2020北京首都师大附中初三一模

数　　学

一、选择题

1．若一个数的绝对值是5，则这个数是（　　）

A．5　　B．－5　　C．±5　　D．0或5

2．2017年我省粮食总产量695.2亿斤，居历史第二高位，695.2亿用科学记数法表示为（　　）

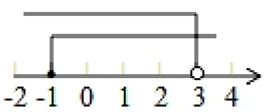
A．695.2×10^{8}　　B．6.952×10^{9}　　C．6.952×10^{10}　　D．6.952×10^{11}

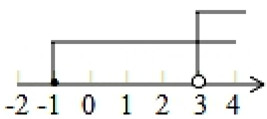
3．下列运算正确的是（　　）

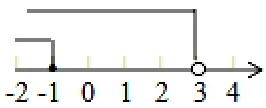
A．$2a^{2}\cdot a^{3}=2a^{6}$　　B．$(3ab)^{2}=6a^{2}b^{2}$

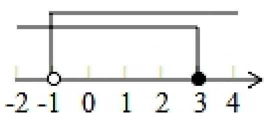
C．$2abc+ab=2$　　D．$3a^{2}b+ba^{2}=4a^{2}b$

4．已知不等式组$\begin{cases}x-3>0\\x+1\geqslant0\end{cases}$，其解集在数轴上表示正确的是（　　）

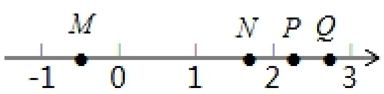
A．

B．

C．

D．

5．如图，M、N、P、Q是数轴上的四个点，这四个点中最适合表示$\sqrt{15}-1$的点是（　　）



A．点M　　B．点N　　C．点P　　D．点Q

6．《九章算术》是我国古代数学的经典著作，书中有一个问题："今有黄金九枚，白银一十一枚，称之重适等．交易其一，金轻十三两．问金、银一枚各重几何？"．意思是：甲袋中装有黄金9枚（每枚黄金重量相同），乙袋中装有白银11枚（每枚白银重量相同），称重两袋相等．两袋互相交换1枚后，甲袋比乙袋轻了13两（袋子重量忽略不计）．问黄金、白银每枚各重多少两？设每枚黄金重x两，每枚白银重y两，根据题意得（　　）

A．$\begin{cases}11x=9y\\(10y+x)-(8x+y)=13\end{cases}$

B. $\begin{cases}10y+x=8x+y\\9x+13=11y\end{cases}$

C. $\begin{cases}9x=11y\\(8x+y)-(10y+x)=13\end{cases}$

D. $\begin{cases}9x=11y\\(10y+x)-(8x+y)=13\end{cases}$

7．已知点 A（$x-2$，3）与点 B（$x+4$，$y-5$）关于原点对称，则 y^x 的值是（　　）

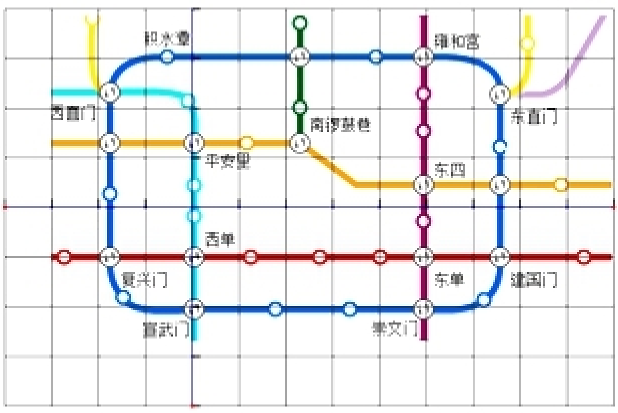
A．2　　　　B．$\frac{1}{2}$　　　　C．4　　　　D．8

8．黄山市某塑料玩具生产公司，为了减少空气污染，国家要求限制塑料玩具生产，这样有时企业会被迫停产，经过调研预测，它一年中每月获得的利润 y（万元）和月份 n 之间满足函数关系式 $y=-n^2+14n-24$，则企业停产的月份为（　　）

A．2 月和 12 月　　　　B．2 月至 12 月

C．1 月　　　　D．1 月、2 月和 12 月

9．如图，将北京市地铁部分线路图置于正方形网格中，若设定崇文门站的坐标为（0，－1），雍和宫站的坐标为（0，4），则西单站的坐标为（　　）



A．（0，5）　　　　B．（5，0）　　　　C．（0，－5）　　　　D．（－5，0）

10．关于 x 的方程 $x^2-x+a-2=0$ 有两个不相等的实数根，则实数 a 的值可能为（　　）

A．2　　　　B．2.5　　　　C．3　　　　D．3.5

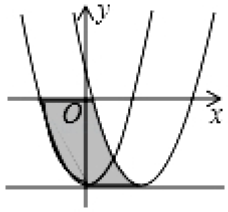
11．把直线 $y=-2x$ 向上平移后得到直线 AB，若直线 AB 经过点（m，n），且 $2m+n=8$，则直线 AB 的表达式为（　　）

A．$y=-2x+4$　　　　B．$y=-2x+8$　　　　C．$y=-2x-4$　　　　D．$y=-2x-8$

12．已知抛物线 $y=-x^2+bx+4$ 经过（－2，n）和（4，n）两点，则 n 的值为（　　）

A．－2　　　　B．－4　　　　C．2　　　　D．4

13．将抛物线 $y=x^2-4x+1$ 向左平移至顶点落在 y 轴上，如图所示，则两条抛物线、直线 $y=-3$ 和 x 轴围成的图形的面积 S（图中阴影部分）是（　　）



A．5　　　　B．6　　　　C．7　　　　D．8

14．北京地铁票价计费标准如表所示：

乘车距离 x（公里）	$x\leqslant 6$	$6<x\leqslant 12$	$12<x\leqslant 22$	$22<x\leqslant 32$	$x>32$
票价（元）	3	4	5	6	每增加 1 元可乘坐 20 公里

另外，使用市政交通一卡通，每个自然月每张卡片支出累计满 100 元后，超出部分打 8 折；满 150 元后，超出部分打 5 折；支出累计达 400 元后，不再打折．

小红妈妈上班时，需要乘坐地铁 15 公里到达公司，每天上下班共乘坐两次，如果每次乘坐地铁都使用市政交通一卡通，那么每月第 21 次乘坐地铁上下班时，她刷卡支出的费用是（　　）

A．2.5 元　　　　B．3 元　　　　C．4 元　　　　D．5 元

15．二次函数 $y=x^2+bx$ 的对称轴为直线 $x=2$，若关于 x 的一元二次方程 $x^2+bx-t=0$（t 为实数）在 $-1<x<4$ 的范围内有解，则 t 的取值范围是（　　）

A．$0<t<5$　　　　B．$-4\leqslant t<5$　　　　C．$-4\leqslant t<0$　　　　D．$t\geqslant -4$

二、填空题

16．代数式 $\frac{1}{\sqrt{x-8}}$ 有意义时，x 应满足的条件是________．

17．计算：$\sqrt{9}+(-1)^{2019}-2\sin 30^\circ=$________．

18．分解因式：$4a^2b-b=$________．

19．在平面直角坐标系中，点 A 的坐标为（－3，2）．若线段 AB∥x 轴，且 AB 的长为 4，则点 B 的坐标为________．

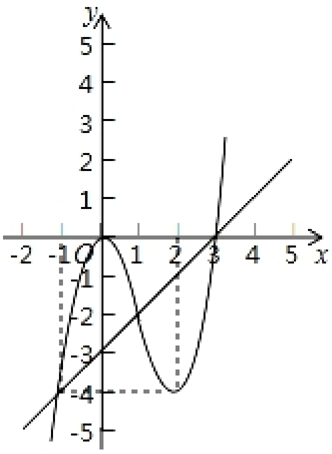
20．关于 x 的不等式组$\begin{cases}2x+1>3\\a-x>1\end{cases}$的解集为 $1<x<4$，则 a 的值为_______.

21．若 $a^2-2a-3=0$，代数式$\frac{1}{a(a-2)}$的值是_______.

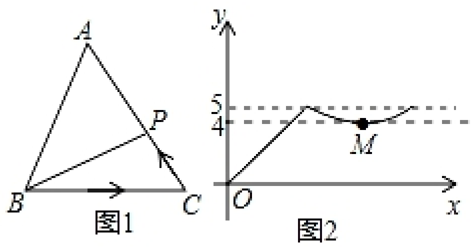
22．若函数 $y=\begin{cases}x^2+2\ (x\leqslant 2)\\2x\ (x>2)\end{cases}$的函数值 $y=6$，则自变量 x 的值为_______.

23．已知 $P=\frac{2a}{a^2-b^2}-\frac{1}{a+b}$（$a\neq\pm b$），若点（$a$，$b$）在一次函数 $y=x-1$ 的图象上，则 P 的值为_______.

24．计算机可以帮助我们又快又准地画出函数的图象．用“几何画板”软件画出的函数 $y=x^2(x-3)$ 和 $y=x-3$ 的图象如图所示．根据图象可知方程 $x^2(x-3)=x-3$ 的解的个数为_______；若 m，n 分别为方程 $x^2(x-3)=1$ 和 $x-3=1$ 的解，则 m，n 的大小关系是_______.



25．如图 1，点 P 从△ABC 的顶点 B 出发，沿 $B\to C\to A$ 匀速运动到点 A，图 2 是点 P 运动时，线段 BP 的长度 y 随时间 x 变化的关系图象，其中 M 为曲线部分的最低点，则△ABC 的面积是_______.



三、解答题（第1题7分，第2题8分，第3题10分，共25分）

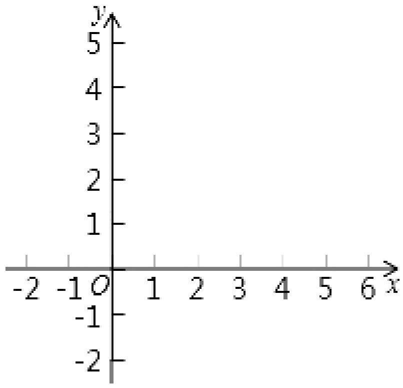
26．在平面直角坐标系 xOy 中，直线 $y=kx+b$（$k<0$），经过点（6，0），且与坐标轴围成的三角形的面积是9，与函数 $y=\frac{m}{x}$（$x>0$）的图象 G 交于 A，B 两点．

（1）求直线的表达式；

（2）横、纵坐标都是整数的点叫作整点．记图象 G 在点 A、B 之间的部分与线段 AB 围成的区域（不含边界）为 W.

①当 $m=2$ 时，直接写出区域 W 内的整点的坐标_______；

②若区域 W 内恰有3个整数点，结合函数图象，求 m 的取值范围．



27．已知抛物线 G：$y=mx^2-2mx-3$ 有最低点．

（1）求二次函数 $y=mx^2-2mx-3$ 的最小值（用含 m 的式子表示）；

（2）将抛物线 G 向右平移 m 个单位得到抛物线 G_1．经过探究发现，随着 m 的变化，抛物线 G_1 顶点的纵坐标 y 与横坐标 x 之间存在一个函数关系，求这个函数关系式，并写出自变量 x 的取值范围；

（3）记（2）所求的函数为 H，抛物线 G 与函数 H 的图象交于点 P，结合图象，求点 P 的纵坐标的取值范围．

28．给出如下定义：对于⊙O的弦MN和⊙O外一点P（M，O，N三点不共线，且点P，O在直线MN的异侧），当$\angle MPN+\angle MON=180°$时，则称点$P$是线段$MN$关于点$O$的关联点．图1是点$P$为线段$MN$关于点$O$的关联点的示意图．

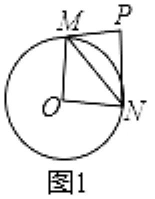


图1

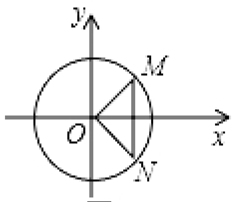


图2

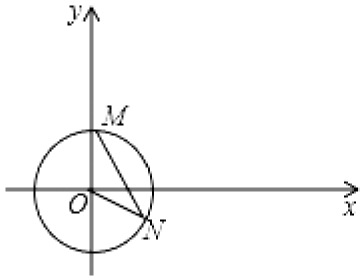


图3

在平面直角坐标系xOy中，⊙O的半径为1．

（1）如图2，已知M（$\frac{\sqrt{2}}{2}$，$\frac{\sqrt{2}}{2}$），N（$\frac{\sqrt{2}}{2}$，$-\frac{\sqrt{2}}{2}$），在A（1，0），B（1，1），C（$\sqrt{2}$，0）三点中，是线段MN关于点O的关联点的是_______；

（2）如图3，M（0，1），N（$\frac{\sqrt{3}}{2}$，$-\frac{1}{2}$），点D是线段MN关于点O的关联点．

①$\angle MDN$的大小为_______；

②在第一象限内有一点E（$\sqrt{3}m$，m），点E是线段MN关于点O的关联点，判断△MNE的形状，并直接写出点E的坐标；

③点F在直线$y=-\frac{\sqrt{3}}{3}x+2$上，当$\angle MFN\geqslant\angle MDN$时，求点$F$的横坐标$x$的取值范围．

参考答案

一、选择题（每小题 3 分，共 45 分）

1．

【分析】当 a 是正有理数时，a 的绝对值是它本身 a；当 a 是负有理数时，a 的绝对值是它的相反数 $-a$；所以若一个数的绝对值是 5，则这个数是±5，据此判定即可．

解：若一个数的绝对值是 5，则这个数是±5．

故选：C．

2．

【分析】科学记数法的表示形式为 $a\times10^n$ 的形式，其中 $1\leqslant|a|<10$，n 为整数．确定 n 的值时，要看把原数变成 a 时，小数点移动了多少位，n 的绝对值与小数点移动的位数相同．当原数绝对值＞10 时，n 是正数；当原数的绝对值＜1 时，n 是负数．

解：695.2 亿＝6.952×10^{10}．

故选：C．

3．

【分析】根据整式的运算法则即可求出答案．

解：（A）原式＝$2a^5$，故 A 错误；

（B）原式＝$9a^2b^2$，故 B 错误；

（C）$2abc$ 与 ab 不是同类项，故 C 错误；

故选：D．

4．

【分析】求出每个不等式的解集，找出不等式组的解集，再在数轴上把不等式组的解集表示出来，即可得出选项．

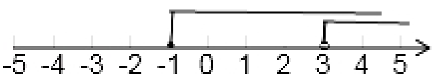
解：$\begin{cases}x-3>0①\\x+1\geqslant0②\end{cases}$

∵解不等式①得：$x>3$，

解不等式②得：$x\geqslant-1$，

∴不等式组的解集为：$x>3$，

在数轴上表示不等式组的解集为：



故选：B.

5．

【分析】先求出$\sqrt{15}$的范围，再求出$\sqrt{15}-1$的范围，即可得出答案．

解：∵$3.5<\sqrt{15}<4$，

∴$2.5<\sqrt{15}-1<3$，

∴表示$\sqrt{15}-1$的点是Q点，

故选：D.

6．

【分析】根据题意可得等量关系：①9枚黄金的重量＝11枚白银的重量；②（10枚白银的重量+1枚黄金的重量）－（1枚白银的重量+8枚黄金的重量）＝13两，根据等量关系列出方程组即可．

解：设每枚黄金重x两，每枚白银重y两，由题意得：

$$\begin{cases}9x=11y\\(10y+x)-(8x+y)=13\end{cases}，$$

故选：D.

7．

【分析】直接利用关于原点对称点的性质得出x，y的值进而得出答案．

解：∵点A（$x-2$，3）与点B（$x+4$，$y-5$）关于原点对称，

∴$x-2+x+4=0$，

$y-5=-3$，

解得：$x=-1$，$y=2$，

则$y^x=2^{-1}=\frac{1}{2}$.

故选：B.

8.

【分析】根据题意可知停产时，利润为 0 和小于 0 的月份都不合适，从而可以解答本题.

解：∵$y=-n^2+14n-24=-(n-2)(n-12)$，$1\leqslant n\leqslant 12$ 且 n 为整数，

∴当 $y=0$ 时，$n=2$ 或 $n=12$，

当 $y<0$ 时，$n=1$，

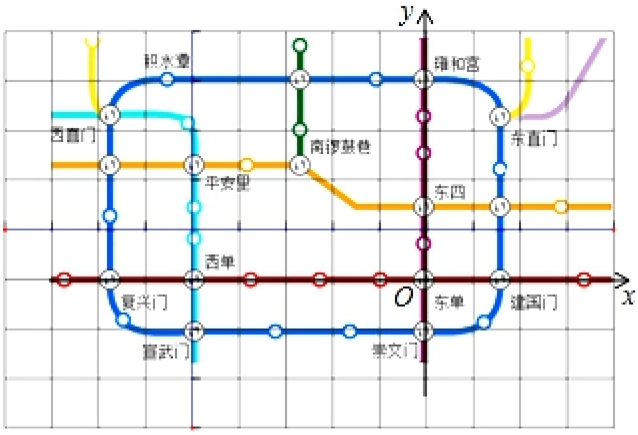
故选：D.

9.

【分析】首先利用已知点确定原点位置，进而得出答案.

解：如图所示：西单站的坐标为：$(-5,0)$.

故选：D.



10.

【分析】根据判别式的意义得到$\triangle=1^2-4\times(a-2)>0$，然后解不等式即可.

解：∵关于 x 的方程 $x^2-x+a-2=0$ 有两个不相等的实数根，

∴$\triangle=1^2-4\times(a-2)>0$，

解得 $a<\frac{9}{4}$.

观察选项，只有 A 选项符合题意.

故选：A.

11.

【分析】由题意知，直线 AB 的斜率，又已知直线 AB 上的一点（m，n），所以用直线的点斜式方程 $y-y_0=k$（$x-x_0$）求得解析式即可.

解：∵直线 AB 是直线 $y=-2x$ 平移后得到的，

∴直线 AB 的 k 是 -2（直线平移后，其斜率不变）

∴设直线 AB 的方程为 $y-y_0=-2(x-x_0)$　　①

把点（m，n）代入①并整理，得

$y=-2x+(2m+n)$　　②

∵$2m+n=8$　　③

把③代入②，解得 $y=-2x+8$，

即直线 AB 的解析式为 $y=-2x+8$.

故选：B.

12．

【分析】根据（-2，n）和（4，n）可以确定函数的对称轴 $x=1$，再由对称轴的 $x=\frac{b}{2}$即可求解；

解：抛物线 $y=-x^2+bx+4$ 经过（-2，n）和（4，n）两点，

可知函数的对称轴 $x=1$，

∴$\frac{b}{2}=1$，

∴$b=2$；

∴$y=-x^2+2x+4$，

将点（-2，n）代入函数解析式，可得 $n=-4$；

故选：B.

13．

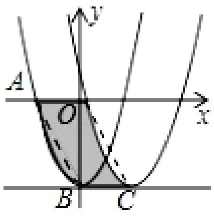
【分析】B，C 分别是顶点，A 是抛物线与 x 轴的一个交点，连接 OC，AB，阴影部分的面积就是平行四边形 $ABCO$ 的面积，

解：B，C 分别是顶点，A 是抛物线与 x 轴的一个交点，连接 OC，AB，

如图，阴影部分的面积就是平行四边形 $ABCO$ 的面积，

$S=2\times3=6$；

故选：B.



14.

【分析】根据优惠方案，分别计算每次乘车的费用，进行累计即可.

解：小红妈妈每天的上下班的费用分别为 5 元，即每天 10 元，10 天后花费 100 元，第 21 次乘坐地铁时，价格给予 8 折优惠，此时花费 $5\times0.8=4$ 元，

故选：C.

15.

【分析】先求出 b，确定二次函数解析式，关于 x 的一元二次方程 $x^2+bx-t=0$ 的解可以看成二次函数 $y=x^2-4x$ 与直线 $y=t$ 的交点，$-1<x<4$ 时 $-4\leqslant y<5$，进而求解；

解：∵对称轴为直线 $x=2$，

∴$b=-4$，

∴$y=x^2-4x$，

关于 x 的一元二次方程 $x^2+bx-t=0$ 的解可以看成二次函数 $y=x^2-4x$ 与直线 $y=t$ 的交点，

∵$-1<x<4$，

∴二次函数 y 的取值为 $-4\leqslant y<5$，

∴$-4\leqslant t<5$；

故选：B.

二、填空题（每小题 3 分，共 30 分）

16.

【分析】直接利用分式、二次根式的定义求出 x 的取值范围.

解：代数式$\dfrac{1}{\sqrt{x-8}}$有意义时，

$x-8>0$，

解得：$x>8$．

故答案为：$x>8$．

17．

【分析】本题涉及有理数的乘方、算术平方根、特殊角三角函数 3 个考点．在计算时，需要针对每个考点分别进行计算，然后根据实数的运算法则求得计算结果．

解：原式$=3+(-1)-2\times\frac{1}{2}$

$=3-1-1$

$=1$

故答案为 1．

18．

【分析】原式提取 b，再利用平方差公式分解即可．

解：原式$=b(4a^2-1)=b(2a+1)(2a-1)$，

故答案为：$b(2a+1)(2a-1)$

19．

【分析】根据平行于 x 轴的直线上的点的纵坐标相同求出点 B 的纵坐标，再分点 B 在点 A 的左边与右边两种情况列式求出点 B 的横坐标，即可得解．

解：∵点 A 的坐标为$(-3，2)$，线段 $AB // x$ 轴，

∴点 B 的纵坐标为 2，

若点 B 在点 A 的左边，则点 A 的横坐标为$-3-4=-7$，

若点 B 在点 A 的右边，则点 A 的横坐标为$-3+4=1$，

∴点 B 的坐标为$(-7，2)$或$(1，2)$．

故答案为：$(-7，2)$或$(1，2)$．

20．

【分析】分贝求出不等式组中两个不等式的解集，根据题意得到关于 a 的方程，解之可得．

解：解不等式 $2x+1>3$，得：$x>1$，

解不等式 $a-x>1$，得：$x<a-1$，

∵不等式组的解集为 $1<x<4$，

∴$a-1=4$，即 $a=5$，

故答案为：5．

21．

【分析】由 $a^2-2a-3=0$ 可得 $a^2-2a=3$，根据整体代入，可得答案．

解：∵$a^2-2a-3=0$，

∴$a^2-2a=3$．

∴$\frac{1}{a(a-2)}=\frac{1}{a^2-2a}=\frac{1}{3}$．

故答案为：$\frac{1}{3}$．

22．

【分析】把 $y=6$ 直接代入函数 $y=\begin{cases}x^2+2(x\leqslant 2)\\2x(x>2)\end{cases}$ 即可求出自变量的值．

解：把 $y=6$ 代入函数 $y=\begin{cases}x^2+2(x\leqslant 2)\\2x(x>2)\end{cases}$，

先代入上边的方程得 $x=\pm 2$，

再代入下边的方程 $x=3$，

故 $x=2$ 或 -2 或 3，

故答案为 $x=2$ 或 -2 或 3．

23．

【分析】根据分式的减法可以化简 P，然后根据点（a，b）在一次函数 $y=x-1$ 的图象上，可以得到 $a-b$ 的值，然后代入化简后的 P，即可求得 P 的值．

解：$P=\frac{2a}{a^2-b^2}-\frac{1}{a+b}$

$=\frac{2a-(a-b)}{(a+b)(a-b)}$

$=\frac{2a-a+b}{(a+b)(a-b)}$

$=\frac{a+b}{(a+b)(a-b)}$

$=\frac{1}{a-b}$,

∵点（a，b）在一次函数 $y=x-1$ 的图象上，

∴$b=a-1$，得 $a-b=1$，

∴当 $a-b=1$ 时，原式$=\frac{1}{1}=1$，

故答案为：1.

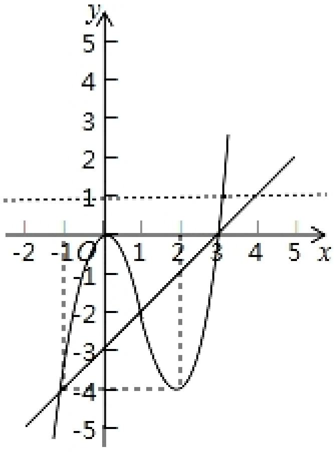
24.

【分析】利用图象，通过函数 $y=x^2(x-3)$ 的图象与函数 $y=x-3$ 的图象的交点个数判断方程 $x^2(x-3)=x-3$ 的解的个数；利用函数 $y=x^2(x-3)$ 和 $y=x-3$ 的图象与直线 $y=1$ 的交点位置可判断 m、n 的大小关系.

解：函数 $y=x^2(x-3)$ 的图象与函数 $y=x-3$ 的图象有 3 个交点，则方程 $x^2(x-3)=x-3$ 的解有 3 个；

方程 $x^2(x-3)=1$ 的解为函数图象与直线 $y=1$ 的交点的横坐标，$x-3=1$ 的解为一次函数 $y=x-3$ 与直线 $y=1$ 的交点的横坐标，

如图，由图象得 $m<n$.



故答案为 3，$m<n$.

25.

【分析】根据图象可知点 P 在 BC 上运动时，此时 BP 不断增大，而从 C 向 A 运动时，BP 先变小后变大，从而可求出 BC 与 AC 的长度.

解：根据图象可知点 P 在 BC 上运动时，此时 BP 不断增大，

由图象可知：点 P 从 B 向 C 运动时，BP 的最大值为 5，

即 $BC=5$，

由于 M 是曲线部分的最低点，

∴此时 BP 最小，

即 $BP\perp AC$，$BP=4$，

∴由勾股定理可知：$PC=3$，

由于图象的曲线部分是轴对称图形，

∵图象右端点函数值为 5，

∴$AB=BC=5$

∴$PA=3$，$AP=PC=3$，

∴$AC=6$，

∴$\triangle ABC$ 的面积为：$\dfrac{1}{2}\times 4\times 6=12$

故答案为：12

三、解答题（第 1 题 7 分，第 2 题 8 分，第 3 题 10 分，共 25 分）

26.

【分析】（1）借助直线与 x 轴、y 轴的交点坐标表示出直线与坐标轴围成的三角形的两条直角边长，利用面积是 9，求出直线与 y 轴的交点为 C（0，3），利用待定系数法求出直线的表达式；

（2）①先求出当 $m=2$ 时，两函数图象的交点坐标，再结合图象找到区域 W 内的整点的坐标；②利用特殊值法求出图象经过点（1，1）、（2，1）时，反比例函数中 m 的值，结合图象得到在此范围内区域 W 内整点有 3 个，从而确定 m 的取值范围为 $1\leq m<2$.

解：如图：

（1）设直线与 y 轴的交点为 C（0，b），

∵直线与两坐标轴围成的三角形的面积是 9

$\therefore \frac{1}{2}\times 6\cdot|b|=9$，$b=\pm 3$.

$\because k<0$，$\therefore b=3$.

∵直线 $y=kx+b$ 经过点（6，0）和（0，3），

∴直线的表达式为 $y=-\frac{1}{2}x+3$；

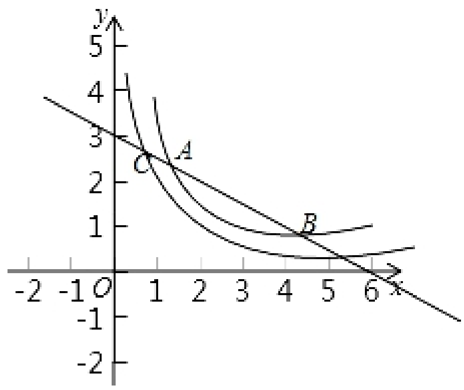
（2）①当 $m=2$ 时，两函数图象的交点坐标为方程组$\begin{cases} y=-\frac{1}{2}x+3 \\ y=\frac{2}{x} \end{cases}$的解，

∴A（$3-\sqrt{5}$，$\frac{3+\sqrt{5}}{2}$），B（$3+\sqrt{5}$，$\frac{3-\sqrt{5}}{2}$），观察图象可得区域 W 内的整点的坐标为（3，1）；

②当 $y=\frac{m}{x}$图象经过点（1，1）时，则 $m=1$.

当 $y=\frac{m}{x}$图象经过点（2，1）时，则 $m=2$.

∴观察图象可得区域 W 内的整点有 3 个时 $1\leqslant m<2$.



27.

【分析】（1）抛物线有最低点即开口向上，$m>0$，用配方法或公式法求得对称轴和函数最小值.

（2）写出抛物线 G 的顶点式，根据平移规律即得到抛物线 G_1 的顶点式，进而得到抛物线 G_1 顶点坐标（$m+1$，$-m-3$），即 $x=m+1$，$y=-m-3$，$x+y=-2$ 即消去 m，得到 y 与 x 的函数关系式. 再由 $m>0$，即求得 x 的取值范围.

（3）法一：求出抛物线恒过点 B（2，-4），函数 H图象恒过点 A（2，-3），由图象可知两图象交点 P应在点 A、B之间，即点 P纵坐标在 A、B纵坐标之间.

法二：联立函数 H 解析式与抛物线解析式组成方程组，整理得到用 x 表示 m 的式子．由 x 与 m 的范围讨论 x 的具体范围，即求得函数 H 对应的交点 P 纵坐标的范围．

解：（1）∵$y=mx^2-2mx-3=m(x-1)^2-m-3$，抛物线有最低点

∴二次函数 $y=mx^2-2mx-3$ 的最小值为 $-m-3$

（2）∵抛物线 G：$y=m(x-1)^2-m-3$

∴平移后的抛物线 G_1：$y=m(x-1-m)^2-m-3$

∴抛物线 G_1 顶点坐标为（$m+1$，$-m-3$）

∴$x=m+1$，$y=-m-3$

∴$x+y=m+1-m-3=-2$

即 $x+y=-2$，变形得 $y=-x-2$

∵$m>0$，$m=x-1$

∴$x-1>0$

∴$x>1$

∴y 与 x 的函数关系式为 $y=-x-2$（$x>1$）

（3）法一：如图，函数 H：$y=-x-2$（$x>1$）图象为射线

$x=1$ 时，$y=-1-2=-3$；$x=2$ 时，$y=-2-2=-4$

∴函数 H 的图象恒过点 B（2，-4）

∵抛物线 G：$y=m(x-1)^2-m-3$

$x=1$ 时，$y=-m-3$；$x=2$ 时，$y=m-m-3=-3$

∴抛物线 G 恒过点 A（2，-3）

由图象可知，若抛物线与函数 H 的图象有交点 P，则 $y_B<y_P<y_A$

∴点 P 纵坐标的取值范围为 $-4<y_P<-3$

法二：$\begin{cases} y=-x-2 \\ y=mx^2-2mx-3 \end{cases}$

整理的：$m(x^2-2x)=1-x$

∵$x>1$，且 $x=2$ 时，方程为 $0=-1$ 不成立

∴$x\neq 2$，即 $x^2-2x=x(x-2)\neq 0$

∴$m=\dfrac{1-x}{x(x-2)}>0$

∵$x>1$

∴$1-x<0$

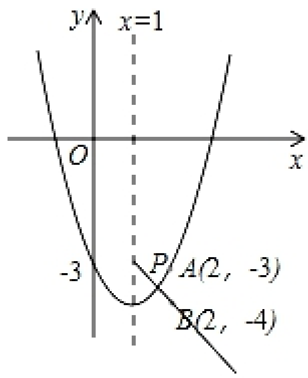
∴$x(x-2)<0$

∴$x-2<0$

∴$x<2$ 即 $1<x<2$

∵$y_P=-x-2$

∴$-4<y_P<-3$



28．

【分析】（1）由题意线段 MN 关于点 O 的关联点的是以线段 MN 的中点为圆心，$\dfrac{\sqrt{2}}{2}$为半径的圆上，所以点 C 满足条件；

（2）①如图 3﹣1 中，作 $NH\perp x$ 轴于 H．求出$\angle MON$ 的大小即可解决问题；

②如图 3﹣2 中，结论：$\triangle MNE$ 是等边三角形．由$\angle MON+\angle MEN=180°$，推出 M、O、N、E 四点共圆，可得$\angle MNE=\angle MOE=60°$，由此即可解决问题；

③如图 3﹣3 中，由②可知，$\triangle MNE$ 是等边三角形，作$\triangle MNE$ 的外接圆$\odot O'$，首先证明点 E 在直线 $y=-\dfrac{\sqrt{3}}{3}x+2$ 上，设直线交$\odot O'$ 于 E、F，可得 $F(\dfrac{\sqrt{3}}{2}，\dfrac{3}{2})$，观察图形即可解决问题；

解：（1）由题意线段 MN 关于点 O 的关联点的是以线段 MN 的中点为圆心，$\frac{\sqrt{2}}{2}$ 为半径的圆上，所以点 C 满足条件，

故答案为 C.

（2）①如图 3﹣1 中，作 $NH\perp x$ 轴于 H.

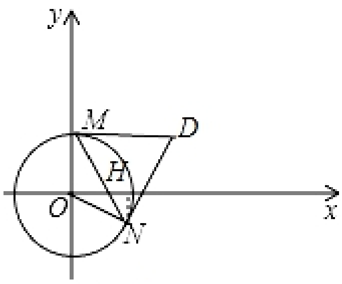


图3-1

∵$N(\frac{\sqrt{3}}{2}, -\frac{1}{2})$，

∴$\tan\angle NOH=\frac{\sqrt{3}}{3}$,

∴$\angle NOH=30°$，

$\angle MON=90°+30°=120°$，

∵点 D 是线段 MN 关于点 O 的关联点，

∴$\angle MDN+\angle MON=180°$，

∴$\angle MDN=60°$.

故答案为 60°.

②如图 3﹣2 中，结论：△MNE 是等边三角形.

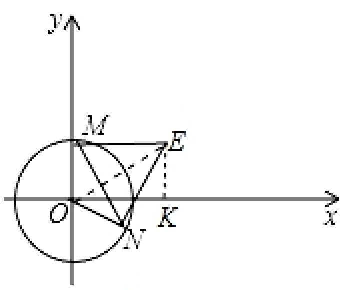


图3-2

理由：作 $EK\perp x$ 轴于 K.

∵E（$\sqrt{3}m$，m），

∴$\tan\angle EOK=\frac{\sqrt{3}}{3}$,

∴$\angle EOK=30°$，

∴$\angle MOE=60°$，

∵$\angle MON+\angle MEN=180°$，

∴M、O、N、E四点共圆，

∴$\angle MNE=\angle MOE=60°$，

∵$\angle MEN=60°$，

∴$\angle MEN=\angle MNE=\angle NME=60°$，

∴$\triangle MNE$是等边三角形.

③如图3﹣3中，由②可知，$\triangle MNE$是等边三角形，作$\triangle MNE$的外接圆$\odot O'$，

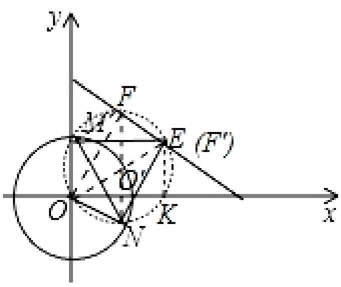


图3-2

易知E（$\sqrt{3}$，1），

∴点E在直线$y=-\frac{\sqrt{3}}{3}x+2$上，设直线交$\odot O'$于E、F，可得F（$\frac{\sqrt{3}}{2}$，$\frac{3}{2}$），

观察图象可知满足条件的点F的横坐标x的取值范围$\frac{\sqrt{3}}{2}\leqslant x_F\leqslant\sqrt{3}$.