2021 北京石景山初三二模

数　　学

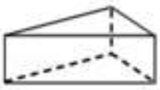
一、选择题（本题共 16 分，每小题 2 分）下面各题均有四个选项，符合题意的选项只有一个．

1．（2 分）单项式 $-xy^2$ 的系数是(　　)

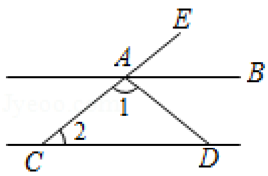
A． -1　　B． 1　　C．2　　D． 3

2．（2 分）在下面四个几何体中，左视图是三角形的是(　　)

A．　　B．

C．　　D．

3．（2 分）如图，直线 $AB//CD$， AB 平分 $\angle EAD$， $\angle 1=100^{\circ}$，则 $\angle 2$ 的度数是(　　)



A． 60°　　B． 50°　　C． 40°　　D． 30°

4．（2 分）若 a， b， c 分别表示 $\sqrt{2}$ 的相反数、绝对值、倒数，则下列结论正确的是(　　)

A． $a>b$　　B． $b<c$　　C． $a>c$　　D． $b=2c$

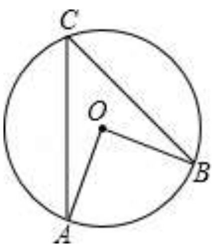
5．（2 分）下表记录了甲、乙、丙、丁四名跳高运动员最近几次选拔赛成绩的平均数与方差：

	甲	乙	丙	丁
平均数 (cm)	183	183	182	182
方差	5.7	3.5	6.7	8.6

要从中选择一名发挥稳定的运动员去参加比赛，应该选择(　　)

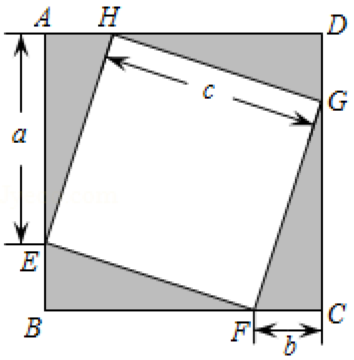
A．甲　　B．乙　　C．丙　　D．丁

6．（2 分）如图，点 A， B， C 在 $\odot O$ 上， $\angle AOB=100^{\circ}$， $\angle OBC=20^{\circ}$，则 $\angle OAC$ 的度数为(　　)



A． 20°　　B． 25°　　C． 30°　　D． 40°

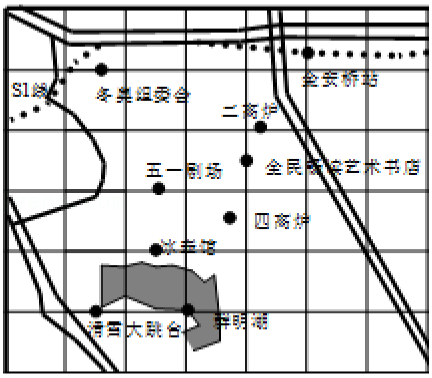
7．（2 分）如图所示，在正方形 $ABCD$ 中，将它剪去 4 个全等的直角三角形（图中阴影部分），得到长为 c 的正方形，则下列等式成立的是(　　)



A．$a+b=c$　　B．$a^2+b^2=c^2$

C．$c^2=(a+b)(a-b)$　　D．$c^2=(a+b)^2-4ab$

8．（2 分）如图是利用平面直角坐标系画出的首钢园中部分场馆建筑的分布图，若这个坐标系分别以正东、正北方向为 x 轴、 y 轴的正方向，表示群明湖的点的坐标为 $(-2,0)$ ，表示冰壶馆的点的坐标为 $(-3,2)$ ，则表示下列场馆建筑的点的坐标正确的是(　　)



A．滑雪大跳台 $(-5,0)$　　B．五一剧场 $(-3,-2)$

C．冬奥组委会 $(-5,4)$　　D．全民畅读艺术书店 $(5,0)$

二、填空题（本题共 16 分，每小题 2 分）

9．（2 分）写出一个比 0 大且比 2 小的无理数____．

10．（2 分）一个不透明的盒子中装有 4 个黄球，3 个红球和 2 个绿球，这些球除了颜色外无其他差别．从中随机摸出一个小球，恰好是红球的概率是____．

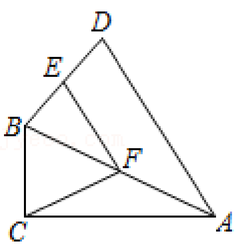
11．（2 分）若一个正多边形的内角是外角的 3 倍，则这个正多边形的边数为____．

12．（2 分）已知二元一次方程 $2x-3y=10$ ，若 x 与 y 互为相反数，则 x 的值为____．

13．（2 分）如图，在四边形 $ACBD$ 中， $\angle ACB=90°$ ， $AB=AD$ ， E 是 BD 中点，过点 E 作 $EF//AD$ 交 AB 于点 F ，连接 CF ．请写出关于边、角的两条正确结论（不包括已知条件）：

①____；

②____．



14．（2 分）在平面直角坐标系 xOy 中，点 $A(a,b)$ 在双曲线 $y=-\dfrac{1}{x}$ 上．若 $a<0$，则点 A 在第____象限．

15．（2 分）某店家进一批应季时装共 400 件，要在六周内卖完，每件时装成本 500 元．前两周每件按 1000 元标价出售，每周只卖出 20 件．为了将时装尽快销售完，店家进行了一次调查并得出每周时装销售数量与时装价格折扣的关系如下：

价格折扣	原价	9 折	8 折	7 折	6 折	5 折
每周销售数量（单位：件）	20	25	40	90	100	150

为盈利最大，店家选择将时装打____折销售，后四周最多盈利____元．

16．（2 分）在平面直角坐标系 xOy 中，$A(0,1)$，$B(1,1)$，有以下 4 种说法：

①一次函数 $y=x$ 的图象与线段 AB 无公共点；

②当 $b<0$ 时，一次函数 $y=x+b$ 的图象与线段 AB 无公共点；

③当 $k>1$ 时，反比例函数 $y=\dfrac{k}{x}$ 的图象与线段 AB 无公共点；

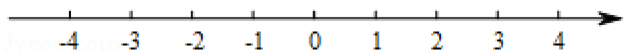
④当 $b>1$ 时，二次函数 $y=x^2-bx+1$ 的图象与线段 AB 无公共点．

上述说法中正确的是____．

三、解答题（本题共 68 分，第 17-22 题，每小题 5 分，第 23-26 题，每小题 5 分，第 27-28 题，每小题 5 分）解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程．

17．（5 分）计算：$|-4\sqrt{3}|+(\pi-3.14)^0-\sqrt{12}-6\tan 30^\circ$．

18．（5 分）解不等式 $\dfrac{x-1}{3}\leqslant x-1$，并把它的解集在数轴上表示出来．



19．（5 分）已知 $2x^2+3y^2=1$，求代数式 $(2x+y)^2-4y(x-\dfrac{5}{4}y)$ 的值．

20．（5 分）已知关于 x 的一元二次方程 $x^2+(2m+1)x+m^2=0$ 有两个不相等的实数根．

（1）求 m 的取值范围；

（2）若该方程的两个根都是整数，写出一个符合条件的 m 的值，并求此时方程的根．

21．（5 分）如图，在 ΔABC 中，点 D 是线段 AB 的中点．

求作：线段 DE，使得点 E 在线段 AC 上，且 $DE=\dfrac{1}{2}BC$．

作法：①分别以点 A，C 为圆心，大于 $\dfrac{1}{2}AC$ 长为半径作弧，两弧相交于点 M，N 两点；

②作直线 MN，交 AC 于点 E；

③连接 DE．

所以线段 DE 即为所求的线段．

（1）使用直尺和圆规，依作法补全图形（保留作图痕迹）；

（2）完成下面的证明．

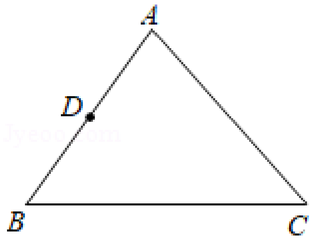
证明：$\because AM=CM$， $AN=CN$，

$\therefore MN$ 是 AC 的垂直平分线(____)．（填推理的依据）

$\therefore$点 E 是 AC 的中点．

$\because$点 D 是 AB 的中点，

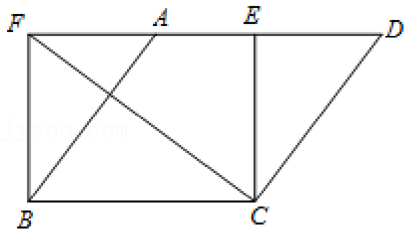
$\therefore DE=\frac{1}{2}BC$(____)．（填推理的依据）



22．（5 分）如图，在平行四边形 $ABCD$ 中，$CE\perp AD$ 于点 E，延长 DA 至点 F，使得 $EF=DA$，连接 BF， CF．

（1）求证：四边形 $BCEF$ 是矩形；

（2）若 $AB=3$， $CF=4$， $DF=5$，求 EF 的长．



23．（6 分）在平面直角坐标系 xOy 中，直线 $l:y=k(x-1)+3(k\neq 0)$ 经过一个定点 P，直线 l 与反比例函数 $y=\frac{m}{x}(x>0)$ 图象相交于点 P．

（1）直线 $l:y=k(x-1)+3(k\neq 0)$ 可以看成是直线 $y=kx+3(k\neq 0)$ 沿 x 轴向____（填“左”或“右”）平移 1 个单位得到的，请直接写出定点 P 的坐标；

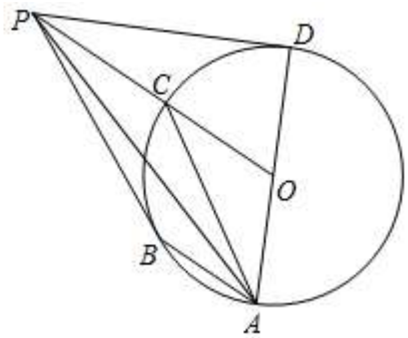
（2）求 m 的值；

（3）直线 $y=kx-k+3(k\neq 0)$ 与 x 轴、 y 轴分别交于点 M， N．若 $PM=2PN$，求 k 的值．

24．（6 分）如图， AD 是$\odot O$ 的直径， P 是$\odot O$ 外一点，连接 PO 交$\odot O$ 于点 C， PB， PD 分别切$\odot O$ 于点 B， D，连接 AB， AC．

（1）求证： $AB//OP$；

（2）连接 PA，若 $PA=2\sqrt{2}$， $\tan\angle BAD=2$，求 PC 长．



25．（6 分）第二十四届冬季奥林匹克运动会将于 2022 年 2 月 4 日至 2 月 20 日在北京举行，石景山区作为北京冬奥

组委机关驻地和冬奥会滑雪大跳台赛事场地，将迎来作为“双奥之区”的高光时刻．随着冬奥会的脚步越来越近，石景山教育系统大力普及青少年冰雪运动项目和知识，越来越多的青少年走向冰场、走进雪场、了解冰雪运动知识．某校在距离冬奥会开幕倒计时 300 天之际开展了一次冬奥知识答题竞赛，七、八年级各有 200 名学生参加了本次活动，为了解两个年级的答题情况，从两个年级各随机抽取了 20 名学生的成绩进行调查分析，过程如下（数据不完整）.

收集数据

七年级 66 70 71 78 71 78 75 78 58 a 63 90 80 85 80 89 85 86 80 87

八年级 61 65 74 70 71 74 74 76 63 b 91 85 80 84 87 83 82 80 86 c

整理、描述数据

成绩 x / 分数	七年级成绩统计情况		八年级成绩统计情况	
	频数	频率	频数	频率
$50\leqslant x\leqslant 59$	1	0.05	0	0
$60\leqslant x\leqslant 69$	2	0.10	3	0.15
$70\leqslant x\leqslant 79$			6	0.30
$80\leqslant x\leqslant 89$		m	10	0.50
$90\leqslant x\leqslant 100$	1	0.05	1	0.05

（说明：成绩 80 分及以上为优秀，60 ~ 79 分为合格，60 分以下为不合格）

分析数据

两组样本数据的平均数、中位数、众数如下表所示：

年级	平均数	中位数	众数
七年级	77.5	79	80
八年级	77.4	n	74

请根据所给信息，解答下列问题：

（1） $a=$____， $m=$____， $n=$____；

（2）在此次竞赛中，小冬的成绩在七年级能排在前 50%，在八年级只能排在后 50%，那么估计小冬的成绩可能是____；

（3）估计七年级和八年级此次测试成绩优秀的总人数为____.

26.（6 分）在平面直角坐标系 xOy 中，已知二次函数 $y=x^2+bx+c$.

（1）当 $b=-2$ 时，

①若 $c=4$，求该函数最小值；

②若 $2\leqslant x\leqslant 3$，则此时 x 对应的函数值的最小值是 5，求 c 的值；

（2）当 $c=2b$ 时，若对于任意的 x 满足 $b\leqslant x\leqslant b+2$ 且此时 x 所对应的函数值的最小值是 12，直接写出 b 的值.

27.（7 分）已知等边 ΔABC， D 为边 BC 中点， M 为边 AC 上一点（不与 A， C 重合），连接 DM .

（1）如图 1，点 E 是边 AC 的中点，当 M 在线段 AE 上（不与 A， E 重合）时，将 DM 绕点 D 逆时针旋转 120° 得到线段 DF，连接 BF .

①依题意补全图1；

②此时 EM 与 BF 的数量关系为：____，$\angle DBF=$____°．

（2）如图 2，若 $DM=2MC$，在边 AB 上有一点 N，使得 $\angle NDM=120°$．直接用等式表示线段 BN，ND，CD 之间的数量关系，并证明．

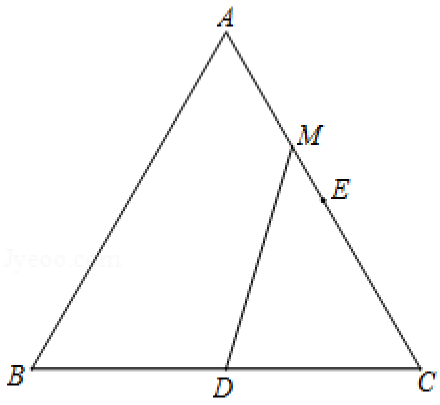


图1

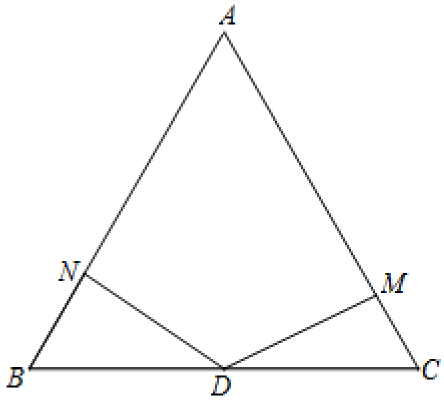


图2

28．（7 分）在平面直角坐标系 xOy 中，对于 $\odot M$ 内的一点 P，若在 $\odot M$ 外存在点 P'，使得 $MP'=2MP$，则称点 P 为 $\odot M$ 的二倍点．

（1）当 $\odot O$ 的半径为 2 时，

①在 $T_1(1,0)$，$T_2(1,-1)$，$T_3(-\frac{\sqrt{3}}{2},\frac{3}{2})$ 三个点中，是 $\odot O$ 的二倍点的是____；

②已知一次函数 $y=kx+2k$ 与 y 轴的交点是 $A(0,a)$，若一次函数在第二象限的图象上的所有点都是 $\odot O$ 的二倍点，求 a 的取值范围．

（2）已知点 $M(m,0)$，$B(0,-\frac{1}{2})$，$C(1,-\frac{1}{2})$，$\odot M$ 的半径为 2，若线段 BC 上存在点 P 为 $\odot M$ 的二倍点，直接写出 m 的取值范围．

参考答案

一、选择题（本题共 16 分，每小题 2 分）下面各题均有四个选项，符合题意的选项只有一个．

1．【分析】根据单项式的系数概念即可求出答案．

【解答】解：单项式 $-xy^2$ 的系数是 -1，

故选：A．

【点评】本题考查单项式，解题的关键是正确理解单项式的系数，本题属于基础题型．

2．【分析】根据几何体的左视图是从物体的左面看得到的图形，得到四个图形的左视图，结合选项得到答案．

【解答】解：A、左视图是矩形，故本选项不合题意；

B、左视图是等腰三角形，故本选项符合题意；

C、左视图是矩形，故本选项不合题意；

D、左视图是矩形，故本选项不合题意；

故选：B．

【点评】本题考查了几何体的三种视图，掌握三视图的定义是解题的关键，主视图、左视图、俯视图是分别从物体正面、左面和上面看，所得到的图形．

3．【分析】根据邻补角的定义、角平分线的定义及平行线的性质求解即可．

【解答】解：$\because \angle 1=100^{\circ}$，

$\therefore \angle EAD=180^{\circ}-\angle 1=80^{\circ}$，

$\because AB$ 平分 $\angle EAD$，

$\therefore \angle EAB=\angle BAD=\dfrac{1}{2}\angle EAD=40^{\circ}$，

$\because AB//CD$，

$\therefore \angle 2=\angle EAB=40^{\circ}$，

故选：C．

【点评】此题考查了平行线的性质，熟记平行线的性质定理是解题的关键．

4．【分析】分别计算出 a，b，c 的值，比较大小即可．

【解答】解：$\because a=-\sqrt{2}$，$b=\sqrt{2}$，$c=\dfrac{1}{\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，

$\therefore a<c<b$，故 A，B，C 选项错误，不符合题意；

$\because 2c=2\times\dfrac{\sqrt{2}}{2}=\sqrt{2}=b$，

$\therefore D$ 选项正确，符合题意，

故选：D．

【点评】本题考查了实数，比较出 a，b，c 的大小是解题的关键．

5．【分析】根据方差的意义求解即可．

【解答】解：由表格知，乙的方差最小，

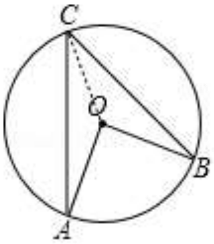
所以乙运动员发挥最稳定，

故选：B．

【点评】本题主要考查方差，方差是反映一组数据的波动大小的一个量．方差越大，则平均值的离散程度越大，稳定性也越小；反之，则它与其平均值的离散程度越小，稳定性越好．

6．【分析】连接OC，由圆周角定理得出$\angle ACB=50^{\circ}$，由等腰三角形的性质可得出答案．

【解答】解：连接OC，



$\because \angle AOB=100^{\circ}$，

$\therefore \angle ACB=\dfrac{1}{2}\angle AOB=50^{\circ}$，

$\because OB=OC$，

$\therefore \angle OBC=\angle OCB=20^{\circ}$，

$\therefore \angle ACO=\angle ACB-\angle OCB=50^{\circ}-20^{\circ}=30^{\circ}$，

$\because OC=OA$，

$\therefore \angle ACO=\angle OAC=30^{\circ}$，

故选：C．

【点评】本题考查了圆周角定理，等腰三角形的性质，正确利用圆周角定理求得$\angle ACB$的度数是关键．

7．【分析】用两种方法表示剩下正方形的面积，列出等式，化简即可得到答案．

【解答】解：由图可得剩下正方形面积为：$(a+b)^{2}-4\times\dfrac{1}{2}ab$，

根据正方形面积公式，剩下正方形面积也可以表示为：c^{2}，

$\therefore (a+b)^{2}-4\times\dfrac{1}{2}ab=c^{2}$，化简得$a^{2}+b^{2}=c^{2}$，

故选：B．

【点评】本题考查勾股定理的证明，解题的关键是用两种方法表示剩下正方形的面积．

8．【分析】根据群明湖的点的坐标和冰壶馆的点的坐标，建立平面直角坐标，进而得出馆建筑的点的坐标．

【解答】解：滑雪大跳台$(-5,0)$，五一剧场$(-3,4)$，冬奥组委会$(-5,8)$，全民畅读艺术书店$(0,5)$；

故选：A．

【点评】此题主要考查了坐标确定位置，正确建立平面直角坐标系是解题关键．

二、填空题（本题共16分，每小题2分）

9．【分析】只需要写出一个符合题意的无理数即可．

【解答】解：比0大比2小的无理数都可以，如：$\sqrt{2}$，$\sqrt{3}$，

故答案为：$\sqrt{2}$（答案不唯一）．

【点评】本题考查了无理数的比较大小，掌握无理数的定义是解题的关键．

10．【分析】直接根据概率公式求解．

【解答】解：$\because$盒子中装有4个黄球，3个红球和2个绿球，共有9个球，

$\therefore$从中随机摸出一个小球，恰好是红球的概率是$\frac{3}{9}=\frac{1}{3}$；

故答案为：$\frac{1}{3}$.

【点评】本题考查了概率公式：随机事件A的概率P（A）$=$事件A可能出现的结果数除以所有可能出现的结果数.

11．【分析】设正多边形的边数为n，利用多边形的内角和公式和外角和定理即可解答.

【解答】解：设正多边形的边数为n，由题意得：

$(n-2)\cdot 180^{\circ}=3\times 360^{\circ}$，

解得：$n=8$，

故答案为：8.

【点评】本题考查多边形的内角（和）与外角（和），熟记多边形的内角和公式及外角和为360°是解答的关键.

12．【分析】由x与y互为相反数得$y=-x$，代入$2x-3y=10$即可得答案.

【解答】解：$\because x$与y互为相反数，

$\therefore y=-x$，

把$y=-x$代入$2x-3y=10$得：

$2x-3(-x)=10$，即$5x=10$，

$\therefore x=2$，

故答案为：2.

【点评】本题考查解二元一次方程组，解二元一次方程组基本思想是消元，代入消元法是常用方法之一，本题关键即是用代入消元法把“二元”化为“一元”.

13．【分析】①由等边对等角得到$\angle D=\angle ABD$，再由两直线平行，同位角相等得到$\angle D=\angle BEF$，即得$\angle ABD=\angle BEF$，由等角对等边即得结果；

②由两直线平行，同位角相等即可得结果.

【解答】解：①$\because AB=AD$，

$\therefore \angle D=\angle ABD$，

$\because EF//AD$，

$\therefore \angle D=\angle BEF$，

$\therefore \angle ABD=\angle BEF$，

$\therefore BF=EF$.

②$\because EF//AD$，

$\therefore \angle BFE=\angle BAD$.

故答案为：$BF=EF$；$\angle BFE=\angle BAD$.

【点评】此题考查了平行线的性质，熟记平行线的性质是解题的关键.

14．【分析】把点$A(a,b)$代入$y=-\frac{1}{x}$得，$ab=-1$，由$a<0$，得出$b>0$，即可判定点A在第二象限.

【解答】解：$\because$点$A(a,b)$在双曲线$y=-\frac{1}{x}$上.

$\therefore ab=-1$， $a<0$，

$\therefore b>0$，

$\therefore$ 点 A 在第二象限，

故答案为二.

【点评】本题考查了反比例函数图象上点的坐标特征，熟练掌握坐标系中点的坐标特征是解题的关键.

15.【分析】前两周每周只卖了 20 件，还剩下 360 件，后四周每天至少要卖 90 件，所以折扣应该在 8 折以下．列出折扣与利润的一次函数表达式，利用一次函数的性质即可得出最多利润.

【解答】解：$\because 400-20\times 2=360$（件），

$\therefore$ 要在六周内卖完，后四周每周至少要卖 $360\div 4=90$（件），

$\therefore$ 折扣应该在 8 折以下.

设后四周的利润为 y，折扣为 $x(x\leqslant 7)$，依题意得

$y=(1000\times\dfrac{x}{10}-500)\times 360=36000x-180000$，

$\because 36000>0$，

$\therefore y$ 随着 x 的增大而增大，

$\therefore$ 当 $x=7$ 时， y 有最大值，

此时 $y=36000\times 7-180000=72000$，

$\therefore$ 当打七折时，后四周的最大盈利为 72000 元，

故答案为：7；72000.

【点评】本题考查了一次函数的实际应用，准确建立一次函数解析式并确定自变量的取值范围是解决问题的关键.

16.【分析】根据一次函数、反比例函数、二次函数图象上点的坐标特征以及它们的性质即可判断.

【解答】解：①$\because$ 一次函数 $y=x$ 的图象经过点 $(1,1)$，

$\therefore$ 一次函数 $y=x$ 的图象与线段 AB 有公共点，故①错误；

②$\because b<0$，

$\therefore 1+b<1$，

$\because$ 一次函数 $y=x+b$ 的图象经过点 $(1,1+b)$，

$\therefore b<0$ 时，一次函数 $y=x+b$ 的图象与线段 AB 无公共点，故②正确；

③$\because$ 当 $x=1$ 时，反比例函数 $y=\dfrac{k}{x}=k>1$，

$\therefore$ 当 $k>1$ 时，反比例函数 $y=\dfrac{k}{x}$ 的图象与线段 AB 无公共点，故③正确；

④$\because$ 二次函数 $y=x^2-bx+1$ 的图象经过点 $(0,1)$，

$\therefore$ 二次函数 $y=x^2-bx+1$ 的图象与线段 AB 有公共点，故④错误；

故答案为②③.

【点评】本题考查了一次函数、二次函数、反比例函数图象上点的坐标特征，熟练掌握正比例函数、一次函数、二次函数、反比例函数的性质是解题的关键.

三、解答题（本题共 68 分，第 17-22 题，每小题 5 分，第 23-26 题，每小题 5 分，第 27-28 题，每小题 5 分）解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程.

17.【分析】直接利用绝对值的性质以及零指数幂的性质、二次根式的性质、特殊角的三角函数值分别化简得出答案.

【解答】解：原式$=4\sqrt{3}+1-2\sqrt{3}-6\times\dfrac{\sqrt{3}}{3}$

$=4\sqrt{3}+1-2\sqrt{3}-2\sqrt{3}$

$=1$.

【点评】此题主要考查了实数运算，正确化简各数是解题关键.

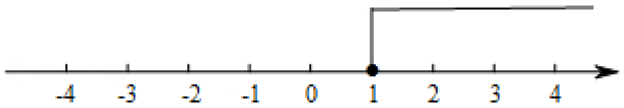
18.【分析】不等式去分母，去括号，移项合并，把 x 系数化为 1，求出解集，表示在数轴上即可.

【解答】解：去分母得：$x-1\leqslant 3x-3$，

移项合并得：$-2x\leqslant -2$，

解得：$x\geqslant 1$.

将解集表示在数轴上如下：



【点评】本题主要考查解一元一次不等式的基本能力，严格遵循解不等式的基本步骤是关键，尤其需要注意不等式两边都乘以或除以同一个负数不等号方向要改变.

19.【分析】根据完全平方公式、单项式乘多项式的运算法则把原式化简，整体代入计算即可.

【解答】解：$(2x+y)^2-4y(x-\dfrac{5}{4}y)$

$=4x^2+4xy+y^2-4xy+5y^2$

$=4x^2+6y^2$，

$\because 2x^2+3y^2=1$，

$\therefore$ 原式$=2(2x^2+3y^2)=2$.

【点评】本题考查的是整式的化简求值，掌握整式的混合运算法则是解题的关键.

20.【分析】(1) 根据关于 x 的一元二次方程 $x^2+(2m+1)x+m^2=0$ 有两个不相等的实数根，则$\triangle>0$，列出不等式，即可求出 m 的取值范围.

(2) 根据方程的两个根都是整数，确定出 m 的值，经检验即可得到满足题意的 m 的值，并求出方程的根（答案不唯一）.

【解答】解：(1) $\because$ 关于 x 的一元二次方程 $x^2+(2m+1)x+m^2=0$ 有两个不相等的实数根，

$\therefore (2m+1)^2-4m^2>0$，

解得：$m>-\dfrac{1}{4}$.

$\therefore m$ 的取值范围是 $m>-\dfrac{1}{4}$.

（2）利用求根公式表示出方程的解为$x=\dfrac{-2m-1\pm\sqrt{4m+1}}{2}$，

$\because$方程的解为整数，

$\therefore 4m+1$为完全平方数，

则当m的值为0时，方程为：$x^2+x=0$，

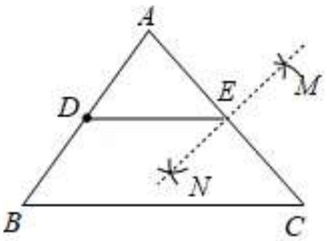
解得：$x_1=0$，$x_2=-1$（不唯一）.

【点评】本题考查了一元二次方程$ax^2+bx+c=0(a\neq 0)$的根的判别式$\Delta=b^2-4ac$：当$\Delta>0$，方程有两个不相等的实数根；当$\Delta=0$，方程有两个相等的实数根；当$\Delta<0$，方程没有实数根.

21.【分析】（1）根据几何语言画出对应的几何图形即可；

（2）先根据线段的垂直平分线的性质定理的逆定理判断MN是AC的垂直平分线，则点E是AC的中点，然后根据三角形中位线性质得到$DE=\dfrac{1}{2}BC$.

【解答】（1）解：如图，



（2）证明：$\because AM=CM$，$AN=CN$，

$\therefore MN$是AC的垂直平分线（到线段两端点距离相等的点在线段的垂直平分线上）；

$\therefore$点E是AC的中点.

$\because$点D是AB的中点，

$\therefore DE=\dfrac{1}{2}BC$（三角形中位线性质）.

故答案为到线段两端点距离相等的点在线段的垂直平分线上；三角形中位线性质.

【点评】本题考查了作图$-$复杂作图：复杂作图是在五种基本作图的基础上进行作图，一般是结合了几何图形的性质和基本作图方法．解决此类题目的关键是熟悉基本几何图形的性质，结合几何图形的基本性质把复杂作图拆解成基本作图，逐步操作.

22.【分析】（1）由平行四边形的性质得$AD//BC$，$AD=BC$，再由$EF=DA$，得$EF=BC$，$EF//BC$，则四边形$BCEF$是平行四边形，再证$\angle CEF=90^\circ$，即可得出结论；

（2）由勾股定理的逆定理证ΔCDF是直角三角形，$\angle DCF=90^\circ$，再由面积法求出$CE=\dfrac{12}{5}$，然后由矩形的性质得$\angle FBC=90^\circ$，$BF=CE=\dfrac{12}{5}$，最后由勾股定理求解即可.

【解答】（1）证明：$\because$四边形$ABCD$是平行四边形，

$\therefore AD//BC$，$AD=BC$，

$\because EF=DA$，

$\therefore EF=BC$， $EF//BC$，

$\therefore$四边形$BCEF$是平行四边形，

又$\because CE\perp AD$，

$\therefore\angle CEF=90^{\circ}$，

$\therefore$平行四边形$BCEF$是矩形；

（2）解：$\because$四边形$ABCD$是平行四边形，

$\therefore CD=AB=3$，

$\because CF=4$， $DF=5$，

$\therefore CD^{2}+CF^{2}=DF^{2}$，

$\therefore\Delta CDF$是直角三角形， $\angle DCF=90^{\circ}$，

$\therefore\Delta CDF$的面积$=\dfrac{1}{2}DF\times CE=\dfrac{1}{2}CF\times CD$，

$\therefore CE=\dfrac{CF\times CD}{DF}=\dfrac{4\times 3}{5}=\dfrac{12}{5}$，

由（1）得： $EF=BC$，四边形$BCEF$是矩形，

$\therefore\angle FBC=90^{\circ}$， $BF=CE=\dfrac{12}{5}$，

$\therefore BC=\sqrt{CF^{2}-BF^{2}}=\sqrt{4^{2}-(\dfrac{12}{5})^{2}}=\dfrac{16}{5}$，

$\therefore EF=\dfrac{16}{5}$.

【点评】本题考查了矩形的判定与性质、平行四边形的判定与性质、勾股定理和勾股定理的逆定理以及三角形面积等知识；熟练掌握矩形的判定与性质是解题的关键.

23.【分析】（1）由平移的性质得出向右平移，再令$x-1=0$，求出定点P的坐标；

（2）将点P的坐标代入反比例函数解析式中，即可得出结论；

（3）先求出点M， N的坐标，进而得出PM^{2}， PN^{2}，利用$PM=2PN$， 建立方程求解，即可得出结论.

【解答】解：（1） $y=k(x-1)+3(k\neq 0)$可以看成是直线$y=kx+3(k\neq 0)$沿x轴向右平移1个单位得到的，

针对于$y=k(x-1)+3(k\neq 0)$，

令$x-1=0$，即$x=1$时， $y=3$，

$\therefore$定点$P(1,3)$，

故答案为右；

（2）由（1）知$P(1,3)$，

$\because$点P在反比例函数$y=\dfrac{m}{x}$的图象上，

$\therefore m=1\times 3=3$；

（3）针对于直线$y=kx-k+3(k\neq 0)$，

令 $x=0$ 则 $y=-k+3$，

$\therefore N(0,-k+3)$，

令 $y=0$，则 $kx-k+3=0$，

$\therefore x=1-\dfrac{3}{k}$，

$\therefore M(1-\dfrac{3}{k}，\ 0)$，

由（1）知，$P(1,3)$，

$\therefore PM^2=(1-\dfrac{3}{k}-1)^2+3^2=\dfrac{9}{k^2}+9$，$PN^2=1^2+k^2=k^2+1$，

$\because PM=2PN$，

$\therefore PM^2=4PN^2$，

$\therefore \dfrac{9}{k^2}+9=4(k^2+1)$，

$\therefore 4k^4-5k^2-9=0$，

$\therefore (4k^2-9)(k^2+1)=0$，

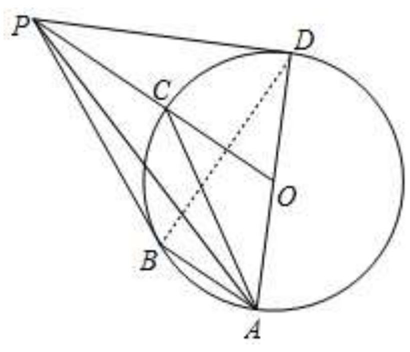
$\therefore k=\dfrac{3}{2}$ 或 $k=-\dfrac{3}{2}$.

【注】（3）的第二种方法提示：分 k 大于 0 和小于 0 两种情况，利用相似三角形的性质求出点 M 的坐标，再将点 M 的坐标代入直线解析式中，即可得出结论.

【点评】此题是反比例函数综合题，主要考查了待定系数法，平移的性质，两点间的距离公式，用方程的思想解决问题是解本题的关键.

24．【分析】（1）连接 BD，由切线的性质得出 $PB=PD$，$\angle DPO=\angle BPO$，得出 $\angle BAD=\angle COD$，则可得出结论；（2）由直角三角形的性质及勾股定理可得出答案.

【解答】（1）证明：连接 BD，



$\because PB$，PD 分别切 $\odot O$ 于点 B，D，

$\therefore PB=PD$，$\angle DPO=\angle BPO$，

$\therefore BD\perp PO$，

$\therefore CD=BC$，

$\therefore \angle BAD=\angle COD$，

$\therefore AB//OP$；

（2）解：由（1）得 $\angle BAD=\angle POD$，

$\because PD$ 切 $\odot O$ 于点 D，

$\therefore PD\perp OD$，

$\therefore \tan\angle POD=\dfrac{PD}{OD}=2$，

$\because AD=2OD$，

在 RtΔPDA 中，$\angle PDA=90^\circ$，$PA=2\sqrt{2}$，

$\therefore AD=PD=2$，

$\therefore OD=OC=1$，

在 RtΔPDO 中，$\angle PDO=90^\circ$，$PD=2$，$OD=1$，

$\therefore PO=\sqrt{PD^2+OD^2}=\sqrt{5}$，

$\therefore PC=PO-CO=\sqrt{5}-1$.

【点评】本题考查了切线的性质，圆周角定理，垂径定理，解直角三角形，直角三角形的性质，正确的识别图形是解题的关键.

25.【分析】（1）根据平均数可求出 a 的值，再根据频数统计可得出 m 的值，利用中位数的意义可得 n 的值；

（2）利用中位数的意义以及七、八年级学生具体成绩判断即可；

（3）求出七、八年级优秀的人数即可.

【解答】解：（1）$\dfrac{1}{20}(66+70+71+78+71+78+75+78+58+a+63+90+80+85+80+89+85+86+80+87)=77.5$，

解得 $a=80$，

七年级这 20 名同学的成绩在 $80\leqslant x\leqslant 90d$ 的有 9 人，即 $m=9\div 20=0.45$，

将八年级 20 名学生的成绩从小到大排列处在中间位置的两个数的都是 80，因此中位数是 80，即 $n=80$，

故答案为：80，0.45，80；

（2）七年级低于 80 分的有 10 人，大于或大于 80 分的有 10 人，而八年级低于 80 分的有 9 人，高于或等于 80 分的有 11 人，

因此在七年级能排在前 50%，在八年级只能排在后 50%，他的成绩可能是 80 分，

故答案为：80；

（3）$200\times(0.45+0.05)+200\times(0.50+0.05)$

$=100+110$

$=210$（人），

故答案为：210.

【点评】本题考查中位数、众数、平均数，频数分布表，理解中位数、众数、平均数的意义，掌握频数、频率、总数之间的关系是正确解答的前提.

26.【分析】（1）①利用配方法，把二次函数的解析式写成顶点式即可.

②由题意，判断出 $x=2$ 时，$y=5$，利用待定系数法可得结论.

（2）当 $c=2b$ 时，$y=x^2+bx+2b$，图象开口向上，对称轴为直线 $x=-\dfrac{b}{2}$，分三种情形：①当 $-\dfrac{b}{2}<b$，即 $b>0$ 时，

②当$b \leqslant -\frac{b}{2} \leqslant b+2$时，即$-\frac{4}{3} \leqslant b \leqslant 0$，③当$-\frac{b}{2} > b+2$，即$b < -\frac{4}{3}$，分别利用待定系数法，构建方程求解即可.

【解答】解：（1）①由题意，二次函数的解析式为$y=x^2-2x+4=(x-1)^2+3$，

$\therefore$顶点坐标为$(1,3)$，

$\therefore$函数的最小值为3.

②$\because y=x^2-2x+c$，

$\therefore$对称轴是直线$x=1$，

$\because 2 \leqslant x \leqslant 3$，则此时$x$对应的函数值的最小值是5，

$\therefore x=2$时，$y=5$，

$\therefore 5=4-4+c$，

$\therefore c=5$.

（2）当$c=2b$时，$y=x^2+bx+2b$，图象开口向上，对称轴为直线$x=-\frac{b}{2}$，

①当$-\frac{b}{2} < b$，即$b>0$时，

在自变量x的值满足$b \leqslant x \leqslant b+2$的情况下，$y$随$x$的增大而增大，

$\therefore$当$x=b$时，$y=b^2+b \cdot b+2b=2b^2+2b$最小值，

$\therefore 2b^2+2b=12$，解得，$b_1=-3$（舍去），$b_2=2$；

②当$b \leqslant -\frac{b}{2} \leqslant b+2$时，即$-\frac{4}{3} \leqslant b \leqslant 0$，

$\therefore x=-\frac{b}{2}$，$y$的值最小，

$\therefore \frac{1}{4}b^2-\frac{b^2}{2}+2b=12$，方程无解.

③当$-\frac{b}{2} > b+2$，即$b < -\frac{4}{3}$，

在自变量x的值满足$b \leqslant x \leqslant b+2$的情况下，$y$随$x$的增大而减小，

故当$x=b+2$时，$y=(b+2)^2+b(b+2)+2b=2b^2+8b+4$为最小值，

$\therefore 2b^2+8b+4=12$．解得，$b_1=-2+2\sqrt{2}$（舍去），$b_2=-2-2\sqrt{2}$；

综上所述，满足条件的b的值为2或$-2-2\sqrt{2}$.

【点评】本题考查了二次函数图象与系数的关系，待定系数法求二次函数的解析式，二次函数的性质，分类讨论思想的运用是解题的关键.

27.【分析】（1）①根据题意作图即可；②连接DE，根据SAS，证$\Delta BDF \cong \Delta EDM$，即可得出$EM=BF$，$\angle DBF=120°$；

（2）过点D作$DG//AC$交AB于G，得出DG为ΔABC的中位线，再根据ASA证$\Delta NDG \cong \Delta MDC$，得出$DN=DM$，$NG=CM$，然后根据各边关系得出$BN+\frac{1}{2}ND=CD$.

【解答】解：（1）①如图1；

②连接DE，

$\because D$为BC的中点，E为AC的中点，

$\therefore DE$为ΔABC的中位线，

$\therefore DE=\dfrac{1}{2}AB$且$DE//AB$，

$\because \Delta ABC$为等边三角形，

$\therefore \angle ABC=\angle C=60^{\circ}$，$AB=BC$，

$\because D$为BC的中点，

$\therefore BD=\dfrac{1}{2}BC=DE$，

$\because DE//AB$，

$\therefore \angle CDE=\angle ABC=60^{\circ}$，

$\therefore \angle BDE=120^{\circ}=\angle BDM+\angle EDM$，

$\because \angle BDM+\angle BDF=\angle MDF=120^{\circ}$，

$\therefore \angle BDF=\angle EDM$，

$\therefore \Delta BDF\cong \Delta EDM(SAS)$，

$\therefore EM=BF$，$\angle DBF=\angle DEM$，

$\because \angle CED=60^{\circ}$，

$\therefore \angle DEM=120^{\circ}$，

$\therefore \angle DBF=\angle DEM=120^{\circ}$；

故答案为$EM=BF$，120°；

（2）如图2，过点D作$DG//AC$交AB于G，

$\therefore \angle BDG=\angle C=60^{\circ}$，$\angle BGD=\angle A=60^{\circ}$，

$\therefore \Delta BDG$为等边三角形，

又$\because D$是BC边上的中点，

$\therefore BD=DG=\dfrac{1}{2}BC$，$DG$为$\Delta ABC$的中位线，

$\therefore DG=DC$，

$\because \angle NDM=120^{\circ}=\angle NDG+\angle GDM$，$\angle GDC=120^{\circ}=\angle GDM+\angle MDC$，

$\therefore \angle NDG=\angle MDC$，

$\therefore \Delta NDG\cong \Delta MDC(ASA)$，

$\therefore DN=DM$，$NG=CM$，

$\because BN+NG=BG$，$DM=2CM$，

$\therefore DN=2NG$，

$\therefore BN+\dfrac{1}{2}DN=BG$，

$\because BG=\dfrac{1}{2}AB$，$CD=\dfrac{1}{2}BC$，

$\therefore BG=CD$，

$\therefore BN=CD-\frac{1}{2}ND$，

即 $BN+\frac{1}{2}ND=CD$.

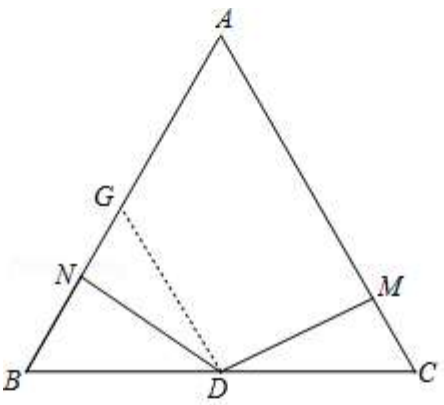


图 2

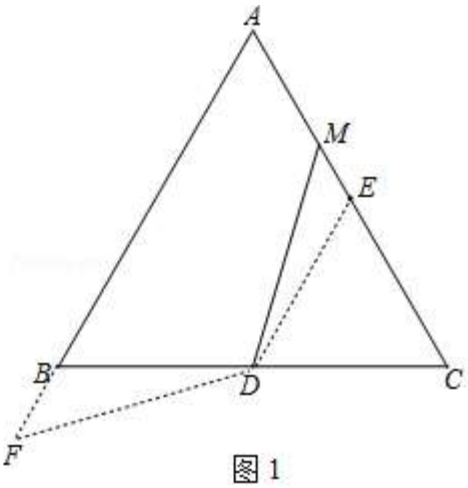


图 1

【点评】本题主要考查图形变换的综合题，熟练掌握图形的旋转，全等三角形的判定和性质等知识是解题的关键.

28.【分析】（1）① $\odot O$ 的半径为 2 时，$\odot O$ 的二倍点到 O 的距离小于 2，且大于 1，求出 $T_1(1,0)$，$T_2(1,-1)$，$T_3(-\frac{\sqrt{3}}{2}$，$\frac{3}{2})$ 与圆心的距离即可得答案；

②过 O 作 $OC\perp AB$ 于 C，一次函数在第二象限的图象上的所有点都是 $\odot O$ 的二倍点，$k>0$，且 $1<a\leqslant 2$ 且 $OC>1$，用 a 的代数式表示 OC，列出不等式，即可解得 a 的范围；

（2）画出图形，找到"临界点"，列出不等式即可解得 m 范围.

【解答】解：（1）$\because$ 对于 $\odot M$ 内的一点 P，若在 $\odot M$ 外存在点 P'，使得 $MP'=2MP$，则称点 P 为 $\odot M$ 的二倍点，

$\therefore \odot O$ 的半径为 2 时，$\odot O$ 的二倍点到 O 的距离小于 2，且大于 1，

①$\because T_1(1,0)$，$T_2(1,-1)$，$T_3(-\frac{\sqrt{3}}{2}$，$\frac{3}{2})$，

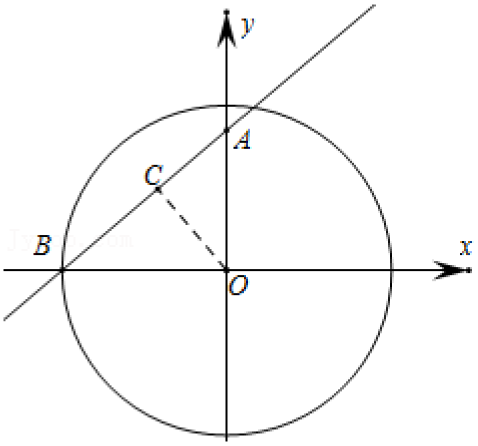
$\therefore OT_1=1$，$OT_2=\sqrt{(1-0)^2+(-1-0)^2}=\sqrt{2}$，$OT_3=\sqrt{(-\frac{\sqrt{3}}{2}-0)^2+(\frac{3}{2}-0)^2}=\sqrt{3}$，

$\therefore \odot O$ 的二倍点的是 T_2、T_3，

故答案为：T_2、T_3．

②若 $k<0$，则 $y=kx+2k$ 在第二象限的图象是一条射线（不含端点），不可能所有点都是$\odot O$ 的二倍点，故 $k>0$，

又 $x=-2$ 时， $y=0$，即直线 $y=kx+2k$ 过定点 $B(-2,0)$，过 O 作 $OC\perp AB$ 于 C，如图：



由 $OB=|-2|=2$， $OA=a$ 可得 $AB=\sqrt{a^2+4}$，

而 $S_{\Delta AOB}=\frac{1}{2}OB\cdot OA=\frac{1}{2}AB\cdot OC$ 可得 $OC=\frac{2a}{\sqrt{a^2+4}}$，

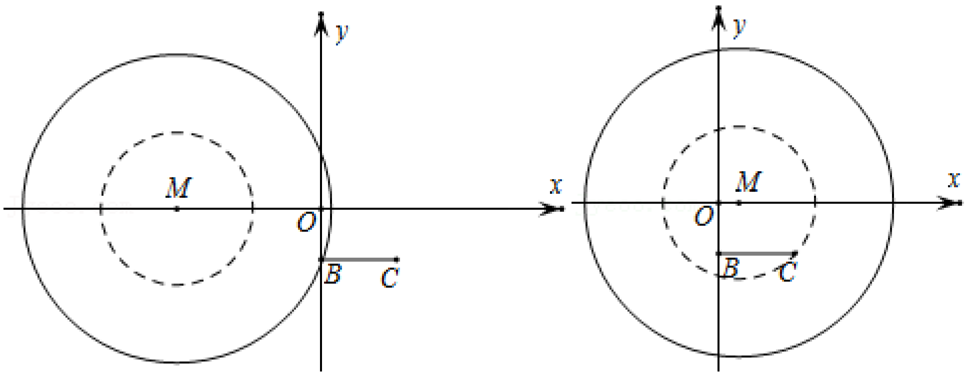
$\because$ 一次函数在第二象限的图象上的所有点都是$\odot O$ 的二倍点，一次函数 $y=kx+2k$ 与 y 轴的交点是 $A(0,a)$，

$\therefore 1<a\leqslant 2$ 且 $OC>1$

$\therefore \begin{cases}1<a\leqslant 2\\ \frac{2a}{\sqrt{a^2+4}}>1\end{cases}$，

解得 $\frac{2\sqrt{3}}{3}<a\leqslant 2$；

（2）①当$\odot M$ 从 B 左侧沿 x 正方向移动时，线段 BC 上存在点 P 为$\odot M$ 的二倍点，如图



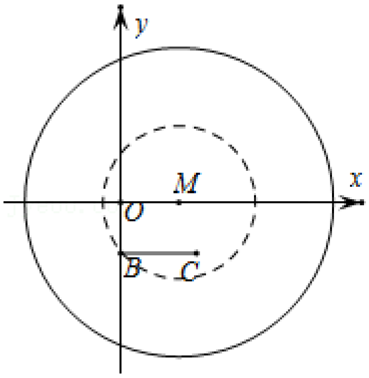
则满足 $BM<2$，且 $CM>1$，

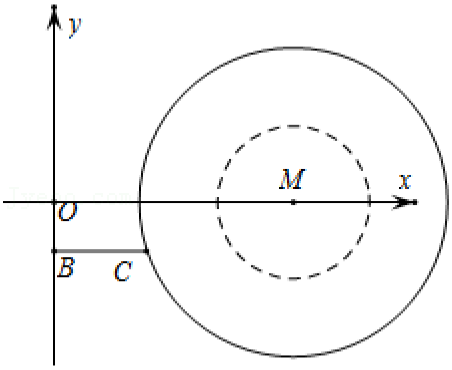
$\therefore \sqrt{m^2+\frac{1}{4}}<2$，且 $\sqrt{(m-1)^2+(0+\frac{1}{2})^2}>1$，

解得 $-\frac{\sqrt{15}}{2}<m<\frac{\sqrt{15}}{2}$，且 $m<1-\frac{\sqrt{3}}{2}$ 或 $m>1+\frac{\sqrt{3}}{2}$，

结合图形可得，此时线段 BC 上存在点 P 为$\odot M$ 的二倍点，$-\frac{\sqrt{15}}{2}<m<1-\frac{\sqrt{3}}{2}$，

②当 M 移动到 B 右侧，线段 BC 上存在点 P 为$\odot M$ 的二倍点，如图：





则满足 $BM>1$，且 $CM<2$，

$\therefore \sqrt{m^2+\frac{1}{4}}>1$，且 $\sqrt{(m-1)^2+(0+\frac{1}{2})^2}<2$，

解得 $m<-\frac{\sqrt{3}}{2}$ 或 $m>\frac{\sqrt{3}}{2}$，且 $1-\frac{\sqrt{15}}{2}<m<1+\frac{\sqrt{15}}{2}$，

结合图形可得，此时线段 BC 上存在点 P 为 $\odot M$ 的二倍点，$\frac{\sqrt{3}}{2}<m<1+\frac{\sqrt{15}}{2}$，

综上所述，线段 BC 上存在点 P 为 $\odot M$ 的二倍点，则 $-\frac{\sqrt{15}}{2}<m<1-\frac{\sqrt{3}}{2}$ 或 $\frac{\sqrt{3}}{2}<m<1+\frac{\sqrt{15}}{2}$.

【点评】本题考查圆的综合知识及新定义问题，解题的关键是理解二倍点的定义，找到"临界点"，题目难度较大.