

2020 北京八中中考模拟试卷

数 学

一、选择题

1. 2019 年 2 月, 美国宇航局 (NASA) 的卫星监测数据显示地球正在变绿, 分析发现是中国和印度的行动主导了地球变绿. 尽管中国和印度的土地面积加起来只占全球的 9%, 但过去 20 年间地球三分之一的新增植被是两国贡献的, 面积相当于一个亚马逊雨林. 已知亚马逊雨林的面积为 $6560000m^2$, 则过去 20 年间地球新增植被的面积约为 ()

- A. $6.56 \times 10^6 m^2$ B. $6.56 \times 10^7 m^2$ C. $2 \times 10^7 m^2$ D. $2 \times 10^8 m^2$

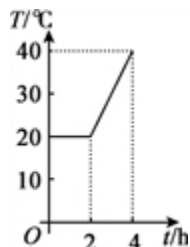
2. 下列运算正确的是 ()

- A. $2a+3b=5ab$ B. $a^1 \cdot a^4 = a^6$ C. $(a^2b)^3 = a^6b^3$ D. $(a+2)^2 = a^2+4$

3. 若 $-1 < x < 0$, 则 $\sqrt{x^2} - \sqrt{(x+1)^2} =$ ()

- A. $2x+1$ B. 1 C. $-2x-1$ D. $-2x+1$

4. 一个试验室在 0:00—4:00 的温度 T (单位: $^{\circ}\text{C}$) 与时间 t (单位: h) 的函数关系的图象如图所示, 在 0:00—2:00 保持恒温, 在 2:00—4:00 匀速升温, 则开始升温后试验室每小时升高的温度为 ()



- A. 5°C B. 10°C C. 20°C D. 40°C

5. 代数式 x^2-4x+5 的最小值是 ()

- A. -1 B. 1 C. 2 D. 5

6. 以方程组 $\begin{cases} y = -x + 2 \\ y = x - 1 \end{cases}$ 的解为坐标的点 (x, y) 在平面直角坐标系中的位置是 ()

- A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限

二、填空题 (每题 5 分, 共 30 分)

7. 如果二次根式 $\sqrt{x-3}$ 有意义, 那么 x 的取值范围是_____.

8. 分解因式: $2x^2 - 18 =$ _____.

9. 当 a 取_____时, 一次函数 $y = 3x + a + 6$ 与 y 轴的交点在 x 轴下方. (在横线上填上一个你认为恰当的数即可)

10. 一次函数 $y = kx + b$ 的图象经过第一、二、三象限且经过 $(0, 2)$ 点. 任写一个满足上述条件的一次函数的表达式是_____.

11. 如图 1, 将边长为 a 的大正方形剪去一个边长为 b 的小正方形, 并沿图中的虚线剪开, 拼接后得到图 2, 请根据图形的面积写出一个含字母 a, b 的等式_____.

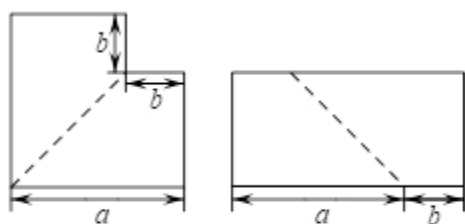


图 1

图 2

12. 抛物线 $y = x^2 - 6x + 5$ 的顶点坐标为_____.

三、解答题 (共 40 分)

13. 计算: $\left(\frac{1}{2}\right)^{-2} + |\sqrt{3} - 2| - (3 - \pi)^0 - 3 \tan 30^\circ$.

14. 解下列方程 (组) 或不等式组:

(1) 解方程组
$$\begin{cases} 2x + y = 5 \\ 4x + 3y = 7 \end{cases}$$

(2) 解分式方程
$$\frac{x-3}{x-2} + 1 = \frac{3}{2-x};$$

(3) 求不等式组
$$\begin{cases} \frac{x+3}{2} < 1 \\ 2(x+1) \dots x-1 \end{cases}$$
 的整数解.

15. 已知 $x^2 - 2x - 1 = 2$. 求代数式 $(x - 1)^2 + x(x - 4) + (x - 2)(x + 2)$ 的值.

16. 关于 x 的一元二次方程 $mx^2 - (2m - 3)x + (m - 1) = 0$ 有两个实数根.

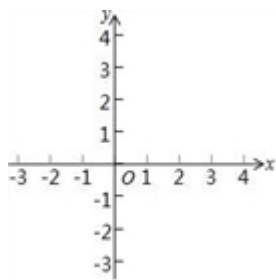
(1) 求 m 的取值范围;

(2) 若 m 为正整数, 求此方程的根.

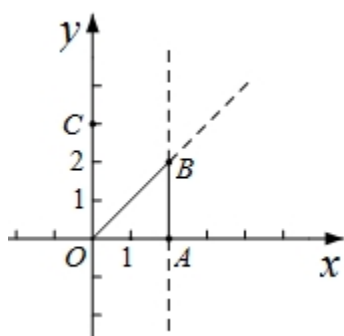
17. 在平面直角坐标系 xOy 中, 直线 $y = \frac{1}{2}x + b$ 与双曲线 $y = \frac{4}{x}$ 的一个交点为 $A(m, 2)$, 与 y 轴分别交于点 B .

(1) 求 m 和 b 的值;

(2) 若点 C 在 y 轴上, 且 $\triangle ABC$ 的面积是 2, 请直接写出点 C 的坐标.



18. 抛物线 $C_1: y = \frac{1}{2}x^2 + bx + c$ 与 Y 轴交于点 $C(0, 3)$ ，其对称轴与 x 轴交于点 $A(2, 0)$ 。



(1) 求抛物线 C_1 的解析式；

(2) 将抛物线 C_1 适当平移，使平移后的抛物线 C_2 的顶点为 $D(0, k)$ 。已知点 $B(2, 2)$ ，若抛物线 C_2 与 $\triangle OAB$ 的边界总有两个公共点，请结合函数图象，求 k 的取值范围。

2020 北京八中中考模拟试卷数学

参考答案

一、选择题

1.

【答案】C

【解析】

【分析】

科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数·确定 n 的值时，要看把原数变成 a 时，小数点移动了多少位， n 的绝对值与小数点移动的位数相同·当原数绝对值 > 10 时， n 是正数；当原数的绝对值 < 1 时， n 是负数·

【详解】解：过去 20 年间地球新增植被的面积 $= 6560000 \times 3 = 19680000 m^2 \approx 2 \times 10^7 m^2$
故选 C.

【点睛】此题主要考查了科学记数法的表示方法·科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数，表示时关键要正确确定 a 的值以及 n 的值·

2.

【答案】C

【解析】

【详解】解：A、原式不能合并，不符合题意；

B、原式 $= a^5$ ，不符合题意；

C、原式 $= a^6 b^3$ ，符合题意；

D、原式 $= a^2 + 4a + 4$ ，不符合题意，

故选 C

3.

【答案】C

【解析】

【分析】

直接利用二次根式的性质化简进而得出答案.

【详解】解：∵ $-1 < x < 0$,

$$\therefore x+1 > 0$$

$$\therefore \sqrt{x^2} - \sqrt{(x+1)^2}$$

$$= -x - (x+1)$$

$$= -x - x - 1$$

$$= -2x - 1.$$

故选：C.

【点睛】本题考查二次根式的化简，掌握二次根式的化简法则正确计算是本题的解题关键.

4.

【答案】B

【解析】

【详解】观察图象可知开始升温后 2 个小时共升温 20°C ，所以开始升温后试验室每小时升高的温度为 10°C ，故选 B.

5.

【答案】B

【解析】

$$x^2 - 4x + 5$$

$$= x^2 - 4x + 4 - 4 + 5$$

$$= (x-2)^2 + 1$$

$$\therefore (x-2)^2 \geq 0,$$

$$\therefore (x-2)^2 + 1 \geq 1,$$

∴代数 $x^2 - 4x + 5$ 的最小值为 1.

故选 B.

点睛：解这类题时，通常先通过配方把原式化为“一个完全平方”和“一个常数”的和的形式，再把完全平方分解因式化为一个代数式的平方的形式，就可由“任何代数式的平方都是非负数”可知原式的最小值就是那个“常数”.

6.

【答案】A

【解析】

$$\begin{cases} y = -x + 2 \text{①}, \\ y = x - 1 \text{②}. \end{cases},$$

①+②得， $2y=1$,

解得， $y=\frac{1}{2}$.

把 $y=\frac{1}{2}$ 代入①得， $\frac{1}{2}=-x+2$,

解得 $x=\frac{3}{2}$.

$\because \frac{3}{2} > 0$, $\frac{1}{2} > 0$, 根据各象限内点的坐标特点可知,

点 (x, y) 在平面直角坐标系中的第一象限.

故选 A.

点睛：此题考查二元一次方程组的解法及象限的符号特征：利用代入消元或加减消元求得方程组的解，第一象限横纵坐标都为正，第二象限横坐标为负，纵坐标为正；第三象限横坐标都为负；第四象限横坐标为正，纵坐标为负.

二、填空题（每题 5 分，共 30 分）

7.

【答案】 $x \geq 3$

【解析】

【分析】

根据二次根式的意义，二次根式被开放式大于等于 0，计算解决即可.

【详解】解：∵二次根式 $\sqrt{x-3}$ 有意义，

$$\therefore x-3 \geq 0,$$

$$\therefore x \geq 3.$$

故答案为： $x \geq 3$.

【点睛】本题考查了二次根式有意义的条件，解决本题的关键是熟练掌握二次根式被开放式大于等于 0 这一有意义的前提条件.

8.

【答案】 $2(x+3)(x-3)$

【解析】

【分析】

原式提取 2，再利用平方差公式分解即可.

【详解】原式 $= 2(x^2 - 9) = 2(x+3)(x-3)$,

故答案为 $2(x+3)(x-3)$

【点睛】此题考查了提公因式法与公式法的综合运用，熟练掌握因式分解的方法是解本题的关键.

9.

【答案】 - 7. （答案不唯一）

【解析】

【分析】

一次函数 $y=3x+a+6$ 与 y 轴的交点坐标即为 $x=0$ 时 y 的值，要使一次函数 $y=3x+a+6$ 与 y 轴的交点在 x 轴下方，只要此时 $y<0$ 即可.

【详解】解：一次函数 $y=3x+a+6$ 中令 $x=0$ ，解得 $y=a+6$ ，

由于交点在 x 轴下方，得到 $a+6<0$ ，

解得 $a<-6$ ，

因而横线上填上一个小于 - 6 的数就可以.

故答案为： - 7. （答案不唯一）

【点睛】 本题考查一次函数的图像性质，运用数形结合思想解题是本题的解题关键.

10.

【答案】 $y=x+2$

【解析】

【详解】 解： 将 $(0, 2)$ 代入可得： $b=2$ ，根据图象经过一、二、三象限可得 $k>0$.

考点： 一次函数

11.

【答案】 $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$

【解析】

【分析】

根据左图中的面积=大正方形的面积-剪去的小正方形的面积, 右图中的面积=长 \times 宽, 由面积不变可得含字母 a , b 的等式.

【详解】 左图中部分的面积= $a^2 - b^2$,

右图中的面积= $(a+b)(a-b)$,

由图中的面积不变, 得 $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$.

故答案为 $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$.

【点睛】 本题考查了利用图形的面积验证平方差公式，根据两个图形的面积相等列出等式是解题的关键.

12.

【答案】 $(3, -4)$

【解析】

分析： 利用配方法得出二次函数顶点式形式，即可得出二次函数顶点坐标.

详解： $\because y = x^2 - 6x + 5 = (x - 3)^2 - 4$,

\therefore 抛物线顶点坐标为 $(3, -4)$.

故答案为 $(3, -4)$.

点睛：此题考查了二次函数的性质，求抛物线的顶点坐标可以先配方化为顶点式，也可以利用顶点坐标公式

$(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac-b^2}{4a})$ 来找抛物线的顶点坐标.

三、解答题（共 40 分）

13.

【答案】 $5-2\sqrt{3}$.

【解析】

【分析】

根据负整数指数幂的运算法则、绝对值的性质、零指数幂的运算法则和特殊角的三角函数值分别计算，再合并即得结果.

$$\begin{aligned} \text{【详解】解：} & \left(\frac{1}{2}\right)^{-2} + |\sqrt{3}-2| - (3-\pi)^0 - 3\tan 30^\circ \\ &= 4 + 2 - \sqrt{3} - 1 - 3 \times \frac{\sqrt{3}}{3} \\ &= 5 - 2\sqrt{3} \end{aligned}$$

【点睛】此题主要考查了实数的运算，熟练掌握以上基本知识是解题的关键.

14.

【答案】 (1) $\begin{cases} x=4 \\ y=-3 \end{cases}$; (2) $x=1$; (3) $-3, -2$.

【解析】

【分析】

(1) 二元一次方程组利用加减消元法求出解即可;

(2) 解分式方程，先去分母转化为整式方程，求出整式方程的解得到 x 的值，经检验即可得到分式方程的解;

(3) 分别求出不等式组中两不等式的解集，找出两解集的公共部分确定出不等式组的解集，即可确定出整数解.

$$\text{【详解】解： (1) } \begin{cases} 2x+y=5 \text{ ①} \\ 4x+3y=7 \text{ ②} \end{cases},$$

$$\text{①} \times 3 - \text{②} \text{ 得: } 2x=8,$$

解得： $x=4$ ，

把 $x=4$ 代入①得： $y=-3$ ，

则方程组的解为 $\begin{cases} x=4 \\ y=-3 \end{cases}$ ；

$$(2) \frac{x-3}{x-2} + 1 = \frac{3}{2-x}$$

$$\frac{x-3}{x-2} + 1 = -\frac{3}{x-2}$$

去分母得： $x-3+x-2=-3$ ，

移项合并得： $2x=2$ ，

解得： $x=1$ ，

经检验 $x=1$ 是分式方程的解

∴原方程的解为： $x=1$ ；

$$(3) \begin{cases} \frac{x+3}{2} < 1 \text{①} \\ 2(x+1) \dots x-1 \text{②} \end{cases},$$

由①得： $x < -1$ ，

由②得： $x \geq -3$ ，

∴不等式组的解集为 $-3 \leq x < -1$ ，

则不等式组的整数解为 $-3, -2$.

【点睛】 本题考查解二元一次方程组，解分式方程，解一元一次不等式组，题目难度不大，掌握运算法则正确计算是本题的解题关键.

15.

【答案】 6.

【解析】

【分析】

将原式化简整理,整体代入即可解题.

【详解】解： $(x-1)^2 + x(x-4) + (x-2)(x+2)$

$$= x^2 - 2x + 1 + x^2 - 4x + x^2 - 4$$

$$= 3x^2 - 6x - 3,$$

$$\because x^2 - 2x - 1 = 2$$

$$\therefore \text{原式} = 3x^2 - 6x - 3 = 3(x^2 - 2x - 1) = 3 \times 2 = 6.$$

【点睛】 本题考查了代数式的化简求值,属于简单题,整体代入是解题关键.

16.

【答案】 (1) $m \leq \frac{9}{8}$ 且 $m \neq 0$; (2) $x_1 = 0$, $x_2 = -1$.

【解析】

【分析】

(1) 根据一元二次方程的定义和判别式的意义得到 $m \neq 0$ 且 $\Delta = [-(2m-3)]^2 - 4m(m-1) \geq 0$, 然后求出两个不等式的公共部分即可;

(2) 利用 m 的范围可确定 $m=1$, 则原方程化为 $x^2+x=0$, 然后利用因式分解法解方程.

【详解】 (1) $\because \Delta = [-(2m-3)]^2 - 4m(m-1)$

$$= -8m + 9.$$

解得 $m \leq \frac{9}{8}$ 且 $m \neq 0$.

(2) $\because m$ 为正整数,

$$\therefore m = 1.$$

$$\therefore \text{原方程为 } x^2 + x = 0.$$

$$\text{解得 } x_1 = 0, x_2 = -1.$$

【点睛】 考查一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$ 根的判别式 $\Delta = b^2 - 4ac$,

当 $\Delta = b^2 - 4ac > 0$ 时, 方程有两个不相等的实数根.

当 $\Delta = b^2 - 4ac = 0$ 时, 方程有两个相等的实数根.

当 $\Delta = b^2 - 4ac < 0$ 时，方程没有实数根.

17.

【答案】(1) m 的值是 2, b 的值是 1; (2) C 的坐标为 $(0, 3)$ 或 $(0, -1)$.

【解析】

【分析】

把 $A(1, m)$ 代入 $y = \frac{4}{x}$ 可求出 m , 确定 A 点坐标, 然后把 A 点坐标代入直线 $y = \frac{1}{2}x + b$ 可求得 b 的值; (2) 求得直线 $y = \frac{1}{2}x + b$ 与 y 轴的交点 B 的坐标, 根据点 C 在 y 轴上, 且 $\triangle ABC$ 的面积是 2, 求得 AP 的长, 分点 P 在点 C 的上方和点 P 在点 C 的下方两种情况求点 P 的坐标.

【详解】解: (1) \because 点 $A(m, 2)$ 在双曲线 $y = \frac{4}{x}$ 上,

$\therefore m = 2$.

\because 点 $A(2, 2)$ 在直线 $y = \frac{1}{2}x + b$ 上,

$\therefore b = 1$.

(2) $(0, 3)$, $(0, -1)$.

点睛: 本题考查了反比例函数与一次函数的交点问题, 反比例函数与一次函数的交点坐标满足两个函数的解析式. 也考查了与 x 轴垂直的直线上所有点的横坐标相同以及三角形面积公式. 同时注意分情况讨论.

18.

【答案】(1) $y = \frac{1}{2}x^2 - 2x + 3$; (2) $-2 < k < \frac{1}{2}$.

【解析】

【分析】

(1) 由抛物线 $y = \frac{1}{2}x^2 + bx + c$ 与 y 轴交于点 $C(0, 3)$, 得到 $c = 3$; 由抛物线 $y = \frac{1}{2}x^2 + bx + c$ 的对称轴为 $x = 2$, 得到 b 的值, 从而得到抛物线 C_1 的解析式;

(2) 设抛物线 C_2 的解析式为 $y = \frac{1}{2}x^2 + k$ ，当抛物线经过点 A (2, 0) 时，解得 $k = -2$ ，由 O (0, 0)，B (2,

2)，得到直线 OB 的解析式为 $y = x$ 。联立得方程 $\begin{cases} y = x \\ y = \frac{1}{2}x^2 + k \end{cases}$ ，得 $x^2 - 2x + 2k = 0$ ，当 $\Delta = (-2)^2 - 4 \times 1 \times 2k$

$= 0$ ，即 $k = \frac{1}{2}$ 时，抛物线 C_2 与直线 OB 只有一个公共点，此时方程化为 $x^2 - 2x + 1 = 0$ ，解得 $x = 1$ ，即公共点 P

的横坐标为 1，点 P 在线段 OB 上，即可得到 k 的取值范围是 $-2 < k < \frac{1}{2}$ 。

【详解】解：(1) \because 抛物线 $y = \frac{1}{2}x^2 + bx + c$ 与 y 轴交于点 C (0, 3)，

$\therefore c = 3$ ；

\because 抛物线 $y = \frac{1}{2}x^2 + bx + c$ 的对称轴为 $x = 2$ ，

$\therefore -\frac{b}{2 \times \frac{1}{2}} = 2$ ，解得 $b = -2$ ，

\therefore 抛物线 C_1 的解析式为 $y = \frac{1}{2}x^2 - 2x + 3$ ；

(2) 由题意，抛物线 C_2 的解析式为 $y = \frac{1}{2}x^2 + k$ ，当抛物线经过点 A (2, 0) 时， $\frac{1}{2} \times 2^2 + k = 0$ ，解得

$k = -2$ ，

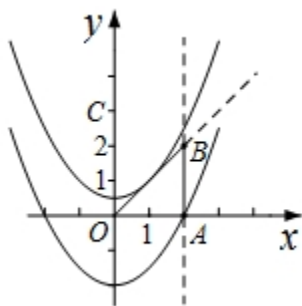
\because O (0, 0)，B (2, 2)，

\therefore 直线 OB 的解析式为 $y = x$ 。由 $\begin{cases} y = x \\ y = \frac{1}{2}x^2 + k \end{cases}$ ，得 $x^2 - 2x + 2k = 0$ ，

当 $\Delta = (-2)^2 - 4 \times 1 \times 2k = 0$ ，即 $k = \frac{1}{2}$ 时，抛物线 C_2 与直线 OB 只有一个公共点，此时方程化为

$x^2 - 2x + 1 = 0$ ，解得 $x = 1$ ，即公共点 P 的横坐标为 1，点 P 在线段 OB 上，

$\therefore R$ 的取值范围是 $-2 < k < \frac{1}{2}$ 。



考点：二次函数综合题．