

2022 北京大兴初三二模

数 学

考生须知：

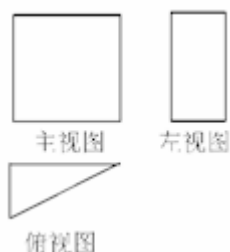
1. 本试卷共 8 页，共三道大题，28 道小题。满分 100 分。考试时间 120 分钟。
2. 在试卷和答题卡上准确填写学校名称、班级、姓名和准考证号。
3. 试题答案一律填涂或书写在答题卡上，在试卷上作答无效。
4. 在答题卡上，选择题用 2B 铅笔作答，其他题用黑色字迹签字笔作答。
5. 考试结束，请将本试卷、答案卡和草稿纸一并交回。

一、选择题（共 16 分，每题 2 分）第 1-8 题均有四个选项，符合题意的选项只有一个

1. 2022 年北京冬奥会共录用了赛会志愿者 18000 多人，他们就像一朵朵热情洋溢的小雪花，在各自岗位上展现开放，阳光向上的风采。将 18000 用科学记数法表示应为（ ）

A. 0.18×10^5 B. 18×10^3 C. 1.8×10^4 D. 1.8×10^5

2. 下图是某个几何体的三视图，该几何体是（ ）



A. 长方体 B. 正方体 C. 圆柱 D. 三棱柱

3. 如果反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 图象经过点 $P(-4, 3)$ ，那么 k 的值是（ ）

A. -12 B. $-\frac{4}{3}$ C. $-\frac{3}{4}$ D. 12

4. 某男装专卖店老板专营某品牌夹克，店主统计了一周中不同尺码夹克销售情况如下表：

尺码	39	40	41	42	43
平均每天销售量	10	12	20	12	12

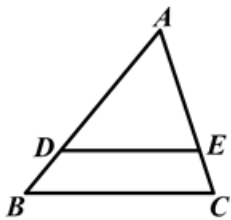
如果每件夹克的利润相同，你认为该店主最关注的销售数据是下列统计量中的（ ）

A. 平均数 B. 方差 C. 众数 D. 中位数

5. 下列图形中，是轴对称图形但不是中心对称图形的是（ ）

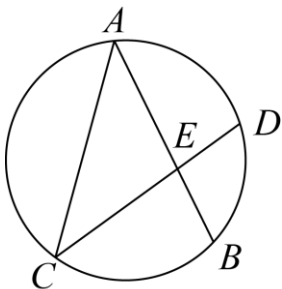
A. 等边三角形 B. 平行四边形 C. 矩形 D. 圆

6. 如图，在 $\triangle ABC$ 中，点 D、E 分别在 AB、AC 边上， $DE \parallel BC$ ，若 $AD : AB = 3 : 4$ ， $AE = 6$ ，则 AC 等于（ ）



- A. 3
- B. 4
- C. 6
- D. 8

7. 如图，圆的两条弦 AB ， CD 相交于点 E ，且 $AD = CB$ ， $\angle A = 40^\circ$ ，则 $\angle CEB$ 的度数为（ ）



- A. 50°
- B. 80°
- C. 70°
- D. 90°

8. 根据市场调查，某种消毒液的大瓶装（500 克）和小瓶装（250 克）两种产品的销售数量（按瓶计算）比为 2：

5. 某厂每天生产这种消毒液 22500000 克，这些消毒液应该分装大，小瓶两种产品各多少瓶？设这些消毒液应该分装大瓶 x 瓶，小瓶 y 瓶. 依题意可列方程组为（ ）

- A. $\begin{cases} 2x = 5y \\ 500x + 250y = 22500000 \end{cases}$

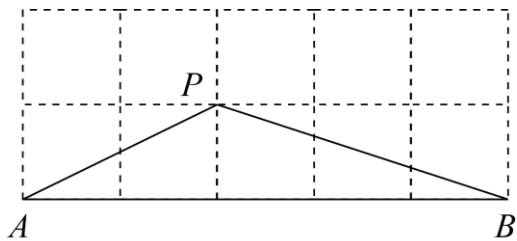
C. $\begin{cases} 5x = 2y \\ 250x + 500y = 22500000 \end{cases}$

B. $\begin{cases} 2x = 5y \\ 250x + 500y = 22500000 \end{cases}$

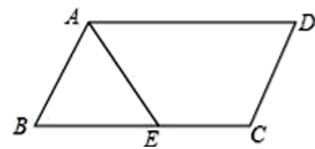
D. $\begin{cases} 5x = 2y \\ 500x + 250y = 22500000 \end{cases}$

二、填空题（共 16 分，每题 2 分）

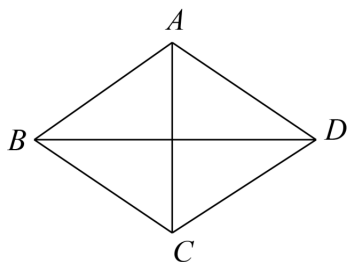
- 9. 若二次根式 $\sqrt{x-2}$ 有意义，则 x 的取值范围是_____.
- 10. 请写出一个开口向下，对称轴为 y 轴的抛物线的解析式 $y =$ _____.
- 11. 若无理数 a 满足 $1 < a < 4$ ，请你写出一个符合条件的无理数_____.
- 12. 方程 $\frac{2}{x+1} = \frac{1}{x}$ 的解为_____.
- 13. 如图所示的网格是正方形网格，点 A ， B ， P 是网格线交点，则 $\angle PBA$ 与 $\angle PAB$ 的大小关系是： $\angle PBA$ _____ $\angle PAB$ （填“ $>$ ”，“ $=$ ”或“ $<$ ”）.



14. 如图, $\square ABCD$ 中, $AB=3$, $BC=5$, AE 平分 $\angle BAD$ 交 BC 于点 E , 则 CE 的长为_____.



15. 如图, 菱形 $ABCD$ 的面积为 12, 其中对角线 AC 长为 4, 则对角线 BD 的长为_____.



16. 某超市对某品牌袋装茶叶搞促销活动商家将该品牌袋装茶叶按以下五种类型出售: A 类有一袋茶叶, B 类有二袋茶叶, C 类有三袋茶叶, D 类有五袋茶叶, E 类有七袋茶叶, 价格如下表:

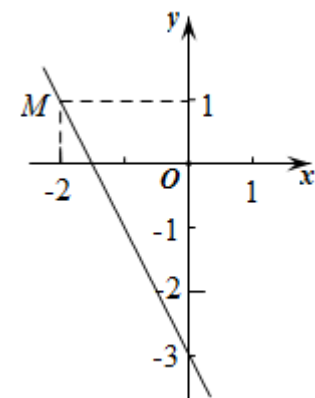
种类	A	B	C	D	E
单价 (元/类)	20	36	42	65	90

小云准备在该超市购买 6 袋上述品牌的茶叶, 则购买茶叶的总费用最低为_____元.

三、解答题 (共 68 分, 第 17-20 题, 每题 5 分, 第 21 题 6 分, 第 22 题 4 分, 第 23-26 题, 每题 6 分, 第 27-28 题, 每题 7 分) 解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程.

17. 计算: $\sqrt{32} - 2\sin 45^\circ + (2 - \pi)^0 - \left(\frac{1}{4}\right)^{-1}$

18. 如图, 已知直线 $y = kx + b$ 经过点 $(0, -3)$ 和点 M , 求此直线与 x 轴的交点坐标.



19. 已知： $x^2 + 3x = 1$ ，求代数式 $\frac{1}{x-1} \cdot \frac{x^2 - 2x + 1}{x+2} - \frac{x-2}{x+1}$ 的值.

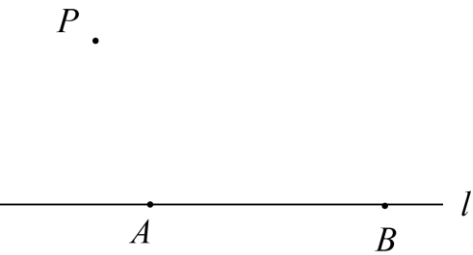
20. 下面是小东设计的“过直线外一点作这条直线的平行线”的尺规作图过程.

已知：直线 l 和直线 l 外一点 P .



求作：直线 PQ ，使得 $PQ \parallel l$.

作法：如图，



- ①在直线 l 上任取两点 A, B ;
- ②以点 P 为圆心， AB 长为半径画弧，以点 B 为圆心， AP 长为半径画弧，两弧在直线 l 上方相交于点 Q ;
- ③作直线 PQ .

直线 PQ 就是所求作的直线.

根据小东设计的尺规作图过程，

- (1) 使用直尺和圆规，依作法补全图形（保留作图痕迹）；
- (2) 完成下面的证明.

证明： $\because PA = QB, AB = PQ,$

\therefore 四边形 $PABQ$ 是平行四边形（_____）（填写推理的依据）.

$\therefore PQ \parallel AB$ （_____）（填写推理的依据）.

即 $PQ \parallel l$

21. 已知关于 x 的一元二次方程 $3x^2 - 6x + 1 - k = 0$ 有实数根， k 为负整数.

- (1) 求 k 的值；
- (2) 如果这个方程有两个整数根，求出它的根.

22. 一次演讲比赛中，评委将从演讲内容，演讲能力，演讲效果三个方面为选手打分. 各项成绩均按百分制计，然后再按演讲内容占 50%，演讲能力占 40%，演讲效果占 10%，计算选手的综合成绩（百分制）. 进入决赛的前两名选手的单项成绩和综合成绩如下表所示.

选手	演讲内容	演讲能力	演讲效果	综合成绩
----	------	------	------	------

<i>A</i>	85	95	95	<i>m</i>
<i>B</i>	95	85	95	91

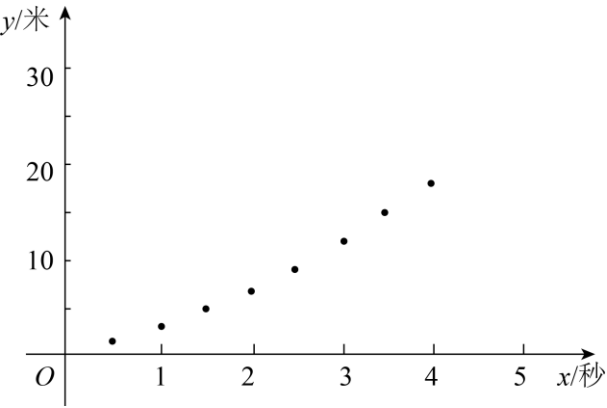
- (1) 求出 *m* 的值;
- (2) 请根据综合成绩确定两人的名次.

23. 一个滑雪者从山坡滑下，如果不计其他因素，经测量得到滑行距离 *y*（单位：米）与滑行时间 *x*（单位：秒）的数据（如下表）：

滑行时间 <i>x</i> （秒）	0	0.5	1	1.5	2	2.5	3	3.5	4	...	58
滑行距离 <i>y</i> （米）	0	1.2	2.6	4.4	6.4	8.8	11.4	14.4	17.6	...	2134.4

请解决以下问题：

- (1) 如下图，在平面直角坐标系 *xOy* 中，根据表中数值描点(*x*,*y*)，请你用平滑曲线连接描出的这些点；



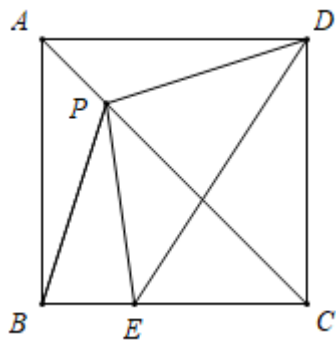
- (2) 当滑雪者滑行 3 秒时，滑行距离是_____米；
- (3) 下面三个推断：

- ①曲线上每一个点都代表 *x* 的值与 *y* 的值的一种对应
- ②自变量 *x* 的取值范围是 *x* ≥ 0
- ③滑行最远距离是 2134.4 米

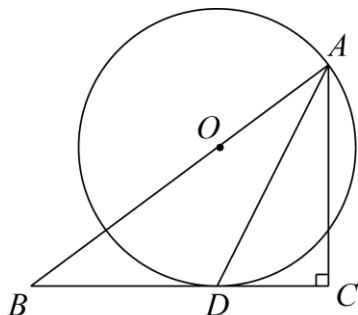
所有推断正确的序号是_____

24. 如图，*P* 是正方形 *ABCD* 对角线 *AC* 上一点，点 *E* 在 *BC* 上，且 *PE*=*PB*.

- (1)求证： *PE*=*PD*;
- (2)求 ∠*PED* 的度数.



25. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， AD 是 $\angle BAC$ 的平分线， O 是 AB 上一点，以 OA 为半径的 $\odot O$ 经过点 D 。



(1) 求证： BC 是 $\odot O$ 切线；

(2) 若 $BD = 5, DC = 3$ ，求 AC 的长。

26. 关于 x 的二次函数 $y_1 = x^2 + mx$ 的图象过点 $(-2, 0)$ 。

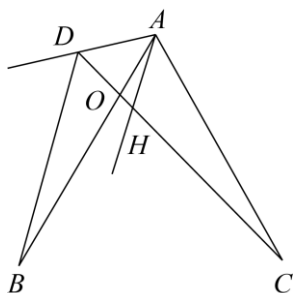
(1) 求二次函数 $y_1 = x^2 + mx$ 的表达式；

(2) 已知关于 x 的二次函数 $y_2 = -x^2 + 2x$ ，一次函数 $y_3 = kx + b (k \neq 0)$ ，在实数范围内，对于 x 的同一个值，这三个函数所对应的函数值 $y_1 \geq y_3 \geq y_2$ 均成立。

①求 b 的值；

②直接写出 k 的值。

27. 已知：如图， $AC = AB, \angle CAB = \angle CDB = \alpha$ ，线段 CD 与 AB 相交于点 O ，以点 A 为中心，将射线 AD 绕点 A 逆时针旋转 $\alpha (0 < \alpha < 180^\circ)$ 交线段 CD 于点 H 。

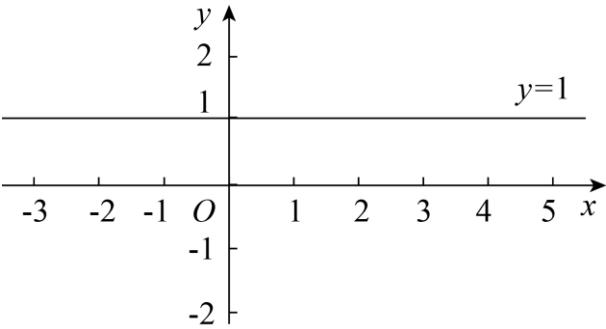


(1) 若 $\alpha = 60^\circ$ ，求证： $CD = AD + BD$ ；

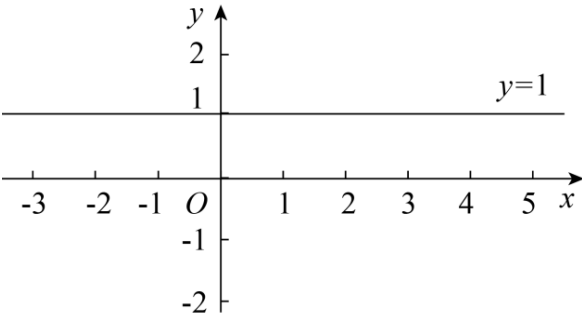
(2) 请你直接用等式表示出线段 CD, AD, BD 之间的数量关系（用含 α 的式子表示）。

28. 在平面直角坐标系 xOy 中，对于点 P 和直线 $y=1$ ，给出如下定义：若点 P 在直线 $y=1$ 上，且以点 P 为顶点的角是 45° ，则称点 P 为直线 $y=1$ 的“关联点”。

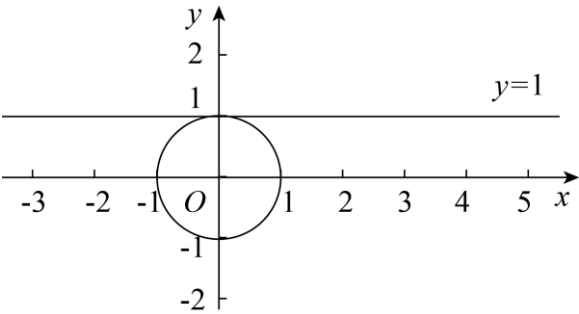
(1) 若在直线 $x=1$ 上存在直线 $y=1$ 的“关联点” P 。则点 P 的坐标为_____；



(2) 过点 $P(2,1)$ 作两条射线，一条射线垂直于 x 轴，垂足为 A ；另一条射线、交 x 轴于点 B ，若点 P 为直线 $y=1$ 的“关联点”。求点 B 的坐标；



(3) 以点 O 为圆心，1 为半径作圆，若在 $\odot O$ 上存在点 N ，使得 $\angle OPN$ 的顶点 P 为直线 $y=1$ 的“关联点”。则点 P 的横坐标 a 的取值范围是_____。



参考答案

一、选择题（共 16 分，每题 2 分）第 1-8 题均有四个选项，符合题意的选项只有一个

1. 2022 年北京冬奥会共录用了赛会志愿者 18000 多人，他们就像一朵朵热情洋溢的小雪花，在各自岗位上展现开放，阳光向上的风采. 将 18000 用科学记数法表示应为（ ）

- A. 0.18×10^5 B. 18×10^3 C. 1.8×10^4 D. 1.8×10^5

【答案】C

【解析】

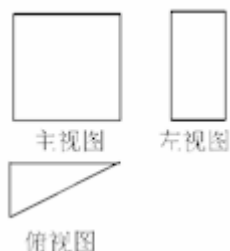
【分析】科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ ，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数，确定 n 的值时，只需分析将原数变为 a 时小数点移动了多少位， n 的绝对值与小数点移动的位数相同.

【详解】解： $18000 = 1.8 \times 10^4$.

故选：C.

【点睛】本题考查了科学记数法，熟练掌握科学记数法的表示原理是解题的关键.

2. 下图是某个几何体的三视图，该几何体是（ ）



- A. 长方体 B. 正方体 C. 圆柱 D. 三棱柱

【答案】D

【解析】

【详解】解：主视图、左视图、俯视图是分别从物体正面、左面和上面看，所得到的图形，由于主视图和左视图为矩形，可得为柱体，俯视图为三角形可得为三棱柱.

故选 D.

【点睛】本题考查由三视图判断几何体.

3. 如果反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象经过点 $P(-4, 3)$ ，那么 k 的值是（ ）

- A. -12 B. $-\frac{4}{3}$ C. $-\frac{3}{4}$ D. 12

【答案】A

【解析】

【分析】将点 $P(-4, 3)$ 代入反比例函数的解析式，求解即可.

【详解】 \because 反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象经过点 $P(-4, 3)$,

$$\therefore 3 = \frac{k}{-4},$$

$\therefore k = -12,$

故选：A.

【点睛】本题考查了求反比例函数解析式，熟练掌握知识点是解题的关键.

4. 某男装专卖店老板专营母品牌夹克，店主统计了一周中不同尺码夹克销售情况如下表：

尺码	39	40	41	42	43
平均每天销售量	10	12	20	12	12

如果每件夹克的利润相同，你认为该店主最关注的销售数据是下列统计量中的（ ）

- A. 平均数 B. 方差 C. 众数 D. 中位数

【答案】C

【解析】

【分析】根据众数的意义即可得出结论.

【详解】解：∵平均每天销售量最多的为 41 尺码

∴该店主最关注的销售数据是众数

故选 C.

【点睛】此题考查的是利用统计量作决策，掌握众数的意义是解决此题的关键.

5. 下列图形中，是轴对称图形但不是中心对称图形的是（ ）

- A. 等边三角形 B. 平行四边形 C. 矩形 D. 圆

【答案】A

【解析】

【详解】试题解析：A、只是轴对称图形，不是中心对称图形，符合题意；

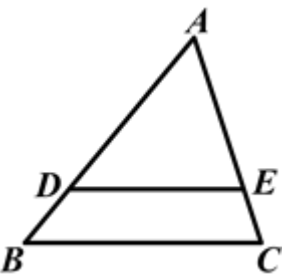
B、只是中心对称图形，不合题意；

C、D 既是轴对称图形又是中心对称图形，不合题意.

故选 A.

考点：1.中心对称图形；2.轴对称图形.

6. 如图，在△ABC 中，点 D、E 分别在 AB、AC 边上，DE∥BC，若 AD：AB=3：4，AE=6，则 AC 等于（ ）



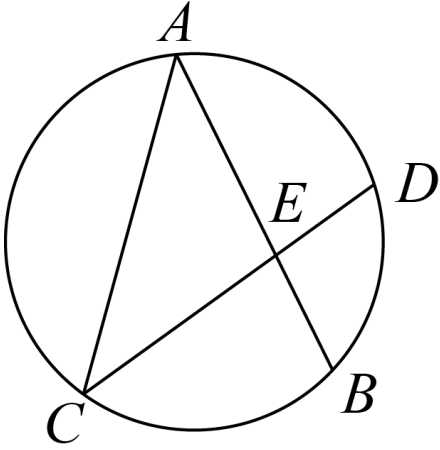
- A. 3
B. 4
C. 6
D. 8

【答案】D

【解析】

【详解】 $\because DE \parallel BC, \therefore \frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC}$, 即 $\frac{3}{4} = \frac{6}{AC}$, $\therefore AC = 8$. 故选 D.

7. 如图, 圆的两条弦 AB, CD 相交于点 E , 且 $AD = CB, \angle A = 40^\circ$, 则 $\angle CEB$ 的度数为 ()



A. 50°

B. 80°

C. 70°

D. 90°

【答案】B

【解析】

【分析】由等弧所对的圆周角相等可知 $\angle C = \angle A = 40^\circ$, 再利用三角形外角定理求 $\angle CEB$.

【详解】解: $\because AD = CB$,

$$\therefore \angle C = \angle A = 40^\circ,$$

$$\therefore \angle CEB = \angle A + \angle C = 40^\circ + 40^\circ = 80^\circ.$$

故选: B.

【点睛】本题考查了等弧所对的圆周角相等, 三角形的外角定理, 熟练掌握相关性质定理是解题的关键.

8. 根据市场调查, 某种消毒液 大瓶装 (500 克) 和小瓶装 (250 克) 两种产品的销售数量 (按瓶计算) 比为 2 : 5. 某厂每天生产这种消毒液 22500000 克, 这些消毒液应该分装大, 小瓶两种产品各多少瓶? 设这些消毒液应该分装大瓶 x 瓶, 小瓶 y 瓶. 依题意可列方程组为 ()

$$\text{A. } \begin{cases} 2x = 5y \\ 500x + 250y = 22500000 \end{cases}$$

$$\text{B. } \begin{cases} 2x = 5y \\ 250x + 500y = 22500000 \end{cases}$$

$$\text{C. } \begin{cases} 5x = 2y \\ 250x + 500y = 22500000 \end{cases}$$

$$\text{D. } \begin{cases} 5x = 2y \\ 500x + 250y = 22500000 \end{cases}$$

【答案】D

【解析】

【分析】根据题意, 找出等量关系, 列方程组.

【详解】解: $\because x : y = 2 : 5$,

$$\therefore 5x = 2y,$$

$$\therefore \text{方程组为} \begin{cases} 5x = 2y \\ 500x + 250y = 22500000 \end{cases},$$

故选：D.

【点睛】本题考查了二元一次方程组的应用，解题的关键是从题目中找到等量关系，列出方程组.

二、填空题（共 16 分，每题 2 分）

9. 若二次根式 $\sqrt{x-2}$ 有意义，则 x 的取值范围是_____.

【答案】 $x \geq 2$

【解析】

【详解】解：根据题意，使二次根式 $\sqrt{x-2}$ 有意义，即 $x-2 \geq 0$ ，解得 $x \geq 2$.

故答案为： $x \geq 2$.

【点睛】本题主要考查使二次根式有意义的条件.

10. 请写出一个开口向下，对称轴为 y 轴的抛物线的解析式 $y =$ _____.

【答案】 $y = -x^2$ （答案不唯一）

【解析】

【分析】对于二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ ，开口向下，则 $a < 0$ ；对称轴为 y 轴，则 $b = 0$ ，写出一个符合上述条件的二次函数即可.

【详解】解：设抛物线的解析式为 $y = ax^2 + bx + c$.

\because 抛物线的开口向下，对称轴为 y 轴，

$\therefore a < 0$ ，且 $b = 0$ ，

\therefore 符合条件的抛物线的解析式可以是 $y = -x^2$.

故答案为 $y = -x^2$ （答案不唯一）.

【点睛】本题考查了二次函数各项系数的性质，熟练掌握二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 中 a 、 b 、 c 的意义是解决此类题的关键.

11. 若无理数 a 满足 $1 < a < 4$ ，请你写出一个符合条件的无理数_____.

【答案】 π

【解析】

【分析】估计一个无理数 a 满足 $1 < a < 4$ ，写出即可，如 π 、 $\sqrt{5}$ 等.

【详解】解： $\because 1 < a < 4$

$\therefore 1 < a < \sqrt{16}$

$\therefore a = \pi$

故答案为： π .

【点睛】此题考查估算无理数的大小，解题关键在于掌握其定义.

12. 方程 $\frac{2}{x+1} = \frac{1}{x}$ 的解为_____.

【答案】 $x=1$

【解析】

【分析】先将分式方程转化为整式方程，再解方程，检验即可.

【详解】方程两边同乘 $x(x+1)$ ，得 $2x=x+1$ ，

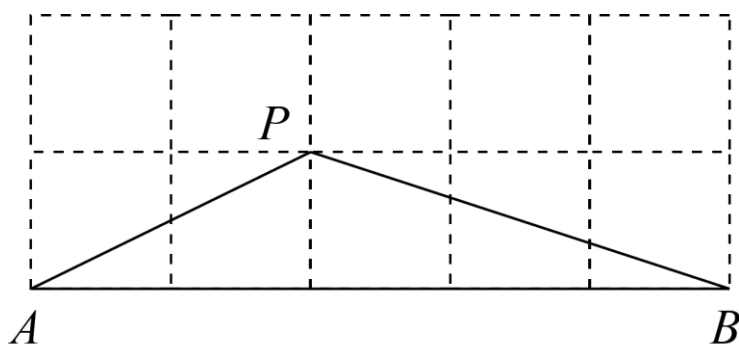
解得 $x=1$ ，

经检验， $x=1$ 是原方程的解，

故答案为： $x=1$.

【点睛】本题考查了解分式方程，熟练掌握解分式方程的步骤是解题的关键.

13. 如图所示的网格是正方形网格，点 A, B, P 是网格线交点，则 $\angle PBA$ 与 $\angle PAB$ 的大小关系是： $\angle PBA$ _____ $\angle PAB$ （填“>”，“=”或“<”）.



【答案】<

【解析】

【分析】利用三角形中“大边对大角”进行判断.

【详解】解： $AP = \sqrt{1^2 + 2^2} = \sqrt{5}$ ， $BP = \sqrt{1^2 + 3^2} = \sqrt{10}$ ，

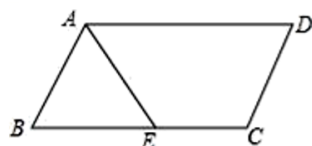
$\therefore AP < BP$ ，

$\therefore \angle PBA < \angle PAB$.

故答案为：< .

【点睛】本题考查了比较三角形内角的大小关系，勾股定理，解决本题的关键是将角的大小关系转化为角的对边的大小关系.

14. 如图， $\square ABCD$ 中， $AB=3$ ， $BC=5$ ， AE 平分 $\angle BAD$ 交 BC 于点 E ，则 CE 的长为_____ .



【答案】2

【解析】

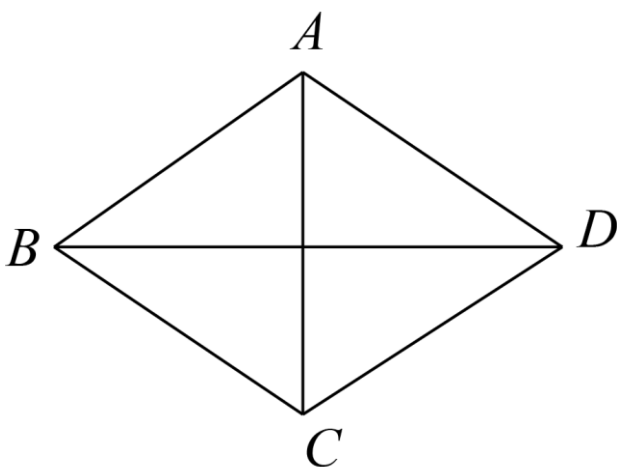
【分析】由平行四边形的性质得出 $BC=AD=5$ ， $AD \parallel BC$ ，得出 $\angle DAE = \angle BEA$ ，证出 $\angle BEA = \angle BAE$ ，得出 $BE=AB$ ，即可得出 CE 的长.

【详解】解：∵四边形 $ABCD$ 是平行四边形，
 $\therefore AD=BC=5$ ， $AD \parallel BC$ ，
 $\therefore \angle DAE=\angle BEA$ ，
 $\because AE$ 平分 $\angle BAD$ ，
 $\therefore \angle BAE=\angle DAE$ ，
 $\therefore \angle BEA=\angle BAE$ ，
 $\therefore BE=AB=3$ ，
 $\therefore CE=BC-BE=5-3=2$ ，

故答案为：2.

【点睛】本题考查了平行四边形的性质、等腰三角形的判定；熟练掌握平行四边形的性质，证出 $BE=AB$ 是解决问题的关键.

15. 如图，菱形 $ABCD$ 的面积为 12，其中对角线 AC 长为 4，则对角线 BD 的长为_____.



【答案】6

【解析】

【分析】利用菱形面积等于对角线乘积的一半进行求解.

【详解】解：∵菱形 $ABCD$ 的面积为 $S = \frac{1}{2} \times AC \times BD$ ，

$$\therefore 12 = \frac{1}{2} \times 4 \times BD，$$

$$\therefore BD = 6.$$

故答案：6.

【点睛】本题考查了菱形面积的计算公式，熟记菱形面积计算公式是解题的关键.

16. 某超市对某品牌袋装茶叶搞促销活动商家将该品牌袋装茶叶按以下五种类型出售：A 类有一袋茶叶，B 类有二袋茶叶，C 类有三袋茶叶，D 类有五袋茶叶，E 类有七袋茶叶，价格如下表：

种类	A	B	C	D	E
单价（元/类）	20	36	42	65	90

小云准备在该超市购买 6 袋上述品牌的茶叶，则购买茶叶的总费用最低为_____元.

【答案】84

【解析】

【分析】求出每种类型下的茶叶的单价，从每袋茶叶价格最低的种类开始购买 6 袋，分别计算即可得到答案.

【详解】解：当尽可能多的买单价低的茶叶时总费用最少，即买

A 类则一袋茶的单价是 20 元/袋，

B 类：每袋茶的单价是 $36 \div 2 = 18$ （元/袋），

C 类：每袋茶的单价是 $42 \div 3 = 14$ （元/袋），

D 类：每袋茶的单价是 $65 \div 5 = 13$ （元/袋），

E 类：每袋茶 单价是 $90 \div 7 = \frac{90}{7}$ （元/袋），

当尽可能多的买单价低的茶叶时总费用最少，尽量选择每袋单价最低，

①单价最低的是 E 类含有 7 袋茶叶，则需要 90 元，

②买一个 D 类和一个 A 类共六袋，则费用为 $65 + 20 = 85$ （元）

③买两个 C 类,则费用是 $42 \times 2 = 84$ （元）

$\because 84 < 85 < 90$,

购买茶叶的总费用最低为 84 元.

故答案为：84.

【点睛】本题主要考查了有理数混合运算的应用，正确列出版式是解答本题的关键.

三、解答题（共 68 分，第 17-20 题，每题 5 分，第 21 题 6 分，第 22 题 4 分，第 23-26 题，每题 6 分，第 27-28 题，每题 7 分）解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程.

17. 计算： $\sqrt{32} - 2\sin 45^\circ + (2 - \pi)^0 - \left(\frac{1}{4}\right)^{-1}$

【答案】 $3\sqrt{2} - 3$

【解析】

【分析】根据二次根式的性质，特殊角的三角函数值，零次幂，负整数指数幂化简，再按照从左到右计算即可.

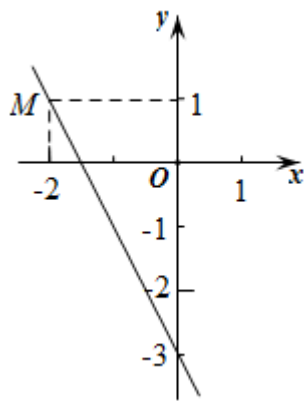
【详解】原式 $= 4\sqrt{2} - 2 \times \frac{\sqrt{2}}{2} + 1 - 4$

$$= 4\sqrt{2} - \sqrt{2} + 1 - 4$$

$$= 3\sqrt{2} - 3.$$

【点睛】本题考查了实数的混合运算，涉及二次根式的性质，特殊角的三角函数值，零次幂，负整数指数幂，熟练掌握运算法则是解题的关键.

18. 如图，已知直线 $y = kx + b$ 经过点 $(0, -3)$ 和点 M ，求此直线与 x 轴的交点坐标.



【答案】 $(-\frac{3}{2}, 0)$

【解析】

【分析】将点 $(0, -3)$ 与 $M(-2, 1)$ 代入 $y = kx + b$ ，求出 k 与 b 的值，得到函数解析式，从而令 $y = 0$ ，求出 x ，即可得直线与 x 轴的交点坐标.

【详解】解： \because 直线 $y = kx + b$ 经过点 $(0, -3)$ 和点 $M(-2, 1)$,

$$\therefore \begin{cases} -3 = b \\ 1 = -2k + b \end{cases}, \text{ 解得 } \begin{cases} k = -2 \\ b = -3 \end{cases},$$

\therefore 直线的表达式为 $y = -2x - 3$,

当 $y = 0$ 时，即 $-2x - 3 = 0$ ，解得 $x = -\frac{3}{2}$.

\therefore 此直线与 x 轴的交点坐标为 $(-\frac{3}{2}, 0)$.

【点睛】本题考查了待定系数法求一次函数的表达式，以及 x 轴上点的纵坐标为0，解决本题的关键是求出函数解析式.

19. 已知： $x^2 + 3x = 1$ ，求代数式 $\frac{1}{x-1} \cdot \frac{x^2 - 2x + 1}{x+2} - \frac{x-2}{x+1}$ 的值.

【答案】1

【解析】

【分析】先化简分式，再把 $x^2 + 3x = 1$ 代入原式即可求解.

$$\text{【详解】解：原式} = \frac{1}{x-1} \cdot \frac{(x-1)^2}{x+2} - \frac{x-2}{x+1}$$

$$= \frac{x-1}{x+2} - \frac{x-2}{x+1}$$

$$= \frac{3}{x^2 + 3x + 2}$$

$$\because x^2 + 3x = 1$$

$$\therefore \text{原式} = \frac{3}{1+2} = 1$$

【点睛】此题主要考查分式的化简求值，解题的关键是熟知分式的运算法则.

20. 下面是小东设计的“过直线外一点作这条直线的平行线”的尺规作图过程.

已知：直线 l 和直线 l 外一点 P .

P .

_____ l

求作：直线 PQ ，使得 $PQ \parallel l$.

作法：如图，

P .

_____ l
 A B

①在直线 l 上任取两点 A, B ;

②以点 P 为圆心， AB 长为半径画弧，以点 B 为圆心， AP 长为半径画弧，两弧在直线 l 上方相交于点 Q ;

③作直线 PQ .

直线 PQ 就是所求作的直线.

根据小东设计的尺规作图过程，

(1) 使用直尺和圆规，依作法补全图形（保留作图痕迹）;

(2) 完成下面的证明.

证明：∵ $PA = QB, AB = PQ$,

∴ 四边形 $PABQ$ 是平行四边形（_____）（填写推理的依据）.

∴ $PQ \parallel AB$ （_____）（填写推理的依据）.

即 $PQ \parallel l$

【答案】(1) 见解析 (2) 两组对边分别相等的四边形是平行四边形；平行四边形的两组对边分别平行.

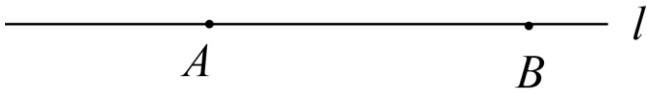
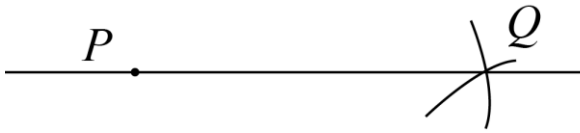
【解析】

【分析】(1) 根据题目告诉的作图方法进行作图即可；

(2) 利用平行四边形的性质与判定证明即可.

【小问 1 详解】

解：如图所示，直线 PQ 就是所求作的直线.



【小问 2 详解】

证明：∵ $PA = QB$ ， $AB = PQ$

∴ 四边形 $PABQ$ 是平行四边形（两组对边分别相等的四边形是平行四边形）.

∴ $PQ \parallel AB$ （平行四边形的两组对边分别平行）.

即 $PQ \parallel l$.

【点睛】本题考查了尺规作图，平行四边形的性质与判定，熟练掌握相关性质定理是解题的关键.

21. 已知关于 x 的一元二次方程 $3x^2 - 6x + 1 - k = 0$ 有实数根， k 为负整数.

(1) 求 k 的值；

(2) 如果这个方程有两个整数根，求出它的根.

【答案】(1) $k = -1$ ， -2 . (2) 方程的根为 $x_1 = x_2 = 1$.

【解析】

【分析】(1) 根据方程有实数根，得到根的判别式的值大于等于 0 列出关于 k 的不等式，求出不等式的解集即可得到 k 的值；

(2) 将 k 的值代入原方程，求出方程的根，经检验即可得到满足题意的 k 的值.

【详解】解：(1) 根据题意，得 $\Delta = (-6)^2 - 4 \times 3(1 - k) \geq 0$,

解得 $k \geq -2$.

∵ k 为负整数，

∴ $k = -1$ ， -2 .

(2) 当 $k = -1$ 时，不符合题意，舍去；

当 $k = -2$ 时，符合题意，此时方程的根为 $x_1 = x_2 = 1$.

【点睛】本题考查了根的判别式，一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$) 的根与 $\Delta = b^2 - 4ac$ 有如下关系：(1) $\Delta > 0$ 时，方程有两个不相等的实数根；(2) $\Delta = 0$ 时，方程有两个相等的实数根；(3) $\Delta < 0$ 时，方程没有实数根. 也考查了一元二次方程的解法.

22. 一次演讲比赛中，评委将从演讲内容，演讲能力，演讲效果三个方面为选手打分. 各项成绩均按百分制计，然后再按演讲内容占 50%，演讲能力占 40%，演讲效果占 10%，计算选手的综合成绩（百分制）. 进入决赛的前两名选手的单项成绩和综合成绩如下表所示.

选手	演讲内容	演讲能力	演讲效果	综合成绩
A	85	95	95	m

<i>B</i>	95	85	95	91
----------	----	----	----	----

- (1) 求出 m 的值；
(2) 请根据综合成绩确定两人的名次.

【答案】(1) 90

(2) 选手 B 获得第一名，选手 A 获得第二名.

【解析】

【分析】(1) 根据加权平均数的定义进行求解，分别用三个方面的成绩乘以其所占比例，然后求和；

(2) 比较两个选手的综合成绩，确定名次即可.

【小问 1 详解】

解： $m = 85 \times 50\% + 95 \times 40\% + 95 \times 10\% = 90$ ；

【小问 2 详解】

解： \because 选手 A 的综合成绩是 90，选手 B 的综合成绩是 91，

\therefore 选手 B 获得第一名，选手 A 获得第二名.

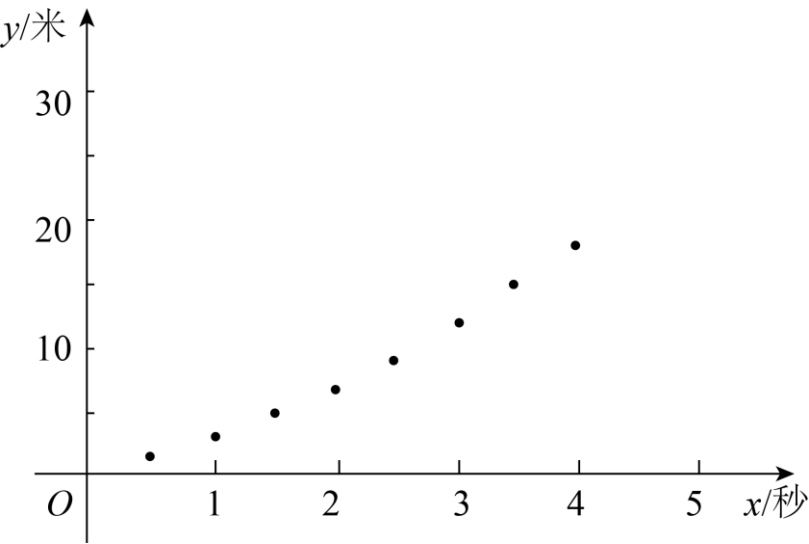
【点睛】本题考查了加权平均数，解题的关键是掌握加权平均数的计算方法.

23. 一个滑雪者从山坡滑下，如果不计其他因素，经测量得到滑行距离 y （单位：米）与滑行时间 x （单位：秒）的数据（如下表）：

滑行时间 x （秒）	0	0.5	1	1.5	2	2.5	3	3.5	4	...	58
滑行距离 y （米）	0	1.2	2.6	4.4	6.4	8.8	11.4	14.4	17.6	...	2134.4

请解决以下问题：

(1) 如下图，在平面直角坐标系 xOy 中，根据表中数值描点 (x, y) ，请你用平滑曲线连接描出的这些点；



(2) 当滑雪者滑行 3 秒时，滑行距离是_____米；

(3) 下面三个推断：

①曲线上每一个点都代表 x 的值与 y 的值的一种对应

②自变量 x 的取值范围是 $x \geq 0$

③滑行最远距离是 2134.4 米

所有推断正确的序号是_____

【答案】 (1) 见解析 (2) 11.4

(3) ①③

【解析】

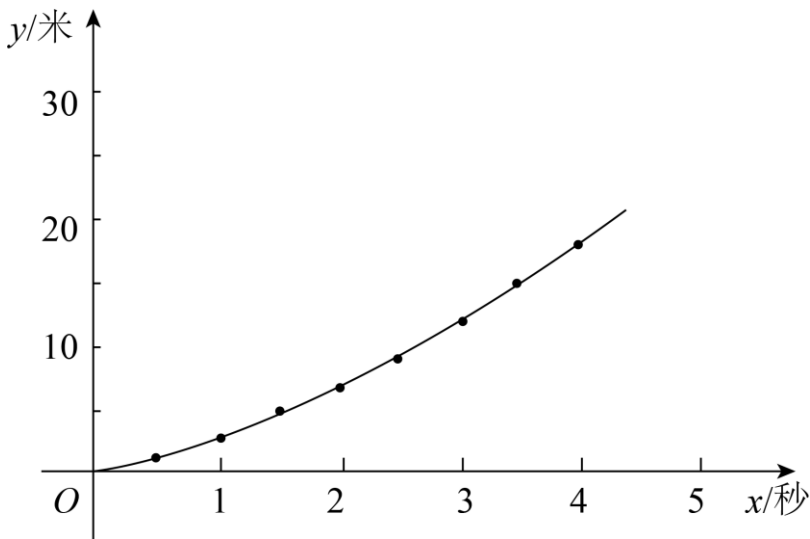
【分析】 (1) 用一条平滑的曲线将各点依次连接即可；

(2) 根据表格中的信息可得出答案；

(3) 根据表格中的数据分析即可.

【小问 1 详解】

解：如图所示.



【小问 2 详解】

解：根据表格可知，当滑行者滑行 3 秒时，滑行距离是 11.4 米；

【小问 3 详解】

解：①曲线上每一个点都代表 x 的值与 y 的值的一种对应，推断正确；

②自变量 x 的取值范围是 $0 \leq x \leq 58$ ，推断错误；

③滑行最远距离是 2134.4 米，推断正确.

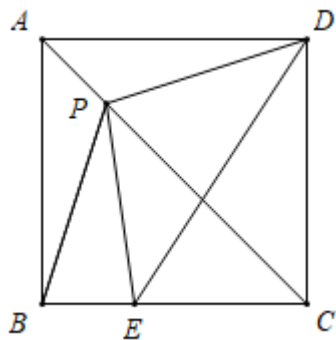
综上，所有推断正确的序号是①③.

【点睛】 本题考查了描点法作函数图象，用表格表示变量之间的关系，解决本题的关键是从表格中获取必要的信息.

24. 如图， P 是正方形 $ABCD$ 对角线 AC 上一点，点 E 在 BC 上，且 $PE=PB$.

(1) 求证： $PE=PD$;

(2) 求 $\angle PED$ 的度数.



【答案】（1）见解析；（2） 45°

【解析】

【分析】（1）根据正方形的性质四条边都相等可得 $BC=CD$ ，对角线平分一组对角，可得 $\angle ACB=\angle ACD$ ，然后利用“边角边”证明 $\triangle PBC$ 和 $\triangle PDC$ 全等，根据全等三角形对应边相等可得 $PB=PD$ ，然后等量代换即可得证；

（2）根据全等三角形对应角相等可得 $\angle PBC=\angle PDC$ ，根据等边对等角可得 $\angle PBC=\angle PEB$ ，从而得到 $\angle PDC=\angle PEB$ ，再根据 $\angle PEB+\angle PEC=180^\circ$ ，求出 $\angle PDC+\angle PEC=180^\circ$ ，然后根据四边形内角和定理求出 $\angle DPE=90^\circ$ ，判断出 $\triangle PDE$ 是等腰直角三角形，根据等腰直角三角形的性质求解即可。

【详解】（1） \because 四边形 $ABCD$ 是正方形，

$$\therefore BC=CD, \angle ACB=\angle ACD,$$

在 $\triangle PBC$ 和 $\triangle PDC$ 中，

$$BC=CD,$$

$$\because \begin{cases} \angle ACB = \angle ACD, \\ PC = PC, \end{cases}$$

$$PC=PC,$$

$$\therefore \triangle PBC \cong \triangle PDC \text{ (SAS)},$$

$$\therefore PB=PD,$$

$$\because PE=PB,$$

$$\therefore PE=PD;$$

（2） \because 四边形 $ABCD$ 是正方形，

$$\therefore \angle BCD=90^\circ,$$

$$\because \triangle PBC \cong \triangle PDC,$$

$$\therefore \angle PBC=\angle PDC,$$

$$\because PE=PB,$$

$$\therefore \angle PBC=\angle PEB,$$

$$\therefore \angle PDC=\angle PEB,$$

$$\because \angle PEB+\angle PEC=180^\circ,$$

$$\therefore \angle PDC+\angle PEC=180^\circ,$$

在四边形 $PECD$ 中， $\angle EPD=360^\circ-(\angle PDC+\angle PEC)-\angle BCD=360^\circ-180^\circ-90^\circ=90^\circ$ ，

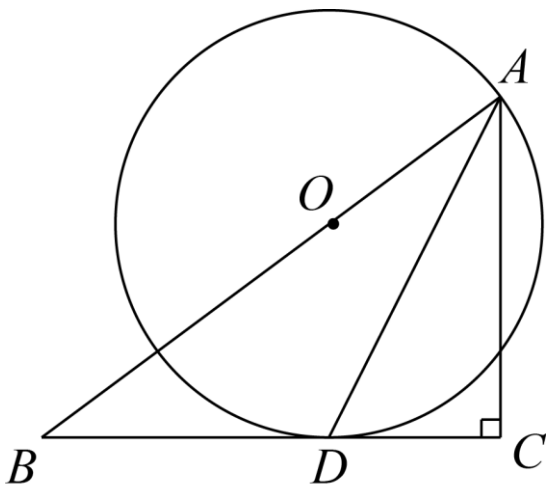
又 $\because PE=PD$ ，

$\therefore \triangle PDE$ 是等腰直角三角形，

$\therefore \angle PED = 45^\circ$.

【点睛】本题主要考查正方形的性质，三角形全等的判定和性质定理，四边形的内角和等于 360° 以及等腰直角三角形的性质，熟练掌握正方形的性质，三角形全等的判定和性质定理，四边形的内角和等于 360° 以及等腰直角三角形的性质是解题的关键。

25. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， AD 是 $\angle BAC$ 的平分线， O 是 AB 上一点，以 OA 为半径的 $\odot O$ 经过点 D 。



- (1) 求证：BC 是 $\odot O$ 切线；
 (2) 若 $BD = 5, DC = 3$ ，求 AC 的长。

【答案】(1) 见解析 (2) 6

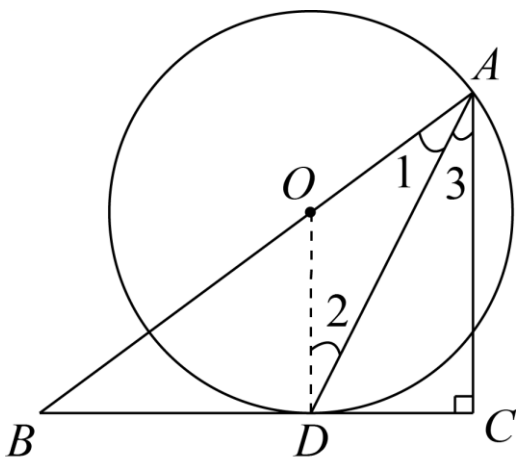
【解析】

【分析】(1) 要证 BC 是 $\odot O$ 的切线，只要连接 OD，再证 $OD \perp BC$ 即可。

(2) 过点 D 作 $DE \perp AB$ ，根据角平分线的性质可知 $CD = DE = 3$ ，由勾股定理得到 BE 的长，再通过证明 $\triangle BDE \sim \triangle BAC$ ，根据相似三角形的性质得出 AC 的长。

【小问 1 详解】

连接 OD；



$\because AD$ 是 $\angle BAC$ 的平分线，

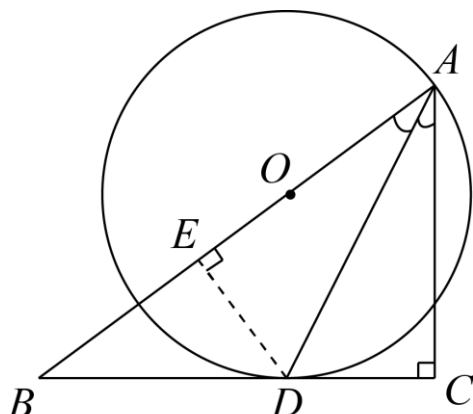
$\therefore \angle 1 = \angle 3$.

$\because OA = OD$,

$\therefore \angle 1 = \angle 2$.
 $\therefore \angle 2 = \angle 3$.
 $\therefore OD \parallel AC$.
 $\therefore \angle ODB = \angle ACB = 90^\circ$.
 $\therefore OD \perp BC$.
 $\because OD$ 是 $\odot O$ 的半径,
 $\therefore BC$ 是 $\odot O$ 切线.

【小问 2 详解】

过点 D 作 $DE \perp AB$,



$\because AD$ 是 $\angle BAC$ 的平分线,
 $\therefore CD = DE = 3$.

在 $Rt\triangle BDE$ 中, $\angle BED = 90^\circ$,

由勾股定理得: $BE = \sqrt{BD^2 - DE^2} = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4$,

$\because \angle BED = \angle ACB = 90^\circ$, $\angle B = \angle B$,

$\therefore \triangle BDE \sim \triangle BAC$.

$$\therefore \frac{BE}{BC} = \frac{DE}{AC}.$$

$$\therefore \frac{4}{8} = \frac{3}{AC}.$$

$\therefore AC = 6$.

【点睛】[^]本题综合性较强,既考查了切线的判定,要证某线是圆的切线,已知此线过圆上某点,连接圆心与这点(即为半径),再证垂直即可.同时考查了角平分线的性质,勾股定理得到 BE 的长,及相似三角形的性质.

26. 关于 x 的二次函数 $y_1 = x^2 + mx$ 的图象过点 $(-2, 0)$.

(1) 求二次函数 $y_1 = x^2 + mx$ 的表达式;

(2) 已知关于 x 的二次函数 $y_2 = -x^2 + 2x$, 一次函数 $y_3 = kx + b (k \neq 0)$, 在实数范围内, 对于 x 的同一个值, 这三个函数所对应的函数值 $y_1 \geq y_3 \geq y_2$ 均成立.

①求 b 的值;

②直接写出 k 的值.

【答案】 (1) $y_1 = x^2 + 2x$.

(2) ① $b = 0$; ② $k = 2$

【解析】

【分析】 (1) 运用待定系数法求解即可;

(2) 画出函数图象, 结合函数图象求解即可.

【小问 1 详解】

∵ 关于 x 的二次函数 $y_1 = x^2 + mx$ 的图象过点 $(-2, 0)$,

$$\therefore 0 = (-2)^2 + m \times (-2),$$

$$\therefore m = 2,$$

$$\therefore y_1 = x^2 + 2x.$$

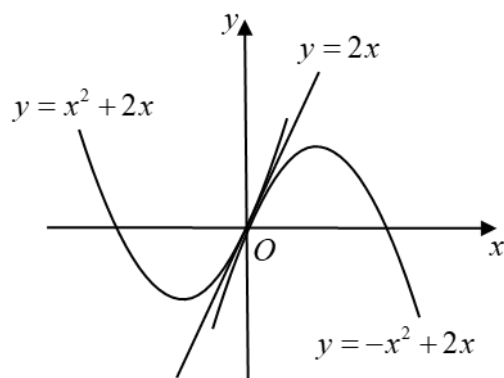
【小问 2 详解】

$$\textcircled{1} \because y_1 = x^2 + 2x, \quad y_2 = -x^2 + 2x,$$

$$\text{令 } y_1 = y_2, \text{ 则 } x^2 + 2x = -x^2 + 2x,$$

$$\therefore x = 0,$$

∴ y_1 与 y_2 仅交于 $(0, 0)$ 点, 如图,



∵ 对于 x 的同一个值, 这三个函数所对应的函数值 $y_1 \geq y_3 \geq y_2$ 均成立.

又 $x = 0$ 时, $y_1 = y_2$,

∴ $x = 0$ 时, $y_1 = y_2 = y_3 = 0$, 且 y_3 与 y_1, y_2 有且仅有 $(0, 0)$ 这一交点,

∴ $y_3 = kx + b$ 经过 $(0, 0)$,

$$\therefore b = 0;$$

②由①知 $b = 0$,

$$\therefore y_3 = kx,$$

$$\text{联立方程组 } \begin{cases} y_1 = x^2 + 2x \\ y_3 = kx \end{cases},$$

$$\therefore x^2 + 2x = kx,$$

整理得, $x^2 + (2-k)x = 0$,

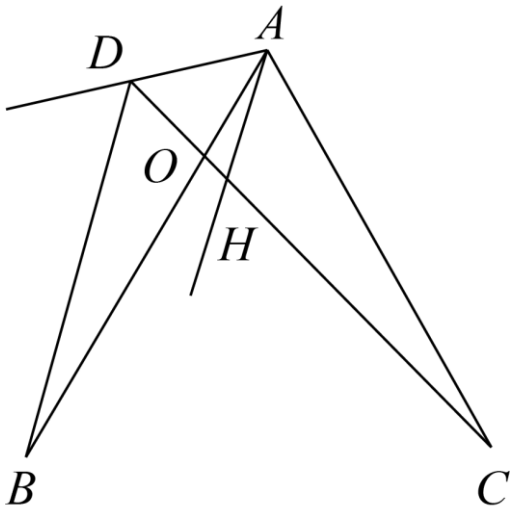
\because 两函数只有一个交点,

$$\therefore \Delta = (2-k)^2 = 0,$$

$$\therefore k = 2.$$

【点睛】本题主要考查了运用待定系数法求二次函数解析式, 以及二次函数的图象与性质, 结合函数图象解决问题是解答本题的关键.

27. 已知: 如图, $AC = AB$, $\angle CAB = \angle CDB = \alpha$, 线段 CD 与 AB 相交于点 O , 以点 A 为中心, 将射线 AD 绕点 A 逆时针旋转 α ($0 < \alpha < 180^\circ$) 交线段 CD 于点 H .



(1) 若 $\alpha = 60^\circ$, 求证: $CD = AD + BD$;

(2) 请你直接用等式表示出线段 CD , AD , BD 之间的数量关系 (用含 α 的式子表示).

【答案】(1) 见解析 (2) $CD = 2AD \sin \frac{\alpha}{2} + BD$

【解析】

【分析】(1) 证明 $\triangle ADB \cong \triangle AHC$, 则 $CH = BD$, 证明 $\triangle ADH$ 是等边三角形, 则 $DH = AD$, 由此可证 $CD = AD + BD$;

(2) 过点 A 作 $AE \perp DH$ 于 E , 由等腰三角形三线合一可知 $\angle DAE = \frac{1}{2} \angle DAH = \frac{\alpha}{2}$, $DH = 2DE$, 在 $Rt\triangle ADE$ 中, 利用三角函数用 AD 表示 DE , 从而表示出 DH , 结合 $CD = DH + CH$ 即可得 CD , AD , BD 之间的数量关系.

【小问 1 详解】

证明: $\because \angle DAH = \angle BAC = \alpha$,

$$\therefore \angle DAH - \angle BAH = \angle BAC - \angle BAH,$$

$$\text{即 } \angle DAB = \angle HAC.$$

$$\because \angle BDC = \angle BAC = \alpha, \angle BOD = \angle COA,$$

$$\therefore 180^\circ - \angle BDC - \angle BOD = 180^\circ - \angle BAC - \angle COA,$$

即 $\angle B = \angle C$.

在 $\triangle ADB$ 与 $\triangle AHC$ 中,

$$\begin{cases} \angle DAB = \angle HAC \\ AB = AC \\ \angle B = \angle C \end{cases},$$

$\therefore \triangle ADB \cong \triangle AHC$ (ASA) .

$\therefore BD = CH$, $AD = AH$,

又 $\because \angle DAH = \alpha = 60^\circ$,

$\therefore \triangle ADH$ 是等边三角形,

$\therefore AD = DH$,

又 $\because CD = DH + CH$,

$\therefore CD = AD + BD$.

【小问 2 详解】

解: $CD = 2AD \sin \frac{\alpha}{2} + BD$, 理由如下:

过点 A 作 $AE \perp DH$ 于 E ,

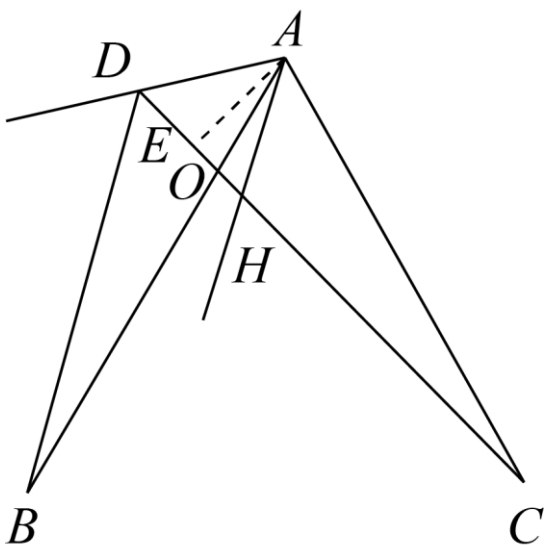
$\because AD = AH$,

$\therefore \angle DAE = \frac{1}{2} \angle DAH = \frac{\alpha}{2}$, $DH = 2DE$.

$\therefore DE = AD \sin \frac{\alpha}{2}$, $DH = 2DE = 2AD \sin \frac{\alpha}{2}$.

又 $\because CD = DH + CH$, $CH = BD$,

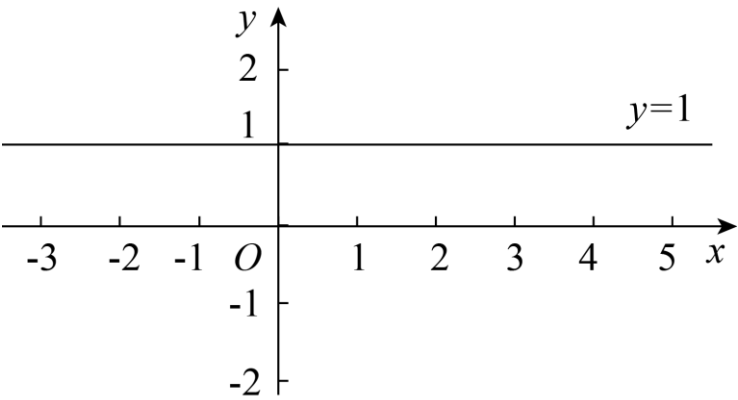
$\therefore CD = 2AD \sin \frac{\alpha}{2} + BD$.



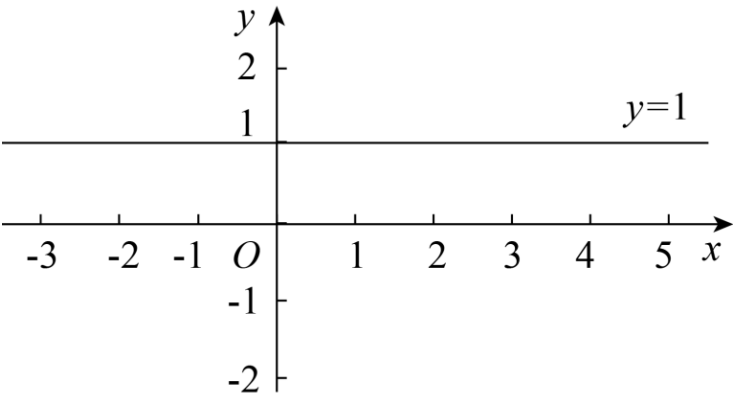
【点睛】 本题考查了旋转的性质，等边三角形的性质与判定，全等三角形的性质与判定，三角函数的应用，解决本题的关键是利用三角函数建立线段之间的数量关系.

28. 在平面直角坐标系 xOy 中，对于点 P 和直线 $y=1$ ，给出如下定义：若点 P 在直线 $y=1$ 上，且以点 P 为顶点的角是 45° ，则称点 P 为直线 $y=1$ 的“关联点”。

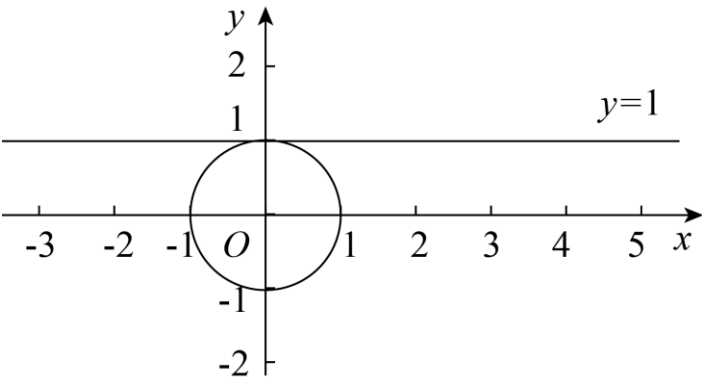
(1) 若在直线 $x=1$ 上存在直线 $y=1$ 的“关联点” P ，则点 P 的坐标为_____；



(2) 过点 $P(2,1)$ 作两条射线，一条射线垂直于 x 轴，垂足为 A ；另一条射线、交 x 轴于点 B ，若点 P 为直线 $y=1$ 的“关联点”。求点 B 的坐标；



(3) 以点 O 为圆心，1 为半径作圆，若在 $\odot O$ 上存在点 N ，使得 $\angle OPN$ 的顶点 P 为直线 $y=1$ 的“关联点”。则点 P 的横坐标 a 的取值范围是_____。



【答案】 (1) $P(1,1)$.

(2) $B(1,0)$ 或 $B(3,0)$.

(3) $-1 \leq a \leq 1$.

【解析】

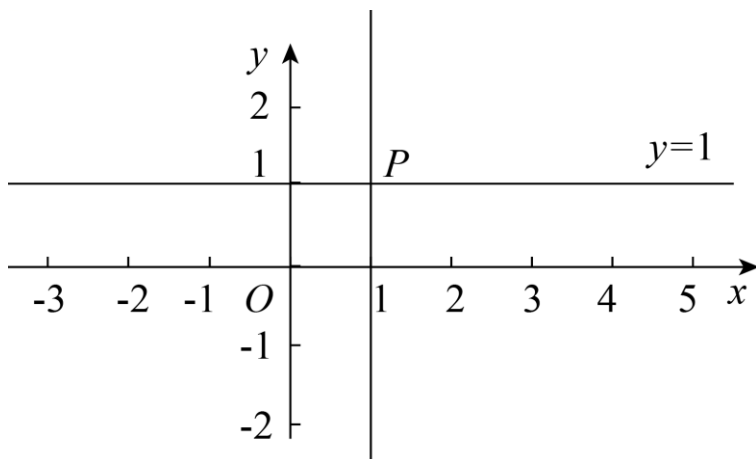
【分析】（1）在直线 $x=1$ 上存在直线 $y=1$ 的“关联点” P ，可得点 P 为两直线的交点，从而可得答案；

（2）根据题意画出图形，结合等腰直角三角形的性质可得答案；

（3）如图，过 $-1,0$ ， $1,0$ 作圆的两条切线，当 $P -1,1$ ， $N 0,1$ 时， $\angle OPN = 45^\circ$ ，根据三角形的外角的性质可得： $\angle OQN < \angle OPN = 45^\circ$ ，再根据对称性，可得答案．

【小问 1 详解】

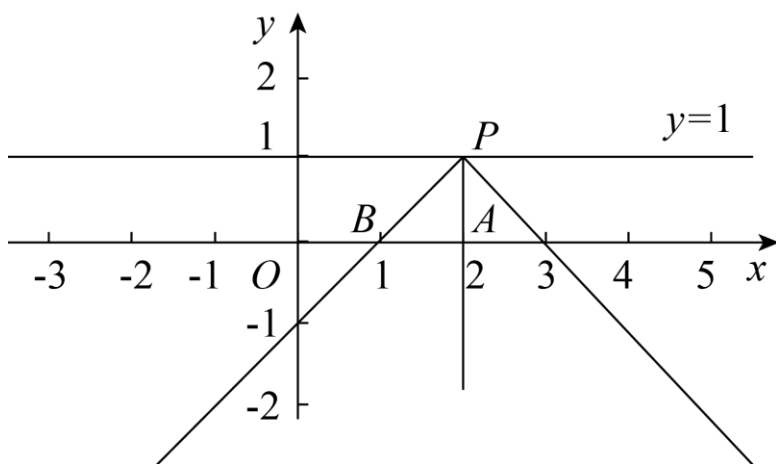
解：在直线 $x=1$ 上存在直线 $y=1$ 的“关联点” P ．则点 P 为两直线的交点，



$\therefore P 1,1$ ．

【小问 2 详解】

如图， \because 点 P 为直线 $y=1$ 的“关联点”．



$\therefore \angle APB = 45^\circ$ ，

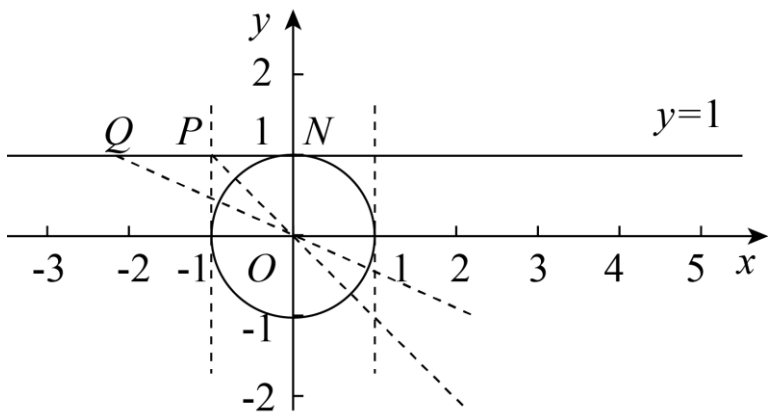
$\because PA \perp x$ 轴， $y_P = 1$ ，

$\therefore AB = AP = 1$ ，

$\therefore B(1,0)$ 或 $B 3,0$ ．

【小问 3 详解】

如图，过 $-1,0$ ， $1,0$ 作圆的两条切线，



当 $P(-1,1), N(0,1)$ 时, $\angle OPN = 45^\circ$,

根据三角形的外角的性质可得: $\angle OQN < \angle OPN = 45^\circ$,

所以此时点 P 的横坐标 a 的范围: $a \geq -1$,

同理: 当 P 在第一象限时, 满足 $a \leq 1$,

综上: 点 P 的横坐标 a 的范围: $-1 \leq a \leq 1$.

【点睛】 本题考查的是新定义情境下的坐标与图形, 三角形的外角的性质, 圆的基本性质, 切线的性质, 理解题意, 利用数形结合的方法解题是关键.