2020 北京外国语大学附中初三（下）质量检测

数　　学

一、选择题（本题共 16 分，每小题 2 分）下面 1-8 题均有四个选项，其中符合题意的选项只有一个.

1. 以下是回收、绿色包装、节水、低碳四个标志，其中是中心对称图形的是【　】

A. 　B. 　C. 　D. 

2.据环球报报道：中央应对新冠肺炎疫情工作领导小组 3 月 23 日明确，当前以武汉为主战场的全国本土疫情传播基本阻断．过去两个多月，中国为防控疫情做出的巨大努力有目共睹，受到了世卫组织和国际权威公共卫生专家的称赞．其他一些国家也在寻求借鉴中国的经验和防控措施．截止报道前，海外累计确诊病例约 295000 人次．将 295000 用科学记数法表示应为（　　　　）

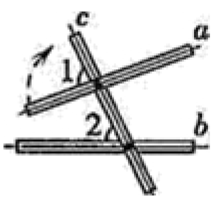
A. 2.90×10^5　　B. 0.295×10^6　　C. 2.95×10^6　　D. 2.95×10^5

3.下列运算一定正确的是(　　　).

A. $\left(m^3\right)^2=m^6$　　B. $\left(mn\right)^3=mn^3$

C. $\left(m+n\right)^2=m^2+n^2$　　D. $m\cdot m^2=m^2$

4.如图，将木条 a，b 与 c 钉在一起，∠1 =80°， ∠2 =50°．要使木条 a 与 b 平行，木条 a 旋转的度数至少是（　　）

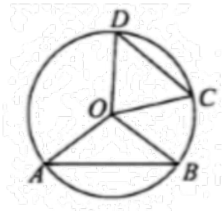


A. 10°　　B. 20°　　C. 30°　　D. 50°

5.如果 $x-3y=0$ ，那么代数式 $\left(\dfrac{x^2+y^2}{y}-2x\right)\div3\left(x-y\right)$ 的值为（ ）

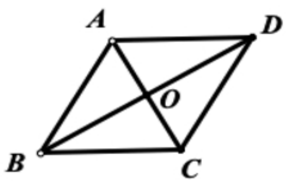
A. $\dfrac{2}{3}$　　B. 2　　C. −2　　D. $\dfrac{3}{2}$

6. 如图，已知⊙O的半径为 6，弦 AB，CD所对的圆心角分别是∠AOB，∠COD若∠AOB 与∠COD 互补，弦 CD=6 ，则弦 AB 的长为（　　）



A. 6　　B. 8　　C. $3\sqrt{3}$　　D. $6\sqrt{3}$

7. 如图，在菱形 ABCD 中，对角线 AC、BD 相交于点 O，BD=16，tan∠ABD=$\frac{3}{4}$ 则线段 AB 的长为(　　).



A. $\sqrt{7}$　　B. 10　　C. 5　　D. $2\sqrt{7}$

8. 如图，小宇计划在甲、乙、丙、丁四个小区中挑选一个小区租住，附近有东西向的交通主干道 a 和南北向的交通主干道 b，若他希望租住的小区到主干道 a 和主干道 b 的直线距离之和最小，则图中符合他要求的小区是（　　）

A. 甲　　B. 乙　　C. 丙　　D. 丁

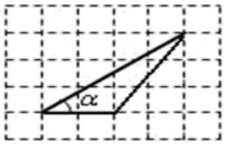
二、填空题（本题共 16 分，每小题 2 分）

9. 函数 $y=\sqrt{3x+1}$ 中自变量 x 的取值范围是____________.

10. 因式分解：ab^2-4a =__________________.

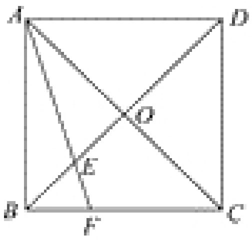
11. 已知点 $A(1,m)$，$B(2,n)$在反比例函数 $y=\dfrac{2}{x}$ 的图象上，则 m 与 n 的大小关系为___________

12. 三角形在正方形网格纸中的位置如图所示，则 sinα 的值是___________.

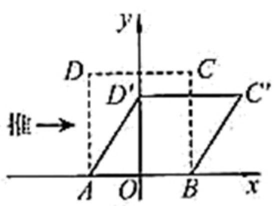


13. 《算法统宗》是中国古代数学名著，作者是明代著名数学家程大位．在其中有这样的记载“一百馒头一百僧，大僧三个更无争，小僧三人分一个，大小和尚各几丁？”译文：有 100 名和尚分 100 个馒头，正好分完．如果大和尚一人分 3 个，小和尚 3 人分一个，试问大、小和尚各有几人？设有大和尚 x 人，小和尚 y 人，可列方程组为______.

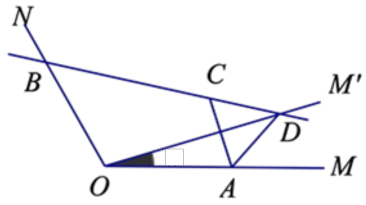
14. 如图，在正方形 $ABCD$ 中，对角线 AC，BD 相交于点 O，E 是 OB 的中点，连接 AE 并延长交 BC 于点 F，若△BEF 的面积为 2，则△AED 的面积为___.



15. 我们知道：四边形具有不稳定性．如图，在平面直角坐标系中，边长为 4 的正方形 $ABCD$ 的边 AB 在轴 x 上，AB 的中点是坐标原点 O 固定点 A，B， 把正方形沿箭头方向推，使点 D 落在 y 轴正半轴上点 D' 处，则点 C 的对应点 C' 的坐标为________



16. 如图，已知∠*MON*=120°，点A，B分别在 *OM*，*ON* 上，且 *OA*=*OB*= a，将射线 *OM* 绕点 *O* 逆时针旋转得到 *OM′*，旋转角为 α（$0° \le \alpha < 120°$ 且 $\alpha \ne 60°$），作点 *A* 关于直线 *OM′* 的对称点C，画直线 *BC* 交于 *OM′* 与点D，连接 *AC*，*AD*. 有下列结论：



有下列结论：

①∠BDO + ∠ACD = 90°；

②∠ACB 的大小不会随着 a 的变化而变化；

③当 $\alpha = 30^{\circ}$ 时，四边形 *OADC* 为正方形；

④ ΔACD 面积的最大值为 $\sqrt{3}a^2$.

其中正确的是________________.（把你认为正确结论的序号都填上）

三、解答题（本题共 68 分，第 17-22 题，每小题 5 分，第 23-26 题，每小题 6 分，第 27、28 题每小题 7 分）解答应写出文字说明，演算步骤或证明过程.

17. 下面是小芸设计的“过圆外一点作已知圆的切线”的尺规作图过程.

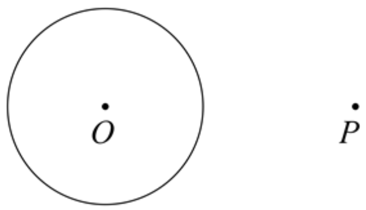
已知：⊙*O* 及⊙*O* 外一点 *P*.

求作：⊙*O* 的一条切线，使这条切线经过点 *P*.

作法：①连接 *OP*，作 *OP* 的垂直平分线 *l*，交 *OP* 于点 *A*；

②以 *A* 为圆心，*AO* 为半径作圆，交⊙*O* 于点 *M*；

③作直线 *PM*，则直线 *PM* 即为⊙*O* 的切线.



根据小芸设计的尺规作图过程，

（1）使用直尺和圆规，补全图形；（保留作图痕迹）

（2）完成下面的证明：

证明：连接 *OM*，

由作图可知，*A* 为 *OP* 中点，

∴*OP* 为⊙*A* 直径，

∴∠____＝90°（　　　　　　　　）（填推理的依据）

即 OM⊥PM.

又∵点 M 在⊙O 上，

∴PM 是⊙O 的切线.（　　）（填推理的依据）

18. 计算：$\left(\frac{1}{2}\right)^{2}-(\sqrt{1000}-\pi)^{0}+\sqrt{27}-2\cos 30^{\circ}$

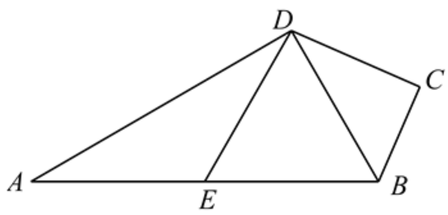
19. 解不等式组 $\begin{cases}3(x-1)\geq 4x-5\\ x-1>\frac{x-5}{3}\end{cases}$ ，并将它的解集在数轴上表示，然后写出它的所有整数解

20. 已知关于 x 的一元二次方程 $x^{2}-\left(m-1\right)x+3m-12=0$.

（1）求证：方程总有两个实数根；

（2）若方程只有一个根是正数，求 m 的取值范围.

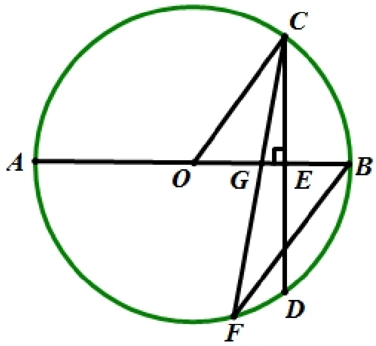
21. 如图，四边形 *ABCD* 中，∠*C*=90°，*AD*⊥*DB*，点 *E* 为 *AB* 的中点，*DE*∥*BC*.



（1）求证：*BD* 平分∠*ABC*；

（2）连接 *EC*，若∠*A* $=30^{\circ}$，*DC*=3，求 *EC* 的长.

22. 如图，在⊙O 中，AB 是直径，CD 是弦，$AB\perp CD$ 于点 E，$BF\parallel OC$，连接 BC 和 CF，CF 交 AB 于点 G.



（1）求证：$\angle OCF=\angle BCD$；

（2）若 $CD=8$，$\tan\angle OCF=\dfrac{1}{2}$，求⊙$O$ 半径的长.

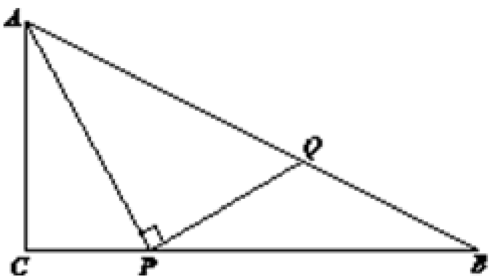
23. 在平面直角坐标系 xOy 中，直线 l：$y=x+b$ 与 x 轴交于点 A（-2，0），与 y 轴交于点 B. 双曲线 $y=\dfrac{k}{x}$ 与直线 l 交于 P，Q 两点，其中点 P 的纵坐标大于点 Q 的纵坐标.

（1）求点 B 的坐标；

（2）当点 P 的横坐标为 2 时，求 k 的值；

（3）连接 PO，记△POB 的面积为 S，若 $\dfrac{1}{3}\le S\le 1$，直接写出 k 的取值范围.

24. 如图，Rt△ABC 中，$\angle C=90°$，P 是 CB 边上一动点，连接 AP，作 $PQ\perp AP$ 交 AB 于 Q. 已知 $AC=3$cm，$BC=6$cm，设 PC 的长度为 $x$cm，BQ 的长度为 $y$cm.



小青同学根据学习函数的经验对函数 y 随自变量 x 的变化而变化的规律进行了探究.

下面是小青同学的探究过程，请补充完整：

(1) 按照下表中自变量 x 的值进行取点、画图、测量，分别得到了 y 的几组对应值；

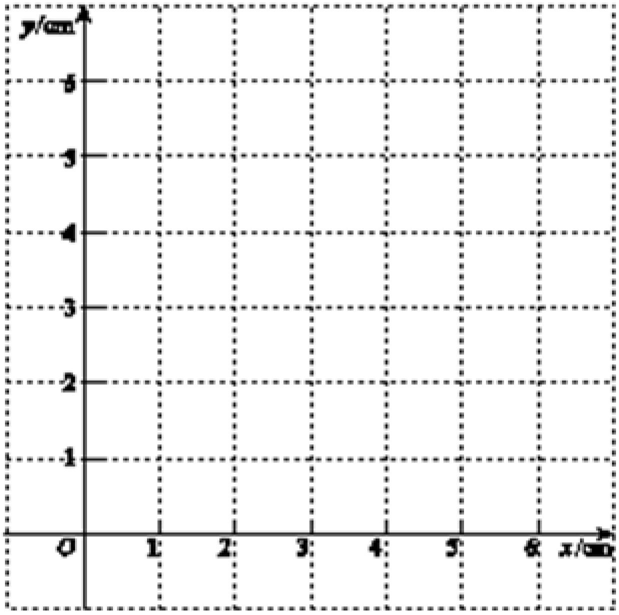
x/cm	0	0.5	1.0	1.5	2.0	2.5	3	3.5	4	4.5	5	6

y/cm	0	1.56	2.24	2.51	m	2.45	2.24	1.96	1.63	1.26	0.86	0

(说明：补全表格时，相关数据保留一位小数)

m的值约为多少 cm；

(2)在平面直角坐标系中，描出以补全后的表格中各组数值所对应的点(x ，y)，画出该函数的图象；



（3）结合画出的函数图象，解决问题：

①当 $y>2$ 时，写出对应的 x 的取值范围；

②若点 P 不与 B，C 两点重合，是否存在点 P，使得 $BQ=BP$?（直接写结果）

25. 为了解某区初二年级数学学科期末质量监控情况，进行了抽样调查，过程如下，请将有关问题补充完整.

收集数据：

随机抽取甲乙两所学校的 20 名学生的数学成绩进行分析：

甲	91	89	77	86	71	31	97	93	72	91
	81	92	85	85	95	88	88	90	44	91
乙	84	93	66	69	76	87	77	82	85	88
	90	88	67	88	91	96	68	97	59	88

整理、描述数据 ：

按如下数据段整理、描述这两组数据

分段 学校	$30 \le x \le 39$	$40 \le x \le 49$	$50 \le x \le 59$	$60 \le x \le 69$	$70 \le x \le 79$	$80 \le x \le 89$	$90 \le x \le 100$
甲	1	1	0	0	3	7	8
乙							

分析数据 ：

两组数据的平均数、中位数、众数、方差如下表：

统计量 学校	平均数	中位数	众数	方差
甲	81.85	88	91	268.43
乙	81.95	86	m	115.25

a 经统计，表格中 m 的值是____________ .

得出结论：

b 若甲学校有 400 名初二学生，估计这次考试成绩 80 分以上人数为____________ .

c 可以推断出 _______学校学生的数学水平较高，理由为：①__________________；
②_________________. （至少从两个不同的角度说明推断的合理性）

26. 在平面直角坐标系 xOy 中，抛物线 $y=x^2-2mx+m^2-1$ 与 y 轴交于点 C.

（1）试用含 m 的代数式表示抛物线的顶点坐标；

（2）将抛物线 $y=x^2-2mx+m^2-1$ 沿直线 $y=-1$ 翻折，得到的新抛物线与 y 轴交于点 D. 若 $m>0$，$CD=8$，求 m 的值；

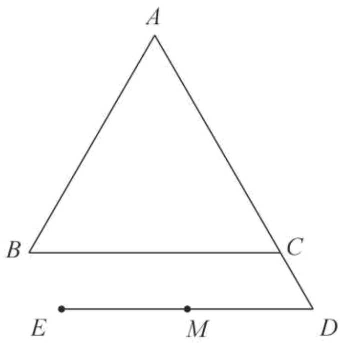
（3）已知 A（$2k$，0），B（0，k），在（2）的条件下，当线段 AB 与抛物线 $y=x^2-2mx+m^2-1$ 只有一个公共点时，直接写出 k 的取值范围.

27. 如图，在等边 ΔABC 中，D 为边 AC 的延长线上一点（$CD<AC$），平移线段 BC，使点 C 移动到点 D，得到线段 ED，M 为 ED 的中点，过点 M 作 ED 的垂线，交 BC 于点 F，交 AC 于点 G.

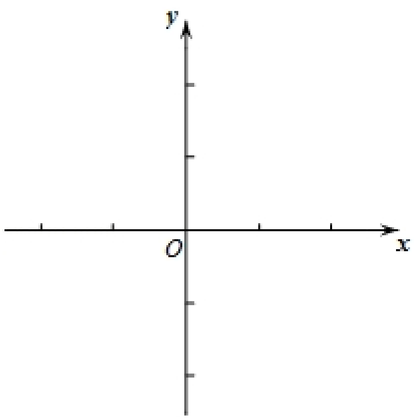
（1）依题意补全图形；

（2）求证：$AG=CD$；

（3）连接 DF 并延长交 AB 于点 H，用等式表示线段 AH 与 CG 的数量关系，并证明.



28. 已知边长为 $2a$ 的正方形 $ABCD$，对角线 AC、BD 交于点 Q，对于平面内的点 P 与正方形 $ABCD$，给出如下定义：如果 $a < PQ < \sqrt{2}a$，则称点 P 为正方形 $ABCD$ 的“关联点”. 在平面直角坐标系 xOy 中，若 A（－1，1），B（－1，－1），C（1，－1），D（1，1）.



（1）在 $P_1\left(-\dfrac{1}{2},0\right)$，$P_2\left(\dfrac{1}{2},\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)$，$P_3\left(0,\sqrt{2}\right)$ 中，正方形 $ABCD$ 的“关联点”有_____；

（2）已知点 E 的横坐标是 m，若点 E 在直线 $y=\sqrt{3}x$ 上，并且 E 是正方形 $ABCD$ 的“关联点”，求 m 的取值范围；

（3）若将正方形 $ABCD$ 沿 x 轴平移，设该正方形对角线交点 Q 的横坐标是 n，直线 $y=\sqrt{3}x+1$ 与 x 轴、y 轴分别相交于 M、N 两点. 如果线段 MN 上的每一个点都是正方形 $ABCD$ 的“关联点”，求 n 的取值范围.

2020北京外国语大学附中初三（下）质量检测数学

参考答案

一、选择题（本题共 16 分，每小题 2 分）下面 1-8 题均有四个选项，其中符合题意的选项只有一个.

1.

【答案】B

【解析】

根据中心对称图形的概念，中心对称图形是图形沿对称中心旋转 180 度后与原图重合．因此，只有选项 B 符合条件．故选 B.

2.

【答案】D

【解析】

【分析】

科学记数法的表示形式为 $a\times10^n$ 的形式，其中 $1\leqslant|a|<10$，n 为整数．确定 n 的值时，要看把原数变成 a 时，小数点移动了多少位，n 的绝对值与小数点移动的位数相同.

【详解】解：$295000=2.95\times10^5$，

故选：D.

【点睛】此题考查科学记数法的表示方法．科学记数法的表示形式为 $a\times10^n$ 的形式，其中 $1\leqslant|a|<10$，n 为整数，表示时关键要正确确定 a 的值以及 n 的值.

3.

【答案】A

【解析】

【分析】

根据幂的乘方、积的乘方、完全平方公式以及同底数幂的乘法即可逐一判断.

【详解】解：A、 $\left(m^3\right)^2=m^6$，正确；

B、$(mn)^3=m^3n^3$，故 B 错误；

C、$(m+n)^2=m^2+2mn+n^2$，故 C 错误；

D、$m\cdot m^2=m^3$，故 D 错误；

故选：A.

【点睛】本题考查了幂的乘方、积的乘方、完全平方公式以及同底数幂的乘法，解题的关键是掌握基本的运算法则.

4.

【答案】C

【解析】

【分析】

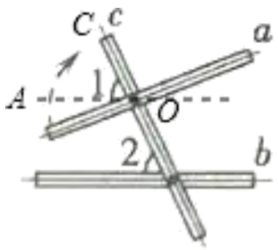
根据同位角相等两直线平行，求出旋转后∠2 的同位角的度数，然后用∠1 减去即可得到木条 a 旋转的度数.

【详解】解：如图.

∵∠AOC＝∠2＝50°时，OA∥b，

∴要使木条 a 与 b 平行，木条 a 旋转的度数至少是 80°－50°＝30°.

故选：C.



【点睛】本题考查了平行线的判定，根据同位角相等两直线平行求出旋转后∠2 的同位角的度数是解题的关键.

5.

【答案】A

【解析】

【分析】

先根据分式的混合运算顺序和运算法则化简原式，再将 x＝3y 代入化简可得.

【详解】解：$\left(\dfrac{x^2+y^2}{y}-2x\right)\div 3(x-y)$

$=\dfrac{x^2+y^2-2xy}{y}\square\dfrac{1}{3(x-y)}$

$=\dfrac{(x-y)^2}{y}\square\dfrac{1}{3(x-y)}$

$=\dfrac{x-y}{3y}$

$\because x-3y=0$，

∴x=3y，

$\therefore \dfrac{x-y}{3y}=\dfrac{3y-y}{3y}=\dfrac{2}{3}$，

故选：A.

【点睛】本题主要考查分式的化简求值，解题的关键是熟练掌握分式的混合运算顺序和运算法则.

6.

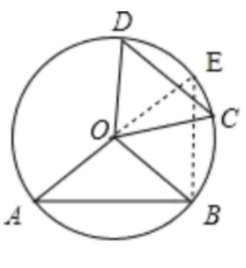
【答案】D

【解析】

【分析】

延长 AO 交⊙O 于点 E，连接 BE，由∠AOB＋∠BOE＝∠AOB＋∠COD 可知∠BOE＝∠COD，据此可得 BE＝CD＝6，在 Rt△ABE 中利用勾股定理求解可得.

【详解】解：如图，延长 AO 交⊙O 于点 E，连接 BE，



则∠AOB＋∠BOE＝180°，

又∵∠AOB＋∠COD＝180°，

∴∠BOE＝∠COD，

∴BE＝CD＝6，

∵AE 为⊙O 的直径，

∴∠ABE＝90°，

∵半径为 6，

∴AE=2AO=12，

∴AB＝$\sqrt{AE^2-BE^2}=\sqrt{12^2-6^2}=6\sqrt{3}$，

故选：D.

【点睛】本题主要考查圆的基本性质，解题的关键是作出辅助线，根据题意得出 BE＝CD＝6.

7.

【答案】B

【解析】

【分析】

根据菱形的性质得出 AC⊥BD，AO＝CO，OB＝OD，求出 OB，解直角三角形求出 AO，根据勾股定理求出 AB 即可.

【详解】解：∵四边形 ABCD 是菱形，

∴AC⊥BD，AO＝CO，OB＝OD，

∴∠AOB＝90°，

∵BD＝16，

∴BO＝8，

∵tan∠ABD＝$\frac{3}{4}$，即$\frac{AO}{BO}=\frac{3}{4}$，

∴AO＝6，

在 Rt△AOB 中，由勾股定理得：AB＝$\sqrt{AO^2+BO^2}=\sqrt{6^2+8^2}=10$，

故选：B.

【点睛】本题考查了菱形的性质、勾股定理和解直角三角形，能熟记菱形的性质是解此题的关键.

8.

【答案】C

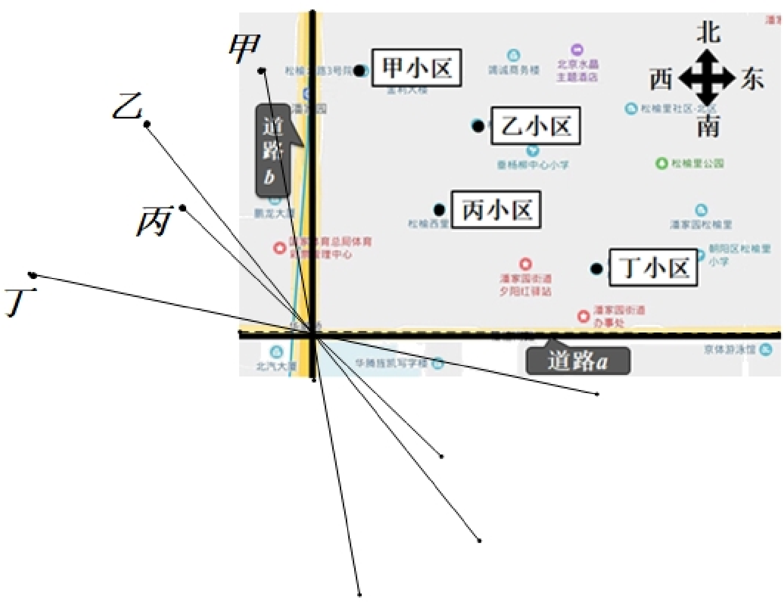
【解析】

【分析】

分别作甲、乙、丙、丁四个小区关于道路 a 和道路 b 的对称点，分别连接对称点，线段最短的即为所求

【详解】解：分别作甲、乙、丙、丁四个小区关于道路 a 和道路 b 的对称点，

分别连接对称点，线段最短的即为所求，如图：



从图中可知丙小区到两坐标轴的距离最短；

故选 C.

【点睛】本题考查轴对称求最短路径；通过两次作轴对称，将问题转化为对称点的连线最短是解题的关键.

二、填空题（本题共 16 分，每小题 2 分）

9.

【答案】$x\geqslant -\frac{1}{3}$.

【解析】

【详解】解：根据题意得：$3x+1\geqslant 0$，

解得：$x \geqslant -\frac{1}{3}$.

故答案为：$x \geqslant -\frac{1}{3}$.

【点睛】本题考查函数自变量的取值范围.

10.

【答案】$a(b+2)(b-2)$

【解析】

【分析】

先提公因式 a，再利用平方差公式即可因式分解.

【详解】解：$ab^2-4a=a(b^2-4)=a(b+2)(b-2)$，

故答案为：$a(b+2)(b-2)$.

【点睛】本题考查了提公因式法和公式法因式分解，解题的关键是灵活运用两种方法，熟悉平方差公式.

11.

【答案】m＞n

【解析】

【分析】

把所给点的横纵坐标代入反比例函数的解析式，求出 m，n 的值，比较大小即可.

【详解】解：点 A（1，m）在反比例函数 $y=\frac{2}{x}$ 的图象上，

$\therefore m=\frac{2}{1}=2$，

B（2，n）都在反比例函数 $y=\frac{2}{x}$ 的图象上，

$\therefore n=\frac{2}{2}=1$，

∴m＞n，

故答案为：m＞n.

【点睛】本题主要考查反比例函数图象上点的坐标特征，所有在反比例函数上的点的横纵坐标的积等于比例系数.

12.

【答案】$\frac{3}{5}$

【解析】

【分析】

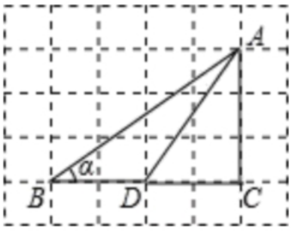
根据锐角三角函数的定义得出 sinα＝$\frac{AC}{AB}$，进而求出即可.

【详解】解：如图所示：∵AC＝3，BC＝4，

∴AB＝$\sqrt{AC^2+BC^2}=5$，

∴sinα＝$\frac{AC}{AB}=\frac{3}{5}$.

故答案为：$\frac{3}{5}$.



【点睛】此题主要考查了锐角三角函数的定义以及勾股定理，正确构造直角三角形是解题关键.

13.

【答案】$\begin{cases}x+y=100\\3x+\frac{1}{3}y=100\end{cases}$

【解析】

【分析】

设大和尚有 x 人，则小和尚有 y 人，根据“有 100 个和尚”和大和尚一人分 3 只，小和尚 3 人分一只刚好分完 100 个馒头”列出方程组即可.

【详解】设大和尚有 x 人，则小和尚有 y 人，根据题意得$\begin{cases}x+y=100\\3x+\frac{1}{3}y=100\end{cases}$，

故答案为$\begin{cases}x+y=100\\3x+\frac{1}{3}y=100\end{cases}$.

【点睛】本题考查了二元一次方程组的应用，解题关键是要读懂题目的意思，根据题目给出的条件，找出合适的等量关系列出方程组.

14.

【答案】18

【解析】

【分析】

根据正方形的性质得 OB＝OD，AD∥BC，可得△BEF∽△DEA，根据点 E 是 OB 的中点，可得$\frac{BE}{ED}=\frac{1}{3}$，再利用相似三角形的面积之比等于相似比的平方，即可得到△AED 的面积.

【详解】解：∵四边形 ABCD 是正方形，

∴OB＝OD，AD∥BC，

∴△BEF∽△DEA，

∵E 是 OB 的中点，

∴$BE=\frac{1}{2}OB=\frac{1}{4}BD=\frac{1}{3}DE$，

∴$\frac{BE}{ED}=\frac{1}{3}$，

∴$\frac{S_{\triangle BEF}}{S_{\triangle DAE}}=\left(\frac{BE}{ED}\right)^2=\left(\frac{1}{3}\right)^2=\frac{1}{9}$

∵△BEF 的面积为 2，

∴△AED 的面积为 18，

故答案为：18.

【点睛】本题考查了正方形的性质，三角形相似的性质和判定等知识，熟练掌握相似三角形的性质和判定是关键.

15.

【答案】（4，$2\sqrt{3}$）

【解析】

【分析】

由已知条件得到AD′＝AD＝4，AO＝$\frac{1}{2}$AB＝2，根据勾股定理得到OD′＝$\sqrt{AD'^2-OA^2}=2\sqrt{3}$，于是得到结论.

【详解】解：由题意可知，AD′＝AD＝4，

AO＝$\frac{1}{2}$AB＝2，

∴OD′＝$\sqrt{AD'^2-OA^2}=2\sqrt{3}$，

∵C′D′＝4，C′D′∥AB，

∴C′（4，$2\sqrt{3}$），

故答案为：（4，$2\sqrt{3}$）.

【点睛】本题考查了正方形的性质，坐标与图形的性质，勾股定理，正确的识别图形是解题的关键.

16.

【答案】①②④

【解析】

【分析】

①根据对称的性质：对称点的连线被对称轴垂直平分可得：OM′是AC的垂直平分线，即可作判断；

②作⊙O，根据四点共圆的性质得：∠ACD＝∠E＝60°，说明∠ACB是定值，不会随着α的变化而变化；

③当α＝30°时，即∠AOD＝∠COD＝30°，证明△AOC是等边三角形和△ACD是等边三角形，得OC＝OA＝AD＝CD，可作判断；

④先证明△ACD是等边三角形，当AC最大时，△ACD的面积最大，当AC为直径时最大，根据面积公式计算后可作判断.

【详解】解：①∵A、C关于直线O M′对称，

∴O M′是AC的垂直平分线，

∴$\angle BDO+\angle ACD=90°$，故①正确；

②连接OC，

由①知：O M′是AC的垂直平分线，

∴OC＝OA，

∴OA＝OB＝OC，

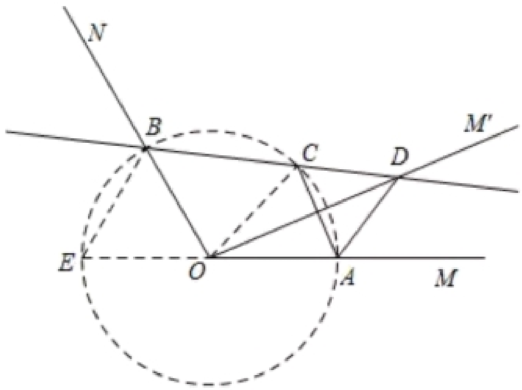
以O为圆心，以OA为半径作⊙O，交AO的延长线于E，连接BE，则A、B、C、E都在⊙O上，

∵$\angle MON=120°$，

∴$\angle E=\frac{1}{2}\angle MON=60°$，

∵A、C、B、E四点共圆，

∴$\angle ACB=180°-\angle E=120°$，故②正确；



③当$\alpha=30°$时，即$\angle AOD=\angle COD=30°$，

∴$\angle AOC=60°$，

∵OA=OC，

∴△AOC是等边三角形，

∴$\angle OAC=60°$，OC＝OA＝AC，

由①得：CD＝AD，

由②可知，∠ACB=120°，

∴∠ACD=60°，

∴∠CAD＝∠ACD＝∠CDA＝60°，

∴△ACD 是等边三角形，

∴AC＝AD＝CD，

∴OC＝OA＝AD＝CD，

∴四边形 OADC 为菱形；故③不正确；

④∵CD＝AD，∠ACD＝60°，

∴△ACD 是等边三角形，

当 AC 最大时，△ACD 的面积最大，

∵AC 是⊙O 的弦，当 $\alpha=90^{\circ}$ 时，AC 为直径时最大，此时 AC＝2a，

$S_{\triangle ACD}=\frac{\sqrt{3}}{4}(2a)^2=\sqrt{3}a^2$，故④正确，

所以本题结论正确的有：①②④，

故答案为：①②④.

【点睛】本题是圆和图形变换的综合题，考查了轴对称的性质、四点共圆的性质、等边三角形的判定、菱形的判定、三角形面积及圆的有关性质，有难度，熟练掌握轴对称的性质是关键.

三、解答题（本题共 68 分，第 17-22 题，每小题 5 分，第 23-26 题，每小题 6 分，第 27、28 题每小题 7 分）解答应写出文字说明，演算步骤或证明过程.

17.

【答案】（1）见解析；（2）OMP；直径所对的圆周角是直角；经过半径的外端并且垂直于这条半径的直线是圆的切线.

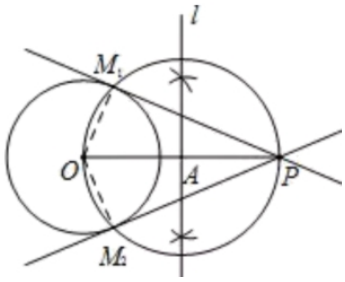
【解析】

【分析】

（1）根据作图步骤利用尺规作图可得；

（2）①根据“直径所对圆周角是直角”可得；②根据“经过半径的外端点，并且垂直于这条半径的直线是圆的切线”可得.

【详解】解：（1）补全图形，如图所示：



（2）证明：连接OM，

由作图可知，A为OP中点，

∴OP为⊙A直径，

∴∠OMP＝90°，（直径所对的圆周角是直角），

即OM⊥PM.

又∵点M在⊙O上，

∴PM是⊙O的切线.（经过半径的外端并且垂直于这条半径的直线是圆的切线），

故答案为：OMP；直径所对的圆周角是直角；经过半径的外端并且垂直于这条半径的直线是圆的切线.

【点睛】本题主要考查作图–复杂作图，解题的关键是熟练掌握中垂线的尺规作图及圆周角定理、切线的判定.

18.

【答案】$-\frac{3}{4}+2\sqrt{3}$

【解析】

【分析】

根据乘方运算、零指数幂、二次根式运算以及特殊角的锐角三角函数值即可解答.

【详解】解：$\left(\frac{1}{2}\right)^2-(\sqrt{1000}-\pi)^0+\sqrt{27}-2\cos30^\circ$

$=\frac{1}{4}-1+3\sqrt{3}-2\times\frac{\sqrt{3}}{2}$

$=-\frac{3}{4}+3\sqrt{3}-\sqrt{3}$

$=-\frac{3}{4}+2\sqrt{3}$

【点睛】本题考查了乘方运算、零指数幂、二次根式运算以及特殊角的锐角三角函数值，解题的关键是掌握基本的运算法则.

19.

【答案】$-1<x\leqslant 2$，数轴见解析，整数解为：0，1，2.

【解析】

【分析】

先分别求出各不等式的解集，再求出其公共解集，并在数轴上表示出来，写出它的所有整数解即可.

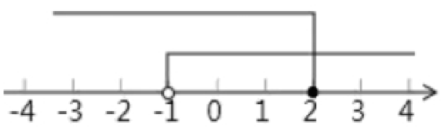
【详解】解：$\begin{cases}3(x-1)\geq 4x-5①\\ x-1>\frac{x-5}{3}②\end{cases}$，

解不等式①得：$x\leqslant 2$，

解不等式②得：$x>-1$.

∴不等式组的解集为：$-1<x\leqslant 2$，

在数轴上表示不等式组的解集为：



所有整数解为：0，1，2.

【点睛】本题考查的是解一元一次不等式组，熟知“同大取大；同小取小；大小小大中间找；大大小小找不到”的原则是解答此题的关键.

20.

【答案】（1）见解析；（2）$m\leq 4$

【解析】

【分析】

（1）根据根的判别式即可求出答案.

（2）根据因式分解法求出方程的两根，然后列出不等式即可求出答案.

【详解】（1）证明：由题意，得$\Delta=(m-1)^2-4(3m-12)=\left(m-7\right)^2$，

$\because\left(m-7\right)^2\geq 0$，

∴方程总有两个实数根.

（2）$\because x^2-\left(m-1\right)x+3m-12=0$

$\therefore [x-(m-4)](x-3)=0$，

$\therefore x-3=0$或$x-(m-4)=0$，

$\therefore x_1=3, x_2=m-4$，

若方程只有一个根是正数，

则$m-4\leq 0$，

解得：$m\leq 4$.

【点睛】本题考查一元二次方程根的判别式以及解法，解题的关键是熟练运用一元二次方程的解法.

21.

【答案】（1）见解析；（2）$\sqrt{21}$

【解析】

【分析】

（1）直接利用直角三角形的性质得出 DE＝BE＝$\frac{1}{2}$AB，再利用 DE∥BC，得出∠2＝∠3，进而得出答案；

（2）利用已知得出在 Rt△BCD 中，∠3＝60°，DC＝3，解直角三角形得出 DB 的长，进而利用勾股定理得出 EC 的长.

【详解】（1）证明：∵AD⊥DB，点 E 为 AB 的中点，

∴DE＝BE＝$\frac{1}{2}$AB.

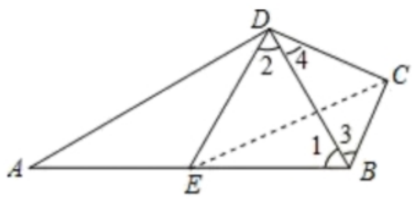
∴∠1＝∠2.

∵DE∥BC，

∴∠2＝∠3.

∴∠1＝∠3.

∴BD 平分∠ABC.



（2）解：∵AD⊥DB，∠A＝30°，

∴∠1＝60°.

∴∠3＝∠2＝60°.

∵∠BCD＝90°，

∴∠4＝30°.

∴∠CDE＝∠2＋∠4＝90°.

在 Rt△BCD 中，∠3＝60°，DC＝3，

∴DB＝$\frac{DC}{\sin 60^\circ}=2\sqrt{3}$.

∵DE＝BE，∠1＝60°，

∴△BDE 是等边三角形，

∴DE＝DB＝$2\sqrt{3}$.

∴EC＝$\sqrt{DE^2+DC^2}=\sqrt{21}$.

【点睛】此题主要考查了直角三角形斜边上的中线与斜边的关系以及解直角三角形，正确得出 DB，DE 的长是解题关键.

22.

【答案】（1）见解析；（2）⊙O 半径的长为 5

【解析】

【分析】

（1）利用垂径定理得到$\overset{\frown}{BC}=\overset{\frown}{BD}$，再根据圆周角定理得到∠BCD＝∠BFC，接着根据平行线的性质得∠OCF＝∠BFC，从而得到∠OCF＝∠BCD；

（2）用垂径定理得到CE＝$\frac{1}{2}$CD＝4，再利用tan∠OCF＝tan∠BCD＝$\frac{BE}{CE}=\frac{1}{2}$，得到BE＝2，设OC＝OB＝x，则OE＝x－1，在Rt△OCE中利用勾股定理得到x^2＝（x－2）^{2}＋4^2，然后解方程即可．

【详解】（1）证明：∵AB是直径，AB⊥CD，

∴$\overset{\frown}{BC}=\overset{\frown}{BD}$，

∴∠BCD＝∠BFC，

∵BF∥OC

∴∠OCF＝∠BFC，

∴∠OCF＝∠BCD；

（2）∵AB⊥CD，CD=8，

∴CE＝$\frac{1}{2}$CD＝4，

∵∠OCF＝∠BCD

∴tan∠OCF＝tan∠BCD＝$\frac{BE}{CE}=\frac{1}{2}$，

∵CE＝4

∴BE＝2，

设OC＝OB＝x，则OE＝x－2，

在Rt△OCE中，∵x^2＝（x－2）^{2}＋4^2，解得x＝5，

即⊙O半径的长为5．

【点睛】本题考查了圆周角定理：在同圆或等圆中，同弧或等弧所对的圆周角相等，都等于这条弧所对的圆心角的一半．也考查了垂径定理、勾股定理以及解直角三角形．

23.

【答案】（1）（0，2）；（2）8；（3）$\frac{7}{9}$≤k≤3 或-1≤k≤$-\frac{5}{9}$.

【解析】

【分析】

（1）根据点 A 的坐标，可求出直线的解析式，再由解析式求出 B 点坐标.

（2）把点 P 的横坐标代入直线解析式即可求得点 P 的纵坐标，然后把点 P 代入反比例函数解析式即可得 k 值.

（3）根据△POB 的面积为 S 的取值范围求点 P 的横坐标取值，然后把横坐标代入直线解析式，即可求得点 P 纵坐标的取值范围，进而求得 k 的取值范围.

【详解】解：（1）∵直线 l：y＝x＋b 与 x 轴交于点 A（－2，0）

∴－2＋b＝0

∴b＝2

∴一次函数解析式为：y＝x＋2

当 x=0 时，y=2，

∴直线 l 与 y 轴交于点 B 为（0，2）

∴点 B 的坐标为（0，2）；

（2）∵双曲线 $y=\frac{k}{x}$ 与直线 l 交于 P，Q 两点，

∴点 P 在直线 l 上

∴当点 P 的横坐标为 2 时，y＝2＋2＝4

∴点 P 的坐标为（2，4）

∴k＝2×4＝8

∴k 的值为 8；

（3）如图所示，

①当 k＞0 时，

$S=\frac{1}{2}\times2\times x_p=x_p$，

∵ $\frac{1}{3}\leqslant S\leqslant1$，

∴ $\frac{1}{3}\leqslant x_p\leqslant1$，

∵点 P 在直线 y＝x＋2 上，

∴ $\frac{7}{3}\leqslant y_p\leqslant3$，

∵点 P 在反比例函数 $y=\frac{k}{x}$，

∴xy=k，

∴ $\frac{7}{9}\leqslant k\leqslant3$，

②当 k＜0 时，

$S=\frac{1}{2}\times2\times|xp|=-xp$，

∵ $\frac{1}{3}\leqslant S\leqslant1$，

∴ $\frac{1}{3}\leqslant -x_p\leqslant1$，

∴$-1\leqslant x_p\leqslant-\frac{1}{3}$

∵点 P 在直线 y＝x＋2 上，

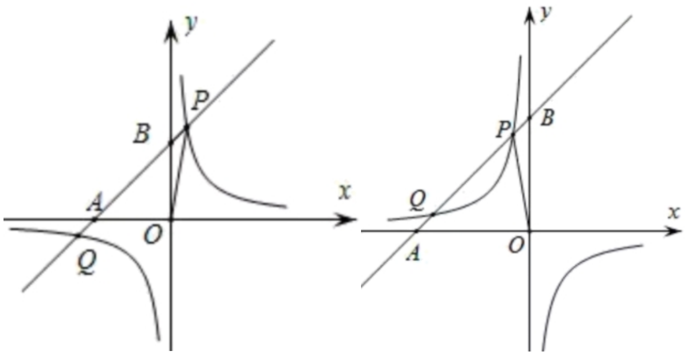
∴$1\leqslant y_p\leqslant\frac{5}{3}$，

∵点 P 在反比例函数 $y=\frac{k}{x}$，

∴xy=k，

$\therefore -1 \leqslant k \leqslant -\dfrac{5}{9}$，

综上所述，k 的取值范围为：$\dfrac{7}{9} \leqslant k \leqslant 3$ 或 $-1 \leqslant k \leqslant -\dfrac{5}{9}$.



【点睛】本题主要涉及一次函数与反比例函数相交的知识点．根据交点既在一次函数上又在反比例函数上，即可解决问题.

24.

【答案】（1）m的值约为 2.6；（2）函数图象见解析；（3）①当 $y>2$ 时，对应的 x 的取值范围约是 $0.8<x<3.5$； ② 不存在.

【解析】

【分析】

（1）按题意，认真测量即可；

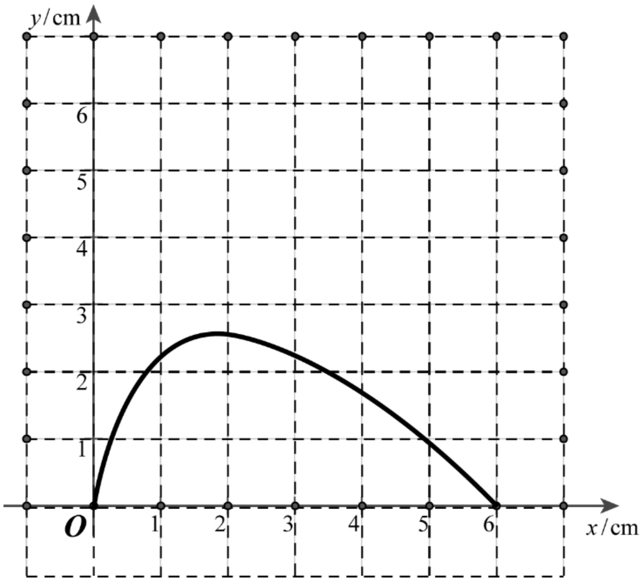
（2）利用数据描点、连线；

（3）①由根据函数图象可得；

②根据三角形外角的性质和三角形内角和定理可得不存在点 P，使得 BQ=BP.

【详解】（1）m的值约为 2.6；

（2）函数图象



（3）①当 $y>2$ 时，对应的 x 的取值范围约是 $0.8<x<3.5$；

② 不存在.

理由如下：若 BQ=BP

∴∠BPQ=∠BQP

∵∠BQP=∠APQ+∠PAQ＞90°

∴∠BPQ+∠BQP+∠QBP＞180° 与三角形内角和为 180° 相矛盾.

∴不存在点 P，使得 BQ=BP.

故答案为不存在.

【点睛】本题考为二次函数的综合题，也是动点问题的函数图象探究题，解题关键是画函数图象以及运用数形结合的数学思想.

25.

【答案】整理、描述数据：0，0，1，4，2，8，5；a、88；b、300；c、乙，①乙学校的平均数高于甲学校；②乙学校的方差低于甲学校，说明乙学校的波动程度较小.

【解析】

【分析】

整理、描述数据：依据统计表中的数据，即可得到乙校各分数段的人数；

a、依据统计表中的数据以及众数的定义，即可得到 m 的值；

b、依据甲学校考试成绩 80 分以上人数所占的百分比，即可得到有 400 名初二学生中这次考试成绩 80 分以上人数；

c、从平均数、方差的角度分析，即可得到哪个学校学生的数学水平较高.

【详解】解：整理、描述数据：

分段 学校	$30\leqslant x\leqslant 39$	$40\leqslant x\leqslant 49$	$50\leqslant x\leqslant 59$	$60\leqslant x\leqslant 69$	$70\leqslant x\leqslant 79$	$80\leqslant x\leqslant 89$	$90\leqslant x\leqslant 100$
甲	1	1	0	0	3	7	8
乙	0	0	1	4	2	8	5

故答案为：0，0，1，4，2，8，5；

a、经统计，乙校的数据中 88 出现的次数最多，故表格中 m 的值是 88.

故答案为：88；

b、若甲学校有 400 名初二学生，估计这次考试成绩 80 分以上人数为 $400\times\frac{15}{20}=300$（人）.

故答案为：300；

c、可以推断出乙学校学生的数学水平较高，理由为：①乙学校的平均数高于甲学校；②乙学校的方差低于甲学校，说明乙学校的波动程度较小.

故答案为：乙，①乙学校的平均数高于甲学校；②乙学校的方差低于甲学校，说明乙学校的波动程度较小.

【点睛】本题主要考查了统计表，众数，中位数以及方差的综合运用，利用统计图获取信息时，必须认真观察、分析、研究统计图，才能作出正确的判断和解决问题．求一组数据的众数的方法：找出频数最多的那个数据，若几个数据频数都是最多且相同，此时众数就是这多个数据.

26.

【答案】（1）抛物线的顶点坐标为（m，-1）；（2）$m=2$；（3）$\frac{1}{2}\leq k<\frac{3}{2}$ 或 $k>3$.

【解析】

【分析】

（1）化成顶点式即可求得；

（2）根据题意求得 OC＝3，即可得到 $m^2-1=3$，从而求得 m＝2；

（3）将点 A（2k，0），B（0，k），代入抛物线，此时时抛物线与线段刚相交的时候，k 在此范围内即可使抛物线与线段 AB 有且只有一个公共点.

【详解】解：（1）∵$y=x^2-2mx+m^2-1=(x-m)^2-1$，

∴抛物线的顶点坐标为（m，－1）；

（2）由对称性可知，点 C 到直线 $y=-1$ 的距离为 4，

∴$OC=3$，

∴$m^2-1=3$，

∵$m>0$，

∴$m=2$；

（3）∵$m=2$，

∴抛物线为 $y=x^2-4x+3$，

当抛物线经过点 A（$2k$，0）时，$k=\dfrac{1}{2}$ 或 $k=\dfrac{3}{2}$；

当抛物线经过点 B（0，k）时，$k=3$；

∵线段 AB 与抛物线 $y=x^2-2mx+m^2-1$ 只有一个公共点，

∴$\dfrac{1}{2}\le k<\dfrac{3}{2}$ 或 $k>3$.

【点睛】本题考查二次函数图象与几何变换，二次函数的性质，数形结合解题是解决本题的关键.

27.

【答案】（1）见解析；（2）证明见解析；（3）线段 AH 与 CG 的数量关系：$AH=CG$．证明见解析.

【解析】

【分析】

（1）补全的图形如图 1 所示；

（2）根据直角三角形含 30° 角的性质得：$DG=2DM=DE$，得 $DG=AC$，即可证出；

（3）作辅助线，证明四边形 $BEDC$ 是平行四边形和□BEF≌□$BHF(ASA)$，即可证出.

【详解】(1)补全的图形如图 1 所示,

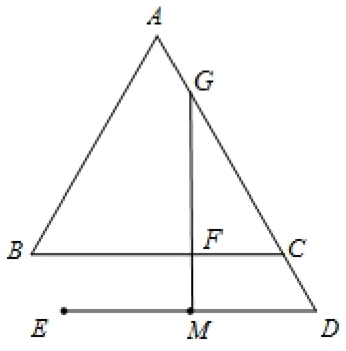


图1

(2)证明：$\because \Delta ABC$ 是等边三角形，

$\therefore AB = BC = CA$.

$\angle ABC = \angle BCA = \angle CAB = 60^\circ$.

由平移可知 $ED // BC$ ， $ED = BC$.

$\therefore \angle ADE = \angle ACB = 60^\circ$.

$\because \angle GMD = 90^\circ$ ，

$\therefore DG = 2DM = DE$.

$\because DE = BC = AC$ ，

$\therefore DG = AC$.

$\therefore AG = CD$.

(3)线段 AH 与 CG 的数量关系： $AH = CG$.

证明：如图 2，连接 BE，EF.

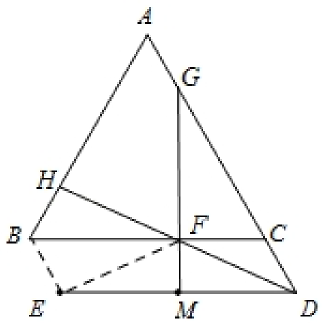


图2

$\because ED = BC$， $ED // BC$，

$\therefore$四边形 $BEDC$ 是平行四边形.

$\therefore BE = CD$， $\angle CBE = \angle ADE = \angle ABC$.

$\because GM$ 垂直平分 ED，

$\therefore EF = DF$.

$\therefore \angle DEF = \angle EDF$.

$\because ED//BC$，

$\therefore \angle BFE = \angle DEF$ ， $\angle BFH = \angle EDF$.

$\therefore \angle BFE = \angle BFH$.

$\because BF = BF$，

$\therefore \Delta BEF \cong \Delta BHF$.

$\therefore BE = BH = CD = AG$.

$\because AB = AC$，

$\therefore AH = CG$.

【点睛】本题考查平移变换、等边三角形的性质、三角形全等的性质和判定、平行四边形的判定和性质等知识，正确作出辅助线构造全等三角形是解题的关键，属于中考常考题型．

28.

【答案】（1）正方形 $ABCD$ 的“关联点”为 P_2，P_3；（2）$\frac{1}{2} \le m \le \frac{\sqrt{2}}{2}$ 或 $-\frac{\sqrt{2}}{2} \le m \le -\frac{1}{2}$；（3）$\frac{\sqrt{3}}{3} \le n \le \sqrt{2} - \frac{\sqrt{3}}{3}$.

【解析】

【分析】

（1）正方形 $ABCD$ 的“关联点”中正方形的内切圆和外切圆之间（包括两个圆上的点），由此画出图形即可判断；

（2）因为 E 是正方形 $ABCD$ 的“关联点”，所以 E 在正方形 $ABCD$ 的内切圆和外接圆之间（包括两个圆上的点），因为 E 在直线 $y = \sqrt{3}x$ 上，推出点 E 在线段 FG 上，求出点 F、G 的横坐标，再根据对称性即可解决问题；

（3）因为线段 MN 上的每一个点都是正方形 $ABCD$ 的“关联点”，分两种情形：①如图 3 中，MN 与小⊙Q 相切于点 F，求出此时点 Q 的横坐标；②M 如图 4 中，落在大⊙Q 上，求出点 Q 的横坐标即可解决问题；

【详解】（1）由题意正方形 $ABCD$ 的“关联点”中正方形的内切圆和外切圆之间（包括两个圆上的点），

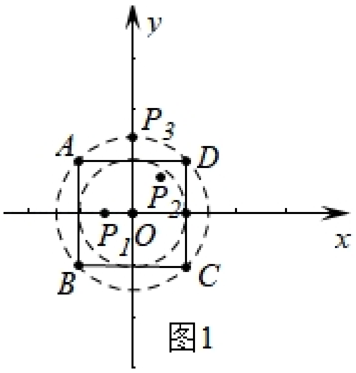


图1

观察图象可知：正方形 $ABCD$ 的“关联点”为 P_2，P_3；

（2）作正方形 $ABCD$ 的内切圆和外接圆，

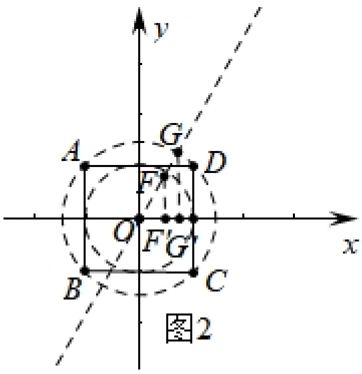


图2

∴OF＝1，$OG=\sqrt{2}$，.

∵E 是正方形 $ABCD$ 的“关联点”，

∴E 在正方形 $ABCD$ 的内切圆和外接圆之间（包括两个圆上的点），

∵点 E 在直线 $y=\sqrt{3}x$ 上，

∴点 E 在线段 FG 上.

分别作 $FF'\perp x$ 轴，$GG'\perp x$ 轴，

∵OF＝1，$OG=\sqrt{2}$，

∴$OF'=\frac{1}{2}$，$OG'=\frac{\sqrt{2}}{2}$.

$\therefore \frac{1}{2} \le m \le \frac{\sqrt{2}}{2}$.

根据对称性，可以得出$-\frac{\sqrt{2}}{2} \le m \le -\frac{1}{2}$.

$\therefore \frac{1}{2} \le m \le \frac{\sqrt{2}}{2}$或$-\frac{\sqrt{2}}{2} \le m \le -\frac{1}{2}$.

（3）$\because M\left(-\frac{\sqrt{3}}{3},0\right)$、$N$（0，1），

$\therefore OM = \frac{\sqrt{3}}{3}$，$ON$＝1.

$\therefore$∠OMN＝60°．

$\because$线段MN上的每一个点都是正方形$ABCD$

的“关联点”，

①MN与小⊙Q相切于点F，如图3中，

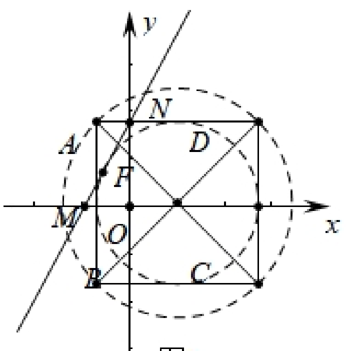


图3

$\because QF$＝1，∠OMN＝60°，

$\therefore QM = \frac{2}{3}\sqrt{3}$.

$\because OM = \frac{\sqrt{3}}{3}$，

$\therefore OQ = \frac{\sqrt{3}}{3}$.

$\therefore Q_1\left(\frac{\sqrt{3}}{3},0\right)$.

②M落在大⊙Q上，如图 4 中，

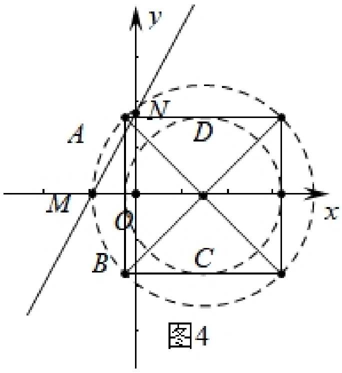


图4

$\because QM=\sqrt{2}$，$OM=\frac{\sqrt{3}}{3}$，

$\therefore OQ=\sqrt{2}-\frac{\sqrt{3}}{3}$.

$\therefore Q_2\left(\sqrt{2}-\frac{\sqrt{3}}{3},0\right)$.

综上：$\frac{\sqrt{3}}{3}\le n\le\sqrt{2}-\frac{\sqrt{3}}{3}$.

【点睛】本题考查一次函数综合题、正方形的性质、直线与圆的位置关系等知识，解题的关键是理解题意，学会寻找特殊位置解决数学问题，属于中考压轴题.