2022 北京房山初三一模

数　　学

考生须知：

1．本试卷共 10 页，共三道大题，28 道小题，满分 100 分．考试时间 120 分钟．

2．在试卷和答题卡上认真填写学校名称、姓名和准考证号．

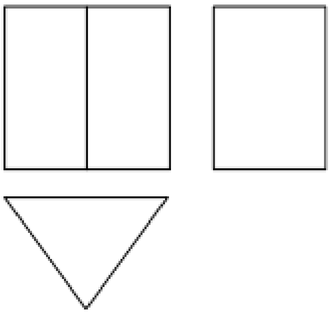
3．试题答案一律填涂或书写在答题卡上，在试卷上作答无效．

4．在答题卡上，选择题、作图题用 2B 铅笔作答，其他试题用黑色字迹签字笔作答．

5．考试结束，请将本试卷、答题卡和草稿纸一并交回．

一、选择题（共 16 分，每题 2 分）第 1-8 题均有四个选项，符合题意的选项只有一个．

1. 如图是某几何体的三视图，该几何体是（　）

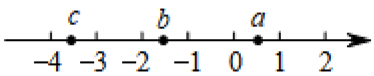


A. 三棱柱　　B. 长方体　　C. 圆锥　　D. 圆柱

2. 2021 年我国加大农村义务教育薄弱环节建设力度，提高学生营养改善计划补助标准，约 37000000 学生受益．将 37000000 用科学记数法表示应为（　）

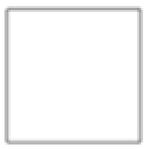
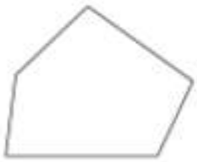
A. 0.37×10^6　　B. 3.7×10^6　　C. 3.7×10^7　　D. 37×10^6

3. 实数 a，b，c 在数轴上的对应点的位置如图所示，下列结论中正确的是（　）



A. $b-c<0$　　B. $b>-2$　　C. $a+c>0$　　D. $|b|>|c|$

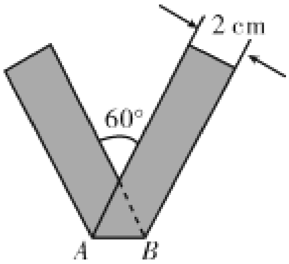
4. 下列多边形中，内角和为 720°的是（　）

A. 　　B. 　　C. 　　D. 

5. 下列图形中，既是中心对称图形也是轴对称图形的是（　）

A. 平行四边形　　B. 等腰三角形　　C. 正五边形　　D. 矩形

6. 将宽为 2 cm 的长方形纸条折叠成如图所示的形状，那么折痕 AB 的长是(　　)



A. $\frac{4\sqrt{3}}{3}$ cm　　B. $2\sqrt{2}$ cm　　C. 4cm　　D. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ cm

7. 第 24 届冬奥会将于 2022 年在北京和张家口举行，冬奥会的项目有滑雪（如跳台滑雪、高山滑雪、单板滑雪等）、滑冰（如短道速滑、速度滑冰、花样滑冰等）、冰球、冰壶等．如图，有 5 张形状、大小、质地均相同的卡片，正面分别印有高山滑雪、速度滑冰、冰球、单板滑雪、冰壶五种不同的图案，背面完全相同．现将这 5 张卡片洗匀后正面向下放在桌子上，从中随机抽取一张，抽出的卡片正面恰好是滑雪项目图案的概率是（　　）

A. $\frac{1}{5}$　　B. $\frac{2}{5}$　　C. $\frac{1}{2}$　　D. $\frac{3}{5}$

8. 某长方体木块的底面是正方形，它的高比底面边长还多 50cm，把这个长方体表面涂满油漆时，如果每平方米费用为 16 元，那么总费用与底面边长满足的函数关系是（　　）

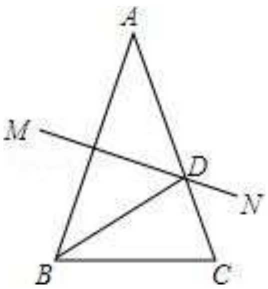
A. 正比例函数关系　　B. 一次函数关系

C. 反比例函数关系　　D. 二次函数关系

二、填空题（共 16 分，每题 2 分）

9. 若代数式 $\frac{1}{x-1}$ 有意义，则实数 x 的取值范围是__________.

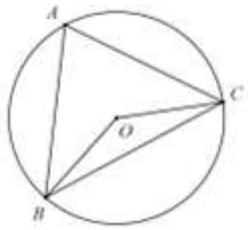
10. 如图，在△ABC 中，AB＝AC，AB 的垂直平分线 MN 交 AC 于 D 点．若 BD 平分∠ABC, 则∠A＝________________°.



11. 已知关于 x 的一元二次方程 $x^2+(2a-1)x+a^2=0$ 有两个不相等的实数根，则 a 的取值范围是_______.

12. 写出一个比 $\sqrt{11}$ 大且比 4 小的无理数_______.

13. 如图，点 A，B，C 在⊙O 上，若∠OCB=20°，则∠A 度数为_________.



14. 已知点 A(1，2)，B 在反比例函数 $y=\frac{k}{x}\left(x>0\right)$ 的图象上，若 OA=OB，则点 B 的坐标为_________.

15. 下表记录了甲、乙、丙三名射击运动员最近几次选拔赛成绩的平均数和方差：

	甲	乙	丙
平均数	9.35	9.35	9.34
方差	6.6	6.9	6.7

根据表中数据，要从中选择一名成绩好且发挥稳定的运动员参加比赛，应选择________.

16. 某市为进一步加快文明城市的建设，园林局尝试种植 A、B 两种树种．经过试种后发现，种植 A 种树苗 a 棵，种下后成活了 $\left(\frac{1}{2}a+5\right)$ 棵，种植 B 种树苗 b 棵，种下后成活了（b-2）棵．第一阶段两种树苗共种植 40 棵，且两种树苗的成活棵树相同，则种植 A 种树苗_________棵．第二阶段，该园林局又种植 A 种树苗 m 棵，B 种树苗 n 棵，若 m=2n，在第一阶段的基础上进行统计，则这两个阶段种植 A 种树苗成活棵数_________种植 B 种树苗成活棵数（填“＞”“＜”或“＝”）.

三、解答题（共 68 分，第 17-20 题，每题 5 分，第 21—22 题，每题 6 分，第 23 题 5 分，第 24 题 6 分，第 25 题 5 分，第 26 题 6 分，第 27—28 题，每题 7 分）．解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程

17. 计算：$2\cos 30°-\left(\frac{1}{2}\right)^{-2}+\left(\pi-2\right)^{0}-\sqrt{12}$.

18. 解不等式组: $\begin{cases} \text{x-2}\le 1 \\ \frac{x+1}{5}<x-1 \end{cases}$

19. 已知 $m^2+m-3=0$，求代数式 $\left(m+\frac{2m+1}{m}\right)\div\frac{m+1}{m^2}$ 的值.

20. 已知：如图，点 M 为锐角∠APB 的边 PA 上一点.

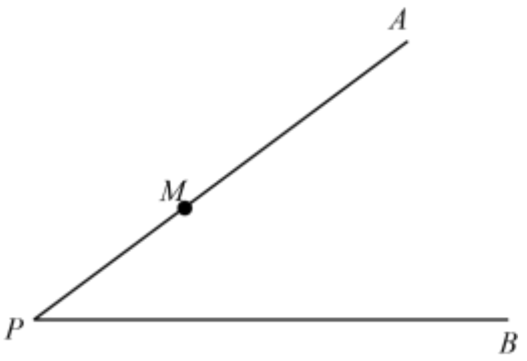
求作：∠AMD，使得点 D 在边 PB 上，且∠AMD ＝2∠P.

作法：

①以点 M 为圆心，MP 长为半径画圆，交 PA 于另一点 C，交 PB 于点 D 点；

②作射线 MD.

（1）使用直尺和圆规，依作法补全图形（保留作图痕迹）；



（2）完成下面的证明．

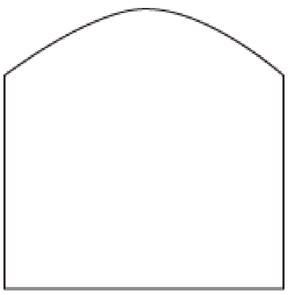
证明：∵P、C、D 都 　⊙M 上，

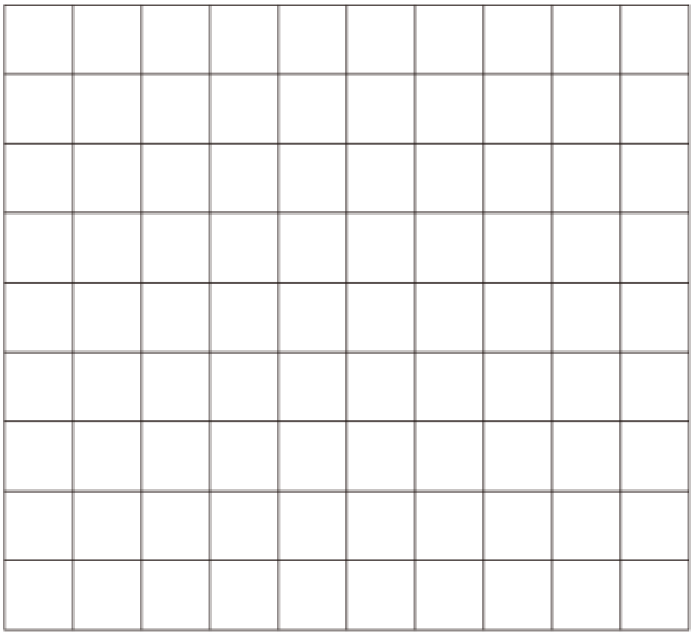
$\angle P$ 为弧 CD 所对的圆周角，$\angle CMD$ 为弧 CD 所对的圆心角，

∴$\angle P=\dfrac{1}{2}\angle CMD$（　　）（填推理依据）．

∴$\angle AMD=2\angle P$．

21. 如图，一个单向隧道　断面，隧道顶是一条抛物线的一部分，经测量，隧道顶的跨度为 4 米，最高处到地面的距离为 4 米，两侧墙高均为 3 米，距左侧墙壁 1 米和 3 米时，隧道高度均为 3.75 米．设距左侧墙壁水平距离为 x 米的地点，隧道高度为 y 米．





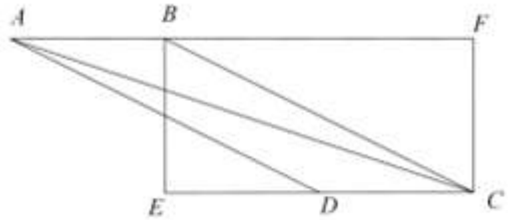
请解决以下问题：

（1）在网格中建立适当的平面直角坐标系，根据题中数据描点，并用平滑的曲线连接；

（2）请结合所画图象，写出抛物线的对称轴；

（3）今有宽为 2.4 米的卡车在隧道中间行驶，如果卡车载物后的高度为 3.2 米，要求卡车从隧道中间通过时，为保证安全，要求卡车载物后最高点到隧道顶面对应的点的距离均不小于 0.6 米，结合所画图象，试判断该卡车能否通过隧道．

22. 如图，在平行四边形 $ABCD$ 中，过点 B 作 $BE\perp CD$ 交 CD 的延长线于点 E，过点 C 作 $CF\parallel EB$ 交 AB 的延长线于点 F．



（1）求证：四边形 $BFCE$ 是矩形；

（2）连接 AC，若 $AB=BE=2$，$\tan\angle FBC=\dfrac{1}{2}$，求 AC 长

23. 如图 1，一次函数 $y=kx+4k$（$k\neq0$）的图象与 x 轴交于点 A，与 y 轴交于点 B，且经过点 C（2，m）．

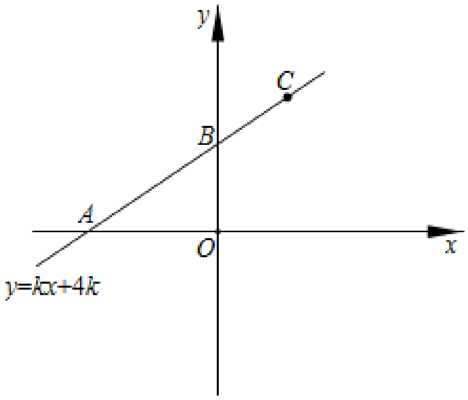


图1

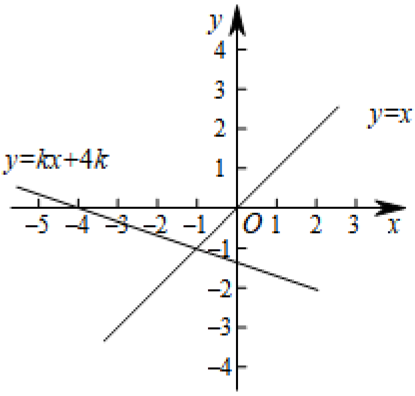
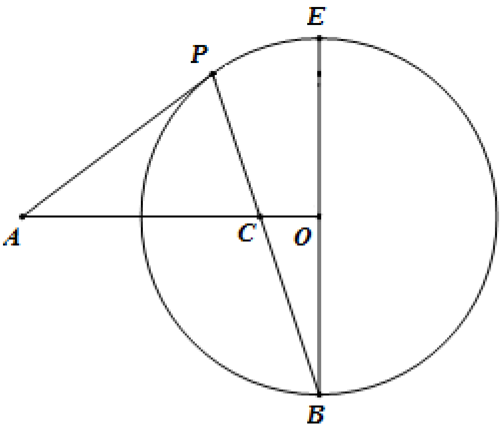


图2

（1）当 $m=\dfrac{9}{2}$ 时，求一次函数的解析式并求出点 A 的坐标；

（2）当 $x>-1$ 时，对于 x 的每一个值，函数 $y=x$ 的值大于一次函数 $y=kx+4k$（$k\neq0$）的值，求 k 的取值范围．

24. 如图，BE 是⊙O 直径，点 A 是⊙O 外一点：$OA\perp OB$，AP 切⊙O 于点 P，连接 BP 交 AO 于点 C．

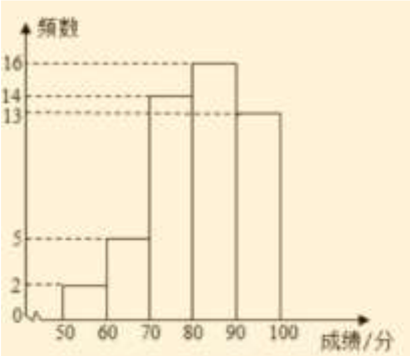


（1）求证：$\angle PAO=2\angle PBO$；

（2）若⊙O 半径为 5，$\tan\angle PAO=\dfrac{3}{4}$，求 BP 的长．

25. 为庆祝中国共产党建党 100 周年，讴歌中华民族实现伟大复兴的奋斗历程，继承革命先烈的优良传统，某中学开展了建党 100 周年知识测试．该校七、八年级各有 300 名学生参加，从中各随机抽取了 50 名学生的成绩（百分制），并对数据（成绩）进行整理，描述和分析，下面给出了部分信息：

a．八年级的频数分布直方图如下（数据分为 5 组：$50\le x<60$，$60\le x<70$，$70\le x<80$，$80\le x<90$，$90\le x\le100$）；



b．八年级学生成绩在 $80 \le x < 90$ 的这一组是：

80 81 82 83 83 83.5 83.5 84 84 85 86 86.5 87 88 89 89

c．七、八年级学生成绩的平均数、中位数、众数如下：

年级	平均数	中位数	众数
七年级	87.2	85	91
八年级	85.3	m	90

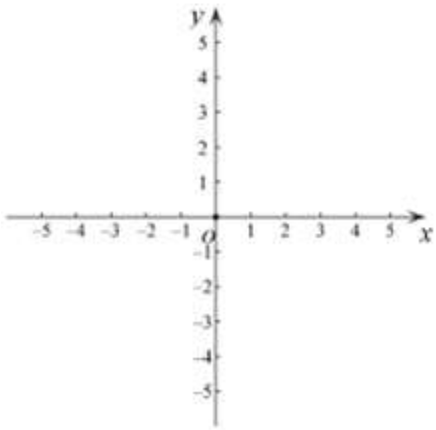
根据以上信息，回答下列问题：

（1）表中 m 的值为________________________；

（2）在随机抽样的学生中，建党知识成绩为 84 分的学生，在____________年级抽样学生中排名更靠前，理由是________________________；

（3）若成绩 85 分及以上为“优秀”，请估计八年级达到“优秀”的人数．

26. 已知二次函数 $y=x^2+bx+c$（b，c 为常数）的图象经过点 A（1，0）与点 C（0，-3），其顶点为 P．



（1）求二次函数的解析式及 P 点坐标；

（2）当 $m \le x \le m+1$ 时，y 的取值范围是 $-4 \le y \le 2m$，求 m 的值．

27. 已知：等边△ABC，过点 B 作 AC　平行线 l．点 P 为射线 AB 上一个动点（不与点 A，B 重合），将射线 PC 绕点 P 顺时针旋转 60°交直线 l 于点 D．

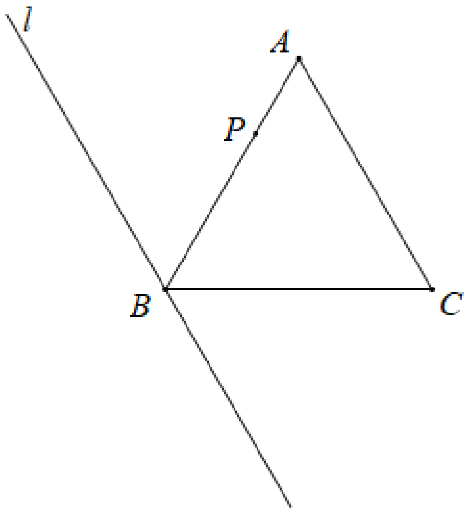
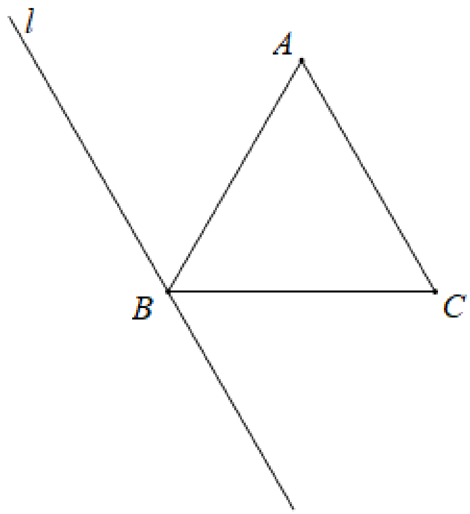


图1



备用图

（1）如图 1，点 P 在线段 AB 上时，依题意补全图形；

①求证：$\angle BDP=\angle PCB$；

②用等式表示线段 BC，BD，BP 之间的数里关系，并证明；

（2）点 P 在线段 AB 的延长线上，直接写出线段 BC，BD，BP 之间的数量关系．

28. 如图 1，⊙I 与直线 a 相离，过圆心 I 作直线 a 的垂线，垂足为 H，且交⊙I 于 P，Q 两点（Q 在 P，H 之间）．我们把点 P 称为⊙I 关于直线 a 的"远点"，把 $PQ\cdot PH$ 的值称为⊙I 关于直线 a 的"特征数"．

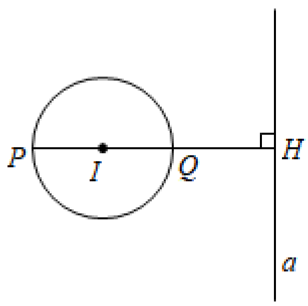


图1

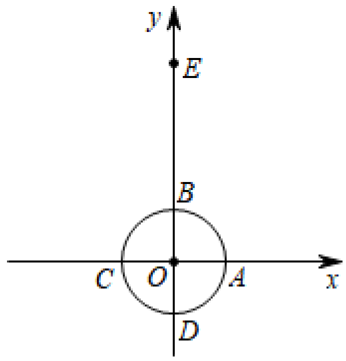


图2

（1）如图 2，在平面直角坐标系 xOy 中，点 E 的坐标为（0，4），半径为 1 的⊙O 与两坐标轴交于点 A，B，C，D．

①过点 E 作垂直于 y 轴的直线 m，则⊙O 关于直线 m 的"远点"是点________________（填"A"，"B"，"C"或"D"），⊙O 关于直线 m 的"特征数"为____________；

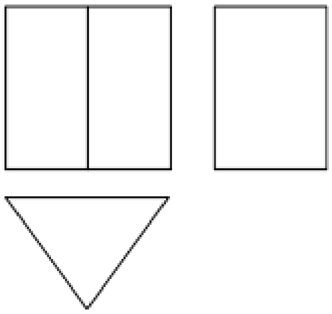
②若直线 n 的函数表达式为 $y=\sqrt{3}x+4$，求⊙O 关于直线 n 的"特征数"；

（2）在平面直角坐标系 xOy、中，直线 l 经过点 M（1，4），点 F 是坐标平面内一点，以 F 为圆心，$\sqrt{3}$ 为半径作⊙F．若⊙F 与直线 l 相离，点 N（–1，0）是⊙F 关于直线 l 的"远点"，且⊙F 关于直线 l 的"特征数"是 $6\sqrt{6}$，直接写出直线 l 的函数解析式．

参考答案

一、选择题（共 16 分，每题 2 分）第 1-8 题均有四个选项，符合题意的选项只有一个．

1. 如图是某几何体的三视图，该几何体是（　）



A. 三棱柱　　B. 长方体　　C. 圆锥　　D. 圆柱

【答案】A

【解析】

【分析】由三视图想象几何体的形状，首先，应分别根据主视图、俯视图和左视图想象几何体的前面、上面和左侧面的形状，然后综合起来考虑整体形状．

【详解】解：根据主视图和左视图为矩形判断出是柱体，根据俯视图是三角形可判断出这个几何体应该是三棱柱．

故选：A．

【点睛】此题考查了由三视图判断几何体，解题的关键是熟记一些简单的几何体的三视图．

2. 2021 年我国加大农村义务教育薄弱环节建设力度，提高学生营养改善计划补助标准，约 37000000 学生受益．将 37000000 用科学记数法表示应为（　）

A. 0.37×10^6　　B. 3.7×10^6　　C. 3.7×10^7　　D. 37×10^6

【答案】C

【解析】

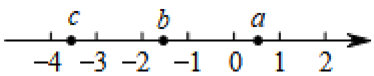
【分析】科学记数法的表示形式为$a\times10^n$的形式，其中$1\leqslant|a|<10$，n为整数．确定n的值时，要看把原数变成a时，小数点移动了多少位，n的绝对值与小数点移动的位数相同．当原数绝对值$\geqslant10$时，n是正数；当原数的绝对值<1时，n是负数．

【详解】解：$37000000=3.7\times10^7$．

故选：C．

【点睛】此题考查科学记数法的表示方法．科学记数法的表示形式为$a\times10^n$的形式，其中$1\leqslant|a|<10$，n为整数，解题的关键是正确确定a的值以及n的值．

3. 实数 a，b，c 在数轴上的对应点的位置如图所示，下列结论中正确的是（　）



A. $b-c<0$　　B. $b>-2$　　C. $a+c>0$　　D. $|b|>|c|$

【答案】B

【解析】

【分析】由图得$c<-2<b<0<a$，利用有理数的加减运算法则及绝对值的意义即可完成.

【详解】由图知：$c<-2<b<0<a$，

则$b-c>0$，则 A 错误，不符合题意；

$b>-2$，则 B 正确，符合题意；

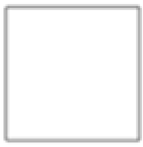
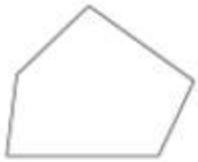
$a+c<0$，则 C 错误，不符合题意；

$|b|<|c|$，则 D 错误，不符合题意；

故选：B.

【点睛】本题考查了数轴上有理数大小的比较，有理数的加减法则，绝对值的意义，数形结合是本题的关键.

4. 下列多边形中，内角和为 720°的是（　）

A. 　B. 　C. 　D. 

【答案】D

【解析】

【分析】利用 n 边形内角和公式为$(n-2)\times180°$，构造方程确定 n 即可.

【详解】∵n 边形内角和公式为$(n-2)\times180°$，

∴$(n-2)\times180°=720°$，

解得 $n=6$，

故选 D.

【点睛】本题考查了多边形的内角和公式，熟练掌握公式，准确解方程，准确识图是解题的关键.

5. 下列图形中，既是中心对称图形也是轴对称图形的是（　）

A. 平行四边形　B. 等腰三角形　C. 正五边形　D. 矩形

【答案】D

【解析】

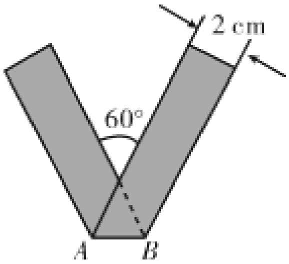
【分析】一个图形绕着某固定点旋转 180 度后能够与原来的图形重合，则称这个图形是中心对称图形，这个固定点叫做对称中心；如果一个图形沿着某条直线对折后，直线两旁的部分能够重合，则称这个图形是轴对称图形，这条直线叫做对称轴；根据这两个概念判断即可.

【详解】四个选项中是中心对称图形的是：平行四边形和矩形；四个选项中是轴对称图形的是：等腰三角形、正五边形及矩形，所以满足题意的是矩形；

故选：D.

【点睛】本题考查了中心对称图形与轴对称图形的识别，掌握两者的概念并知道一些常见中心对称图形和轴对称图形是关键.

6. 将宽为 2 cm 的长方形纸条折叠成如图所示的形状，那么折痕 AB 的长是(　　)



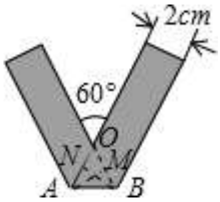
A. $\dfrac{4\sqrt{3}}{3}$ cm　　　　B. $2\sqrt{2}$ cm　　　　C. 4cm　　　　D. $\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$ cm

【答案】A

【解析】

【分析】由图中条件可知纸片重叠部分的三角形 ABO 是等边三角形，此三角形的高是 AM=2，求边长，利用锐角三角函数可求.

【详解】解：如图，



作 AM⊥OB，BN⊥OA，垂足为 M、N，

∵长方形纸条的宽为 2cm，

∴AM=BN=2cm，

∴OB=OA，

∵∠AOB=60°，

∴△AOB 是等边三角形，

Rt△ABN 中，AB=$\dfrac{BN}{\sin 60^\circ}=\dfrac{2}{\frac{\sqrt{3}}{2}}=\dfrac{4\sqrt{3}}{3}$cm.

故选 A.

【点睛】本题考查了折叠的性质，等边三角形的判定及解直角三角形的运用．关键是由已知推出等边三角形 ABO，有一定难度.

7. 第 24 届冬奥会将于 2022 年在北京和张家口举行，冬奥会　项目有滑雪（如跳台滑雪、高山滑雪、单板滑雪等）、滑冰（如短道速滑、速度滑冰、花样滑冰等）、冰球、冰壶等．如图，有 5 张形状、大小、质地均相同的卡片，正面分别印有高山滑雪、速度滑冰、冰球、单板滑雪、冰壶五种不同的图案，背面完全相同．现将这 5 张卡片洗匀后正面向下放在桌子上，从中随机抽取一张，抽出的卡片正面恰好是滑雪项目图案的概率是（　　）

A. $\dfrac{1}{5}$　　　　B. $\dfrac{2}{5}$　　　　C. $\dfrac{1}{2}$　　　　D. $\dfrac{3}{5}$

【答案】B

【解析】

【分析】先找出滑雪项目图案的张数，结合 5 张形状、大小、质地均相同的卡片，再根据概率公式即可求解.

【详解】∵有 5 张形状、大小、质地均相同的卡片，滑雪项目图案的有高山滑雪和单板滑雪 2 张，

∴从中随机抽取一张，抽出的卡片正面恰好是滑雪项目图案的概率是 $\frac{2}{5}$.

故选 B.

【点睛】本题考查了简单事件的概率．用到的知识点为：概率=所求情况数与总情况数之比.

8. 某长方体木块的底面是正方形，它的高比底面边长还多 50cm，把这个长方体表面涂满油漆时，如果每平方米费用为 16 元，那么总费用与底面边长满足的函数关系是（　）

A. 正比例函数关系　　　　B. 一次函数关系

C. 反比例函数关系　　　　D. 二次函数关系

【答案】D

【解析】

【分析】设底面边长为 $x$cm，则正方体的高为(x+50)cm，设总费用为 y 元，则可表示出 y 与 x 的函数关系，根据关系式即可作出选择.

【详解】设底面边长为 $x$cm，则正方体的高为(x+50)cm，设总费用为 y 元，

由题意得：$y=16[2x^2+4x(x+50)]=96x^2+3200x$，

这是关于一个二次函数.

故选：D.

【点睛】本题考查了列函数关系并判断函数形式，关键是根据题意列出函数关系式.

二、填空题（共 16 分，每题 2 分）

9. 若代数式 $\frac{1}{x-1}$ 有意义，则实数 x 的取值范围是__________.

【答案】$x\neq1$

【解析】

【分析】根据分式有意义的条件即可求得.

【详解】解：∵代数式 $\frac{1}{x-1}$ 有意义，

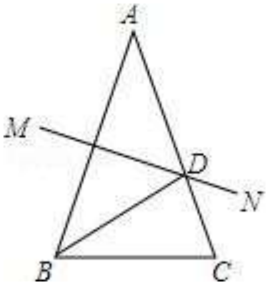
∴ $x-1\neq0$，

解得 $x\neq1$，

故答案为：$x\neq1$.

【点睛】本题考查了分式有意义的条件，熟练掌握和运用分式有意义的条件是解决本题的关键.

10. 如图，在△ABC 中，AB＝AC，AB 的垂直平分线 MN 交 AC 于 D 点．若 BD 平分∠ABC, 则∠A＝________________°.



【答案】36．

【解析】

【详解】试题分析：∵$AB=AC$，

∴$\angle C=\angle ABC$，

∵AB　垂直平分线 MN 交 AC 于 D 点．

∴$\angle A=\angle ABD$，

∵BD 平分$\angle ABC$，

∴$\angle ABD=\angle DBC$，

∴$\angle C=2\angle A=\angle ABC$，

设$\angle A$ 为 x，

可得：$x+x+x+2x=180°$，

解得：$x=36°$，

故答案为 36．

点睛：此题考查了线段垂直平分线的性质以及等腰三角形的性质．根据垂直平分线的性质和等腰三角形的性质得出角相等，然后在一个三角形中利用内角和定理列方程即可得出答案．

11. 已知关于 x 的一元二次方程 $x^2+\left(2a-1\right)x+a^2=0$ 有两个不相等的实数根，则 a 的取值范围是_______．

【答案】$a<\frac{1}{4}$

【解析】

【分析】由方程有两个不相等的实数根，得到根的判别式大于 0，求出 a 的范围即可．

【详解】解：∵关于 x 的一元二次方程 $x^2+\left(2a-1\right)x+a^2=0$ 有两个不相等的实数根，

∴$\left(2a-1\right)^2-4a^2>0$，

整理得：$4a^2-4a+1-4a^2>0$，

解得：$a<\frac{1}{4}$．

故答案为：$a<\frac{1}{4}$．

【点睛】本题考查了根的判别式，以及一元二次方程的定义，熟练掌握根的判别式的意义是解题的关键．

12. 写出一个比 $\sqrt{11}$ 大且比 4 小的无理数_______．

【答案】$\sqrt{13}$（答案不唯一）

【解析】

【分析】根据实数的大小比较即可求出答案.

【详解】解：∵11＜13＜16，

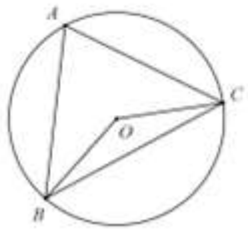
∴ $\sqrt{11}<\sqrt{13}<4$

∴比 $\sqrt{11}$ 大且比 4 小的无理数为 $\sqrt{13}$ ，

故答案为： $\sqrt{13}$.

【点睛】本题考查实数比较大小，解题的关键是熟练运用实数比较大小的法则，本题属于基础题型.

13. 如图，点 A，B，C 在⊙O 上，若∠OCB=20°，则∠A 度数为_________.



【答案】70°

【解析】

【分析】由 OB＝OC，∠OCB＝20°，根据等边对等角与三角形内角和定理，即可求得∠BOC 的度数，又由在同圆或等圆中，同弧或等弧所对的圆周角等于这条弧所对的圆心角的一半，求得∠A 的度数.

【详解】解：∵OB＝OC，∠OCB＝20°，

∴∠OBC＝∠OCB＝20°，

∴∠BOC＝180°—∠OBC—∠OCB＝180°－20°－20°＝140°，

∴∠A＝ $\frac{1}{2}$ ∠BOC＝70°

故答案为：70°

【点睛】此题考查了圆周角定理与等腰三角形的性质．此题比较简单，注意掌握在同圆或等圆中，同弧或等弧所对的圆周角等于这条弧所对的圆心角的一半定理的应用.

14. 已知点 A(1，2)，B 在反比例函数 $y=\frac{k}{x}(x>0)$ 的图象上，若 OA=OB，则点 B 的坐标为_________.

【答案】（2，1）

【解析】

【分析】根据点 A，B 关于 y=x（y-x=0）的对称，求解即可

【详解】解：∵点 A(1，2)，B 在反比例函数 $y=\frac{k}{x}(x>0)$ 的图象上，OA=OB，

∴点 A，B 关于直线 y=x（y-x=0）的对称，

设点（1，2）关于直线 y=x（y-x=0）的对称点设为（a，b）

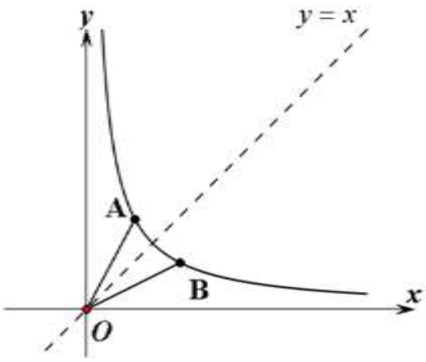
由两点中点在直线 y=x 上及过两点的直线垂直直线 y=x（斜率之积为-1）

可以得到：$\begin{cases}\dfrac{1+a}{2}=\dfrac{2+b}{2}\\(b-2)(a-1)=-1\end{cases}$，

解得：a=2，b=1，

∴点 B 的坐标为（2,1）

故答案为：（2，1）



【点睛】本题考查了反比例函数图象上点的坐标特征，利用已知条件得出：点 A，B 关于直线 $y=x$（$y-x=0$）的对称是解题的关键．

15. 下表记录了甲、乙、丙三名射击运动员最近几次选拔赛成绩的平均数和方差：

	甲	乙	丙
平均数	9.35	9.35	9.34
方差	6.6	6.9	6.7

根据表中数据，要从中选择一名成绩好且发挥稳定的运动员参加比赛，应选择________．

【答案】甲

【解析】

【分析】首先比较平均数，平均数相同时选择方差较小　参加比赛．

【详解】解：∵甲和乙的平均数相同且大于丙的平均数，

∴从甲和乙中选择一人参加竞赛，

∵甲的方差较小，

∴选择甲参加比赛，

故答案为：甲．

【点睛】此题考查了平均数和方差，方差是用来衡量一组数据波动大小的量，方差越大，表明这组数据偏离平均数越大，即波动越大，数据越不稳定；反之，方差越小，表明这组数据分布比较集中，各数据偏离平均数越小，即波动越小，数据越稳定．

16. 某市为进一步加快文明城市的建设，园林局尝试种植 A、B 两种树种．经过试种后发现，种植 A 种树苗 a 棵，种下后成活了$\left(\dfrac{1}{2}a+5\right)$棵，种植 B 种树苗 b 棵，种下后成活了（b-2）棵．第一阶段两种树苗共种植 40 棵，且两种树苗的成活棵树相同，则种植 A 种树苗_________棵．第二阶段，该园林局又种植 A 种树苗 m 棵，B 种树苗 n 棵，若

m=2n，在第一阶段的基础上进行统计，则这两个阶段种植 A 种树苗成活棵数_________种植 B 种树苗成活棵数（填“＞”“＜”或“＝”）．

【答案】 ①. 22 ②. >

【解析】

【详解】解：第一阶段，依题意得：$\begin{cases}\frac{1}{2}a+5=b-2\\ a+b=40\end{cases}$，

解得：$\begin{cases}a=22\\ b=18\end{cases}$，

则种植 A 种树苗 22 棵；

第二阶段，∵种植 A 种树苗 m 棵，B 种树苗 n 棵，若 m=2n，

∴A 种树苗成活了 $\frac{1}{2}m+5=$ n+5(棵)，

B 种树苗成活了 n-2(棵)，

∴这两个阶段 A 种树苗共成活了 $\frac{1}{2}$×22+5+ n+5= n+21(棵)，

B 种树苗共成活了 18-2+ n-2= n+14(棵)，

∵n+21> n+14，

∴这两个阶段 A 种树苗共成活棵数>B 种树苗共成活棵数，

故答案为：>.

【点睛】本题考查了二元一次方程组的应用，列代数式，整式的加减运算，找准等量关系，正确列出二元一次方程组是解题的关键.

三、解答题（共 68 分，第 17-20 题，每题 5 分，第 21—22 题，每题 6 分，第 23 题 5 分，第 24 题 6 分，第 25 题 5 分，第 26 题 6 分，第 27—28 题，每题 7 分）．解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程

17. 计算：$2\cos30°-\left(\frac{1}{2}\right)^{-2}+\left(\pi-2\right)^{0}-\sqrt{12}$.

【答案】$-\sqrt{3}-3$

【解析】

【分析】根据特殊三角函数值、负整数指数幂、零指数幂的法则、二次根式的化简进行计算即可.

【详解】解：$2\cos30°-\left(\frac{1}{2}\right)^{-2}+\left(\pi-2\right)^{0}-\sqrt{12}$

$=2\times\frac{\sqrt{3}}{2}-4+1-2\sqrt{3}$

$=\sqrt{3}-4+1-2\sqrt{3}$

$=-\sqrt{3}-3$

【点睛】本题考查了特殊三角函数值、负整数指数幂、零指数幂的法则、二次根式的运算等知识，熟练掌握运算法则是解题的关键.

18. 解不等式组: $\begin{cases} x\text{-}2 \le 1 \\ \dfrac{x+1}{5} < x-1 \end{cases}$

【答案】$\dfrac{3}{2} < x \le 3$

【解析】

【分析】先求得每个不等式的解集，后根据口诀确定不等式组的解集.

【详解】解：$\begin{cases} x\text{-}2 \le 1① \\ \dfrac{x+1}{5} < x-1② \end{cases}$

由①得：$x \leqslant 3$，

由②得：$x > \dfrac{3}{2}$，

∴不等式组的解集为$\dfrac{3}{2} < x \leqslant 3$.

【点睛】本题考查了一元一次不等式组的解法，熟练掌握解不等式组的基本步骤是解题的关键.

19. 已知$m^2+m-3=0$，求代数式$\left(m+\dfrac{2m+1}{m}\right)\div\dfrac{m+1}{m^2}$的值.

【答案】3

【解析】

【分析】先对分式通分、因式分解、化简，化成最简分式，后变形已知条件，整体代入求值.

【详解】解：

$\left(m+\dfrac{2m+1}{m}\right)\div\dfrac{m+1}{m^2}$

$=\dfrac{m^2+2m+1}{m}\times\dfrac{m^2}{m+1}$

$=\dfrac{\left(m+1\right)^2}{m}\times\dfrac{m^2}{m+1}$

$=m\left(m+1\right)$

$=m^2+m$，

$\because m^2+m-3=0$，

$\therefore m^2+m=3$，

∴原式=3

∴代数式的值为3.

【点睛】本题考查了分式的化简求值，运用完全平方公式，通分，约分等技巧化简是解题的关键，整体代入求值是解题的灵魂.

20. 已知：如图，点 M 为锐角$\angle APB$ 的边 PA 上一点.

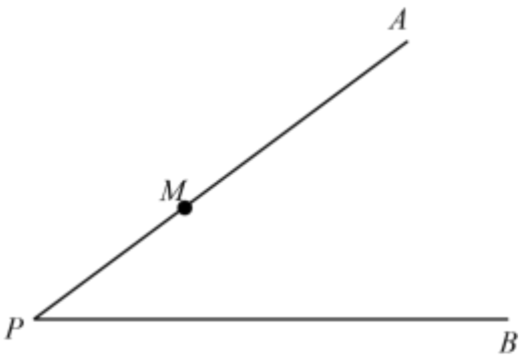
求作：$\angle AMD$，使得点 D 在边 PB 上，且$\angle AMD=2\angle P$.

作法：

①以点 M 为圆心，MP 长为半径画圆，交 PA 于另一点 C，交 PB 于点 D 点；

②作射线 MD.

（1）使用直尺和圆规，依作法补全图形（保留作图痕迹）；



（2）完成下面的证明.

证明：∵P、C、D 都在⊙M 上，

$\angle P$ 为弧 CD 所对的圆周角，$\angle CMD$ 为弧 CD 所对的圆心角，

∴$\angle P=\dfrac{1}{2}\angle CMD$（　）（填推理依据）.

∴$\angle AMD=2\angle P$.

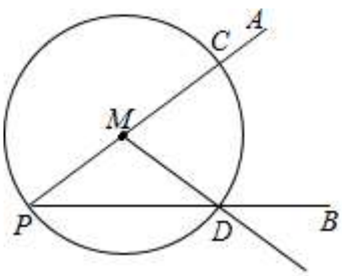
【答案】（1）见详解；（2）在同圆或等圆中，同弧所对的圆周角等于这条弧所对的圆心角的一半.

【解析】

【分析】（1）由题意根据题干中要求的作法进行作图即可补全图形；

（2）由题意根据在同圆或等圆中，同弧所对的圆周角等于这条弧所对的圆心角的一半即可完成证明.

【详解】解：（1）如图，即为补全的图形，



（2）证明：∵P、C、D 都在⊙M 上，

$\angle P$ 为弧 CD 所对的圆周角，$\angle CMD$ 为弧 CD 所对的圆心角，

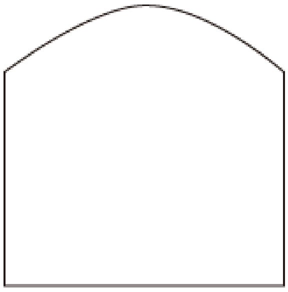
∴$\angle P=\dfrac{1}{2}\angle CMD$（在同圆或等圆中，同弧所对的圆周角等于这条弧所对的圆心角的一半），

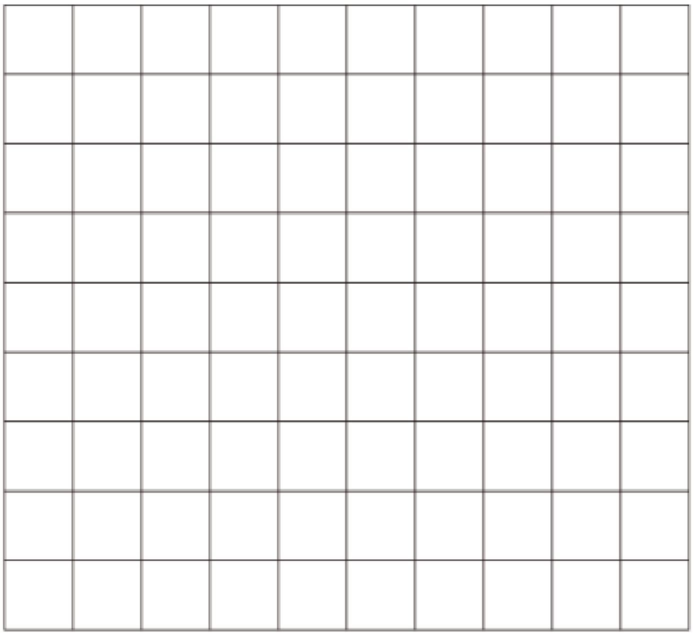
∴$\angle AMD=2\angle P$.

故答案为：在同圆或等圆中，同弧所对的圆周角等于这条弧所对的圆心角的一半.

【点睛】本题考查了作图-复杂作图，圆心角、弧、弦的关系，圆周角定理，解决本题的关键是掌握圆周角定理.

21. 如图，一个单向隧道的断面，隧道顶是一条抛物线的一部分，经测量，隧道顶的跨度为 4 米，最高处到地面的距离为 4 米，两侧墙高均为 3 米，距左侧墙壁 1 米和 3 米时，隧道高度均为 3.75 米．设距左侧墙壁水平距离为 x 米的地点，隧道高度为 y 米．





请解决以下问题：

（1）在网格中建立适当的平面直角坐标系，根据题中数据描点，并用平滑的曲线连接；

（2）请结合所画图象，写出抛物线的对称轴；

（3）今有宽为 2.4 米的卡车在隧道中间行驶，如果卡车载物后的高度为 3.2 米，要求卡车从隧道中间通过时，为保证安全，要求卡车载物后最高点到隧道顶面对应的点的距离均不小于 0.6 米，结合所画图象，试判断该卡车能否通过隧道．

【答案】（1）见解析　（2）直线 $x=2$

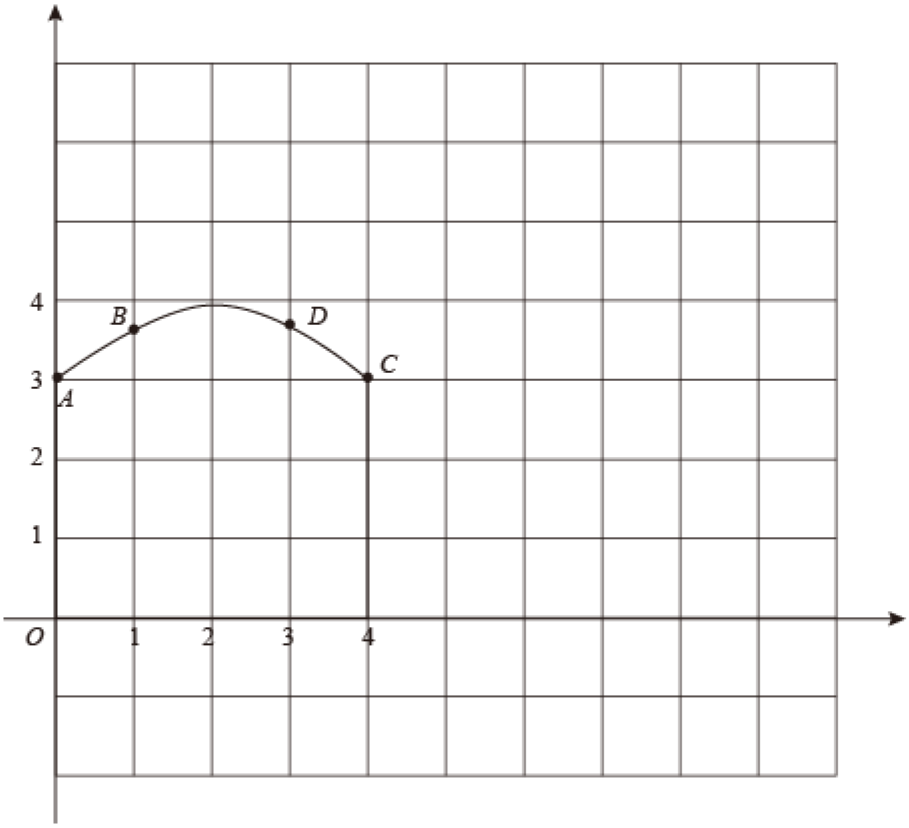
（3）不能通过隧道

【解析】

【分析】（1）由题意描出点 $A(0,3)$、$B(1,3.75)$、$C(4,3)$及点 $D(3,3.75)$，用光滑的曲线连接起来即可得到所画的曲线；

（2）

【小问 1 详解】



【小问 2 详解】

由图象知，抛物线的对称轴为直线 x=2

【小问 3 详解】

设抛物线的解析式为 $y=ax^2+bx+c$

把 A、B、C 三点的坐标代入得：$\begin{cases} c=3 \\ a+b+c=3.75 \\ 16a+4b+c=3 \end{cases}$

解得：$\begin{cases} a=-\dfrac{1}{4} \\ b=1 \\ c=3 \end{cases}$

故函数解析式为 $y=-\dfrac{1}{4}x^2+x+3$

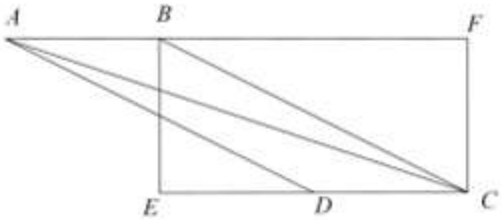
当 $x=2-\dfrac{1}{2}\times 2.4=0.8$ 时，$y=-\dfrac{1}{4}\times 0.8^2+0.8+3=3.64$

∵3.64−3.2=0.44<0.6

∴卡车不能通过隧道

【点睛】本题是二次函数的实际应用问题，考查了建立适当坐标系画二次函数的图象，求二次函数图象的对称轴、解析式及函数值等知识，能够根据实际问题转化为数学问题并解答.

22. 如图，在平行四边形 $ABCD$ 中，过点 B 作 $BE\perp CD$ 交 CD 的延长线于点 E，过点 C 作 $CF\parallel EB$ 交 AB 的延长线于点 F.



（1）求证：四边形 *BFCE* 是矩形；

（2）连接 *AC*，若 *AB*=*BE*=2，$\tan\angle FBC=\frac{1}{2}$，求 *AC* 的长

【答案】（1）见解析　（2）$2\sqrt{10}$

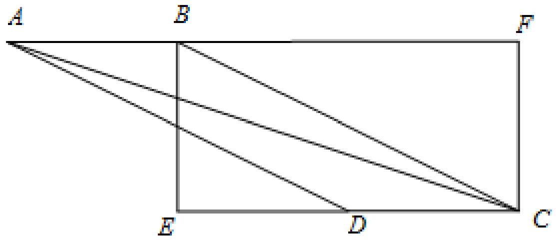
【解析】

【分析】（1）先证明四边形 *BFCE* 是平行四边形，再根据 $\angle E=90°$ 即可求证；

（2）利用矩形的性质得到 $CF=BE=2$，根据 $\tan\angle FBC=\frac{1}{2}$ 得到 $BF=4$，根据勾股定理求解即可.

【小问 1 详解】

证明：



∵四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

∴ $AB\parallel CD$，

∵ $CF\parallel EB$，

∴四边形 $BFCE$ 是平行四边形

∵ $BE\perp CD$

∴ $\angle E=90°$

∴四边形 $BFCE$ 是矩形.

【小问 2 详解】

解：∵四边形 $BFCE$ 是矩形

∴ $\angle F=90°$，$CF=EB$，

∵ $AB=BE=2$，

∴ $CF=2$，

∵ $\tan\angle FBC=\frac{1}{2}$，

∴ $BF=4$，

∴ $AF=6$，

在 $\mathrm{Rt}\triangle AFC$ 中，$\angle F=90°$，$AC=\sqrt{AF^2+CF^2}=2\sqrt{10}$.

【点睛】此题考查了平行四边形的性质，矩形的判定与性质，勾股定理以及三角函数的定义，解题的关键是熟练掌握相关基础知识.

23. 如图 1，一次函数 $y=kx+4k$（$k\neq0$）的图象与 x 轴交于点 A，与 y 轴交于点 B，且经过点 C（2，m）.

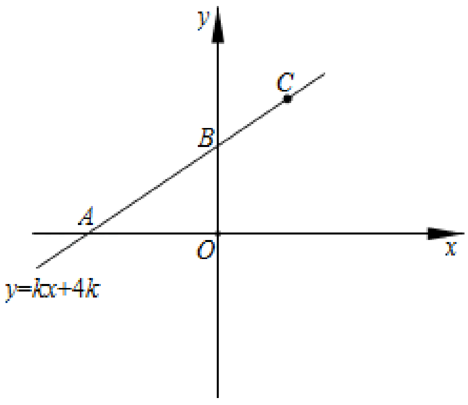


图1

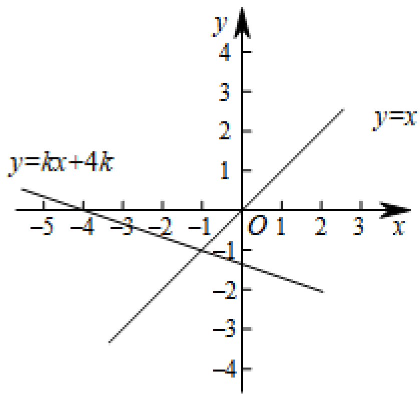


图2

（1）当 $m=\dfrac{9}{2}$ 时，求一次函数的解析式并求出点 A 的坐标；

（2）当 $x>-1$ 时，对于 x 的每一个值，函数 $y=x$ 的值大于一次函数 $y=kx+4k$（$k\neq0$）的值，求 k 的取值范围.

【答案】（1）一次函数表达式为 $y=\dfrac{3}{4}x+3$，点 A 的坐标为（－4，0）

（2）$k\le-\dfrac{1}{3}$

【解析】

【分析】（1）当 $m=\dfrac{9}{2}$ 时，把点 C 的坐标代入 $y=kx+4k$（$k\neq0$），即可求得 k 的值，得到一次函数表达式，再求出点 A 的坐标即可；

（2）根据图像得到不等式，解不等式即可.

【小问 1 详解】

解：∵ $m=\dfrac{9}{2}$，

∴将点 $C(2,\dfrac{9}{2})$ 代入 $y=kx+4k$，

解得 $k=\dfrac{3}{4}$；

∴一次函数表达式为 $y=\dfrac{3}{4}x+3$，

当 $y=0$ 时，$\dfrac{3}{4}x+3=0$，

解得 $x=-4$

∵一次函数 $y=\dfrac{3}{4}x+3$ 的图象与 x 轴交于点 A，

∴点 A 的坐标为（－4，0）.

【小问2详解】

解：∵当x＞-1时，对于x的每一个值，函数$y=x$的值大于一次函数$y=kx+4k$（$k\neq 0$）的值，结合函数图象可知，

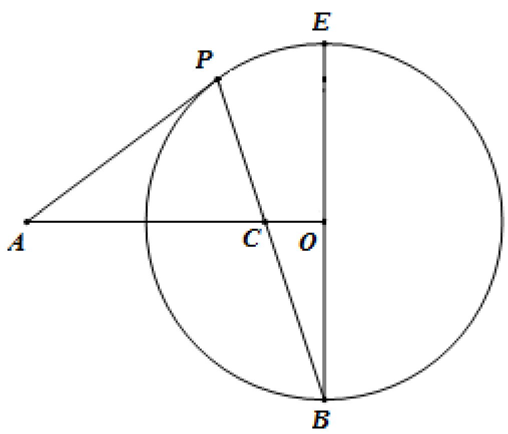
当$x=-1$时，$kx+4k\leqslant -1$，

解得$k\leq -\frac{1}{3}$．

$\therefore k\leq -\frac{1}{3}$．

【点睛】本题考查了待定系数法求一次函数解析式，利用函数图像解不等式，数形结合是解答本题 关键．

24. 如图，BE是⊙O直径，点A是⊙O外一点：$OA\perp OB$，AP切⊙O于点P，连接BP交AO于点C．



（1）求证：$\angle PAO=2\angle PBO$；

（2）若⊙O的半径为5，$\tan\angle PAO=\frac{3}{4}$，求$BP$的长．

【答案】（1）见解析 （2）$3\sqrt{10}$

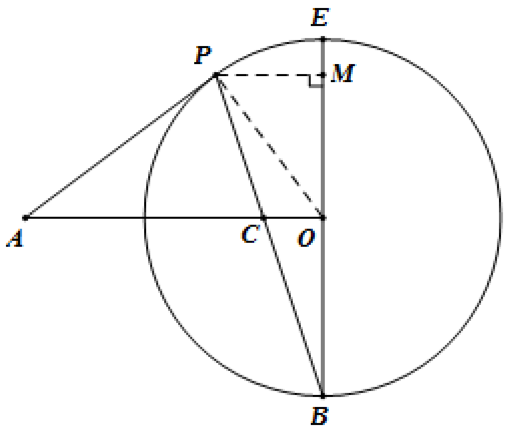
【解析】

【分析】（1）连接PO，由切线的性质及垂直条件可得$\angle A=\angle POE$，再由等腰三角形的性质即可证得结果；

（2）过点P作$PM\perp EB$于点M，$\tan\angle PAO=\tan\angle POM=\frac{3}{4}$，设$PM=3k, MO=4k$，则可求得$OB$，从而可得$k$的值，则在Rt△$PMB$中由勾股定理即可求得$PB$的长．

【小问1详解】

证明：连接PO



∵ AP 切⊙O 于点 P

∴ $OP \perp AP$

∴ $\angle A + \angle AOP = 90°$

∵ $OA \perp OB$

∴ $\angle POE + \angle AOP = 90°$

∴ $\angle A = \angle POE$

∵ $OP = OB$

∴ $\angle OPB = \angle PBO$

∴ $\angle POE = 2\angle PBO$

∴ $\angle PAO = 2\angle PBO$

【小问 2 详解】

解：过点 P 作 $PM \perp EB$ 于点 M

∵ $\tan\angle PAO = \frac{3}{4}$

∴ $\tan\angle POM = \frac{3}{4}$

∴设 $PM = 3k, MO = 4k$

∴由勾股定理得：$OP = 5k$

∵⊙O 半径为 5

∴ $OB = OP = 5$

∴ $k = 1$

∴ $PM = 3, MO = 4$

∴ $BM = BO + MO = 9$

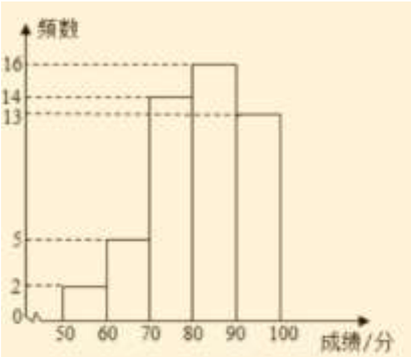
∴在 Rt△PMB 中，$\angle PMB = 90°$

$PB = \sqrt{PM^2 + MB^2} = 3\sqrt{10}$

【点睛】本题考查了切线的性质，等腰三角形的性质，勾股定理及正切函数的定义等知识，连接半径是关键.

25. 为庆祝中国共产党建党 100 周年，讴歌中华民族实现伟大复兴的奋斗历程，继承革命先烈的优良传统，某中学开展了建党 100 周年知识测试．该校七、八年级各有 300 名学生参加，从中各随机抽取了 50 名学生的成绩（百分制），并对数据（成绩）进行整理，描述和分析，下面给出了部分信息：

a．八年级的频数分布直方图如下（数据分为 5 组：$50\le x<60$，$60\le x<70$，$70\le x<80$，$80\le x<90$，$90\le x\le 100$）；



b．八年级学生成绩在 $80\le x<90$ 的这一组是：

80 81 82 83 83 83.5 83.5 84 84 85 86 86.5 87 88 89 89

c．七、八年级学生成绩的平均数、中位数、众数如下：

年级	平均数	中位数	众数
七年级	87.2	85	91
八年级	85.3	m	90

根据以上信息，回答下列问题：

（1）表中 m 的值为__________________；

（2）在随机抽样的学生中，建党知识成绩为 84 分的学生，在__________年级抽样学生中排名更靠前，理由是__________________；

（3）若成绩 85 分及以上为“优秀”，请估计八年级达到“优秀”的人数．

【答案】（1）83　（2）八，该学生的成绩大于八年级样本数据的中位数 83，在八年级成绩中排名 21 名；该学生成绩小于七年级样本数据的中位数，在七年级排名在后 25 名

（3）120 人

【解析】

【分析】(1)根据八年级共有 50 名学生，第 25， 26 名学生的成绩为 83 分，83 分，即可求出 m 的值；

(2)根据八年级的中位数是 83 分，七年级的中位数是 85 分，可得该学生的成绩大于八年级成绩的中位数，而小于七年级成绩的中位数，进而可得结论；

(3)用样本的优秀率估计总体的优秀率，根据总人数和优秀率求得优秀人数．

【小问 1 详解】

解：八年级共有 50 名学生，第 25， 26 名学生的成绩为 83 分，83 分，

$\therefore m=\dfrac{83+83}{2}=83$ (分)；

故答案为： 83；

【小问 2 详解】

解：在八年级排名更靠前，理由如下：

∵八年级的中位数是 83 分，七年级的中位数是 85 分，

根据已知条件，该学生的成绩大于八年级成绩的中位数，在八年级成绩中排名 21 名；小于七年级成绩的中位数，在七年级排名在后 25 名，

∴在八年级排名更靠前.

故答案为：八，该学生的成绩大于八年级成绩的中位数，在八年级成绩中排名 21 名；小于七年级成绩的中位数，在七年级排名在后 25 名.

【小问 3 详解】

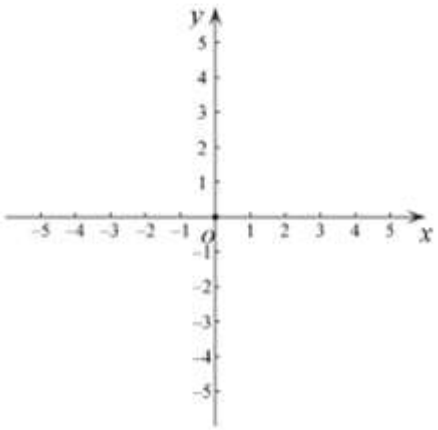
解：∵八年级 50 名随机抽样的学生中，成绩 85 分及以上有 20 人，八年级共有 300 人，

$300\times\frac{20}{50}=120$ (人)，

∴估计八年级达到优秀的人数为 120 人.

【点睛】本题考查频数分布直方图、用样本估计总体、中位数的意义及求法，理解各个统计量的意义，明确各个统计量的特点是解决问题的前提和关键.

26. 已知二次函数 $y=x^2+bx+c$（b，c 为常数）的图象经过点 A（1，0）与点 C（0，-3），其顶点为 P.



（1）求二次函数的解析式及 P 点坐标；

（2）当 $m\leq x\leq m+1$ 时，y 的取值范围是 $-4\leq y\leq 2m$，求 m 的值.

【答案】（1） $y=x^2+2x-3$，顶点 P 的坐标为$\left(-1,-4\right)$

（2）$-\sqrt{3}$

【解析】

【分析】（1）直接利用待定系数法求二次函数得出答案；

（2）分① $-2\leqslant m<-\frac{3}{2}$ 时，②当 $-\frac{3}{2}\leqslant m\leqslant -1$ 时，两种情况分别求解即可.

【小问 1 详解】

解：解：点 A 、C 在二次函数的图象上，

$\therefore\begin{cases}1+b+c=0\\c=-3\end{cases}$，

解得$\begin{cases}b=2\\c=-3\end{cases}$，

∴二次函数的解析式为：$y=x^2+2x-3$，

∵$y=(x+1)^2-4$

∴顶点P的坐标为（$-1,-4$）；

【小问 2 详解】

解：$m\leqslant x\leqslant m+1$时，$y$的最小值为$-4$，

∴$m\leqslant -1\leqslant m+1$，即$-2\leqslant m\leqslant -1$，

①$-2\leqslant m<-\frac{3}{2}$时，$y_{最大值}=m^2+2m-3$，

由$m^2+2m-3=2m$，解得：$m=\sqrt{3}$（舍去），$m=-\sqrt{3}$，

②当$-\frac{3}{2}\leqslant m\leqslant -1$时，$y_{最大值}=(m+1)^2+2(m+1)-3$，

由$(m+1)^2+2(m+1)-3=2m$，

解得：$m=0$（舍去），$m=-2$（舍去），

综上：m的值为$-\sqrt{3}$.

【点睛】此题主要考查了待定系数法求二次函数解析式以及二次函数的性质等知识，解题的关键是正确分类讨论得出m的取值范围.

27. 已知：等边△*ABC*，过点 *B* 作 *AC* 的平行线 *l*．点 *P* 为射线 *AB* 上一个动点（不与点 *A*，*B* 重合），将射线 *PC* 绕点 *P* 顺时针旋转 60°交直线 *l* 于点 *D*.

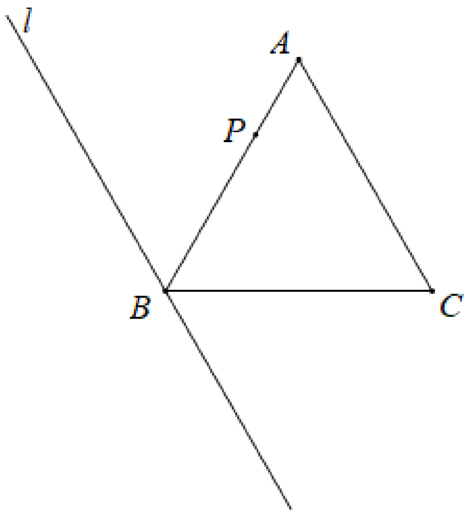
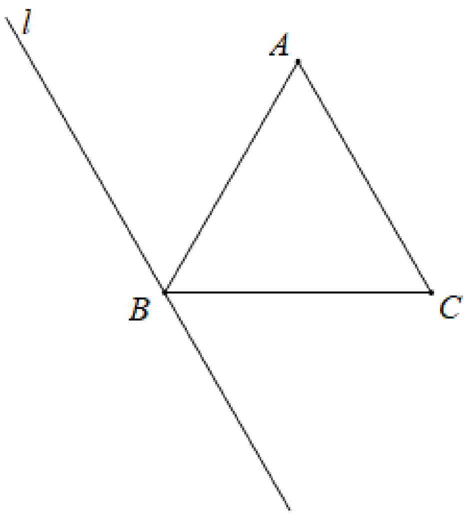


图1



备用图

（1）如图 1，点 *P* 在线段 *AB* 上时，依题意补全图形；

①求证：∠*BDP*=∠*PCB*;

②用等式表示线段 *BC*，*BD*，*BP* 之间的数里关系，并证明；

（2）点 *P* 在线段 *AB* 的延长线上，直接写出线段 *BC*，*BD*，*BP* 之间的数量关系.

【答案】（1）①见解析；②*BC*=*BD*+*BP*，证明见解析

（2）$BC=BD-BP$

【解析】

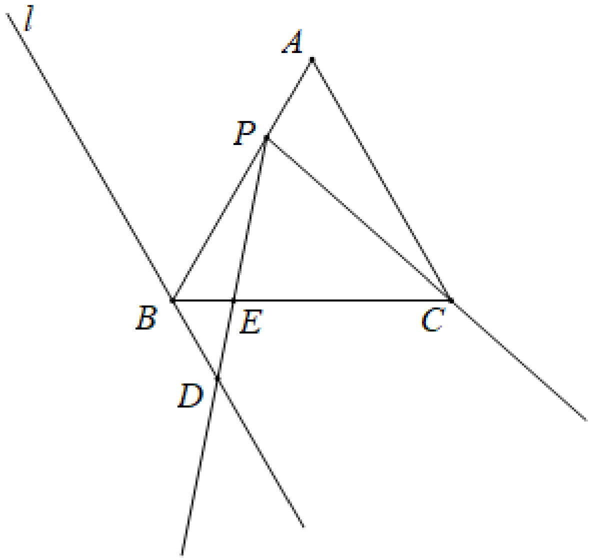
【分析】（1）①根据题意补全图形即可；根据等边三角形的性质、平行线的性质及旋转的性质得出$\angle DPE=\angle CPE=60°$，进而可得结论；

②在BC上取一点Q使得$BQ=BP$，证明$\triangle PBQ$是等边三角形，再证明$\triangle PBD\cong\triangle PQC$，即可得到$BC=BD+BP$；

（2）在BD上取一点E使得$BE=BP$，证明$\triangle PBE$是等边三角形，再证明$\triangle CBP\cong\triangle DEP$，即可得到$BC=BD-BP$.

【小问1详解】

①补全图形如图所示，



证明：设PD交BC于点E，

∵$\triangle ABC$是等边三角形，

∴$\angle BAC=\angle ABC=\angle ACB=60°$，

∵将射线PC绕点P顺时针旋转$60°$，

∴$\angle DPC=60°$，

∵$l//AC$，

∴$\angle DBE=\angle ACB=60°$，

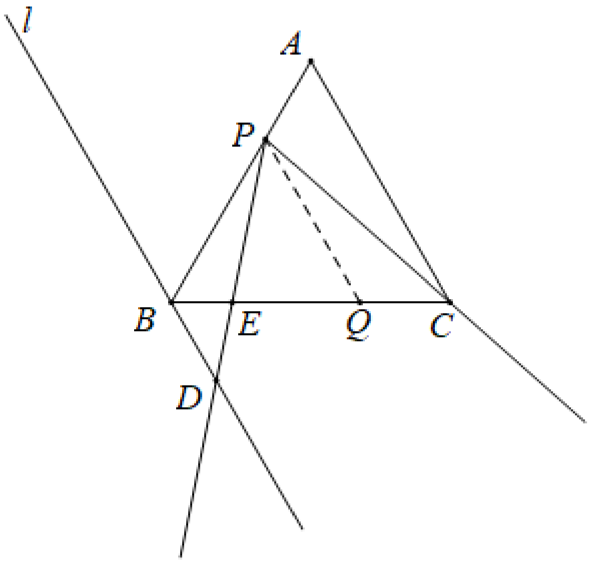
∴$\angle DBE=\angle CPE=60°$，

∵$\angle BED=\angle PEC$，

∴$\angle BDP=\angle PCB$；

解：②$BC=BD+BP$，理由如下：

在BC上取一点Q使得$BQ=BP$，连接PQ，



∵∠ABC=60°，

∴△PBQ是等边三角形，

∴PB=PQ，∠BPQ=60°，

∴∠BPD=∠CPQ，

又∵∠BDP=∠PCB，

∴△PBD≌△PQC，

∴BD=QC，

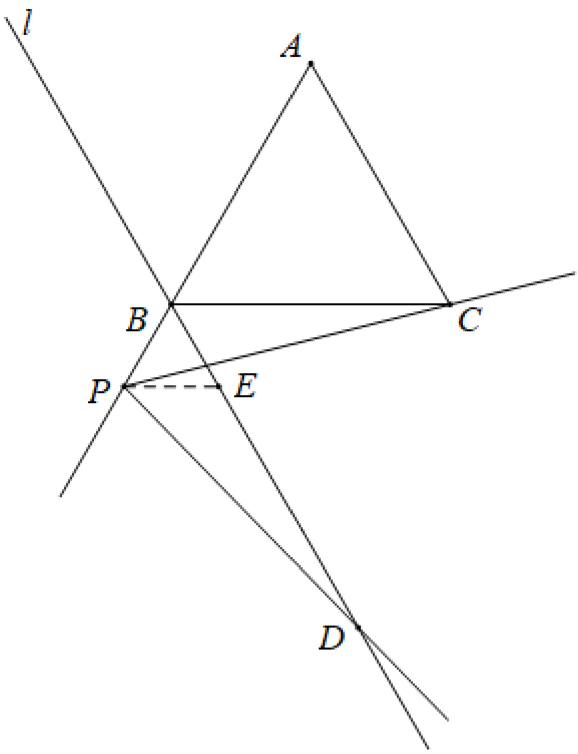
∵BC=BQ+QC，

∴BC=BD+BP；

【小问 2 详解】

解：BC=BD−BP，理由如下：

在 BD 上取一点 E 使得 BE=BP，连接 PE，



∵ $\angle ABC=\angle ACB=60°$，$l//AC$，

∴ $\angle DBC=\angle ACB=60°$，

∴ $\angle PBD=180°-\angle DBC-\angle ACB=60°$，

∴△PBE 是等边三角形，

∴$PB=PE$， $\angle BEP=\angle BPE=60°$，

∴ $\angle CBP=\angle DEP=180°-60°=120°$， $\angle BPC+\angle CPE=\angle EPD+\angle CPE=60°$，

∴ $\angle CBP=\angle DEP$， $\angle BPC=\angle EPD$，

∴△CBP≌△DEP，

∴$BC=DE$，

∵$BD=BE+ED$，

∴$BC=BD-BP$．

【点睛】本题考查了等边三角形的判定和性质，全等三角形的判定和性质，熟练掌握等边三角形的判定和性质及全等三角形的判定与性质是解本题的关键．

28. 如图 1，⊙I 与直线 a 相离，过圆心 I 作直线 a 的垂线，垂足为 H，且交⊙I 于 P，Q 两点（Q 在 P，H 之间）．我们把点 P 称为⊙I 关于直线 a 的“远点”，把 $PQ\cdot PH$ 的值称为⊙I 关于直线 a 的“特征数”．

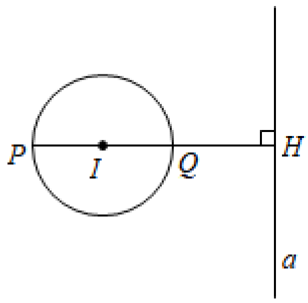


图1

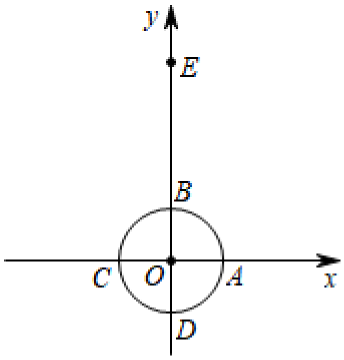


图2

（1）如图 2，在平面直角坐标系 xOy 中，点 E 的坐标为（0，4），半径为 1 的⊙O 与两坐标轴交于点 A，B，C，D．

①过点 E 作垂直于 y 轴的直线 m，则⊙O 关于直线 m 的“远点”是点______________（填“A”，“B”，“C”或“D”），⊙O 关于直线 m 的“特征数”为__________；

②若直线 n 的函数表达式为 $y=\sqrt{3}x+4$，求⊙O 关于直线 n 的“特征数”；

（2）在平面直角坐标系 xOy、中，直线 l 经过点 M（1，4），点 F 是坐标平面内一点，以 F 为圆心，$\sqrt{3}$ 为半径作⊙F．若⊙F 与直线 l 相离，点 N（–1，0）是⊙F 关于直线 l 的“远点”，且⊙F 关于直线 l 的“特征数”是 $6\sqrt{6}$，直接写出直线 l 的函数解析式．

【答案】（1）①D；10；② ⊙O 关于直线 n 的“特征数”为 6；

（2） $y=-\dfrac{1}{7}x+\dfrac{29}{7}$ 或 $y=-x+5$

【解析】

【分析】（1）①根据题干中“远点”及“特征数”的定义直接作答即可；②过圆心 O 作 $OH\perp$直线 n，垂足为点 H，交⊙O 于点 P、Q，首先判断直线 n 也经过点 E（0，4），在 $Rt\triangle EOF$ 中，利用三角函数求出$\angle EFO=60°$，进而求出 PH 的长，再根据“特征数”的定义计算即可；

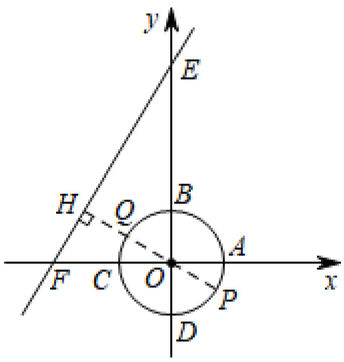
（2）连接 NF 并延长，设直线 l 的解析式为 $y=kx+b_1$,用待定系数法得到$\begin{cases}4=k+b_1 & ① \\ n=mk+b_1 & ②\end{cases}$，再根据两条直线互相垂直，两个一次函数解析式的系数 k 互为负倒数的关系可设直线 NF 的解析式为 $y=-\frac{1}{k}x+b_2$,用待定系数法同理可得$\begin{cases}0=\frac{1}{k}+b_2 & ④ \\ n=-\frac{m}{k}+b_2 & ⑤\end{cases}$，消去 b_1 和 b_2，得到关于 m、n 的方程组$\begin{cases}n-4=mk-k \\ -n=\frac{1}{k}+\frac{m}{k}\end{cases}$；根据⊙$F$ 关于直线 l 的“特征数”是 $6\sqrt{6}$，得出 NA=$3\sqrt{2}$，再利用两点之间的距离公式列出方程$(m+1)^2+n^2=(3\sqrt{2})^2$，把$\begin{cases}m=\frac{k^2-4k-1}{k^2+1} \\ n=\frac{4-2k}{k^2+1}\end{cases}$代入，求出 k 的值，便得到 m、n 的值即点 A 的坐标，再根据待定系数法求直线 l 的函数表达式．注意有两种情况，不要遗漏．

【小问 1 详解】

解：（1）①⊙O 关于直线 m 的“远点”是点 D，

⊙O 关于直线 m 的“特征数”为 $DB\cdot DE$ =2×5=10；

②如下图：过圆心 O 作 $OH\perp$直线 n，垂足为点 H，交⊙O 于点 P、Q，



∵直线 n 的函数表达式为 $y=\sqrt{3}x+4$，

当 x=0 时，y=4；

当 y=0 时，$x=-\frac{4\sqrt{3}}{3}$，

∴直线 n 经过点 E（0，4），点 F（$-\frac{4\sqrt{3}}{3}$，0），

在 $Rt\triangle EOF$ 中，

∵ $\tan\angle FEO=\frac{FO}{EO}=\frac{\frac{4\sqrt{3}}{3}}{4}=\frac{\sqrt{3}}{3}$，

∴ $\angle FEO=30°$，

∴ $\angle EFO=60°$，

在 $Rt\triangle HOF$ 中，

∵ $\sin\angle HFO=\dfrac{HO}{FO}$，

∴$HO=\sin\angle HFO\cdot FO=2$，

∴$PH=HO+OP=3$，

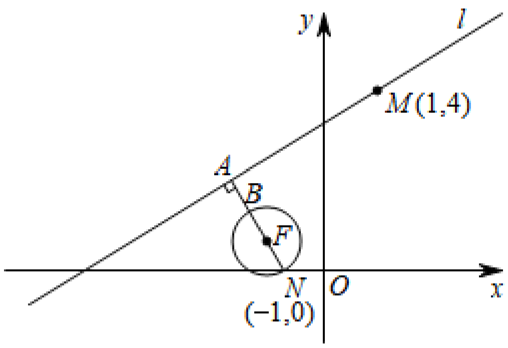
∴$PQ\cdot PH=2\times3=6$，

∴⊙O 关于直线 n 的"特征数"为 6；

【小问 2 详解】

如下图，∵点 F 是圆心，点 $N\left(-1,0\right)$是"远点"，

∴连接 NF 并延长，则直线 $NF\perp$直线 l，设 NF 与直线 l 的交点为点 A（m，n），



设直线 l 的解析式为 $y=kx+b_1$（$k\neq0$），

将点 $M\left(1,4\right)$ 与 A（m，n）代入 $y=kx+b_1$ 中，

$$\begin{cases}4=k+b_1 & ①\\ n=mk+b_1 & ②\end{cases}$$

②-①得：$n-4=mk-k$，③

又∵直线 $NF\perp$直线 l，

∴设直线 NF 的解析式为 $y=-\dfrac{1}{k}x+b_2$（$k\neq0$），

将点 $N\left(-1,0\right)$ 与 A（m，n）代入 $y=-\dfrac{1}{k}x+b_2$ 中，

$$\begin{cases}0=\dfrac{1}{k}+b_2 & ④\\ n=-\dfrac{m}{k}+b_2 & ⑤\end{cases}$$

④-⑤得：$-n=\dfrac{1}{k}+\dfrac{m}{k}$，⑥

联立方程③与方程⑥，得：

$\begin{cases} n-4=mk-k \\ -n=\dfrac{1}{k}+\dfrac{m}{k} \end{cases}$

解得：$\begin{cases} m=\dfrac{k^2-4k-1}{k^2+1} \\ n=\dfrac{4-2k}{k^2+1} \end{cases}$，

∴点 A 的坐标为（$\dfrac{k^2-4k-1}{k^2+1}$，$\dfrac{4-2k}{k^2+1}$）；

又∵⊙F 关于直线 l 的“特征数”是 $6\sqrt{6}$，⊙F 的半径为 $\sqrt{3}$，

∴$NB\cdot NA=6\sqrt{6}$，

即 $2\sqrt{3}\cdot NA=6\sqrt{6}$，

解得：$NA=3\sqrt{2}$，

∴$[m-(-1)]^2+(n-0)^2=(3\sqrt{2})^2$，

即$(m+1)^2+n^2=18$，

把$\begin{cases} m=\dfrac{k^2-4k-1}{k^2+1} \\ n=\dfrac{4-2k}{k^2+1} \end{cases}$代入，解得 $k=-1$ 或 $k=-\dfrac{1}{7}$；

当 $k=-1$ 时，$m=2$，$n=3$，

∴点 A 的坐标为（2，3），

把点 A（2，3）与点 $M(1,4)$ 代入 $y=kx+b_1$ 中，解得直线 l 的解析式为 $y=-x+5$；

当 $k=-\dfrac{1}{7}$ 时，$m=-\dfrac{2}{5}$，$n=\dfrac{21}{5}$，

∴点 A 的坐标为（$-\dfrac{2}{5}$，$\dfrac{21}{5}$），

把点 A（$-\dfrac{2}{5}$，$\dfrac{21}{5}$）与点 $M(1,4)$ 代入 $y=kx+b_1$ 中，解得直线 l 的解析式为 $y=-\dfrac{1}{7}x+\dfrac{29}{7}$.

∴直线 l 的解析式为 $y=-\dfrac{1}{7}x+\dfrac{29}{7}$ 或 $y=-x+5$.

【点睛】本题是一次函数与圆的综合题，考查了直线与圆的位置关系、一次函数的图象和性质、解直角三角形等，理解“远点”和“特征数”的意义，熟练掌握一次函数的图象和性质、两点之间距离公式、两条直线互相垂直的两个一次函数解析式中系数 k 互为负倒数的关系是解题的关键.