

2023 北京西城初三一模

数 学

2023.4

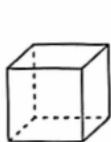
考生须知	<p>1.本试卷共 7 页，共两部分，28 道题。满分 100 分。考试时间 120 分钟。</p> <p>2.在试卷和草稿纸上准确填写姓名、准考证号、考场号和座位号。</p> <p>3.试题答案一律填涂或书写在答题卡上，在试卷上作答无效。</p> <p>4.在答题卡上，选择题、作图题用 2B 铅笔作答，其他试题用黑色字迹签字笔作答。</p> <p>5.考试结束，将本试卷、答题卡和草稿纸一并交回。</p>
------	--

第一部分 选择题

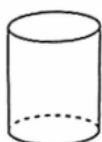
一、选择题（共 16 分，每题 2 分）

第 1-8 题均有四个选项，符合题意的选项只有一个。

1.下面几何体中，是圆柱的是



(A)



(B)



(C)



(D)

2.根据地区生产总值统一核算的结果，2022 年北京市全年地区生产总值 41 610.9 亿元，按不变价格计算，比 2021 年增长 0.7%.将 4 161 090 000 000 用科学计数法表示应为

(A) 41.6109×10^{11}

(B) 4.16109×10^{11}

(C) 4.16109×10^{12}

(D) 4.16109×10^{13}

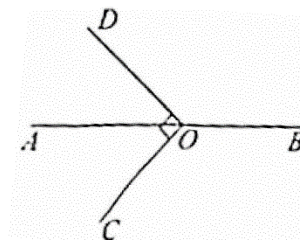
3.如图，点 O 在直线 AB 上， $OC \perp OD$ ，若 $\angle AOC = 50^\circ$ ，则 $\angle BOD$ 的度数是

(A) 120°

(B) 130°

(C) 140°

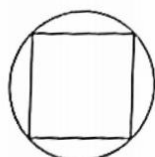
(D) 150°



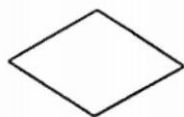
4.下列图形都是轴对称图形，其中恰有 4 条对称轴的图形是



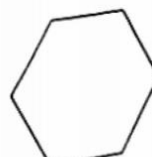
(A)



(B)

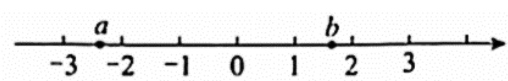


(C)



(D)

5.a,b 在数轴上的对应点的位置如图所示，则正确的结论是



(A) $a > -2$

(B) $|a| < |b|$

(C) $ab > 0$

(D) $a < -b$

6.平面直角坐标系 xOy 中，若点 $A(x_1, 2)$ 和 $B(x_2, 4)$ 在反比例函数 $y = \frac{k}{x} (k > 0)$ 图象上，则下列关系式正

确的是

- (A) $x_1 > x_2 > 0$ (B) $x_2 > x_1 > 0$ (C) $x_1 < x_2 < 0$ (D) $x_2 < x_1 < 0$

7. x 的方程 $mx^2 + 3x - 1 = 0$ 有两个不相等的实数根, 则实数 m 的取值范围是

- (A) $m > -\frac{9}{4}$ (B) $m \geq -\frac{9}{4}$ (C) $m > -\frac{9}{4}$ 且 $m \neq 0$ (D) $m \geq -\frac{9}{4}$ 且 $m \neq 0$

8. 设备每年都需要检修, 该设备使用年数 n (单位: 年, n 为正整数且 $1 \leq n \leq 10$) 与第 1 年至第 n 年该设备检修支出的费用总和 y (单位: 万元) 满足关系式 $y = 1.4n - 0.5$, 下列结论正确的是

- (A) 从第 2 年起, 每年的检修费用比上一年增加 1.4 万元
(B) 从第 2 年起, 每年的检修费用比上一年减少 0.5 万元
(C) 第 1 年至第 5 年平均每年的检修费用为 3.7 万元
(D) 第 6 年至第 10 年平均每年的检修费用为 1.4 万元

第二部分 非选择题

二、填空题 (共 16 分, 每题 2 分)

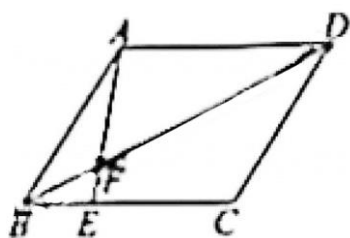
9. 若 $\sqrt{x-1}$ 在实数范围内有意义, 则实数 x 的取值范围是_____.

10. 分解因式: $3x^2 - 12 =$ _____.

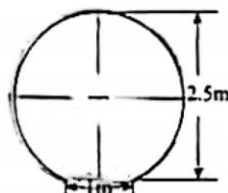
11. 若 n 边形的每一个外角都等于 40° , 则 n 的值是_____.

12. 方程 $\frac{1}{2x} = \frac{1}{x-1}$ 的解为_____.

13. 如图, 在 $\square ABCD$ 中, E 是 BC 边上的点, 连接 AE 交 BD 于点 F , 若 $EC = 2BE$, 则 $\frac{BF}{FD}$ 的值是_____.



14. “圆”是中国文化的一个重要精神元素, 在中式建筑中有着广泛的应用, 例如古典园林中的门洞, 如图, 某地园林中的一个圆弧形门洞的高为 2.5m, 地面入口宽为 1m, 则该门洞的半径为_____m.



15. 有 6 张看上去无差别的卡片, 上面分别写着 1, 2, 3, 4, 5, 6 随机抽取 1 张后, 放回并混合在一起, 再随机抽取 1 张, 则第二次取出的数字是第一次取出数字的整数倍的概率是_____.

16. A, B, C 三种原料每袋的重量 (单位: kg) 依次是 1, 2, 3, 每袋的价格 (单位: 万元) 依次是 3, 2,

5. 现生产某种产品需要 A, B, C 这三种原料的袋数依次为 x_1, x_2, x_3 (x_1, x_2, x_3 均为正整数), 则生产这种产品时需要的这三类原料的总重量 W (单位: kg) = _____ (用含 x_1, x_2, x_3 的代数式表示): 为了提升产品的品质, 要求 $W \geq 13$, 当 x_1, x_2, x_3 的值依次是 _____ 时, 这种产品的成本最低.

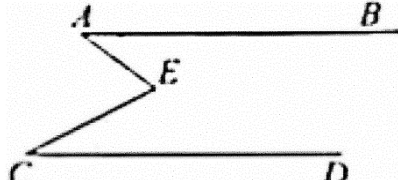
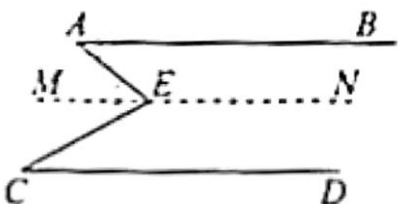
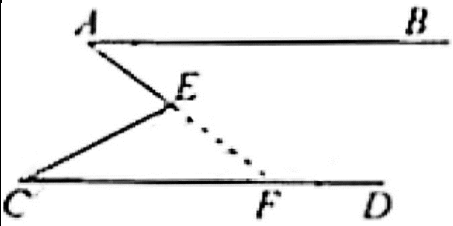
三、解答题 (共 68 分, 第 17-20 题, 每题 5 分, 第 21 题 6 分, 第 22-23 题, 每题 5 分, 第 24-26 题, 每题 6 分, 第 27-28 题, 每题 7 分) 解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程.

17. 计算: $|\sqrt{3}| - 4\sin 60^\circ + \sqrt{27} - (\pi + 1)^\circ$.

18. 解不等式组:
$$\begin{cases} 4x - 3 \geq 3(x - 1), \\ \frac{2x + 6}{5} < x. \end{cases}$$

19. 已知 a 是方程 $x^2 + 2x - 1 = 0$ 的一个根, 求代数式 $(a+1)^2 + a(a+2)$ 的值.

20. 下面是解答一道几何题时两种添加辅助线的方法, 选择其中一种, 完成证明.

<p>已知: 如图, $AB \parallel CD$.</p> <p>求证: $\angle AEC = \angle A + \angle C$</p>		
<p>方法一</p> <p>证明: 如图, 过点 E 作 $MN \parallel AB$</p> 	<p>方法二</p> <p>证明: 如图, 延长 AE, 交 CD 于点 F.</p> 	

21. 在 $\triangle ABC$ 中, AD 是 BC 边上的中线, 点 E 在线段 AD 上, 点 F 在线段 AD 的延长线上, $CE \parallel FB$, 连接 BE, CF .

(1) 如图 1, 求证: 四边形 $BFCE$ 是平行四边形.

(2) 若 $\angle ABC = \angle ACB$,

①依题意补全图 2;

②求证: 四边形 $BFCE$ 为菱形

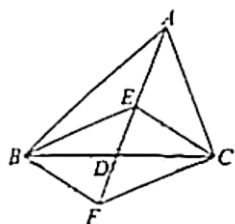


图 1

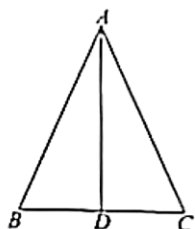
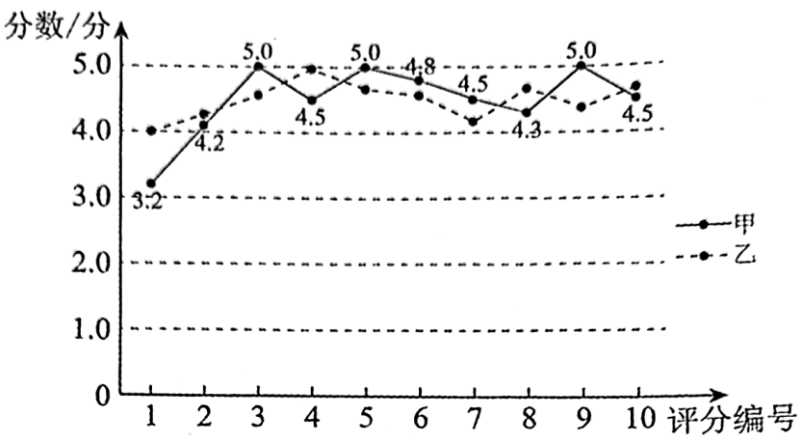


图 2

22.某地旅游部门为了促进本地生态特色城镇和新农村建设，将甲、乙、丙三家民宿的相关资料放到某网络平台上进行推广宣传，该平台邀请部分曾在这三家民宿体验过的游客参与调查，得到了这三家民宿的“综合满意度”评分，评分越高表明游客体验越好，现从这三家民宿“综合满意度”的评分中各随机抽取 10 个评分数据，并对所得数据进行整理、描述和分析，下面给出了部分信息。

a.甲、乙两家民宿“综合满意度”评分的折线图：



b.丙家民宿“综合满意度”评分：

2.6 4.7 4.5 4.5 5.0 3.1 4.8 3.5 4.8 4.5

c.甲、乙、丙三家民宿“综合满意度”评分的平均数、中位数：

	甲	乙	丙
平均数	m	4.5	4.2
中位数	4.5	4.7	n

根据以上信息，回答下列问题：

- 表中 m 的值是_____, n 的值是_____；
- 设甲、乙、丙三家民宿“综合满意度”评分的方差分别是 $s_{\text{甲}}^2$, $s_{\text{乙}}^2$, $s_{\text{丙}}^2$ ，直接写出 $s_{\text{甲}}^2$, $s_{\text{乙}}^2$, $s_{\text{丙}}^2$ 之间的大小关系；
- 根据“综合满意度”的评分情况，该平台打算将甲、乙、丙三家民宿中的一家置顶推荐，你认为该平台会将这三家民宿中的哪家置顶推荐？说明理由（至少从两个方面说明）。

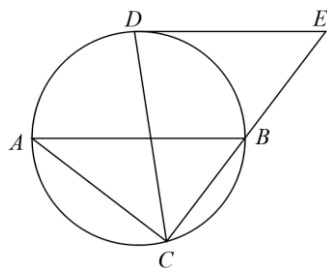
23.在平面直角坐标系 xOy 中，一次函数 $y = ax + b(a \neq 0)$ 的图象由函数 $y = \frac{1}{2}x$ 的图象平移得到，且经过点 $(-2,1)$.

- 求这个一次函数的解析式；
- 当 $x > 2$ 时，对于 x 的每一个值，一次函数 $y = ax + b$ 的值小于函数 $y = x + m$ 的值，直接写出 m 的取值范围.

24.如图， AB 是 $\odot O$ 的直径， C 是 $\odot O$ 上一点， $\angle ACB$ 的平分线交 $\odot O$ 于点 D ，过点 D 作 $\odot O$ 的切线交 CB 的延长线于点 E .

- 求证： $DE \parallel AB$;

(2) 若 $OA = 5, \sin A = \frac{3}{5}$, 求线段 DE 的长.



25. 如图 1, 利用喷水头喷出的水对小区草坪进行喷灌作业是养护草坪的一种方法, 如图 2, 点 O 处由一个喷水头, 距离喷水头 8m 的 M 处有一棵高度是 2.3m 的树, 距离这棵树 10m 的 N 处有一面高 2.2m 的围墙, 建立如图所示的平面直角坐标系, 已知某次浇灌时, 喷水头喷出的水柱的竖直高度 y (单位: m) 与水平距离 x (单位: m) 近似满足函数关系 $y = ax^2 + bx + c (a < 0)$.

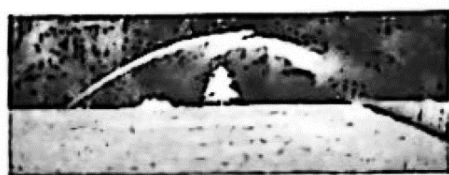


图 1

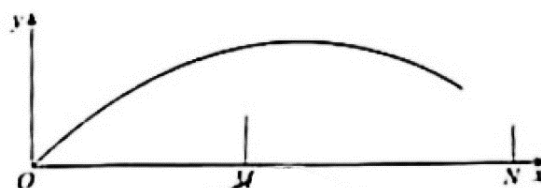


图 2

(1) 某次喷水浇灌时, 测得 x 与 y 的几组数据如下:

x	0	2	6	10	12	14	16
y	0	0.88	2.16	2.80	2.88	2.80	2.56

①根据上述数据, 求这些数据满足的函数关系;

②判断喷水头喷出的水柱能否越过这棵树, 并说明理由.

(2) 某次喷水浇灌时, 已知喷水头喷出的水柱的竖直高度 y 与水平距离 x 近似满足函数关系 $y = -0.04x^2 + bx$, 假设喷水头喷出的水柱能够越过这棵树, 且不会浇到墙外, 下面有四个关于 b 的不等式:

(A) $-0.04 \times 8^2 + 8b > 2.3$; (B) $-0.04 \times 18^2 + 18b > 2.2$;

(C) $-0.04 \times 18^2 + 18b < 2.2$; (D) $\frac{b}{2 \times 0.04} > 13$.

其中正确的不等式是_____. (填上所有正确的选项)

26. 已知抛物线 $y = ax^2 + bx + 4$ 的对称轴为直线 $x = t$.

(1) 若点 $(2, 4)$ 在抛物线上, 求 t 的值;

(2) 若点 $(x_1, 3), (x_2, 6)$ 在抛物线上,

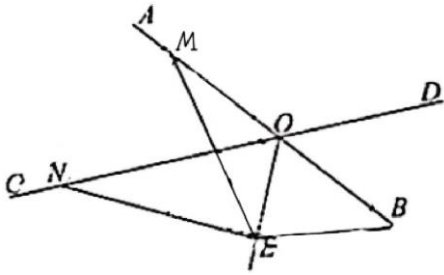
①当 $t = 1$ 时, 求 a 的取值范围;

②若 $t \leq x_1 < x_2$, 且 $x_2 - x_1 \geq 1$, 直接写出 a 的取值范围.

27. 如图, 直线 AB, CD 交于点 O , 点 E 是 $\angle BOC$ 平分线的一点, 点 M, N 分别是射线 OA, OC 上的点, 且 $ME = NE$.

(1) 求证: $\angle MEN = \angle AOC$;

(2) 点 F 在线段 NO 上, 点 G 在线段 NO 延长线上, 连接 EF, EG , 若 $EF=EG$, 依题意补全图形, 用等式表示线段 NF, OG, OM 之间的数量关系, 并证明.



28. 在平面直角坐标系 xOy 中, 给定图形 W 和点 P , 若图形 W 上存在两个不同的点 S, T 满足 $ST=2PM$. 其中点 M 为线段 ST 的中点, 则称点 P 是图形 W 的相关点.

(1) 已知点 $A(2, 0)$

① 在点 $P_1(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}), P_2(1, \sqrt{3}), P_3(\frac{3}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{2}), P_4(2, -1)$ 中, 线段 OA 的相关点是_____;

② 若直线 $y = x + b$ 上存在线段 OA 的相关点, 求 b 的取值范围.

(2) 已知点 $Q(-3, 0)$, 线段 CD 的长度为 d , 当线段 CD 在直线 $x=-2$ 上运动时, 如果总能在该线段 CD 上找到一点 K , 使得在 y 轴上存在以 QK 为直径的圆的相关点, 直接写出 d 的取值范围.

参考答案

一、选择题（共 16 分，每题 2 分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	B	C	C	B	D	A	C	D

二、填空题（共 16 分，每题 2 分）

9. $x \geq 1$. 10. $3(x+2)(x-2)$. 11. 9. 12. $x = -1$.

13. $\frac{1}{3}$. 14. 1.3. 15. $\frac{7}{18}$. 16. $x_1 + 2x_2 + 3x_3$; 1, 5, 1.

三、解答题（共 68 分，第 17-20 题，每题 5 分，第 21 题 6 分，第 22-23 题，每题 5 分，第 24-26 题，每题 6 分，第 27-28 题，每题 7 分）

17. 解: $|\sqrt{3}| - 4\sin 60^\circ + \sqrt{27} - (\pi+1)^0$.

$$= \sqrt{3} - 4 \times \frac{\sqrt{3}}{2} + 3\sqrt{3} - 1 \dots\dots\dots 4 \text{ 分}$$

$$= 2\sqrt{3} - 1. \dots\dots\dots 5 \text{ 分}$$

18. 解:
$$\begin{cases} 4x-3 \geq 3(x-1), & \textcircled{1} \\ \frac{2x+6}{5} < x. & \textcircled{2} \end{cases}$$

解不等式①, 得 $x \geq 0$. $\dots\dots\dots 2 \text{ 分}$

解不等式②, 得 $x > 2$. $\dots\dots\dots 4 \text{ 分}$

所以原不等式组的解集为 $x > 2$. $\dots\dots\dots 5 \text{ 分}$

19. 解: $(a+1)^2 + a(a+2)$

$$= a^2 + 2a + 1 + a^2 + 2a \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$$

$$= 2a^2 + 4a + 1 \dots\dots\dots 3 \text{ 分}$$

$\because a$ 是方程 $x^2 + 2x - 1 = 0$ 的一个根,

$$\therefore a^2 + 2a - 1 = 0, \text{ 即 } a^2 + 2a = 1. \dots\dots\dots 4 \text{ 分}$$

$$\therefore \text{原式} = 2 \times 1 + 1 = 3. \dots\dots\dots 5 \text{ 分}$$

20. 方法一

证明: 如图, 过点 E 作 $MN \parallel AB$.

$$\therefore \angle A = \angle AEM. \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$$

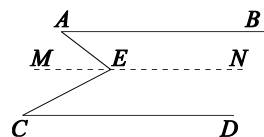
$$\because AB \parallel CD,$$

$$\therefore MN \parallel CD.$$

$$\therefore \angle C = \angle CEM. \dots\dots\dots 4 \text{ 分}$$

$$\because \angle AEC = \angle AEM + \angle CEM,$$

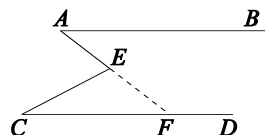
$$\therefore \angle AEC = \angle A + \angle C. \dots\dots\dots 5 \text{ 分}$$



方法二

证明：如图，延长 AE ，交 CD 于点 F 。

- $\because AB \parallel CD$,
 $\therefore \angle A = \angle AFC$ 2 分
 $\because \angle AEC = \angle AFC + \angle C$, 4 分
 $\therefore \angle AEC = \angle A + \angle C$ 5 分



21. (1) 证明： $\because CE \parallel FB$,

$$\therefore \angle BFE = \angle CEF.$$

$\because AD$ 是 BC 边上的中线,

$$\therefore BD = DC.$$

$$\because \angle BDF = \angle CDE,$$

$$\therefore \triangle BDF \cong \triangle CDE.$$

$$\therefore FB = CE.$$

\therefore 四边形 $BFCE$ 是平行四边形. 3 分

(2) ①依题意补全图 2，如图；

②证明： $\because \angle ABC = \angle ACB$,

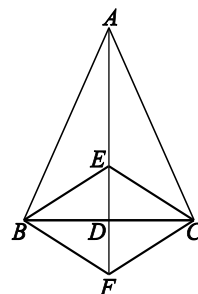
$$\therefore AB = AC.$$

$\because AD$ 是 BC 边上的中线,

$$\therefore AD \perp BC.$$

\because 四边形 $BFCE$ 是平行四边形,

\therefore 四边形 $BFCE$ 为菱形. 6 分



22. 解：(1) 4.5, 4.5; 2 分

(2) $s_{\text{乙}}^2 < s_{\text{甲}}^2 < s_{\text{丙}}^2$; 3 分

(3) 推荐乙，理由略，答案不唯一，合理即可. 5 分

23. 解：(1) \because 一次函数 $y = ax + b$ 的图象由函数 $y = \frac{1}{2}x$ 的图象平移得到，

$$\therefore a = \frac{1}{2}, \text{ 得到一次函数的解析式为 } y = \frac{1}{2}x + b.$$

\because 一次函数 $y = \frac{1}{2}x + b$ 的图象过点 $A(-2, 1)$,

$$\therefore \frac{1}{2} \times (-2) + b = 1, \text{ 得到 } b = 2.$$

\therefore 一次函数 $y = ax + b$ 的解析式为 $y = \frac{1}{2}x + 2$ 3 分

(2) $m \geq 1$ 5 分

24. (1) 证明：连接 OD ，如图 1.

$\because DE$ 是 $\odot O$ 的切线，切点是 D ,

$$\therefore OD \perp DE.$$

$$\therefore \angle ODE = 90^\circ.$$

$\because AB$ 是 $\odot O$ 的直径,

$$\therefore \angle ACB = 90^\circ.$$

$\because \angle ACB$ 的平分线交 $\odot O$ 于点 D ,

$$\therefore \angle ACD = \angle BCD = 45^\circ.$$

$$\therefore \angle AOD = 90^\circ.$$

$$\therefore \angle AOD = \angle ODE.$$

$$\therefore DE \parallel AB. \dots\dots\dots 3 \text{ 分}$$

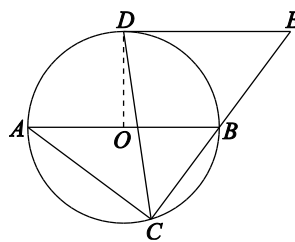


图 1

(2) 解: 作 $BH \perp DE$ 于 H , 如图 2.

$$\therefore \angle BHD = \angle BHE = 90^\circ.$$

$$\because OD \perp DE, \angle AOD = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle BOD = \angle ODH = 90^\circ.$$

\therefore 四边形 $OBHD$ 是矩形.

$$\because OA = OB = OD = 5,$$

\therefore 四边形 $OBHD$ 是正方形.

$$\therefore BH = OD = DH = 5.$$

$$\because \text{在 Rt}\triangle BHE \text{ 中, } \sin A = \frac{3}{5},$$

$$\therefore \tan A = \frac{3}{4}.$$

$$\because \angle ACB = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle A + \angle ABC = 90^\circ.$$

$$\because \angle EBH + \angle ABC = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle A = \angle EBH.$$

$$\therefore \tan \angle EBH = \tan A = \frac{3}{4}.$$

$$\therefore HE = BH \cdot \tan \angle EBH = 5 \times \frac{3}{4} = \frac{15}{4}.$$

$$\therefore DE = HE + DH = \frac{35}{4}. \dots\dots\dots 6 \text{ 分}$$

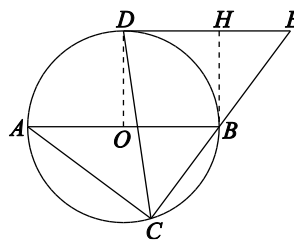


图 2

25. 解: (1) ①由题意可设所求的的函数关系式为 $y = a(x - 12)^2 + 2.88$ ($a < 0$).

因为点 $(0, 0)$ 在该函数的图象上,

$$\text{所以 } 144a + 2.88 = 0.$$

解得 $a = -0.02$.

所求的的函数关系为 $y = -0.02(x - 12)^2 + 2.88$.

$$\text{即 } y = -0.02x^2 + 0.48x. \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$$

②喷水头喷出的水柱能够越过这棵树. 理由如下:

因为当 $x=8$ 时的函数值与当 $x=16$ 时的函数值相等,

所以当 $x=8$ 时, $y=2.56>2.3$.

所以喷水头喷出的水柱能够越过这棵树.4 分

(2) (A) (C).6 分

26. 解: (1) \because 点 $(2, 4)$ 在抛物线 $y = ax^2 + bx + 4$ 上,

$$\therefore 4a + 2b + 4 = 4.$$

$$\therefore b = -2a.$$

$$\therefore t = -\frac{b}{2a} = 1. \quad \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$$

(2) ①当 $t=1$ 时, $b=-2a$, 所以 $y = ax^2 - 2ax + 4$.

\because 点 $(x_1, 3)$, $(x_2, 6)$ 在抛物线上,

\therefore 当 $a>0$ 时, 有 $a - 2a + 4 \leq 3$.

得 $4 - a \leq 3$, 得 $a \geq 1$.

当 $a<0$ 时, 有 $a - 2a + 4 \geq 6$.

得 $4 - a \leq 6$, 得 $a \leq -2$.

综上, a 的取值范围是 $a \leq -2$ 或 $a \geq 1$4 分

② a 的取值范围是 $0 < a \leq 3$6 分

27. (1) 证明: 作 $EH \perp CD$, $EK \perp AB$, 垂足分别是 H , K , 如图 1.

$\because OE$ 是 $\angle BOC$ 的平分线,

$\therefore EH = EK$.

$\because ME = NE$,

$$\therefore \text{Rt}\triangle EHN \cong \text{Rt}\triangle EKM.$$

$$\therefore \angle ENH = \angle EMK.$$

记 ME 与 OC 的交点为 P ,

$$\therefore \angle EPN = \angle OPM.$$

$$\therefore \angle MEN = \angle AOC. \quad \dots\dots\dots 3 \text{ 分}$$

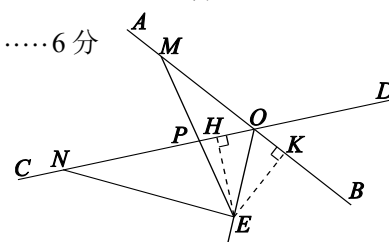


图 1

(2) $OM = NF + OG$.

证明: 在线段 OM 上截取 $OG_1 = OG$, 连接 EG_1 , 如图 2.

$\because OE$ 是 $\angle BOC$ 的平分线,

$$\therefore \angle EON = \angle EOB.$$

$$\because \angle MOF = \angle DOB,$$

$$\therefore \angle EOM = \angle EOD.$$

$$\because OE = OE,$$

$$\therefore \triangle EOG_1 \cong \triangle EOG.$$

$$\therefore EG_1 = EG, \angle EG_1O = \angle EGF.$$

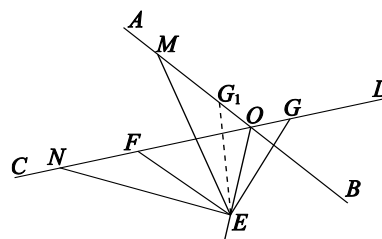


图 2

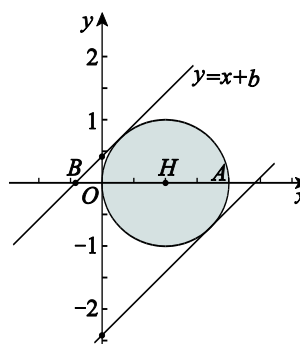
$$\begin{aligned}
&\because EF=EG, \\
&\quad \therefore EF=EG_1, \angle EFG=\angle EGF. \\
&\quad \therefore \angle EFG=\angle EG_1O. \\
&\quad \therefore \angle EFN=\angle EG_1M. \\
&\quad \therefore \angle ENF=\angle EMG_1. \\
&\therefore \triangle ENF \cong \triangle EMG_1. \\
&\therefore NF=MG_1. \\
&\therefore OM=MG_1+OG_1, \\
&\quad \therefore OM=NF+OG. \dots\dots\dots 7 \text{ 分}
\end{aligned}$$

28. 解: (1) ① P_1, P_3 ; $\dots\dots\dots 2 \text{ 分}$

②由题意可得线段 OA 的所有相关点都在以 OA 为直径的圆上及其内部, 如图. 设这个圆的圆心是 H .

$$\begin{aligned}
&\because A(2, 0), \\
&\therefore H(1, 0).
\end{aligned}$$

当直线 $y=x+b$ 与 $\odot H$ 相切, 且 $b>0$ 时,
将直线 $y=x+b$ 与 x 轴的交点分别记为 B ,
则点 B 的坐标是 $(-b, 0)$.



$$\begin{aligned}
&\therefore BH=1+b. \\
&\therefore BH=\sqrt{2}, \\
&\therefore 1+b=\sqrt{2}, \text{ 解得 } b=\sqrt{2}-1.
\end{aligned}$$

当直线 $y=x+b$ 与 $\odot H$ 相切, 且 $b<0$ 时,

同理可求得 $b=-\sqrt{2}-1$.

所以 b 的取值范围是 $-\sqrt{2}-1 \leq b \leq \sqrt{2}-1$. $\dots\dots\dots 5 \text{ 分}$

(2) $d \geq \sqrt{46}$. $\dots\dots\dots 7 \text{ 分}$