2020 北京密云初三二模

数　　学　　　　2020．6

考生须知	1．本试卷共 8 页，共三道大题，28 道小题，满分 100 分．考试时间 120 分钟． 2．在试卷和答题卡上准确填写学校、班级、姓名和考号． 3．试题答案一律填涂或书写在答题卡上，在试卷上作答无效，作图必须使用 2B 铅笔． 4．考试结束，请将本试卷和答题纸一并交回．

一、选择题 （本题共 16 分，每小题 2 分）

下面各题均有四个选项，其中只有一个选项是符合题意的．

1．港珠澳大桥作为世界首例集桥梁、隧道和人工岛于一体的超级工程，创下了多项“世界之最”．它是世界上总体跨度最长的跨海大桥，全长 55000 米．其中海底隧道部分全长 6700 米，是世界最长的公路沉管隧道和唯一的深埋沉管隧道，也是我国第一条外海沉管隧道．其中，数字 6700 用科学记数法表示为（　　）

A．67×10^{2}　　　B．6.7×10^{3}　　　C．6.7×10^{4}　　　D．0.67×10^{4}

2．第二十四届冬季奥林匹克运动会将于 2022 年在北京举行，北京将成为历史上第一座既举办过夏奥会，又举办过冬奥会的城市．下面的图形是各届冬奥会会徽中的部分图案，其中是轴对称图形，但不是中心对称图形的是（　　）

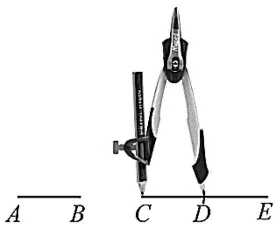

A.

B.

C.

D.

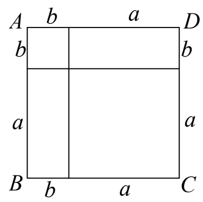
3. 如图，小林利用圆规在线段 CE 上截取线段 CD，使 $CD=AB$．若点 D 恰好为 CE 的中点，则下列结论中错误的是（　　）



A．$CD=DE$；　　　B．$AB=DE$；

C．$CE=\frac{1}{2}CD$；　　　D．$CE=2AB$.

4. 如图所示的四边形均为矩形或正方形，下列等式能够正确表示该图形面积关系的是（ ）



A．$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$　　　B．$(a+b)^2=a^2+2ab-b^2$

C．$(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$　　　D．$(a-b)^2=a^2-2ab-b^2$

5. 如图，在数轴上，点 B 在点 A 的右侧. 已知点 A 对应的数为-1，点 B 对应的数为 m. 若在 AB 之间有一点 C，点 C 到原点的距离为 2，且 $AC-BC=2$，则 m 的值为（　　）

A. 4　　　B. 3　　　C. 2　　　D. 1

6. 如果 $x^2+2x-2=0$，那么代数式 $\frac{1}{x-2}\cdot\frac{x^2-4x+4}{x}-\frac{x}{x+2}$ 的值为（　　）

A. -2　　　B. -1　　　C. 1　　　D. 2

7. 新冠疫情发生以来，为保证防控期间的口罩供应，某公司加紧转产，开设多条生产线争分夺秒赶制口罩，从最初转产时的陌生，到正式投产后达成日均生产 100 万个口罩的产能. 不仅效率高，而且口罩送检合格率也不断提升，真正体现了“大国速度”. 以下是质监局对一批口罩进行质量抽检的相关数据,统计如下:

抽检数量 n/个	20	50	100	200	500	1000	2000	5000	10000
合格数量 m/个	19	46	93	185	459	922	1840	4595	9213
口罩合格率 $\frac{m}{n}$	0.950	0.920	0.930	0.925	0.918	0.922	0.920	0.919	0.921

下面四个推断合理的是（　　）

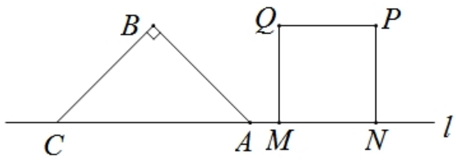
A. 当抽检口罩的数量是 10000 个时，口罩合格的数量是 9213 个，所以这批口罩中“口罩合格”的概率是 0.921；

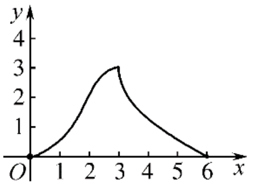
B. 由于抽检口罩的数量分别是 50 和 2000 个时,口罩合格率均是 0.920，所以可以估计这批口罩中“口罩合格”的概率是 0.920；

C. 随着抽检数量的增加，“口罩合格”的频率总在 0.920 附近摆动，显示出一定的稳定性，所以可以估计这批口罩中“口罩合格”的概率是 0.920；

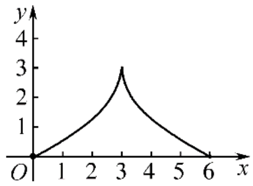
D. 当抽检口罩的数量达到 20000 个时，“口罩合格”的概率一定是 0.921.

8. 如图，点 C、A、M、N 在同一条直线 l 上. 其中，△ABC 是等腰直角三角形，∠B=90°，四边形 $MNPQ$ 为正方形,且 AC=4，MN=2，将等腰 Rt△ABC 沿直线 l 向右平移. 若起始位置为点 A 与点 M 重合，终止位置为点 C 与点 N 重合. 设点 A 平移的距离为 x，两个图形重叠部分的面积为 y，则 y 与 x 的函数图象大致为（　　）

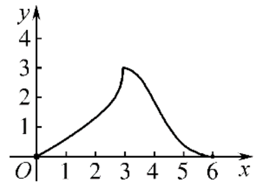




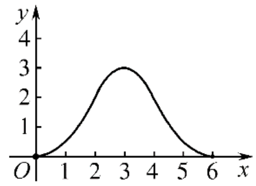
A.



B.



C.



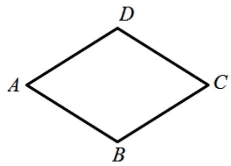
D.

二、填空题（本题共 16 分，每小题 2 分）

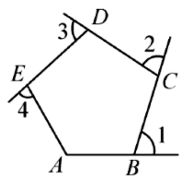
9．分解因式：$3ax^2-12a$ =________________________.

10．若$\sqrt{x-4}$在实数范围内有意义，则实数 x 的取值范围是_________.

如图，已知菱形 *ABCD*，通过测量、计算得菱形 *ABCD* 的面积约为__________cm^2.（结果保留一位小数）



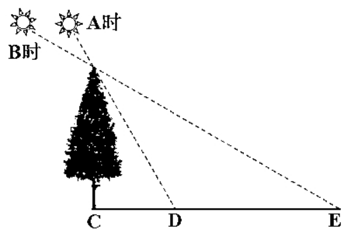
12．如图，∠1，∠2，∠3，∠4 是五边形 *ABCDE* 的四个外角，若∠*A*=120°，则∠1+∠2+∠3+∠4=_________°.



13. 已知“若 $a>b$，则 $ac<bc$”是真命题，请写出一个满足条件的 c 的值是_________.

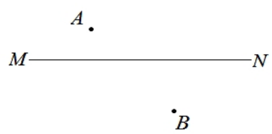
14. 如图，小军在 *A* 时测量某树的影长时，日照的光线与地面的夹角恰好是 60°，当他在 *B* 时测量该树的影长时，日照的光线与地面的夹角是 30°，若两次测得的影长之差 *DE* 为 4*m*，则树的高度为_________________*m*.

（结果精确到 0.1，参考数据：$\sqrt{2}\approx1.414$ ，$\sqrt{3}\approx1.732$ ）



已知：点 *A*、点 *B* 在直线 *MN* 的两侧.

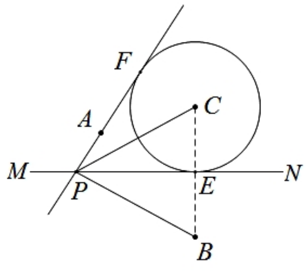
（点 *A* 到直线 *MN* 的距离小于点 *B* 到直线 *MN* 的距离）.



如图，

（1）作点 *B* 关于直线 *MN* 的对称点 *C*；

（2）以点 *C* 为圆心，$\frac{1}{2}BC$的长为半径作⊙*C*，交 *BC* 于点 *E*；



（3）过点 *A* 作⊙*C* 的切线，交⊙*C* 于点 *F*，交直线 *MN* 于点 *P*；

（4）连接 *PB*、*PC*.

根据以上作图过程及所作图形，下列四个结论中：

① PE是$\odot C$的切线；　　　② PC平分$\overset{\frown}{EF}$；

③ $PB=PC=PF$；　　　④ $\angle APN=2\angle BPN$.

所有正确结论的序号是________________________.

16. 某校举办初中生数学素养大赛，比赛共设四个项目：七巧拼图、趣题巧解、数学应用和魔方复原，每个项目得分都按一定百分比折算后记入总分，并规定总分在85分以上（含85分）设为一等奖．下表为甲、乙、丙三位同学的得分情况（单位：分），其中甲的部分信息不小心被涂黑了．

项目得分 项目 学生	七巧拼图	趣题巧解	数学应用	魔方复原	折算后总分
甲	66	95	[redacted]	68	[redacted]
乙	66	80	60	68	70
丙	66	90	80	68	80

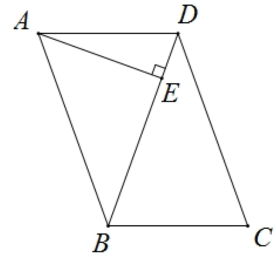
据悉，甲、乙、丙三位同学的七巧拼图和魔方复原两项得分折算后的分数之和均为20分．设趣题巧解和数学应用两个项目的折算百分比分别为x和y，请用含x和y的二元一次方程表示乙同学“趣题巧解和数学应用”两项得分折算后的分数之和为________________；如果甲获得了大赛一等奖，那么甲的“数学应用”项目至少获得______分．

三、解答题（共68分，其中17~22题每题5分，23~26题每题6分，27、28题每题7分）

17．计算：$\sqrt[3]{8}-\left(\dfrac{1}{3}\right)^{-1}+\left|5-\sqrt{3}\right|-6\tan 30^{\circ}$．

18. 解不等式组：$\begin{cases}5x-3\geq 2x\\ \dfrac{3x-1}{2}<4\end{cases}$．

19．在▱ $ABCD$ 中，$DB=DC$，$\angle C=70°$，$AE\perp BD$ 于点 E，求$\angle DAE$ 的度数．

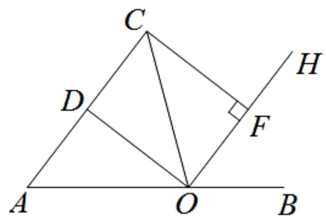


20．已知关于 x 的一元二次方程 $x^2+2x+m-4=0$ 有两个实数根．

（1）求 m 的取值范围；

（2）写出一个满足条件的 m 的值，并求出此时方程的根．

21．如图，在△AOC 中，$OA=OC$，OD 是 AC 边中线．延长 AO 至点 B，作$\angle COB$ 的角平分线 OH，过点 C 作 $CF\perp OH$ 于点 F.



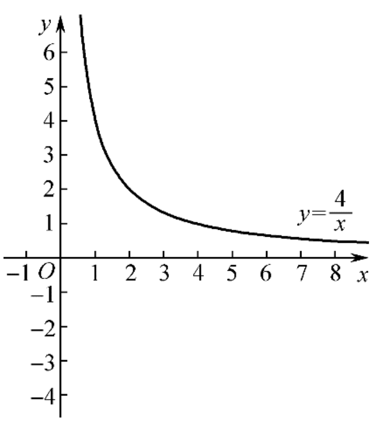
（1）求证：四边形 $CDOF$ 是矩形；

（2）连接 DF，若 $\cos A=\dfrac{3}{5}$，$CF=8$，求 DF 的长.

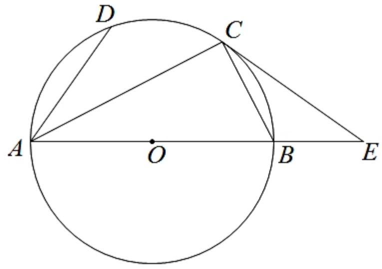
22.在平面直角坐标系 xOy 中，直线 l：$y=x+b$ 与反比例函数 $y=\dfrac{4}{x}$ 在第一象限内的图象交于点 A（4，m）.

（1）求 m、b 的值；

（2）点 B 在反比例函数的图象上，且点 B 的横坐标为 1．若在直线 l 上存在一点 P（点 P 不与点 A 重合），使得 $AP\leqslant AB$，结合图象直接写出点 P 的横坐标 x_p 的取值范围.



23．如图，⊙O是△ABC的外接圆，AB是⊙O的直径，点D在⊙O上，AC平分∠BAD，过点C的切线交直径AB的延长线于点E，连接AD、BC.



（1）求证：∠BCE＝∠CAD；

（2）若AB＝10，AD＝6，求CE的长．

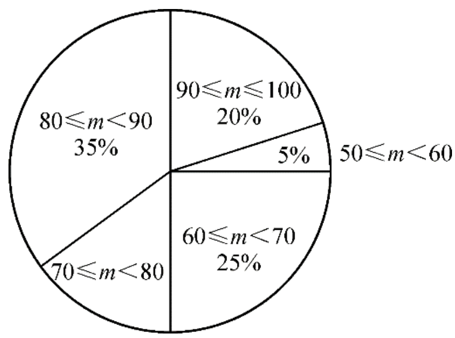
24．“垃圾分类就是新时尚”．树立正确的垃圾分类观念，促进青少年养成良好的文明习惯，对于增强公共意识，提升文明素质具有重要意义．为了调查学生对垃圾分类知识的了解情况，从甲、乙两校各随机抽取20名学生进行了相关知识测试，获得了他们的成绩（百分制，单位：分），并对数据（成绩）进行了整理、描述和分析，下面给出了部分信息．

a．甲、乙两校学生样本成绩频数分布表及扇形统计图如下：

甲校学生样本成绩频数分布表(表1)

成绩m（分）	频数	频率
50≤m＜60	a	0.10
60≤m＜70	b	c
70≤m＜80	4	0.20
80≤m＜90	7	0.35
90≤m≤100	2	d
合计	20	1.0

乙校学生样本成绩扇形统计图（图1）



学校	平均分	中位数	众数	方差
甲	76.7	77	89	150.2
乙	78.1	80	n	135.3

b．甲、乙两校学生样本成绩的平均分、中位数、众数、方差如下表所示：（表2）

其中，乙校20名学生样本成绩的数据如下：

54　72　62　91　87　69　88　79　80　62　80　84　93　67　87　87　90　71　68　91

请根据所给信息，解答下列问题：

（1）表 1 中 c＝_______；表 2 中的众数 n＝_______；

（2）乙校学生样本成绩扇形统计图（图 1）中，70≤m＜80 这一组成绩所在扇形的圆心角度数是_______度；

（3）在此次测试中，某学生的成绩是 79 分，在他所属学校排在前 10 名，由表中数据可知该学生是_______校的学生（填“甲”或“乙”），理由是________________________；

（4）若乙校 1000 名学生都参加此次测试，成绩 80 分及以上为优秀，请估计乙校成绩优秀的学生约为_______人．

25. 有这样一个问题：探究函数 $y=\frac{1}{2}x^3-4x+1$ 的图象与性质．

文文根据学习函数的经验，对函数 $y=\frac{1}{2}x^3-4x+1$ 的图象与性质进行了探究．

下面是文文的探究过程，请补充完整：

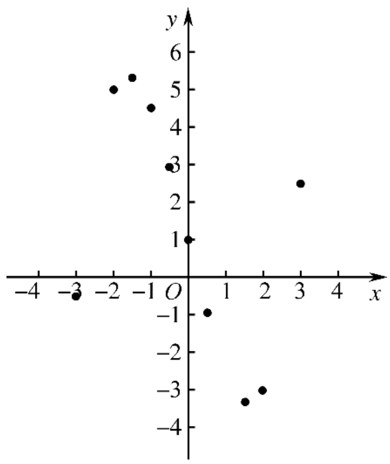
（1）函数 $y=\frac{1}{2}x^3-4x+1$ 的自变量 x 的取值范围是____________________；

（2）下表是 y 与 x 的几组对应值：

则 m 的值为___________；

x	…	-3	-2	$-\frac{3}{2}$	-1	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	1	$\frac{3}{2}$	2	3	…
y	…	$-\frac{1}{2}$	5	$\frac{85}{16}$	$\frac{9}{2}$	$\frac{47}{16}$	1	$-\frac{15}{16}$	m	$-\frac{53}{16}$	-3	$\frac{5}{2}$	…

（3）如图，在平面直角坐标系 xOy 中，描出以上表中各对对应值为坐标的点．根据描出的点，画出该函数的图象；



（4）请你根据探究二次函数与一元二次方程关系的经验，结合图象直接写出方程 $\frac{1}{2}x^3-4x=-1$ 的正数根约

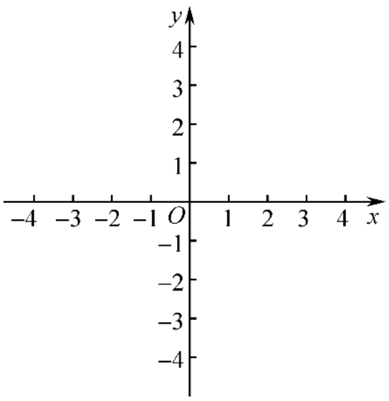
为____________.（结果精确到 0.1）

26. 在平面直角坐标系 xOy 中，抛物线 C_1：$y=x^2+bx+c$ 与 x 轴交于 A、B 两点（点 A 在点 B 的左侧），与 y 轴交于点 C. 点 B 的坐标为（3，0），将直线 $y=kx$ 沿 y 轴向上平移 3 个单位长度后，恰好经过 B、C 两点.

（1）求 k 的值和点 C 的坐标；

（2）求抛物线 C_1 的表达式及顶点 D 的坐标；

（3）已知点 E 是点 D 关于原点的对称点，若抛物线 C_2：$y=ax^2-2$（$a\neq 0$）与线段 AE 恰有一个公共点，结合函数的图象，求 a 的取值范围.



27. 已知：MN 是经过点 A 的一条直线，点 C 是直线 MN 左侧的一个动点，且满足 60°＜$\angle CAN$＜120°，连接 AC，将线段 AC 绕点 C 顺时针旋转 60°，得到线段 CD，在直线 MN 上取一点 B，使 $\angle DBN$=60°.

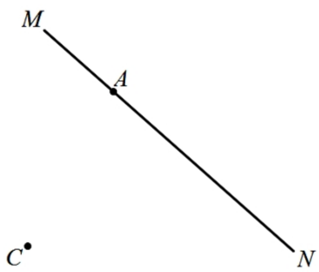
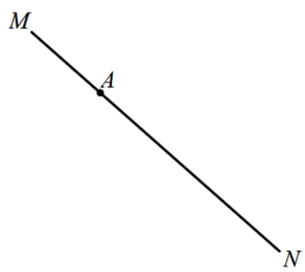


图 1



备用图

（1）若点 C 位置如图 1 所示.

① 依据题意补全图 1；

② 求证：$\angle CDB=\angle MAC$；

（2）连接 BC，写出一个 BC 的值，使得对于任意一点 C，总有 $AB+BD=3$，并证明.

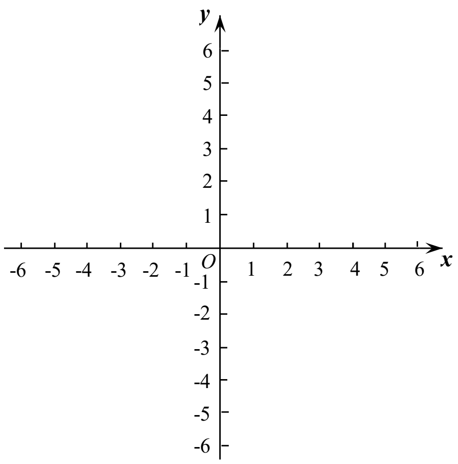
28. 在平面直角坐标系 xOy 中，点 A 的坐标为（x_1，y_1），点 B 的坐标为（x_2，y_2），且 $x_1 \neq x_2$，$y_1=y_2$. 给出如下定义：若平面上存在一点 P，使△APB 是以线段 AB 为斜边的直角三角形，则称点 P 为点 A、点 B 的“直角点”.

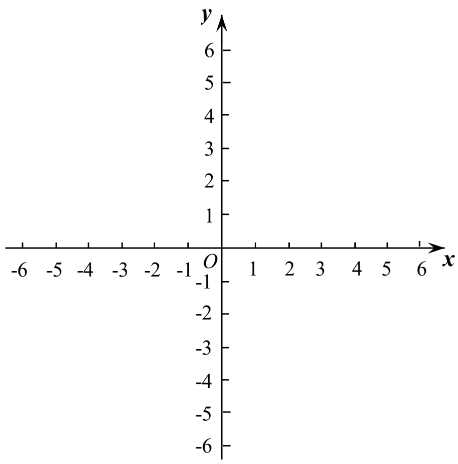
（1）已知点 A 的坐标为（1，0）.

① 若点 B 的坐标为（5，0），在点 P_1（4，3）、P_2（3，-2）和 P_3（2，$\sqrt{3}$）中，是点 A、点 B 的“直角点”的是____________；

② 点 B 在 x 轴的正半轴上，且 $AB=2\sqrt{2}$，当直线 $y=-x+b$ 上存在点 A、点 B 的“直角点”时，求 b 的取值范围；

（2）⊙O 的半径为 r，点 D（1，4）为点 E（0，2）、点 F（m，n）的“直角点”，若使得△DEF 与⊙O 有交点，直接写出半径 r 的取值范围.





备用图

2020 北京密云初三二模数学

参考答案

一、选择题（本题共 16 分，每小题 2 分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
选项	B	C	C	A	B	A	C	D

二、填空题（本题共 16 分，每小题 2 分）

9．$3a(x+2)(x-2)$；　10．$x\geq 4$ ；　11．1.8（±0.1）；　12．300°；

13．-1（答案不唯一，负数即可）；　14．3.5；　15．①②④；

16．$80x+60y=70-20$（或 $80x+60y=50$）；　90．

三、解答题（本题共 68 分．第 17～22 题，每题各 5 分；第 23～26 题，每题各 6 分；第 27、28 题，每题各 7 分）

说明：与参考答案不同，但解答正确相应给分．

原式＝ $2-3+(5-\sqrt{3})-6\times\frac{\sqrt{3}}{3}$ ……………………………4 分

$=2-3+5-\sqrt{3}-2\sqrt{3}$

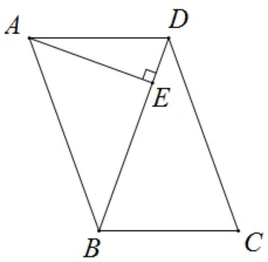
$=4-3\sqrt{3}$ ……………………………5 分

18．解：由①得：$x\geqslant 1$ ……………………………2 分

由②得：$x<3$ ……………………………4 分

不等式组的解集：$1\leqslant x<3$ ……………………………5 分

19．解：∵ $DB=DC$，$\angle C=70°$



∴ $\angle DBC=\angle C=70°$ ……………………………2 分

∵ ▱$ABCD$ 中，$AD//BC$

∴ $\angle ADB=\angle DBC=70°$ ……………………………3 分

∵ $AE\perp BD$

∴ $\angle AED=90°$ ……………………………4 分

∴在△AED中，$\angle DAE=20°$ ……………………………5 分

20.（1）解：$a=1$，$b=2$，$c=m-4$

∴$\triangle=b^2-4ac$ ………………………………………………1 分

$=2^2-4(m-4)$

$=20-4m$

∵一元二次方程 $x^2+2x+m-4=0$ 有两个实数根，

∴$20-4m\geqslant 0$ ………………………………………… 2 分

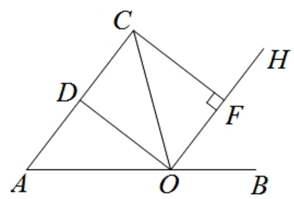
$m\leqslant 5$. ………………………………………… 3 分

（2）解：当 $m=1$ 时，$x^2+2x-3=0$. ………………………………………… 4 分

解得 $x_1=1$，$x_2=-3$.（答案不唯一） ………………………………………… 5 分

21.(1)证明：∵在△AOC中，$OA=OC$，OD是 AC 边中线

∴$OD\perp AC$，OD 平分$\angle AOC$



∴$\angle ODC=90°$，$\angle COD=\frac{1}{2}\angle AOC$ ………1 分

∵ OH平分$\angle COB$,

∴$\angle COF=\frac{1}{2}\angle COB$,

∵$\angle AOC+\angle COB=180°$，

∴ $\angle COD+\angle COF=90°$，即$\angle DOF=90°$ ……………2 分

∵$CF\perp OH$

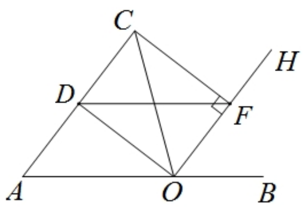
∴$\angle CFO=90°$

∴四边形 $CDOF$ 是矩形 ……………………………3 分

（2）解：∵$OA=OC$,

∴$\angle A=\angle ACO$

∵$CD//OF$



∴∠ACO=∠COF

∴ $COS\angle COF = COSA = \frac{3}{5}$

∴ $\frac{OF}{OC} = \frac{3}{5}$ ……………………………4 分

∴设 $OF=3x$，$OC=5x$，则 $CF=4x$

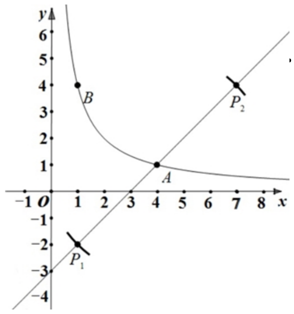
∵ $CF=8$

∴ $x=2$

∴ $OC=10$

∴在矩形 CDOF 中，$DF=OC=10$ ……………………………5 分

22. 解：（1）∵$y=\frac{4}{x}$ 经过点 A（4，m）



∴ $m=1$ ……………………………1 分

∴A（4，1），

∵ $y=x+b$ 经过点 A（4，1）

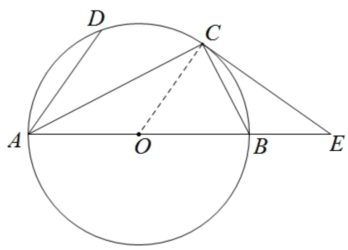
∴$4+b=1$

$b=-3$ ……………………2 分

（2）$1\leqslant x_p\leqslant 7$ 且 $x_p\neq 4$ ……………………5 分

23.（1）证明：连接 OC ……………………………1 分

∵CE 是⊙O 的切线



∴OC⊥CE

∴∠OCB +∠BCE=90°

∵AB 是⊙O 的直径

∴∠ACB =90°

∴∠CAB +∠OBC=90°

∵OC=OB

∴∠OCB=∠OBC,

∴$\angle CAB=\angle BCE$ ……………………………………2 分

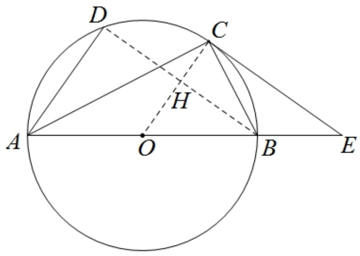
∵AC平分$\angle DAB$

∴$\angle CAD=\angle CAB$

∴$\angle CAD=\angle BCE$ ……………………………………3 分

（2）解：连接BD ……………………………………4 分

∵ AB是⊙O的直径



∴$\angle ADB=90°$，

∵$AB=10$，$AD=6$

∴$BD=8$

∵AC平分$\angle DAB$

∴ $\overset{\frown}{CD}=\overset{\frown}{BC}$

∴$OC\perp BD$，$DH=BH=4$ ……………………………………5 分

∴$OH=3$

∵$OC\perp CE$

∴$BD//CE$

∴$\triangle OHB\sim\triangle OCE$

∴ $\dfrac{OH}{OC}=\dfrac{BH}{CE}$

∴ $\dfrac{3}{5}=\dfrac{4}{CE}$

∴ $CE=\dfrac{20}{3}$ ……………………………………6 分

24．解：（1）$c=0.25$，$n=87$； ……………………………………2 分

（2）54° ……………………………………3 分

（3）甲，因为该学生的成绩是 79 分，略高于甲校的样本成绩数据的中位数 77 分，符合该生的成绩在甲校排名是前 10 名的要求； ……………………………………5 分

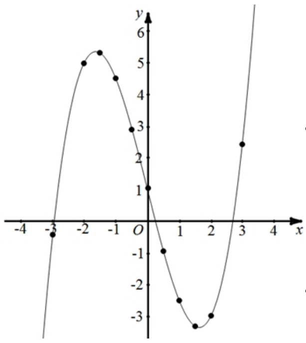
（4）550 人 ································6 分

25.（1）x 取任意实数 ································1 分

$m=-\frac{5}{2}$

（2） ································2 分

（3）



································4 分

（4）0.3 或 2.7 ································6 分

26.（1）解：∵直线 $y=kx+3$ 经过点 B（3，0）

∴$3k+3=0$

$k=-1$ ································1 分

∴$y=-x+3$ 与 y 轴的交点，即为点 C（0，3） ································2 分

（2）解：∵抛物线 $y=x^2+bx+c$ 经过点 B（3，0）和点 C（0，3）

∴ $y=x^2+bx+3$

∴ $9+3b+3=0$

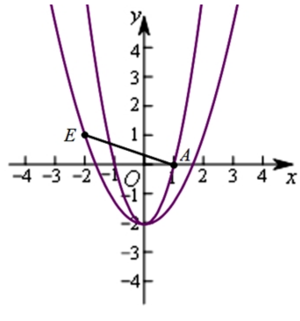
$b=-4$

∴抛物线 C_1 的函数表达式为 $y=x^2-4x+3$ ························3 分

∴$y=(x-2)^2-1$

∴顶点 D 的坐标为（2，-1） ································4 分

（3）解：∵点 E 是点 D 关于原点的对称点



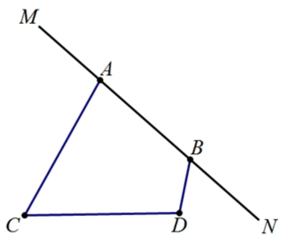
∴点 E 的坐标为（-2，1）

当 $y=ax^2-2$ 经过点 E（-2，1）时，$a=\frac{3}{4}$

当 $y=ax^2-2$ 经过点 A（1，0）时，$a=2$

∴a 的取值范围是 $\frac{3}{4}\leqslant a<2$ ··············6 分

27．（1）①



…………………………………2 分

② 证明：∵∠C=60°，∠DBN=60°

∴∠C=∠DBN

∵∠DBN +∠ABD=180°

∴∠C+∠ABD=180°

在四边形 $ACDB$ 中，∠CDB+∠BAC=180°

∵∠BAC +∠MAC=180°

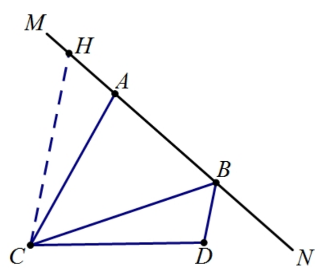
∴∠CDB=∠MAC …………………………………4 分

(2) BC=3 时，对于任意一点 C，总有 $AB+BD$=3 …………………………………5 分

证明：连接 BC，在直线 MN 上截取 $AH=BD$，连接 CH

∵∠MAC=∠CDB，AC=CD

∴$\Delta ACH \cong \Delta DCB$ ……………6 分



∴∠ACH=∠DCB，CH=CB

∵∠DCB +∠ACB=∠ACD=60°

∴∠HCB=∠ACH+∠ACB=60°

∴△HCB 是等边三角形.

∴BC=BH=BA+BD=3. …………………………………7 分

28. (1)① P_2，P_3 …………………………………2 分

② ∵A（1，0），$AB=2\sqrt{2}$

∴线段 AB 的中点 C（$\sqrt{2}+1$，0）

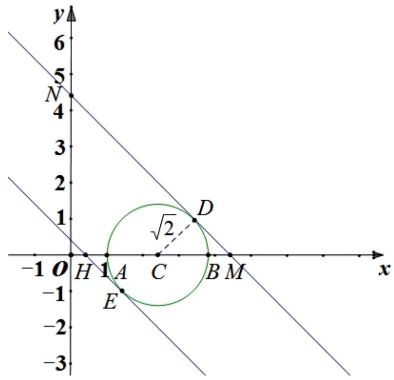
∴点 A、B 的“直角点”在以点 C 为圆心，$\sqrt{2}$ 的长为半径的⊙C 上

∴当直线 $y=-x+b$ 与⊙C 相切于点 D，与两坐标轴相交于点 M、N 时，

∵ $\angle M=45°$，$CD=\sqrt{2}$

∴ $CM=2$ ……………………………………3 分

∴ $OM=OC+CM=\sqrt{2}+1+2=\sqrt{2}+3$，



∴ $ON=OM=\sqrt{2}+3$

即 $b=\sqrt{2}+3$ ……4 分

同理：当直线 $y=-x+b$ 与⊙C 相切于点 E 时，

$CH=2$

∴ $OH=OC-CH=\sqrt{2}-1$

即 $b=\sqrt{2}-1$

综上所述：$\sqrt{2}-1 \le b \le \sqrt{2}+3$ ………………5 分

（2）$2 \le r \le \sqrt{29}$ …………………7 分