2020北京西城初三二模

数　　学

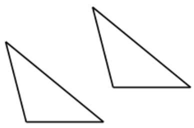
2020.6

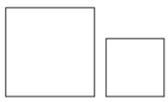
考生须知	1. 本试卷共8页，共三道大题，28道小题。满分100分。考试时间120分钟。 2. 在试卷和草稿纸上准确填写姓名、准考证号、考场号和座位号。 3. 试题答案一律填涂或书写在答题卡上，在试卷上作答无效。 4. 在答题卡上，选择题、作图题用2B铅笔作答，其他试题用黑色字迹签字笔作答。 5. 考试结束，将本试卷、答题卡和草稿纸一并交回。

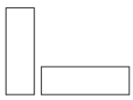
一、选择题（本题共16分，每小题2分）

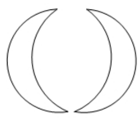
第1-8题均有四个选项，符合题意的选项只有一个.

1.下列各组图形中，能将其中一个图形经过平移变换得到另一个图形的是


（A）


（B）


（C）


（D）

2.中国国家航天局2020年4月24日在“中国航天日”之际宣布，将中国行星探测任务命名为“天问”，将中国首次火星探测任务命名为“天问一号”．火星具有与地球十分相近的环境，与地球最近的时候距离约5 500万千米，将5 500用科学记数法表示为

（A）0.55×10^{4}　　（B）5.5×10^{3}　　（C）5.5×10^{2}　　（D）55×10^{2}

3.图1是某个几何体的平面展开图，该几何体是

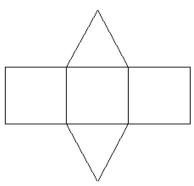
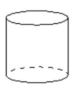
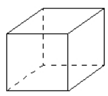
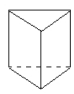


图1


（A）


（B）

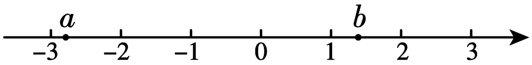

（C）


（D）

4.下列运算中，正确的是

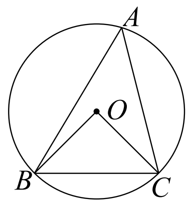
（A）$a\cdot a^{2}=a^{3}$　　（B）$a^{6}\div a^{2}=a^{3}$　　（C）$2a^{2}-a^{2}=2$　　（D）$\left(3a^{2}\right)^{2}=6a^{4}$

5. 如图，实数 a，b 在数轴上的对应点的位置如图所示，则正确的结论是



（A）$|a|>3$　　（B）$-1<-b<0$　　（C）$a<-b$　　（D）$a+b>0$

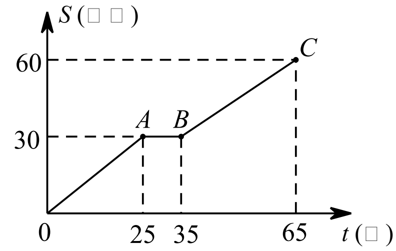
6. 如图，△ABC 内接于⊙O，若∠A＝45°，OC＝2，则 BC 的长为



（A）$\sqrt{2}$　　（B）$2\sqrt{2}$

（C）$2\sqrt{3}$　　（D）4

7. 某人开车从家出发去植物园游玩，设汽车行驶的路程为 S（千米），所用时间为 t（分），S 与 t 之间的函数关系如图所示．若他早上 8 点从家出发，汽车在途中停车加油一次，则下列描述中，不正确的是



（A）汽车行驶到一半路程时，停车加油用时 10 分钟

（B）汽车一共行驶了 60 千米的路程，上午 9 点 5 分到达植物园

（C）加油后汽车行驶的速度为 60 千米/时

（D）加油后汽车行驶的速度比加油前汽车行驶的速度快

8. 张老师将自己 2019 年 10 月至 2020 年 5 月的通话时长（单位：分钟）的有关数据整理如下：

①2019 年 10 月至 2020 年 3 月通话时长统计表

时间	10 月	11 月	12 月	1 月	2 月	3 月
时长（单位：分钟）	520	530	550	610	650	660

②2020 年 4 月与 2020 年 5 月，这两个月通话时长的总和为 1100 分钟

根据以上信息，推断张老师这八个月的通话时长的中位数可能的最大值为

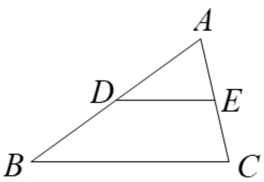
（A）550　　（B）580　　（C）610　　（D）630

二、填空题（本题共 16 分，每小题 2 分）

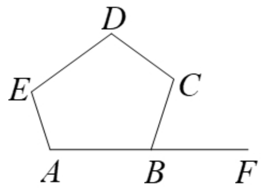
9. 若代数式 $\dfrac{1}{x-2}$ 在实数范围内有意义，则 x 的取值范围是_______.

10. 因式分解：$a^3-a=$_______.

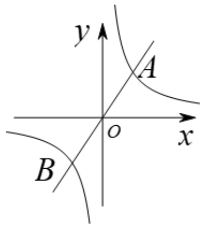
11. 如图，D，E分别是△ABC的边AB，AC的中点，若△ADE的面积为1，则△ABC的面积等于______.



第11题图



第12题图

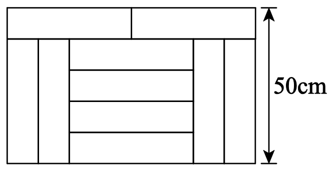


第13题图

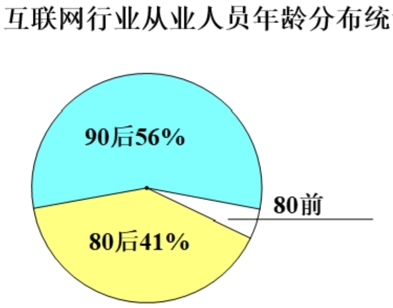
12. 如图，∠A=∠ABC=∠C=∠D=∠E，点F在AB的延长线上，则∠CBF的度数是__.

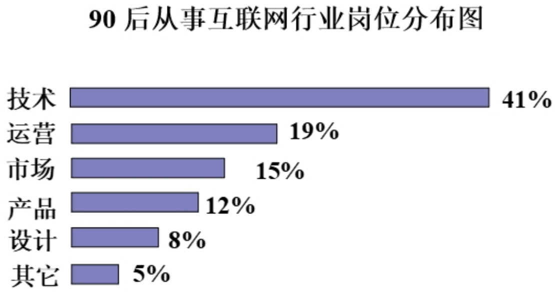
13. 如图，双曲线$y=\dfrac{k}{x}$与直线$y=mx$交于A，B两点，若点A的坐标为（2，3），则点B的坐标为_______.

14. 如图，用10个大小、形状完全相同的小矩形，拼成一个宽为50 cm的大矩形，设每个小矩形的长为 x cm，宽为y cm，则可以列出的方程组是______.



15. 某调查机构对某地互联网行业从业情况进行调查统计，得到当地互联网行业从业人员年龄分布统计图和当地90后从事互联网行业岗位分布统计图：





对于以下四种说法，你认为正确的是_______（写出全部正确说法的序号）.

① 在当地互联网行业从业人员中，90后人数占总人数的一半以上

② 在当地互联网行业从业人员中，80前人数占总人数的13%

③ 在当地互联网行业中，从事技术岗位的90后人数超过总人数的20%

④ 在当地互联网行业中，从事设计岗位的90后人数比80前人数少

16. 一个袋中装有偶数个球，其中红球、黑球各占一半，甲、乙、丙是三个空盒．每次从袋中任意取出两个球，如果先放入甲盒的球是红球，则另一个球放入乙盒；如果先放入甲盒的球是黑球，则另一个球放入丙盒. 重复上述过程，直到袋中所有的球都被放入盒中.

（1）某次从袋中任意取出两个球，若取出的球都没有放入丙盒，则先放入甲盒的球的颜色是_____.

（2）若乙盒中最终有 5 个红球，则袋中原来最少有____个球.

三、解答题（本题共 68 分，第 17-22 题，每小题 5 分，第 23-26 题，每小题 6 分，第 27，28 题，每小题 7 分）

解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程.

17. 计算：$\sqrt{12}+(\pi-2020)^{0}-3\tan 30^{\circ}+\left|\sqrt{3}-1\right|$.

18. 解方程：$\dfrac{x}{x-1}+1=\dfrac{2x}{3x-3}$.

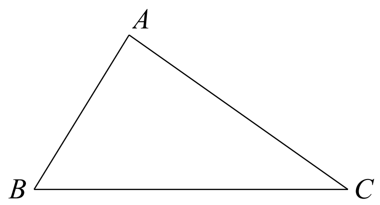
19. 已知关于 x 的一元二次方程 $x^{2}-(2k+1)x+2k=0$.

（1）求证：方程总有两个实数根；

（2）若该方程有一个根大于 2，求 k 的取值范围.

20. 下面是小明设计的“在已知三角形的一边上取一点，使得这点到这个三角形的另外两边的距离相等”的尺规作图过程：

已知：$\triangle ABC$.



求作：点 D，使得点 D 在 BC 边上，且到 AB，AC 边的距离相等.

作法：如图，

作 $\angle BAC$ 的平分线，交 BC 于点 D.

则点 D 即为所求.

根据小明设计的尺规作图过程，

（1）使用直尺和圆规，补全图形(保留作图痕迹)；

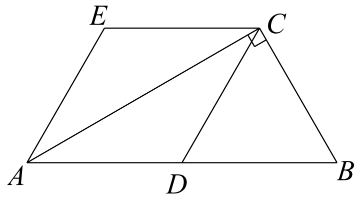
（2）完成下面的证明.

证明：作 $DE\perp AB$ 于点 E，作 $DF\perp AC$ 于点 F，

∵ AD 平分 $\angle BAC$，

∴ _______ =_______ （　　　　　　　）（填推理的依据）.

21. 如图，在 Rt△ABC 中，$\angle ACB = 90°$，D 为 AB 的中点，$AE // DC$，$CE // DA$.

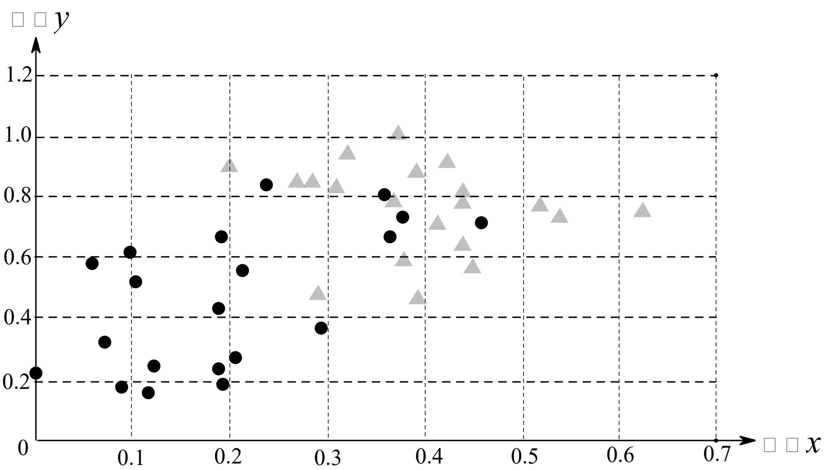


（1）求证：四边形 $ADCE$ 是菱形；

（2）连接 DE，若 $AC = 2\sqrt{3}$，$BC = 2$，

求证：△ADE 是等边三角形.

22. 某医院医生为了研究该院某种疾病的诊断情况，需要调查来院就诊的病人的两个生理指标 x，y，于是他分别在这种疾病的患者和非患者中，各随机选取 20 人作为调查对象，将收集到的数据整理后，绘制统计图如下：



注“●”表示患者，“▲”表示非患者.

根据以上信息，回答下列问题：

（1）在这 40 名被调查者中，

① 指标 y 低于 0.4 的有_________人；

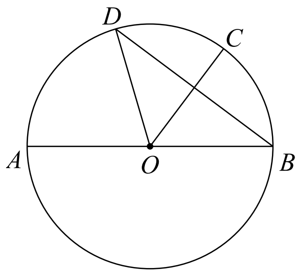
②将 20 名患者的指标 x 的平均数记作 $\overline{x}_1$，方差记作 s_1^2，20 名非患者的指标 x 的平均数记作 $\overline{x}_2$，方差记作 s_2^2，则

$\overline{x}_1$ _____ $\overline{x}_2$，s_1^2 _____ s_2^2（填“>”，“=”或“<”）；

（2）来该院就诊的 500 名未患这种疾病的人中，估计指标 x 低于 0.3 的大约有_____人；

（3）若将“指标 x 低于 0.3，且指标 y 低于 0.8”作为判断是否患有这种疾病的依据，则 发生漏判的概率是_____.

23. 如图，AB 是⊙O 的直径，C，D 是⊙O 上两点，且 $\overset{\frown}{CD}=\overset{\frown}{CB}$，连接 OC，BD，OD.



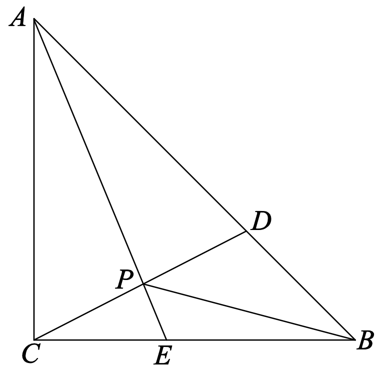
（1）求证：OC 垂直平分 BD;

（2）过点 C 作⊙O 的切线交 AB 的延长线于点 E，连接 AD，CD.

①依题意补全图形；

②若 AD=6，$\sin\angle AEC=\dfrac{3}{5}$，求 CD 的长.

24. 如图，在△ABC 中，AE 平分∠BAC 交 BC 于点 E，D 是 AB 边上一动点，连接 CD 交 AE 于点 P，连接 BP. 已知 AB = 6 cm，设 B，D 两点间的距离为 x cm，B，P 两点间的距离为 y_1 cm，A，P 两点间的距离为 y_2 cm.



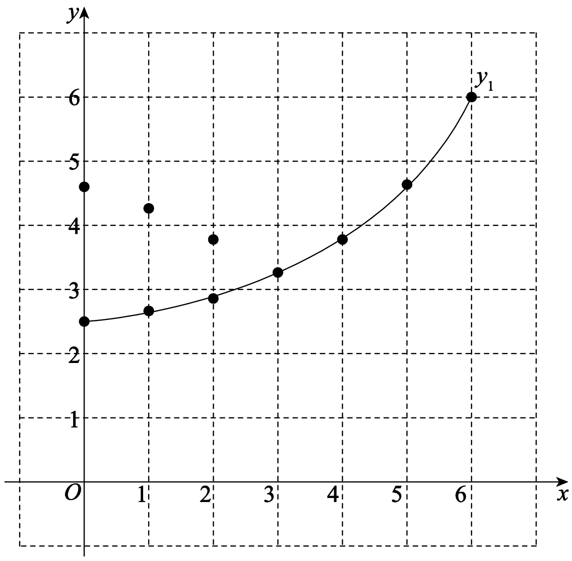
小明根据学习函数的经验，分别对函数 y_1，y_2 随自变量 x 的变化而变化的规律进行了探究.

下面是小明的探究过程，请补充完整：

（1）按照下表中自变量 x 的值进行取点、画图、测量，分别得到了 y_1，y_2 与 x 的几组对应值：

x/cm	0	1	2	3	4	5	6
y_1/cm	2.49	2.64	2.88	3.25	3.80	4.65	6.00
y_2/cm	4.59	4.24	3.80	3.25	2.51		0.00

（2）在同一平面直角坐标系 xOy 中，描出补全后的表中各组数值所对应的点(x，y_1)，(x，y_2)，并画出函数 y_1，y_2 的图象；



（3）结合函数图象，回答下列问题：

① 当 $AP=2BD$ 时，AP 的长度约为 ______________cm；

② 当 BP 平分 $\angle ABC$ 时，BD 的长度约为___________cm.

25. 在平面直角坐标系 xOy 中，函数 $y=\dfrac{m}{x}$（$x>0$）的图象 G 与直线 l：$y=kx-4k+1$ 交于点 A（4，1），点 B（1，n）（$n\geqslant 4$，n 为整数）在直线 l 上.

（1）求 m 的值；

（2）横、纵坐标都是整数的点叫做整点．记图象 G 与直线 l 围成的区域（不含边界）为 W.

① 当 $n=5$ 时，求 k 的值，并写出区域 W 内的整点个数；

② 若区域 W 内恰有 5 个整点，结合函数图象，求 k 的取值范围.

26. 在平面直角坐标系 xOy 中，抛物线 $y=x^2+bx+c$ 与 x 轴交于点 A，B（A 在 B 的左侧），抛物线的对称轴与 x 轴交于点 D，且 $OB=2OD$.

（1）当 $b=2$ 时，

① 写出抛物线的对称轴；

② 求抛物线的表达式；

（2）存在垂直于 x 轴的直线分别与直线 l：$y=x+\dfrac{b+2}{2}$ 和抛物线交于点 P，Q，且点 P，Q 均在 x 轴下方，结合函数图象，求 b 的取值范围.

27. 在正方形 $ABCD$ 中，E 是 CD 边上一点（$CE>DE$），AE，BD 交于点 F.

（1）如图 1，过点 F 作 $GH\perp AE$，分别交边 AD，BC 于点 G，H.

求证：$\angle EAB=\angle GHC$；

（2）AE 的垂直平分线分别与 AD，AE，BD 交于点 P，M，N，连接 CN.

① 依题意补全图形；

② 用等式表示线段 AE 与 CN 之间的数量关系，并证明.

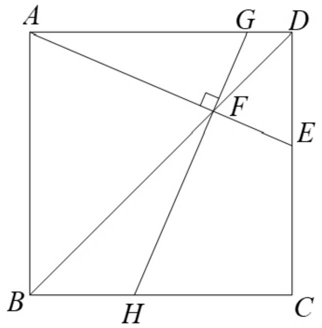
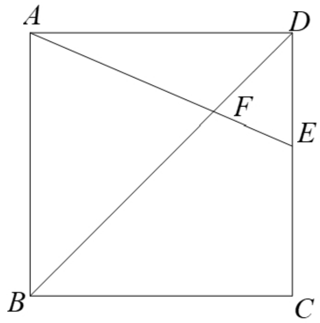


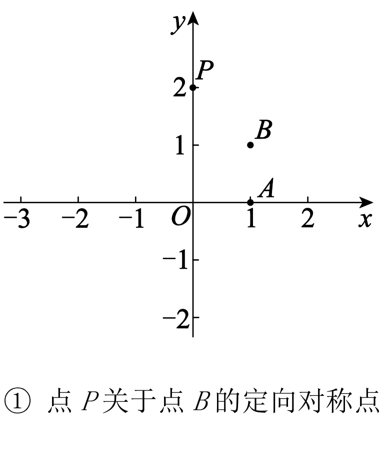
图 1



备用图

28. 对于平面直角坐标系 xOy 中的定点 P 和图形 F，给出如下定义：若在图形 F 上存在一点 N，使得点 Q，点 P 关于直线 ON 对称，则称点 Q 是点 P 关于图形 F 的定向对称点.

（1）如图，$A(1,0)$，$B(1,1)$，$P(0,2)$，



① 点 P 关于点 B 的定向对称点的坐标是________；

② 在点 $C(0,-2)$，$D(1,-\sqrt{3})$，$E(2,-1)$ 中，____________是点 P 关于线段 AB 的定向对称点.

（2）直线 l：$y=\dfrac{\sqrt{3}}{3}x+b$ 分别与 x 轴，y 轴交于点 G，H，$\odot M$ 是以点 $M(2,0)$ 为圆心，$r(r>0)$ 为半径的圆.

①当$r=1$时，若⊙M上存在点K，使得它关于线段GH的定向对称点在线段GH上，求b的取值范围；

②对于$b>0$，当$r=3$时，若线段GH上存在点J，使得它关于⊙M的定向对称点在⊙M上，直接写出b的取值范围.

2020北京西城初三二模数学

参考答案

一、选择题（本题共16分，每小题2分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	A	B	D	A	C	B	D	B

二、填空题（本题共16分，每小题2分）

9．$x\neq 2$ 10. $a(a-1)(a+1)$ 11. 4

12．72°13.（-2，-3）14. $\begin{cases}x+y=50,\\x=4y\end{cases}$

15．①③16.（1）红（2）20.

三、解答题（本题共68分，第17—22题，每小题5分，第23—26题，每小题6分，第27，28题，每小题7分）

17．解：$\sqrt{12}+(\pi-2020)^0-3\tan 30^\circ+\left|\sqrt{3}-1\right|$

$=2\sqrt{3}+1-3\times\dfrac{\sqrt{3}}{3}+\sqrt{3}-1$

$=2\sqrt{3}$．5分

18．解：方程两边乘以$3(x-1)$，得$3x+3(x-1)=2x$．

解得$x=\dfrac{3}{4}$.

检验：当$x=\dfrac{3}{4}$时，$3(x-1)\neq 0$．

所以，原分式方程的解为x=$\dfrac{3}{4}$．　　　　5分

19．解：（1）依题意，得△=$\left[-(2k+1)\right]^2-4\times1\times2k$．

$=\left(2k-1\right)^2$．

∵ $(2k-1)^2 \geqslant 0$，

∴方程总有两个实数根.

（2）解：由求根公式，得 $x=\dfrac{(2k+1)\pm\sqrt{(2k-1)^2}}{2}$，

∴ $x_1=2k$， $x_2=1$.

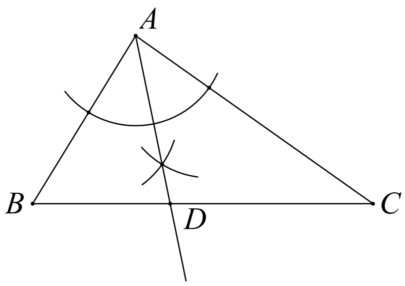
∵该方程有一个根大于 2，

∴ $2k>2$.

∴ $k>1$.

∴k的取值范围是$k>1$. 5 分

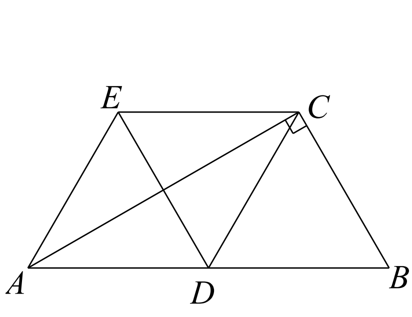
20. 解：（1）如图.



（2）*DE*，*DF*，角平分线上的点到角两边的距离相等.　　　　5 分

21. 证明：（1）∵*AE*// *DC*，*CE*// *DA*，

∴四边形 *ADCE* 是平行四边形.



∵在 Rt△*ABC* 中，*D* 为 *AB* 的中点，

∴$AD=BD=CD=\dfrac{1}{2}AB$.

∴四边形 *ADCE* 是菱形.

（2）在 Rt△*ABC* 中，*AC*=$2\sqrt{3}$，*BC*=2，

$\therefore \tan\angle CAB=\dfrac{BC}{AC}=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$.

$\therefore \angle CAB=30°$.

∵四边形 $ADCE$ 是菱形.

$\therefore AE=AD$，$\angle EAD=2\angle CAB=60°$.

∴△ADE 是等边三角形．5 分

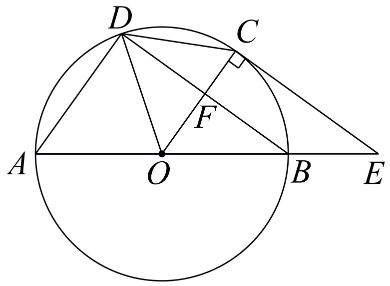
22．解：（1）①9.

②<，>.

（2）100.

（3）0.25.　　　　5 分

23.（1）证明：∵$\overset{\frown}{CD}=\overset{\frown}{CB}$



$\therefore \angle COD=\angle COB$.

∵$OD=OB$,

∴OC 垂直平分 BD.

（2）解：①补全图形，如图所示.

②∵CE 是⊙O 切线，切点为 C,

$\therefore OC\perp CE$ 于点 C.

记 OC 与 BD 交于点 F，由（1）可知 OC 垂直 BD,

$\therefore \angle OCE=\angle OFB=90°$.

$\therefore DB/\!/CE$.

$\therefore \angle AEC=\angle ABD$.

在 Rt△ABD 中，$AD=6$，$\sin\angle AEC=\sin\angle ABD=\dfrac{3}{5}$，

$\therefore BD=8$，$AB=10$.

∴ $OA=OB=OC=5$.

由（1）可知 OC 平分 BD，即 $DF=BF$，

∴ $BF=DF=4$.

∴ $OF=\frac{1}{2}AD=3$.

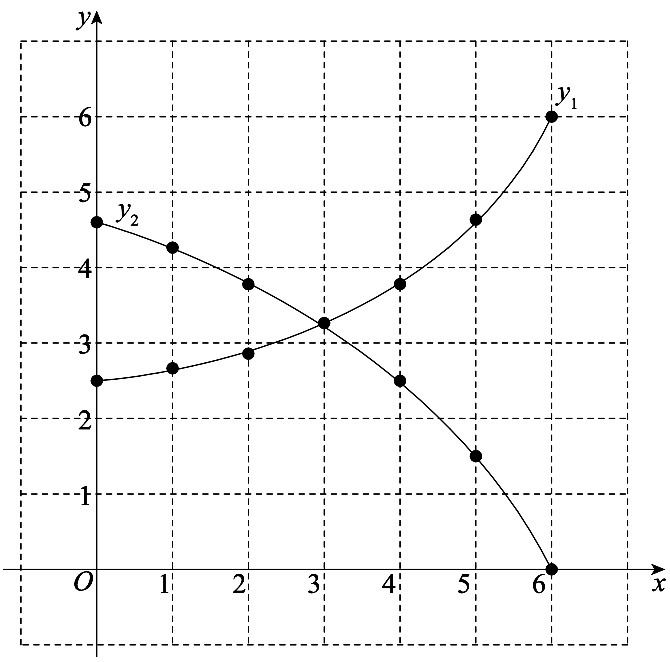
∴ $CF=2$.

在 Rt△CFD 中，$CD=\sqrt{CF^2+DF^2}=2\sqrt{5}$.　　　　6 分

24．解：（1）

x/cm	0	1	2	3	4	5	6
y_1/cm							
y_2/cm						1.50	

（2）画出函数 y_1 的图象；



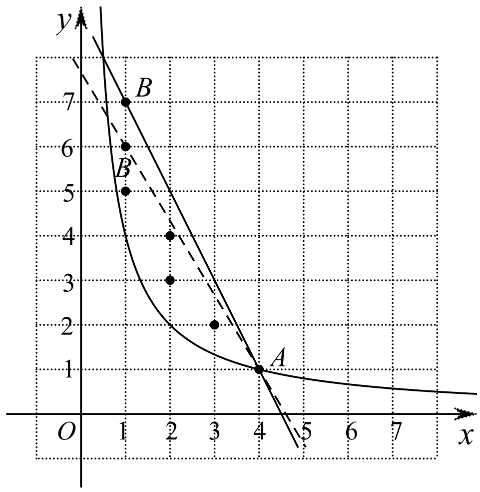
（3）答案不唯一，如：

①3.86；

②3．6 分

25．解：（1）∵点 A（4，1）在函数 $y=\dfrac{m}{x}$（$x>0$）的图象 G 上，

∴m=4.



（2）① $y=kx-4k+1$，经过点 B（1，5），

∴ $k-4k+1=5$.

解得 $k=-\dfrac{4}{3}$.

此时区域 W 内有 2 个整点.

②∵直线 l $y=kx-4k+1$

过定点 A（4，1），

∵n 为整数，

当 n=6 时，直线 $y=kx-4k+1$，经过点 B（1，6），区域 W 内有 4 个整点，

当 n=7 时，直线 $y=kx-4k+1$，经过点 B（1，7），区域 W 内有 5 个整点，

此时，可得 $k=-2$.

当 n≥8 时，区域 W 内的整点个数大于 5 个.

∴ k 的取值范围是 $k=-2<k<-\dfrac{5}{3}$. 6 分

26．解：（1）当 $b=2$ 时，$y=x^2+bx+c$ 化为 $y=x^2+2x+c$.

① $x=-1$.

②∵抛物线的对称轴为直线 $x=-1$，

∴点 D 的坐标为（-1，0），OD=1.

∵OB=2OD,

∴OB=2.

∵点 A，点 B 关于直线 $x=-1$ 对称，

∴点 B 在点 D 的右侧.

∴点 B 的坐标为（2，0）.

∵抛物线 $y=x^2+2x+c$ 与 x 轴交于点 B（2，0），

∴ $4+4+c=0$.

解得 $c=-8$.

∴抛物线的表达式为 $y=x^2+2x-8$.

（2）设直线 $y=x+\frac{b+2}{2}$ 与 x 轴交点为点 E,

∴E（$-\frac{b+2}{2}$，0）.

抛物线的对称轴为 $x=-\frac{b}{2}$ ，

∴点 D 的坐标为（$-\frac{b}{2}$，0）.

①当 $b>0$ 时， $OD=\frac{b}{2}$.

∵ $OB=2OD$,

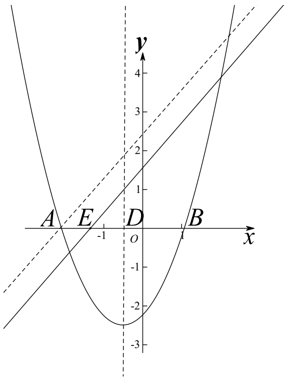
∴ $OB=b$.

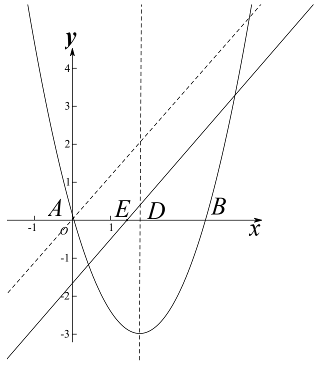
∴点 A 的坐标为（$-2b$，0），点 B 的坐标为（b，0）.

当 $-2b<-\frac{b+2}{2}$ 时，存在垂直于 x 轴的直线分别与直线 l： $y=x+\frac{b+2}{2}$

和抛物线交于点 P，Q，且点 P，Q 均在 x 轴下方，

解得 $b>\frac{2}{3}$.





②当$b<0$时，$-b>0$．

∴$OD=-\dfrac{b}{2}$.

∵$OB=2OD$,

∴$OB=-b$.

∵抛物线$y=x^2+bx+c$与x轴交于点A，B，且A在B的左侧，

∴点A的坐标为（0，0），点B的坐标为（$-b$，0）.

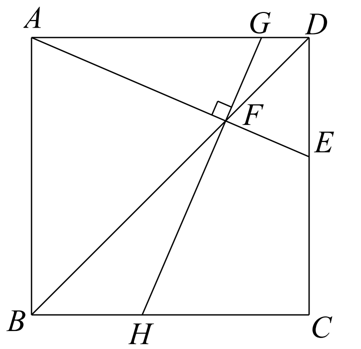
当$0<-\dfrac{b+2}{2}$时，存在垂直于x轴的直线分别与直线l：$y=x+\dfrac{b+2}{2}$

和抛物线交于点P，Q，且点P，Q均在x轴下方，

解得$b<-2$.

综上，b的取值范围是$b<-2$或$b>\dfrac{2}{3}$. 6分

27.（1）证明：在正方形$ABCD$中，$AD/\!/BC$，$\angle BAD=90°$，



∴$\angle AGH=\angle GHC$.

∵$GH\perp AE$,

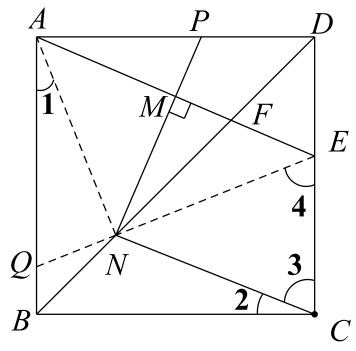
∴$\angle EAB=\angle AGH$.

∴$\angle EAB=\angle GHC$.

（2）①补全图形，如图所示.

②$AE=\sqrt{2}CN$.

证明：连接 AN，连接 EN 并延长，交 AB 边于点 Q.



∵四边形 $ABCD$ 是正方形，

∴点 A，点 C 关于 BD 对称.

∴$NA=NC$，$\angle 1=\angle 2$.

∵PN 垂直平分 AE，

∴$NA=NE$.

∴$NC=NE$.

∴$\angle 3=\angle 4$.

在正方形 $ABCD$ 中，$BA/\!/CE$，$\angle BCD=90°$，

∴$\angle AQE=\angle 4$.

∴$\angle 1+\angle AQE=\angle 2+\angle 3=90°$.

∴$\angle ANE=\angle ANQ=90°$.

在 $\text{Rt}\triangle ANE$ 中，

∴ $AE=\sqrt{2}CN$．7 分

28．解：（1）①$(2,0)$；

②C，D.

（2）①由题意，$b\neq 0$，

若 $b>0$，

当直线 l 与以点 $(-2,0)$ 为圆心，1 为半径的圆相切时，$b=\dfrac{4\sqrt{3}}{3}$.

当直线 l 经过点 $(-1,0)$ 时，$b=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$.

$\therefore \frac{\sqrt{3}}{3} \leqslant b \leqslant \frac{4\sqrt{3}}{3}$.

若 $b < 0$，

当直线 l 经过点 $(1, 0)$ 时，$b = -\frac{\sqrt{3}}{3}$.

当直线 l 与以点 $(0, 0)$ 为圆心，3 为半径的圆相切时，$b = -2\sqrt{3}$.

$\therefore -2\sqrt{3} \leqslant b \leqslant -\frac{\sqrt{3}}{3}$.

综上，b 的取值范围是 $-2\sqrt{3} \leqslant b \leqslant -\frac{\sqrt{3}}{3}$ 或 $\frac{\sqrt{3}}{3} \leqslant b \leqslant \frac{4\sqrt{3}}{3}$.

② $\frac{\sqrt{3}}{3} \leqslant b \leqslant \frac{10\sqrt{3}}{3}$. 7 分