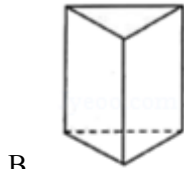
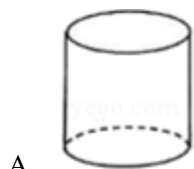


2022 北京顺义初三二模

数 学

一、选择题（本题共 16 分，每小题 2 分）第 1-8 题均有四个选项，符合题意的选项只有一个。

1. 下列几何体中，其侧面展开图为扇形的是()



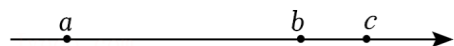
2. 我国成功发射北斗系统第 55 颗导航卫星，暨北斗三号最后一颗全球组网卫星，该卫星距离地面约 36000 千米。将 36000 用科学记数法表示应为()

- A. 3.6×10^3 B. 3.6×10^4 C. 36×10^3 D. 0.36×10^5

3. 下列图形中，既是轴对称图形又是中心对称图形的是()

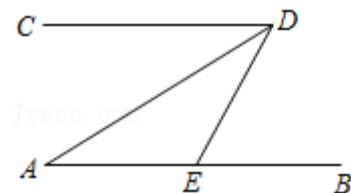


4. 实数 a , b , c 在数轴上对应点的位置如图所示，若 $|a| = |c|$ ，则下列结论中正确的是()



- A. $a + c > 0$ B. $a - b > 0$ C. $|a| > b$ D. $ab > 0$

5. 如图， $AB \parallel CD$ ， $\angle A = 30^\circ$ ， DA 平分 $\angle CDE$ ，则 $\angle DEB$ 的度数为()



- A. 45° B. 60° C. 75° D. 80°

6. 方程 $\frac{2}{x} - \frac{1}{x-2} = 0$ 的解是()

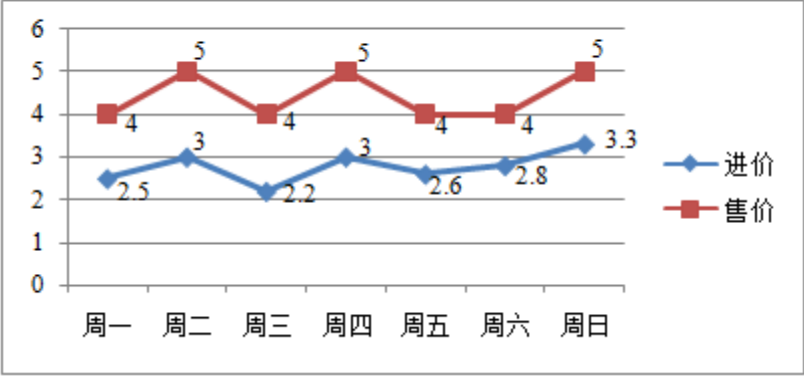
- A. 4 B. 3 C. 2 D. 1

7. 已知三个点 (x_1, y_1) , (x_2, y_2) , (x_3, y_3) 在反比例函数 $y = -\frac{2}{x}$ 的图象上, 其中 $x_1 < x_2 < 0 < x_3$, 则下列结论中正确的是()

- A. $y_2 < y_1 < 0 < y_3$ B. $y_1 < y_2 < 0 < y_3$ C. $y_3 < 0 < y_2 < y_1$ D. $y_3 < 0 < y_1 < y_2$

8. 某超市的某种蔬菜一周内每天的进价与售价信息和实际每天的销售量情况如图表所示, 则下列推断不合理的是()

某种蔬菜一周内进价与售价折线图 (单位: 元/斤)



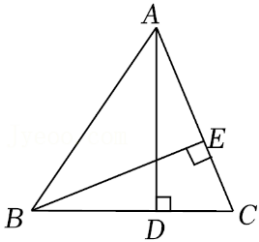
该种蔬菜一周内实际销售量表 (单位: 斤)

日期	周一	周二	周三	周四	周五	周六	周日
销售量	30	40	35	30	50	60	50

- A. 销售该种蔬菜周一的利润最小
 B. 销售该种蔬菜周日的利润最大
 C. 该种蔬菜一周中每天的售价组成的这组数据的众数是 4
 D. 该种蔬菜一周中每天进价组成的这组数据的中位数是 3

二、填空题 (本题共 16 分, 每小题 2 分)

9. 若代数式 $\frac{x-2}{x+1}$ 的值为 0, 则实数 x 的值为 ____.
10. 一个正多边形的内角和为 720° , 则这个正多边形的每一个外角等于 ____.
11. 已知 $a < \sqrt{15} < b$, 且 a 、 b 为两个连续的整数, 则 $a + b =$ ____.
12. 如果关于 x 的方程 $x^2 + 4x + m = 0$ 有实数根, 那么 m 的取值范围是 ____.
13. 如图, AD , BE 是 $\triangle ABC$ 的两条高线, 只需添加一个条件即可证明 $\triangle ADC \cong \triangle BEC$ (不添加其它字母及辅助线), 这个条件可以是 ____ (写出一个即可).



14. 柳州市某校的生物兴趣小组在老师的指导下进行了多项有意义的生物研究并取得成果. 下面是这个兴趣小组在相同的试验条件下, 对某植物种子发芽率进行研究时所得到的数据:

种子数 n	30	75	130	210	480	856	1250	2300
发芽数 m	28	72	125	200	457	814	1187	2185
发芽频率 $\frac{m}{n}$	0.9333	0.9600	0.9615	0.9524	0.9521	0.9509	0.9496	0.9500

依据上面的数据可以估计，这种植物种子在该试验条件下发芽的概率约是 ____（结果精确到0.01）.

15. 幻方历史悠久，传说最早出现在夏禹时代的“洛书”. 把洛书用今天的数学符号翻译出来，就是一个三阶幻方. 将数字1~9 分别填入如图所示的幻方中，要求每一横行，每一竖行以及两条对角线上的数字之和都是 15，则 a 的值为 ____.

6		a
8	3	

16. 某中学为积极开展校园足球运动，计划购买 A 和 B 两种品牌的足球，已知一个 A 品牌足球价格为 120 元，一个 B 品牌足球价格为 150 元. 学校准备用 3000 元购买这两种足球（两种足球都买），并且 3000 元全部用完，则该校共有 ____种购买方案.

三、解答题（本题共 68 分，第 17-20 题，每题 5 分，第 21-23 题，每题 6 分，第 24-25 题，每题 5 分，第 26 题 6 分，第 27-28 题，每题 7 分）解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程.

17.（5 分）计算： $\sqrt{18}-4\cos 45^{\circ}+|-2|- (1-\sqrt{2})^0$.

18.（5 分）解不等式组： $\begin{cases} 5x+2\geqslant 4x-1 \\ \frac{x+1}{4}>\frac{x-3}{2}+1 \end{cases}$.

19.（5 分）已知 $x^2+3x-2=0$ ，求代数式 $(2x+y)(2x-y)-2x(x-3)+y^2$ 的值.

20.（5 分）已知：如图 1，直线 l 和 l 外一点 P .

求作：直线 PQ ，使得 $PQ\parallel l$.

作法：①在直线 l 上任取一点 A ，连接 PA ，以点 A 为圆心， PA 的长为半径画弧，交直线 l 于点 B ；

②分别以点 P ， B 为圆心， PA 的长为半径画弧，两弧交于点 Q （不与点 A 重合）；

③作直线 PQ .

所以直线 PQ 就是所求作的直线.

（1）使用直尺和圆规，依作法补全图形（保留作图痕迹）；

（2）完成下面的证明.

证明：连接 BQ .

$\because AB=BQ=PQ=PA$,

\therefore 四边形 $PABQ$ 是 ____，（____）（填推理依据）.

$\therefore PQ\parallel AB$ （____）（填推理依据）.

即 $PQ\parallel l$.

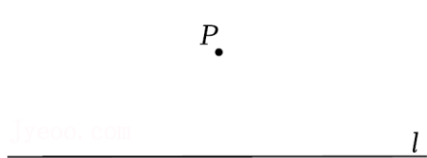


图1

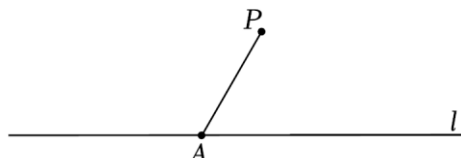
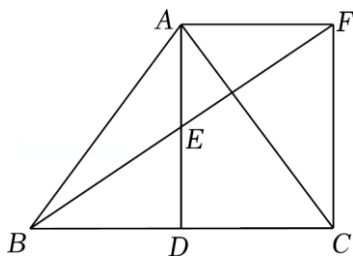


图2

21. (6分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC$, AD 为 BC 边上的中线, 点 E 为 AD 的中点, 过点 A 作 $AF \parallel BC$, 交 BE 的延长线于点 F , 连接 CF .

(1) 求证: 四边形 $ADCF$ 为矩形;

(2) 若 $BC = 12$, $\sin \angle ACB = \frac{4}{5}$, 求 EF 的长.



22. (6分) 在平面直角坐标系 xOy 中, 直线 $l: y = kx - k + 4$ 与函数 $y = \frac{m}{x} (x > 0)$ 的图象交于点 $A(1, 4)$.

(1) 求 m 的值;

(2) 横、纵坐标都是整数的点叫做整点. 记直线 l 与函数 $y = \frac{m}{x} (x > 0)$ 的图象所围成的区域 (不含边界) 为 W . 点

$B(n, 1) (n \geq 4, n \text{ 为整数})$ 在直线 l 上.

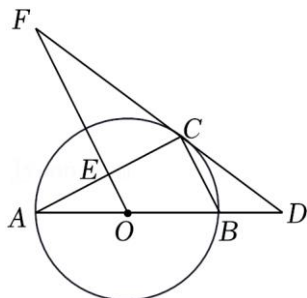
① 当 $n = 5$ 时, 求 k 的值, 并写出区域 W 内的整点个数;

② 当区域 W 内恰有 5 个整点时, 直接写出 n 和 k 的值.

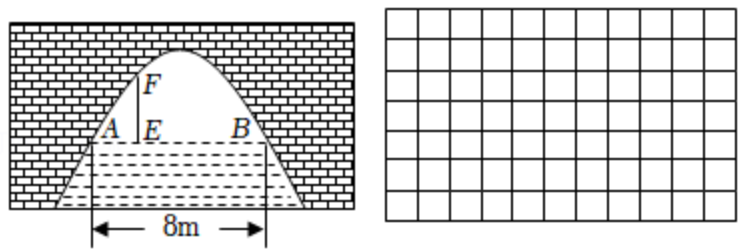
23. (6分) 如图, $\triangle ABC$ 内接于 $\odot O$, AB 是 $\odot O$ 的直径, 点 D 在 AB 的延长线上, 且 $\angle BCD = \angle A$, 点 E 为 AC 的中点, 连接 OE 并延长与 DC 的延长线交于点 F .

(1) 求证: CD 是 $\odot O$ 的切线;

(2) 若 $CD = 4$, $\tan A = \frac{1}{2}$, 求 CF 的长.



24. (5分) 如图是某抛物线形拱桥的截面图. 某数学小组对这座拱桥很感兴趣, 他们利用测量工具测出水面 AB 的宽为 8 米. 设 AB 上的点 E 到点 A 的距离 $AE = x$ 米, 点 E 到拱桥顶面的垂直距离 $EF = y$ 米.



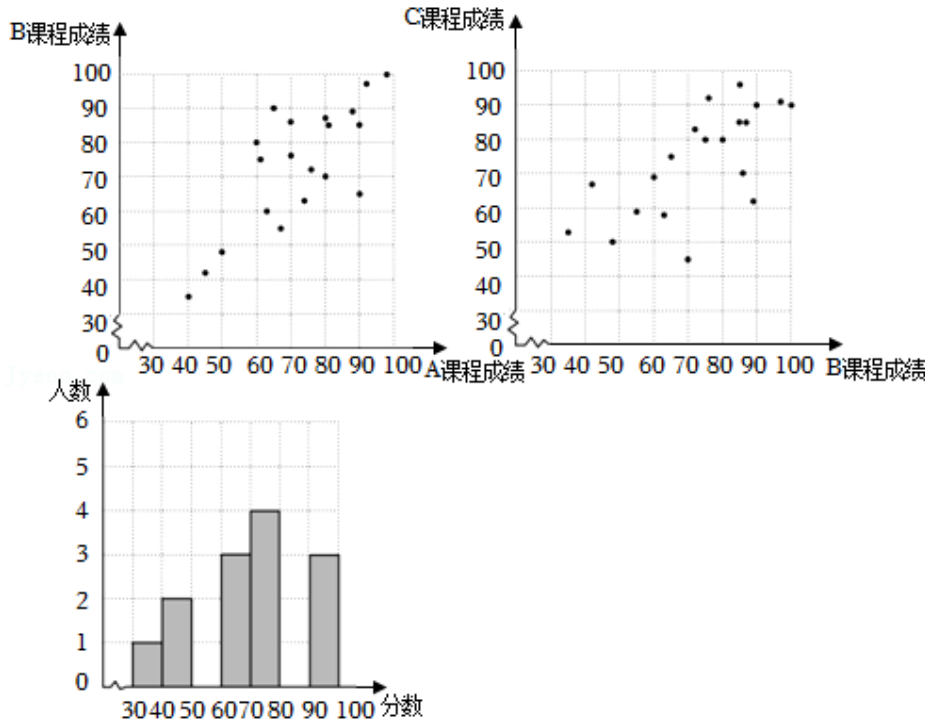
通过取点、测量，数学小组的同学得到了 x 与 y 的几组值，如下表：

x (米)	0	1	2	3	4	5	6	7	8
y (米)	0	1.75	3	3.75	4	3.75	3	1.75	0

- (1) 拱桥顶面离水面 AB 的最大高度为 ____ 米；
- (2) 请你帮助该数学小组建立平面直角坐标系，描出上表中各对对应值为坐标的点，并用平滑的曲线连接；
- (3) 测量后的某一天，由于降雨原因，水面比测量时上升 1 米．现有一游船（截面为矩形）宽度为 4 米，船顶到水面的高度为 2 米．要求游船从拱桥下面通过时，船顶到拱桥顶面的距离应大于 0.5 米．结合所画图象，请判断该游船是否能安全通过： ____ （填写“能”或“不能”）．

25. (5 分) 为整体提升学生的综合素质，某中学利用课后服务时间，对八年级 300 名学生全员开设了 A ， B ， C 三类课程，经过一个学期的课程学习，学校想了解学生课程学习效果，从中随机抽取 20 名学生进行了检测，获得了他们的成绩（百分制），并对数据（成绩）进行整理、描述和分析．这 20 名学生 A ， B ， C 三类课程的成绩情况统计图如图．

- (1) ①学生甲 A 类课程的成绩是 98 分，则该生 C 类课程的成绩是 ____ 分；
 - ②学生乙 C 类课程的成绩是 45 分，则该生三类课程的平均成绩是 ____ 分；
 - (2) 补全这 20 名学生 B 类课程成绩的频数分布直方图；
- （数据分成 7 组： $30 \leq x < 40$ ， $40 \leq x < 50$ ， $50 \leq x < 60$ ， $60 \leq x < 70$ ， $70 \leq x < 80$ ， $80 \leq x < 90$ ， $90 \leq x \leq 100$ ）．
- (3) 若成绩在 85 分及以上为优秀，估计该校八年级学生 A 类课程成绩优秀的人数．

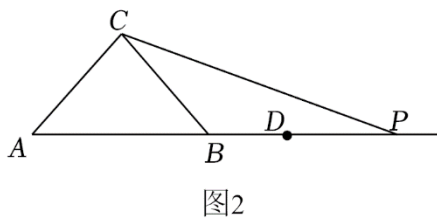
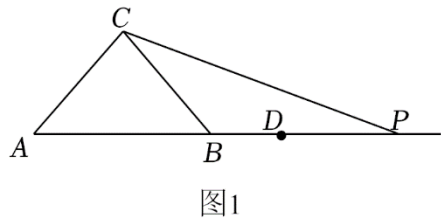


26. (6分) 在平面直角坐标系 xOy 中, 已知抛物线 $y = x^2 + mx + n$.

- (1) 当 $m = -3$ 时,
- ①求抛物线的对称轴;
 - ②若点 $A(1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ 都在抛物线上, 且 $y_2 < y_1$, 求 x_2 的取值范围;
- (2) 已知点 $P(-1, 1)$, 将点 P 向右平移 3 个单位长度, 得到点 Q . 当 $n = 2$ 时, 若抛物线与线段 PQ 恰有一个公共点, 结合函数图象, 求 m 的取值范围.

27. (7分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $AC = BC$, P, D 为射线 AB 上两点 (点 D 在点 P 的左侧), 且 $PD = BC$, 连接 CP . 以 P 为中心, 将线段 PD 逆时针旋转 $n^\circ (0 < n < 180)$ 得线段 PE .

- (1) 如图 1, 当四边形 $ACPE$ 是平行四边形时, 画出图形, 并直接写出 n 的值;
 - (2) 当 $n = 135^\circ$ 时, M 为线段 AE 的中点, 连接 PM .
- ①在图 2 中依题意补全图形;
 - ②用等式表示线段 CP 与 PM 之间的数量关系, 并证明.



28. (7分) 在平面直角坐标系 xOy 中, 对于点 R 和线段 PQ , 给出如下定义: M 为线段 PQ 上任意一点, 如果 R, M 两点间的距离的最小值恰好等于线段 PQ 的长, 则称点 R 为线段 PQ 的“等距点”.

- (1) 已知点 $A(5, 0)$.
- ①在点 $B_1(-3, 4)$, $B_2(1, 5)$, $B_3(4, -3)$, $B_4(3, 6)$ 中, 线段 OA 的“等距点”是 _____;
 - ②若点 C 在直线 $y = 2x + 5$ 上, 并且点 C 是线段 OA 的“等距点”, 求点 C 的坐标;
- (2) 已知点 $D(1, 0)$, 点 $E(0, -1)$, 图形 W 是以点 $T(t, 0)$ 为圆心, 1 为半径的 $\odot T$ 位于 x 轴及 x 轴上方的部分. 若图形 W 上存在线段 DE 的“等距点”, 直接写出 t 的取值范围.

参考答案

一、选择题（本题共 16 分，每小题 2 分）第 1-8 题均有四个选项，符合题意的选项只有一个.

1. 【分析】根据特殊几何体的展开图，可得答案.

【解答】解：A、圆柱的侧面展开图是矩形，故 A 错误；

B、三棱柱的侧面展开图是矩形，故 B 错误；

C、圆锥的侧面展开图是扇形，故 C 正确；

D、三棱锥的侧面展开图是三个三角形组成的图形，故 D 错误.

故选：C.

【点评】本题考查了几何体的展开图，熟记特殊几何体的侧面展开图是解题关键.

2. 【分析】用科学记数法表示较大的数时，一般形式为 $a \times 10^n$ ，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数，且 n 比原来的整数位数少 1，据此判断即可.

【解答】解： $36000 = 3.6 \times 10^4$.

故选：B.

【点评】此题主要考查了用科学记数法表示较大的数，一般形式为 $a \times 10^n$ ，其中 $1 \leq |a| < 10$ ，确定 a 与 n 的值是解题的关键.

3. 【分析】根据中心对称图形与轴对称图形的概念进行判断即可.

【解答】解：A. 不是中心对称图形，是轴对称图形，故此选项不合题意；

B. 是中心对称图形，不是轴对称图形，故此选项不合题意；

C. 不是中心对称图形，是轴对称图形，故此选项不合题意；

D. 既是中心对称图形，也是轴对称图形，故此选项符合题意；

故选：D.

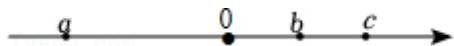
【点评】本题考查的是中心对称图形与轴对称图形的概念. 轴对称图形的关键是寻找对称轴，图形两部分折叠后可重合，中心对称图形是要寻找对称中心，旋转 180 度后与自身重合.

4. 【分析】根据 $|a| = |c|$ ，确定原点的位置，根据实数与数轴即可解答.

【解答】解： $\because |a| = |c|$ ，

\therefore 原点在 a ， c 的中间，

如图：



由图可得： $|a| > |b|$ ，

$\therefore a + c = 0$ ， $a - b < 0$ ， $|a| > b$ ， $ab < 0$ ，

故选项 C 正确.

故选：C.

【点评】本题考查了实数与数轴，解决本题的关键是确定原点的位置.

5. 【分析】由平行线的性质得 $\angle ADC = \angle A = 30^\circ$ ，再由角平分线得 $\angle CDE = 60^\circ$ ，再次利用平行线的性质可得 $\angle DEB = \angle CDE = 60^\circ$.

【解答】解：∵ $AB \parallel CD$ ， $\angle A = 30^\circ$ ，
 $\therefore \angle ADC = \angle A = 30^\circ$ ， $\angle CDE = \angle DEB$ ，
 $\therefore DA$ 平分 $\angle CDE$ ，
 $\therefore \angle CDE = 2\angle ADC = 60^\circ$ ，
 $\therefore \angle DEB = 60^\circ$ 。

故选：B。

【点评】本题主要考查平行线的性质，解答的关键是熟记并运用平行线的性质：两直线平行，内错角相等。

6. 【分析】按照解分式方程的步骤，进行计算即可解答。

【解答】解： $\frac{2}{x} - \frac{1}{x-2} = 0$ ，

$$2(x-2) - x = 0,$$

解得： $x = 4$ ，

检验：当 $x = 4$ 时， $x(x-2) \neq 0$ ，

$\therefore x = 4$ 是原方程的根，

故选：A。

【点评】本题考查了解分式方程，一定要注意解分式方程必须检验。

7. 【分析】先根据反比例函数的解析式判断出函数图象所在的象限，再根据 $x_1 < x_2 < 0 < x_3$ 即可得出结论。

【解答】解：∵ 反比例函数 $y = -\frac{2}{x}$ 中， $k = -2 < 0$ ，

\therefore 函数图象的两个分支分别位于二、四象限，且在每一象限内， y 随 x 的增大而增大。

$$\therefore x_1 < x_2 < 0 < x_3,$$

$\therefore (x_1, y_1), (x_2, y_2)$ 两点在第二象限，点 (x_3, y_3) 在第四象限，

$$\therefore y_3 < 0 < y_1 < y_2.$$

故选：D。

【点评】本题考查的是反比例函数图象上点的坐标特点，熟知反比例函数图象上各点的坐标一定适合此函数的解析式是解答此题的关键。

8. 【分析】根据折线图得出信息进行判断即可。

【解答】解：A. 该商品周一的利润 45 元，最小，故正确，不符合题意；

B. 该商品周日的利润 85 元，最大，故正确，不符合题意；

C. 由一周中的该商品每天售价组成的这组数据的众数是 4，故正确，不符合题意；

D. 一周中的该商品每天进价组成的这组数据的中位数是 2.8，故错误，符合题意；

故选：D。

【点评】此题考查折线统计图，关键是根据折线图得出信息进行解答。

二、填空题（本题共 16 分，每小题 2 分）

9. 【分析】根据分式值为零的条件列方程和不等式求解。

【解答】解：由题意可得 $\begin{cases} x-2=0 \\ x+1 \neq 0 \end{cases}$ ，

解得： $x = 2$ ，

故答案为： 2.

【点评】本题考查分式值为零的条件，理解分式值为零的条件（分子为零，且分母不等于零）是解题关键.

10. 【分析】首先设这个正多边形的边数为 n ，根据多边形的内角和公式可得 $180(n-2) = 720$ ，继而可求得答案.

【解答】解：设这个正多边形的边数为 n ，

\therefore 一个正多边形的内角和为 720° ，

$$\therefore 180(n-2) = 720,$$

解得： $n = 6$ ，

\therefore 这个正多边形的每一个外角是： $360^\circ \div 6 = 60^\circ$.

故答案为： 60° .

【点评】此题考查了多边形的内角和与外角和的知识. 此题难度不大，注意掌握方程思想的应用，注意熟记公式是关键.

11. 【分析】先估算出 $\sqrt{15}$ 的取值范围，得出 a ， b 的值，进而可得出结论.

【解答】解： $\because 9 < 15 < 16$ ，

$$\therefore 3 < \sqrt{15} < 4,$$

$$\therefore a = 3, \quad b = 4,$$

$$\therefore a + b = 3 + 4 = 7.$$

故答案为： 7

【点评】本题考查的是估算无理数的大小，利用夹值法求出 a ， b 的值是解答此题的关键.

12. 【分析】由关于 x 的方程 $x^2 + 4x + m = 0$ 有实数根知 $\Delta = b^2 - 4ac \geq 0$ ，求出 m 的取值范围即可.

【解答】解： \because 关于 x 的方程 $x^2 + 4x + m = 0$ 有实数根，

$$\therefore \Delta \geq 0,$$

$$\therefore \Delta = 4^2 - 4m \geq 0,$$

$$\therefore m \leq 4.$$

故答案为： $m \leq 4$.

【点评】本题主要考查根的判别式，一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$ 的根与 $\Delta = b^2 - 4ac$ 有如下关系：

①当 $\Delta > 0$ 时，方程有两个不相等的两个实数根；

②当 $\Delta = 0$ 时，方程有两个相等的两个实数根；

③当 $\Delta < 0$ 时，方程无实数根.

13. 【分析】添加 $AC = BC$ ，根据三角形高的定义可得 $\angle ADC = \angle BEC = 90^\circ$ ，再证明 $\angle EBC = \angle DAC$ ，然后再添加 $AC = BC$ 可利用 AAS 判定 $\triangle ADC \cong \triangle BEC$.

【解答】解：添加 $AC = BC$ ，

$\therefore \triangle ABC$ 的两条高 AD ， BE ，

$$\therefore \angle ADC = \angle BEC = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle DAC + \angle C = 90^\circ, \quad \angle EBC + \angle C = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle EBC = \angle DAC,$$

在 $\triangle ADC$ 和 $\triangle BEC$ 中,

$$\begin{cases} \angle ADC = \angle BEC \\ \angle EBC = \angle DAC \\ AC = BC \end{cases},$$

$\therefore \triangle ADC \cong \triangle BEC (AAS)$,

故答案为: $AC = BC$.

【点评】此题主要考查了三角形全等的判定方法,判定两个三角形全等的一般方法有:SSS、SAS、ASA、AAS、HL(直角三角形),注意:AAA、SSA不能判定两个三角形全等,判定两个三角形全等时,必须有边的参与,若有两边一角对应相等时,角必须是两边的夹角.

14.【分析】概率是大量重复试验的情况下,频率的稳定值可以作为概率的估计值,即次数越多的频率越接近于概率.

【解答】解:概率是大量重复试验的情况下,频率的稳定值可以作为概率的估计值,即次数越多的频率越接近于概率

\therefore 这种种子在此条件下发芽的概率约为 0.95.

故答案为: 0.95

【点评】此题主要考查了利用频率估计概率,大量反复试验下频率稳定值即概率.用到的知识点为:频率=所求情况数与总情况数之比.

15.【分析】利用幻方中每一横行,每一竖行以及两条对角线上的数字之和都是 15,可求出幻方右下角及第二行中间的数字,再利用幻方中对角线上的数字之和为 15,即可得出关于 a 的一元一次方程,解之即可得出结论.

【解答】解:幻方右下角的数字为 $15 - 8 - 3 = 4$,

幻方第二行中间的数字为 $15 - 6 - 4 = 5$.

依题意得: $8 + 5 + a = 15$,

解得: $a = 2$.

故答案为: 2.

【点评】本题考查了一元一次方程的应用以及数字常识,找准等量关系,正确列出一元一次方程是解题的关键.

16.【分析】设购买 A 品牌足球 x 个, B 品牌足球 y 个,利用总价=单价 \times 数量,即可得出关于 x , y 的二元一次方程,结合 x , y 均为正整数,即可得出该校共有 4 种购买方案.

【解答】解:设购买 A 品牌足球 x 个, B 品牌足球 y 个,

依题意得: $120x + 150y = 3000$,

$$\therefore y = 20 - \frac{4}{5}x.$$

又 $\because x, y$ 均为正整数,

$$\therefore \begin{cases} x=5 \\ y=16 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} x=10 \\ y=12 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} x=15 \\ y=8 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} x=20 \\ y=4 \end{cases},$$

\therefore 该校共有 4 种购买方案.

故答案为: 4.

【点评】本题考查了二元一次方程的应用,找准等量关系,正确列出二元一次方程是解题的关键.

三、解答题（本题共 68 分，第 17-20 题，每题 5 分，第 21-23 题，每题 6 分，第 24-25 题，每题 5 分，第 26 题 6 分，第 27-28 题，每题 7 分）解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程.

17. 【分析】先算开方、乘方化简绝对值，再代入特殊角的三角函数值算乘法，最后算加减.

【解答】解：原式 $= 3\sqrt{2} - 4 \times \frac{\sqrt{2}}{2} + 2 - 1$

$$= 3\sqrt{2} - 2\sqrt{2} + 2 - 1$$

$$= \sqrt{2} + 1.$$

【点评】本题考查了实数的混合运算，掌握二次根式的化简、“ $a^0 = 1(a \neq 0)$ ”、绝对值的意义及特殊角的三角函数值是解决本题的关键.

18. 【分析】分别解两个不等式，求解集的公共部分即可.

【解答】解：
$$\begin{cases} 5x + 2 \geq 4x - 1 \text{ ①} \\ \frac{x+1}{4} > \frac{x-3}{2} + 1 \text{ ②} \end{cases},$$

解不等式①得： $x \geq -3$,

解不等式②得： $x < 3$.

\therefore 不等式组的解集为 $-3 \leq x < 3$.

【点评】本题考查解一元一次不等式组，解题关键是熟练掌握解一元一次不等式的步骤.

19. 【分析】由已知方程求得 $x^2 + 3x$ 的值，化简原式并转化成 $x^2 + 3x$ 的代数式，进而整体代入计算便可.

【解答】解：原式 $= 4x^2 - y^2 - 2x^2 + 6x + y^2$

$$= 2x^2 + 6x,$$

$$\because x^2 + 3x - 2 = 0,$$

$$\therefore x^2 + 3x = 2,$$

$$\therefore \text{原式} = 2(x^2 + 3x)$$

$$= 2 \times 2$$

$$= 4.$$

【点评】本题主要考查了整式的混合运算，求代数式的值，关键是应用整体代入思想解题.

20. 【分析】（1）利用几何语言画出对应的几何图形；

（2）利用作法得到 $AB = BQ = PQ = PA$ ，则可判断四边形 $PABQ$ 是菱形，然后根据菱形的性质得到 $PQ \parallel l$.

【解答】解：（1）如图 2， PQ 为所作；

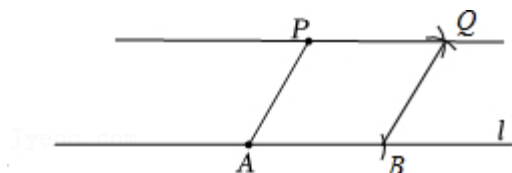


图2

（2）完成下面的证明.

证明：连接 BQ .

$$\because AB = BQ = PQ = PA,$$

∴ 四边形 $PABQ$ 是菱形（四边都相等的四边形为菱形）.

∴ $PQ \parallel AB$ （菱形的两组对边分别平行），

即 $PQ \parallel l$.

【点评】本题考查了作图—复杂作图：解决此类题目的关键是熟悉基本几何图形的性质，结合几何图形的基本性质把复杂作图拆解成基本作图，逐步操作．也考查了菱形的判定与性质．

21. 【分析】（1）先证 $\triangle AFE \cong \triangle DBE$ (AAS)，得出 $AF = BD$ ，则 $AF = DC$ ，得出四边形 $ADCF$ 为平行四边形，再证 $\angle ADC = 90^\circ$ ，即可得出结论；

（2）由 $\sin \angle ACB = \frac{AD}{AC} = \frac{4}{5}$ ，设 $AD = 4x$ ，则 $AC = 5x$ ，由勾股定理求出 $x = 2$ ，求出 $AE = 4$ ，再由勾股定理即可得出结果．

【解答】（1）证明：∵ AD 是 BC 边上的中线，

∴ $BD = CD$ ，

∵ 点 E 是 AD 的中点，

∴ $AE = ED$ ，

∵ $AF \parallel BC$ ，

∴ $\angle AFE = \angle DBE$ ， $\angle FAE = \angle BDE$ ，

在 $\triangle AFE$ 和 $\triangle DBE$ 中，
$$\begin{cases} \angle AFE = \angle DBE \\ \angle FAE = \angle BDE \\ AE = ED \end{cases}$$

∴ $\triangle AFE \cong \triangle DBE$ (AAS)，

∴ $AF = BD$ ，

∴ $AF = DC$ ，

又∵ $AF \parallel BC$ ，

∴ 四边形 $ADCF$ 为平行四边形，

∵ $AB = AC$ ， AD 为 BC 边上的中线，

∴ $AD \perp BC$ ，

∴ $\angle ADC = 90^\circ$ ，

∴ 四边形 $ADCF$ 为矩形；

（2）解：由（1）得： $CD = \frac{1}{2}BC = 6$ ， $AE = \frac{1}{2}AD$ ，四边形 $ADCF$ 为矩形，

∴ $AF = CD = 6$ ， $\angle EAF = \angle ADC = 90^\circ$ ，

在 $\text{Rt}\triangle ADC$ 中， $\sin \angle ACB = \frac{AD}{AC} = \frac{4}{5}$ ，

设 $AD = 4x$ ，则 $AC = 5x$ ，

∴ $AD^2 + CD^2 = AC^2$ ，

∴ $(4x)^2 + 6^2 = (5x)^2$ ，

解得： $x = 2$ （负值已舍去），

$$\therefore AD=8, AE=4,$$

在 $Rt\triangle EAF$ 中，由勾股定理得： $EF = \sqrt{AE^2 + AF^2} = \sqrt{4^2 + 6^2} = 2\sqrt{13}$.

【点评】本题考查了平行四边形的判定、矩形的判定与性质、全等三角形的判定与性质、勾股定理、等腰三角形的性质、锐角三角函数定义等知识；熟练掌握全等三角形的判定与性质和勾股定理是解题的关键.

22. 【分析】(1) 用待定系数法即可求出 m 的值；

(2) ①把 $B(5,1)$ 代入 $y=kx-k+4$ 即可解得 $k=-\frac{3}{4}$ ，画出图象，即可求出区域 W 内整点个数；

② $n=6$ 时，画出图象可知区域 W 内整点个数为 4，当 $n=7$ 时，同法可得区域 W 内整点个数为 5，即可得到答案.

【解答】解：(1) 将 $A(1,4)$ 代入 $y=\frac{m}{x}$ 得：

$$4 = \frac{m}{1},$$

$$\therefore m=4;$$

(2) ①当 $n=5$ 时， $B(5,1)$ ，

把 $B(5,1)$ 代入 $y=kx-k+4$ 得：

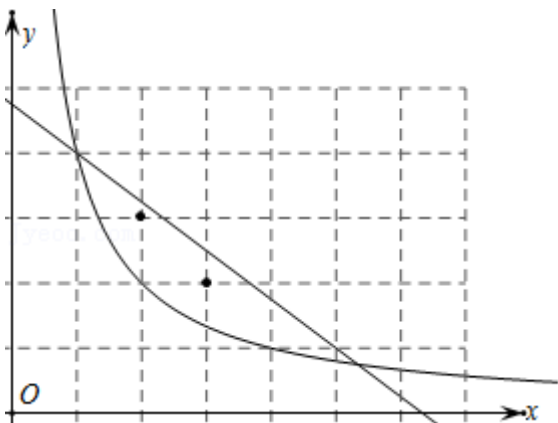
$$1=5k-k+4,$$

$$\text{解得 } k=-\frac{3}{4},$$

$$\therefore \text{直线 } l \text{ 的解析式为 } y=-\frac{3}{4}x+\frac{19}{4},$$

$$\text{由 } \begin{cases} y=-\frac{3}{4}x+\frac{19}{4} \\ y=\frac{4}{x} \end{cases} \text{ 得 } \begin{cases} x=1 \\ y=4 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} x=\frac{16}{3} \\ y=\frac{3}{4} \end{cases},$$

画出图象如下：



由图象可知，区域 W 内的整点有 $(2,3)$ ， $(3,2)$ ，共两个；

②当 $n=6$ 时， $B(6,1)$ ，

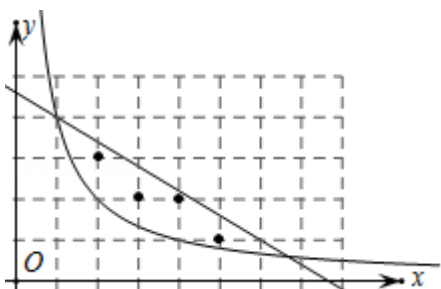
代入 $y=kx-k+4$ 得：

$$1=6k-k+4,$$

$$\text{解得 } k=-\frac{3}{5},$$

$$\therefore \text{直线 } l \text{ 解析式为 } y = -\frac{3}{5}x + \frac{23}{5},$$

画出图象如下：



此时区域 W 内的整点有 4 个；

当 $n=7$ 时， $B(7,1)$ ，

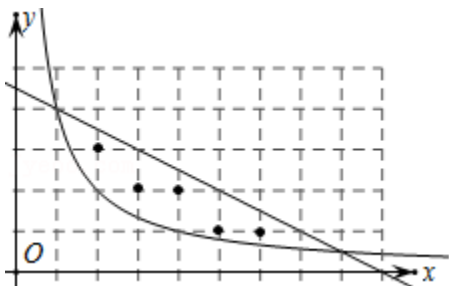
代入 $y = kx - k + 4$ 得：

$$1 = 7k - k + 4,$$

$$\text{解得 } k = -\frac{1}{2},$$

$$\therefore \text{直线 } l \text{ 解析式为 } y = -\frac{1}{2}x + \frac{9}{2},$$

画出图象如下：



此时区域 W 内的整点有 5 个；

$$\therefore \text{当区域 } W \text{ 内恰有 5 个整点时，} k \text{ 的范围是 } -\frac{3}{5} < k \leq -\frac{1}{2},$$

$\because n$ 为整数，

$$\therefore n=7, \quad k = -\frac{1}{2}.$$

【点评】本题考查反比例函数与一次函数的交点问题，解题的关键是数形结合思想的应用。

23. 【分析】(1) 连接 OC ，根据圆周角定理得到 $\angle ACB = 90^\circ$ ，求得 $OC \perp CD$ ，根据切线的判定定理即可得到结论；

(2) 根据三角函数的定义得到 $\tan A = \frac{BC}{AC} = \frac{1}{2}$ ，根据相似三角形的判定和性质定理即可得到结论。

【解答】(1) 证明：连接 OC ，

$$\because OA = OC, \quad \angle BCD = \angle A,$$

$$\therefore \angle OCA = \angle A = \angle BCD,$$

$\therefore AB$ 是 $\odot O$ 的直径，

$$\begin{aligned}\therefore \angle ACB &= 90^\circ, \\ \therefore \angle OCA + \angle BCO &= 90^\circ, \\ \therefore \angle BCO + \angle BCD &= 90^\circ, \\ \therefore \angle OCD &= 90^\circ.\end{aligned}$$

$$\therefore OC \perp CD,$$

$\therefore OC$ 是 $\odot O$ 的半径,

$\therefore CD$ 是 $\odot O$ 的切线;

(2) 解: $\because \angle ACB = 90^\circ$,

$$\therefore \tan A = \frac{BC}{AC} = \frac{1}{2},$$

$$\because \angle A = \angle DCB, \quad \angle D = \angle D,$$

$$\therefore \triangle ADC \sim \triangle CDB,$$

$$\therefore \frac{CD}{AD} = \frac{BC}{AC} = \frac{BD}{CD} = \frac{1}{2},$$

$$\therefore CD = 4,$$

$$\therefore AD = 8, \quad BD = 2,$$

$$\therefore AB = 6,$$

$$\therefore OB = 3,$$

\therefore 点 E 为 AC 的中点,

$$\therefore OF \perp AC,$$

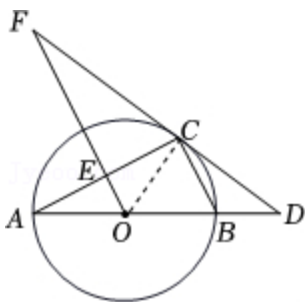
$$\therefore OF \parallel BC,$$

$$\therefore \frac{DC}{DF} = \frac{BD}{OD},$$

$$\therefore \frac{4}{DF} = \frac{2}{5},$$

$$\therefore DF = 10,$$

$$\therefore CF = 6.$$



【点评】本题考查了切线的判定和性质，相似三角形的判定和性质，圆周角定理，正确地作出辅助线是解题的关键.

24. 【分析】(1) 根据表格中是数据可得答案;

(2) 根据题意，以点 A 为原点， AB 为 x 轴，建立坐标系可得图象;

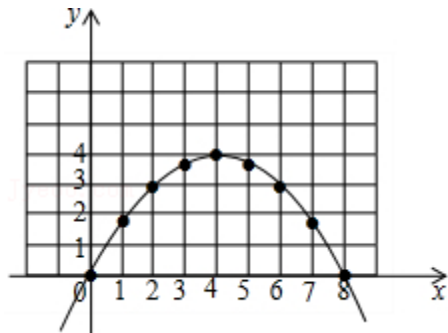
(3) 根据图象可得 $x = 2$ 时， $y = 3$ ，结合船顶到拱桥顶面的距离应大于 0.5 米，即可得出结论.

【解答】解：（1）由表格得，拱桥顶面离水面 AB 的最大高度为 4 米，

故答案为：4；

（2）根据题意，以点 A 为原点， AB 为 x 轴， AD 为 y 轴建立平面直角坐标；

如图所示：



（3）由图象知，当 $x=2$ 时， $y=3$ ，

$$\therefore 1+2+0.5=3.5>3,$$

\therefore 该游船是不能安全通过.

故答案为：不能.

【点评】本题考查了二次函数在实际问题中的应用，数形结合、理清题中的数量关系、熟练掌握待定系数法是解题的关键.

25. 【分析】（1）①观察统计图可得出答案.

②观察统计图可得出答案.

（2）由统计图可知， B 类课程的成绩在 $50 \leq x < 60$ 的人数为 1 人，分数在 $80 \leq x < 90$ 的人数为 6 人，即可补全频数分布直方图.

（3）用八年级总人数乘以样本中 A 类课程成绩优秀的人数占比即可.

【解答】解：（1）①由统计图可知，

若 A 类课程的成绩是 98 分，则该生 C 类课程的成绩是 90 分.

故答案为：90.

②由统计图可知，

若 C 类课程的成绩是 45 分，则该生 B 类成绩为 70 分， A 类成绩为 80 分，

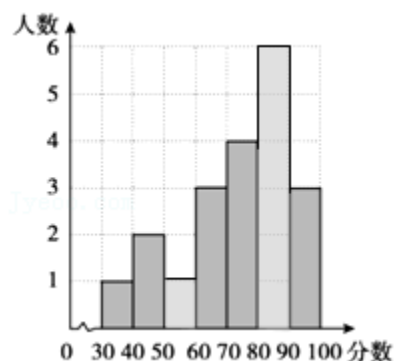
$$\therefore \text{平均成绩为 } \frac{45+70+80}{3} = 65.$$

故答案为：65.

（2）由统计图可知，

B 类课程的成绩在 $50 \leq x < 60$ 的人数为 1 人，分数在 $80 \leq x < 90$ 的人数为 6 人.

补全频数分布直方图如图.



$$(3) 300 \times \frac{5}{20} = 75 \text{ (人)}.$$

答：估计该校八年级学生 A 类课程成绩优秀的人数为 75 人.

【点评】本题考查统计图、频数分布直方图、平均数、用样本估计总体，解题的关键是明确题意，利用数形结合的思想解答.

26. 【分析】(1) ①先将 $m = -3$ 代入抛物线的解析式，并利用对称轴公式可得结论；

②抛物线开口向上，根据离对称轴距离越远，函数值越大可列不等式解答；

(2) 根据平移的性质可得 Q 的坐标，把 $n = 2$ 代入抛物线的解析式，分三种情况：抛物线过点 P ，顶点在 PQ 上，过点 Q 结合图象可解答.

【解答】解：(1) ①当 $m = -3$ 时， $y = x^2 - 3x + n$ ，

对称轴是：直线 $x = -\frac{-3}{2 \times 1} = \frac{3}{2}$ ；

② \because 抛物线的对称轴是直线 $x = \frac{3}{2}$ ，且开口向上，

则点与对称轴的距离越大函数值越大，

\because 点 $A(1, y_1)$ ， $B(x_2, y_2)$ 都在抛物线上，且 $y_2 < y_1$ ，

$$\therefore |x_2 - \frac{3}{2}| < |\frac{3}{2} - 1|,$$

$$\therefore 1 < x_2 < 2;$$

(2) \because 点 $P(-1, 1)$ ，将点 P 向右平移 3 个单位长度，得到点 Q ，

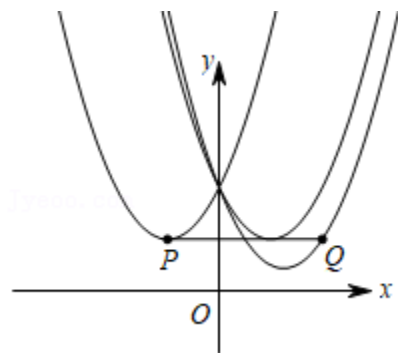
$$\therefore Q(2, 1),$$

$$\because n = 2,$$

$$\therefore y = x^2 + mx + 2,$$

当抛物线经过点 $P(-1, 1)$ 时， $1 = 1 - m + 2$ ，

$$\therefore m = 2,$$



当抛物线的顶点在 PQ 上时， $x = -\frac{m}{2}$ ， $y = \frac{m^2}{4} - \frac{m^2}{2} + 2$ ，则 $y = 1$ ，

$$\text{即 } -\frac{m^2}{4} + 2 = 1,$$

解得： $m_1 = 2$ ， $m_2 = -2$ ，

当抛物线经过点 Q 时， $4 + 2m + 2 = 1$ ，

解得： $m = -\frac{5}{2}$ ，此时与抛物线有 2 个交点，则当 $m < -\frac{5}{2}$ 时，符合题意，

综上，结合函数图象，得 $m \geq 2$ 或 $m < -\frac{5}{2}$ 或 $m = -2$ 。

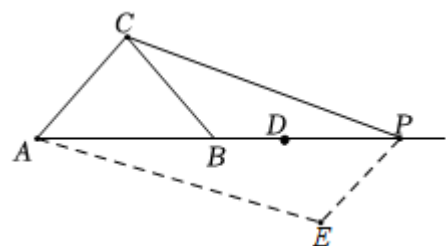
【点评】本题属于二次函数综合题，考查了二次函数的性质，对称轴公式，函数的增减性等知识，解题的关键是学会用分类讨论的思想思考问题，正确作出图形是解决问题的关键。

27. 【分析】（1）按照题意画出图形即可，根据等腰直角三角形、平行四边形性质可求得 n 的值；

（2）①根据题意补全图形即可；

②延长 PM 到 F ，使 $FM = PM$ ，连接 AF 、 CF 、 EF ，设 CF 交 AP 于 O ，由 SAS 证明 $\triangle AOC \cong \triangle AOF$ ，可得 $OC = OF$ ， $\angle AOC = \angle AOF = 90^\circ$ ，从而知 AP 是 CF 的垂直平分线，即得 $CP = FP$ ，故 $CP = 2CM$ 。

【解答】解：（1）当四边形 $ACPE$ 是平行四边形时，如图：



$$\because \angle ACB = 90^\circ, AC = BC,$$

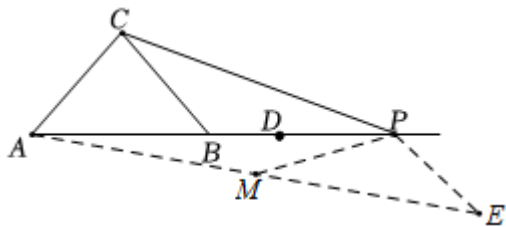
$$\therefore \angle CAB = \angle CBA = 45^\circ,$$

\because 四边形 $ACPE$ 是平行四边形，

$$\therefore \angle APE = \angle CAB = 45^\circ,$$

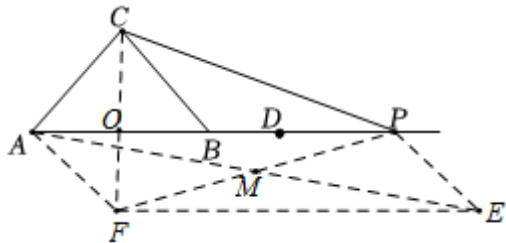
即 $n = 45^\circ$ ；

（2）①当 $n = 135^\circ$ 时， M 为线段 AE 的中点，补全图形如下：



② $CP = 2CM$ ，证明如下：

延长 PM 到 F ，使 $FM = PM$ ，连接 AF 、 CF 、 EF ，设 CF 交 AP 于 O ，如图：



$\because M$ 为 AE 的中点， $PM = FM$ ，

\therefore 四边形 $APEF$ 是平行四边形，

$\therefore AF \parallel PE$ ， $AF = PE$ ，

$\therefore \angle PAF = 180^\circ - \angle APE$ ，

$\because \angle APE = n = 135^\circ$ ，

$\therefore \angle PAF = 45^\circ$ ，

$\therefore \angle CAO = 45^\circ = \angle FAO$ ，

$\because AC = BC = PD = PE$ ， $PE = AF$ ，

$\therefore AC = AF$ ，

在 $\triangle AOC$ 和 $\triangle AOF$ 中，

$$\begin{cases} AC = AF \\ \angle FAO = \angle CAO, \\ AO = AO \end{cases}$$

$\therefore \triangle AOC \cong \triangle AOF(SAS)$ ，

$\therefore OC = OF$ ， $\angle AOC = \angle AOF = \frac{1}{2} \times 180^\circ = 90^\circ$ ，

$\therefore AP \perp CF$ ，

$\therefore AP$ 是 CF 的垂直平分线，

$\therefore CP = FP$ ，

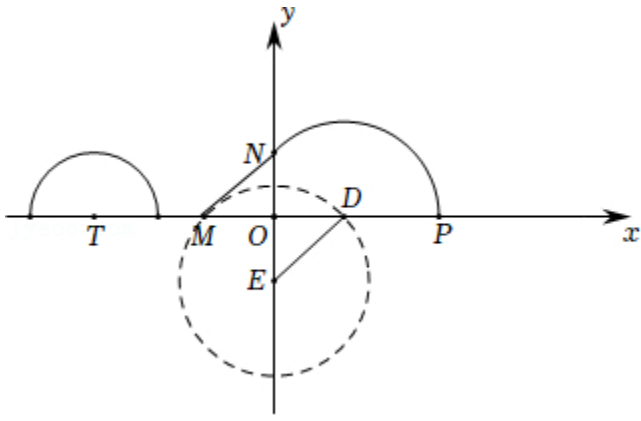
而 $FM = PM = \frac{1}{2} FP$ ，

$\therefore CP = 2PM$ 。

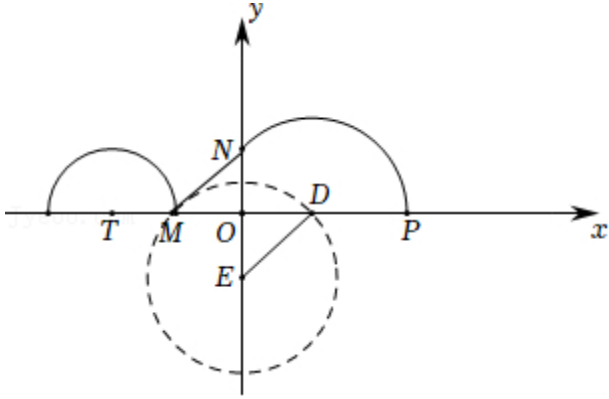
【点评】本题考查三角形中的旋转变换，涉及三角形全等的判定与性质，平行四边形判定与性质，补全图形等问题，解题的关键是作辅助线，构造全等三角形。

28. 【分析】(1) ①根据“等距点”的定义一一判断即可；

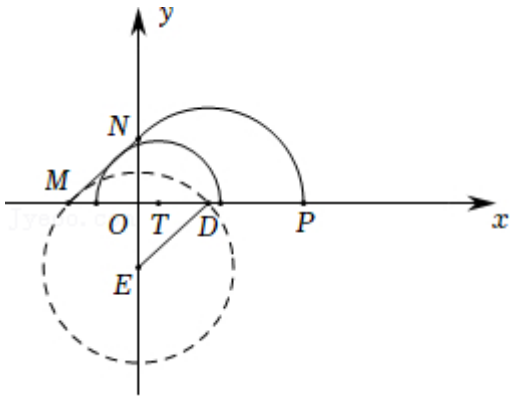
②设 $C(m, 2m + 5)$ ，由点 C 是线段 OA 的“等距点”，可得 $OC = 5$ ，由此构建方程求出 m 即可。



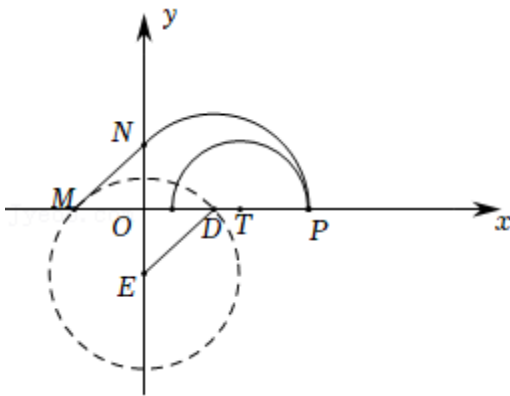
当半圆 $\odot T$ 与 MN 只有一个交点时，在负半轴上时， $t = -1 - 1 = -2$ ，



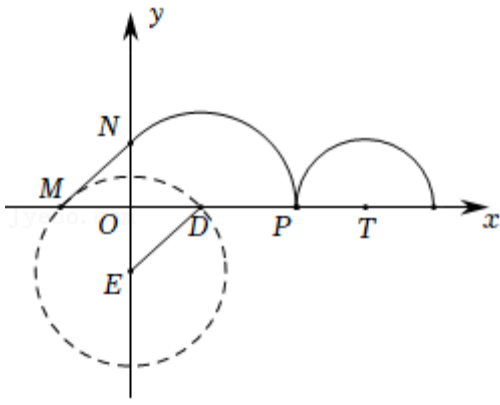
当 T 在 x 轴的正半轴上时， $t = MT - 1 = \sqrt{2} - 1$ ，



当 $\odot T$ 与 $\odot D$ 内切时， $t = OP - 1 = \sqrt{2} + 1 - 1 = \sqrt{2}$ 。



当 $\odot T$ 与 $\odot D$ 外切时， $t = 1 + \sqrt{2} + 1 = 2 + \sqrt{2}$ ，



综上所述，满足条件的 t 的值为： $-2 < t < \sqrt{2} - 1$ ， $\sqrt{2} < t < 2 + \sqrt{2}$.

【点评】本题属于圆综合题，考查了直线与圆的位置关系，两圆的位置关系，“等距点”的定义等知识，解题的关键是理解题意，学会利用参数构建方程解决问题，学会寻找特殊位置解决问题，属于中考常考题型.