2022 北京门头沟初三一模

数　　学

1.本试卷共 8 页，共三道大题，28 个小题．满分 100 分，考试时间 120 分钟．

2.在试卷和答题卡上准确填写学校和姓名，将条形码粘贴在答题卡相应位置处．

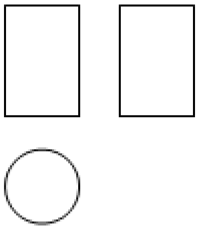
3.试题答案一律填涂或书写在答题卡上，在试卷上作答无效．

4.答题卡上，选择题、作图题用 2B 铅笔作答，其它试题用黑色字迹签字笔．

5.考试结束，将试卷、答题卡和草稿纸一并交回．

一、选择题（本题共 16 分，每小题 2 分）第 1－8 题均有四个选项，符合题意的选项只有一个．

1. 如图是某个几何体　三视图，则该几何体是（　）

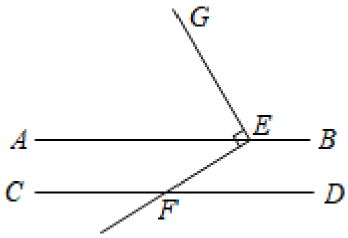


A. 圆锥　　　　B. 圆柱　　　　C. 三棱柱　　　　D. 长方体

2. 港珠澳大桥是世界上总体跨度最长的跨海大桥，全长 55000 米．其中海底隧道部分全长 6700 米，是世界最长的公路沉管隧道和唯一的深埋沉管隧道，也是我国第一条外海沉管隧道．将数字 55000 用科学记数法表示为（　）

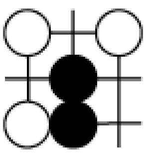
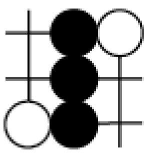
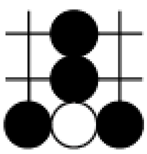
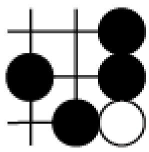
A. 5.5×10^{4}　　　　B. 55×10^{3}　　　　C. 5.5×10^{3}　　　　D. 0.55×10^{5}

3. 如图，$AB\,/\!/\,CD$．点 E 在直线 AB 上，点 F 在直线 CD 上，过点 E 作 $GE\perp EF$ 于 E，如果 $\angle GEB=120^\circ$，那么 $\angle EFD$ 的大小为（　）



A. 60°　　　　B. 50°　　　　C. 40°　　　　D. 30°

4. 围棋起源于中国，古代称之为“弈”，至今已有 4000 多年历史．2017 年 5 月，世界围棋冠军柯洁与人工智能机器人 *AlphaGo* 进行了围棋人机大战，截取对战棋谱中的四个部分，由黑白棋子摆成的图案是中心对称的是（　　）

A. 　　B. 　　C. 　　D. 

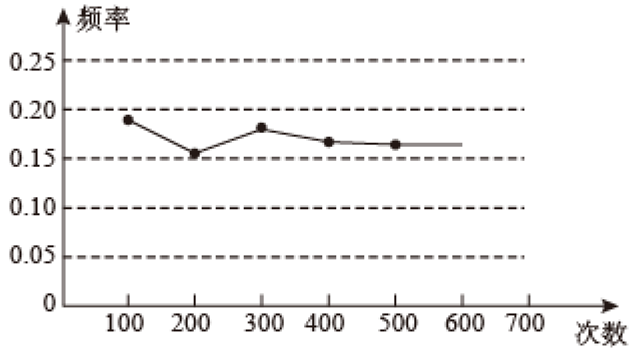
5. 实数a，b，c在数轴上对应点 位置如图所示，如果$|a|=|b|$，下列结论中错误的是（ ）

A. $a+c>0$　　　B. $a-b>0$　　　C. $b+c>0$　　　D. $ac<0$

6. 正五边形的内角和为（ ）

A. 108°　　　B. 720°　　　C. 360°　　　D. 540°

7. 某数学兴趣小组做“用频率估计概率” 实验时，统计了某一结果出现的频率，绘制了如图所示的统计图，那么符合这一结果的实验最有可能的是（ ）



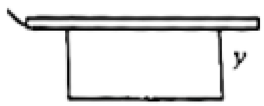
A. 在“石头、剪刀、布”的游戏中，小明随机出的是“剪刀”

B. 一副只有四种花色的 52 张普通扑克牌洗匀后，从中任抽一张牌的花色是红桃

C. 抛掷一个质地均匀的正六面体骰子，向上的面点数是 4

D. 暗箱中有 1 个红球和 2 个黄球，它们只有颜色上的区别，从中任取一球是黄球

8. 如图，用一段长为 18 米的篱笆围成一个一边靠墙（墙长不限）的矩形花园，设该矩形花园的一边长为x m，另一边的长为y m，矩形的面积为$S\text{m}^2$．当x在一定范围内变化时，y和 S 都随x的变化而变化，那么y与x．S 与x满足的函数关系分别是（ ）



A. 一次函数关系，二次函数关系　　　B. 反比例函数关系，二次函数关系

C. 一次函数关系，反比例函数关系　　　D. 反比例函数关系，一次函数关系

二、填空题（本题共 16 分，每小题 2 分）

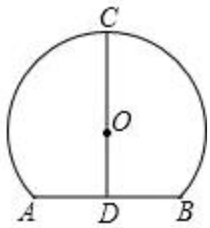
9. 如果$\dfrac{1}{x+3}$在实数范围内有意义，那么实数x的取值范围是________.

10. 分解因式：ax^2-4ax+4a= ____.

11. 写出一个比$\sqrt{3}$大且比$\sqrt{17}$小的整数________.

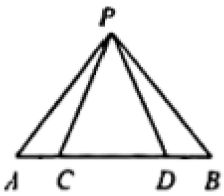
12. 方程$\dfrac{x}{x-2}+\dfrac{6}{x+2}=0$的解为________.

13. 石拱桥是中国传统桥梁四大基本形式之一，如图，已知一石拱桥的桥顶到水面的距离 CD 为 8m，桥拱半径 OC 为 5m，求水面宽 AB＝_____m.

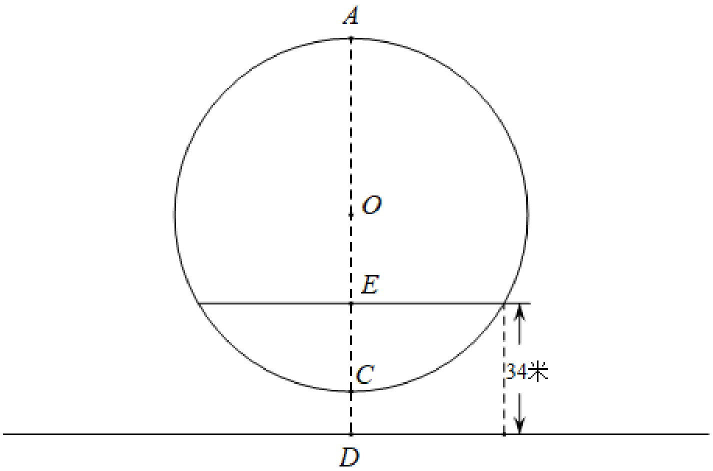


14. 若关于 x 的方程 $x^2+2x+m=0$ 有两个不相等的实数根，则 m 的取值范围是_____.

15. 如图，点 P 在直线 AB 外，点 A 、B、C、D 均在直线 AB 上，如果 $AC=BD$，只需添加一个条件即可证明 $\Delta APC \cong \Delta BPD$，这个条件可以是________（写出一个即可）.



16. 京西某游乐园的摩天轮采用了国内首创的横梁结构，是市民周末休闲的好去处．如图，如果该摩天轮的直径为 88 米，最高点 A 距地面 100 米，匀速运行一圈所需的时间是 18 分钟．但受周边建筑物影响，如果乘客与地面距离不低于 34 米时为最佳观景期，那么在摩天轮运行的一圈中最佳观景的时长为________分钟.



三、解答题（本题共 68 分，第 17～21 题每小题 5 分，第 22～24 题每小题 6 分，第 25 题 5 分，第 26 题 6 分，第 27～28 题每小题 7 分）解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. 计算：$2\cos 30^\circ+\sqrt{12}-|-\sqrt{3}|-(\pi+\sqrt{2})^\circ$.

18. 解不等式组：$\begin{cases} 3x > x-2 \\ \dfrac{x+1}{3} \ge 2x \end{cases}$

19. 已知 $x^2-4x-1=0$，求代数式 $(2x-3)^2-(x+y)(x-y)-y^2$ 的值.

20. 下面是小明设计"作圆的一个内接矩形，并使其对角线夹角为60°"尺规作图的过程.

已知：如图，$\odot O$.

求作：矩形 $ABCD$，使矩形 $ABCD$ 内接于 $\odot O$，对角线 AC 与 BD 的夹角为60°

作法：①作 $\odot O$ 的直径 AC；

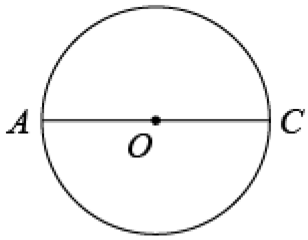
②以点A为圆心，AO长为半径作弧．交直线AC上方的圆于点B；

③连接BO并延长交$\odot O$于点D；

④顺次连接AB、BC、CD和DA.

四边形$ABCD$就是所求作的矩形，

根据小明设计的尺规作图过程



（1）使用直尺和圆规，补全图形（保留作图痕迹）；

（2）完成下面的证明.

证明：∵点A，C都在$\odot O$上，

$\therefore OA=OC$，$OB=OD$.

∴四边形$ABCD$是平行四边形．（__________）（填推理依据）.

又∵AC是$\odot O$的直径，

$\therefore \angle ABC=90^\circ$（________）（填推理依据）.

∴四边形$ABCD$是矩形.

又∵$AB=AO=$________.

$\therefore \Delta ABO$是等边三角形.

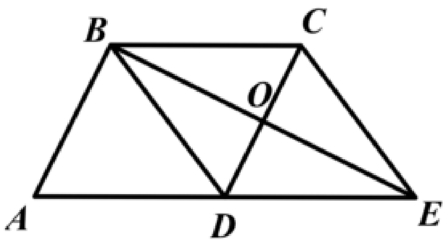
$\therefore \angle AOB=60^\circ$

∴四边形$ABCD$是所求作的矩形.

21. 如图，在平行四边形$ABCD$中，$BC=BD$，BE平分$\angle CBD$交CD于O，交AD延长线于E，连接CE.

（1）求证：四边形$BCED$是菱形；

（2）若$OD=2$，$\tan\angle AEB=\dfrac{1}{2}$，求$\triangle ABE$的面积.



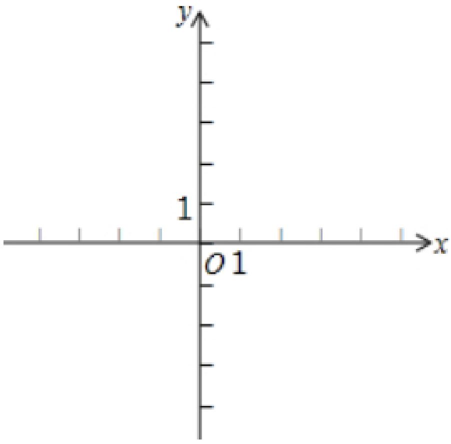
22. 平面直角坐标系xOy中，已知点A（1，4），B（3，m）.

（1）若点A，B在同一个反比例函数$y_1=\dfrac{k}{x}$的图象上，求m的值；

（2）若点A，B在同一个一次函数$y_2=ax+b$的图象上，

①若$m=2$，求这个一次函数的解析式；

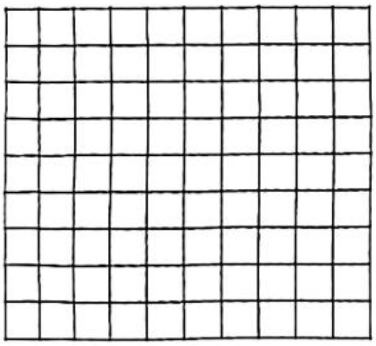
②若当 $x>3$ 时，不等式 $mx-1>ax+b$ 始终成立，结合函数图象，直接写出 m 的取值范围．



23. 某景观公园内人工湖里有一组喷泉，水柱从垂直于湖面的水枪喷出，水柱落于湖面的路径形状是一条抛物线．现测量出如下数据，在距水枪水平距离为 d 米的地点，水柱距离湖面高度为 h 米．

d（米）	0	d_1	1	2.0	3	d_2	…
h（米）	h_1	1.6	2.1	2.5	2.1	0	…

（1）在下边网格中建立适当平面直角坐标系，根据已知数据描点，并用平滑曲线连接．

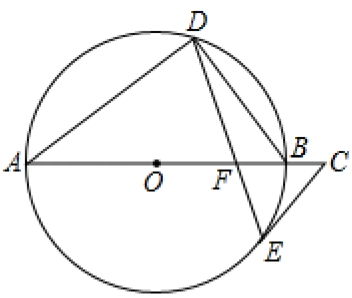


（2）结合表中所给数据或所画的图象，直接写出水柱最高点距离湖面的高度；

（3）求水柱在湖面上的落点距水枪的水平距离是多少？

（4）现公园想通过喷泉设立一个新的游玩项目．准备通过调节水枪高度使得公园的平顶游船能从喷泉最高点的正下方通过（两次水柱喷出水嘴的初速度相同），如果游船宽度为 3 米，顶棚到水面的高度为 2 米，为了避免游船被淋到，顶棚到水柱的垂直距离不小于 0.8 米．问应如何调节水枪的高度才能符合要求？请通过计算说明理由．

24. 如图，AB 是 $\odot O$ 的直径，点 D、E 在 $\odot O$ 上，$\angle A=2\angle BDE$，过点 E 作 $\odot O$ 的切线 EC，交 AB 的延长线于 C．

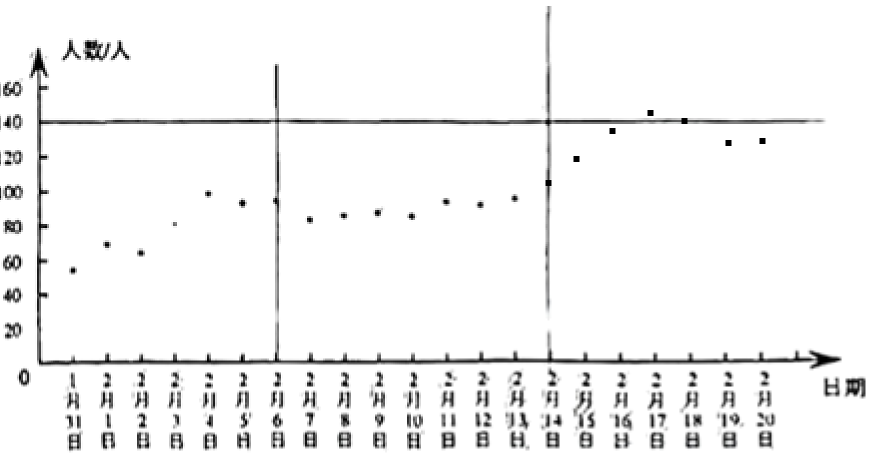


（1）求证：$\angle C=\angle ABD$；

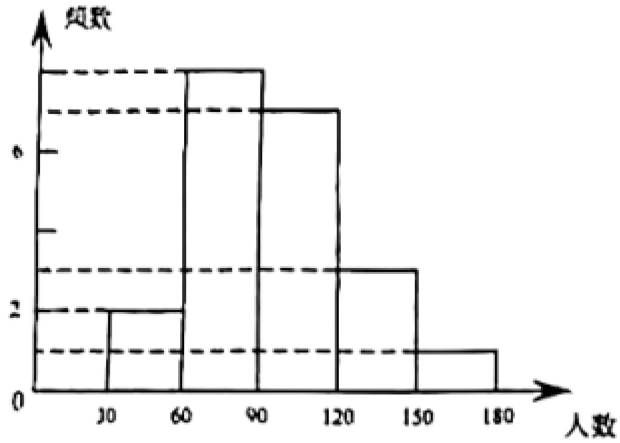
（2）如果$\odot O$的半径为5. $BF=2$．求EF的长．

25. 电影《长津湖之水门桥》于2022年春节期间在全国公映，该片讲述了伟大的中国人民志愿军抗美援朝保家卫国的故事，为了解该影片的上座串，小丽统计了某影城1月31日至2月20日共三周该影片的观影人数（单位：人），相关信息如下：

a．1月31日至2月20日观影人数统计图：



b．1月31日至2月20日观影人频数统计图：



c．1月31日至2月20日观影人数在$90\le x<120$的数据为t

91，92，93，93，95，98，99

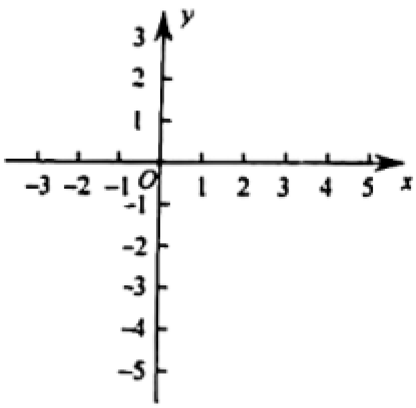
根据以上信息，回答下列问题：

（1）2月14日观影人数在这21天中从高到低排名第________；

（2）这21天观影人数的中位数是________；

（3）记第一周（1月31日至2月6日）观影人数的方差为$S_1{}^2$，第二周（2月7日至2月13日）观影人数的方差为$S_2{}^2$，第三周（2月14日至2月20日）观影人数的方差为$S_3{}^2$，直接写出$S_1{}^2$，$S_2{}^2$，$S_3{}^2$的大小关系．

26. 在平面直角坐标系xOy中，已知抛物线$y=-x^2+2mx-m^2+m-2$（m是常数）．

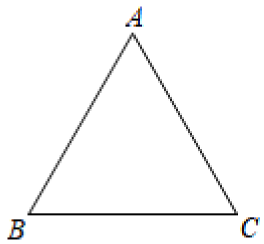


（1）求该抛物线的顶点坐标（用含 m 代数式表示）；

（2）如果该抛物线上有且只有两个点到直线 $y=1$ 的距离为 1，直接写出 m 的取值范围；

（3）如果点 $A(a, y_1)$，$B(a+2, y_2)$ 都在该抛物线上，当它的顶点在第四象限运动时，总有 $y_1 > y_2$，求 a 的取值范围.

27 如图，在等边 ΔABC 中，将线段 AC 绕点 A 顺时针旋转 $\alpha(0<\alpha<60°)$，得到线段 AD．连接 CD，作 $\angle BAD$ 的平分线 AE，交 BC 于 E．

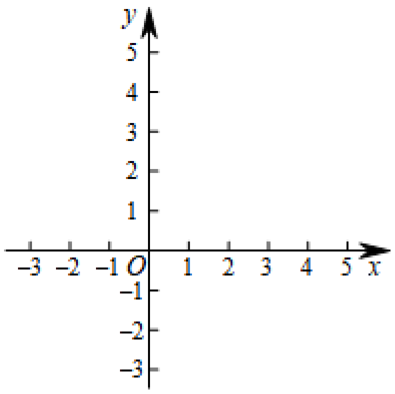


（1）①根据题意，补全图形；

②请用等式写出 $\angle BAD$ 与 $\angle BCD$ 的数量关系，并证明.

（2）分别延长 CD 和 AE 交于点 F，用等式表示线段 AF， CF， DF 的数量关系，并证明.

28. 我们规定：在平面直角坐标系 xOy 中，如果点 P 到原点 O 的距离为 a，点 M 到点 P 的距离是 a 的整数倍，那么点 M 就是点 P 的 k 倍关联点.



（1）当点 P_1 的坐标为 $(-1.5,0)$ 时，

①如果点 P_1 的 2 倍关联点 M 在 x 轴上，那么点 M 的坐标是______；

②如果点 $M(x，y)$ 是点 P_1 　k 倍关联点，且满足 $x=-1.5$，$-3\le y\le 5$．那么 k 的最大值为________；

（2）如果点 P_2 的坐标为 $(1,0)$，且在函数 $y=-x+b$ 的图象上存在 P_2 的 2 倍关联点，求 b 的取值范围.

参考答案

一、选择题（本题共 16 分，每小题 2 分）第 1－8 题均有四个选项，符合题意的选项只有一个.

1.【答案】B

【解析】

【分析】根据主视图和左视图都是宽度相等的长方形，可判断该几何体是柱体，再根据俯视图的形状，可判断柱体是圆柱.

【详解】∵主视图和左视图都是宽度相等的长方形，

∴该几何体是柱体，

∵俯视图是圆，

∴该几何体是圆柱.

故选：B.

【点睛】本题考查的知识点是三视图，如果有两个视图为三角形，该几何体一定是锥体，如果有两个矩形，该几何体一定柱体，其底面由第三个视图的形状决定.

2.【答案】A

【解析】

【分析】科学记数法的表示形式为 $a\times10^n$ 的形式，其中 $1\le|a|<10$，n 为整数．确定 n 的值时，要看把原数变成 a 时，小数点移动了多少位，n 的绝对值与小数点移动的位数相同．当原数绝对值＞1 时，n 是正数；当原数的绝对值＜1 时，n 是负数.

【详解】解：数字 55000 用科学记数法表示为 5.5×10^4.

故选：A.

【点睛】此题考查科学记数法的表示方法．科学记数法的表示形式为 $a\times10^n$ 的形式，其中 $1\le|a|<10$，n 为整数，表示时关键要正确确定 a 的值以及 n 的值.

3.【答案】D

【解析】

【分析】用平角定义求出$\angle GEA$的度数，再根据直角定义求出$\angle AEF$度数，根据平行线性质得到$\angle EFD$的度数

【详解】∵$\angle GEB=120°$，

∴$\angle GEA=180°-\angle GEB=60°$，

∵$GE\perp EF$，

∴$\angle GEF=90°$，

∴$\angle AEF=30°$，

∵$AB\parallel CD$，

∴$\angle EFD=\angle AEF=30°$

故选 D

【点睛】本题考查了平行线，余角，邻补角，解决问题的关键是熟练掌握平行线的性质，余角与补角的定义

4.【答案】B

【解析】

【分析】根据中心对称图形的定义逐项识别即可，在平面内，把一个图形绕着某个点旋转 180°，如果旋转后的图形能与原来的图形重合，那么这个图形叫做中心对称图形．

【详解】解：A．不是中心对称图形，故不符合题意；

B．是中心对称图形，故符合题意；

C． 不是中心对称图形，故不符合题意；

D．不是中心对称图形，故不符合题意；

故选 B．

【点睛】本题考查了中心对称图形的识别，熟练掌握中心对称图形的定义是解答本题的关键．

5.【答案】B

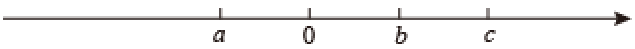
【解析】

【分析】根据$|a|=|b|$，确定原点的位置，根据实数与数轴，有理数的运算法则即可解答．

【详解】解：∵$|a|=|b|$，

∴原点在 a，b 的中间，

如下图，



由图可得：$|a|<|c|$，$a<0$，$b>0$，$c>0$，

∴A、$a+c>0$，此选项正确，故不符合题意；

B、$a-b<0$，此选项错误，故此选项符合题意；

C、 $b+c>0$，此选项正确，故此选项不符合题意；

D、$ac<0$，此选项正确，故此选项不符合题意；

故选：B．

【点睛】本题考查了数轴，绝对值，有理数的乘法、加法、减法，解题的关键是确定原点的位置．

6.【答案】D

【解析】

【分析】根据多边形的内角和公式（n-2）•180°列式进行计算．

【详解】解：180°×（5-2）

=180°×3

=540°．

故选：D．

【点睛】本题考查了多边形的内角和公式，熟记公式是解题的关键．

7.【答案】C

【解析】

【分析】根据统计图可知，试验结果在 0.17 附近波动，即其概率 P≈0.17，计算四个选项的概率，约为 0.17 者即为正确答案．

【详解】解：由统计图可知，试验结果在 0.17 附近波动，所以其概率 $P≈0.17$， A、在“石头、剪刀、布”的游戏中，小明随机出的是“剪刀”的概率为$\frac{1}{3}$，故此选项错误；

B、一副只有四种花色的 52 张普通扑克牌洗匀后，从中任抽一张牌的花色是红桃的概率是：$\frac{13}{52}=\frac{1}{4}$，故此选项错误；

C、掷一个质地均匀的正六面体骰子，向上的面点数是 4 的概率为$\frac{1}{6}$≈0.17，故此选项正确；

D、暗箱中有 1 个红球和 2 个黄球，它们只有颜色上的区别，从中任取一球是黄球的概率为：$\frac{2}{3}$，故此选项错误，

故选：C.

【点睛】本题考查了利用频率估计概率，大量反复试验下频率稳定值即概率，解题的关键是掌握：频率=所求情况数与总情况数之比.

8.【答案】A

【解析】

【分析】根据题意求得y与x．S 与x之间的函数关系式，然后由函数关系式可直接进行判断.

【详解】解：由题意可知，花园是矩形，$\therefore x+2y=18$，

$\therefore y=9-\frac{1}{2}x$，$y$与$x$满足一次函数关系；

花园面积：$S=xy=x\cdot(9-\frac{1}{2}x)=-\frac{1}{2}x^2+9x$，S 与$x$满足二次函数关系；

故选：A.

【点睛】本题主要考查一次函数与二次函数的简单应用，熟练掌握一次函数和二次函数的应用题中数量关系式（矩形周长=长与宽的和的 2 倍；矩形面积=长与宽的积）是解决应用题的关键.

二、填空题（本题共 16 分，每小题 2 分）

9.【答案】x≠-3

【解析】

【分析】根据分式有意义得出x+3≠0，求出不等式的解集即可.

【详解】解：要使代数式$\frac{1}{x+3}$在实数范围内有意义，必须x+3≠0，

解得：x≠-3.

故答案为：x≠-3.

【点睛】考查了分式有意义的条件，解题关键是掌握分式有意义的条件是分母不等于零.

10.【答案】a（x-2）^{2}

【解析】

【详解】解：ax^2-4ax+4a，

=a（x^2-4x+4），

=a（x-2）^{2}

故答案为：$a\ \ x-2\ ^2$

11.【答案】2##3##4

【解析】

【分析】利用估算无理数大小的逼近方法，求出$\sqrt{3}$ 和$\sqrt{17}$ 的范围，即可求解.

【详解】解：$\because \sqrt{1}<\sqrt{3}<\sqrt{4}$ ，

$\therefore 1<\sqrt{3}<2$ ，

$\sqrt{16}<\sqrt{17}<\sqrt{25}$ ，

$\therefore 4<\sqrt{17}<5$ ，

∴比$\sqrt{3}$大且比$\sqrt{17}$ 小的整数为：2 或 3 或 4.

故答案为：2 或 3 或 4（写其一即可）.

【点睛】本题主要考查估算无理数的大小，熟练掌握用有理数逼近无理数的方法是解题关键.

12.【答案】$x_1=-4+2\sqrt{7}$，$x_2=-4-2\sqrt{7}$

【解析】

【分析】利用平方差公式进行去分母，再利用整式方程的解法进行求解即可，注意要检验；

【详解】$\frac{x}{x-2}+\frac{6}{x+2}=0$

解：方程两边都乘（x-2）（x+2），得：x（x+2）+6（x-2）=0，

去括号，得：$x^2+2x+6x-12=0$，

移项、合并同类项，得：$x^2+8x-12=0$，

解得：$x_1=-4+2\sqrt{7}$，$x_2=-4-2\sqrt{7}$ ，

检验：当$x_1=-4+2\sqrt{7}$时，（x+2）（x-2）≠0，

当$x_2=-4-2\sqrt{7}$时，（x+2）（x-2）≠0，

∴ $x_1=-4+2\sqrt{7}$，$x_2=-4-2\sqrt{7}$是原方程的解.

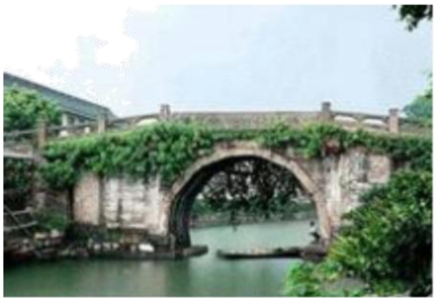
【点睛】本题主要考查解分式方程，解答的关键是注意符号的变化，并且最后要进行检验.

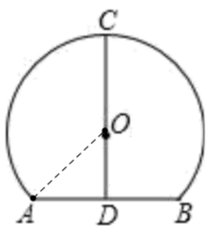
13.【答案】8.

【解析】

【分析】连结 OA，先计算 OD 的长，由勾股定理解得 AD 的长，再根据垂径定理可得 AB=2AD，据此解题.

【详解】连结 OA，





∵拱桥半径 OC 为 5cm，

$\therefore OA = 5\text{cm}$，

$\because CD = 8\text{m}$，

$\therefore OD = 8 - 5 = 3\text{cm}$，

$\therefore AD = \sqrt{OA^2 - OD^2} = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4\text{m}$

$\therefore AB = 2AD = 2 \times 4 = 8\text{m}$，

故答案为：8．

【点睛】本题考查垂径定理及其推论、勾股定理等知识，是重要考点，难度较易，掌握相关知识是解题关键．

14.【答案】$m<1$

【解析】

【分析】利用一元二次方程根　判别式的意义可以得到$\Delta = 2^2 - 4m > 0$，然后解关于m的不等式即可．

【详解】根据题意得$\Delta = 2^2 - 4m > 0$，解得$m<1$．故答案为$m<1$．

【点睛】本题考查一元二次方程根的判别式.一元二次方程$ax^2 + bx + c = 0\left(a \neq 0\right)$的根与$\Delta = b^2 - 4ac$有如下关系：当$\Delta > 0$时，方程有两个不相等的实数根；当$\Delta = 0$时，方程有两个相等的实数根；当$\mathit{\Delta} < 0$时，方程无实数根．

15.【答案】∠*A*＝∠ *B*##∠*B*＝∠*A*

【解析】

【分析】根据证明$\Delta APC \cong \Delta BPD$的全等的方法，添加适当的条件即可．

【详解】解：条件是∠*A*＝∠ *B*

理由是：∵∠*A*＝∠ *B*

∴*PA*＝*PB*

在ΔAPC和ΔBPD中，

$$\begin{cases} PA = PB \\ \angle A = \angle B \\ AC = BD \end{cases}$$

∴ $\Delta APC \cong \Delta BPD$（*SAS*）

故答案为：∠*A*＝∠ *B*

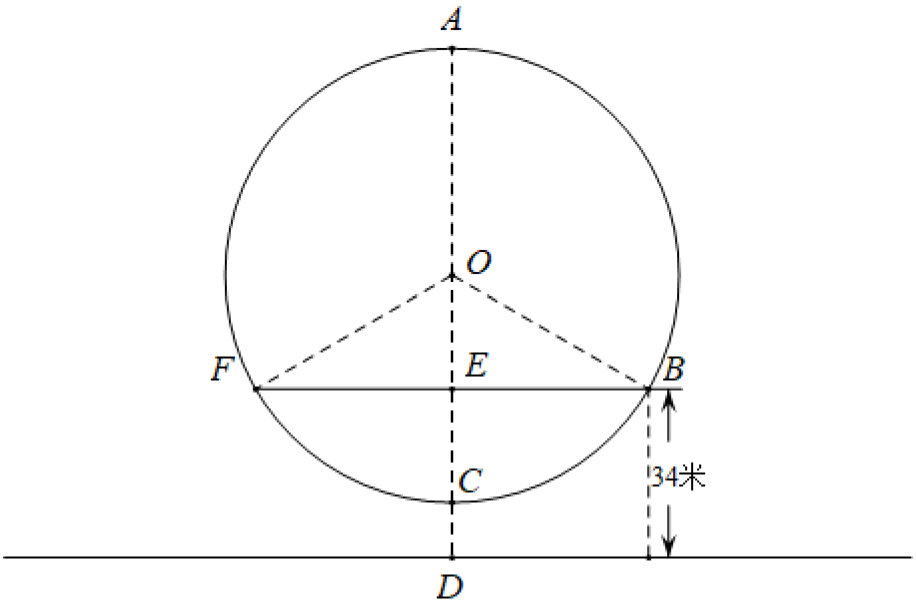
【点睛】本题考查了全等三角形的判定方法，熟练掌握三角形全等的判定方法是解题的关键．

16.【答案】12

【解析】

【分析】先计算出圆的底端距离地面的距离为 12，从而得到圆的底部到弦的距离为 22，从而计算出弦所对的圆心角，用弧长公式计算劣弧的长，周长减去劣弧的长得到最佳观赏路径长，除以运动速度即可．

【详解】解：如下图所示，



根据题意，得 OC=44，CD=AD-AC=100-88=12，ED=34，

∴CE=ED-CD=34-12=22，

∴OE=OC-CE=44-22=22，

在直角三角形 OEF 中，sin∠OFE=$\frac{OE}{OF}=\frac{22}{44}=\frac{1}{2}$，

∴∠OFE=30°，

∴∠FOE=60°，

∴∠FOB=120°，

∴ $FAB=\frac{240\pi R}{180}=\frac{4\pi R}{3}$，

∵圆转动的速度为$\frac{2\pi R}{18}=\frac{\pi R}{9}$，

∴最佳观赏时长为$\frac{4\pi R}{3}\div\frac{\pi R}{9}$=12（分钟），

故答案为：12．

【点睛】本题考查了垂径定理，弧长公式，特殊角的三角函数，解题的关键是熟练掌握弧长公式，灵活运用特殊角的三角函数．

三、解答题（本题共 68 分，第 17～21 题每小题 5 分，第 22～24 题每小题 6 分，第 25 题 5 分，第 26 题 6 分，第 27～28 题每小题 7 分）解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤．

17.【答案】$2\sqrt{3}-1$

【解析】

【分析】根据 0 指数幂运算法则、绝对值的性质及特殊角的三角函数值计算出各数，再根据实数混合运算的法则进行计算即可．

【详解】解：原式=$2\times\frac{\sqrt{3}}{2}+2\sqrt{3}-\sqrt{3}-1$

$=\sqrt{3}+2\sqrt{3}-\sqrt{3}-1$

$=2\sqrt{3}-1$.

【点睛】本题考查的是实数的运算，熟知 0 指数幂的运算法则、绝对值的性质及特殊角的三角函数值是解答此题的关键.

18.【答案】$-1<x\le\frac{1}{5}$

【解析】

【分析】先求出每个不等式的解集，再求出不等式组的解集即可.

【详解】解：$\begin{cases}3x>x-2① \\ \frac{x+1}{3}\ge 2x②\end{cases}$，

∵解不等式①得：x>-1，

解不等式②得：$x\le\frac{1}{5}$，

∴不等式组的解集是$-1<x\le\frac{1}{5}$.

【点睛】此题考查了解一元一次不等式组，熟练掌握不等式组的解法是解本题的关键.

19.【答案】12

【解析】

【分析】将代数式应用完全平方公式和平方差公式展开后合并同类项，将$x^2-4x=1$整体代入求值.

【详解】解：∵ $x^2-4x-1=0$，∴ $x^2-4x=1$.

∴ $(2x-3)^2-(x+y)(x-y)-y^2$

$=4x^2-12x+9-x^2+y^2-y^2$

$=3x^2-12x+9$

$=3\left(x^2-4x\right)+9$

$=3\times1+9$

$=12$.

20.【答案】（1）见解析　（2）对角线互相平分的四边形是平行四边形，直径所对的圆周角是直角，BO

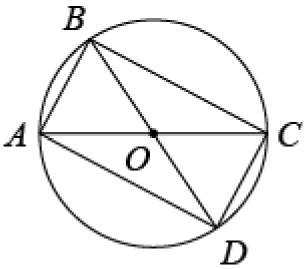
【解析】

【分析】（1）、按作图步骤运用尺规作图即可.

（2）、根据平行四边形的判定定理，圆心角的性质，等边三角形的判定，依照条件填写即可.

【小问 1 详解】

解：如图所示，矩形 $ABCD$ 即为所求；



【小问 2 详解】

证明：∵点 A，C 都在$\odot O$上，

$\therefore OA=OC$，$OB=OD$.

∴四边形 $ABCD$ 是平行四边形．（对角线互相平分的四边形是平行四边形）.

又$\because$ AC 是$\odot O$ 的直径，

$\therefore \angle ABC=90^{\circ}$（直径所对的圆周角是直角），

∴四边形 $ABCD$ 是矩形，

又$\because AB=AO=BO$，

$\therefore \Delta ABO$　等边三角形，

$\therefore \angle AOB=60^{\circ}$，

∴四边形 $ABCD$ 是所求作的矩形．

故答案为：对角线互相平分的四边形是平行四边形，直径所对的圆周角是直角，BO.

【点睛】本题考查了尺规作图，平行四边形的判定，圆的相关性质，直径所对的圆周角是直角以及等边三角形的判定，掌握各项判定定理是解题的关键．

21.【答案】（1）见解析；（2）16

【解析】

【分析】（1）根据平行四边形的性质得出 $BC\parallel AE$，根据平行线的性质得出$\angle CBE=\angle DEB$，求出$\angle DEB=\angle DBE$，推出 $BD=DE$，再根据菱形的判定推出即可；

（2）根据菱形的性质得出 $BO=EO$，$\angle DOE=90°$，求出 OD 是$\triangle ABE$ 的中位线，求出 AB 和 BE，再根据三角形的面积公式求出即可．

【详解】（1）证明：∵四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

∴$BC\parallel AE$，

∴$\angle CBE=\angle DEB$，

∵BE 平分$\angle CBD$，

∴$\angle CBE=\angle DBE$，

∴$\angle DEB=\angle DBE$，

∴$BD=DE$，

又∵$BC=BD$，

∴$BC=DE$ 且 $BC\parallel DE$，

∴四边形 $BCED$ 是平行四边形，

又∵$BC=BD$，

∴四边形 $BCED$ 菱形；

（2）解：∵四边形 $BCED$ 是菱形，

∴$BO=EO$，$\angle DOE=90°$，

又∵$AD=BC=DE$，

∴OD 是△ABE 中位线，

∴$OD\parallel AB$，$AB=2OD=4$，$\angle ABE=\angle DOE=90°$，

∵ $\tan\angle AEB=\dfrac{AB}{BE}=\dfrac{1}{2}$，

∴$BE=8$，

∴ $S_{\triangle ABE}=\dfrac{1}{2}AB\times BE=\dfrac{1}{2}\times 4\times 8=16$.

【点睛】本题考查了菱形的判定和性质，平行四边形的性质，锐角三角函数，三角形的面积，等腰三角形的性质和判定，平行线的性质，三角形的中位线等知识点，能综合运用知识点进行推理和计算是解此题的关键.

22.【答案】（1）$m=\dfrac{4}{3}$；（2）① $y=-x+5$；② $m\ge\dfrac{1}{2}$.

【解析】

【分析】（1）把 $A(1,4)$ 代入 $y=\dfrac{k}{x}$，先求解 k，再把 $B(3,m)$ 代入 $y=\dfrac{4}{x}$，求解 m 即可得到答案；

（2）①把 $A(1,4),B(3,2)$ 代入 $y_2=ax+b$ 中，列方程组，解方程组可得答案；②根据直线 $y=mx-1$ 过定点 $(0,-1)$，直线 $y_2=ax+b$ 过定点 $(1,4)$，分三种情况讨论，当 $0<m<4$ 时，当 $m\le 0$，当 $m\geqslant 4$ 时，分别画出符合题意的图像，结合图像可得结论.

【详解】解：（1）把 $A(1,4)$ 代入 $y_1=\dfrac{k}{x}$，

$\therefore k=1\times 4=4,$

把 $B(3,m)$ 代入 $y_1=\dfrac{4}{x}$，

$\therefore m=\dfrac{4}{3},$

（2）①当 $m=2,$ 则 $B(3,2),$

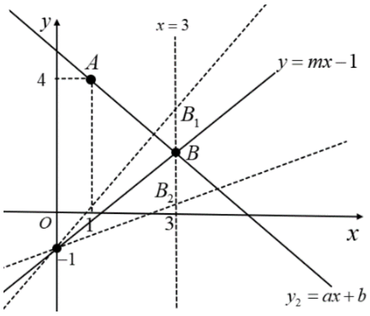
把 $A(1,4),B(3,2)$ 代入 $y_2=ax+b$ 中，

$\therefore\begin{cases}a+b=4\\3a+b=2\end{cases},$

解得：$\begin{cases}a=-1\\b=5\end{cases},$

∴ 这个一次函数的解析式为 $y=-x+5.$

② 当 $0<m<4$ 时，如图，由 $x>3$ 时，不等式 $mx-1>ax+b$ 始终成立，



所以直线 $y=mx-1$ 过 B,B_1 符合题意，过 B_2 不符合题意，

$\because B(3,m),B_1(3,3m-1)$,

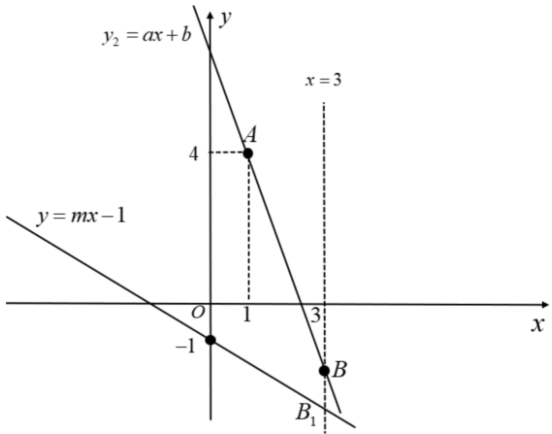
$\therefore m\le 3m-1$,

$\therefore m\ge \dfrac{1}{2}$,

所以：$\dfrac{1}{2}\le m<4$；

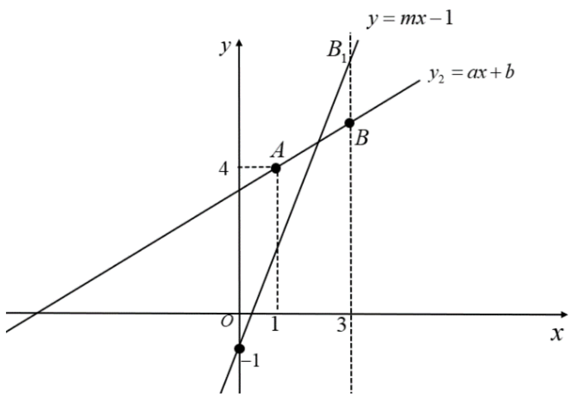
当 $m\le 0$, 如图，由 $3m-1<m$,

此时 B_1 始终在 B 的下方，所以，此时不符合题意，舍去，



当 $m\geqslant 4$ 时， 此时 $3m-1>m$,

如图，即 B_1 始终在 B 的上方，



所以：当 $m\geqslant 4$ 时，满足 $x>3$ 时，不等式 $mx-1>ax+b$ 始终成立，

综上：$m\ge \dfrac{1}{2}$.

【点睛】本题考查的是利用待定系数法求解一次函数与反比例函数的解析式，利用图像法直接得到不等式的解集，掌握利用函数图像解决不等式问题是解题的关键.

23.【答案】（1）见解析；

（2）2.5 米；　（3）2.5 米；

（4）水枪高度调节到 2.1 米以上，理由见解析.

【解析】

【分析】（1）建立坐标系，描点、用平滑的曲线连接即可；

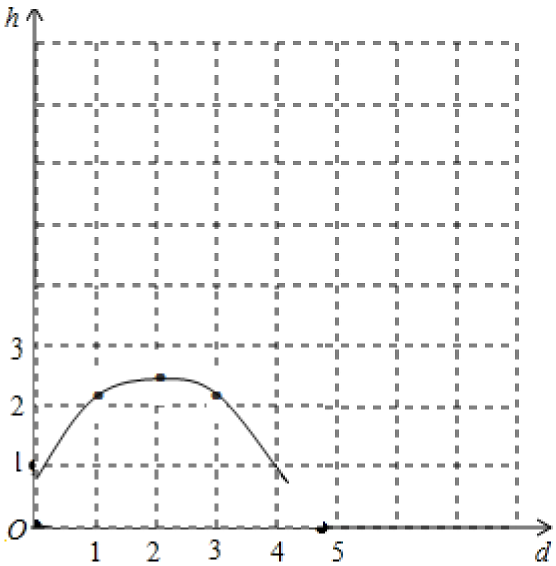
（2）直接由图像可得结果；

（2）观察图象并根据二次函数图象的性质求出最高点的高度，设二次函数的顶点式，求解即可；

（3）由题意知设出二次函数图象平移后的解析式，根据题意求解即可.

【小问 1 详解】

以水枪与湖面的交点为原点，水枪所在的直线为纵轴建立平面直角坐标系，如图所示：



【小问 2 详解】

由图象可知水柱最高点距离湖面的高度为 2.5 米；

【小问 3 详解】

根据图象设二次函数的解析式为 $h=a(d-2)^2+2.5$

将（1，2.1）代入 $h=a(d-2)^2+2.5$ 得 $a=-\frac{2}{5}$，

∴抛物线的解析式为 $h=-\frac{2}{5}(d-2)^2+\frac{5}{2}$，即 $h=-\frac{2}{5}d^2+\frac{8}{5}d+\frac{9}{10}$，

令 $h=0$，则 $-\frac{2}{5}d^2+\frac{8}{5}d+\frac{9}{10}=0$，

解得：$d_1=4.5$，$d_2=-0.5$，

4.5-2=2.5，

∴水柱在湖面上的落点距水枪的水平距离是 2.5 米；

【小问 4 详解】

设水枪高度至少向上调节 m 米，

由题意知调节后的水枪所喷出的抛物线的解析式为$h=-\frac{2}{5}d^2+\frac{8}{5}d+\frac{9}{10}+m$，

当横坐标为 2+$\frac{3}{2}$=3.5 时，纵坐标的值大于等于 2 ++0.8=2.8，

∴$-\frac{2}{5}\times3.5^2+\frac{8}{5}\times3.5+\frac{9}{10}+m\geq2.8$，

解得：m≥1.2，

∴水枪高度至少向上调节 1.2 米

0.9+1.2=2.1

∴水枪高度调节到 2.1 米以上．

【点睛】本题考查了二次函数喷泉的应用，二次函数解析式，二次函数图象的平移．解题的关键在于熟练掌握二次函数的图象建立二次函数模型．

24.【答案】（1）见解析；

（2）$\sqrt{10}$

【解析】

【分析】（1）连接 OE，AB 是⊙的直径，∠A＋∠ABD＝90°，CE 是⊙的切线，得∠C＋∠COE＝90°，由∠A＝2∠BDE，∠COE＝2∠BDE，即可得到结论；

（2）先判断出∠ADF＝∠DFA，得出 AD＝AF，再证明△BEF∽△BOE，然后根据相似三角形的性质即可得出结论．

【小问 1 详解】

证明：如图 1，连接 OE，

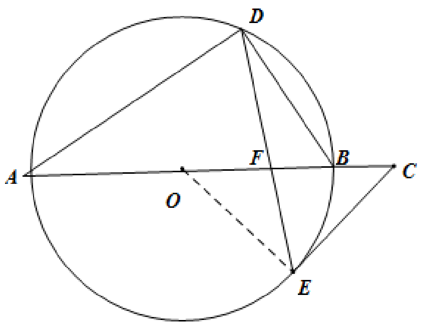


图1

∵ AB 是⊙的直径

∴∠ADB＝90°

∴∠A＋∠ABD＝90°

∵CE 是⊙的切线

∴OE⊥CE

∴∠OEC＝90°

∴∠C＋∠COE＝90°

∵∠A＝2∠BDE，∠COE＝2∠BDE

∴∠C＝∠ABD

【小问 2 详解】

解：如图 2，连接 BE，

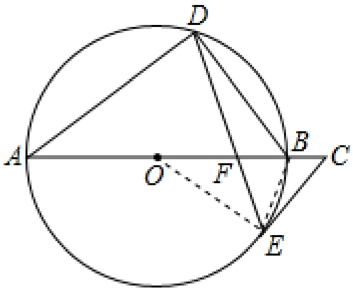


图2

解：设$\angle BDE=\alpha$，$\therefore\angle ADF=90°-\alpha$，$\angle A=2\alpha$，$\angle DBA=90°-2\alpha$，

在$\triangle ADF$中，$\angle DFA=180°-2\alpha-(90°-\alpha)=90°-\alpha$，

$\therefore\angle ADF=\angle DFA$，

$\therefore AD=AF=AO+OB-BF=8$，

$\therefore AD=AF=8$

$\because\angle ADF=\angle AFD$，$\angle ADF=\angle FBE$，$\angle AFD=\angle BFE$，

$\therefore\angle BFE=\angle FBE$，

$\therefore BE=EF$，

由（1）知，$\angle A=2\angle BDE=\angle COE$，

$\because\angle BED=\angle A$，

$\therefore\angle BEF=\angle COE$，

$\because\angle FBE=\angle OBE$，

$\therefore\triangle BEF\backsim\triangle BOE$，

$\therefore\dfrac{EF}{OE}=\dfrac{BF}{BE}$

$\therefore\dfrac{EF}{5}=\dfrac{2}{EF}$

$\therefore EF=\sqrt{10}$，

故 EF 的长为$\sqrt{10}$.

【点睛】此题主要考查了切线的判定和性质，三角形的内角和定理，相似三角形的判定和性质，证明$\triangle BEF\backsim\triangle BOE$是解本题的关键.

25.【答案】（1）7；　（2）91；

（3）$S_1^2>S_3^2>S_2^2$

【解析】

【分析】（1）根据图表由大到小数即可得出结论；

（2）根据中位数的定义，可以得到结论；

（3）根据方差体现了某组数据的波动情况，波动越大，方差越大可得出结论；

【小问 1 详解】

2 月 14 日观影人数是 99 人，在这 21 天中从高到低排名第 7；

故答案为：7；

【小问 2 详解】

∵抽取的日期天数为奇数，

∴中位数为最中间的一个数；

∵$30 \le x < 60$，$60 \le x < 90$，$90 \le x < 120$，$120 \le x < 150$，$150 \le x < 180$ 的数据分别为：2，8，7，3，1；

∴中位数是第 11 个数，在 $90 \le x < 120$ 这组数据：91，92，93，93，95，98，99，

里面的第一个数据，

∴中位数为 91，

故答案为：91；

【小问 3 详解】

∵方差体现了某组数据的波动情况，波动越大，方差越大，

从图中数据波动幅度可知，第一周（1 月 31 日至 2 月 6 日）观影人数数据波动最大，第二周（2 月 7 日至 2 月 13 日）观影人数数据波动最小，

∴ $S_1^{\ 2} > S_3^{\ 2} > S_2^{\ 2}$；

【点睛】本题考查读频数分布直方图的能力和利用统计图获取信息的能力，涉及中位数，方差，用样本估计总体等知识．利用统计图获取信息时，必须认真观察、分析、研究统计图，才能作出正确的判断和解决问题．

26.【答案】（1）抛物线的顶点坐标（m，m-2）；

（2）$2 < m < 4$；　（3）$a \ge 1$．

【解析】

【分析】（1）将二次函数解析式化为顶点式求解．

（2）由抛物线上有且只有两个点到直线 $y=1$ 的距离为 1，及抛物线开口向下可得顶点在直线 y=0 和直线 y=2 之间，进而求解．

（3）由顶点在第四象限可得 m 的取值范围，由 $y_1 < y_2$ 可得点 B 到对称轴距离大于点 A 到对称轴距离，进而求解．

【小问 1 详解】

∵ $y=-x^2+2mx-m^2+m-2=-(x-m)^2+m-2$，

∴抛物线的顶点坐标（m，m-2）；

【小问 2 详解】

∵抛物线开口向下，顶点坐标为（m，m-2），

∴$0 < m-2 < 2$，

解得 $2 < m < 4$；

【小问 3 详解】

∵抛物线顶点在第四象限，

∴ $\begin{cases} m > 0 \\ m-2 < 0 \end{cases}$，

解得 $0 < m < 2$，

∵抛物线开口向下，对称轴为直线 $x=m$ 且 $y_1>y_2$，

∴ $B(a+2, y_2)$ 在对称轴右侧，

∴$a+2-m>|a-m|$，

即 $a+2-m>a-m$ 或 $a+2-m>m-a$，

解得 $a>m-1$，

∵$0<m<2$，

∴$a\geq 1$．

【点睛】本题考查二次函数的综合应用，解题关键是掌握二次函数的性质，掌握二次函数与方程及不等式的关系．

27.【答案】（1）①见解析，②$\angle BAD=2\angle BCD$，证明见解析；

（2） $AF=CF+DF$ ，证明见解析．

【解析】

【分析】（1）①按照题意补全图形即可，②由旋转的性质可知 $AD=AC$，$\angle CAD=\alpha(0<\alpha<60°)$，$\triangle ADC$ 是等腰三角形，$\angle ADC=\angle ACD=90°-\frac{1}{2}\alpha$，由$\triangle ABC$ 是等边三角形得$\angle BCD=30°-\frac{1}{2}\alpha$，$\angle BAD=2$（$30°-\frac{1}{2}\alpha$），得到结论；

（2），连接 GF，在 AF 上截取 $FG=DF$，分别证明$\triangle ABF\cong\triangle ADF$（$SAS$），$\triangle DFG$ 是等边三角形，$\triangle BCF\cong\triangle DAG$（$AAS$）， 得到 $CF=AG$，即可得到结论．

【小问 1 详解】

解：①补全图形如图 1，

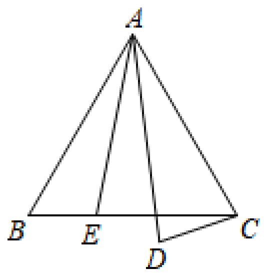


图1

② $\angle BAD=2\angle BCD$

证明：由旋转的性质可知 $AD=AC$，$\angle CAD=\alpha(0<\alpha<60°)$，

∴ $\triangle ADC$ 是等腰三角形

∴$\angle ADC=\angle ACD=\frac{1}{2}$（$180°-\angle CAD$）$=\frac{1}{2}$（$180°-\alpha$）$=90°-\frac{1}{2}\alpha$

∵$\triangle ABC$ 是等边三角形

∴$\angle BAC=\angle ACB=60°$，$AB=BC=AC=AD$

∴$\angle BCD=\angle ADC-\angle ACB=$（$90°-\frac{1}{2}\alpha$）$-60°=30°-\frac{1}{2}\alpha$

∵$\angle BAD=\angle BAC-\angle CAD=60°-\alpha=2$（$30°-\frac{1}{2}\alpha$）

∴$\angle BAD=2\angle BCD$

【小问 2 详解】

解：$AF=CF+DF$，理由如下：

如图 2，连接 GF，在 AF 上截取 $FG=DF$，

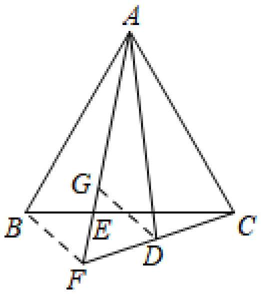


图2

∵AE 平分$\angle BAD$

∴$\angle BAF=\angle DAF=\dfrac{1}{2}\angle BAD$

∵$AB=AC$，$AC=AD$

∴$AB=AD$

又∵$AF=AF$

∴$\triangle ABF\cong\triangle ADF$（$SAS$）

∴$BF=DF$

∵$\angle BAD=2\angle BCD$

∴$\angle BCD=\dfrac{1}{2}\angle BAD$

∴$\angle BCD=\angle BAF=\angle DAF$

∵$\angle BAF+\angle ABC+\angle AEB=180°$，$\angle BCD+\angle CFE+\angle CEF=180°$，$\angle AEB=\angle CEF$

∴$\angle CFG=\angle ABC=60°$

∴$\angle AFB=\angle AFD=60°$

∴$\angle BFC=\angle AFB+\angle AFD=120°$

∵$FG=DF$

∴$\triangle DFG$ 是等边三角形

∴$DG=DF=BF$，$\angle DGF=60°$，

∴$\angle AGD=180°-\angle DGF=120°$

∴$\angle AGD=\angle CFB$

在$\triangle BCF$ 和$\triangle DAG$ 中，

$$\begin{cases}\angle DAF=\angle BCF\\ \angle AGD=\angle CFB\\ AD=BC\end{cases}$$

∴$\triangle BCF\cong\triangle DAG$（$AAS$）

∴$CF=AG$

∴$AF=AG+FG=CF+DF$

即 $AF=CF+DF$

【点睛】本题考查了图形的旋转、全等三角形的判定和性质、等边三角形的判定和性质、等腰三角形的判定和性质、三角形的内角和等知识，添加适当的辅助线是解答此题的关键.

28.【答案】（1）①（1.5，0）或（－4.5，0），②3

（2）$1-2\sqrt{2}\le b\le 1+2\sqrt{2}$

【解析】

【分析】（1）①根据点 P_1 的坐标为 $(-1.5,0)$，点 P_1 的2倍关联点 M 在 x 轴上，利用关联点的定义即可求解；②根据点 $M(x，y)$ 是点 P_1 的 k 倍关联点，且满足 $x=-1.5$，$-3\le y\le 5$，列出不等式，即可求解；

（2）根据当直线 $y=-x+b$ 与⊙P_2 相切时，即直线 $y=-x+b_1$ 和 $y=-x+b_2$，b 分别取最大值 b_1 和最小值 b_2，分两种情况解答即可.

【小问1详解】

解：①∵点 P_1 的坐标为 $(-1.5,0)$，

∴ 点 P_1 到原点的距离为1.5，

∴ $a=1.5$，

∵点 P_1 的2倍关联点 M 在 x 轴上

∴$2a=3$

∴点 M 的横坐标为-1.5＋3＝1.5或－1.5－3＝－4.5

∴点 M 的坐标是（1.5，0）或（－4.5，0）

故答案为：（1.5，0）或（－4.5，0）

②∵点 $M(x，y)$ 是点 P_1 的 k 倍关联点，且满足 $x=-1.5$，$-3\le y\le 5$

∴$a=1.5$

∴点 M 的坐标是（-1.5，$1.5k$）

当 $-3\le y\le 0$ 时，即 $0\le -1.5k\le 3$，解得 $0\le k\le 2$，

当 $0\le y\le 5$ 时，即 $0\le 1.5k\le 5$，解得 $0\le k\le \frac{10}{3}$，

∴ k 的取值范围为 $0\le k\le \frac{10}{3}$，

∵ k 是整数，

∴k 的最大值是3

故答案为：3

【小问2详解】

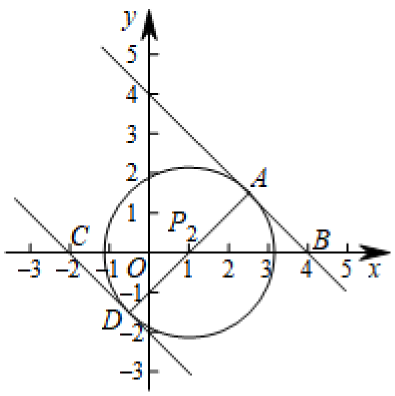
解：∵点 P_2 的坐标为 $(1,0)$

∴$a=1$，

∴ P_2 的 2 倍关联点在以点 $P_2(1,0)$ 为圆心，半径为 2 的圆上

∵在函数 $y=-x+b$ 的图象上存在 P_2 的 2 倍关联点，

∴当直线 $y=-x+b$ 与⊙ P_2 相切时，即直线 $y=-x+b_1$ 和 $y=-x+b_2$，b 分别取最大值 b_1 和最小值 b_2，如图所示，



在 $Rt\triangle P_2AB$ 中，$\angle P_2AB=90°$，$\angle ABP_2=45°$，$AP_2=2$

∴$\sin\angle ABP_2=\dfrac{AP_2}{P_2B}$

∴ $P_2B=\dfrac{AP_2}{\sin 45°}=2\sqrt{2}$

∴点 B 的坐标是（$1+2\sqrt{2}$，0）

代入 $y=-x+b_1$ 得

$-(1+2\sqrt{2})+b_1=0$

解得 $b_1=1+2\sqrt{2}$

∴直线 AB 为 $y=-x+1+2\sqrt{2}$

在 $Rt\triangle P_2CD$ 中，$\angle P_2DC=90°$，$\angle DCP_2=45°$，$DP_2=2$

∴$\sin\angle DCP_2=\dfrac{DP_2}{P_2C}$

∴ $P_2C=\dfrac{DP_2}{\sin 45°}=2\sqrt{2}$

∴点 C 的坐标是（$1-2\sqrt{2}$，0）

代入 $y=-x+b_2$ 得

$-(1-2\sqrt{2})+b_2=0$

解得 $b_2=1-2\sqrt{2}$

∴直线 CD 为 $y=-x+1-2\sqrt{2}$

∴$1-2\sqrt{2}\le b\le 1+2\sqrt{2}$

【点睛】本题主要考查了坐标系中的点之间的距离，一次函数的图像和性质，圆的切线、解直角三角形等知识，数形结合是解决此题的关键.