

2020 北京丰台初三一模

数 学

2020. 05

考
生
须
知

1. 本试卷共 8 页，共三道大题，28 道小题。满分 100 分。考试时间 120 分钟。
2. 在试卷和答题卡上认真填写学校名称、姓名和考号。
3. 试题答案一律填涂或书写在答题卡上，在试卷上作答无效。
4. 在答题卡上，选择题、作图题用 2B 铅笔作答，其他试题用黑色字迹签字笔作答。
5. 考试结束，将本试卷、答题卡一并交回。

一、选择题（本题共 16 分，每小题 2 分）

第 1-8 题均有四个选项，符合题意的选项只有一个。

1. 2020 年初，新型冠状病毒引发肺炎疫情. 一方有难，八方支援，危难时刻，全国多家医院纷纷选派医护人员驰援武汉. 下面是四家医院标志的图案部分，其中是轴对称图形的是



齐鲁医院
(A)



华西医院
(B)



湘雅医院
(C)



协和医院
(D)

2. 据报道，位于丰台区的北京排水集团槐房再生水厂，是亚洲规模最大的一座全地下再生水厂，日处理污水能力 600 000 立方米，服务面积 137 平方公里. 将 600 000 用科学记数法表示为

- (A) 0.6×10^5 (B) 0.6×10^6 (C) 6×10^5 (D) 6×10^6

3. 正六边形的每个内角度数为

- (A) 60° (B) 120° (C) 135° (D) 150°

4. 下列几何体的主视图和俯视图完全相同的是



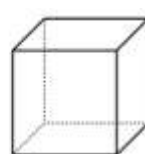
圆锥
(A)



圆柱
(B)



三棱柱
(C)

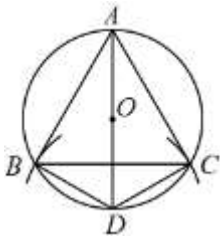


正方体
(D)

5. 在数轴上, 点 A, B 分别表示数 $a, 3$, 点 A 关于原点 O 的对称点为点 C . 如果 C 为 AB 的中点, 那么 a 的值为
- (A) -3 (B) -1 (C) 1 (D) 3

6. 在 $\odot O$ 中按如下步骤作图: .

- (1) 作 $\odot O$ 的直径 AD ;
- (2) 以点 D 为圆心, DO 长为半径画弧, 交 $\odot O$ 于 B, C 两点;
- (3) 连接 DB, DC, AB, AC, BC .



根据以上作图过程及所作图形, 下列四个结论中错误的是

- (A) $\angle ABD=90^\circ$ (B) $\angle BAD=\angle CBD$
- (C) $AD\perp BC$ (D) $AC=2CD$

7. 某区响应国家提出的垃圾分类的号召, 将生活垃圾分为厨余垃圾、可回收物、有害垃圾和其他垃圾四类, 并分别设置了相应的垃圾箱. 为了解居民生活垃圾分类的情况, 随机对该区四类垃圾箱中总计 1000 吨生活垃圾进行分拣后, 统计数据如下表:



<div>垃圾箱种类</div> <div>垃圾量</div> <div>垃圾种类 (吨)</div>	“厨余垃圾”箱	“可回收物”箱	“有害垃圾”箱	“其他垃圾”箱
厨余垃圾	400	100	40	60
可回收物	30	140	10	20
有害垃圾	5	20	60	15
其他垃圾	25	15	20	40

下列三种说法:

- (1) 厨余垃圾投放错误的有 400t
- (2) 估计可回收物投放正确的概率约为 $\frac{7}{10}$
- (3) 数据显示四类垃圾箱中都存在各类垃圾混放的现象, 因此应该继续对居民进行生活垃圾分类的科普
- 其中正确的个数是
- (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3

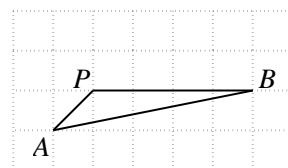
8. 图书馆将某一本书和某一个关键词建立联系, 规定: 当关键词 A_i 出现在书 B_j 中时, 元素 $a_{ij}=1$, 否则 $a_{ij}=0$ (i, j 为正整数). 例如: 当关键词 A_1 出现在书 B_1 中时, $a_{11}=1$, 否则 $a_{11}=0$. 根据上述规定, 某读者去图书馆寻找书中同时有关键词 “ A_2, A_5, A_6 ” 的书, 则下列相关表述错误的是

- (A) 当 $a_{21}+a_{51}+a_{61}=3$ 时, 选择 B_1 这本书
- (B) 当 $a_{22}+a_{52}+a_{62}<3$ 时, 不选择 B_2 这本书
- (C) 当 a_{2j}, a_{5j}, a_{6j} 全是 1 时, 选择 B_j 这本书
- (D) 只有当 $a_{2j}+a_{5j}+a_{6j}=0$ 时, 才不能选择 B_j 这本书

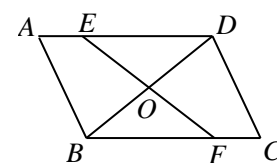
二、填空题 (本题共 16 分, 每小题 2 分)

9. 如果二次根式 $\sqrt{a-1}$ 有意义, 那么实数 a 的取值范围是_____.

10. 如图所示的网格是正方形网格, 则 $\angle PAB + \angle PBA =$ _____° (点 A, B, P 是网格线交点).



11. 当 $m+n=1$ 时, 代数式 $\left(\frac{3m}{m^2-mn} + \frac{1}{m-n}\right) \cdot (m^2-n^2)$ 的值为_____.



12. 如图, $\square ABCD$ 中, E 为 AD 上一点, F 为 BC 上一点, EF 与对角线 BD 交于点 O , 以下三个条件: ① $BO=DO$; ② $EO=FO$; ③ $AE=CF$, 以其中一个作为题设, 余下的两个作为结论组成命题, 其中真命题的个数为_____.

13. 如图 1, 小长方形纸片的长为 2, 宽为 1, 将 4 张这样的小长方形纸片按图 2 所示的方式不重叠的放在大长方形内, 未被覆盖的部分恰好被分割为两个长方形 I 和 II, 设长方形 I 和 II 的周长分别为 C_1 和 C_2 , 则 C_1 _____ C_2 (填 “>”、“=” 或 “<”).

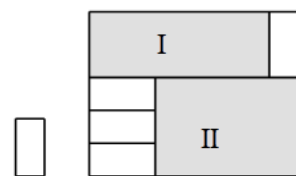
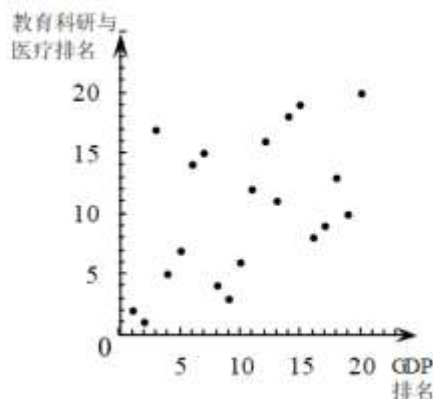
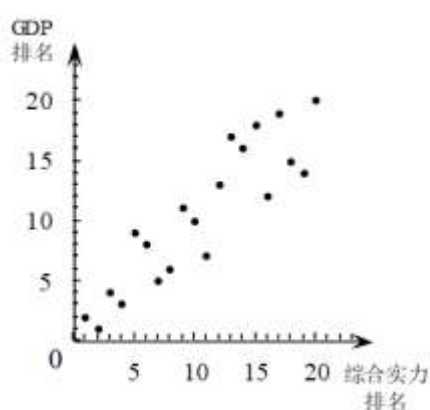


图 1

图 2

14. 某研究所发布了《2019 年中国城市综合实力排行榜》, 其中部分城市的综合实力、GDP 和教育科研与医疗的排名情况如图所示, 综合实力排名全国第 5 名的城市, 教育科研与医疗排名全国第_____名.



15. 已知函数 $y = kx^2 + (2k+1)x + 1$ (k 为实数).

(1) 对于任意实数 k , 函数图象一定经过点 $(-2, -1)$ 和点_____;

(2) 对于任意正实数 k , 当 $x > m$ 时, y 随着 x 的增大而增大, 写出一个满足题意的 m 的值为_____.

16. 某快递公司的快递件分为甲类件和乙类件, 快递员送甲类件每件收入 1 元, 送乙类件每件收入 2 元. 累计工作 1 小时, 只送甲类件, 最多可送 30 件, 只送乙类件, 最多可送 10 件; 累计工作 2 小时, 只送甲类件, 最多可送 55 件, 只送乙类件, 最多可送 20 件; ……., 经整理形成统计表如下:

种类 (件) \ 累计工作时长最多件数 (时)	1	2	3	4	5	6	7	8
甲类件	30	55	80	100	115	125	135	145
乙类件	10	20	30	40	50	60	70	80

(1) 如果快递员一天工作 8 小时, 且只送某一类件, 那么他一天的最大收入为_____元;

(2) 如果快递员一天累计送 x 小时甲类件, y 小时乙类件, 且 $x+y=8$, x, y 均为正整数, 那么他一天的最大收入为_____元.

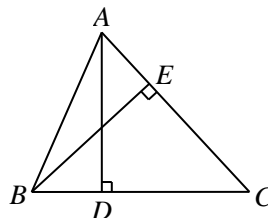
三、解答题 (本题共 68 分, 第 17-23 题, 每小题 5 分, 第 24-25 题, 每小题 6 分, 第 26-28 题, 每小题 7 分)

17. 计算: $\sqrt{12} - 2\cos 30^\circ + (3-\pi)^0 + |1-\sqrt{3}|$.

18. 解不等式组:
$$\begin{cases} 3x > 4(x-1), \\ \frac{x+1}{2} \leq x. \end{cases}$$

19. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle CAB = \angle CBA$, $AD \perp BC$ 于点 D , $BE \perp AC$ 于点 E .

求证: $AD = BE$.



20. 关于 x 的一元二次方程 $x^2 - 4x + 2m - 2 = 0$ 有两个不相等的实数根.

(1) 求 m 的取值范围;

(2) 写出一个满足条件的 m 的值, 并求此时方程的根.

21. 在平面直角坐标系 xOy 中, 一次函数 $y = x + 4$ 的图象与 y 轴交于点 A , 与反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象的一个交点为

M .

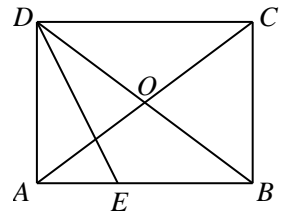
(1) 求点 A 的坐标;

(2) 连接 OM , 如果 $\triangle MOA$ 的面积等于 2, 求 k 的值.

22. 如图, 在 $\square ABCD$ 中, AC , BD 交于点 O , 且 $AO = BO$.

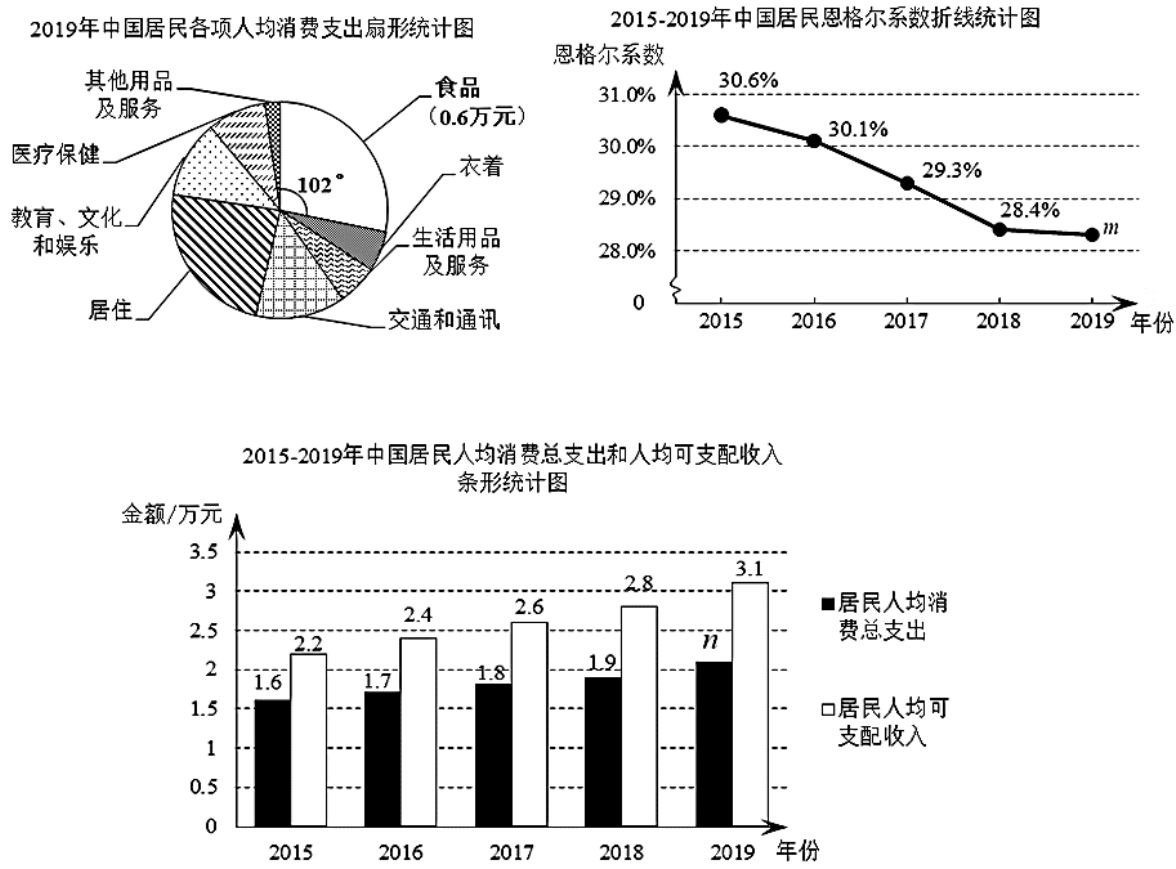
(1) 求证: 四边形 $ABCD$ 是矩形;

(2) $\angle ADB$ 的角平分线 DE 交 AB 于点 E , 当 $AD = 3$, $\tan \angle CAB = \frac{3}{4}$ 时, 求 AE 的长.



23. 居民人均可支配收入、居民人均消费总支出和恩格尔系数都是反应居民生活水平的指标，其中恩格尔系数指居民家庭中食品支出占消费总支出的比重，恩格尔系数越小，说明食品支出占消费总支出比重越低，居民家庭越富裕，反之越贫穷.

下面是根据从权威机构获得的部分数据绘制的统计图：



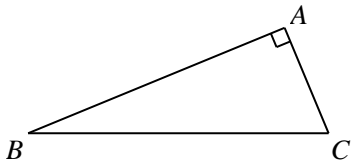
根据以上信息，回答下列问题：

- (1) 2019 年中国城乡居民恩格尔系数 m 约为_____ (精确到 0.1%)；
- (2) 2019 年居民人均消费总支出 n 约为_____万元 (精确到千位)；
- (3) 下面的推断合理的是_____.
- ①2015-2019 年中国城乡居民人均可支配收入和人均消费总支出均呈逐年上升的趋势，说明中国居民生活水平逐步提高；

②2015-2019 年中国城乡居民恩格尔系数呈现下降趋势，说明中国居民家庭富裕程度越来越高.

24. 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle A=90^\circ$, $\angle B=22.5^\circ$. 点 P 为线段 BC 上一动点, 当点 P 运动到某一位置时, 它到点 A, B 的距离都等于 a , 到点 P 的距离等于 a 的所有点组成的图形为 \mathbb{W} , 点 D 为线段 BC 延长线上一点, 且点 D 到点 A 的距离也等于 a .

- (1) 求直线 DA 与图形 \mathbb{W} 的公共点的个数;
- (2) 过点 A 作 $AE \perp BD$ 交图形 \mathbb{W} 于点 E , EP 的延长线交 AB 于点 F , 当 $a=2$ 时, 求线段 EF 的长.



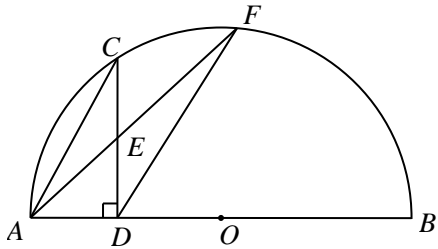
25. 如图, 点 C 是以点 O 为圆心, AB 为直径的半圆上的动点 (不与点 A, B 重合), $AB=5\text{cm}$, 过点 C 作 $CD \perp AB$ 于点 D , E 是 CD 的中点, 连接 AE 并延长交 \widehat{AB} 于点 F , 连接 FD .

小腾根据学习函数的经验, 对线段 AC, CD ,

FD 的长度之间的关系进行了探究.

下面是小腾的探究过程, 请补充完整:

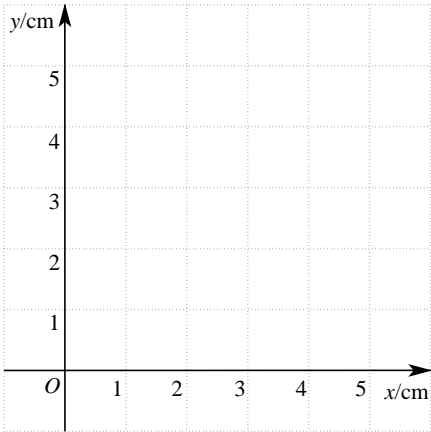
- (1) 对于点 C 在 \widehat{AB} 上的不同位置, 画图、测量, 得到了线段 AC, CD, FD 的长度的几组值, 如下表:



	位置 1	位置 2	位置 3	位置 4	位置 5	位置 6	位置 7	位置 8
AC/cm	0.1	0.5	1.0	1.9	2.6	3.2	4.2	4.9
CD/cm	0.1	0.5	1.0	1.8	2.2	2.5	2.3	1.0
FD/cm	0.2	1.0	1.8	2.8	3.0	2.7	1.8	0.5

在 AC, CD, FD 的长度这三个量中, 确定_____的长度是自变量, _____的长度和_____的长度都是这个自变量的函数;

- (2) 在同一平面直角坐标系 xOy 中, 画出 (1) 中所确定的函数的图象;



(3) 结合函数图象, 解答问题: 当 $CD > DF$ 时, AC 的长度的取值范围是_____.

26. 已知二次函数 $y = ax^2 - 2ax$.

(1) 二次函数图象的对称轴是直线 $x = \underline{\hspace{2cm}}$;

(2) 当 $0 \leq x \leq 3$ 时, y 的最大值与最小值的差为 4, 求该二次函数的表达式;

(3) 若 $a < 0$, 对于二次函数图象上的两点 $P(x_1, y_1)$, $Q(x_2, y_2)$, 当 $t \leq x_1 \leq t+1$, $x_2 \geq 3$ 时, 均满足 $y_1 \geq y_2$, 请结合函数图象, 直接写出 t 的取值范围.

27. 已知 $\angle AOB = 120^\circ$, 点 P 为射线 OA 上一动点 (不与点 O 重合), 点 C 为 $\angle AOB$ 内部一点, 连接 CP , 将线段 CP 绕点 C 顺时针旋转 60° 得到线段 CQ , 且点 Q 恰好落在射线 OB 上, 不与点 O 重合.

(1) 依据题意补全图 1;

(2) 用等式表示 $\angle CPO$ 与 $\angle CQO$ 的数量关系, 并证明;

(3) 连接 OC , 写出一个 OC 的值, 使得对于任意点 P , 总有 $OP + OQ = 4$, 并证明.

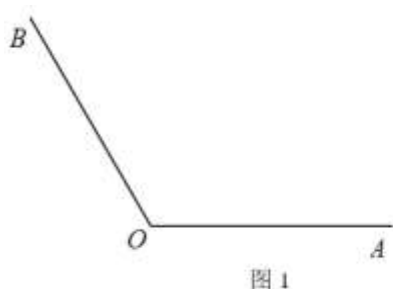
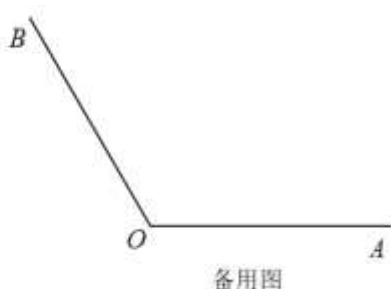


图 1



备用图

28. 如果一个圆上所有的点都在一个角的内部或边上, 那么称这个圆为该角的角内圆.

特别地, 当这个圆与角的至少一边相切时, 称这个圆为该角的角内相切圆.

在平面直角坐标系 xOy 中, 点 E, F 分别在 x 轴的正半轴和 y 轴的正半轴上.

(1) 分别以点 $A(1, 0)$, $B(1, 1)$, $C(3, 2)$ 为圆心, 1 为半径作圆, 得到 $\odot A$, $\odot B$ 和 $\odot C$, 其中是 $\angle EOF$ 的角内圆的是_____;

(2) 如果以点 $D(t, 2)$ 为圆心, 以 1 为半径的 $\odot D$ 为 $\angle EOF$ 的角内圆, 且与直线 $y = x$ 有公共点, 求 t 的取值范围;

(3) 点 M 在第一象限内, 如果存在一个半径为 1 且过点 $P(2, 2\sqrt{3})$ 的圆为 $\angle EMO$ 的角内相切圆, 直接写出 $\angle EOM$ 的取值范围.

2020 北京丰台初三一模数学

参考答案

一、 选择题（本题共 16 分，每小题 2 分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	A	C	B	D	B	D	C	D

二、填空题（本题共 16 分，每小题 2 分）

9. $a \geq 1$

10. 45

11. 4

12. 3

13. =

14. 3

15. $(0, 1)$; 0 (答案不唯一, $m \geq -1$ 即可)

16. 160; 180

三、解答题（本题共 68 分，第 17–23 题，每小题 5 分，第 24–25 题，每小题 6 分，第 26–28 题，每小题 7 分）

17. 解：原式 $= 2\sqrt{3} - 2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} + 1 + \sqrt{3} - 1$, ……3 分

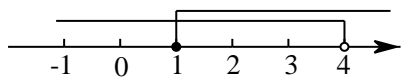
$$= 2\sqrt{3} - \sqrt{3} + 1 + \sqrt{3} - 1, \dots 4 \text{ 分}$$

$$= 2\sqrt{3}. \dots\dots 5 \text{ 分}$$

18. 解：
$$\begin{cases} 3x > 4(x-1) \text{①}, \\ \frac{x+1}{2} \leq x \text{②}. \end{cases}$$

解不等式①得 $x < 4$. ……2 分

解不等式②得 $x \geq 1$. ……4 分



∴ 不等式组的解集为 $1 \leq x < 4$. ……5 分

19. 证明： ∵ $\angle CAB = \angle CBA$,

∴ $CA = CB$. ……2 分

∵ $AD \perp BC$ 于点 D ,

$BE \perp AC$ 于点 E ,

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} BC \cdot AD = \frac{1}{2} AC \cdot BE ,$$

$$\therefore AD=BE. \quad \cdots \cdots 5 \text{ 分}$$

20. 解:

(1) \because 一元二次方程 $x^2 - 4x + 2m - 2 = 0$ 有

两个不相等的实数根,

$$\therefore \Delta = b^2 - 4ac \quad \cdots \cdots 1 \text{ 分}$$

$$= 16 - 4(2m - 2) > 0.$$

解得 $m < 3$. $\cdots \cdots 2 \text{ 分}$

(2) 当 $m=1$ 时, $x^2 - 4x = 0$. $\cdots \cdots 3 \text{ 分}$

解得 $x_1=0$, $x_2=4$. (答案不唯一) $\cdots \cdots 5 \text{ 分}$

21. 解: (1) 令 $x=0$,

$$\therefore y=4.$$

$$\therefore A(0, 4). \quad \cdots \cdots 2 \text{ 分}$$

(2) $\because S_{\triangle AOM} = 2$, $AO=4$,

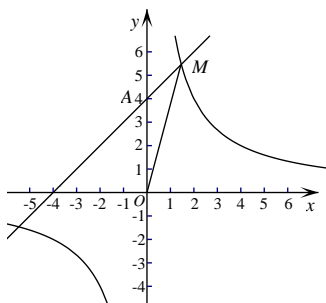
$$\frac{1}{2} \times AO \times |x_M| = 2 ,$$

$$\therefore |x_M| = 1. \quad \cdots \cdots 3 \text{ 分}$$

① 当 $x_M=1$ 时, $y_M=5$.

如下图 $y = \frac{k}{x}$ 过点 $(1, 5)$,

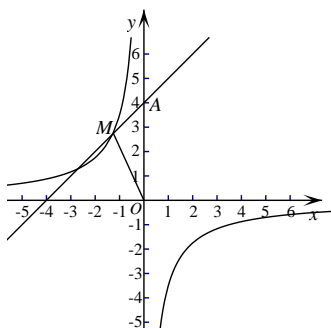
$$\therefore k=5. \quad \cdots \cdots 4 \text{ 分}$$



② 当 $x_M = -1$ 时, $y_M = 3$.

如下图 $y = \frac{k}{x}$ 过点 $(-1, 3)$,

$\therefore k = -3$5 分



综上所述, $k = 5$ 或 -3 .

22. (1) 证明: $\because \square ABCD$,

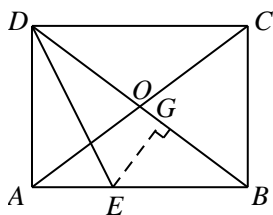
$\therefore AC = 2AO, BD = 2BO$1 分

$\because AO = BO$,

$\therefore AC = BD$.

$\therefore \square ABCD$ 为矩形. ...2 分

(2) 解: 过点 E 作 $EG \perp BD$ 于点 G ,



$\because DE$ 为 $\angle ADB$ 的角平分线,

且 $\angle DAB = 90^\circ$

$\therefore EG=EA$. ……3 分

$\because AO=BO$,

$\therefore \angle CAB=\angle ABD$.

$\because AD=3$, $\tan \angle CAB=\frac{3}{4}$,

$\therefore \tan \angle CAB=\tan \angle ABD=\frac{3}{4}$.

$\therefore AB=4$.

$\therefore \sin \angle CAB=\sin \angle ABD=\frac{3}{5}$.

设 $AE=x$, 则 $BE=4-x$,

在 $\triangle BEG$ 中, $\angle BGE=90^\circ$,

$\therefore \frac{x}{4-x}=\frac{3}{5}$. ……4 分

解得 $AE=x=\frac{3}{2}$. ……5 分

23. (1) 28.3%; ……1 分

(2) 2.1; ……3 分

(3) ①②. ……5 分

24. 解: (1) 直线 DA 与图形 W 的公共点的个数为 1 个. ……1 分

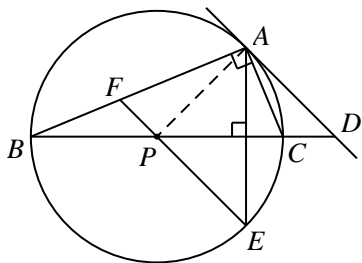
\because 点 P 到点 A , B 的距离都等于 a ,

\therefore 点 P 为 AB 的中垂线与 BC 的交点.

\because 到点 P 的距离等于 a 的所有点组成图形 W .

\therefore 图形 W 是以点 P 为圆心, a 为半径的圆.

根据题意补全图形:



……2 分

连接 AP

$$\because \angle B = 22.5^\circ,$$

$$\therefore \angle APD = 45^\circ.$$

\because 点 D 到点 A 的距离也等于 a ,

$$\therefore DA = AP = a.$$

$$\therefore \angle D = \angle APD = 45^\circ.$$

$$\therefore \angle PAD = 90^\circ.$$

$$\therefore DA \perp PA.$$

$\therefore DA$ 为 $\odot P$ 的切线.

\therefore 直线 DA 与图形 W 的公共点的个数为 1 个. ……3 分

$$(2) \because AP = BP,$$

$$\therefore \angle BAP = \angle B = 22.5^\circ.$$

$$\because \angle BAC = 90^\circ.$$

$$\therefore \angle PAC = \angle PCA = 67.5^\circ.$$

$$\therefore PA = PC = a.$$

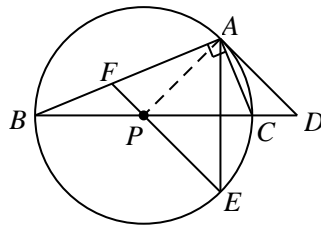
\therefore 点 C 在 $\odot P$ 上. ……4 分

$\because AE \perp BD$ 交图形 W 于点 E ,

$$\therefore \widehat{AC} = \widehat{CE}.$$

$$\therefore \angle DPE = \angle APD = 45^\circ.$$

$$\therefore \angle APE = 90^\circ.$$



$$\because EP=AP=a=2,$$

$$\therefore AE=2\sqrt{2}, \quad \angle E = 45^\circ. \cdots 5 \text{ 分}$$

$$\because \angle B=22.5^\circ, \quad AE \perp BD,$$

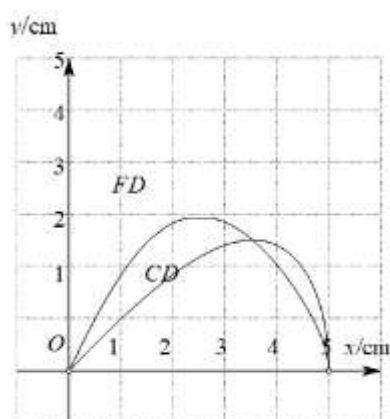
$$\therefore \angle BAE=67.5^\circ.$$

$$\therefore \angle AFE=\angle BAE=67.5^\circ.$$

$$\therefore EF=AE=2\sqrt{2}. \cdots \cdots 6 \text{ 分}$$

25. 解: (1) $AC, CD, FD. \cdots \cdots 2 \text{ 分}$

(2) 正确画出函数图象:



$\cdots \cdots 4 \text{ 分}$

(3) $3.5\text{cm} < x < 5\text{cm}. \cdots \cdots 6 \text{ 分}$

26. 解: (1) 对称轴是直线 $x=1. \cdots \cdots 1$

(2) 当 $a>0$ 时, \because 对称轴为 $x=1$,

当 $x=1$ 时, y 有最小值为 $-a$; 当 $x=3$ 时, y 有最大值为 $3a. \cdots \cdots 2 \text{ 分}$

$$\therefore 3a - (-a) = 4.$$

$$\therefore a=1. \cdots \cdots 3$$

$$\therefore \text{二次函数的表达式为: } y = x^2 - 2x. \cdots \cdots 4$$

当 $a<0$ 时, 同理可得

y 有最大值为 $-a$; y 有最小值为 $3a.$

$$\therefore -a - 3a = 4.$$

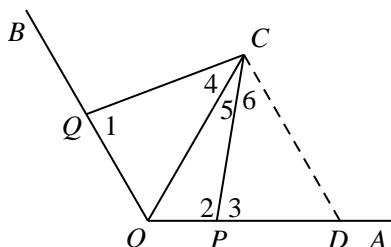
$$\therefore a=-1.$$

∴二次函数的表达式为： $y = -x^2 + 2x$ 5 分

综上所述，二次函数的表达式为 $y = x^2 - 2x$ 或 $y = -x^2 + 2x$.

(3) $-1 \leq t \leq 2$ 7 分

27. 解：(1) 正确补全图 1:



.....2

(2) $\angle CQO + \angle CPO = 180^\circ$ 3

理由如下：∵四边形内角和 360° ,

且 $\angle AOB = 120^\circ$, $\angle PCQ = 60^\circ$,

∴ $\angle CQO + \angle CPO = \angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$ 4

(3) $OC = 4$ 时, 对于任意点 P , 总有 $OP + OQ = 4$5 分

证明：连接 OC , 在射线 OA 上取点 D , 使得 $DP = OQ$, 连接 CD .

∴ $OP + OQ = OP + DP = OD$.

∵ $\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$,

∵ $\angle 2 + \angle 3 = 180^\circ$,

∴ $\angle 1 = \angle 3$.

∵ $CP = CQ$

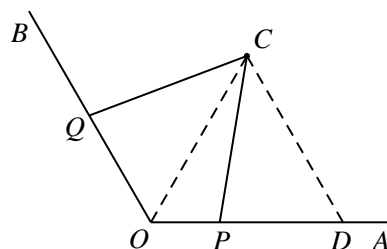
∴ $\triangle COQ \cong \triangle CDP$ (SAS)6 分

∴ $\angle 4 = \angle 6$, $OC = CD$.

∵ $\angle 4 + \angle 5 = 60^\circ$,

∴ $\angle 5 + \angle 6 = 60^\circ$.

即 $\angle OCD = 60^\circ$.

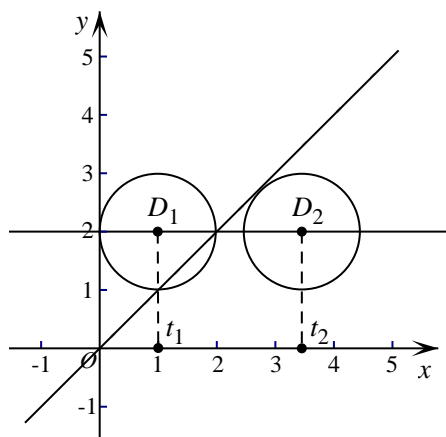


$\therefore \triangle COD$ 是等边三角形.

$\therefore OC=OD=OP+OQ=4$7

28. 解: (1) $\odot B, \odot C$2 分

(2) 解: 如图,



当 $\odot D_1$ 与 y 轴相切时, $t_1=1$3

当 $\odot D_2$ 与 $y=x$ 相切时, $t_2=2+\sqrt{2}$4

$\therefore t$ 的取值范围是 $1 \leq t \leq 2+\sqrt{2}$5

(3) $60^\circ \leq \angle EOM < 90^\circ$7