2022 北京东直门中学初三一模

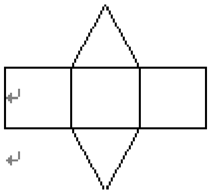
数　　学

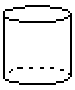
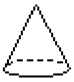
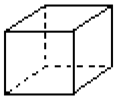
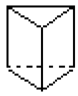
一、选择题（每题只有一个正确答案，共 8 道小题，每小题 2 分，共 16 分）

1. 在疫情防控的特殊时期，为了满足初三高三学生的复习备考需求，北京市教委联合北京卫视共同推出电视课堂节目《老师请回答特别节目“空中课堂”》，在节目播出期间．全市约有 200000 名师生收看了节目．将 200000 用科学记数法表示应为（　　）

A. 0.2×10^5　　B. 0.2×10^6　　C. 2×10^5　　D. 2×10^6

2. 如图是某个几何体的平面展开图，该几何体是(　)

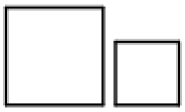


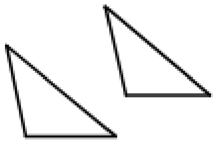
A. 　　B. 　　C. 　　D. 

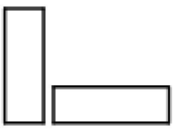
3. 下列运算正确的是（　　）

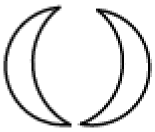
A. $a\cdot a^2=a^3$　　B. $a^6\div a^2=a^3$　　C. $2a^2-a^2=2$　　D. $\left(3a^2\right)^2=6a^4$

4. 下列各组图形中，能将其中一个图形经过平移变换得到另一个图形的是（　）

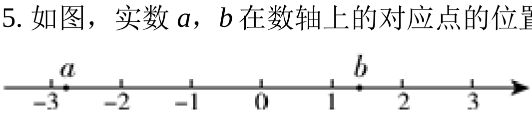
A 

B. 

C. 

D. 

5. 如图，实数 a，b 在数轴上的对应点的位置如图所示，则正确的结论是(　)

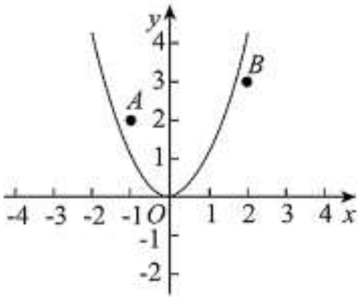


A. $|a|>3$　　B. $-1<-b<0$　　C. $a<-b$　　D. $a+b>0$

6. 如果 $a^2+a-1=0$,那么代数式 $\left(1-\frac{a-1}{a^2+2a+1}\right)\div\frac{a}{a+1}$ 的值是（　　）

A. 3　　B. 1　　C. -1　　D. -3

7. 在平面直角坐标系 xOy 中，点 $A\left(-1,2\right)$，$B\left(2,3\right)$，$y=ax^2$ 的图象如图所示，则 a 的值可以为（　　）



A. 0.7　　B. 0.9　　C. 2　　D. 2.1

8. 改革开放以来，人们的支付方式发生了巨大转变，近年来，移动支付已成为主要的支付方式之一，为了解某校学生上个月A,B两种移动支付方式的使用情况，从全校1000名学生中随机抽取了100人，发现样本中A,B两种支付方式都不使用的有5人，样本中仅使用A种支付方式和仅使用B种支付方式的学生的支付金额a(元)的分布情况如下：

支付金额a（元） 支付方式	$0 < a \leq 1000$	$1000 < a \leq 2000$	$a > 2000$
仅使用A	18人	9人	3人
仅使用B	10人	14人	1人

下面有四个推断：

①从样本中使用移动支付的学生中随机抽取一名学生，该生使用A支付方式的概率大于他使用B支付方式的概率；

②根据样本数据估计，全校1000名学生中．同时使用A、B两种支付方式的大约有400人；

③样本中仅使用A种支付方式的同学，上个月的支付金额的中位数一定不超过1000元；

④样本中仅使用B种支付方式的同学，上个月的支付金额的平均数一定不低于1000元．其中合理的是（　　）

A. ①③　　B. ②④　　C. ①②③　　D. ①②③④

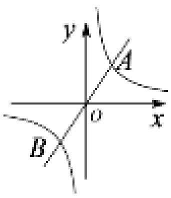
二、填空题（共8道小题，每小题2分，共16分）

9. 如果二次根式$\sqrt{a-1}$有意义，那么实数a的取值范围是______.

10. 因式分解：$a^3-a=$________.

11. 若某个正多边形的一个内角为$108°$，则这个正多边形的内角和为_________.

12. 如图，双曲线$y=\dfrac{k}{x}$与直线$y=mx$交于A，B两点，若点A的坐标为（2，3），则点B的坐标为_______.



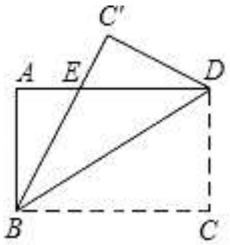
13. 某班甲、乙、丙三名同学20天的体温数据记录如下表：

甲的体温	乙的体温	丙的体温

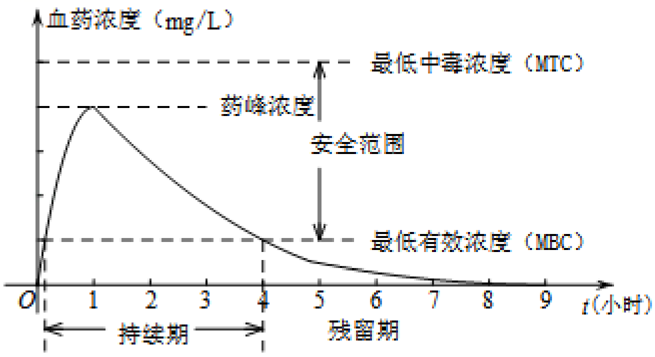
温度（℃）	36.1	36.4	36.5	36.8	温度（℃）	36.1	36.4	36.5	36.8	温度（℃）	36.1	36.4	36.5	36.8
频数	5	5	5	5	频数	6	4	4	6	频数	4	6	6	4

则在这 20 天中，甲、乙、丙三名同学的体温情况最稳定的是________.

14. 如图将一张矩形纸片 $ABCD$ 沿对角线 BD 翻折，点 C 的对应点为 C'，AD 与 BC' 交于点 E，若 $\angle ABE=30°$，$BC=3$，则 DE 的长度为_____.



15. 为了做到合理用药，使药物在人体内发挥疗效作用，该药物的血药浓度应介于最低有效浓度与最低中毒浓度之间．某成人患者在单次口服 1 单位某药后，体内血药浓度及相关信息如图：



根据图中提供的信息，下列关于成人患者使用该药物的说法中：

①首次服用该药物 1 单位约 10 分钟后，药物发挥疗效作用；

②每间隔 4 小时服用该药物 1 单位，可以使药物持续发挥治疗作用；

③每次服用该药物 1 单位，两次服药间隔小于 2.5 小时，不会发生药物中毒．

所有正确的说法是_____.

16. 一个袋中装有偶数个球，其中红球、黑球各占一半，甲、乙、丙是三个空盒．每次从袋中任意取出两个球，如果先放入甲盒的球是红球，则另一个球放入乙盒；如果先放入甲盒的球是黑球，则另一个球放入丙盒．重复上述过程，直到袋中所有的球都被放入盒中．

（1）某次从袋中任意取出两个球，若取出的球都没有放入丙盒，则先放入甲盒的球的颜色是_____.

（2）若乙盒中最终有 5 个红球，则袋中原来最少有______个球．

三、解答题（本题共 68 分，第 17-22 题，第小题 5 分；第 23-26 题，第小题 6 分；第 27-28 题，每小题 7 分）

17. 计算：$\left|-\sqrt{3}\right|-(4-\pi)^{0}-2\sin 60°+(\frac{1}{4})^{-1}$.

18. 解方程：$\frac{x}{x-1}+1=\frac{2x}{3x-3}$.

19. 下面是小方设计的“作一个 30°角”的尺规作图过程．

已知：直线 AB 及直线 AB 外一点 P.

求作：直线 AB 上一点 C，使得 $\angle PCB=30°$.

作法：

①在直线 AB 上取一点 M；

②以点 P 为圆心，PM 为半径画弧，与直线 AB 交于点 M、N；

③分别以 M、N　圆心，PM 为半径画弧，在直线 AB 下方两弧交于点 Q.

④连接 PQ，交 AB 于点 O.

⑤以点 P 为圆心，PQ 为半径画弧，交直线 AB 于点 C 且点 C 在点 O 的左侧．则 $\angle PCB$ 就是所求作的角.

根据小方设计的尺规作图过程，

（1）使用直尺和圆规补全图形；（保留作图痕迹）

（2）完成下面的证明.

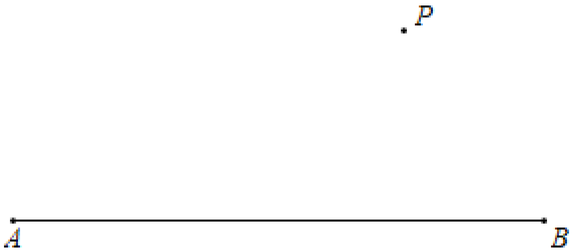
证明：∵$PM=PN=QM=QN$，

∴四边形 $PMQN$ 是______.

∴$PQ\perp MN$，$PQ=2PO$（______）．（填写推理依据）

∵在 Rt△POC 中，$\sin\angle PCB=\dfrac{PO}{PC}=$______（填写数值）

∴$\angle PCB=30°$.

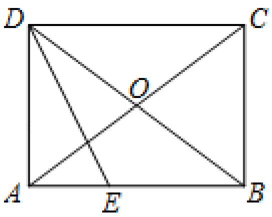


20. 关于 x 的一元二次方程 $x^2-4x+2m-2=0$ 有两个不相等的实数根.

（1）求 m 的取值范围；

（2）写出一个满足条件的 m 的值，并求此时方程的根.

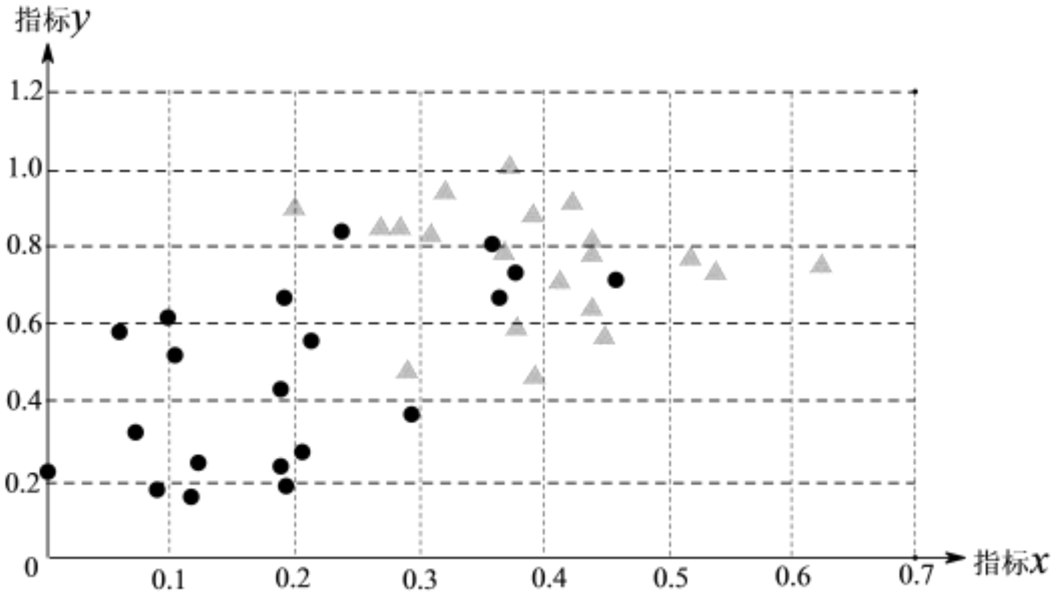
21. 如图，在▱$ABCD$ 中，AC，BD 交于点 O，且 $AO=BO$.



（1）求证：四边形 $ABCD$ 是矩形；

（2）$\angle ADB$ 的角平分线 DE 交 AB 于点 E，当 $AD=3$，$\tan\angle CAB=\dfrac{3}{4}$ 时，求 AE 的长.

22. 某医院医生为了研究该院某种疾病的诊断情况，需要调查来院就诊的病人的两个生理指标 x，y，于是他分别在这种疾病的患者和非患者中，各随机选取 20 人作为调查对象，将收集到的数据整理后，绘制统计图如下：



注“●”表示患者，“▲”表示非患者．

根据以上信息，回答下列问题：

（1）在这 40 名被调查者中，

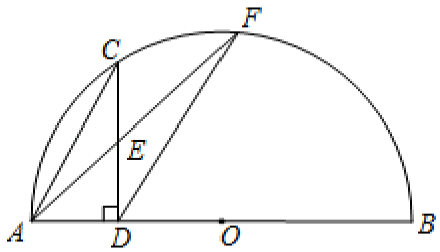
①指标 y 低于 0．4 的有____人；

②将 20 名患者的指标 x 的平均数记作 $\overline{x}_1$，方差记作 s_1^2，20 名非患者的指标 x 的平均数记作 $\overline{x}_2$，方差记作 s_2^2，则 $\overline{x}_1$__$\overline{x}_2$，s_1^2__s_2^2（填“>”，“=”或“<”）；

（2）来该院就诊的 500 名未患这种疾病的人中，估计指标 x 低于 0．3 的大约有__人；

（3）若将“指标 x 低于 0．3，且指标 y 低于 0．8”作为判断是否患有这种疾病的依据，则发生漏判的概率多少．

23. 如图，点 C 是以点 O 为圆心，AB 为直径的半圆上的动点（不与点 A，B 重合），$AB=6cm$，过点 C 作 $CD\perp AB$ 于点 D，E 是 CD 的中点，连接 AE 并延长交 AB 于点 F，连接 FD．小腾根据学习函数的经验，对线段 AC，CD，FD 的长度之间的关系进行了探究．

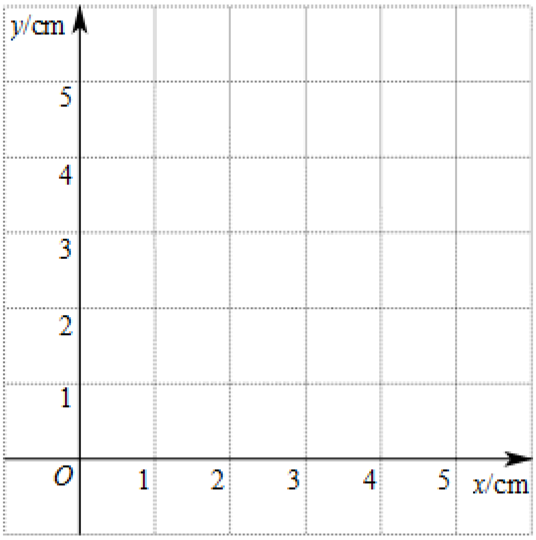


下面是小腾的探究过程，请补充完整：

（1）对于点 C 在 AB 上的不同位置，画图、测量，得到了线段 AC，CD，FD 的长度的几组值，如表：

	位置 1	位置 2	位置 3	位置 4	位置 5	位置 6	位置 7	位置 8
AC/cm	0.1	0.5	1.0	1.9	2.6	3.2	4.2	4.9
CD/cm	0.1	0.5	1.0	1.8	2.2	2.5	2.3	1.0
FD/cm	0.2	1.0	1.8	2.8	3.0	2 7	1.8	0.5

在 AC，CD，FD 的长度这三个量中，确定______的长度是自变量，______的长度和______的长度都是这个自变量的函数；



（2）在同一平面直角坐标系 xOy 中，画出（1）中所确定的函数的图象；

（3）结合函数图象，解答问题：当 $CD>DF$ 时，AC 的长度的取值范围是______.

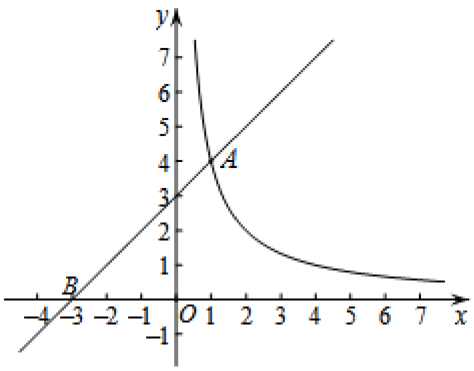
24. 如图，在平面直角坐标系 xOy 中，直线 $y=x+3$ 与函数 $y=\dfrac{k}{x}$（$x>0$）的图象交于点 $A(1,m)$，与 x 轴交于点 B.

（1）求 m，k 的值；

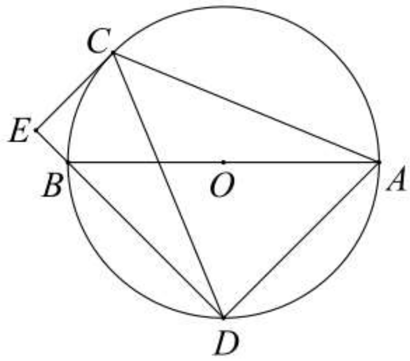
（2）过动点 $P(0,n)$（$n>0$）作平行于 x 轴的直线，交函数 $y=\dfrac{k}{x}$（$x>0$）的图象于点 C，交直线 $y=x+3$ 于点 D.

①当 $n=2$ 时，求线段 CD 的长；

②若 $CD\geq OB$，结合函数的图象，直接写出 n 的取值范围.



25. 如图，AB 为⊙O 的直径，点 C、点 D 为⊙O 上异于 A、B 的两点，连接 CD，过点 C 作 $CE\perp DB$，交 DB 的延长线于点 E，连接 AC、AD.



（1）若 $\angle ABD = 2\angle BDC$，求证：CE 是$\odot O$ 的切线．

（2）若$\odot O$ 的半径为$\sqrt{5}$， $\tan\angle BDC = \dfrac{1}{2}$，求 AC 的长．

26. 已知二次函数 $y = ax^2 - 2ax$．

（1）二次函数图象的对称轴是直线 $x =$______；

（2）当 $0 \le x \le 3$ 时，y 的最大值与最小值的差为 4，求该二次函数的表达式；

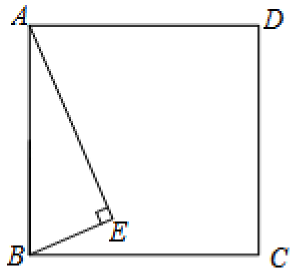
（3）若 $a < 0$，对于二次函数图象上 两点 P（x_1，y_1），Q（x_2，y_2），当 $t \le x_1 \le t+1$，$x_2 \ge 3$ 时，均满足 $y_1 \ge y_2$，请结合函数图象，直接写出 t 的取值范围．

27. 如图，点 E 是正方形 $ABCD$ 内一动点，满足 $\angle AEB = 90°$且 $\angle BAE < 45°$，过点 D 作 $DF \perp BE$ 交 BE 的延长线于点 F．

（1）依题意补全图形；

（2）用等式表示线段 EF，DF，BE 之间的数量关系，并证明；

（3）连接 CE，若 $AB = 2\sqrt{5}$，请直接写出线段 CE 长度的最小值．



28. 对于平面直角坐标系 xOy 中 图形 W_1 和图形 W_2．给出如下定义：在图形 W_1 上存在两点 A，B（点 A，B 可以重合），在图形 W_2 上存在两点 M，N，（点 M 于点 N 可以重合）使得 AM=2BN，则称图形 W_1 和图形 W_2 满足限距关系

(1)如图 1，点 C(1，0)，D(-1，0)，E(0，$\sqrt{3}$)，点 P 在线段 DE 上运动(点 P 可以与点 D，E 重合)，连接 OP，CP．

①线段 OP 的最小值为_______，最大值为_______；线段 CP 的取值范直范围是_____；

②在点 O，点 C 中，点____________与线段 DE 满足限距关系；

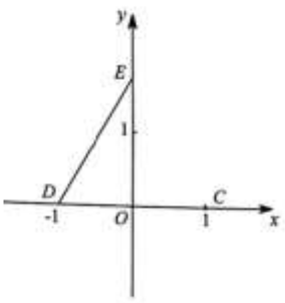


图 1

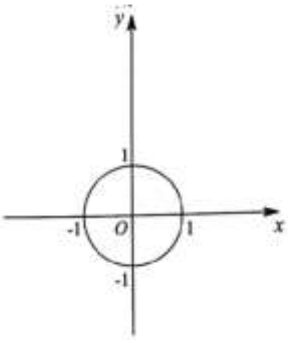


图 2

(2)如图 2，⊙O 的半径为 1，直线 $y=\sqrt{3}x+b$ (b>0)与 x 轴、y 轴分别交于点 F，G．若线段 FG 与⊙O 满足限距关系，求 b 的取值范围；

(3)⊙O 的半径为 r(r>0)，点 H，K 是⊙O 上的两个点，分别以 H，K 为圆心，1 为半径作圆得到⊙H 和⊙K，若对于任意点 H，K，⊙H 和⊙K 都满足限距关系，直接写出 r 的取值范围．

参考答案

一、选择题（每题只有一个正确答案，共 8 道小题，每小题 2 分，共 16 分）

1. 在疫情防控的特殊时期，为了满足初三高三学生的复习备考需求，北京市教委联合北京卫视共同推出电视课堂节目《老师请回答特别节目“空中课堂”》，在节目播出期间．全市约有 200000 名师生收看了节目．将 200000 用科学记数法表示应为（　　）

A. 0.2×10^{5}　　B. 0.2×10^{6}　　C. 2×10^{5}　　D. 2×10^{6}

【答案】C

【解析】

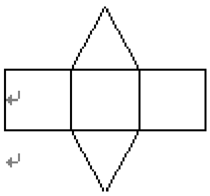
【分析】科学记数法的表示形式为 $a\times10^{n}$ 的形式．其中 $1\le|a|<10$，n 为整数，确定 n 的值时，要看把原数变成 a 时，小数点移动了多少位，n 的绝对值与小数点移动的位数相同．当原数绝对值大于 10 时，n 是正数；当原数的绝对值小于 1 时，n 是负数．

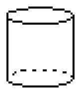
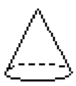
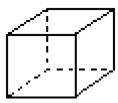
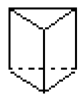
【详解】将 200000 用科学记数法表示应为 2×10^{5}，

故选：C．

【点睛】此题主要考查了用科学记数法表示较大的数，一般形式为 $a\times10^{n}$，其中 $1\le|a|<10$，确定 a 与 n 的值是解题的关键．

2. 如图是某个几何体的平面展开图，该几何体是(　)



A. 　　B. 　　C. 　　D. 

【答案】D

【解析】

【分析】由平面图形的折叠及三棱柱的展开图的特征作答．

【详解】由侧面是 3 个矩形，上下为 2 个三角形，可得该几何体为三棱柱

故选：D．

【点睛】此题主要考查了几何体的展开图，熟记常见立体图形的平面展开图的特征是解决此类问题的关键．

3. 下列运算正确的是（　　）

A. $a\cdot a^{2}=a^{3}$　　B. $a^{6}\div a^{2}=a^{3}$　　C. $2a^{2}-a^{2}=2$　　D. $\left(3a^{2}\right)^{2}=6a^{4}$

【答案】A

【解析】

【分析】根据同底数幂乘除法的运算法则，合并同类项法则，幂的乘方与积的乘方法则即可求解；

【详解】解：$a\bullet a^{2}=a^{1+2}=a^{3}$，$A$ 准确；

$a^6 \div a^2 = a^{6-2} = a^4$，$B$ 错误；

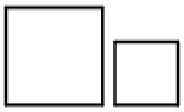
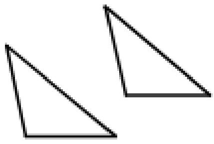
$2a^2 - a^2 = a^2$，C 错误；

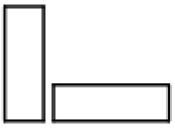
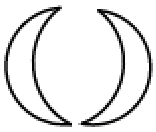
$\left(3a^2\right)^2 = 9a^4$，$D$ 错误；

故选 A.

【点睛】本题考查实数和整式的运算；熟练掌握同底数幂乘除法的运算法则，合并同类项法则，幂的乘方与积的乘方法则是解题的关键.

4. 下列各组图形中，能将其中一个图形经过平移变换得到另一个图形的是（　）

A. 　　B. 

C. 　　D. 

【答案】B

【解析】

【分析】根据平移的性质，再结合图形逐项排查即可解答.

【详解】解：A、图形的大小发生变化，不符合平移的性质，不属于平移得到，不符合题意；

B、图形的形状和大小没有变化，符合平移的性质，属于平移得到，符合题意；

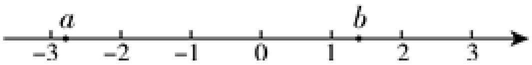
C、图形的方向发生变化，不符合平移的性质，不属于平移得到，不符合题意；

D、图形由轴对称得到，不属于平移得到，不符合题意；

故选：B.

【点睛】本题考查平移的性质：①平移不改变图形的形状和大小；②经过平移，对应点所连的线段平行且相等，对应线段平行且相等，对应角相等，掌握平移的性质是解题的关键.

5. 如图，实数 a，b 在数轴上的对应点的位置如图所示，则正确的结论是(　)



A. $|a| > 3$　　B. $-1 < -b < 0$　　C. $a < -b$　　D. $a + b > 0$

【答案】C

【解析】

【分析】观察数轴得到实数 a，b，c 的取值范围，根据实数的运算法则进行判断即可.

【详解】∵−3＜a＜−2，∴2＜|a|＜3，故 A 选项错误；

∵1＜b＜2，∴﹣2＜﹣b＜﹣1，故 B 选项正确；

∵a＜0，b＞0，|a|＞|b|，∴a＜﹣b，故 C 选项正确；a＋b＜0，故 D 选项错误.

故选 C.

【点睛】本题主要考查数轴、绝对值以及实数及其运算，学会观察数轴是解题的关键.

6. 如果$a^2+a-1=0$,那么代数式$\left(1-\frac{a-1}{a^2+2a+1}\right)\div\frac{a}{a+1}$的值是（　　）

A. 3　　　　B. 1　　　　C. -1　　　　D. -3

【答案】A

【解析】

【分析】先根据分式的混合运算顺序和运算法则化简原式，再由已知等式得出$a^2+a=1$，整体代入计算可得．

【详解】原式＝$\left(\frac{a^2+2a+1}{a^2+2a+1}-\frac{a-1}{a^2+2a+1}\right)\div\frac{a}{a+1}$

$=\frac{a^2+a+2}{(a+1)^2}\cdot\frac{a+1}{a}$

$=\frac{a^2+a+2}{a^2+a}$，

∵$a^2+a-1=0$，

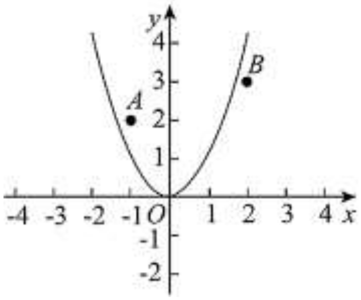
∴$a^2+a=1$，

则原式＝$\frac{1+2}{1}$＝3，

故选：A．

【点睛】本题主要考查分式的化简求值，解题的关键是掌握分式的混合运算顺序和运算法则．

7. 在平面直角坐标系 xOy 中，点$A(-1,2)$，$B(2,3)$，$y=ax^2$的图象如图所示，则a的值可以为（　　）



A. 0.7　　　　B. 0.9　　　　C. 2　　　　D. 2.1

【答案】B

【解析】

【分析】分别将A，B两点的横坐标代入$y=ax^2$，由图像知，$x=-1$时$y=ax^2$的函数值<2，当$x=2$时，$y=ax^2$的函数值>3，列出不等式组，即可求解．

【详解】解：将$x=-1$代入$y=ax^2$中时，得：$y=a$，将$x=2$代入$y=ax^2$中时，得：$y=4a$，

根据图像可知，$x=-1$时$y=ax^2$的函数值<2，当$x=2$时，$y=ax^2$的函数值>3，

则有：$\begin{cases}a<2\\4a>3\end{cases}$，解得：$\frac{3}{4}<a<2$，

故选 B．

【点睛】本题考查二次函数，难度一般，熟练掌握二次函数的图像性质即可顺利解题．

8. 改革开放以来，人们的支付方式发生了巨大转变，近年来，移动支付已成为主要的支付方式之一，为了解某校学生上个月 A,B 两种移动支付方式的使用情况，从全校 1000 名学生中随机抽取了 100 人，发现样本中 A,B 两种支付方式都不使用的有 5 人，样本中仅使用 A 种支付方式和仅使用 B 种支付方式的学生的支付金额 a (元)的分布情况如下：

支付金额 a （元） 支付方式	$0<a\le1000$	$1000<a\le2000$	$a>2000$
仅使用 A	18 人	9 人	3 人
仅使用 B	10 人	14 人	1 人

下面有四个推断：

①从样本中使用移动支付的学生中随机抽取一名学生，该生使用 A 支付方式的概率大于他使用 B 支付方式的概率；

②根据样本数据估计，全校 1000 名学生中．同时使用 A、B 两种支付方式的大约有 400 人；

③样本中仅使用 A 种支付方式的同学，上个月的支付金额的中位数一定不超过 1000 元；

④样本中仅使用 B 种支付方式的同学，上个月的支付金额的平均数一定不低于 1000 元．其中合理的是（　　）

A. ①③　　　　B. ②④　　　　C. ①②③　　　　D. ①②③④

【答案】C

【解析】

【分析】由题意根据概率公式、样本估计总体思想的运用、中位数和平均数的定义逐一判断可得．

【详解】解：①从样本中使用移动支付的学生中随机抽取一名学生，该生使用 A 支付方式的概率为 $\dfrac{18+9+3}{100}=0.3$，使用 B 支付方式的概率为 $\dfrac{10+14+1}{10}=0.25$，此推断合理；

②根据样本数据估计，全校 1000 名学生中，同时使用 A，B 两种支付方式的大约有 $1000\times\dfrac{100-5-30-25}{100}=400$ （人），此推断合理；

③样本中仅使用 A 种支付方式的同学，第 15、16 个数据均落在 0＜a≤1000，所以上个月的支付金额的中位数一定不超过 1000 元，此推断合理；

④样本中仅使用 B 种支付方式的同学，上个月的支付金额的平均数无法估计，此推断不正确．

故推断正确的有①②③.

故选：C.

【点睛】本题主要考查概率公式，解题的关键是掌握熟练概率公式、样本估计总体思想的运用、中位数和平均数的定义．

二、填空题（共 8 道小题，每小题 2 分，共 16 分）

9. 如果二次根式 $\sqrt{a-1}$ 有意义，那么实数 a 的取值范围是______.

【答案】$a\ge1$

【解析】

【分析】根据二次根式有意义的条件，可得$a-1\geq 0$，即可求得实数a的取值范围.

【详解】解：∵二次根式$\sqrt{a-1}$有意义，

∴$a-1\geq 0$，

解得$a\geq 1$.

故答案为：$a\geq 1$.

【点睛】本题考查了二次根式有意义的条件，掌握二次根式有意义的条件是解题的关键.

10. 因式分解：$a^3-a=$________.

【答案】$a(a+1)(a-1)$

【解析】

【分析】先找出公因式a，然后提取公因式，再利用平方差公式分解因式即可.

【详解】解：a^3-a

$=a\left(a^2-1\right)$

$=a(a+1)(a-1)$

故答案为：$a(a+1)(a-1)$.

【点睛】本题考查了用提公因式法分解因式，准确找出公因式是解题的关键.

11. 若某个正多边形的一个内角为$108°$，则这个正多边形的内角和为_________.

【答案】540°

【解析】

【分析】通过内角求出外角，利用多边形外角和360度，用360°除以外角度数即可求出这个正多边形的边数即可解答.

【详解】解：∵正多边形的每个内角都相等，且为108°，

∴其一个外角度数为180°-108°=72°，

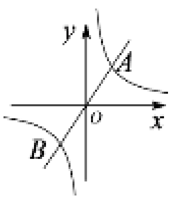
则这个正多边形的边数为360÷72=5，

∴这个正多边形的内角和为108°×5=540°.

故答案为：540°.

【点睛】本题主要考查了多边形　内角与外角公式，求正多边形的边数时，内角转化为外角，利用外角和360°知识求解更简单.

12. 如图，双曲线$y=\dfrac{k}{x}$与直线$y=mx$交于A，B两点，若点A的坐标为（2，3），则点B的坐标为_______.



【答案】（-2，-3）

【解析】

【分析】根据反比例函数的中心对称性判断即可.

【详解】∵双曲线 $y=\frac{k}{x}$ 与直线 $y＝mx$ 相交于 A 、 B 两点，直线 $y＝mx$ 过原点，

∴A、B 两点关于原点对称，

∴A 点坐标为（2，3），

∴点 B 的坐标为：（$-2,-3$）

故答案为：（$-2,-3$）.

【点睛】本题考查了反比例函数图象的性质·，熟练掌握反比例函数的中心对称性是解题关键.

13. 某班甲、乙、丙三名同学 20 天的体温数据记录如下表：

甲的体温					乙的体温					丙的体温				
温度（℃）	36.1	36.4	36.5	36.8	温度（℃）	36.1	36.4	36.5	36.8	温度（℃）	36.1	36.4	36.5	36.8
频数	5	5	5	5	频数	6	4	4	6	频数	4	6	6	4

则在这 20 天中，甲、乙、丙三名同学的体温情况最稳定的是________.

【答案】丙

【解析】

【分析】分别计算平均数和方差后比较即可得到答案.

【详解】解：甲的平均数为：$\frac{1}{20}\times(36.1\times5+36.4\times5+36.5\times5+36.8\times5)=36.45$；

乙的平均数为：$\frac{1}{20}\times(36.1\times6+36.4\times4+36.5\times4+36.8\times6)=36.45$；

丙的平均数为：$\frac{1}{20}\times(36.1\times4+36.4\times6+36.5\times6+36.8\times4)=36.45$；

甲的方差为：

$\frac{1}{20}\times[5\times(36.1-36.45)^2+5\times(36.4-36.45)^2+5\times(36.5-36.45)^2+5\times(36.8-36.45)^2]=0.0625$；

乙的方差为：

$\frac{1}{20}\times[6\times(36.1-36.45)^2+4\times(36.4-36.45)^2+4\times(36.5-36.45)^2+6\times（36.8-36.45）^2]=0.0745$；

丙的方差为：

$\frac{1}{20}\times[4\times(36.1-36.45)^2+6\times(36.4-36.45)^2+6\times(36.5-36.45)^2+4\times(36.8-36.45)^2]=0.0505$；

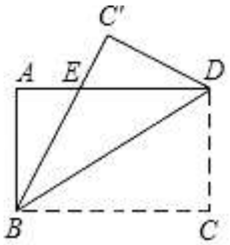
∵0.0505＜0.0625＜0.0745，

∴在这 20 天中，甲、乙、丙三名同学的体温情况最稳定的是丙，

故答案　：丙.

【点睛】本题考查方差的意义，方差是用来衡量一组数据波动大小的量，方差越大，表明这组数据偏离平均数越大，即波动越大，数据越不稳定；反之，方差越小，表明这组数据分布比较集中，各数据偏离平均数越小，即波动越小，数据越稳定．

14. 如图将一张矩形纸片 $ABCD$ 沿对角线 BD 翻折，点 C 的对应点为 C'，AD 与 BC' 交于点 E，若 $\angle ABE=30°$，$BC=3$，则 DE 的长度为_____．



【答案】2．

【解析】

【分析】由 $\angle ABE=30°$，可得 $\angle CBD=\angle C'BD=\angle EDB=30°$，证出 BE=2AE，得出 DE=BE=2AE，求出 AE=1，得出 DE=2 即可．

【详解】解：∵四边形 $ABCD$　矩形，

∴ $\angle A=\angle ABC=90°$，$AD=BC=3$，$AD\parallel BC$，

∴ $\angle CBD=\angle EDB$，

由折叠的性质得：$\angle CBD=\angle C'BD$，

∵ $\angle ABE=30°$，

∴ $BE=2AE$，$\angle CBD=\angle C'BD=\angle EDB=30°$，

∴ $DE=BE=2AE$，

∵ $AD=AE+DE=3$，

∴ $AE+2AE=3$，

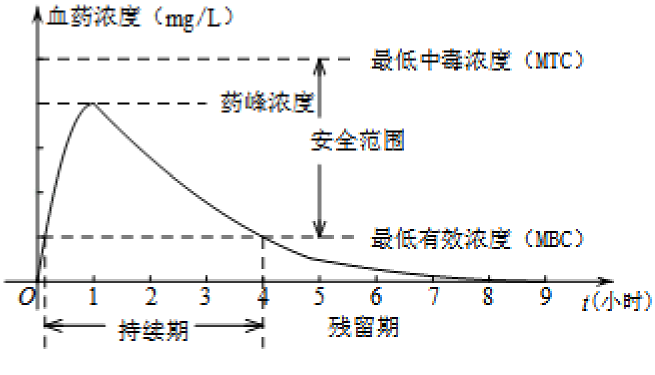
∴ $AE=1$，

∴ $DE=2$；

故答案为：2．

【点睛】本题考查了翻折变换的性质、矩形的性质、含 30°角的直角三角形的性质、等腰三角形的判定等知识；熟练掌握翻折变换的性质和等腰三角形的判定是解题的关键．

15. 为了做到合理用药，使药物在人体内发挥疗效作用，该药物的血药浓度应介于最低有效浓度与最低中毒浓度之间．某成人患者在单次口服 1 单位某药后，体内血药浓度及相关信息如图：



根据图中提供的信息，下列关于成人患者使用该药物的说法中：

①首次服用该药物 1 单位约 10 分钟后，药物发挥疗效作用；

②每间隔 4 小时服用该药物 1 单位，可以使药物持续发挥治疗作用；

③每次服用该药物 1 单位，两次服药间隔小于 2.5 小时，不会发生药物中毒．

所有正确的说法是_____．

【答案】①②

【解析】

【分析】根据该药物的血药浓度应介于最低有效浓度与最低中毒浓度之间时，药物在人体内发挥疗效作用，通过观察图象的变化情况即可判断①②正确，③ 错误．

【详解】解：∵该药物的血药浓度应介于最低有效浓度与最低中毒浓度之间时，

药物在人体内发挥疗效作用，

∴观察图象的变化情况可知：

① 首次服用该药物 1 单位约 10 分钟后，达到最低有效浓度，药物开始发挥疗效作用，

所以① 正确；

② 每间隔 4 小时服用该药物 1 单位，该药物的血药浓度应介于最低有效浓度与最低中毒浓度之间，可以使药物持续发挥治疗作用，

所以② 正确；

③ 每次服用该药物 1 单位，两次服药间隔小于 2.5 小时，会发生药物中毒，

所以③ 错误．

故答案为：①②．

【点睛】本题考查了函数图象的应用，解决本题的关键是利用数形结合思想．

16. 一个袋中装有偶数个球，其中红球、黑球各占一半，甲、乙、丙是三个空盒．每次从袋中任意取出两个球，如果先放入甲盒的球是红球，则另一个球放入乙盒；如果先放入甲盒的球是黑球，则另一个球放入丙盒．重复上述过程，直到袋中所有的球都被放入盒中．

（1）某次从袋中任意取出两个球，若取出的球都没有放入丙盒，则先放入甲盒的球的颜色是_____．

（2）若乙盒中最终有 5 个红球，则袋中原来最少有______个球．

【答案】 ①. 红 ②. 20

【解析】

【分析】（1）由题意可知若取出的球都没有放入丙盒，则先放入甲盒的是红球，由此可得答案；

（2）根据题意列出所有取两个球往盒子中放入的情况，然后对每种情况分析即可．

【详解】解：（1）∵如果先放入甲盒的球是红球，则另一个球放入乙盒；如果先放入甲盒的球是黑球，则另一个球放入丙盒．

∴若取出的球都没有放入丙盒，则先放入甲盒的是红球，

故答案为：红；

（2）根据题意可知，取两个球往盒子中放入有以下 4 种情况：

①红＋红，则乙盒中红球数加 1 个；

②黑＋黑，则丙盒中黑球数加 1 个；

③红＋黑(红球放入甲盒中)，则乙盒中黑球数加 1 个；

④黑＋红(黑球放入甲盒中)，则丙盒中红球数加 1 个；

∵红球和黑球的个数一样，

∴①和②的情况一样多，③和④的情况完全随机；

∵乙盒中最终有 5 个红球，

∴①的情况有 5 次，

∴红球至少有 10 个，

∵红球、黑球各占一半，

∴黑球至少也有 10 个，

∴袋中原来最少有 20 个球，

故答案为：20．

【点睛】本题主要考查了对立事件和互斥事件，属于基础题．

三、解答题（本题共 68 分，第 17-22 题，第小题 5 分；第 23-26 题，第小题 6 分；第 27-28 题，每小题 7 分）

17. 计算：$\left|-\sqrt{3}\right|-(4-\pi)^{0}-2\sin 60°+(\frac{1}{4})^{-1}$.

【答案】3

【解析】

【分析】根据零指数幂，特殊角三角函数，绝对值和负整数指数幂的运算法则求解即可．

【详解】解：$\left|-\sqrt{3}\right|-\left(4-\pi\right)^{0}-2\sin 60°+\left(\frac{1}{4}\right)^{-1}$

$=\sqrt{3}-1-2\times\frac{\sqrt{3}}{2}+4$

$=\sqrt{3}-1-\sqrt{3}+4$

$=3$.

【点睛】本题主要考查了零指数幂，特殊角三角函数，绝对值和负整数指数幂，熟知相关计算法则是解题　关键．

18. 解方程：$\frac{x}{x-1}+1=\frac{2x}{3x-3}$.

【答案】$x=\frac{3}{4}$

【解析】

【分析】直接找出最简公分母进而去分母解方程求解，最后要检验．

【详解】解：方程两边同乘以 3（x-1）得：3x+3（x-1）=2x，

$6x-2x=3$

解得 $x=\frac{3}{4}$

经检验，$x=\frac{3}{4}$ 是原方程的解．

【点睛】本题考查了解分式方程，正确的计算是解题的关键．

19. 下面是小方设计的“作一个 30°角”的尺规作图过程．

已知：直线 AB 及直线 AB 外一点 P．

求作：直线 AB 上一点 C，使得 $\angle PCB=30°$．

作法：

①在直线 AB 上取一点 M；

②以点 P 为圆心，PM 为半径画弧，与直线 AB 交于点 M、N；

③分别以 M、N 为圆心，PM 为半径画弧，在直线 AB 下方两弧交于点 Q．

④连接 PQ，交 AB 于点 O．

⑤以点 P 为圆心，PQ 为半径画弧，交直线 AB 于点 C 且点 C 在点 O 的左侧．则 $\angle PCB$ 就是所求作的角．

根据小方设计的尺规作图过程，

（1）使用直尺和圆规补全图形；（保留作图痕迹）

（2）完成下面的证明．

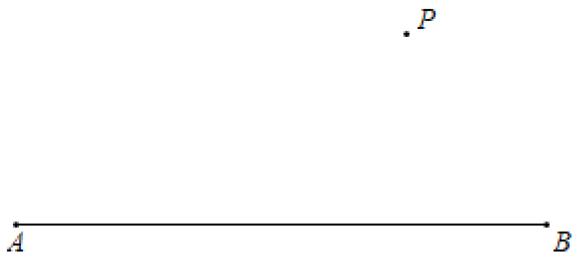
证明：∵$PM=PN=QM=QN$，

∴四边形 $PMQN$ 是______．

∴$PQ\perp MN$，$PQ=2PO$（______）．（填写推理依据）

∵在 Rt△POC 中，$\sin\angle PCB=\dfrac{PO}{PC}=$______（填写数值）

∴$\angle PCB=30°$．



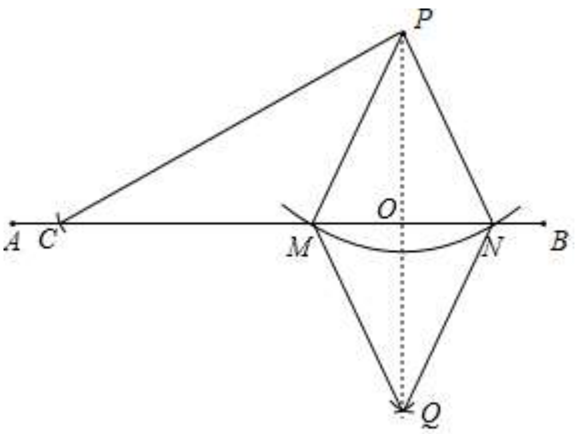
【答案】（1）见解析；（2）菱形，菱形对角线互相垂直平分，$\dfrac{1}{2}$．

【解析】

【分析】（1）根据图中所给的作图步骤，补全图形，保留作图痕迹．

（2）根据菱形的判定与性质，即可推得四边形 $PMQN$ 是菱形．菱形对角线互相垂直平分，可得 $PQ\perp MN$，$PQ=2PO$，利用正弦函数即可求得所作的叫是 30°角．

【详解】（1）如图即为补全的图形；



（2）完成下面的证明．

∵$PM=PN=QM=QN$，

∴四边形 $PMQN$ 是菱形．

∴$PQ\perp MN$，$PQ=2PO$（菱形对角线互相垂直平分）．

∵在 Rt△POC 中，$\sin\angle PCB=\dfrac{PO}{PC}=\dfrac{1}{2}$，

∴$\angle PCB=30°$．

故答案为：菱形，菱形对角线互相垂直平分，$\dfrac{1}{2}$．

【点睛】本题考查了复杂作图，一般是结合了几何图形的性质和基本作图方法．解决此类题目的关键是熟悉基本几何图形的性质，结合几何图形的基本性质把复杂作图拆解成基本作图，逐步操作．本题还考查了菱形的判定与性质，及其正弦函数的应用．

20. 关于 x 的一元二次方程 $x^2-4x+2m-2=0$ 有两个不相等的实数根．

（1）求 m 的取值范围；

（2）写出一个满足条件的 m 的值，并求此时方程的根．

【答案】（1）$m<3$；（2）取 $m=0$ 时，方程的两根为：$x_1=0$，$x_2=4$．

【解析】

【分析】(1)根据判别式的意义得到$\triangle=(-4)^2-4(2m-2)>0$，然后解不等式即可；

(2)在(1)中 m 的范围内取一个确定的值，然后解一元二次方程即可．

【详解】解：(1)根据题意得$\triangle=(-4)^2-4(2m-2)>0$，

解得 $m<3$

故答案为：$m<3$.

(2)取 $m=0$，

此时方程为 $x^2-4x=0$

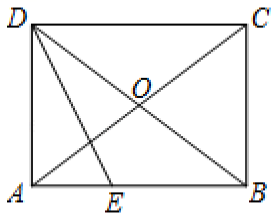
即：$x(x-4)=0$

解得 $x_1=0$，$x_2=4$．

取 $m=0$ 时，方程的两根为：$x_1=0$，$x_2=4$．

【点睛】本题考查了根的判别式：一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$（a≠0）的根与$\triangle=b^2-4ac$ 有如下关系：当$\triangle>0$ 时，方程有两个不相等的实数根；当$\triangle=0$ 时，方程有两个相等的实数根；当$\triangle<0$ 时，方程无实数根．

21. 如图，在▱*ABCD* 中，*AC*，*BD* 交于点 *O*，且 *AO*＝*BO*．



（1）求证：四边形 *ABCD* 是矩形；

（2）∠*ADB* 的角平分线 *DE* 交 *AB* 于点 *E*，当 *AD*＝3，tan∠*CAB*＝$\frac{3}{4}$时，求 *AE* 的长．

【答案】（1）见解析；（2）$\frac{3}{2}$.

【解析】

【分析】(1)由平行四边形性质和已知条件得出 *AC*＝*BD*，即可得出结论；

(2)过点 *E* 作 *EG*⊥*BD* 于点 *G*，由角平分线的性质得出 *EG*＝*EA*．由三角函数定义得出 *AB*＝4，sin∠*CAB*＝sin∠*ABD*$=\frac{AD}{BD}=\frac{3}{5}$，设 *AE*＝*EG*＝*x*，则 *BE*＝4－*x*，在 Rt△*BEG* 中，由三角函数定义得出$\frac{x}{4-x}=\frac{3}{5}$，即可得出答案．

【详解】(1)证明：∵四边形 *ABCD* 是平行四边形，

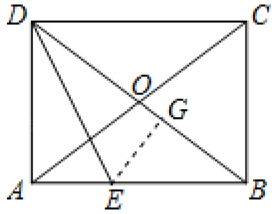
∴*AC*＝2*AO*，*BD*＝2*BO*．

∵*AO*＝*BO*，

∴*AC*＝*BD*．

∴平行四边形 ABCD 为矩形．

(2)过点 *E* 作 *EG*⊥*BD* 于点 *G*，如图所示：



∵四边形 *ABCD* 是矩形，

∴∠*DAB*＝90°，

∴*EA*⊥*AD*，

∵*DE* 为∠*ADB* 的角平分线，

∴*EG*＝*EA*．

∵*AO*＝*BO*，

∴∠*CAB*＝∠*ABD*．

∵*AD*＝3，tan∠*CAB*＝$\frac{3}{4}$，

∴tan∠*CAB*＝tan∠*ABD*＝$\frac{3}{4}=\frac{AD}{AB}$．

∴*AB*＝4．

$\therefore BD=\sqrt{AD^2+AB^2}=\sqrt{3^2+4^2}=5$，$\sin\angle CAB=\sin\angle ABD=\dfrac{AD}{BD}=\dfrac{3}{5}$．

设 $AE=EG=x$，则 $BE=4-x$，

在△BEG 中，$\angle BGE=90°$，

$\therefore \sin\angle ABD=\dfrac{x}{4-x}=\dfrac{3}{5}$．

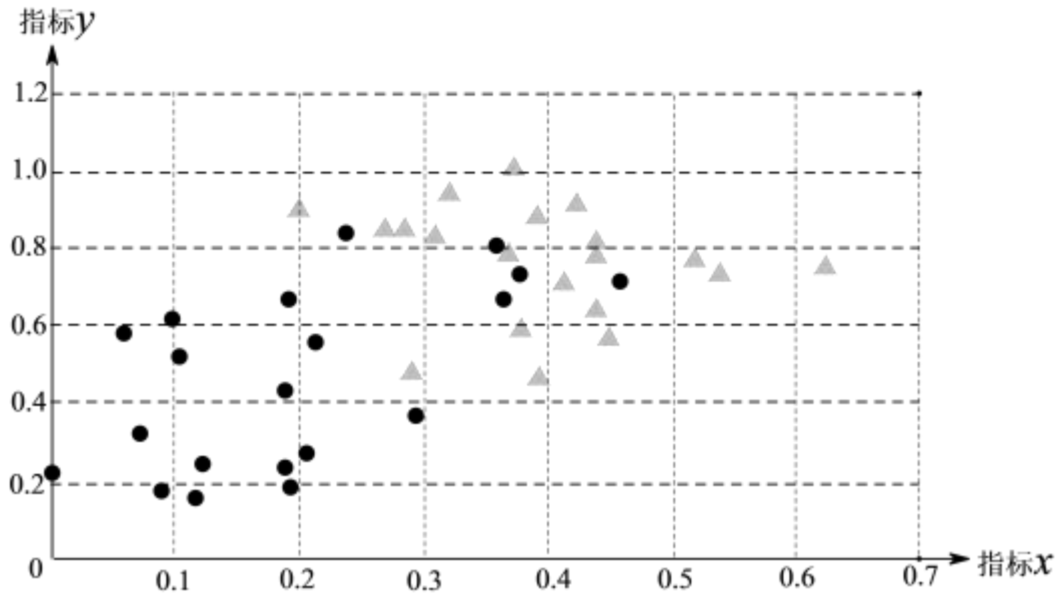
解得：$x=\dfrac{3}{2}$，

$\therefore AE=\dfrac{3}{2}$．

故答案为：$\dfrac{3}{2}$．

【点睛】本题考查了矩形的判定与性质、角平分线的性质、勾股定理、三角函数定义等知识；熟练掌握矩形的判定与性质和三角函数定义是解题的关键．

22. 某医院医生为了研究该院某种疾病的诊断情况，需要调查来院就诊的病人的两个生理指标 x，y，于是他分别在这种疾病的患者和非患者中，各随机选取 20 人作为调查对象，将收集到的数据整理后，绘制统计图如下：



注“●”表示患者，“▲”表示非患者．

根据以上信息，回答下列问题：

（1）在这 40 名被调查者中，

①指标 y 低于 0．4 的有____人；

②将 20 名患者的指标 x 的平均数记作 $\overline{x}_1$，方差记作 s_1^2，20 名非患者的指标 x 的平均数记作 $\overline{x}_2$，方差记作 s_2^2，则 $\overline{x}_1$__$\overline{x}_2$，s_1^2__s_2^2（填“>”，“=”或“<”）；

（2）来该院就诊的 500 名未患这种疾病的人中，估计指标 x 低于 0．3 的大约有__人；

（3）若将“指标 x 低于 0．3，且指标 y 低于 0．8”作为判断是否患有这种疾病的依据，则发生漏判的概率多少．

【答案】（1）①9；②<，>；（2）100；（3）0.25

【解析】

【分析】（1）①直接统计指标 y 低于 0．4 的有人的个数即可；

②通过观察图表估算出指标 x 、 y 的平均数，然后再进行比较即可确定平均数的大小；根据点的分散程度可以确定方差的大小关系.

（2）先估算出样本中未患这种疾病的人中指标 x 低于 0．3 的概率,然后 500 乘以该概率即可；

（3）通过观察统计图确定不在“指标 x 低于 0．3，且指标 y 低于 0．8”范围内且患病的人数，最后用概率公式求解即可.

【详解】解：（1）①经统计指标 y 低于 0．4 的有 9 人 ,故答案为 9;

②观察统计图可以发现，$\overline{x}_1$ 大约在 0.3 左右，$\overline{x}_2$ 大约在 0.6 左右，故 $\overline{x}_1 < \overline{x}_2$；

观察图表可以发现，x 指标的离散程度大于 y 指标，故 $s_1^2 \geq s_2^2$；

故答案为<、>;

（2）由统计图可知：在 20 名未患病的样本中，指标 x 低于 0．3 的大约有 4 人，则概率为 $\frac{4}{20}$；所以的 500 名未患这种疾病的人中，估计指标 x 低于 0．3 的大约有 500× $\frac{4}{20}$ =100 人.

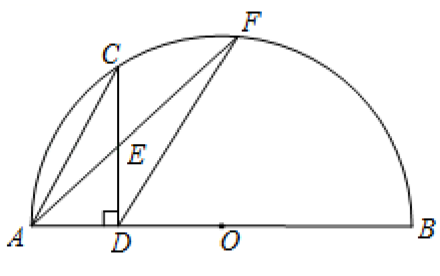
故答案为 100;

（3）通过统计图可以发现有五名患病者没在“指标 x 低于 0．3，且指标 y 低于 0．8”，漏判；则被漏判的概率为 $\frac{5}{20}$ =0.25.

答：被漏判的概率为 0.25.

【点睛】本题考查概率的求法，平均数、方差的估计等基础知识，从统计图中获取信息、估计平均数和方差是解答本题的关键.

23. 如图，点 *C* 是以点 *O* 为圆心，*AB* 为直径的半圆上的动点（不与点 *A*，*B* 重合），*AB*＝6*cm*，过点 *C* 作 *CD*⊥*AB* 于点 *D*，*E* 是 *CD* 的中点，连接 *AE* 并延长交 AB 于点 *F*，连接 *FD*．小腾根据学习函数的经验，对线段 *AC*，*CD*，*FD* 的长度之间的关系进行了探究.



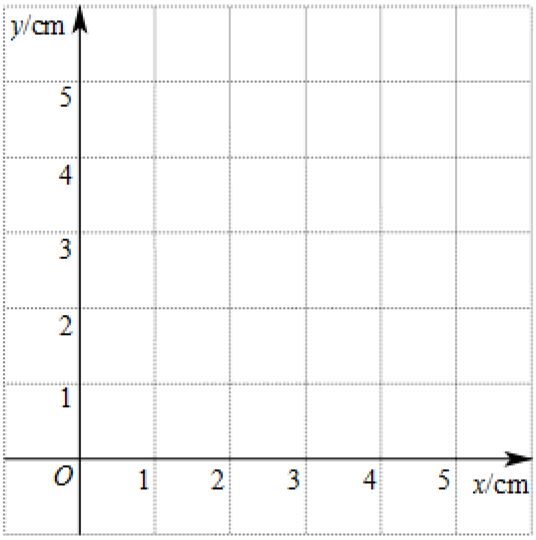
下面是小腾的探究过程，请补充完整：

（1）对于点 *C* 在 AB 上的不同位置，画图、测量，得到了线段 *AC*，*CD*，*FD* 的长度的几组值，如表：

	位置 1	位置 2	位置 3	位置 4	位置 5	位置 6	位置 7	位置 8
AC/*cm*	0.1	0.5	1.0	1.9	2.6	3.2	4.2	4.9
CD/*cm*	0.1	0.5	1.0	1.8	2.2	2.5	2.3	1.0

FD/*cm*	0.2	1.0	1.8	2.8	3.0	2.7	1.8	0.5

在 *AC*，*CD*，*FD* 的长度这三个量中，确定_____的长度是自变量，_____的长度和_____的长度都是这个自变量的函数；



（2）在同一平面直角坐标系 *xOy* 中，画出（1）中所确定的函数的图象；

（3）结合函数图象，解答问题：当 *CD*＞*DF* 时，*AC* 的长度的取值范围是_____.

【答案】（1）AC，CD，FD；（2）详见解析；（3）3.5cm＜x＜5cm

【解析】

【分析】（1）根据函数　定义可得结论.

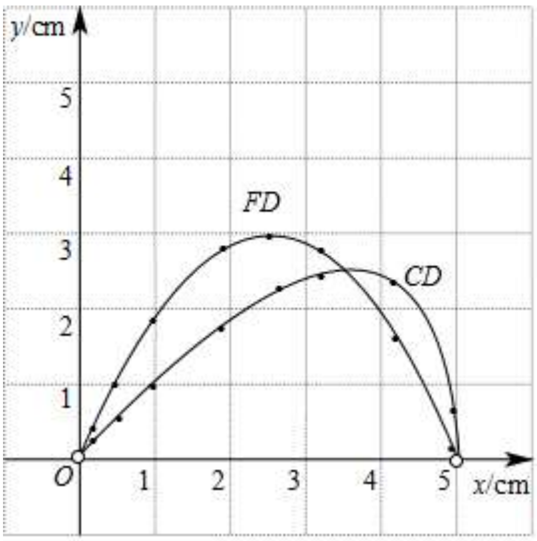
（2）利用描点法画出函数图象即可.

（3）利用图象法，观察图象写出函数 CD 的图象在函数 DF 的图象上方时，自变量的取值范围即可.

【详解】解：（1）由题意可知：AC 是自变量，CD，DF 是自变量 AC 的函数.

故答案为：AC，CD，FD.

（2）函数图象如图所示：



（3）观察图象可知 CD＞DF 时，3.5cm＜x＜5cm.

故答案为：3.5cm＜x＜5cm.

【点睛】本题属于圆综合题，考查了函数的有关性质，描点法画函数图象等知识，解题的关键是理解题意，学会利用图象法解决问题，属于中考常考题型.

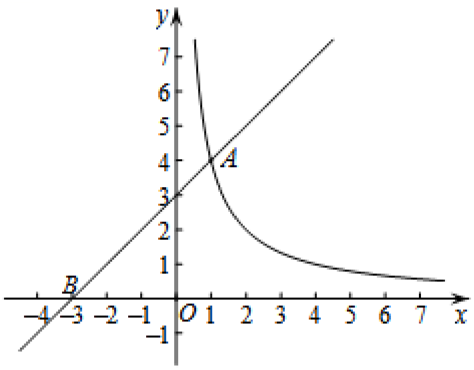
24. 如图，在平面直角坐标系 xOy 中，直线 $y=x+3$ 与函数 $y=\dfrac{k}{x}$（$x>0$）的图象交于点 $A(1，m)$，与 x 轴交于点 B.

（1）求 m，k 的值；

（2）过动点 $P(0，n)$（$n>0$）作平行于 x 轴的直线，交函数 $y=\dfrac{k}{x}$（$x>0$）的图象于点 C，交直线 $y=x+3$ 于点 D.

①当 $n=2$ 时，求线段 CD 的长；

②若 $CD\geq OB$，结合函数的图象，直接写出 n 的取值范围.



【答案】（1）$m=4$，$k=4$；（2）①3；②$0<n\leq2$ 或 $n\geqslant 3+\sqrt{13}$.

【解析】

【分析】（1）先利用一次函数解析式求出 m 的值，即可得到 A 点坐标，然后将 A 点坐标代入反比例函数解析式即可求得 k 的值；

（2）①先确定 C 点和 D 点的横坐标，然后求两横坐标之差即可解答；

②先确定 B 点坐标为（-3，0），再根据 C、D 的纵坐标都为 n，然后再根据题意确定 C、D 的坐标，最后分点 C 在点 D 的右侧和点 C 在点 D 的左侧两种情况解答即可.

【详解】解：∵直线 $y=x+3$ 经过点 A（1，m），

∴$m=1+3=4$

∴反比例函数 $y=\dfrac{k}{x}$ 的图象经过点 A（1，4），

∴$k=1\times4=4$；

（2）如图：①当 $n=2$ 时，点 P 的坐标为（0，2）.

当 $y=2$ 时，$2=\dfrac{4}{x}$，解得 $x=2$，即点 C 的坐标为（2，2）

当 $y=2$ 时，$x+3=2$，解得 $x=-1$，即点 D 的坐标为（-1，2）

∴$CD=2-（-1）=3$；

②如图：当 $y=0$ 时，$x+3=0$，解得 $x=-3$，则 B（-3，0）

当 $y=n$ 时，$n=\frac{4}{x}$，解得 $x=\frac{4}{n}$，即点 C 的坐标为（$\frac{4}{n}$，n）.

当 $y=n$ 时，$x+3=n$，解得 $x=n-3$，即点 D 的坐标为（$n-3$，n）

当点 C 在点 D 的右侧时，

∵$CD=OB$

∴$\frac{4}{n}-(n-3)=3$，解得 $n_1=2$，$n_2=-2$（舍去）

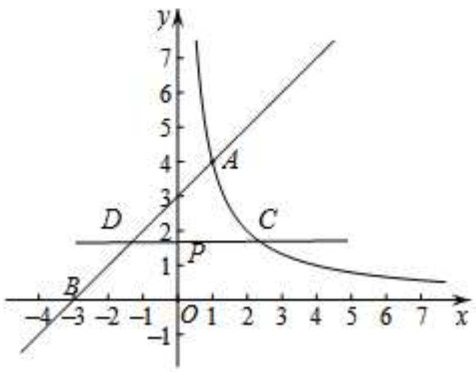
∴当 $0<n\le 2$ 时，$CD\ge OB$；

当点 C 在点 D 的左侧时

∵$CD=OB$，即 $n-3-\frac{4}{n}=3$，解得 $n_1=3+\sqrt{13}, n_2=3-\sqrt{13}$（舍去）

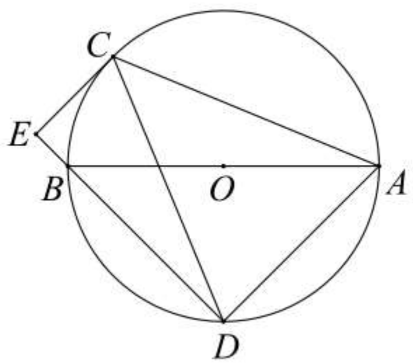
∴当 $n\ge 3+\sqrt{13}$ 时，$CD\ge OB$；

综上所述，n 的取值范围为 $0<n\le 2$ 或 $n\geqslant 3+\sqrt{13}$.



【点睛】本题主要考查了反比例函数与一次函数图像的交点问题以及运用待定系数法求函数解析式等知识点，掌握数形结合思想成为解答本题的关键.

25. 如图，AB 为⊙O 的直径，点 C、点 D 为⊙O 上异于 A、B 的两点，连接 CD，过点 C 作 $CE\perp DB$，交 DB 的延长线于点 E，连接 AC、AD.



（1）若 $\angle ABD=2\angle BDC$，求证：CE 是⊙O 的切线.

（2）若⊙O 的半径为 $\sqrt{5}$，$\tan\angle BDC=\frac{1}{2}$，求 AC 的长.

【答案】（1）见解析　（2）4

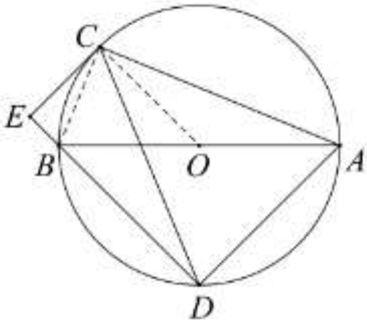
【解析】

【分析】（1）连接 OC，可证明 $OC//DE$，由于 $CE\perp DB$，$\angle CED=90°$，所以$\angle OCE=90°$，$OC\perp CE$，根据切线的判定即可求出答案.

（2）连接 BC，由于$\angle BDC=\angle BAC$，所以$\tan\angle BAC=\tan\angle BDC=\frac{1}{2}$，设 $BC=x$，$AC=2x$，所以 $AB=\sqrt{5}x$，列出方程即可求出 x 的值.

【小问 1 详解】

解：连接 OC，



∵$OC=OA$，

∴$\angle OCA=\angle OAC$，

∴$\angle COB=2\angle OAC$，

∵$\angle BDC=\angle OAC$，$\angle ABD=2\angle BDC$，

∴$\angle COB=\angle ABD$，

∴$OC//DE$，

∵$CE\perp DB$，$\angle CED=90°$，

∴$\angle OCE=90°$，$OC\perp CE$，

∴CE 是⊙O 的切线.

【小问 2 详解】

连接 BC，

∵$\angle BDC=\angle BAC$，

∴$\tan\angle BAC=\tan\angle BDC=\frac{1}{2}$，

∵AB 是⊙O 的直径，

∴$\angle BCA=90°$，

∴$\frac{BC}{AC}=\frac{1}{2}$，

设 $BC=x$，$AC=2x$，

∴$AB=\sqrt{5}x$，

∵⊙O 的半径为$\sqrt{5}$，

∴$\sqrt{5}x=2\sqrt{5}$，

∴$x=2$，

∴$AC=2x=4$.

【点睛】本题考查圆的综合问题，解题的关键是熟练运用切线的判定，锐角三角函数的定义、圆周角定理以及勾股定理.

26. 已知二次函数 $y=ax^2-2ax$.

（1）二次函数图象的对称轴是直线 $x=$______；

（2）当 $0\le x\le 3$ 时，y 的最大值与最小值的差为 4，求该二次函数的表达式；

（3）若 $a<0$，对于二次函数图象上的两点 P（x_1，y_1），Q（x_2，y_2），当 $t\le x_1\le t+1$，$x_2\ge 3$ 时，均满足 $y_1\ge y_2$，请结合函数图象，直接写出 t 的取值范围.

【答案】（1）1；（2）$y=x^2-2x$ 或 $y=-x^2+2x$；（3）$-1\le t\le 2$

【解析】

【分析】（1）由对称轴是直线 $x=-\dfrac{b}{2a}$，可求解；

（2）分 $a>0$ 或 $a<0$ 两种情况讨论，求出 y 的最大值和最小值，即可求解；

（3）利用函数图象的性质可求解.

【详解】解：（1）由题意可得：对称轴是直线 $x=-\dfrac{-2a}{2a}=1$，

故答案为：1；

（2）当 $a>0$ 时，∵对称轴为 $x=1$，

当 $x=1$ 时，y 有最小值为 $-a$，当 $x=3$ 时，y 有最大值为 $3a$，

∴$3a-(-a)=4$.

∴$a=1$，

∴二次函数的表达式为：$y=x^2-2x$；

当 $a<0$ 时，同理可得

y 有最大值为 $-a$； y 有最小值为 $3a$，

∴ $-a-3a=4$，

∴$a=-1$，

∴二次函数的表达式为：$y=-x^2+2x$；

综上所述，二次函数的表达式为 $y=x^2-2x$ 或 $y=-x^2+2x$；

（3）∵$a<0$，对称轴为 $x=1$，

∴$x\le 1$ 时，y 随 x 的增大而增大，$x>1$ 时，y 随 x 的增大而减小，$x=-1$ 和 $x=3$ 时的函数值相等，

∵$t\le x_1\le t+1$，$x_2\ge 3$ 时，均满足 $y_1\ge y_2$，

∴$t\ge -1$，$t+1\le 3$，

∴ $-1\le t\le 2$.

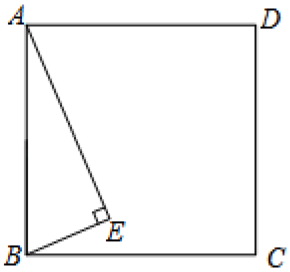
【点睛】本题考查了二次函数的性质，二次函数图象上点的坐标特征等知识点的综合应用，能利用分类思想解决问题是本题的关键.

27. 如图，点 E 是正方形 $ABCD$ 内一动点，满足∠$AEB=90°$且∠$BAE<45°$，过点 D 作 $DF\perp BE$ 交 BE 的延长线于点 F.

（1）依题意补全图形；

（2）用等式表示线段 EF，DF，BE 之间的数量关系，并证明；

（3）连接 CE，若 $AB=2\sqrt{5}$，请直接写出线段 CE 长度的最小值．



【答案】（1）见解析；（2）$EF=DF+BE$，证明见解析；（3）CE 的最小值为 $5-\sqrt{5}$．

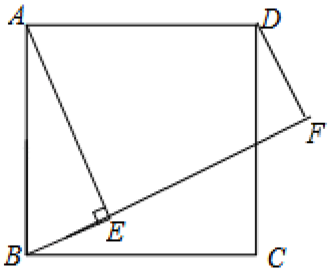
【解析】

【分析】（1）依题意补全图形；

（2）过点 A 作 $AM\perp FD$ 交 FD 的延长线于点 M，可证四边形 $AEFM$ 是矩形，由“AAS”可证 $\triangle AEB\cong\triangle AMD$，可得 $BE=DM$，$AE=AM$，可证矩形 $AEFM$ 是正方形，可得 $EF=MF$，可得结论；

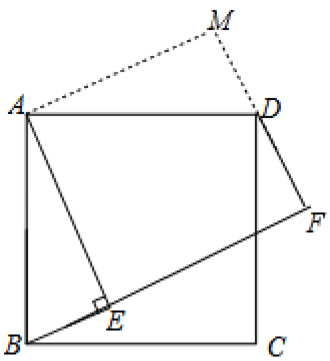
（3）取 AB 中点 O，连接 OC，由勾股定理可求 $OC=5$，由点 E 在以 O 为圆心，OB 为半径的圆上，可得当点 E 在 OC 上时，CE 有最小值，即可求解．

【详解】解：（1）依题意补全图形，如图，



（2）线段 EF，DF，BE 的数量关系为：$EF=DF+BE$，

理由如下：如图，过点 A 作 $AM\perp FD$ 交 FD 的延长线于点 M，



$\because \angle M=\angle F=\angle AEF=90°$，

$\therefore$ 四边形 $AEFM$ 是矩形，

$\therefore \angle DAE+\angle MAD=90°$，

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是正方形，

$\therefore \angle BAE+\angle DAE=90°$，$AB=AD$，

$\therefore \angle BAE=\angle MAD$．

又∵$\angle AEB=\angle M=90°$，

∴$\triangle AEB\cong\triangle AMD$（$AAS$）

∴$BE=DM$，$AE=AM$，

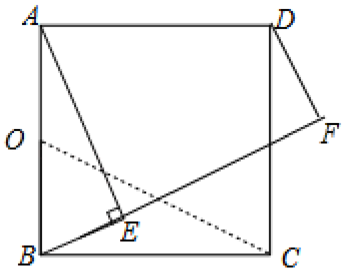
∴矩形 $AEFM$ 是正方形，

∴$EF=MF$，

∵$MF=DF+DM$，

∴$EF=DF+BE$；

（3）如图，取 AB 中点 O，连接 OC，



∵$AB=2\sqrt{5}$

∴$OB=\sqrt{5}$，

∴$OC=\sqrt{OB^2+BC^2}=5$，

∵$\angle AEB=90°$，

∴点 E 在以 O 为圆心，OB 为半径的圆上，

∴当点 E 在 OC 上时，CE 有最小值，

∴CE 的最小值为$5-\sqrt{5}$.

【点睛】本题是四边形综合题，考查了正方形的性质，矩形的判定和性质，全等三角形的判定和性质，勾股定理等知识，确定点 E 的运动轨迹是本题的关键.

28. 对于平面直角坐标系 xOy 中的图形 W_1 和图形 W_2．给出如下定义：在图形 W_1 上存在两点 A，B（点 A，B 可以重合），在图形 W_2 上存在两点 M，N，（点 M 于点 N 可以重合）使得 AM=2BN，则称图形 W_1 和图形 W_2 满足限距关系

(1)如图 1，点 C(1，0)，D(-1，0)，E(0，$\sqrt{3}$)，点 P 在线段 DE 上运动(点 P 可以与点 D，E 重合)，连接 OP，CP.

①线段 OP 的最小值为_______，最大值为_______；线段 CP 的取值范直范围是_____；

②在点 O，点 C 中，点____________与线段 DE 满足限距关系；

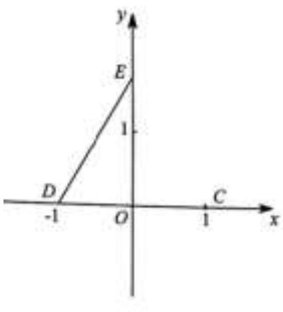


图 1

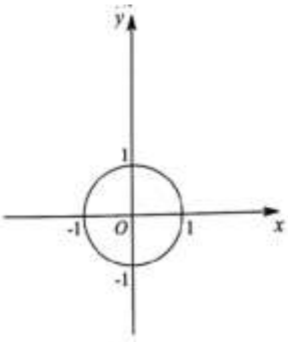


图 2

(2)如图 2，⊙O 的半径为 1，直线 $y=\sqrt{3}x+b$ (b>0)与 x 轴、y 轴分别交于点 F，G．若线段 FG 与⊙O 满足限距关系，求 b 的取值范围；

(3)⊙O 的半径为 r(r>0)，点 H，K 是⊙O 上的两个点，分别以 H，K 为圆心，1 为半径作圆得到⊙H 和⊙K，若对于任意点 H，K，⊙H 和⊙K 都满足限距关系，直接写出 r 的取值范围．

【答案】（1）①$\frac{\sqrt{3}}{2}$，$\sqrt{3}$，$\sqrt{3}\le CP\le 2$，②O；（2）$b\ge\frac{1}{3}$；（3）0＜r≤3．

【解析】

【分析】（1）①根据垂线段最短以及已知条件，确定 OP，CP 的最大值，最小值即可解决问题．②根据限距关系的定义判断即可．

（2）直线 $y=\sqrt{3}x+b$ 与 x 轴、y 轴分别交于点 F，G（0，b），分三种情形：①线段 FG 在⊙O 内部，②线段 FG 与⊙O 有交点，③线段 FG 与⊙O 没有交点，分别构建不等式求解即可．

（3）如图 3 中，不妨设⊙K，⊙H 的圆心在 x 轴上位于 y 轴的两侧，根据⊙H 和⊙K 都满足限距关系，构建不等式求解即可．

【详解】（1）①如图 1 中，

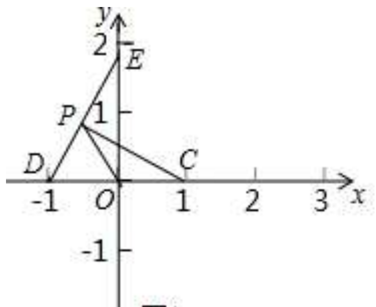


图1

∵D（-1，0），E(0，$\sqrt{3}$)，

∴OD=1，$OE=\sqrt{3}$，

∴$tan\angle EDO=\frac{OE}{OD}=\sqrt{3}$，

∴∠EDO=60°，

当 OP⊥DE 时，$OP=OD\bullet sin60°=\frac{\sqrt{3}}{2}$，此时 OP 的值最小，

当点 P 与 E 重合时，OP 的值最大，最大值为$\sqrt{3}$，

当 CP⊥DE 时，CP 的值最小，最小值$=CD\bullet cos60°=\sqrt{3}$，

当点 P 与 D 或 E 重合时，PC 的值最大，最大值为 2，

故答案为：$\frac{\sqrt{3}}{2}$，$\sqrt{3}$，$\sqrt{3}\le CP\le 2$．

②根据限距关系的定义可知，线段 DE 上存在两点 M，N，满足 OM=2ON，

故点 O 与线段 DE 满足限距关系．

故答案为 O．

（2）直线 $y=\sqrt{3}x+b$ 与 x 轴、y 轴分别交于点 F，G（0，b），

当 0＜b＜1 时，线段 FG 在⊙O 内部，与⊙O 无公共点，

此时⊙O 上的点到线段 FG 的最小距离为 1-b，最大距离为 1+b，

∵线段 FG 与⊙O 满足限距关系，

∴1+b≥2（1-b），

解得 $b\geq\frac{1}{3}$，

∴b 的取值范围为 $\frac{1}{3}\leq b<1$．

当 1≤b≤2 时，线段 FG 与⊙O 有公共点，线段 FG 与⊙O 满足限距关系，

当 b＞2 时，线段 FG 在⊙O 的外部，与⊙O 没有公共点，

此时⊙O 上的点到线段 FG 的最小距离为 $\frac{1}{2}b-1$，最大距离为 b+1，

∵线段 FG 与⊙O 满足限距关系，

∴ $b+1\geq2\left(\frac{1}{2}b-1\right)$，

而 $b+1\geq2\left(\frac{1}{2}b-1\right)$ 总成立，

∴b＞2 时，线段 FG 与⊙O 满足限距关系，综上所述，b 的取值范围为 $b\geq\frac{1}{3}$．

（3）如图 3 中，不妨设⊙K，⊙H 的圆心在 x 轴上位于 y 轴的两侧，

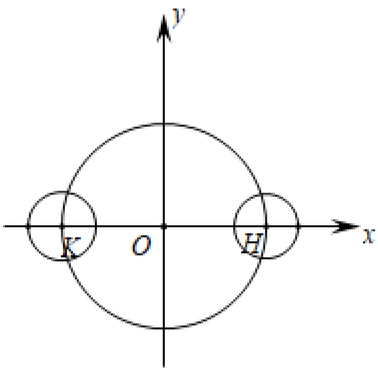


图3

两圆的距离的最小值为 2r-2，最大值为 2r+2，

∵⊙H 和⊙K 都满足限距关系，

∴2r+2≥2（2r-2），

解得 r≤3，

故 r 的取值范围为 0＜r≤3．

【点睛】本题属于圆综合题，考查了解直角三角形，垂线段最短，直线与圆的位置关系，限距关系的定义等知识，解题的关键是理解题意，学会利用参数构建不等式解决问题，属于中考创新题型．