

# 2020 北京房山初三二模

## 数 学

2020.6

考 生 须 知	<p>1. 本试卷共 12 页，共三道大题，28 道小题，满分 100 分。考试时间 120 分钟。</p> <p>2. 在试卷和答题卡上认真填写学校名称、姓名和准考证号。</p> <p>3. 试题答案一律填涂或书写在答题卡上，在试卷上作答无效。</p> <p>4. 在答题卡上，选择题、作图题用 2B 铅笔作答，其他试题用黑色字迹签字笔作答。</p> <p>5. 考试结束，请将本试卷、答题卡和草稿纸一并交回。</p>
------------------	--

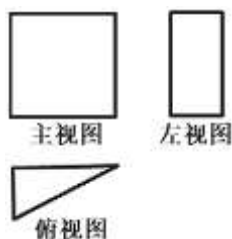
下面 1-8 题均有四个选项，其中符合题意的选项只有一个。

1. 在迎来庆祝新中国成立 70 周年之后，对于中国而言，2020 年又将是一个新的时间坐标. 过去 40 年，中国完成了卓越的经济转型，八亿两千万人成功脱贫，这是人类发展史上具有里程碑意义的重大成就. 将 820000000 用科学记数法表示为( )

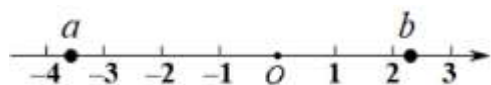
- A.  $8.2 \times 10^9$                       B.  $0.82 \times 10^9$   
C.  $8.2 \times 10^8$                       D.  $82 \times 10^7$

2. 如图是某个几何体的三视图，该几何体是( )

- A. 长方体  
C. 正方体  
B. 三棱柱  
D. 圆柱



3. 实数  $a, b$  在数轴上的对应点的位置如图所示，则正确的结论是( )



- A.  $|b| < a$                       B.  $-a < b$                       C.  $a + b > 0$                       D.  $|a| > b$

4. 《北京市生活垃圾管理条例》对垃圾分类提出更高要求，于 2020 年 5 月 1 日起施行，施行的目的在于加强生活垃圾管理，改善城乡环境，保障人体健康. 下列垃圾分类标志，是中心对称图形的是( )



5. 李老师是一位运动达人，他通过佩戴智能手环来记录自己一个月(30天)每天所走的步数，并绘制成如右统计表：

在每天所走的步数这组数据中，众数和中位数分别是( )

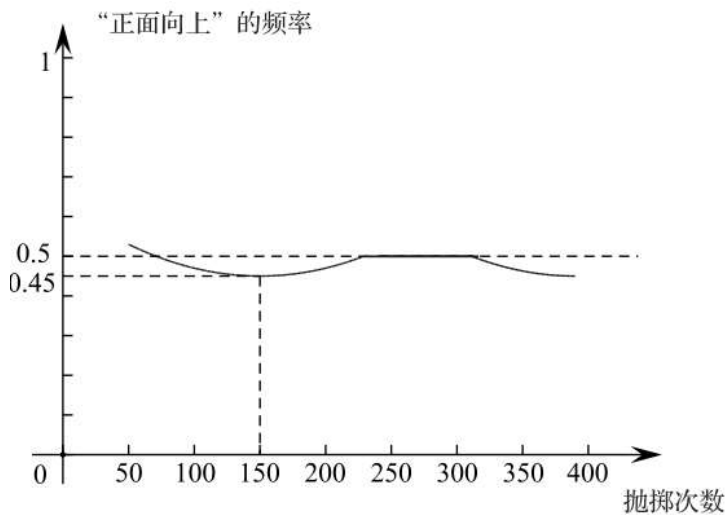
- A. 1.6, 1.5
- B. 1.7, 1.6
- C. 1.7, 1.7
- D. 1.7, 1.55

6. 如图，在  $\square ABCD$  中，延长  $AD$  至点  $E$ ，使  $AD = 2DE$ ，连

接  $BE$  交  $CD$  于点  $F$ ，交  $AC$  于点  $G$ ，则  $\frac{CG}{AG}$  的值是 ( )

- A.  $\frac{2}{3}$
- B.  $\frac{1}{3}$
- C.  $\frac{1}{2}$
- D.  $\frac{3}{4}$

7. 如图显示了用计算机模拟随机抛掷一枚硬币的某次实验的结果



下面有三个推断：

- ①当抛掷次数是 100 时，计算机记录“正面向上”的次数是 47，所以“正面向上”的概率是 0.47；
- ②随着试验次数的增加，“正面向上”的频率总在 0.5 附近摆动，显示出一定的稳定性，可以估计“正面向上”的概率是 0.5；
- ③若再次用计算机模拟此实验，则当抛掷次数为 150 时，“正面向上”的频率一定是 0.45.

其中合理的是( )

- A. ①
- B. ②
- C. ①②
- D. ①③

8. 2020 年是 5G 爆发元年，三大运营商都在政策的支持下，加快着 5G 建设的步伐. 某通信公司实行的 5G 畅想套餐，部分套餐资费标准如下：

套餐类型	月 费 ( 元 / 月 )	套餐内包含内容		套餐外资费	
		国内数据流量 (GB)	国内主叫 (分钟)	国内流量	国内主叫

套餐 1	128	30	200	每 5 元 1GB, 用满 3GB 后每 3 元 1GB, 不足部分按照 0.03 元/MB 收取	0.19 元/分钟
套餐 2	158	40	300		
套餐 3	198	60	500		
套餐 4	238	80	600		

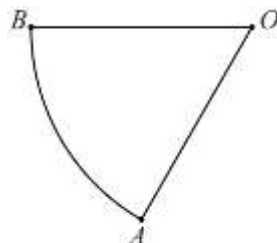
小武每月大约使用国内数据流量 49GB, 国内主叫 350 分钟, 若想使每月付费最少, 则他应预定的套餐是( )

- A. 套餐 1                      B. 套餐 2  
C. 套餐 3                      D. 套餐 4

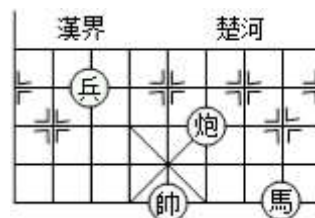
二、填空题(本题共 16 分, 每小题 2 分)

9. 若分式  $\frac{x+1}{x-1}$  值为 0, 则  $x$  的值是\_\_\_\_\_.

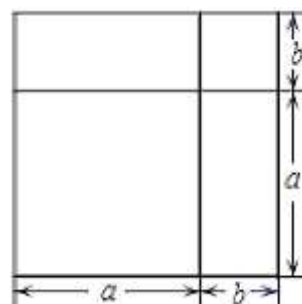
10. 如图, 扇形  $AOB$ , 通过测量、计算, 得  $AB$  的长约为\_\_\_\_\_  $cm$ . ( $\pi$  取 3.14, 结果保留一位小数)



11. 如图, 若在象棋棋盘上建立直角坐标系, 使“帅”位于点  $(-3, -2)$ , “炮”位于点  $(-2, 0)$ , 则“兵”位于的点的坐标为\_\_\_\_\_.



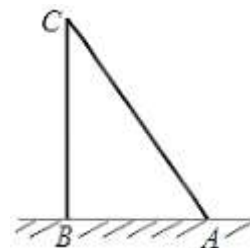
12. 如图, 一个大正方形被分成两个正方形和两个一样的矩形, 请根据图形, 写出一个含有  $a, b$  的正确的等式\_\_\_\_\_.



13. 如果  $m+n=4$ , 那么代数式  $(\frac{m^2+n^2}{m} + 2n) \cdot \frac{2m}{m+n}$  的值为\_\_\_\_\_

14. 已知一组数据  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$  的方差是  $S^2$ , 那么另一组数据  $x_1-3, x_2-3, x_3-3, \dots, x_n-3$  的方差是\_\_\_\_\_.

15. 《九章算术》是中国传统数学最重要的著作, 奠定了中国传统数学的基本框架. 其中记载了一个“折竹抵地”问题: “今有竹高二丈, 末折抵地, 去本六尺, 问折者高几何?” 译文: “有一根竹子, 原高二丈(1 丈=10 尺), 现被风折断, 竹梢触地面处与竹根的距离为 6 尺, 问折断处离地面的高度为多少尺?” 如图, 我们用点  $A, B, C$  分别表示竹梢, 竹根和折断处, 设折断处离地面的高度  $BC$  为  $x$  尺, 则可列方程为\_\_\_\_\_



16. 下面是“作一个 $30^\circ$ 角”的尺规作图过程.

已知:平面内一点 $A$ .

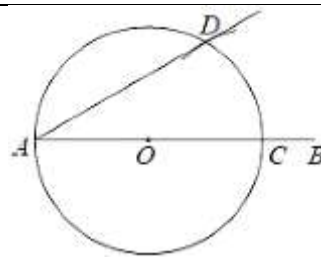
求作: $\angle A$ , 使得 $\angle A = 30^\circ$

作法:如图,

(1)作射线 $AB$ ;

(2)在射线 $AB$ 上取一点 $O$ , 以 $O$ 为圆心,  $OA$ 为半径作圆, 与射线 $AB$ 相交于点 $C$ ;

(3)以 $C$ 为圆心,  $OC$ 为半径作弧, 与 $\odot O$ 交于点 $D$ , 作射线 $AD$ . 则 $\angle DAB$ 即为所求的角.



请回答:该尺规作图的依据是\_\_\_\_\_

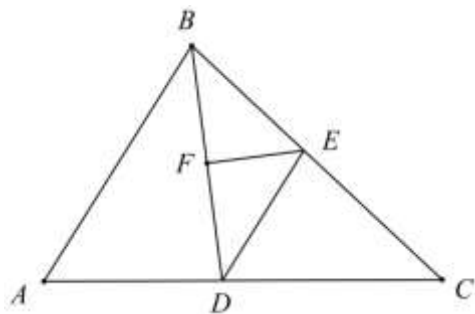
三、解答题(本题共 68 分, 第 17-22 题, 每小题 5 分, 第 23-26 题, 每小题 6 分, 第 27-28 题, 每小题 7 分)

17. 计算:  $\sqrt{18} - (\frac{1}{5})^{-1} + 4\sin 30^\circ + |\sqrt{2} - 1|$

18. 解不等式组: 
$$\begin{cases} 3(x+1) < 2x, \\ \frac{x-1}{2} < x+2. \end{cases}$$

19. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中,  $BD$ 平分 $\angle ABC$ 交 $AC$ 于点 $D$ ,  $DE \parallel AB$ 交 $BC$ 于点 $E$ ,  $F$ 是 $BD$ 中点.

求证:  $EF$ 平分 $\angle BED$ .



20. 已知关于 $x$ 的一元二次方程 $kx^2 - 4x + 3 = 0$ .

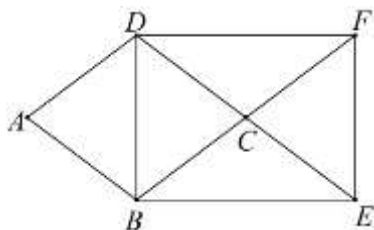
(1) 当 $k = 1$ 时, 求此方程的根;

(2) 若此方程有两个不相等的实数根, 求 $k$ 的取值范围.

21. 如图，菱形  $ABCD$  中，分别延长  $DC, BC$  至点  $E, F$ ，使  $CE = CD, CF = CB$ ，连接  $DB, BE, EF, FD$ .

(1) 求证：四边形  $DBEF$  是矩形；

(2) 若  $AB = 5$ ， $\cos \angle ABD = \frac{3}{5}$ ，求  $DF$  的长.



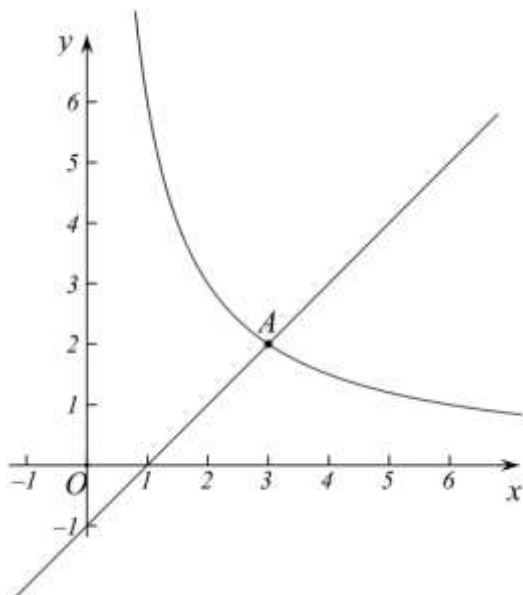
22. 在平面直角坐标系  $xOy$  中，反比例函数  $y = \frac{k}{x} (x > 0)$  的图象与直线  $y = x - 1$  交于点  $A(3, m)$

(1) 求  $k$  的值

(2) 已知点  $P(n, 0) (n > 0)$ ，过点  $P$  作垂直于  $x$  轴的直线，交直线  $y = x - 1$  于点  $B$ ，交函数  $y = \frac{k}{x} (x > 0)$  于点  $C$ .

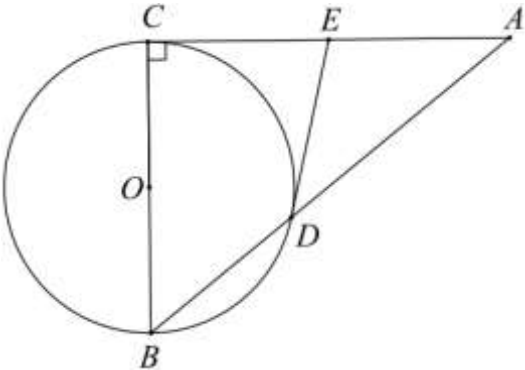
① 当  $n = 4$  时，判断线段  $PC$  与  $BC$  的数量关系，并说明理由；

② 若  $PC \leq BC$ ，结合图象，直接写出  $n$  的取值范围.



23. 如图，在  $\triangle ABC$  中， $\angle ACB = 90^\circ$ ，以  $BC$  为直径的  $\odot O$  交  $AB$  于点  $D$ ， $E$  是  $AC$  中点，连接  $DE$ 。

- (1) 判断  $DE$  与  $\odot O$  的位置关系并说明理由；
- (2) 设  $CD$  与  $OE$  的交点为  $F$ ，若  $AB = 10, BC = 6$ ，求  $OF$  的长。



24. GDP 是指一个国家(或地区)在一定时期内生产活动的最终成果，常被公认为是衡量经济状况的最佳指标. 截止 2020 年 4 月 27 日，对除西藏外的 30 个省区市第一季度有关 GDP 的数据进行收集、整理、描述和分析. 下面给出了部分信息：

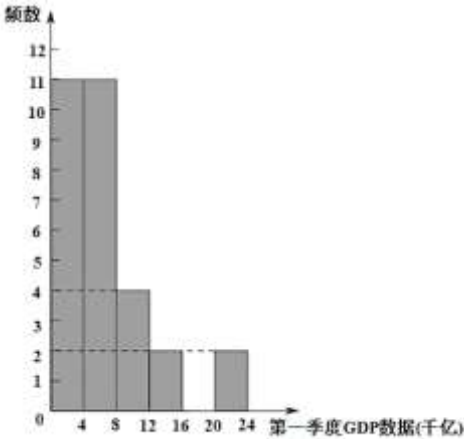
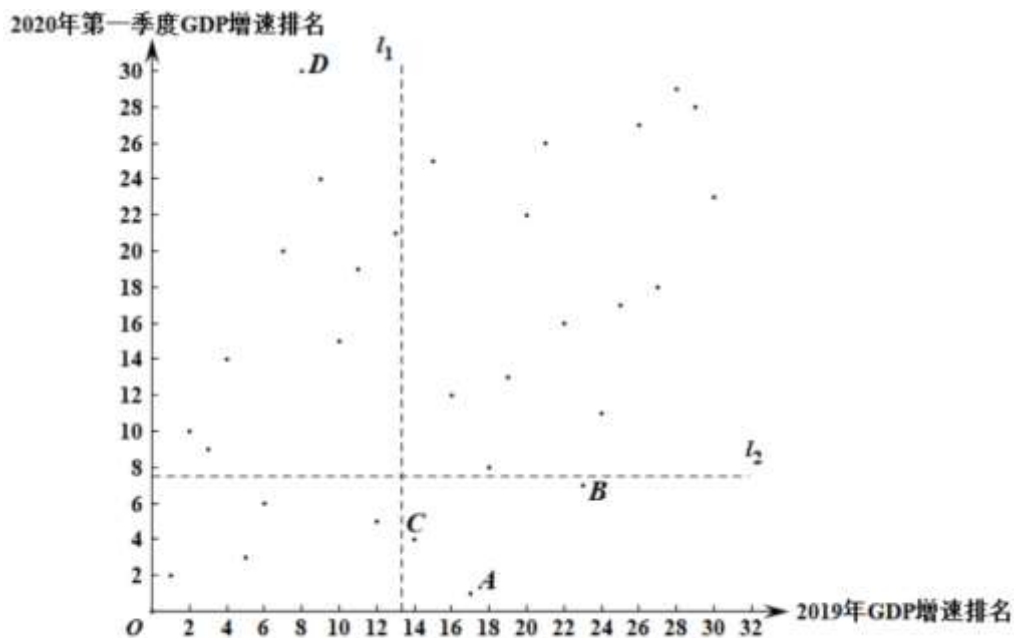


图 24-1

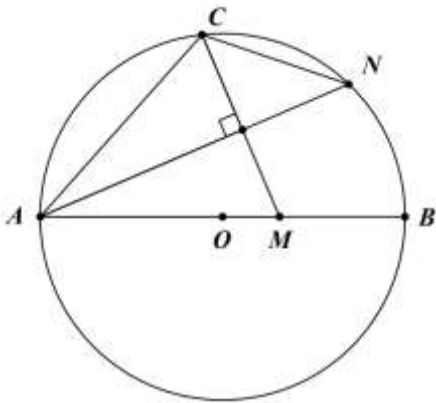
- a. 各省区市 GDP 数据的频数分布直方图，如图 24-1 (数据分成 6 组，各组是  $0 < x \leq 4, 4 < x \leq 8, 8 < x \leq 12, 12 < x \leq 16, 16 < x \leq 20, 20 < x \leq 24$ )：
- b. 2020 年第一季度 GDP 数据在这一组的是：  
4.6    4.9    5.0    5.1    5.3    5.4    6.3    7.4    7.5    7.8    7.8
- c. 30 个省区市 2020 年第一季度及 2019 年 GDP 增速排名统计图，如图 24-2：
- d. 北京 2020 年第一季度 GDP 数据约为 7.5 千亿，GDP 增速排名为第 22.



根据以上信息，回答下列问题：

- (1) 在 30 个省区市中，北京 2020 年第一季度 GDP 的数据排名第\_\_\_\_\_。
  - (2) 在 30 个省区市 2020 年第一季度及 2019 年 GDP 增速排名统计图中，请在图中用“0”圈出代表北京的点
  - (3) 2020 年第一季度 GDP 增速排名位于北京之后的几个省份中，2019 年 GDP 增速排名的最好成绩是第\_\_\_\_\_。
  - (4) 下列推断合理的是\_\_\_\_\_。
- ①与 2019 年 GDP 增速排名相比，在疫情冲击下，2020 年全国第一季度增速排名，部分省市有较大下滑，如 D 代表的湖北排名下滑最多。
- ② A、B、C 分别代表的新疆、广西、青海位于西部地区，多为人口净流出或少量净流入，经济发展主要依靠本地劳动力供给，疫后复工复产效率相对较高，相对于 2019 年 GDP 增速排名位置靠前。

25. 已知线段  $AB=6\text{cm}$ ，点  $M$  是线段  $AB$  上一动点，以  $AB$  为直径作  $\odot O$ ，点  $C$  是圆周上一点且  $AC=4\text{cm}$ ，连接  $CM$ ，过点  $A$  做直线  $CM$  的垂线，交  $\odot O$  于点  $N$ ，连接  $CN$ ，设线段  $AM$  的长为  $x\text{cm}$ ，线段  $AN$  的长为  $y_1\text{cm}$ ，线段  $CN$  的长为  $y_2\text{cm}$ 。



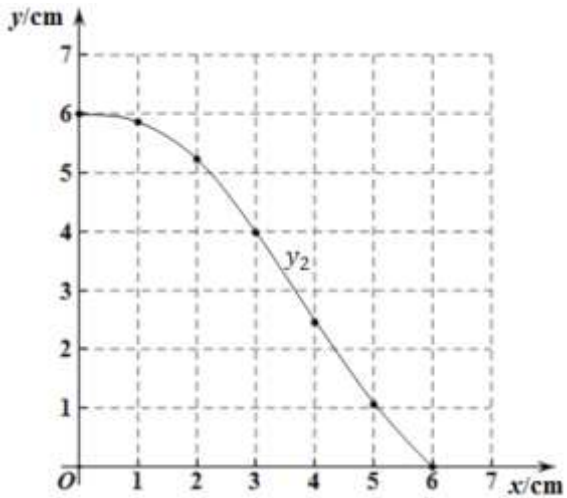
小华同学根据学习函数的经验，分别对函数  $y_1, y_2$ ，随自变量  $x$  的变化而变化的规律进行了探究. 下面是该同学的探究过程，请补充完整：

(1) 按照下表中自变量  $x$  的值进行取点、画图、测量，分别得到了  $y_1, y_2$  与  $x$  的几组对应值：

$x(\text{cm})$	0	1	2	3	4	5	6
$y_1(\text{cm})$	4.47	5.24	5.86	5.96		4.72	4.00
$y_2(\text{cm})$	6.00	5.86	5.23	3.98	2.46	1.06	0

请你补全表格的相关数值，保留两位小数.

(2) 在同一平面直角坐标系  $xOy$  中，描出补全后的表中各组数值所对应的点  $(x, y_1), (x, y_2)$ ，并画出函数  $y_1, y_2$  的图象(函数  $y_2$  的图象如图，请你画出  $y_1$  的图象)



(3) 结合画出的函数图象，解决问题:当  $\triangle CAN$  是等腰三角形时，  $AM$  的长度约为\_\_\_\_\_  $\text{cm}$  .



26. 在平面直角坐标系中, 已知抛物线  $y = ax^2 + 2ax + c$  与  $x$  轴交于点  $A, B$ , 且  $AB = 4$ .

抛物线与  $y$  轴交于点  $C$ , 将点  $C$  向上移动 1 个单位得到点  $D$ .

(1) 求抛物线对称轴;

(2) 求点  $D$  纵坐标 (用含有  $a$  的代数式表示);

(3) 已知点  $P(-4, 4)$ , 若抛物线与线段  $PD$  只有一个公共点, 求  $a$  的取值范围.

27. 点  $C$  为线段  $AB$  上一点, 以  $AC$  为斜边作等腰  $Rt\triangle ADC$ , 连接  $BD$ , 在  $Rt\triangle ABD$  外侧,

以  $BD$  为斜边作等腰  $Rt\triangle BED$ , 连接  $EC$ .

(I) 如图 1, 当  $\angle DBA = 30^\circ$  时:

① 求证:  $AC = BD$ ;

② 判断线段  $EC$  与  $EB$  的数量关系, 并证明;

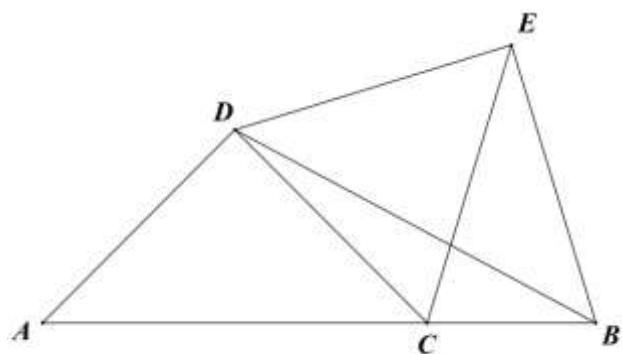


图 1

(2) 如图 2, 当  $0^\circ < \angle DBA < 45^\circ$  时,  $EC$  与  $EB$  的数量关系是否保持不变? 对于以上问题, 小牧同学通过观察、实验, 形成了解决该问题的几种思路:

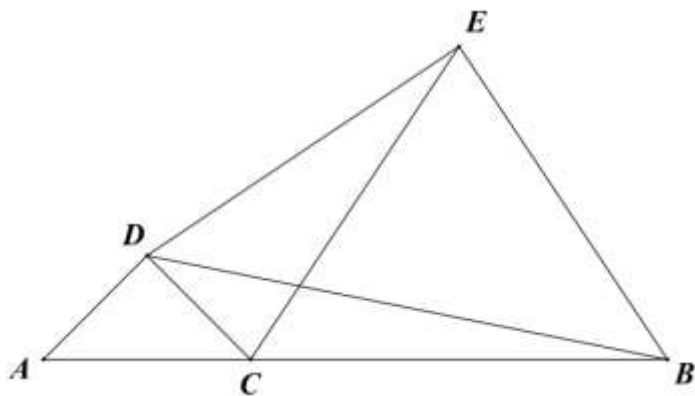
想法 1: 尝试将点  $D$  为旋转中心, 过点  $D$  作线段  $BD$  垂线, 交  $BE$  延长线于点  $G$ ,

连接  $CG$ ; 通过证明  $\triangle ADB \cong \triangle CDG$  解决以上问题;

想法 2: 尝试将点  $D$  为旋转中心, 过点  $D$  作线段  $AB$  垂线, 垂足为点  $G$ , 连接  $EG$ . 通过证明  $\triangle ADB \sim \triangle GDE$  解决以上问题;

想法 3: 尝试利用四点共圆, 过点  $D$  作  $AB$  垂线段  $DF$ , 连接  $EF$ , 通过证明  $D, F, B, E$  四点共圆, 利用圆的相关知识解决以上问题.

请你参考上面的想法, 证明  $EC = EB$  (一种方法即可)

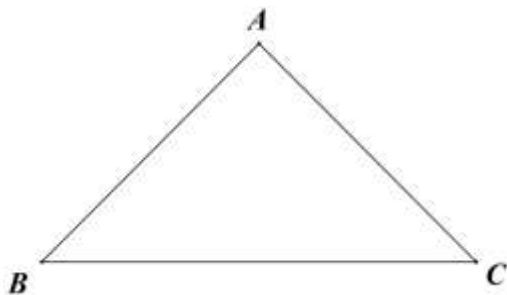


28. 过三角形的任意两个顶点画一条弧，若弧上的所有点都在该三角形的内部或边上，则称该弧为三角形的“形内弧”。

(1) 如图，在等腰  $Rt\triangle ABC$  中， $\angle A = 90^\circ$ ， $AB = AC = 2$ 。

① 在下图中画出一条  $Rt\triangle ABC$  的形内弧；

② 在  $Rt\triangle ABC$  中，其形内弧的长度最长为\_\_\_\_\_。



(2) 在平面直角坐标系中，点  $D(-2,0)$ ， $E(2,0)$ ， $F(0,1)$ 。点  $M$  为  $\triangle DEF$  形内弧所在圆的圆心。求点  $M$  纵坐标  $y_M$  的取值范围；

(3) 在平面直角坐标系中，点  $M(2, 2\sqrt{3})$ ，点  $G$  为  $x$  轴上一点。点  $P$  为  $\triangle OMG$  最长形内弧所在圆的圆心，求点  $P$  纵坐标  $y_P$  的取值范围。

# 2020 北京房山初三二模数学

## 参考答案

一、选择题（本题共 16 分，每小题 2 分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	C	B	D	C	B	A	B	C

二、填空题（本题共 16 分，每小题 2 分）

9. -1 ;                      10. 3.1 ;                      11. (-5,1);                      12.  $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$  ;

13. 8;                      14.  $S^2$ ;                      15.  $x^2 + 6^2 = (20-x)^2$  ;

16. 同圆或等圆半径相等，三边相等的三角形是等边三角形，等边三角形的内角是  $60^\circ$ ，一条弧所对的圆周角是它所对圆心角的一半。（直径所对的圆周角是直角，正弦定义，三角函数值）

三、解答题（本题共 68 分，第 17-22 题，每小题 5 分，第 23-26 题，每小题 6 分，第 27-28，每小题 7 分）

17. 解:  $\sqrt{18} - (\frac{1}{5})^{-1} + 4\sin 30^\circ + |\sqrt{2} - 1|$   
 $= 3\sqrt{2} - 5 + 4 \times \frac{1}{2} + \sqrt{2} - 1 \dots\dots\dots 4$  分  
 $= 4\sqrt{2} - 4 \dots\dots\dots 5$  分

18. 解不等式①:  ~~$3x + 3 < 2x$~~   $3x + 3 < 2x$   $\dots\dots\dots 1$  分  
 得  $x < -3 \dots\dots\dots 2$  分  
 解不等式②:  ~~$x - 1 < 2x + 4$~~   $x - 1 < 2x + 4 \dots\dots\dots 3$  分  
 得  $x > -5 \dots\dots\dots 4$  分  
 不等式组的解集是  $-5 < x < -3 \dots\dots\dots 5$  分

19.

证明：∵  $BD$  平分  $\angle ABC$

∴  $\angle ABD = \angle CBD$  .....1 分

∵  $DE \parallel AB$

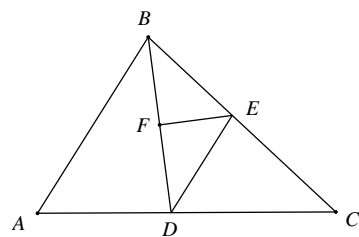
∴  $\angle ABD = \angle BDE$  .....2 分

∴  $\angle CBD = \angle BDE$  .....3 分

∴  $EB = ED$  .....4 分

∵  $F$  是  $BD$  中点

∴  $EF$  平分  $\angle BED$  .....5 分



20.

(1) 当  $k=1$  时, 此方程为  $x^2 - 4x + 3 = 0$  .....1 分

$$(x-1)(x-3) = 0$$

$$x_1 = 1, x_2 = 3 \text{ .....2 分}$$

(2) 由题意得  $k \neq 0$ , .....3 分

$$\Delta = 16 - 12k > 0 \text{ .....4 分}$$

$$\therefore k < \frac{4}{3}$$

$$\therefore k < \frac{4}{3} \text{ 且 } k \neq 0 \text{ .....5 分}$$

21.

(1) 证明：∵  $CE = CD$ ,  $CF = CB$

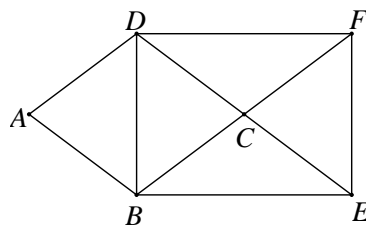
∴ 四边形  $DBEF$  是平行四边

形 .....1 分

$$DE = 2CD, BF = 2BC$$

∵ 菱形  $ABCD$  中,  $CD = CB$

$$\therefore DE = BF \text{ .....2 分}$$



∴ 四边形  $DBEF$  是矩形.....3 分

(2) ∵  $AB=5$

∴  $BF=10$

∵ 菱形  $ABCD$  中,  $\cos \angle ABD = \frac{3}{5}$ ,  $\angle DBF = \angle ABD$

∴  $\cos \angle DBF = \frac{3}{5}$

∵  $\angle BDF = 90^\circ$

∴  $DB=6$ .....4 分

∴  $DF=8$ .....5 分

22. (1) 把  $x=3$  代入  $y=x-1$  得  $y=2$  ∴  $A(3,2)$

又  $y = \frac{k}{x} (x > 0)$  图象过点  $A(3,2)$

解得  $k=6$ .....1 分

(2) ①  $PC=BC$ .....2 分

当  $n=4$  时,  $B(4,3) C(4, \frac{3}{2})$

$PC = \frac{3}{2}, BC = \frac{3}{2}$ .....3 分

②  $0 < n \leq 1$  或  $n \geq 4$ .....5 分

23. (1)  $DE$  与  $\odot O$  相切.....1 分

连接  $OD$ 、 $CD$ 、 $OE$

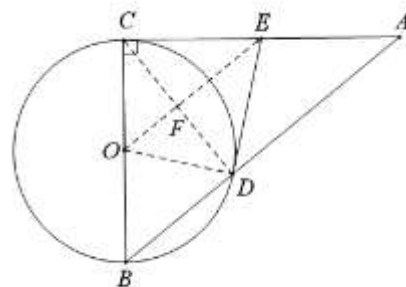
∵  $BC$  为  $\odot O$  的直径

∴  $\angle CDA = \angle CDB = 90^\circ$

∵  $E$  是  $AC$  中点

∴  $ED = EC$

∵  $OC = OD, OE = OE$



$$\therefore \triangle OCE \cong \triangle ODE$$

$$\therefore \angle ODE = \angle OCE = 90^\circ \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$$

$$\therefore OD \perp DE$$

$$\therefore DE \text{ 与 } \odot O \text{ 相切} \dots\dots\dots 3 \text{ 分}$$

$$(2) \because \angle ACB = 90^\circ, AB = 10, BC = 6$$

$$\therefore AC = 8, CE = 4, OC = 3 \dots\dots\dots 4 \text{ 分}$$

$$\because DE, CE \text{ 与 } \odot O \text{ 相切}$$

$$\therefore DE = CE, \angle CEO = \angle DEO$$

$$\therefore OE \perp CD \dots\dots\dots 5 \text{ 分}$$

$$\therefore OE = 5$$

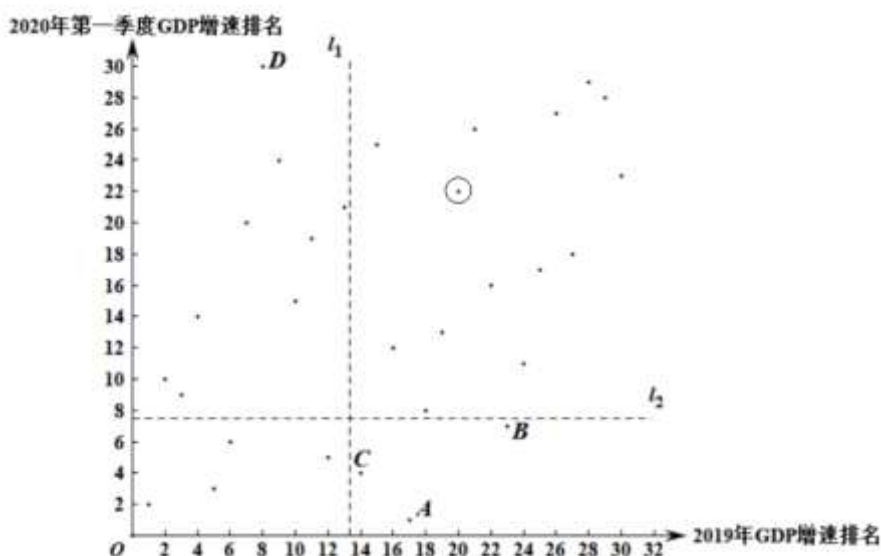
$$\because OC \cdot CE = OE \cdot CF$$

$$\therefore CF = \frac{12}{5}$$

$$\therefore OF = \frac{9}{5} \dots\dots\dots 6 \text{ 分}$$

$$24. (1) \underline{11} \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$$

$$(2) \text{ 如图} \dots\dots\dots 3 \text{ 分}$$



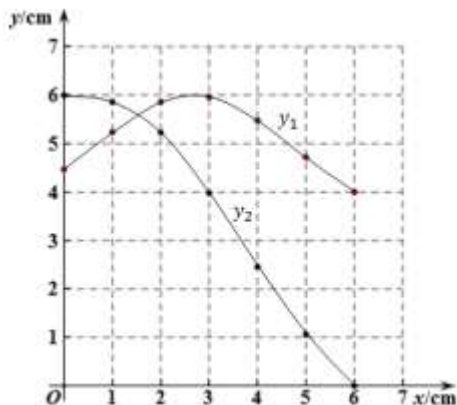
$$(3) \underline{8} \dots\dots\dots 4 \text{ 分}$$

(4) ①②.....6 分

25. (1)

$x(\text{cm})$	0	1	2	3	4	5	6
$y_1(\text{cm})$	4.47	5.24	5.86	5.96	5.48	4.72	4.00
$y_2(\text{cm})$	6.00	5.86	5.23	3.98	2.46	1.06	0

.....2 分



(2)

.....4 分

(3) AM 的长度约为 2.98cm 或 1.50cm.....6 分

26. (1) 对称轴  $x = -\frac{2a}{2a} = -1$ .....1 分

(2)  $\because AB = 4$

$A(-3, 0)$ ,  $B(1, 0)$  .....2 分

把  $(1, 0)$  代入表达式:  $a + 2a + c = 0$  得:  $c = -3a$  .....3 分

$\therefore C(0, -3a)$

$\therefore D(0, -3a+1)$ ,  $y_D = -3a+1$  .....4 分

(3) 当  $a > 0$  时

将点  $P(-4, 4)$  代入抛物线  $y = ax^2 + 2ax - 3a$  得:

$$4 = 16a - 8a - 3a, a = \frac{4}{5}$$

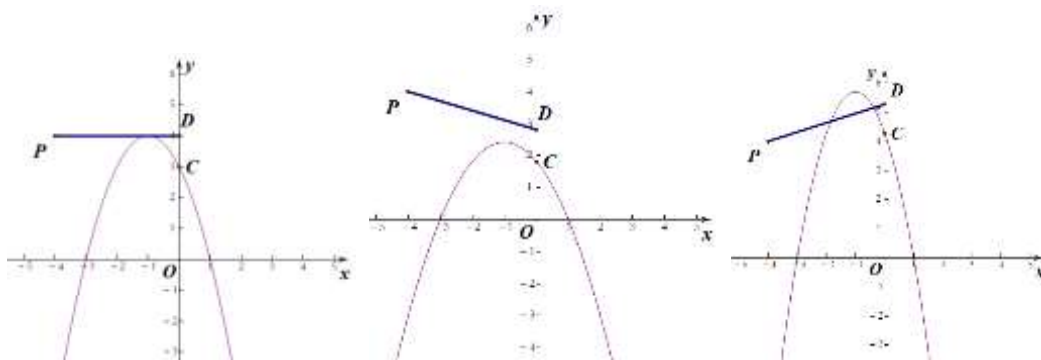
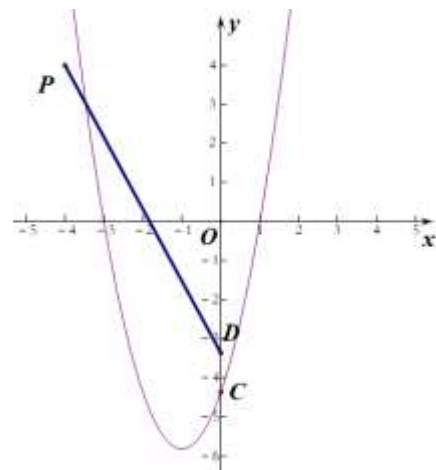
∴ 当  $a \geq \frac{4}{5}$  时, 抛物线与线段  $PD$  只有一个交点.....5 分

当  $a < 0$  时

抛物线的顶点为  $(-1, -4a)$

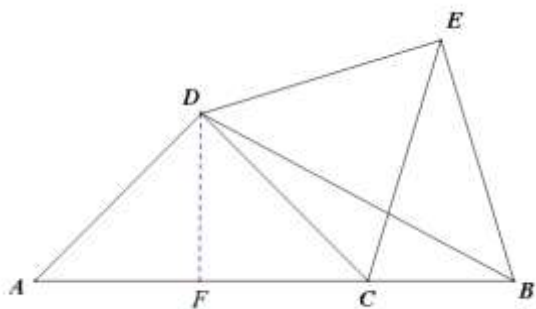
当  $-4a = 4$  时

$a = -1$  .....6 分



综上所述, 当  $a \geq \frac{4}{5}$  或  $a = -1$  时, 抛物线与线段  $PD$  只有一个交点.

27. (1)



① 过点  $D$  作  $DF \perp AC$  于  $F$ .....1 分

∵  $\angle DBA = 30^\circ$

$$\therefore DF = \frac{1}{2} BD$$



∵ 以  $AC$  为斜边作等腰  $Rt\triangle ADC$

$$\therefore AF = FC$$

$$\therefore DF = \frac{1}{2} AC$$

$$\therefore AC = BD \cdots \cdots 2 \text{ 分}$$

② ∵ 等腰  $Rt\triangle ADC$  与等腰  $Rt\triangle BED$  中  $AC = BD$

$$\therefore DC = DE, \angle FDC = \angle CDE = 45^\circ$$

$$\therefore \angle DBA = 30^\circ$$

$$\therefore \angle FDB = 60^\circ, \angle CDB = 15^\circ$$

$$\therefore \angle CDE = 60^\circ$$

$$\therefore \triangle CDE \text{ 是等边三角形} \cdots \cdots 3 \text{ 分}$$

$$\therefore EB = DE$$

$$\therefore EC = EB \cdots \cdots 4 \text{ 分}$$

(2) 法 1. 添加辅助线  $\cdots \cdots 5 \text{ 分}$

证出  $\triangle ADB \cong \triangle CDG \cdots \cdots 6 \text{ 分}$

$$\therefore \angle DCG = \angle A = 45^\circ$$

$$\therefore \angle GCB = 90^\circ$$

$$\therefore EG = EB$$

$$\therefore EC = EB \cdots \cdots 7 \text{ 分}$$

法 2. 添加辅助线  $\cdots \cdots 5 \text{ 分}$

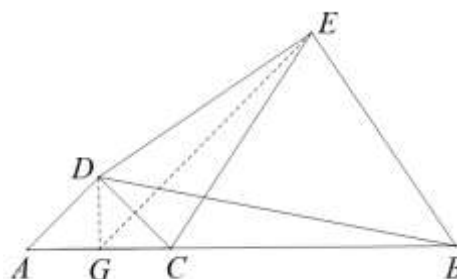
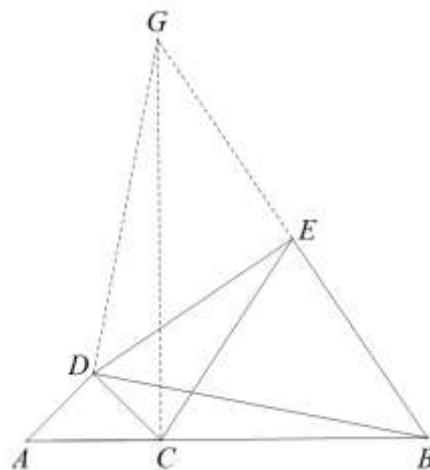
证出  $\triangle ADB \sim \triangle GDE \cdots \cdots 6 \text{ 分}$

$$\therefore \angle DGE = \angle A = 45^\circ$$

$$\therefore GE \text{ 平分 } \angle DGC$$

∴  $GE$  是  $DC$  的中垂线

$$\therefore ED = EC = EB \cdots \cdots 7 \text{ 分}$$

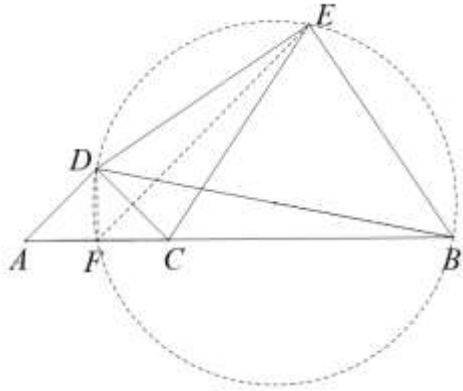


法 3. 添加辅助线.....5 分

证出  $\angle EFB = \angle EDB = 45^\circ$  .....6 分

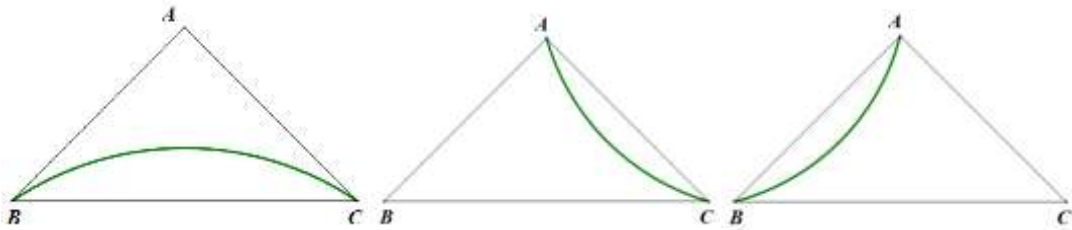
$\therefore$  FE 是 DC 的中垂线

$\therefore ED = EC = EB$ .....7 分



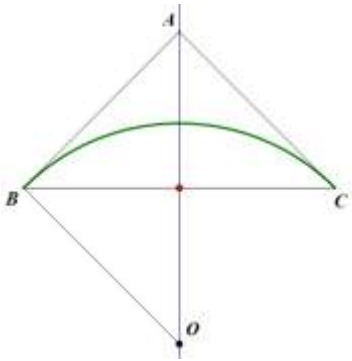
28.

(1) ①

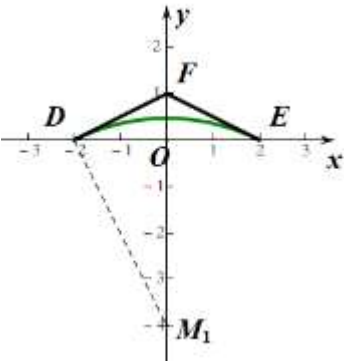


类似以上作答，只要弧上所有点都出现在三角形内部，均给分. ....2 分

②当  $OB = 2$  时，  $Rt\triangle ABC$  的形内弧最长，此时弧长  $= \pi$  .（学生不必画出图象） .....3 分



(2) 当圆心在  $x$  轴下方时，此时最长形内弧与线段  $DF$  ,  $EF$  相切



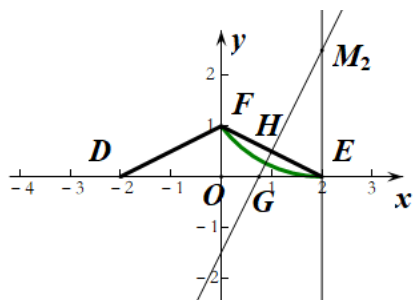
$$\therefore \triangle DOF \sim \triangle DOM_1$$

$$\therefore OF \cdot OM_1 = OD^2$$

$$\therefore OM_1 = 4$$

$$\therefore y_M \leq -4 \dots\dots\dots 4 \text{ 分}$$

当圆心在  $x$  轴上方时，此时最长形内弧与  $x$  轴相切



$$\therefore \triangle EGM_2 \sim \triangle HEG$$

$$\therefore HG \cdot HM_2 = HE^2$$

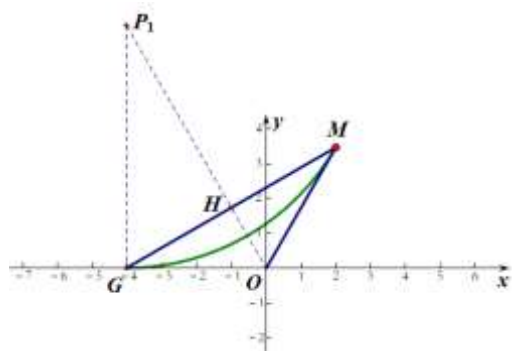
$$\therefore EH = \frac{\sqrt{5}}{2}$$

$$\therefore EM_2 = \frac{5}{2}$$

$$\therefore y_M \geq \frac{5}{2} \dots\dots\dots 5 \text{ 分}$$

综上所述， $y_M \leq -4$  或  $y_M \geq \frac{5}{2}$

(3) 当  $x_G \leq -4$  时，此时最长形内弧与  $x$  轴相切

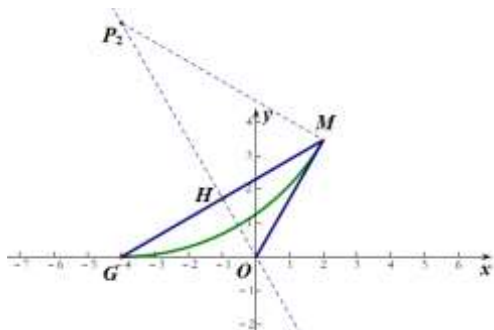


$$\therefore \triangle GOP_1 \sim \triangle GHO$$

$$\therefore GP_1 = 4\sqrt{3}$$

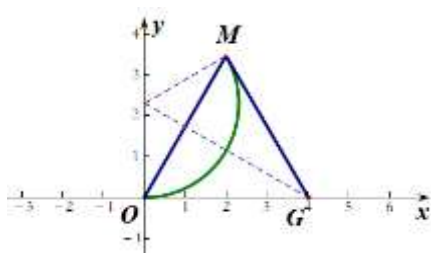
$$\therefore y_{P_1} \geq 4\sqrt{3}$$

当  $-4 < x_G < 0$  时, 此时最长形内弧与线段  $OM$  相切



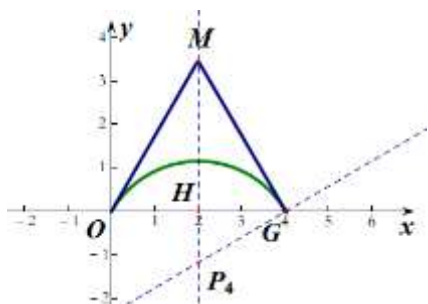
解得  $y_{P_2} \geq 4\sqrt{3}$

当  $0 < x_G < 4$  时, 此时最长形内弧与线段  $MG$  相切



解得  $y_{P_3} \geq \frac{4\sqrt{3}}{3}$  .....6 分

当  $x_G \geq 4$  时, 此时最长形内弧与线段  $MG$  相切



解得  $y_{P_4} \leq -\frac{2\sqrt{3}}{3}$  .....7 分

综上所述,  $y_P \geq \frac{4\sqrt{3}}{3}$  或  $y_P \leq -\frac{2\sqrt{3}}{3}$