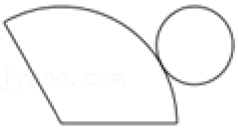
2022北京西城初三二模

数　学

一、选择题（共16分，每题2分）第1—8题均有四个选项，符合题意的选项只有一个．

1．如图是某几何体的展开图，该几何体是(　　)

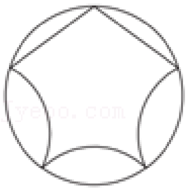


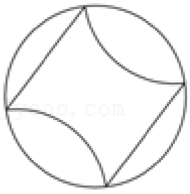
A．圆柱　　B．长方体　　C．圆锥　　D．三棱锥

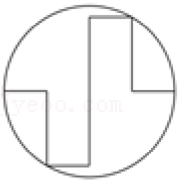
2．2022年4月28日，京杭大运河实现全线通水．京杭大运河是中国古代劳动人民创造的一项伟大工程，它南起余杭（今杭州），北到涿郡（今北京），全长约$1800000m$．将1800000用科学记数法表示应为(　　)

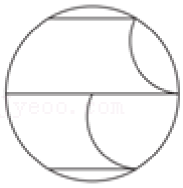
A．0.18×10^{7}　　B．1800×10^{3}　　C．18×10^{5}　　D．1.8×10^{6}

3．下列图形中，既是中心对称图形也是轴对称图形的是(　　)

A．

B．

C．

D．

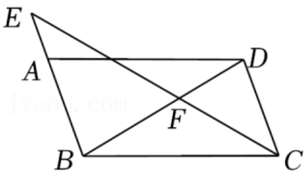
4．在同一条数轴上分别用点表示实数-1.5，0，$-\sqrt{11}$，$|-4|$，则其中最左边的点表示的实数是(　　)

A．$-\sqrt{11}$　　B．0　　C．-1.5　　D．$|-4|$

5．学校图书馆的阅读角有一块半径为$3m$，圆心角为120°的扇形地毯，这块地毯的面积为(　　)

A．$9\pi m^{2}$　　B．$6\pi m^{2}$　　C．$3\pi m^{2}$　　D．πm^{2}

6．如图，在平行四边形$ABCD$中，点E在BA的延长线上，$AB=2AE$，EC，BD交于点F．若$BD=10$，则DF的长为(　　)



A．3.5　　B．4.5　　C．4　　D．5

7．一条观光船沿直线向码头前进，下表记录了4个时间点观光船与码头的距离，其中t表示时间，y表示观光船与码头的距离．

t / min	0	3	6	9

y/m	675	600	525	450

如果观光船保持这样的行进状态继续前进，那么从开始计时到观光船与码头的距离为$150m$时，所用时间为(　　)

A．$25min$　　B．$21min$　　C．$13min$　　D．$12min$

8．教练将某射击运动员 50 次的射击成绩录入电脑，计算得到这 50 个数据的平均数是 7.5，方差是 1.64．后来教练核查时发现其中有 2 个数据录入有误，一个错录为 6 环，实际成绩应是 8 环；另一个错录为 9 环，实际成绩应是 7 环．教练将错录的 2 个数据进行了更正，更正后实际成绩的平均数是$\overline{x}$，方差是s^2，则(　　)

A．$\overline{x}<7.5$，$s^2=1.64$　　B．$\overline{x}=7.5$，$s^2>1.64$

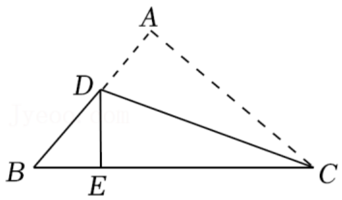
C．$\overline{x}>7.5$，$s^2<1.64$　　D．$\overline{x}=7.5$，$s^2<1.64$

二、填空题（共 16 分，每题 2 分）

9．若$\dfrac{1}{x-4}$在实数范围内有意义，则实数x的取值范围是____．

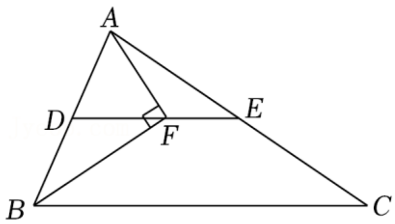
10．方程组$\begin{cases}x-y=3\\3x+y=5\end{cases}$的解为____．

11．如图，将直角三角形纸片ABC进行折叠，使直角顶点A落在斜边BC上的点E处，并使折痕经过点C，得到折痕CD．若$\angle CDE=70°$，则$\angle B=$____$°$．



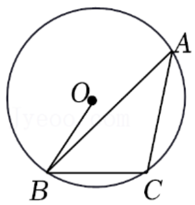
12．用一个a的值说明命题“若$a>0$，则$a^2>\dfrac{1}{a}$”是错误的，这个值可以是$a=$____．

13．如图，在ΔABC中，D，E分别为AB，AC的中点，点F在线段DE上，且$AF\perp BF$．若$AB=4$，$BC=7$，则EF的长为____．

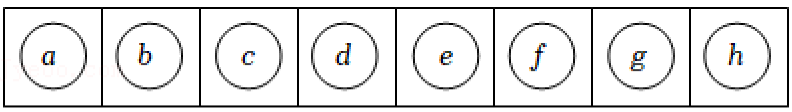


14．将抛物线$y=2x^2$向下平移$b(b>0)$个单位长度后，所得新抛物线经过点$(1,-4)$，则b的值为____．

15．如图，$\odot O$是ΔABC的外接圆，$OB=\sqrt{13}$，$BC=4$，则$\tan A$的值为____．



16．如图，在 8 个格子中依次放着分别写有字母$a\sim h$的小球．



甲、乙两人轮流从中取走小球，规则如下：

①每人首次取球时，只能取走 2 个或 3 个球；后续每次可取走 1 个，2 个或 3 个球；

②取走 2 个或 3 个球时，必须从相邻的格子中取走；

③最后一个将球取完的人获胜.

（1）若甲首次取走写有 b ， c ， d 的 3 个球，接着乙首次也取走 3 个球，则 ____（填“甲”或“乙”) 一定获胜；

（2）若甲首次取走写有 a ， b 的 2 个球，乙想要一定获胜，则乙首次取球的方案是 ____.

三、解答题（共 68 分，第 17—20 题，每题 5 分，第 21—22 题，每题 6 分，第 23 题 5 分，第 24 题 6 分，第 25 题 5 分，第 26 题 6 分，第 27—28 题，每题 7 分）解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程.

17.（5 分）计算：$|-\sqrt{2}|+2\cos 45^\circ-\sqrt{8}+(\frac{1}{3})^{-2}$.

18.（5 分）解不等式：$\frac{5x-2}{6}<\frac{x}{2}+1$，并写出它的正整数解.

19.（5 分）已知 $x^2+x-5=0$，求代数式 $(\frac{1}{x}+\frac{1}{x+1})\cdot\frac{5}{6x+3}$ 的值.

20.（5 分）已知：如图，ΔABC .

求作：点 D（点 D 与点 B 在直线 AC 的异侧)，使得 $DA=DC$ ，且 $\angle ADC+\angle ABC=180^\circ$.

作法：①分别作线段 AC 的垂直平分线 l_1 和线段 BC 的垂直平分线 l_2 ，直线 l_1 与 l_2 交于点 O ；

②以点 O 为圆心， OA 的长为半径画圆， $\odot O$ 与 l_1 在直线 BC 上方的交点为 D ；

③连接 DA ， DC .

所以点 D 就是所求作的点.

（1）使用直尺和圆规，依作法补全图形（保留作图痕迹)；

（2）完成下面的证明.

证明：连接 OA ， OB ， OC .

$\because$ 直线 l_1 垂直平分 AC ，点 O ， D 都在直线 l_1 上，

$\therefore OA=OC$ ， $DA=DC$.

$\because$ 直线 l_2 垂直平分 BC ，点 O 在直线 l_2 上，

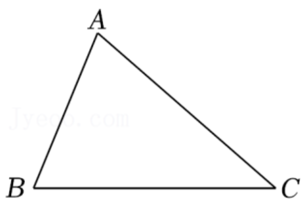
$\therefore$ ____ = ____.

$\therefore OA=OB=OC$.

$\therefore$ 点 A ， B ， C 都在 $\odot O$ 上.

$\because$ 点 D 在 $\odot O$ 上，

$\therefore \angle ADC+\angle ABC=180^\circ$.（____)（填推理的依据)



21.（6 分）已知关于 x 的一元二次方程 $\frac{1}{2}x^2-mx+m-5=0$.

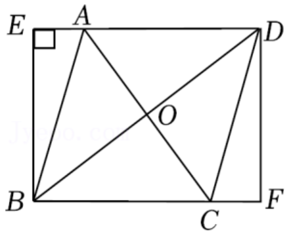
（1）求证：此方程总有两个不相等的实数根；

（2）若 m 为整数，且此方程的两个根都是整数，写出一个满足条件的 m 的值，并求此时方程的两个根.

22.（6分）如图，菱形 $ABCD$ 的对角线 AC，BD 交于点 O，点 E，F 分别在 DA，BC 的延长线上，且 $BE\perp ED$，$CF=AE$.

（1）求证：四边形 $EBFD$ 是矩形；

（2）若 $AB=5$，$\cos\angle OBC=\dfrac{4}{5}$，求 BF 的长.



23.（5分）在平面直角坐标系 xOy 中，一次函数 $y=-x+b$ 的图象与 x 轴交于点 $(4,0)$，且与反比例函数 $y=\dfrac{m}{x}$ 的图象在第四象限的交点为 $(n,-1)$.

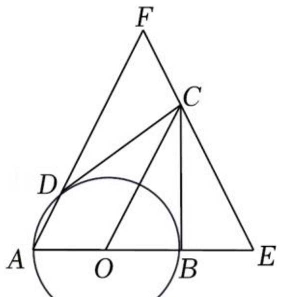
（1）求 b，m 的值；

（2）点 $P(x_p，y_p)$ 是一次函数 $y=-x+b$ 图象上的一个动点，且满足 $\dfrac{m}{x_p}<y_p<4$，连接 OP，结合函数图象，直接写出 OP 长的取值范围.

24.（6分）如图，AB 是 $\odot O$ 的直径，CB，CD 分别与 $\odot O$ 相切于点 B，D，连接 OC，点 E 在 AB 的延长线上，延长 AD，EC 交于点 F.

（1）求证：$FA//CO$；

（2）若 $FA=FE$，$CD=4$，$BE=2$，求 FA 的长.



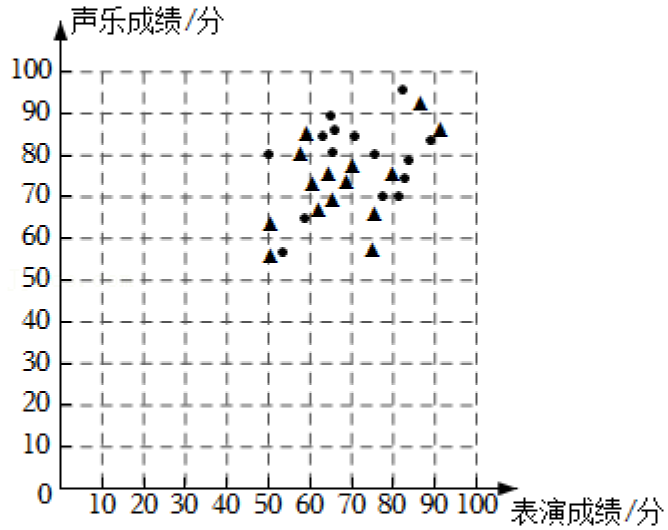
25.（5分）甲、乙两个音乐剧社各有15名学生，这两个剧社都申请报名参加某个青少年音乐剧展演活动，主办方对报名剧社的所有学生分别进行了声乐和表演两项测试，甲、乙两个剧社学生的测试成绩（百分制）统计图如下：

根据以上信息，回答下列问题：

（1）甲剧社中一名学生的声乐成绩是85分，表演成绩是60分，按声乐成绩占 60%，表演成绩占 40% 计算学生的综合成绩，求这名学生的综合成绩；

（2）入选参加展演的剧社需要同时满足以下两个条件：首先，两项测试成绩都低于60分的人数占比不超过 10%；其次，两项测试成绩中至少有一项的平均成绩不低于75分．那么乙剧社 ____（填“符合”或“不符合”）入选参加展演的条件；

（3）主办方计划从甲、乙两个剧社声乐和表演成绩都高于80分的学生中，随机选择两名学生参加个人展示，那么符合条件的学生一共有 ____人，被抽选到的这两名学生分别来自不同剧社的概率是 ____.



26．（6 分）在平面直角坐标系 xOy 中，抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 经过点 $(0,-2)$，$(2,-2)$．

（1）直接写出 c 的值和此抛物线的对称轴；

（2）若此抛物线与直线 $y=-6$ 没有公共点，求 a 的取值范围；

（3）点 (t,y_1)，$(t+1,y_2)$ 在此抛物线上，且当 $-2\leqslant t\leqslant 4$ 时，都有 $|y_2-y_1|<\dfrac{7}{2}$．直接写出 a 的取值范围．

27．（7 分）在 ΔABC 中，$AB=AC$，过点 C 作射线 CB'，使 $\angle ACB'=\angle ACB$（点 B' 与点 B 在直线 AC 的异侧）点 D 是射线 CB' 上一动点（不与点 C 重合），点 E 在线段 BC 上，且 $\angle DAE+\angle ACD=90°$．

（1）如图 1，当点 E 与点 C 重合时，AD 与 CB' 的位置关系是 ____，若 $BC=a$，则 CD 的长为 ____；（用含 a 的式子表示）

（2）如图 2，当点 E 与点 C 不重合时，连接 DE．

①用等式表示 $\angle BAC$ 与 $\angle DAE$ 之间的数量关系，并证明；

②用等式表示线段 BE，CD，DE 之间的数量关系，并证明．

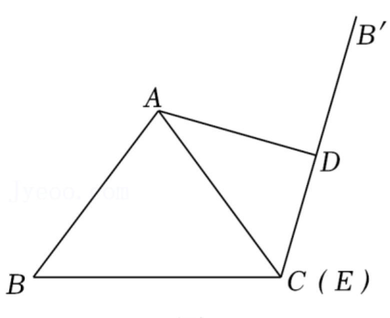


图1

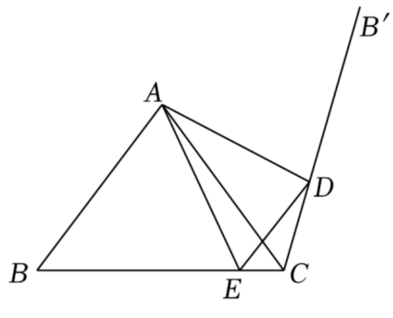


图2

28．（7 分）在平面直角坐标系 xOy 中，对于线段 AB 与直线 $l: y=kx+b$，给出如下定义：若线段 AB 关于直线 l 的对称线段为 $A'B'$（A'，B' 分别为点 A，B 的对应点），则称线段 $A'B'$ 为线段 AB 的"[k，b]关联线段"．

已知点 $A(1,1)$，$B(1,-1)$．

（1）线段 $A'B'$ 为线段 AB 的"[1，b]关联线段"，点 A' 的坐标为 $(2,0)$，则 $A'B'$ 的长为 ____，b 的值为 ____；

（2）线段 $A'B'$ 为线段 AB 的"[k，0]关联线段"，直线 l_1 经过点 $C(0,2)$，若点 A'，B' 都在直线 l_1 上，连接 OA'，求 $\angle COA'$ 的度数；

（3）点 $P(-3,0)$，$Q(-3,3)$，线段 $A'B'$ 为线段 AB 的"[k，b]关联线段"，且当 b 取某个值时，一定存在 k 使得线段

$A'B'$ 与线段 PQ 有公共点，直接写出 b 的取值范围.

参考答案

一、选择题（共 16 分，每题 2 分）第 1—8 题均有四个选项，符合题意的选项只有一个．

1．【分析】由圆锥的展开图的特点判断即可．

【解答】解：因为圆锥的展开图为一个扇形和一个圆形，所以这个几何体是圆锥．

故选：C．

【点评】此题主要考查了展开图折叠成几何体，熟悉圆锥的展开图特点是解答此题的关键．

2．【分析】用科学记数法表示较大的数时，一般形式为$a\times10^{n}$，其中$1\leqslant|a|<10$，n为整数，且n比原来的整数位数少 1，据此判断即可．

【解答】解：$1800000=1.8\times10^{6}$．

故选：D．

【点评】此题主要考查了用科学记数法表示较大的数，一般形式为$a\times10^{n}$，其中$1\leqslant|a|<10$，确定a与n的值是解题的关键．

3．【分析】根据中心对称图形与轴对称图形的概念进行判断即可．

【解答】解：A．不是中心对称图形，是轴对称图形，故此选项不合题意；

B．既是中心对称图形，也是轴对称图形，故此选项符合题意；

C．是中心对称图形，不是轴对称图形，故此选项不合题意；

D．不是中心对称图形，也不是轴对称图形，故此选项不合题意；

故选：B．

【点评】本题考查的是中心对称图形与轴对称图形的概念．轴对称图形的关键是寻找对称轴，图形两部分折叠后可重合，中心对称图形是要寻找对称中心，旋转 180 度后与自身重合．

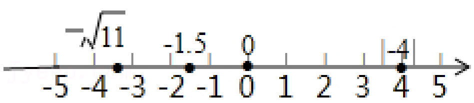
4．【分析】求出$|-4|=4$，在数轴上表示出各个数，再得出选项即可．

【解答】解：$|-4|=4$，

$\because 3<\sqrt{11}<4$，

$\therefore -3>-\sqrt{11}>-4$，

即$-4<-\sqrt{11}<-3$，



，

在最左边的点表示的实数是$-\sqrt{11}$，

故选：A．

【点评】本题考查了数轴，绝对值和实数的大小比较法则，能熟记在数轴上表示的数，右边的数总比左边的数大是解此题的关键．

5．【分析】应用扇形面积的计算公式进行计算即可得出答案．

【解答】解：根据题意可得，

$n=120^{\circ}$，$r=3$，

$\therefore S=\dfrac{n\pi r^2}{360}=\dfrac{120\pi\times 3^2}{360}=3\pi(m^2)$.

故选：C.

【点评】本题主要考查了扇形面积的计算，熟练掌握扇形面积的计算公式进行求解是解决本题的关键.

6.【分析】由 $AB=2AE$ 知 $\dfrac{AB}{BE}=\dfrac{CD}{BE}=\dfrac{2}{3}$，由 $AB//CD$ 知 $\Delta CDF\backsim\Delta EBF$，据此得 $\dfrac{DF}{BF}=\dfrac{CD}{EB}=\dfrac{2}{3}$，继而知 $DF=\dfrac{2}{3}BF$，从而得 $DF=\dfrac{2}{5}BD=4$.

【解答】解：$\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

$\therefore AB=CD$，$AB//CD$，

又 $\because AB=2AE$，

$\therefore \dfrac{AB}{BE}=\dfrac{CD}{BE}=\dfrac{2}{3}$，

$\because AB//CD$，

$\therefore \Delta CDF\backsim\Delta EBF$，

$\therefore \dfrac{DF}{BF}=\dfrac{CD}{EB}=\dfrac{2}{3}$，

$\therefore DF=\dfrac{2}{3}BF$，

$\therefore DF=\dfrac{2}{5}BD=\dfrac{2}{5}\times 10=4$，

故选：C.

【点评】本题主要考查相似三角形的判定与性质及平行四边形的性质，解题的关键是掌握平行四边形的性质及相似三角形的判定和性质.

7.【分析】根据表中 x，y 的数量关系发现：t 每减少 $3min$，y 减少 $75m$，可知 y 是 x 的一次函数，由待定系数法求出函数解析式，根据解析式即可求出答案.

【解答】解：根据表中 x，y 的数量关系发现：t 每减少 $3min$，y 减少 $75m$，则 y 是 x 的一次函数，

设 y 与 x 的关系式为 $y=kx+b$，

把 $x=0$ 时，$y=675$，

$x=3$ 时，$y=600$，

代入上式得 $\begin{cases}b=675\\3k+b=600\end{cases}$，

解得：$\begin{cases}k=-25\\b=675\end{cases}$，

$\therefore y=-25x+675$，

当 $x=6$ 时，$y=-25\times 6+675=525$，当 $x=9$ 时，$y=-25\times 9+675=450$，

$\therefore y$ 与 x 的关系式为 $y=-25x+675$.

当 $y=150$ 时，即 $150=-25x+675$，

解： $x=21$.

答：从开始计时到观光船与码头的距离为$150m$时，所用时间为$21min$.

故选： B .

【点评】本题主要考查了一次函数的应用，根据表中 x ， y 的数量关系发现 y 是 x 的一次函数是解决问题的关键.

8.【分析】根据算术平均数和方差的定义解答即可.

【解答】解：由题意可知，录入有误的两个数的和为$6+9=15$ ，实际的两个数的和为$8+7=15$，

所以更正后实际成绩的平均数是$\overline{x}$与原来平均数相同，方差变小，

所以$\overline{x}=7.5$ ， $s^2<1.64$ ，

故选： D .

【点评】本题考查了算术平均数和方差，掌握相关定义是解答本题的关键.

二、填空题（共 16 分，每题 2 分）

9.【分析】根据分式有意义的条件列不等式组求解.

【解答】解：由题意可得 $x-4\neq 0$ ，

解得： $x\neq 4$ ，

故答案为： $x\neq 4$.

【点评】本题考查分式有意义的条件，理解分式有意义的条件（分母不能为零）是解题关键.

10.【分析】加减消元法消去 y 求出 x ，把 x 代入方程①求出 y 即可.

【解答】解： $\begin{cases}x-y=3① \\ 3x+y=5②\end{cases}$ ，

①+②得： $4x=8$ ，

解得 $x=2$.

把 $x=2$ 代入①得： $2-y=3$ ，

$\therefore y=-1$.

$\therefore$方程组的解是$\begin{cases}x=2 \\ y=-1\end{cases}$.

故答案为： $\begin{cases}x=2 \\ y=-1\end{cases}$.

【点评】本题考查解二元一次方程组，解题关键是熟知解方程组的基本思想：消元.

11.【分析】由折叠性质可得 $\angle CED=\angle A=90^\circ$ ， $\angle ADC=\angle CDE=70^\circ$ ，从而可得 $\angle BED=90^\circ$ ， $\angle BDE=40^\circ$ ，即可求解.

【解答】解： $\because \Delta ABC$ 为直角三角形，

$\therefore \angle A=90^\circ$ ，

$\because \angle CDE=70^\circ$ ，

由折叠性质可得 $\angle CED=\angle A=90^\circ$ ， $\angle ADC=\angle CDE=70^\circ$ ，

$\therefore \angle BED=90^\circ$ ， $\angle BDE=180^\circ-\angle ADC-\angle CDE=40^\circ$ ，

$\therefore \angle B=180^\circ-\angle BED-\angle BDE=50^\circ$ ，

故答案为：50．

【点评】本题考查折叠的性质，三角形内角和定理，解题的关键是明确折叠前后对应图形全等．

12．【分析】找到一个满足条件但不满足结论的数即可．

【解答】解：当$a=\frac{1}{2}>0$时，$a^2=(\frac{1}{2})^2=\frac{1}{4}$，$\frac{1}{a}=\frac{1}{\frac{1}{2}}=2$，

此时$a^2<\frac{1}{a}$，

故答案为：$\frac{1}{2}$（答案不唯一）．

【点评】考查了命题与定理的知识，解题的关键是能够找到一个满足条件但不满足结论的a的值，难度不大．

13．【分析】根据三角形中位线定理求出DE，再根据直角三角形斜边上的中线等于斜边的一半，可求出DF，即可得出答案．

【解答】解：$\because D$，E分别为AB，AC的中点，$BC=7$，

$\therefore DE=\frac{1}{2}BC=\frac{7}{2}$，

$\because AF\perp BF$，

$\therefore \angle AFB=90^{\circ}$，

$\because D$为AB的中点，$AB=4$，

$\therefore DF=\frac{1}{2}AB=2$，

$\therefore EF=DE-DF=\frac{3}{2}$．

故答案为：$\frac{3}{2}$．

【点评】本题考查三角形中位线定理、直角三角形的性质，掌握三角形的中位线平行于第三边，并且等于第三边的一半是解题的关键．

14．【分析】首先求得平移后的抛物线的解析式，然后把点$(1,-4)$代入即可求得．

【解答】解：将抛物线$y=2x^2$向下平移$b(b>0)$个单位长度后，所得新抛物线为$y=2x^2-b$，

$\because$新抛物线经过点$(1,-4)$，

$\therefore -4=2-b$，

$\therefore b=6$，

故答案为：6．

【点评】本题考查了二次函数的平移，一次函数图象上点的坐标特征，解题的关键是得出平移后的表达式．

15．【分析】延长BO交$\odot O$于D，连接CD，根据圆周角定理得到$\angle ACB=90^{\circ}$，$\angle D=\angle A$，由勾股定理求出CD，根据三角函数解的定义即可求出$\tan A$的值．

【解答】解：延长BO交$\odot O$于D，连接CD，

$\therefore BD=2OB=2\sqrt{13}$，$\angle ACB=90^{\circ}$

在$\mathrm{Rt}\Delta\mathrm{BCD}$中，$BD=2\sqrt{13}$，$BC=4$，

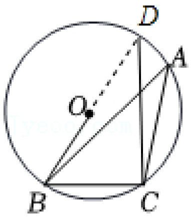
$\therefore CD=\sqrt{BD^2-BC^2}=\sqrt{(2\sqrt{13})^2-4^2}=6$，

$\therefore \tan D=\dfrac{BC}{CD}=\dfrac{4}{6}=\dfrac{2}{3}$，

$\because \angle D=\angle A$，

$\therefore \tan A=\dfrac{2}{3}$，

故答案为：$\dfrac{2}{3}$．



【点评】本题主要考查了圆周角定理，解直角三角形，正确作出辅助线构造直角三角形是解决问题的关键．

16．【分析】（1）由于甲首次取走写有b、c、d的三个球，那么剩下a、e、f、g、h，而乙首次也取走三个球，但必须相邻，由此分类讨论即可加解决问题；

（2）由于甲首次拿走a、b两个球，还剩下c、d、e、f、g、h，而乙可以取的球分为①若乙取三个球；②若乙取两个球：在这两个前提之下讨论解决问题．

【解答】解：（1）$\because$甲首次取走写有b、c、d的三个球，

$\therefore$还剩下a、e、f、g、h，

又$\because$乙首次也取走三个球，但必须相邻，

$\therefore$乙可以取e、f、g或f、g、h，

若乙取e、f、g只剩下a、h，

$\because$它们不相邻，

$\therefore$甲只能拿走一个，故乙拿走最后一个，故乙胜；

同理，若乙取f、g、h，只剩下a、e，

$\because$它们不相邻，

$\therefore$甲只能拿走一个，

故乙拿走最后的一个，故乙胜；

故答案为：乙．

（2）$\because$甲首次拿走a、b两个球，还剩下c、d、e、f、g、h，

①若乙取三个球，

若乙取c、d、e或f、g、h，那么剩下的球胜连着的，故甲取走剩下的三个，则甲胜；

若乙取d、e、f，此时甲取g，则c、h不相邻，则甲胜；

若取e、f、g，此时甲取d，则ch不相邻，则甲胜；

②若乙取两个球：

若乙取c、d，此时甲取f、g，那么剩下e、h，不相邻，则甲胜；

若乙取d、e，此时甲取f、g，则c、h不相邻，则甲胜；

若乙取e、f，

此时甲取c、d或g、h，则乙胜；

若甲c或d，那么乙取g或h，则乙胜；

若甲取g或h，那么乙取c或d，那么剩下两个球不相邻，则乙胜；

因此，乙一定要获胜，那么它首次取e、f.

故答案为：e、f.

【点评】本题主要考查了逻辑推理与论证，同时也利用了分类讨论的思想，比较麻烦，对于学生的能力要求比较高.

三、解答题（共68分，第17—20题，每题5分，第21—22题，每题6分，第23题5分，第24题6分，第25题5分，第26题6分，第27—28题，每题7分）解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程.

17.【分析】本题涉负整数指数幂、特殊角的三角函数值，绝对值的化简、二次根式化简几个知识点．在计算时，需要针对每个知识点分别进行计算，然后根据实数的运算法则求得计算结果.

【解答】解：原式$=\sqrt{2}+\sqrt{2}-2\sqrt{2}+9$

$=(1+1-2)\sqrt{2}+9$

$=9$.

【点评】本题主要考查了实数的综合运算能力，是各地中考题中常见的计算题型．解决此类题目的关键是熟练掌握负整数指数幂、特殊角的三角函数值、二次根式、绝对值等知识点的运算.

18.【分析】去分母，移项，合并同类项，系数化为1即可求解，然后找出对应的正整数解即可.

【解答】解：去分母得：$5x-2<3x+6$，

移项得：$5x-3x<6+2$，

合并同类项得：$2x<8$，

系数化为1得：$x<4$.

故正整数解为1，2，3.

【点评】本题考查解一元一次不等式，解题关键是熟知解一元一次不等式的步骤.

19.【分析】先根据分式的加法法则进行计算，再根据分式的乘法法则进行计算，求出$x^2+x=5$，最后代入求出答案即可.

【解答】解：$(\frac{1}{x}+\frac{1}{x+1})\cdot\frac{5}{6x+3}$

$=[\frac{x+1}{x(x+1)}+\frac{x}{x(x+1)}]\cdot\frac{5}{6x+3}$

$=\frac{x+1+x}{x(x+1)}\cdot\frac{5}{3(2x+1)}$

$=\frac{2x+1}{x(x+1)}\cdot\frac{5}{3(2x+1)}$

$=\frac{5}{3x(x+1)}$，

$\because x^2+x-5=0$，

$\therefore x^2+x=5$，

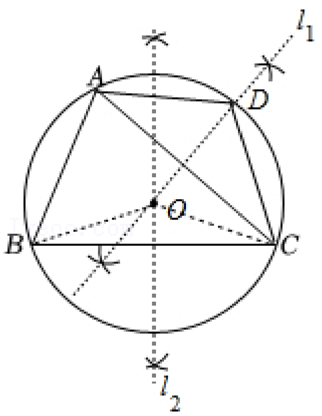
当 $x^2+x=5$ 时，原式 $=\dfrac{x^2+x}{3x(x+1)}=\dfrac{x(x+1)}{3x(x+1)}=\dfrac{1}{3}$．

【点评】本题考查了分式的化简求值，能正确根据分式的运算法则进行化简是解此题的关键，注意运算顺序．

20．【分析】(1) 根据几何语言画出对应的几何图形；

(2) 连接 OA，OB，OC，根据线段垂直平分线的性质得到 $OA=OC$，$DA=DC$，$OB=OC$．则 $OA=OB=OC$．所以点 A，B，C 都在 $\odot O$ 上．然后根据圆内接四边形的性质得到 $\angle ADC+\angle ABC=180°$．

【解答】解：(1) 如图，点 D 为所作；



(2) 完成下面的证明．

证明：连接 OA，OB，OC．

$\because$ 直线 l_1 垂直平分 AC，点 O，D 都在直线 l_1 上，

$\therefore OA=OC$，$DA=DC$．

$\because$ 直线 l_2 垂直平分 BC，点 O 在直线 l_2 上，

$\therefore OB=OC$．

$\therefore OA=OB=OC$．

$\therefore$ 点 A，B，C 都在 $\odot O$ 上．

$\because$ 点 D 在 $\odot O$ 上，

$\therefore \angle ADC+\angle ABC=180°$（圆内接四边形的对角互补）．

【点评】本题考查了作图 – 复杂作图：解决此类题目的关键是熟悉基本几何图形的性质，结合几何图形的基本性质把复杂作图拆解成基本作图，逐步操作．也考查了线段垂直平分线的性质和圆内接四边形的性质．

21．【分析】(1) 根据关于 x 的一元二次方程 $x^2-4mx+4m^2-9=0$ 的根的判别式 $\triangle=b^2-4ac$ 的符号来判定该方程的根的情况；

(2) 将 $m=1$ 代入原方程，即可得出关于 m 的一元二次方程，解之即可得出 m 的值．

【解答】(1) 证明：$\triangle=b^2-4ac=(-m)^2-4\times\dfrac{1}{2}(m-5)$

$=m^2-2m+10$

$=(m-1)^2+9$，

$\because (m-1)^2 \geqslant 0$，

$\therefore (m-1)^2+9>0$，

$\therefore$无论m取何值，方程总有两个不相等的实数根；

（2）将$m=1$代入方程$\frac{1}{2}x^2-mx+m-5=0$中，得$(x-1)^2=9$，

解得：$x=4$或-2．

$\therefore$当$m=1$时，x的值为4或-2．

【点评】本题考查了根的判别式以及一元二次方程的解，解题的关键是：（1）牢记"当$\triangle>0$时，方程有两个不相等的实数根"；（2）将$m=1$代入原方程求出x值．

22．【分析】（1）先证$DE=BF$，得出四边形$EBFD$是平行四边形，再由$\angle BED=90^\circ$，即可得出结论；

（2）由菱形的性质得$BD=2OB$，$AB=BC=5$，$AC\perp BD$，在RtΔBOC中，由锐角三角函数定义求出$OB=4$，得出$BD=8$，再在RtΔBFD中，由锐角三角函数定义求出BF即可．

【解答】（1）证明：$\because$四边形$ABCD$是菱形，

$\therefore AD//BC$，$AB=BC=CD=AD$，

$\because CF=AE$，

$\therefore AE+AD=CF+BC$，即$DE=BF$，

$\therefore$四边形$EBFD$是平行四边形，

$\because BE\perp ED$，

$\therefore \angle BED=90^\circ$，

$\therefore$四边形$EBFD$是矩形；

（2）解：$\because$四边形$ABCD$是菱形，

$\therefore BD=2OB$，$AB=BC=5$，$AC\perp BD$，

在RtΔBOC中，$\cos\angle OBC=\frac{OB}{BC}=\frac{4}{5}$，

$\therefore \frac{OB}{5}=\frac{4}{5}$，

$\therefore OB=4$，

$\therefore BD=2OB=8$，

$\because$四边形$EBFD$是矩形，

$\therefore \angle F=90^\circ$，

在RtΔBFD中，$\cos\angle OBC=\frac{BF}{BD}$，

$\therefore BF=BD\times\cos\angle OBC=8\times\frac{4}{5}=\frac{32}{5}$．

【点评】本题考查了菱形的性质、平行四边形的判定、矩形的判定与性质、锐角三角函数的定义等知识；熟练掌握菱形的性质和锐角三角函数的定义是解题的关键．

23．【分析】（1）将$(4,0)$代入$y=-x+b$得，$-4+b=0$，解出方程即可求出b的值，将$(n,-1)$代入刚刚求出的一次函数解析式即可求出n的值，最后将新求出的坐标代入反比例函数解析式即可求出m的值．

（2）根据$\dfrac{m}{x_p}<y_p<4$，得出$0<x_P<5$，连接OD，过点O作$OC\perp BD$于C，当$OP\perp BC$，先求出点C坐标为$(5,-1)$，根据两点间距离公式可得：$OD=\sqrt{26}$，即可算出OP的取值范围.

【解答】解：（1）把$(4,0)$代入$y=-x+b$，得$0=-4+b$.

解得：$b=4$.

$\therefore$一次函数解析式为$y=-x+4$，

把$(n,-1)$代入$y=x+4$．得$-l=-n+4$.

解得：$n=5$.

把$(5,1)$代入$y=\dfrac{m}{x}$得，$-1=\dfrac{m}{5}$，

解得：$m=-5$；

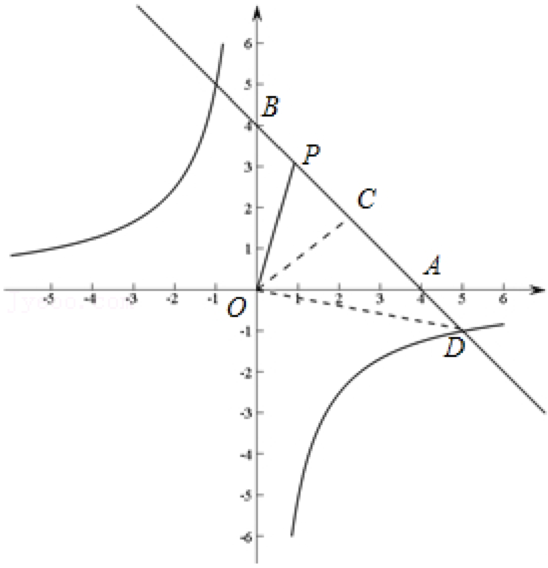
$\therefore b=4$，$m=-5$.

（2）$\because \dfrac{m}{x_p}<y_p<4$，即$\dfrac{m}{x_p}<-x_P+4<4$，

解得：$0<x_P<5$.

$\therefore$点P在线段BD上运动，

连接OD，过点O作$OC\perp BD$于C，



由$-x+4=-\dfrac{5}{x}$，解得：$x=5$，代入$y=-x+4$，得：$y=-1$，

$\therefore A(4,0)$，B $(0,4)$，D $(5,-1)$，

$\therefore OA=OB=4$，

$\therefore AB=\sqrt{OA^2+OB^2}=\sqrt{4^2+4^2}=4\sqrt{2}$，

$\therefore S_{\Delta OAB}=\dfrac{1}{2}OA\cdot OB=\dfrac{1}{2}AB\cdot OC$，

$\therefore 4\times 4=4\sqrt{2}OC$，

$\therefore OC=2\sqrt{2}$，

$\because O(0,0)$， D $(5,-1)$，

$\therefore OD=\sqrt{(5-0)^2+(-1-0)^2}=\sqrt{26}$，

$\therefore OC \leqslant OP < OD$，

$\therefore 2\sqrt{2} \leqslant OP < \sqrt{26}$.

【点评】本题考查一次函数的性质、反比例函数的性质等知识，解题的关键是灵活运用所学知识解决问题.

24.【分析】（1）连接 BD， OD，由切线长定理及切线的性质可得 $CD=CB$， $\angle ODC=\angle OBC=90^{\circ}$，利用"$HL$"证明 $\mathrm{Rt\Delta ODC \cong \Delta OBC}$，得出 $\angle OCD=\angle OCB$，由等腰三角形的性质得出 $OC\perp BD$，由圆周角定理得出 $AF\perp BD$，进而得出 $FA//CO$；

（2）由勾股定理求出 $CE=2\sqrt{5}$，由平行线的性质及等腰三角形的性质得出 $CO=CE$，进而得出 $OB=BE=2$， $OA=2$，即可得出 $AE=6$， $OE=4$，由平行线分线段成比例定理得出 $\dfrac{EC}{EF}=\dfrac{EO}{EA}$，即可求出 $EF=3\sqrt{5}$，继而得出 $FA=EF=3\sqrt{5}$.

【解答】（1）证明：如图 1，连接 BD， OD，

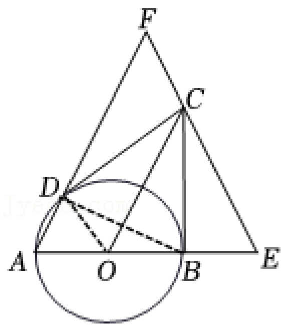


图 1

$\because CD$， CB 均为 $\odot O$ 的切线，

$\therefore CD=CB$， $\angle ODC=\angle OBC=90^{\circ}$，

在 $\mathrm{Rt\Delta ODC}$ 和 $\mathrm{Rt\Delta OBC}$ 中，

$\begin{cases} OC=OC \\ OD=OB \end{cases}$，

$\therefore \mathrm{Rt\Delta ODC \cong Rt\Delta OBC(HL)}$，

$\therefore \angle OCD=\angle OCB$，

$\because \Delta CDB$ 为等腰三角形，

$\therefore OC\perp BD$，

$\because AB$ 为直径，

$\therefore \angle ADB=90^{\circ}$，

$\therefore AF\perp BD$，

$\therefore FA//CO$；

（2）解：如图 2，

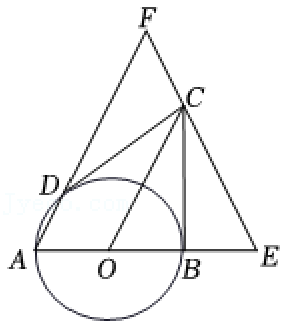


图2

$\because CD=4$，

$\therefore CB=CD=4$，

$\because \angle OBC=90^{\circ}$，

$\therefore \angle EBC=90^{\circ}$，

$\because BE=2$，

$\therefore CE=\sqrt{CB^2+BE^2}=\sqrt{4^2+2^2}=2\sqrt{5}$，

$\because FA=FE$，

$\therefore \angle A=\angle E$，

$\because FA//CO$，

$\therefore \angle A=\angle COE$，

$\therefore \angle COE=\angle E$，

$\therefore CO=CE$，

$\because CB\perp OE$，

$\therefore OB=BE=2$，

$\therefore OA=2$，

$\therefore AE=6$，$OE=4$，

$\because OC//FA$，

$\therefore \dfrac{EC}{EF}=\dfrac{EO}{EA}$，

$\therefore \dfrac{2\sqrt{5}}{EF}=\dfrac{4}{6}$，

$\therefore EF=3\sqrt{5}$，

$\therefore FA=EF=3\sqrt{5}$.

【点评】本题考查了圆周角定理，切线的性质，相似三角形的判定与性质，掌握切线长定理，切线的性质，全等三角形的判定与性质，勾股定理，等腰三角形的性质，相似三角形的判定与性质是解决问题的关键.

25.【分析】（1）计算$85\times 60\%+60\times 40\%$即可.

（2）由图可知，乙剧社学生中两项测试成绩都低于 60 分的人数为 1 人，计算占比可知满足第一个条件；乙剧社声乐成绩高于 75 分的人数明显过于低于 75 分的人数，

故满足至少有一项的平均成绩不低于 75 分，即可得出答案.

（3）观察统计图可得符合条件的学生人数．通过画树状图列出所有等可能的结果，再利用概率公式求解即可.

【解答】解：（1）这名学生的综合成绩为$85\times 60\%+60\times 40\%=75$（分）.

（2）由图可知，乙剧社学生中两项测试成绩都低于 60 分的人数为 1 人，

占比为$6.7\%<10\%$，满足第一个条件.

乙剧社声乐成绩高于 75 分的人数明显过于低于 75 分的人数，

故满足至少有一项的平均成绩不低于 75 分，

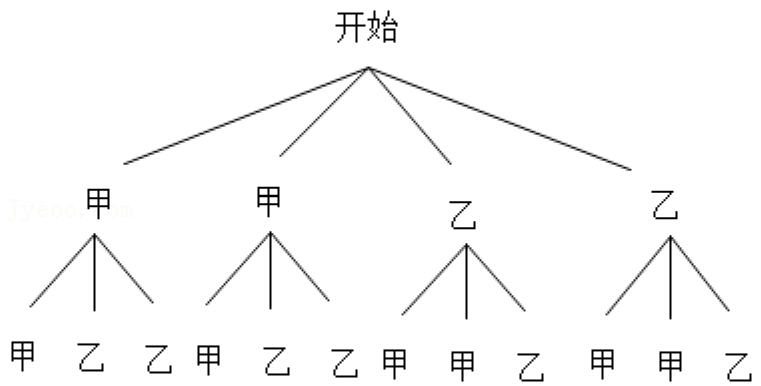
$\therefore$乙剧社符合入选参加展演的条件.

故答案为：符合.

（3）由图可知，甲、乙剧社符合条件的学生各有 2 人，

$\therefore$符合条件的学生一共有 4 人.

画树状图如下：



$\because$共有 12 种等可能的结果，其中被抽选到的这两名学生分别来自不同剧组的结果有 8 种，

$\therefore$被抽选到的这两名学生分别来自不同剧组的概率为$\dfrac{8}{12}=\dfrac{2}{3}$.

故答案为：4；$\dfrac{2}{3}$.

【点评】本题考查统计的应用、列表法与树状图法，熟练掌握列表法与树状图法是解答本题的关键.

26.【分析】（1）运用待定系数法即可求得答案；

（2）把$y=-6$代入$y=ax^2-2ax-2$，整理得：$ax^2-2ax+4=0$，根据抛物线与直线$y=-6$没有公共点，利用一元二次方程根的判别式即可求得答案；

（3）根据题意得：$y_1=at^2-2at-2$，$y_2=a(t+1)^2-2a(t+1)-2=at^2-a-2$，

$|y_2-y_1|=|(at^2-a-2)-(at^2-2at-2)|=|a(2t-1)|$，由于当$-2\leqslant t\leqslant 4$时，都有$|y_2-y_1|<\dfrac{7}{2}$，可得$\dfrac{a}{2}-\dfrac{7}{4}<at<\dfrac{a}{2}+\dfrac{7}{4}$，

当$a<0$时，$\dfrac{1}{2}+\dfrac{7}{4a}<t<\dfrac{1}{2}-\dfrac{7}{4a}$，可得$-\dfrac{1}{2}<a<0$；当$a>0$时，$\dfrac{1}{2}-\dfrac{7}{4a}<t<\dfrac{1}{2}+\dfrac{7}{4a}$，可得$0<a<\dfrac{1}{2}$.

【解答】解：（1）$\because$抛物线$y=ax^2+bx+c$经过点$(0,-2)$，$(2,-2)$，

$\therefore\begin{cases}c=-2\\4a+2b+c=-2\end{cases}$，

解得：$\begin{cases}c=-2\\b=-2a\end{cases}$，

$\therefore$抛物线解析式为$y=ax^2-2ax-2$，

$\therefore$ 抛物线对称轴为直线 $x=-\dfrac{-2a}{2a}=1$，

故 c 的值为 -2，抛物线的对称轴为直线 $x=1$；

（2）把 $y=-6$ 代入 $y=ax^2-2ax-2$，得：$ax^2-2ax-2=-6$，

整理得：$ax^2-2ax+4=0$，

$\because$ 抛物线与直线 $y=-6$ 没有公共点，

$\therefore \triangle=(-2a)^2-4a\times 4<0$，

即 $a(a-4)<0$，

$\because a\neq 0$，

$\therefore$ 当 $a<0$ 时，$a-4>0$，即 $a>4$，

此时，无解；

当 $a>0$ 时，$a-4<0$，即 $a<4$，

$\therefore 0<a<4$，

综上所述，a 的取值范围为 $0<a<4$；

（3）$\because$ 点 (t,y_1)，$(t+1,y_2)$ 在此抛物线上，

$\therefore y_1=at^2-2at-2$，$y_2=a(t+1)^2-2a(t+1)-2=at^2-a-2$，

$\therefore |y_2-y_1|=|(at^2-a-2)-(at^2-2at-2)|=|a(2t-1)|$，

$\because$ 当 $-2\leqslant t\leqslant 4$ 时，都有 $|y_2-y_1|<\dfrac{7}{2}$，

$\therefore -\dfrac{7}{2}<a(2t-1)<\dfrac{7}{2}$，

$\therefore \dfrac{a}{2}-\dfrac{7}{4}<at<\dfrac{a}{2}+\dfrac{7}{4}$，

$\because a\neq 0$，

$\therefore$ 当 $a<0$ 时，$\dfrac{1}{2}+\dfrac{7}{4a}<t<\dfrac{1}{2}-\dfrac{7}{4a}$，

$\therefore \begin{cases}\dfrac{1}{2}+\dfrac{7}{4a}<-2\\ \dfrac{1}{2}-\dfrac{7}{4a}>4\end{cases}$，

解得：$-\dfrac{1}{2}<a<0$；

当 $a>0$ 时，$\dfrac{1}{2}-\dfrac{7}{4a}<t<\dfrac{1}{2}+\dfrac{7}{4a}$，

$\therefore \begin{cases}\dfrac{1}{2}-\dfrac{7}{4a}<-2\\ \dfrac{1}{2}+\dfrac{7}{4a}>4\end{cases}$，

解得：$0<a<\dfrac{1}{2}$；

综上所述，a 的取值范围是 $-\frac{1}{2}<a<0$ 或 $0<a<\frac{1}{2}$.

【点评】本题考查二次函数的图象及性质；熟练掌握二次函数的图象及性质，能对 a 进行分类讨论，运用分类讨论思想是解题的关键.

27.【分析】（1）根据三角形内角和定理可得 AD 与 CB' 的位置关系是互相垂直，过点 A 作 $AM\perp BC$ 于点 M，根据等腰三角形性质得到 $CM=BM=\frac{1}{2}BC=\frac{1}{2}a$，利用 AAS 证明 $\Delta ACD\cong\Delta ACM$，根据全等三角形性质即可得出 $CD=CM=\frac{1}{2}a$；

（2）当点 E 与点 C 不重合时，①过点 A 作 $AM\perp BC$ 于点 M、$AN\perp CB'$ 点 N，利用 AAS 证明 $\Delta ACD\cong\Delta ACM$，根据全等三角形性质即可得到 $\angle BAC=2\angle DAE$；

②在 BC 上截取 $BF=CD$，连接 AF，利用 SAS 证明 $\Delta ABF\cong\Delta ACD$，根据全等三角形性质得到 $AF=AD$，$\angle BAF=\angle CAD$，根据角的和差得到 $\angle FAE=\angle DAE$，再利用 SAS 证明 $\Delta FAE\cong\Delta DAE$，根据全等三角形性质及线段和差即可得到 $BE=CD+DE$.

【解答】解：（1）当点 E 与点 C 重合时，$\angle DAE=\angle DAC$，

$\because\angle DAE+\angle ACD=90^\circ$，

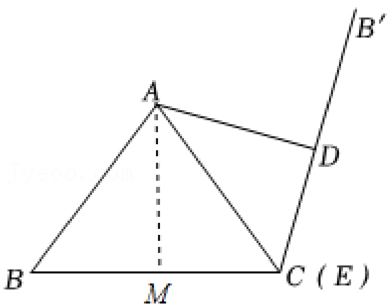
$\therefore\angle DAC+\angle ACD=90^\circ$，

$\therefore\angle ADC=90^\circ$，

$\therefore AD\perp CB'$，

即 AD 与 CB' 的位置关系是互相垂直，

若 $BC=a$，过点 A 作 $AM\perp BC$ 于点 M，如图：



则 $\angle AMC=90^\circ=\angle ADC$，

$\because AB=AC$，

$\therefore CM=BM=\frac{1}{2}BC=\frac{1}{2}a$，

在 ΔACD 与 ΔACM 中，

$$\begin{cases}\angle ADC=\angle AMC\\ \angle ACD=\angle ACM\\ AC=AC\end{cases},$$

$\therefore\Delta ACD\cong\Delta ACM(AAS)$，

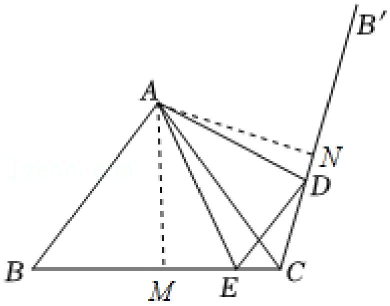
$\therefore CD=CM=\frac{1}{2}a$，

即 CD 的长为 $\frac{1}{2}a$，

故答案为：互相垂直；$\frac{1}{2}a$；

（2）①当点 E 与点 C 不重合时，用等式表示 $\angle BAC$ 与 $\angle DAE$ 之间的数量关系是：$\angle BAC=2\angle DAE$，证明如下：

过点 A 作 $AM\perp BC$ 于点 M 、 $AN\perp CB'$ 点 N，如图：



则 $\angle AMC=\angle ANC=90°$，

$\therefore \angle CAN+\angle ACB'=90°$，

$\because \angle DAE+\angle ACD=90°$，

即 $\angle DAE+\angle ACB'=90°$，

$\therefore \angle DAE=\angle CAN$，

$\because AB=AC$， $AM\perp BC$，

$\therefore \angle BAC=2\angle CAM=2\angle BAM$，

在 ΔACN 与 ΔACM 中，

$$\begin{cases}\angle ANC=\angle AMC\\ \angle ACN=\angle ACM\\ AC=AC\end{cases}，$$

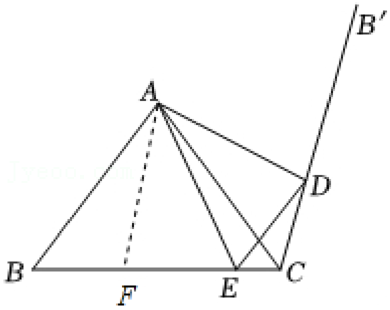
$\therefore \Delta ACN\cong\Delta ACM(AAS)$，

$\therefore \angle CAN=\angle CAM$，

$\therefore \angle BAC=2\angle CAM=2\angle CAN=2\angle DAE$；

②用等式表示线段 BE 、 CD 、 DE 之间的量关系是：$BE=CD$ 十 DE，证明如下：

在 BC 上截取 $BF=CD$，连接 AF，如图：



$\because AB=AC$，

$\therefore \angle B=\angle ACB$，

$\because \angle ACB'=\angle ACB$，

$\therefore \angle B=\angle ACB'=\angle ACD$，

在 ΔABF 和 ΔACD 中，

$$\begin{cases} AB = AC \\ \angle B = \angle ACD \\ BF = CD \end{cases},$$

$\therefore \Delta ABF \cong \Delta ACD(SAS)$，

$\therefore AF = AD$， $\angle BAF = \angle CAD$，

$\therefore \angle BAF + \angle CAE = \angle CAD + \angle CAE = \angle DAE$，

由①知： $\angle BAC = 2\angle DAE$，

即 $\angle DAE = \dfrac{1}{2}\angle BAC$，

$\therefore \angle BAF + \angle CAE = \dfrac{1}{2}\angle BAC$，

$\therefore \angle FAE = \angle BAC - (\angle BAF + \angle CAE) = \dfrac{1}{2}\angle BAC$，

$\therefore \angle FAE = \angle DAE$，

在 ΔFAE 和 ΔDAE 中，

$$\begin{cases} AF = AD \\ \angle FAE = \angle DAE \\ AE = AE \end{cases},$$

$\therefore \Delta FAE \cong \Delta DAE(SAS)$，

$\therefore FE = DE$，

$\therefore BE = FE + BF = CD + DE$.

【点评】此题是三角形综合题，考查了等腰三角形的性质、全等三角形的判定与性质、三角形内角和定理、垂直定义等知识，熟练掌握等腰三角形的性质、全等三角形的判定与性质并作出合理的辅助线是解题的关键.

28.【分析】（1）求出线段 AA' 的中点，利用待定系数法求解；

（2）如图 1 中，作 C 关于直线 l 的对称点 C'，连接 OC'， OA， OA' . 解直角三角形求出 $\angle C'OK$， $\angle AOK$，可得结论；

（3）求出两种特殊情形 b 的值，判断即可.

【解答】解：（1）$\because A(1,1)$， $B(1,-1)$，

$\therefore AB = 2$，

$\because AB$， $A'B'$ 关于直线 l 对称，

$\therefore A'B' = AB = 2$，

由题意 $k = 1$，

$\therefore y = x + b$，

$\because A$， A' 关于直线 $y = x + b$ 对称，

$\therefore$ 直线 $y = x + b$

经过 AA' 的中点 $(\dfrac{3}{2}$， $\dfrac{1}{2})$，

$\therefore \frac{1}{2}=\frac{3}{2}+b$，

$\therefore b=-1$，

故答案为：2，-1；

（2）如图 1 中，作 C 关于直线 l 的对称点 C'，连接 OC'，OA，OA'．

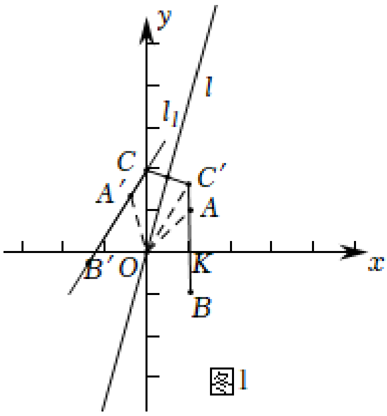


图1

由题意直线 l 的解析式为 $y=kx$，$OC=OC'=2$，

$\because AB$ 关于直线 l 的对称线段 $A'B'$ 在直线 l_1 上，

又 $\because$ 直线 l_1 经过点 C，

$\therefore$ 点 C' 在直线 AB 上，

$\because A(1,1)$，$B(1,-1)$，

$\therefore$ 点 C' 的横坐标为 1，

$\therefore C'$ 的纵坐标 $=\sqrt{2^2-1^2}=\sqrt{3}$，

$\therefore C'(1,\sqrt{3})$，

$\therefore \tan\angle C'OK=\frac{C'K}{OK}=\frac{\sqrt{3}}{1}=\sqrt{3}$，

$\therefore \angle C'OK=60^\circ$，

$\because OK=OA=1$，

$\therefore \Delta AOK$ 是等腰直角三角形，

$\therefore \angle AOK=45^\circ$，

$\therefore \angle C'OA=\angle C'OK-\angle AOK=60^\circ-45^\circ=15^\circ$，

$\because A$，B，C 关于直线 l 的对称点为 A'，B'，C'，

$\therefore \angle COA'=\angle C'OA=15^\circ$；

（3）如图 2 中，当点 B' 与 Q 重合时，则 $B'(-3,3)$，

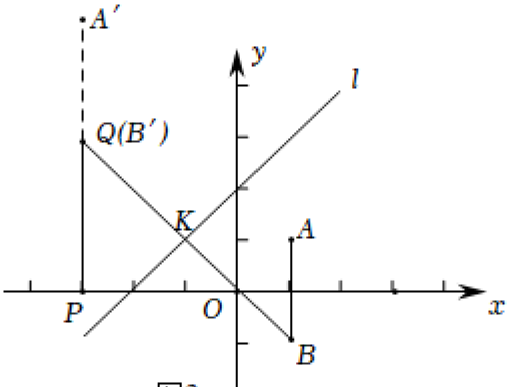


图2

设 BB' 的中点为 k，则直线 l 经过点 K，

$\because B(1,-1)$， $B'(-3,3)$，

$\therefore k(-1,1)$，

$\therefore$ 直线 BB' 的解析式为 $y=-x$，

$\because BB'\perp l$，

$\therefore$ 直线 l 使得解析式为 $y=x+b$，

把 $K(-1,1)$ 代入，可得 $b=2$，

如图 3 中，当 A' 与 P 重合时，则 $A'(-3,0)$，

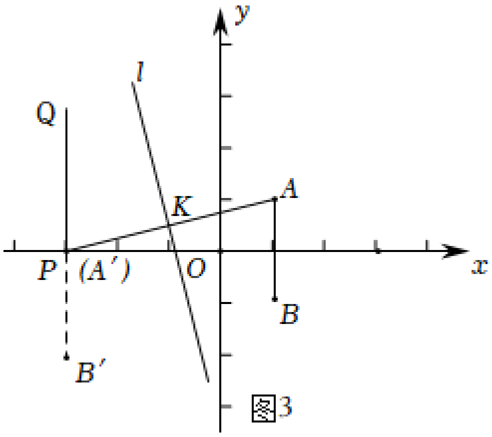


图3

设 AA' 的中点为 k，则直线 l 经过点 K，

$\because A(1,1)$， $A'(-3,0)$，

$\therefore K(-1,\dfrac{1}{2})$，

$\because$ 直线 AA' 的解析式为 $y=\dfrac{1}{4}x+\dfrac{3}{4}$，

$\because AA'\perp$ 直线 l，

$\therefore$ 直线 l 的解析式为 $y=-4x+b$，

把 $K(-1,\dfrac{1}{2})$ 代入，可得 $b=-\dfrac{7}{2}$，

$\because$ 线段 $A'B'$ 与线段 PQ 有公共点，

$\therefore b \leqslant -\frac{7}{2}$ 或 $b \geqslant 2$.

【点评】本题属于一次函数综合题，考查了一次函数的性质，线段的垂直平分线的性质，解直角三角形等知识，解题的关键是理解题意，学会利用特殊位置解决问题，属于中考压轴题.