

2022 北京石景山初三一模

数 学

学校名称_____ 姓名_____ 准考证号_____

考生须知

1. 本试卷共 8 页，共两部分，共 28 题，满分 100 分。考试时间 120 分钟。
2. 在试卷和答题卡上准确填写学校名称、姓名和准考证号。
3. 试题答案一律填涂或书写在答题卡上，在试卷上作答无效。
4. 在答题卡上，选择题、作图题用 2B 铅笔作答，其他试题用黑色字迹签字笔作答。
5. 考试结束，将本试卷和答题卡一并交回。

第一部分 选择题

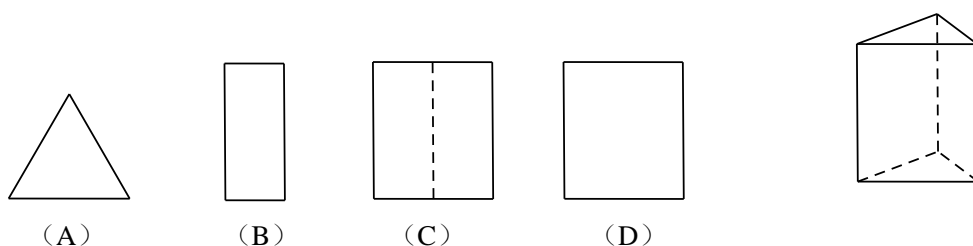
一、 选择题（共 16 分，每题 2 分）

第 1-8 题均有四个选项，符合题意的选项只有一个。

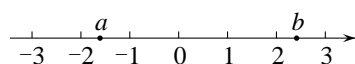
1. 《2021 年通信业统计公报》中显示：截至 2021 年底，我国累计建成并开通 5G 基站约 1425000 个，建成全球最大 5G 网。将 1425000 用科学记数法表示应为

(A) 1.425×10^3 (B) 142.5×10^4 (C) 14.25×10^5 (D) 1.425×10^6

2. 右图所示正三棱柱的俯视图是

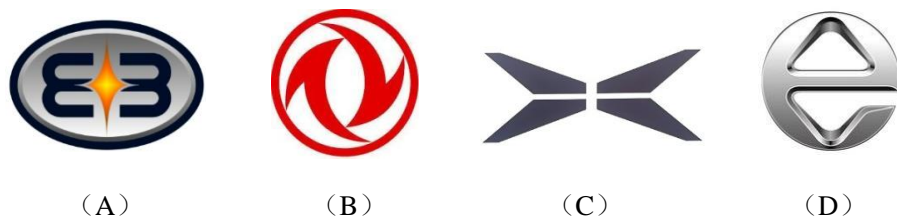


3. 实数 a , b 在数轴上的对应点的位置如图所示，下列结论中正确的是



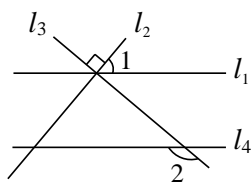
(A) $|a| > b$ (B) $b > a$ (C) $a + b < 0$ (D) $ab > 0$

4. 如图是我国四家新能源车企的标志，其中是中心对称图形但不是轴对称图形的是



5. 如图，直线 l_1 , l_2 , l_3 交于一点， $l_2 \perp l_3$, $l_4 \parallel l_1$. 若 $\angle 1 = 50^\circ$ ，则 $\angle 2$ 的度数为

(A) 40° (B) 50° (C) 130° (D) 140°



第 5 题图



甲

乙

第 6 题图

6. 不透明的盒子中有两张卡片，上面分别印有北京 2022 年冬奥会相关图案（如图所示），除图案外两张卡片无其他差别。从中随机摸出一张卡片，记录其图案，放回并摇匀，再从中随机摸出一张卡片，记录其图案，那么两次记录的图案都是甲的概率是

- (A) $\frac{1}{2}$ (B) $\frac{1}{3}$ (C) $\frac{1}{4}$ (D) $\frac{1}{6}$

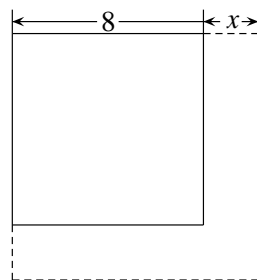
7. 在 5 次英语听说机考模拟练习中，甲、乙两名学生的成绩（单位：分）如下：

甲	32	37	40	34	37
乙	36	35	37	35	37

若要比 较 两 名 学 生 5 次 模 拟 练 习 成 绩 谁 比 较 稳 定 ， 则 选 用 的 统 计 量 及 成 绩 比 较 稳 定 的 学 生 分 别 是

- (A) 众数，甲 (B) 众数，乙 (C) 方差，甲 (D) 方差，乙

8. 如图，一个边长为 8 cm 的正方形，把它的边延长 x cm 得到一个新的正方形，周长增加了 y_1 cm，面积增加了 y_2 cm²。当 x 在一定范围内变化时， y_1 和 y_2 都随 x 的变化而变化，则 y_1 与 x ， y_2 与 x 满足的函数关系分别是



- (A) 一次函数关系，二次函数关系
(B) 反比例函数关系，二次函数关系
(C) 一次函数关系，一次函数关系
(D) 反比例函数关系，一次函数关系

第二部分 非选择题

二、填空题（共 16 分，每题 2 分）

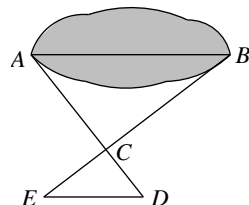
9. 若代数式 $\frac{1}{x-3}$ 有意义，则实数 x 的取值范围是_____.

10. 因式分解： $a^3 - ab^2 =$ _____.

11. 正六边形一个外角的度数为_____.

12. 关于 x 的方程 $x^2 - 2x + m = 0$ 有两个不相等的实数根，写出一个满足条件的实数 m 的值： $m =$ _____.

13. 如图，为估算某鱼塘的宽 AB 的长，在陆地上取点 C, D, E ，使得 A, C, D 在同一条直线上， B, C, E 在同一条直线上，且 $CD = \frac{1}{2}AC$ ， $CE = \frac{1}{2}BC$ 。若测得 ED 的长为 10 m，则 AB 的长为_____m.



14. 若 n 为整数, 且 $n < \sqrt{21} < n+1$, 则 n 的值为_____.

15. 在平面直角坐标系 xOy 中, 点 $A(2, m)$, $B(m, n)$ 在反比例函数 $y = \frac{k}{x} (k \neq 0)$ 的图象上, 则 n 的值为_____.

16. 某甜品店会员购买本店甜品可享受八折优惠. “五一”期间该店又推出购物满 200 元减 20 元的“满减”活动.

说明: ①“满减”是指购买的甜品标价总额达到或超过 200 元时减 20 元. “满减”活动只享受一次;

②会员可按先享“满减”优惠再享八折优惠的方式付款, 也可按先享八折优惠再享“满减”优惠的方式付款 (八折后满 200 元才可享受“满减”优惠).

小红是该店会员. 若购买标价总额为 220 元的甜品, 则最少需支付_____元;

若购买标价总额为 x 元的甜品, 按先享八折优惠再享“满减”优惠的方式付款最划算, 则 x 的取值范围是_____.

三、解答题 (共 68 分, 第 17-20 题, 每题 5 分, 第 21 题 6 分, 第 22 题 5 分, 第 23-24 题, 每题 6 分, 第 25 题 5 分, 第 26 题 6 分, 第 27-28 题, 每题 7 分) 解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程.

17. 计算: $\left(\frac{1}{2}\right)^{-1} - 4\cos 30^\circ + \sqrt{12} + |-2|$.

18. 解不等式组:
$$\begin{cases} 5x+3 > 2x, \\ \frac{x-2}{2} < 6-3x. \end{cases}$$

19. 已知 $2m^2 + 5m - 1 = 0$, 求代数式 $(m+3)^2 + m(m-1)$ 的值.

20. 已知: 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$.

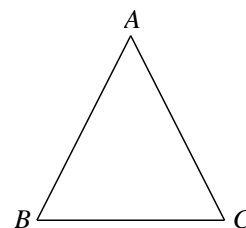
求作: $\triangle ABC$ 的角平分线 AT .

作法: ①分别以点 B, C 为圆心, AB 长为半径作弧,

两弧在 BC 下方相交于点 D ;

②连接 AD , 交 BC 于点 T .

所以 AT 就是所求作的线段.



(1) 使用直尺和圆规, 依作法补全图形 (保留作图痕迹);

(2) 完成下面的证明.

证明: 连接 BD, CD .

$\because AB=BD=DC=CA$,

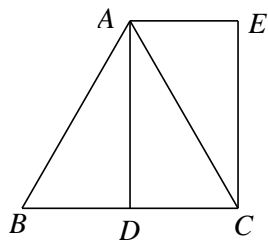
\therefore 四边形 $ABDC$ 是_____ (_____) (填推理的依据).

$\therefore \angle BAD = \angle$ _____.

$\therefore AT$ 为 $\triangle ABC$ 的角平分线.

21. 如图，在等边 $\triangle ABC$ 中， D 是 BC 的中点，过点 A 作 $AE \parallel BC$ ，且 $AE=DC$ ，连接 CE 。

- (1) 求证：四边形 $ADCE$ 是矩形；
- (2) 连接 BE 交 AD 于点 F ，连接 CF 。若 $AB=4$ ，求 CF 的长。

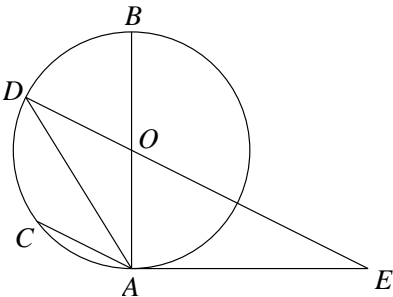


22. 在平面直角坐标系 xOy 中，一次函数 $y = kx + b$ ($k \neq 0$) 的图象由函数 $y = -x$ 的图象平移得到，且经过点

- (1, 1)。
- (1) 求这个一次函数的表达式；
- (2) 当 $x > -1$ 时，对于 x 的每一个值，函数 $y = mx - 1$ ($m \neq 0$) 的值小于一次函数 $y = kx + b$ 的值，直接写出 m 的取值范围。

23. 如图， AB 为 $\odot O$ 的直径， $\widehat{BD} = \widehat{CD}$ ，过点 A 作 $\odot O$ 的切线，交 DO 的延长线于点 E 。

- (1) 求证： $AC \parallel DE$ ；
- (2) 若 $AC = 2$ ， $\tan E = \frac{1}{2}$ ，求 OE 的长。

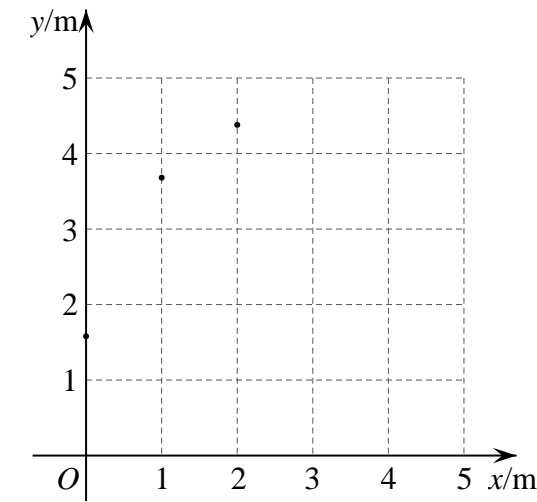


24. 某公园内人工喷泉有一个竖直的喷水枪，喷出的水流路径可以看作是抛物线的一部分.记喷出的水流距喷水枪的水平距离为 x m，距地面的竖直高度为 y m，获得数据如下：

x/m	0.0	1.0	2.0	3.0	4.5
y/m	1.6	3.7	4.4	3.7	0.0

小景根据学习函数的经验，对函数 y 随自变量 x 的变化而变化的规律进行了探究. 下面是小景的探究过程，请补充完整：

(1) 在平面直角坐标系 xOy 中，描出以表中各对对应值为坐标的点，并画出该函数 的图象；



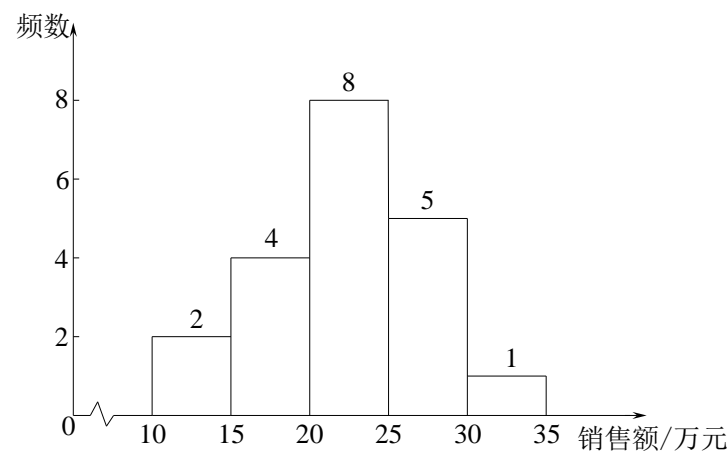
(2) 水流的最高点距喷水枪的水平距离为_____m；

(3) 结合函数图象，解决问题：

公园准备在距喷水枪水平距离为 3.5m 处加装一个石柱，使该喷水枪喷出的水流刚好落在石柱顶端，则石柱的高度约为_____m.

25. 某商场为了解甲、乙两个部门的营业员在某月的销售情况，分别从两个部门中各随机抽取了 20 名营业员，获得了这些营业员的销售额（单位：万元）的数据，并对数据进行了整理、描述和分析.下面给出了部分信息.

a.设营业员该月的销售额为 x （单位：万元），甲部门营业员销售额数据的频数分布直方图如下（数据分成 5 组： $10 \leq x < 15$ ， $15 \leq x < 20$ ， $20 \leq x < 25$ ， $25 \leq x < 30$ ， $30 \leq x \leq 35$ ）：



b.甲部门营业员该月的销售额数据在 $20 \leq x < 25$ 这一组的是：

21.3 22.1 22.6 23.7 24.3 24.3 24.8 24.9

c.甲、乙两部门营业员该月销售额数据的平均数、中位数如下：

	平均数	中位数
甲部门	22.8	m
乙部门	23.0	22.7

根据以上信息，回答下列问题：

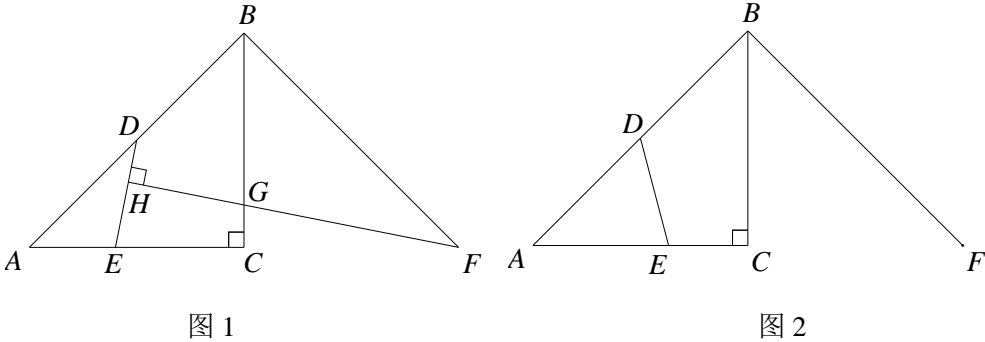
- (1) 写出表中 m 的值；
- (2) 在甲部门抽取的营业员中，记该月销售额超过 23.0 万元的人数为 n_1 . 在乙部门抽取的营业员中，记该月销售额超过 23.0 万元的人数为 n_2 . 比较 n_1 , n_2 的大小，并说明理由；
- (3) 若该商场乙部门共有 100 名营业员，估计乙部门该月的销售总额.

26. 在平面直角坐标系 xOy 中，已知抛物线 $y = x^2 - 2tx + t^2 - t$.

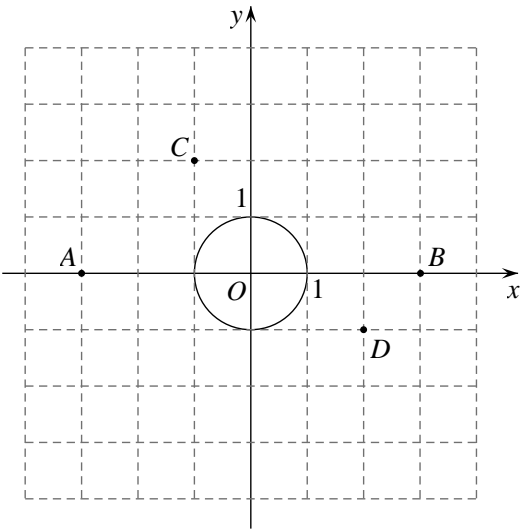
- (1) 求抛物线的顶点坐标（用含 t 的代数式表示）；
- (2) 点 $P(x_1, y_1)$, $Q(x_2, y_2)$ 在抛物线上，其中 $t - 1 \leq x_1 \leq t + 2$, $x_2 = 1 - t$.
 - ①若 y_1 的最小值是-2，求 y_1 的最大值；
 - ②若对于 x_1, x_2 ，都有 $y_1 < y_2$ ，直接写出 t 的取值范围.

27. 在 $\triangle ABC$ 中， $\angle ACB=90^\circ$ ， $CA=CB$ ， D 是 AB 的中点， E 为边 AC 上一动点（不与点 A, C 重合），连接 DE ，将线段 BA 绕点 B 逆时针旋转 90° 得到线段 BF ，过点 F 作 $FH\perp DE$ 于点 H ，交射线 BC 于点 G .

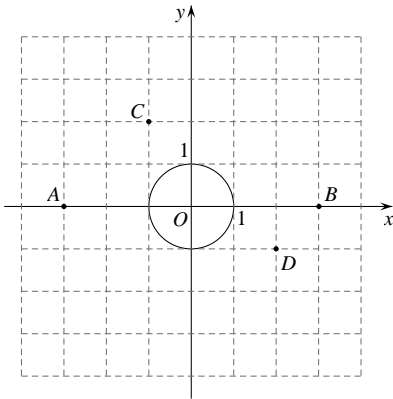
- (1) 如图 1，当 $AE < EC$ 时，比较 $\angle ADE$ 与 $\angle BFG$ 的大小；用等式表示线段 BG 与 AE 的数量关系，并证明；
- (2) 如图 2，当 $AE > EC$ 时，依题意补全图 2，用等式表示线段 DE, CG, AC 之间的数量关系.



28. 在平面直角坐标系 xOy 中, $\odot O$ 的半径为 1. 对于线段 PQ 给出如下定义: 若线段 PQ 与 $\odot O$ 有两个交点 M, N , 且 $PM = MN = NQ$, 则称线段 PQ 是 $\odot O$ 的“倍弦线”.
- (1) 如图, 点 A, B, C, D 的横、纵坐标都是整数. 在线段 AB, AD, CB, CD 中, $\odot O$ 的“倍弦线”是_____;



- (2) $\odot O$ 的“倍弦线” PQ 与直线 $x = 2$ 交于点 E , 求点 E 纵坐标 y_E 的取值范围;
- (3) 若 $\odot O$ 的“倍弦线” PQ 过点 $(1, 0)$, 直线 $y = x + b$ 与线段 PQ 有公共点, 直接写出 b 的取值范围.



备用图

参考答案

第一部分 选择题

一、选择题（共 16 分，每题 2 分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	D	A	B	B	D	C	D	A

第二部分 非选择题

二、填空题（共 16 分，每题 2 分）

9. $x \neq 3$ 10. $a(a+b)(a-b)$ 11. 60° 12. 答案不唯一，如：0
 13. 20 14. 4 15. 2 16. 160; $x \geq 250$

三、解答题（共 68 分，第 17-20 题，每题 5 分，第 21 题 6 分，第 22 题 5 分，第 23-24 题，每题 6 分，第 25 题 5 分，第 26 题 6 分，第 27-28 题，每题 7 分）

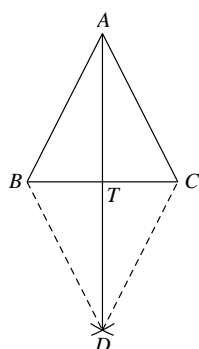
解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程.

17. 解：原式 $= 2 - 4 \times \frac{\sqrt{3}}{2} + 2\sqrt{3} + 2$ 4
 $= 4.$ 5

18. 解：原不等式组为 $\begin{cases} 5x+3 > 2x, & \text{①} \\ \frac{x-2}{2} < 6-3x. & \text{②} \end{cases}$
 解不等式①，得 $x > -1$2
 解不等式②，得 $x < 2$4
 \therefore 原不等式组的解集为 $-1 < x < 2$5

19. 解： $(m+3)^2 + m(m-1)$
 $= m^2 + 6m + 9 + m^2 - m$
 $= 2m^2 + 5m + 9.$ 3
 $\because 2m^2 + 5m - 1 = 0,$
 $\therefore 2m^2 + 5m = 1.$
 \therefore 原式 $= 10.$ 5

20. 解：（1）补全图形如图所示：



.....2
 \therefore
5
 \therefore

（2）菱形；四条边都相等的四边形是菱形； $\angle CAD$.

21. (1) 证明: $\because AE \parallel BC, AE = DC,$

\therefore 四边形 $ADCE$ 是平行四边形.

$\because \triangle ABC$ 是等边三角形, D 是 BC 的中点,

$\therefore AD \perp BC.$

$\therefore \angle ADC = 90^\circ.$

$\therefore \square ADCE$ 是矩形.3

(2) 解: $\because \triangle ABC$ 是等边三角形, $AB = 4,$

$\therefore BC = AB = 4.$

$\because D$ 是 BC 的中点,

$\therefore BD = 2.$

在 $\text{Rt}\triangle ABD$ 中, $\angle ADB = 90^\circ,$

$\therefore AD = 2\sqrt{3}.$

$\because \square ADCE$ 为矩形,

$\therefore EC = AD = 2\sqrt{3}, \angle ECB = 90^\circ, AD \parallel EC.$

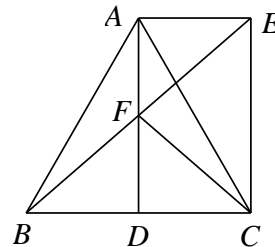
$\therefore BE = 2\sqrt{7}.$

$\because AD \parallel EC, D$ 为 BC 的中点,

$\therefore \frac{BF}{FE} = \frac{BD}{DC} = 1.$

$\therefore F$ 为 BE 的中点.

$\therefore CF = \frac{1}{2}BE = \sqrt{7}.$ 6



22. 解: (1) \because 一次函数 $y = kx + b$ ($k \neq 0$) 的图象由函数 $y = -x$ 的图象平移得到,

$\therefore k = -1.$

\because 一次函数 $y = -x + b$ ($k \neq 0$) 的图象经过点 $(1, 1),$

$\therefore 1 = -1 + b.$

$\therefore b = 2.$

\therefore 这个一次函数的表达式为 $y = -x + 2.$ 3

(2) $-4 \leq m \leq -1.$ 5

23. (1) 证明: $\because \widehat{BD} = \widehat{CD},$

$\therefore \angle BAD = \angle CAD.$

$\because OA = OD,$

$\therefore \angle D = \angle BAD.$

$\therefore \angle CAD = \angle D.$

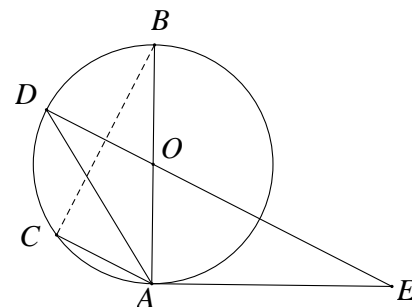
$\therefore AC \parallel DE.$ 3

(2) 解: 如图, 连接 $BC.$

$\because AB$ 为 $\odot O$ 的直径,

$\therefore \angle C = 90^\circ.$

$\because AC \parallel DE$,
 $\therefore \angle BAC = \angle AOE$.
 $\because AE$ 是 $\odot O$ 的切线,
 $\therefore OA \perp AE$.
 $\therefore \angle C = \angle OAE = 90^\circ$.
 $\therefore \angle B = \angle E$.



$$\therefore \tan B = \tan E = \frac{1}{2}.$$

$$\begin{aligned} \because AC &= 2, \\ \therefore BC &= 4, \quad AB = 2\sqrt{5}. \\ \therefore OA &= \sqrt{5}. \end{aligned}$$

$$\because \text{在 Rt}\triangle OAE \text{ 中, } \tan E = \frac{1}{2},$$

$$\therefore AE = 2\sqrt{5}.$$

$$\therefore OE = 5.$$

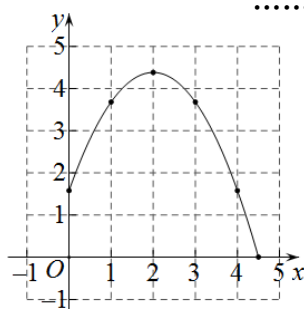
.....6

..

24. 解: (1) 函数图象如图所示:

.....3

.....4分



(2) 2.0.

(3) 2.8.6

25. 解: (1) 24.0. ..

(2) $n_1 > n_2$. 理由如下:1

由甲部门抽取的营业员该月的销售额的数据可知 $n_1 = 11$.

因为在乙部门抽取的 20 名营业员该月销售额数据的中位数是 22.7 万元, 小于 23.0 万元, 所以 $n_2 \leq 10$.

所以 $n_1 > n_2$.

(3) 估计乙部门该月的销售总额约为 2300 万元.

.....5

..

26. 解: (1) $\because y = x^2 - 2tx + t^2 - t = (x - t)^2 - t$,

\therefore 抛物线的顶点坐标为 $(t, -t)$.

.....2

..

(2) ① $\because a = 1 > 0$,

\therefore 抛物线 $y = x^2 - 2tx + t^2 - t$ 开口向上.

\therefore 当 $x = t$ 时, y 有最小值 $-t$.

$\because t - 1 \leq x_1 \leq t + 2$,

∴当 $x_1 = t$ 时, y_1 有最小值 $-t$.

∴ $-t = -2$.

∴ $t = 2$.

∴ $y = (x-2)^2 - 2$.

∵ $1 \leq x_1 \leq 4$,

∴结合函数图象, 当 $x_1 = 4$ 时, y_1 的最大值为 2.

.....4

② $t < -\frac{1}{2}$ 或 $t > \frac{3}{2}$.

.....6

..

27. (1) $\angle ADE = \angle BFG$.

$BG = 2AE$.

证明: 如图, 在线段 EC 上取点 P , 使得 $PE = AE$, 连接 BP .

∵ D 是 AB 中点,

∴ $DE \parallel BP$.

∴ $\angle ADE = \angle ABP$.

∵ 线段 BA 绕点 B 逆时针旋转 90° 得到线段 BF ,

∴ $BF = BA$, $\angle ABF = 90^\circ$.

在四边形 $BDHF$ 中, $\angle DHF = 90^\circ$,

∴ $\angle BDH + \angle F = 180^\circ$.

∵ $\angle BDH + \angle ADE = 180^\circ$,

∴ $\angle ADE = \angle F$.

∴ $\angle ABP = \angle F$.

∵ $\angle ACB = 90^\circ$, $CB = CA$,

∴ $\angle A = \angle ABC = 45^\circ$.

∴ $\angle FBG = 45^\circ$.

∴ $\angle A = \angle FBG$.

∴ $\triangle ABP \cong \triangle BFG$.

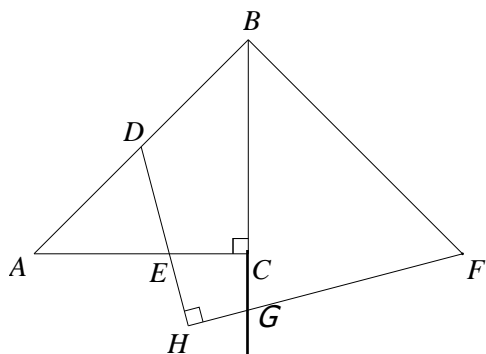
∴ $AP = BG$.

∴ $BG = 2AE$.

.....5

..

(2) 补全图形, 如图.



$$AC^2+CG^2=4DE^2. \dots\dots\dots 2$$

28.解：（1） AB, CD .

（2）由题意，可得 $PQ=3MN$.

$$\because MN\leq 2,$$

$$\therefore PQ\leq 6.$$

如图，当 $OP=3$ 且点 P 在直线 $x=2$ 上时，

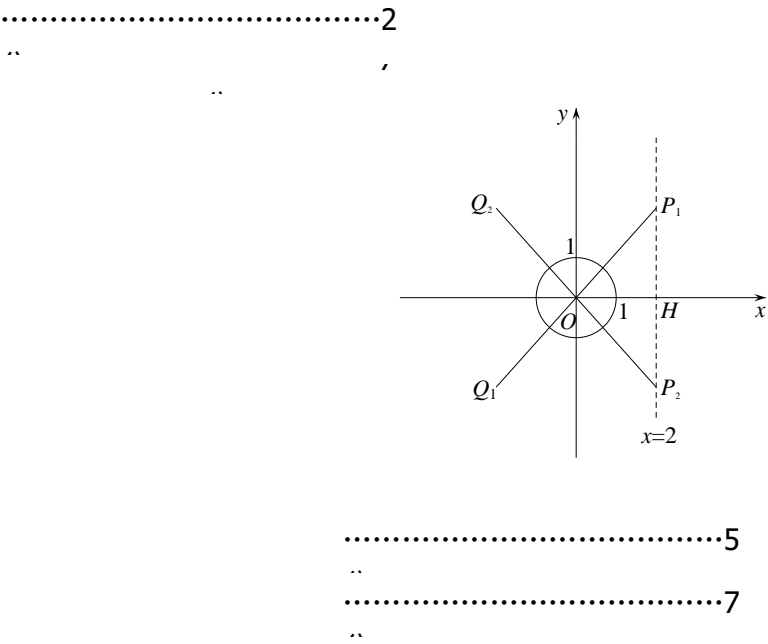
$$\because OH=2,$$

$$\therefore P_1H=P_2H=\sqrt{5}.$$

结合图形，点 E 的纵坐标取值范围

$$\text{为 } -\sqrt{5}\leq y_E\leq \sqrt{5}.$$

$$(3) \quad -\sqrt{2}-2\leq b\leq 2\sqrt{2}+1.$$



.....5
 ..
7
 ..