运算，并把特殊角的三角函数值代入，再计算乘法，最后计算加减即可求解．

【详解】解：原式=1+2-3+$\sqrt{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}$

=1+2-3+1

=1

【点睛】本题考查实数的混合运算，熟练掌握负整指数幂的运算法则和熟记特殊角的三角函数值是解题的关键．

18. 解不等式$6-4x\geq 3x-8$，并写出其正整数解．

【答案】$x\leq 2$，正整数解为 1，2．

【解析】

【分析】首先利用不等式的基本性质解不等式，再从不等式的解集中找出适合条件的正整数解即可．

【详解】解：$6-4x\geq 3x-8$，

移项得：$-4x-3x\geq -8-6$，

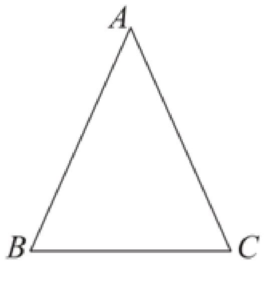
合并同类项得：$-7x\geq -14$，

系数化为 1 得：$x\leq 2$，

∴不等式的正整数解为 1，2．

【点睛】本题考查了一元一次不等式的整数解，正确解不等式，求出解集是解答本题的关键．

19. 如图，在$\triangle ABC$中，$AB=AC$．



求作：直线AD，使得$AD\,/\!/\,BC$．

小明的作法如下：

①以点A为圆心、适当长为半径画弧，交BA的延长线于点E，交线段AC于点F；

②分别以点E,F为圆心、大于$\frac{1}{2}EF$的长为半径画弧，两弧在$\angle EAC$的内部相交于点D；

③画直线AD．

直线 AD 即为所求，

（1）使用直尺和圆规，依作法补全图形（保留作图痕迹）；

（2）完成下面的证明。

证明：由作法可知：AD 平分 $\angle EAC$.

$\therefore \angle EAD = \angle DAC$ （______________）．（填推理的依据）

$\because AB = AC$，

$\therefore \angle B = \angle C$

$\because \angle EAC = \angle B + \angle C$，

$\therefore \angle EAC = 2\angle B$.

$\because \angle EAC = 2\angle EAD$，

$\therefore \angle EAD =$__________.

$\therefore AD /\!/ BC$ （___________________________）．（填推理的依据）

【答案】（1）补画图形见详解

（2）角平分线的定义，$\angle B$，同位角相等，两直线平行

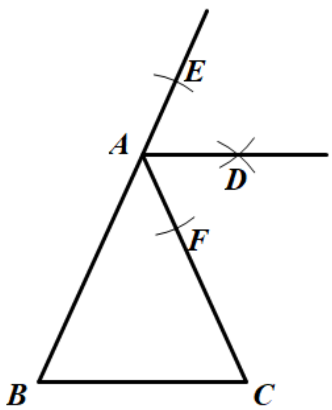
【解析】

【分析】（1）根据要求作出图形即可；

（2）根据角平分线的定义和平行线的判定解决问题即可.

【小问 1 详解】

解：补画图形如下：



【小问 2 详解】

由作法可知：AD 平分 $\angle EAC$.

$\therefore \angle EAD = \angle DAC$ （角平分线的定义）.

$\because AB = AC$，

$\therefore \angle B = \angle C$

$\because \angle EAC = \angle B + \angle C$，

$\therefore \angle EAC = 2\angle B$.

$\because \angle EAC = 2\angle EAD$，

$\therefore \angle EAD = \angle B$.

$\therefore AD /\!/ BC$（同位角相等，两直线平行）.

故答案为：角平分线的定义，$\angle B$，同位角相等，两直线平行.

【点睛】本题主要考查了尺规作图—作角平分线以及平行线的判定等知识，解题关键是掌握基本尺规作图方法和平行线的判定方法.

20. 已知关于x的一元二次方程$x^2-2kx+k^2-1=0$.

（1）不解方程，判断此方程根的情况；

（2）若$x=2$是该方程的一个根，求代数式$-2k^2+8k+5$的值.

【答案】（1）有两个不相等的实数根

（2）11

【解析】

【分析】（1）利用根的判别式 $\Delta=b^2-4ac$ 判断即可.

（2）将 $x=2$ 代入一元二次方程 $x^2-2kx+k^2-1=0$，整理得 $k^2-4k=-3$，再将 $-2k^2+8k+5$ 变形为 $-2(k^2-4k)+5$，代入求值即可.

【小问 1 详解】

解：∵$\Delta=b^2-4ac=(-2k)^2-4(k^2-1)=4k^2-4k^2+4=4>0$，

∴此一元二次方程有两个不相等的实数根.

【小问 2 详解】

将 $x=2$ 代入一元二次方程 $x^2-2kx+k^2-1=0$，

得 $4-4k+k^2-1=0$，

整理得 $k^2-4k=-3$，

∴$-2k^2+8k+5$

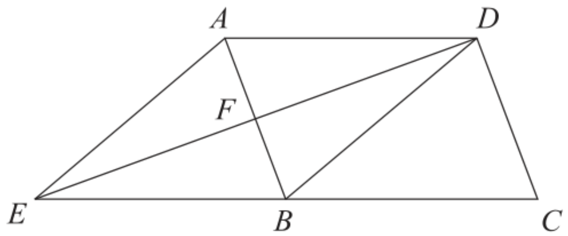
$=-2(k^2-4k)+5$

$=-2\times(-3)+5$

$=11$.

【点睛】本题考查一元二次方程根的判别式、一元二次方程的解，牢记：当 $\Delta=b^2-4ac>0$ 时，一元二次方程有两个不相等的实数根；当 $\Delta=b^2-4ac=0$ 时，一元二次方程有两个相等的实数根；当 $\Delta=b^2-4ac<0$ 时，一元二次方程无实数根.

21. 如图，在平行四边形$ABCD$中，$DB=DA$，点F是AB的中点，连接DF并延长，交CB的延长线于点E，连接AE.



（1）求证：四边形$AEBD$是菱形；

（2）若$DC=\sqrt{10}$，$\tan\angle DCB=3$，求菱形$AEBD$的边长.

【答案】（1）见解析；　（2）边长为 5

【解析】

【分析】由△AFD≌△BFE，推出AD=BE，可知四边形$AEBD$是平行四边形，再根据BD=AD可得结论；

（2）根据菱形的性质得出$\angle ADE=\angle BDE,\angle BDC=\angle BCD$，由各角之间的数量关系得出$\angle BDE+\angle BDC=90^\circ$，根据题意得出$DE=3\sqrt{10}$，再利用勾股定理得出$EC$的长，然后根据直角三角形斜边上的中线即可得出结果.

【小问1详解】

证明：∵四边形$ABCD$是平行四边形

∴$AD//BC$，

∴$\angle ADE=\angle DEB$

∵F是AB的中点，

∴$AF=BF$

∴在ΔAFD与ΔBFE中，

$$\begin{cases}\angle ADF=\angle BEF\\ \angle AFD=\angle BFE\\ AF=BF\end{cases},$$

∴$\Delta AFD\cong\Delta BFE$

∴AD=BE，

∵$AD//BC$，

∴四边形$AEBD$是平行四边形，

∵$DB=DA$，

∴四边形$AEBD$是菱形；

【小问2详解】

解：∵四边形$AEBD$是菱形，$DB=DA$

∴$AD=BD=BE=BC$，

∴$\angle ADE=\angle BDE,\angle BDC=\angle BCD$

∵$AD//BC$

∴$\angle ADE+\angle BDE+\angle BDC+\angle BCD=180^\circ$

∴$\angle BDE+\angle BDC=90^\circ$

∵$DC=\sqrt{10}$，$\tan\angle DCB=3$，

∴$\dfrac{DE}{DC}=3$，$DE=3\sqrt{10}$，

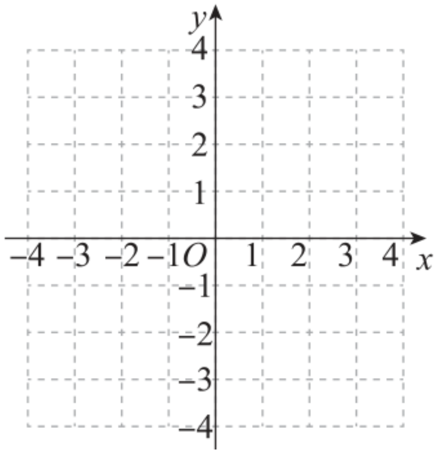
∴$EC=\sqrt{ED^2+CD^2}=10$，

∴EB=BC=BD=$\dfrac{1}{2}EC=5$，

菱形的边长为5.

【点睛】本题考查平行四边形的判定和性质、菱形的判定和性质、全等三角形的判定和性质，解直角三角形等知识，解题的关键是正确寻找全等三角形解决问题，属于中考常考题型．

22. 如图，在平面直角坐标系 xOy 中，双曲线 $y=\frac{k}{x}(k\neq 0)$ 经过点 $A(2,-1)$，直线 l： $y=-2x+b$ 经过点 $B(2,-2)$．



（1）求 k,b 的值；

（2）过点 $P(n,0)\left(n>0\right)$ 作垂直于 x 轴的直线，与双曲线 $y=\frac{k}{x}(k\neq 0)$ 交于点 C，与直线 l 交于点 D．

①当 $n=2$ 时，判断 CD 与 CP 的数量关系；

②当 $CD\le CP$ 时，结合图象，直接写出 n 的取值范围．

【答案】（1）k=-2，b=2；

（2）①CD=CP；②$1\le n\le 2$

【解析】

【分析】（1）直接利用待定系数法即可确定这两个值；

（2）①过点 $P(n,0)(n>0)$ 作垂直于 x 轴的直线，与双曲线交于点 C，与直线 l 交于点 D，由（1）得，双曲线的解析式为 $y=-\frac{2}{x}$，直线的解析式为：$y=-2x+2$，得出 $C(n，-\frac{2}{n})$，D（n，$-2n+2$），得出 DC=$\left|-\frac{2}{n}-\left(-2n+2\right)\right|=\left|2n-\frac{2}{n}-2\right|$，$CP$=$\left|-\frac{2}{n}\right|=\frac{2}{n}$，当 n=2 时，代入求解即可；

②考虑当 CD=CP 时，解方程确定 n 的值，然后作出函数图象，结合图象求解即可．

【小问 1 详解】

解：∵双曲线经过点 $A(2,-1)$，

∴k=2×(-1)=-2，

∵直线 l 经过点 B（2，-2），

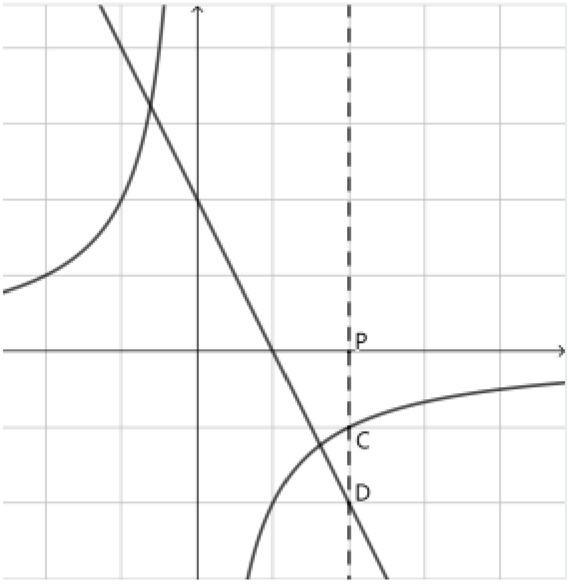
∴-2=-2×2+b，

解得 b=2，

即 k、b 的值分别为：-2；2；

【小问 2 详解】

①过点 $P(n,0)(n>0)$作垂直于 x 轴的直线，与双曲线交于点 C，与直线 l 交于点 D，由（1）得，双曲线的解析式为 $y=-\dfrac{2}{x}$，直线的解析式为：$y=-2x+2$，



∴$C(n,\ -\dfrac{2}{n})$，D（n，$-2n+2$）

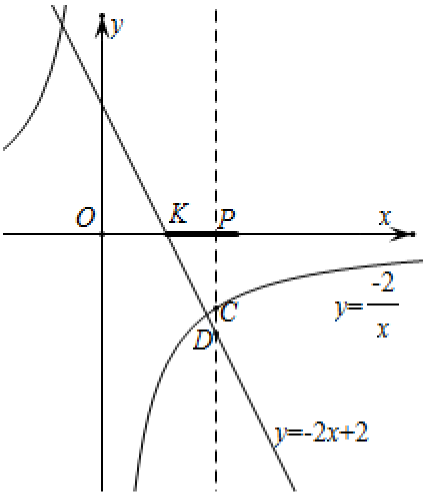
∴$DC=\left|-\dfrac{2}{n}-(-2n+2)\right|=\left|2n-\dfrac{2}{n}-2\right|$，$CP=\left|-\dfrac{2}{n}\right|=\dfrac{2}{n}$，

当 $n=2$ 时，$P(2,0)$、$C(2,-1)$、$D(2,-2)$，此时点 C 与点 A 重合，点 D 与点 B 重合，

∴$CD=-1-(-2)=1$，$CP=0-(-1)=1$，

∴$CD=CP$；

②设直线 l：$y=-2x+2$ 与 x 轴交于 K，如图：



在 $y=-2x+2$ 中，令 $y=0$ 得 $x=1$，

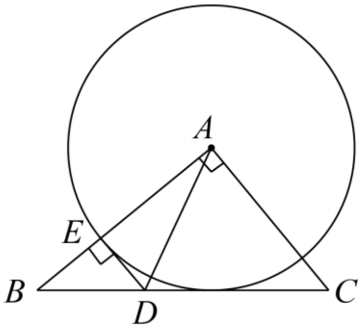
∴K（1，0），

由图可知，当 P 位于 K 及右侧，（2，0）及左侧时，$CD\le CP$，

∴$1\le n\le 2$．

【点睛】题目主要考查一次函数与反比例函数综合问题，包括待定系数法确定函数解析式，坐标系中两点间的距离及数形结合思想等，理解题意，综合运用这些知识点是解题关键.

23. 如图，在$\triangle ABC$中，$AB>AC$，$\angle BAC=90°$，在CB上截取$CD=CA$，过点D作$DE\perp AB$于点E，连接AD，以点A为圆心、AE的长为半径作$\odot A$.



（1）求证：BC是$\odot A$的切线；

（2）若$AC=5$，$BD=3$，求DE的长.

【答案】（1）见解析　（2）$\dfrac{15}{8}$

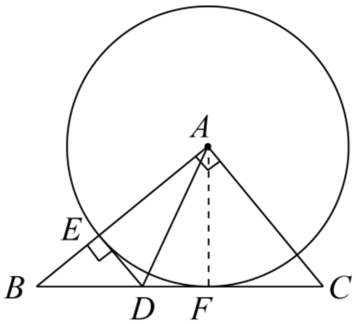
【解析】

【分析】（1）过点A作$AF\perp BC$于F，根据同旁内角互补证得$DE//AC$，可证得$\angle DAC=\angle ADE$，利用AAS可证得$\triangle ADE\cong\triangle ADF$，则可证得$AF=AE$，根据切线的判定即可求证结论.

（2）根据角相等即可得$\triangle BDE\sim\triangle BCA$，利用相似三角形的性质即可求解.

【小问1详解】

过点A作$AF\perp BC$于F，如图所示，



$\because DE\perp AB$，

$\therefore \angle AED=90°$，

$\because \angle BAC=90°$，

$\therefore \angle AED+\angle BAC=180°$，

$\therefore DE//AC$，

$\therefore \angle DAC=\angle ADE$，

$\because CD=AC$，

$\therefore \angle DAC=\angle ADC$，

$\therefore \angle ADE = \angle ADC$，

在$\triangle ADE$和$\triangle ADF$中，

$$\begin{cases} \angle AED = \angle AFD \\ \angle ADE = \angle ADF \\ AD = AD \end{cases},$$

$\therefore \triangle ADE \cong \triangle ADF(AAS)$，

$\therefore AF = AE$，且AE为$\odot A$的半径，

$\therefore AF$是$\odot A$的半径，

$\therefore BC$是$\odot A$的切线．

【小问2详解】

$\because AC = 5$，

$\therefore CD = AC = 5$，

$\therefore BC = BD + CD = 3 + 5 = 8$，

$\because \angle DEB = \angle BAC = 90^\circ$，$\angle B = \angle B$，

$\therefore \triangle BDE \sim \triangle BCA$，

$\therefore \frac{DE}{AC} = \frac{BD}{BC}$，

$\therefore \frac{DE}{5} = \frac{3}{8}$，解得$DE = \frac{15}{8}$，

$\therefore DE$的长为$\frac{15}{8}$．

【点睛】本题考查了切线判定、三角形全等的判定及性质、相似三角形的判定及性质，熟练掌握全等三角形的判定及性质，切线的判定及相似三角形判定及性质是解题的关键．

24. 某研究中心建立了自己的科技创新评估体系，并对2021年中国城市的科技创新水平进行了评估。科技创新综合指数由科技创新总量指数和科技创新效率指数组成（以下简称：综合指数、总量指数和效率指数）。该研究中心对2021年中国城市综合指数得分排名前40的城市的有关数据进行收集、整理、描述和分析。下面给出了部分信息：

a．综合指数得分的频数分布表（数据分成6组：$65.0x \le 70.0$，$70.0 \le x < 75.0$，$75.0 \le x < 80.0$，$80.0 \le x < 85.0$ $85.0 \le x < 90.0$，$90.0 \le x < 95.0$）：

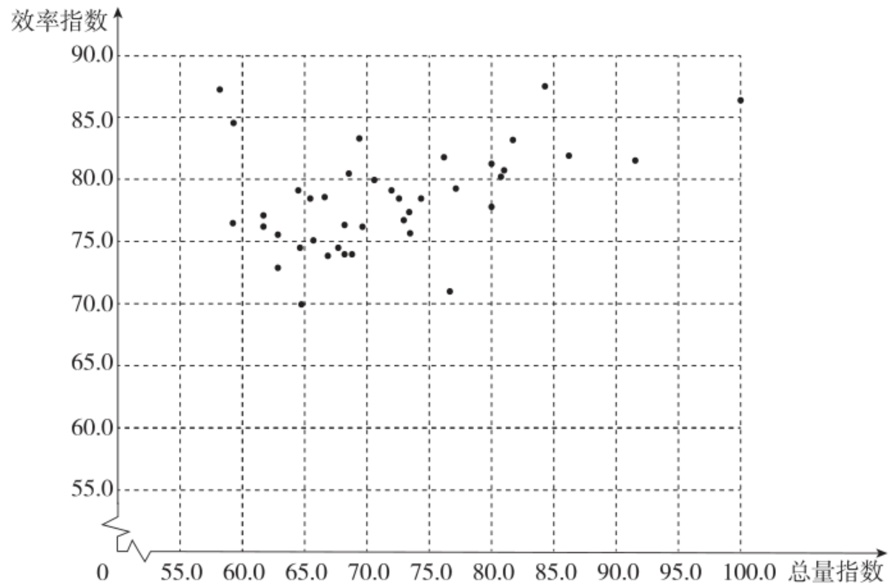
综合指数得分	频数
$65.0x \le 70.0$	8
$70.0 \le x < 75.0$	16
$75.0 \le x < 80.0$	8
$80.0 \le x < 85.0$	m
$85.0 \le x < 90.0$	2

$90.0 \le x < 95.0$	1
合计	40

b．综合指数得分在 $70.0 \le x < 75.0$ 这一组的是：

70.0 70.4 70.6 70.7 71.0 71.0 71.1 71.2 71.8 71.9 72.5 73.8 74.0 74.4 74.5 74.6

c．40 个城市的总量指数与效率指数得分情况统计图：



（数据来源于网络《2021 年中国城市科技创新指数报告》）

根据以上信息，回答下列问题：

（1）综合指数得分的频数分布表中，m＝______________；

（2）40 个城市综合指数得分的中位数为____________；

（3）以下说法正确的是____________.

①某城市创新效率指数得分排名第 1，该城市的总量指数得分大约是 86.2 分；

②大多数城市效率指数高于总量指数，可以通过提升这些城市的总量指数来提升城市的综合指数.

【答案】（1）5 （2）73.9

（3）②

【解析】

【分析】（1）用总数减去其它各组频数即可得出 m 的值；

（2）根据中位数的定义判断即可，将一组数据按照从小到大（或从大到小）的顺序排列，如果数据的个数是奇数，则处于中间位置的数就是这组数据的中位数，如果这组数据的个数是偶数，则中间两个数据的平均数就是这组数据的中位数；

（3）根据图表数据判断即可.

【小问 1 详解】

m＝40 - 8 - 16 - 8 - 2 - 1＝5，

故答案为：5；

【小问 2 详解】

40 个城市综合指数得分从小到大排列，排在第 20 和 21 位的两个数分别为 73.8，74.0，故中位数为 $\frac{73.8+74.0}{2}=$ 73.9，

故答案为：73.9；

【小问 3 详解】

由题意可知，某城市创新效率指数得分排名第 1，该城市的总量指数得分大约是 84 分，故①说法错误；

大多数城市效率指数高于总量指数，可以通过提升这些城市的总量指数来提升城市的综合指数，故②说法正确.

故答案为：②.

【点睛】本题考查了频数分布表、统计图、中位数；读懂频数分布直方图和统计图是解题的关键.

25. 小强用竹篱笆围一个面积为 $\frac{9}{4}$ 平方米的矩形小花园，他考虑至少需要几米长的竹篱笆（不考虑接缝），根据学习函数的经验，他做了如下的探究，请你完善他的思考过程.

（1）建立函数模型：

设矩形小花园的一边长为 x 米，则矩形小花园的另一边长为__________米（用含 x 的代数式表示）；若总篱笆长为 y 米，请写出总篱笆长 y（米）关于边长 x（米）的函数关系式__________；

（2）列表：

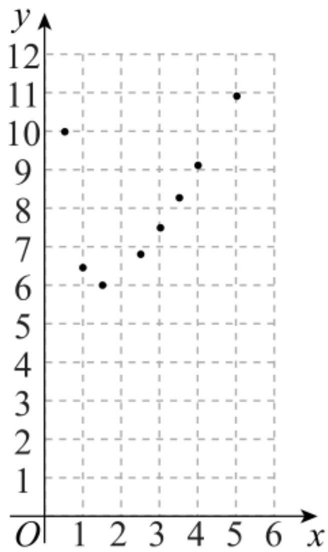
根据函数的表达式，得到了 x 与 y 的几组对应值，如下表：

x	$\frac{1}{2}$	1	$\frac{3}{2}$	2	$\frac{5}{2}$	3	$\frac{7}{2}$	4	$\frac{9}{2}$	5
y	10	$\frac{13}{2}$	6	a	$\frac{34}{5}$	$\frac{15}{2}$	$\frac{58}{7}$	$\frac{73}{8}$	b	$\frac{109}{10}$

表中 $a=$________，$b=$ ________；

（3）描点、画出函数图象：

如图，在平面直角坐标系 xOy 中，将表中未描出的点 $(2,a)$，$(\frac{9}{2},b)$ 补充完整，并根据描出的点画出该函数的图象；



（4）解决问题：

根据以上信息可得，当 $x=$__________时，y 有最小值．由此，小强确定篱笆长至少为_________米．

【答案】（1）$\frac{9}{4x}$，$y=2x+\frac{9}{2x}$

（2）6.25，10　（3）见解析

（4）1.5，6

【解析】

【分析】（1）根据矩形的面积公式，求得另一边的长，根据矩形的周长列出函数关系式；

（2）将 $x=2$ 与 $x=\frac{9}{2}$ 代入（1）中函数关系式即可求解；

（3）表中未描出的点 $(2,6.25)$，$(\frac{9}{2},10)$ 补充完整，并根据描出的点画出该函数的图象；

（4）结合函数图像即可求解．

【小问 1 详解】

解：∵面积为 $\frac{9}{4}$ 平方米的矩形小花园，设矩形小花园的一边长为 x 米，

则矩形小花园的另一边长为 $\frac{\frac{9}{4}}{x}=\frac{9}{4x}$

若总篱笆长为 y 米，则 $y=2\left(x+\frac{9}{4x}\right)=2x+\frac{9}{2x}\ \ (x>0)$

故答案为：$\frac{9}{4x}$，$y=2x+\frac{9}{2x}$

【小问 2 详解】

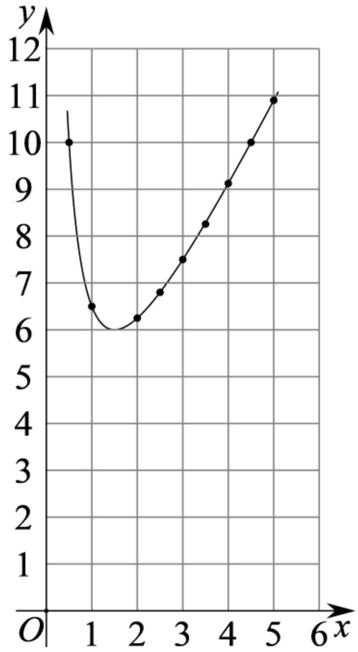
当 $x=2$ 时，$a=2\times2+\frac{9}{4}=6.25$，

当 $x=\frac{9}{2}$ 时，$b=2\times\frac{9}{2}+\frac{9}{2\times\frac{9}{2}}=10$

故答案为：6.25，10

【小问 3 详解】

在坐标系描出点 $(2,6.25)$，$(\frac{9}{2},10)$，并用平滑的曲线连接点，如图，



【小问 4 详解】

根据以上信息可得，当 $x=1.5$ 时，y 有最小值为 6．由此，小强确定篱笆长至少为 6 米．

故答案为：1.5，6

【点睛】本题考查了描点法画函数图象，根据函数图象获取信息，求函数值，理解题意，掌握描点法画函数图象是解题的关键．

26. 在平面直角坐标系 xOy 中，抛物线 $y=ax^2+bx+1(a\neq 0)$ 的对称轴是直线 $x=3$．

（1）直接写出抛物线与 y 轴的交点坐标；

（2）求抛物线的顶点坐标（用含 a 的式子表示）；

（3）若抛物线与 x 轴相交于 A,B 两点，且 $AB\leq 4$，求 a 的取值范围．

【答案】（1）（0，1）；

（2）（3，－9a+1）；

（3）$\frac{1}{9}<a\leq\frac{1}{5}$

【解析】

【分析】（1）根据 y 轴上点的坐标特征，即可求出答案；

（2）根据抛物线的对称轴为直线 $x=3$，求出 $b=-6a$，进而得出抛物线解析式，最后将 $x=3$ 代入抛物线解析式求出顶点坐标的纵坐标，即可得出结论；

（3）①当 $a<0$ 时，抛物线开口向下，不妨设点 A 在点 B 的左侧，由（1）知，抛物线 $y=ax^2+bx+1$ 与 y 轴的交点为（0，1），进而判断出 $x_A<0$，$x_B>6$，得出 $AB=|x_B-x_A|>6$，判断出此种情况不符合题意，

②当 $a>0$ 时，抛物线的开口向上，判断出在 x 轴上关于抛物线的对称轴 $x=3$ 对称且距离为 4 的两点的坐标为（1，0），（5，0），再由当 $x=1$ 时，得出 $a-6a+1\geq 0$，求出 $a\leq\frac{1}{5}$，再根据 $y_{顶点}=-9a+1<0$，即可得出答案．

【小问 1 详解】

针对于抛物线 $y=ax^2+bx+1$，

令 $x=0$，则 $y=1$，

∴抛物线与 y 轴的交点坐标为（0，1）；

【小问 2 详解】

∵抛物线 $y=ax^2+bx+1$（$a\neq0$）的对称轴是直线 $x=3$，

∴ $-\frac{b}{2a}=3$，

∴$b=-6a$，

∴抛物线的解析式为 $y=ax^2-6ax+1$，

当 $x=3$ 时，$y=9a-18a+1=-9a+1$，

∴抛物线的顶点坐标为（3，$-9a+1$）；

【小问 3 详解】

①当 $a<0$ 时，抛物线开口向下，不妨设点 A 在点 B 的左侧，

由（1）知，抛物线 $y=ax^2+bx+1$ 与 y 轴的交点为（0，1），

∵抛物线 $y=ax^2+bx+1$ 的对称轴为直线 $x=3$，

∴$x_A<0$，$x_B>6$，

∴$AB=|x_B-x_A|>6$，

∵$AB\leq4$，

∴此种情况不符合题意，

②当 $a>0$ 时，抛物线的开口向上，

由（2）知，抛物线的解析式为 $y=ax^2-6ax+1$，

在 x 轴上关于抛物线的对称轴 $x=3$ 对称且距离为 4 的两点的坐标为（1，0），（5，0），

∵$AB\leq4$，

∴当 $x=1$ 时，$y=ax^2-6ax+1=a-6a+1\geq0$，

∴$a\leq\frac{1}{5}$，

∵抛物线与 x 轴有两个交点，

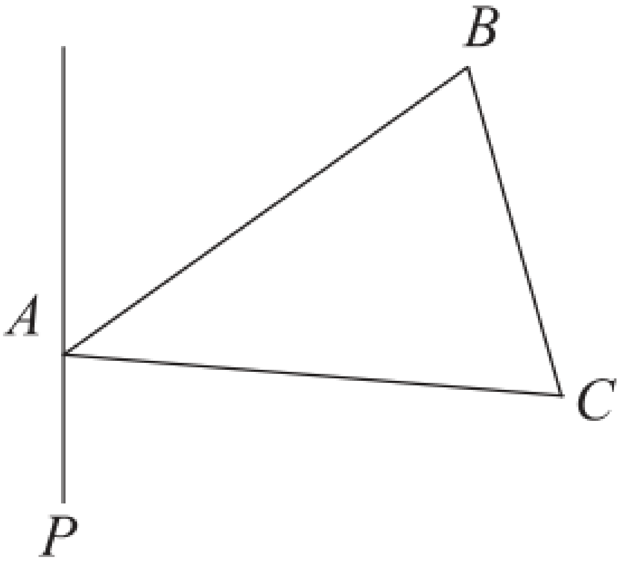
∴$y_{顶点}=-9a+1<0$，

∴$a>\frac{1}{9}$，

∴ $\frac{1}{9}<a\leq\frac{1}{5}$.

【点睛】此题主要考查了二次函数的图像和性质，顶点坐标的求法，掌握二次函数的性质是解本题的关键.

27. 如图，在$\triangle ABC$中，$AB=AC$，$\angle CAB=2\alpha$，在△ABC 的外侧作直线 $AP(90°-a<\angle PAC<180°-2a)$，作点 C 关于直线 AP 的对称点 D，连接 AD,BD,BD 交直线 AP 于点 E.



（1）依题意补全图形；

（2）连接CE，求证：$\angle ACE=\angle ABE$；

（3）过点 A 作 $AF\perp CE$ 于点 F，用等式表示线段 $BE, 2EF, DE$ 之间的数量关系，并证明.

【答案】（1）作图见解析

（2）证明见解析　（3）$BE+2EF=DE$，理由见解析

【解析】

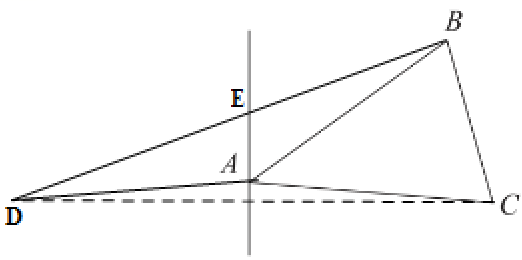
【分析】（1）作点 C 关于直线 AP 的对称点 D，连接 AD, BD, BD 交直线 AP 于点 E 即可；

（2）根据垂直平分线的性质得出 $AD=AC$，结合 $AB=AC$，求出 $AD=AB$，则可求得$\angle ABE=\angle ADE$，然后根据垂直平分线的性质和角的和差关系推出$\angle ADE=\angle ACE$，则可得出结论；

（3）线段 $BE, 2EF, DE$ 之间的数量关系为：$BE+2EF=DE$；作 $AG\perp BD$ 于 G，根据等腰三角形的性质推出 $BE+2GE=DE$，然后利用“AAS”证明$\triangle AGE\cong\triangle AFE$，得出 $GE=GF$，则可得出结论.

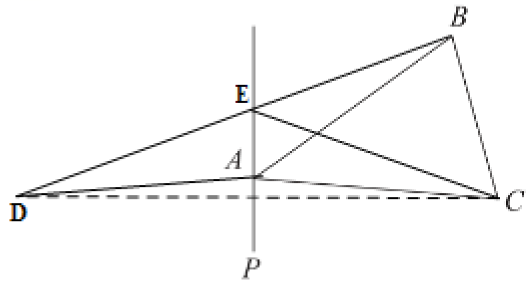
【小问 1 详解】

解：如图，



【小问 2 详解】

证明：如图，



由题意得：AP 是 CD 的垂直平分线，

∴$AD=AC$，

又∵$AB=AC$，

∴$AD=AB$，

∴$\angle ABE=\angle ADE$，

∵AP 是 CD 的垂直平分线，

∴$CE=DE$，$DA=CA$，

∴$\angle CDE=\angle DCE$，$\angle CDA=\angle DCA$，

∴$\angle CDE-\angle CDA=\angle DCE-\angle DCA$，

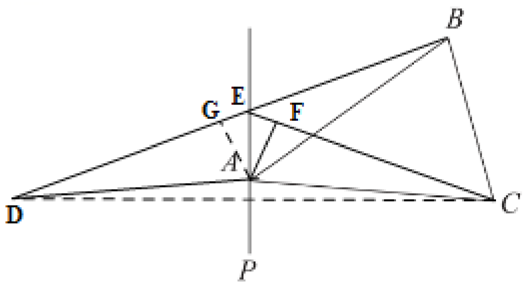
即$\angle ADE=\angle ACE$，

∴$\angle ACE=\angle ABE$；

【小问 3 详解】

线段 $BE, 2EF, DE$ 之间的数量关系为：$BE+2EF=DE$，理由如下：

如图：作 $AG\perp BD$ 于 G，



∵由（2）得 $AB=AD$，

∴$GD=GB$，

∴$DE-GE=BE+EG$，

∴$BE+2GE=DE$，

由（2）得 $ED=EC$，

又∵EP 是 CD 的垂直平分线，

∴$\angle DEP=\angle CEP$（三线合一），

∵$AG\perp ED$，$AF\perp EC$，

∴$AG=AF$，

∴$\triangle AGE\cong\triangle AFE$（$AAS$），

∴$GE=GF$，

∴$BE+2EF=DE$.

【点睛】本题考查了作对称图形，垂直平分线的性质，等腰三角形的性质，三角形全等的判定和性质，角平分线的性质，解题的关键是根据题意作出辅助线，把 EF 转化为 GE.

28. 在平面直角坐标系 xOy 中，对于图形 G 及过定点 $P\left(3,0\right)$ 的直线 l，有如下定义：过图形 G 上任意一点 Q 作 $QH\perp l$ 于点 H，若 $QH+PH$ 有最大值，那么称这个最大值为图形 G 关于直线 l 的最佳射影距离，记作 $d(G,l)$，此时点 Q 称为图形 G 关于直线 l 的最佳射影点.

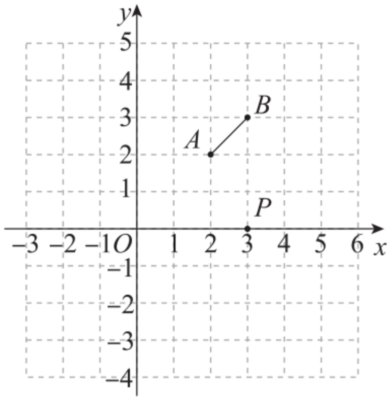
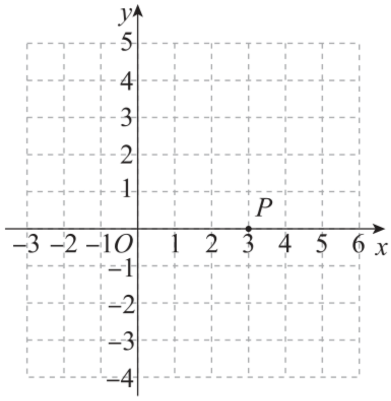


图 1



备用图

（1）如图 1，已知 $A\left(2,2\right)$，$B\left(3,3\right)$，写出线段 AB 关于 x 轴的最佳射影距离 $d(AB,x\text{轴})=$____________；

（2）已知点 $C\left(3,2\right)$，⊙C 的半径为 $\sqrt{2}$，求⊙C 关于 x 轴的最佳射影距离 d（⊙C，x 轴），并写出此时⊙C 关于 x 轴的最佳射影点 Q 的坐标；

（3）直接写出点 $D(0,\sqrt{3})$ 关于直线 l 的最佳射影距离 $d(\text{点}D,l)$ 的最大值.

【答案】（1）3　（2）4，$Q\left(2,3\right)$

（3）$2\sqrt{6}$

【解析】

【分析】（1）求得直线 AB 的解析式，发现线段 AB 上任意一点都是线段 AB 关于 x 轴的最佳射影点，进而即可求解；

（2）根据（1）的结论，设直线 $y=x+b$ 与⊙C 相切，切点 Q 即为⊙C 关于 x 轴的最佳射影点 Q；

（3）根据题意过点 D 作 $DE\perp EP$，则点 E 在为以 DP 为直径，DP 的中点为圆心的圆上，根据勾股定理求得 DP 的长，进而根据定义结合（1）的结论可得当△DEP 为等腰直角三角形时，$D(0,\sqrt{3})$ 关于直线 PE 的最佳射影距离 $d(\text{点}D,l)$ 取得最大值.

【小问 1 详解】

解：∵ $A\left(2,2\right)$，$B\left(3,3\right)$，

则直线 BA 的解析式为 $y=x$，设线段 AB 上任一点的坐标为 $\left(x,x\right)\left(2\le x\le 3\right)$

则线段 AB 关于 x 轴的最佳射影距离 $d(AB,x\text{轴})=x+3-x=3$

故答案为：3

【小问 2 详解】

$Q(2,3)$

由（1）可知，当直线与 x 轴夹角为 45 度时，即 $k=1$ 时，直线上的点到 x 轴的最佳射影距离相等，

设直线 $y=x+b$ 与 $\odot C$ 相切于点 Q，

$\therefore CQ=\sqrt{2}$，

$\because C(3,2)$，

设过 C 直线且与 $y=x$ 平行的直线为 $y=x+t$，

则 $t=3-2=1$，

即 $y=x-1$，

$\because CQ=\sqrt{2}$，

根据题意求最大值，则 $\odot O$ 的切线在 $y=x-1$ 上方，

过点 Q 作 $QH\perp x$ 轴于 H 点，过点 C 作 $CM\perp OH$，如图，

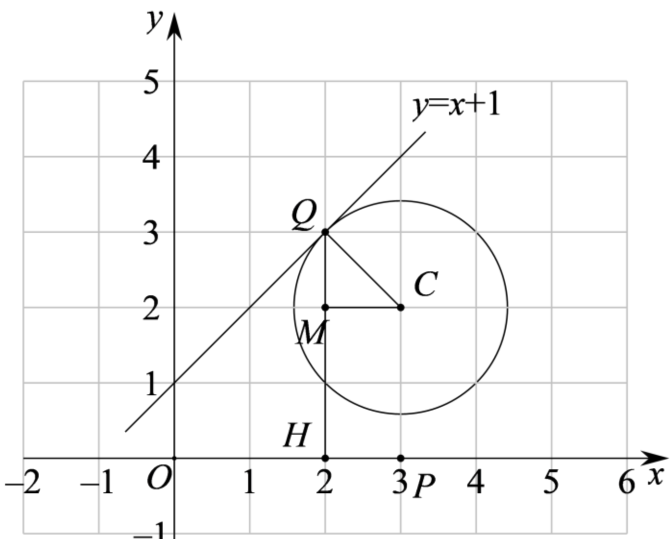
则 $CM=QM=1$，

$\therefore$ $y=x+b$ 为 $y=x-1$ 向左平移 1 个单位，再向上平移一个单位，

即 $\odot O$ 的切线为 $y=x+1$，

由 $C(2,3)$ 向左平移 1 个单位，再向上平移一个单位，得到 $Q(2,3)$，

$\odot C$ 关于 x 轴的最佳射影距离 d（$\odot C$，x 轴）$=QH+HP=3+1=4$，



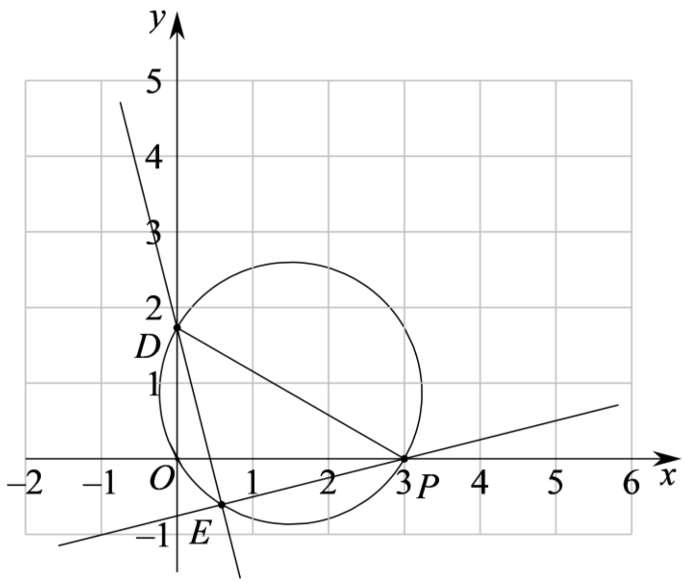
【小问 3 详解】

根据题意过点 D 作 $DE\perp EP$，则点 E 在为以 DP 为直径，DP 的中点为圆心的圆上，

根据勾股定理求得 $DP=\sqrt{3+3^2}=2\sqrt{3}$，

$\therefore$ 由（2）可知当过点 D 的切线与 PE 的夹角为 45 度时，满足定义，

即当 $\triangle DEP$ 为等腰直角三角形时，$D(0,\sqrt{3})$ 关于直线 PE 的最佳射影距离 $d(点D,l)$ 取得最大值 $=\dfrac{2\sqrt{3}}{\sqrt{2}}\times 2=2\sqrt{6}$



【点睛】本题考查了新定义，坐标与图形，切线的性质，90 度角所对的弦是直径，勾股定理求两点坐标距离，理解新定义并从（1）得到结论是解题的关键．