2020 北京石景山初三二模

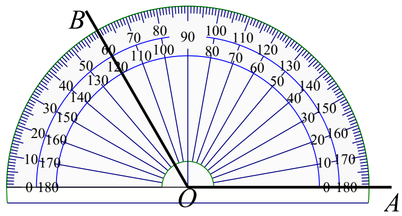
数　　学

学校__________________姓名_______________准考证号______________

考生须知	
考生须知	1. 本试卷共 8 页，共三道大题，28 道小题．满分 100 分，考试时间 120 分钟． 2. 在试卷和答题卡上准确填写学校名称、姓名和准考证号． 3. 试卷答案一律填涂或书写在答题卡上，在试卷上作答无效．在答题卡上，选择题、作图题用 2B 铅笔作答，其他试题用黑色字迹签字笔作答． 4. 考试结束，将本试卷和答题卡一并交回．

一、选择题（本题共 16 分，每小题 2 分）

下面各题均有四个选项，符合题意的选项只有一个．



1．如右图，用量角器度量 $\angle AOB$，可以读出 $\angle AOB$ 的度数为

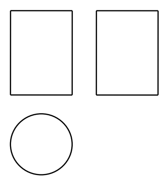
A．$30°$　　B．$60°$

C．$120°$　　D．$150°$

2．花粉的质量很小，一粒某种植物花粉的质量约为 0.000032 毫克，将 0.000032 用科学记数法表示应为

A．3.2×10^{5}　　B．3.2×10^{-5}

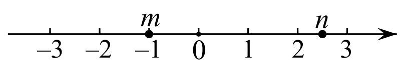
C．3.2×10^{-4}　　D．32×10^{-6}



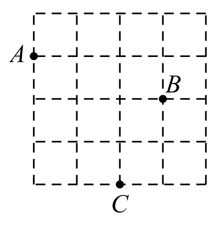
3．右图是某个几何体的三视图，则该几何体是

A．圆锥　　B．长方体

C．三棱柱　　D．圆柱



4．实数 m，n 在数轴上的对应点的位置如图所示，则正确的结论是



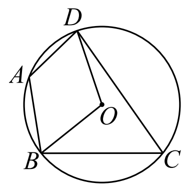
A． $m>n$　　B． $m>-n$　　C． $|m|>|n|$　　D． $mn>0$

5．如图，小石同学在正方形网格图中建立平面直角坐标系后，点 A 的坐标为 $(-1,1)$，点 B 的坐标为 $(2,0)$，则点 C 的坐标为

A． $(1,-2)$　　B． $(-2,1)$

C． $(-1,-2)$　　D． $(1,-1)$

6. 如图，四边形 $ABCD$ 是⊙ O 的内接四边形，$\angle A=125°$，则 $\angle BOD$ 的度数为



A． $55°$　　B． $70°$

C． $110°$　　D． $125°$

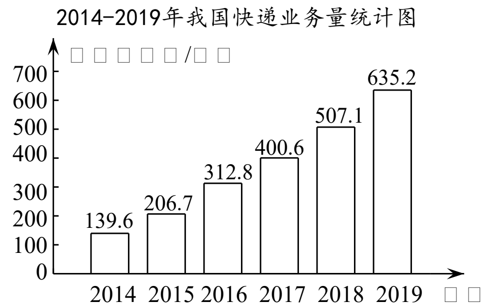
7．某厂的四台机床同时生产直径为10mm 的零件，为了了解产品质量，质量检验员从这四台机床生产的零件中分别随机抽取50件产品，经过检测、整理、描述与分析，得到结果如下（单位：mm）：

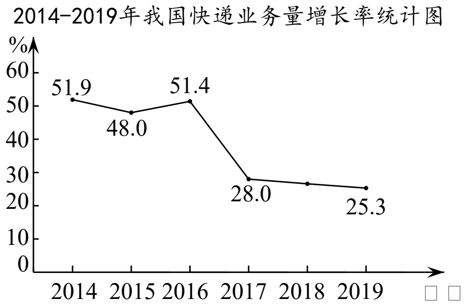
特征数 / 机床	平均数	中位数	众数	方差
甲	9.99	9.99	10.00	0.02
乙	9.99	10.00	10.00	0.07
丙	10.02	10.01	10.00	0.02
丁	10.02	9.99	10.00	0.05

从样本来看，生产的零件直径更接近标准要求且更稳定的机床是

A．甲　　B．乙　　C．丙　　D．丁

8．下图反映了我国2014－2019年快递业务量（单位：亿件）及年增长率（%）的情况





（以上数据来源于国家统计局网站）

根据统计图提供的信息，下列推断不合理的是

A．$2014-2019$ 年，我国快递业务量的年平均值超过 300 亿件

B．与 2017 年相比，2018 年我国快递业务量的增长率超过 25%

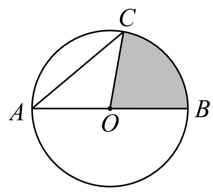
C．$2014-2019$ 年，我国快递业务量与年增长率都是逐年增长

D．2019 年我国的快递业务量比 2014 年的 4 倍还多

二、填空题（本题共 16 分，每小题 2 分）

9．如果分式 $\dfrac{x}{x-2}$ 有意义，那么 x 的取值范围是____________.

10．如果 $x^2+3x=2020$，那么代数式 $x(2x+1)-(x-1)^2$ 的值为____________.



11．如图，AB 是⊙O 的直径，点 C 是⊙O 上一点，$OA=3$，$\angle OCA=40°$，则阴影部分的面积为____________.

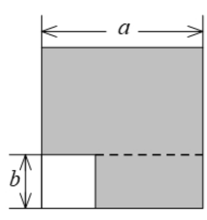


图 1

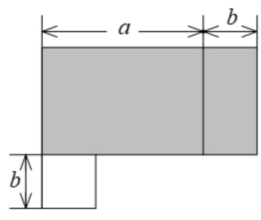


图 2

12．如图1，边长为 a 的大正方形中有一个边长为 b 的小正方形，若将图1中的阴影部分拼成一个矩形如图2，比较两图中阴影部分的面积，写出一个正确的等式：____________.

13．《九章算术》是中国传统数学最重要的著作，奠定了中国传统数学的基本框架. 其中第七卷《盈不足》记载了一道有趣的数学问题：“今有大器五、小器一容三斛；大器一、小器五容二斛. 问大、小器各容几何？”

译文：“今有大容器 5 个，小容器 1 个，总容量为 3 斛；大容器 1 个，小容器 5 个，总容量为 2 斛．问大容器、小容器的容量各是多少斛？”

（注：斛，音 hú，是古代的一种容量单位）

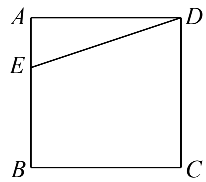
设大容器的容量为 x 斛，小容器的容量为 y 斛，根据题意，可列方程组为________.

14．某种黄豆在相同条件下的发芽试验，结果如下表所示：

试验粒数 n	500	1000	2000	4000	7000	10000	12000	15000
发芽的粒数 m	421	868	1714	3456	6020	8580	10308	12915
发芽的频率 $\frac{m}{n}$	0.842	0.868	0.857	0.864	0.860	0.858	0.859	0.861

估计该种黄豆发芽的概率为___________（精确到0.01）.

15．在平面直角坐标系 xOy 中，点 A 的坐标为 $(-1,2)$，点 B 的坐标为 $(m,2)$，若直线 $y=x-1$ 与线段 AB 有公共点,则 m 的值可以为__________（写出一个即可）.



16．正方形 $ABCD$ 中，点 E 在边 AB 上，$EA=1$，$EB=2$，将线段 DE 绕点 D 逆时针旋转，使点 E 落在直线 BC 上的点 F 处，则 FB 的长度为_________.

三、解答题（本题共 68 分，第 17-22 题，每小题 5 分，第 23-26 题，每小题 6 分，第 27-28 题，每小题 7 分）解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程.

17．计算：$\left|\sqrt{2}-2\right|+4\cos 45°+\sqrt{18}-\left(\frac{1}{2}\right)^{-1}$.

18．解不等式组 $\begin{cases}2x-8\leqslant 0,\\ x-1>\dfrac{5x+4}{2}.\end{cases}$

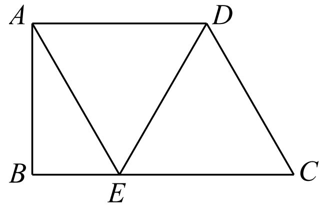
19．关于 x 的一元二次方程 $x^2-(k+3)x+k+2=0$.

（1）求证：方程总有两个实数根；

（2）若方程有一个根为负数，求 k 的取值范围.

20．如图，在四边形 $ABCD$ 中，$AD \parallel BC$，$AD = DC$，DE 平分 $\angle ADC$ 交 BC 于点 E，连接 AE．

（1）求证：四边形 $AECD$ 是菱形；



（2）连接 AC 交 DE 于点 F．若 $\angle ABC = 90°$，

$AC = 2\sqrt{3}$，$CE = 2$，求 AB 的长．

21．在抗击新冠肺炎疫情期间，老百姓越来越依赖电商渠道获取必要的生活资料. 小石经营的水果店也适时加入了某电商平台，并对销售的水果中的部分（如下表）进行促销：参与促销的水果免配送费且一次购买水果的总价满128元减 x 元. 每笔订单顾客网上支付成功后，小石会得到支付款的80%．

参与促销水果	
水　果	促销前单价
苹果	58元/箱
粑粑柑	70元/箱
车厘子	100元/箱
火龙果	48元/箱

（1）当 $x = 8$ 时，某顾客一次购买苹果和车厘子各1箱，需要支付_________元，小石会得到_________元；

（2）在促销活动中，为保障小石每笔订单所得到的金额不低于促销前总价的七折，则 x 的最大值为_________.

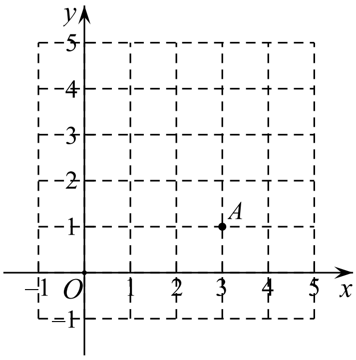
22．如图，在平面直角坐标系 xOy 中，函数 $y = \dfrac{m}{x}(x > 0)$ 的图象 $\boldsymbol{G}$ 经过点 $A(3,1)$，直线 $y = x - 2$ 与 x 轴交于点 B．

（1）求 m 的值及点 B 的坐标；

（2）直线 $y = kx\ (k \neq 0)$ 与函数 $y = \dfrac{m}{x}(x > 0)$ 的图象 $\boldsymbol{G}$ 交于点 C，记图象 $\boldsymbol{G}$ 在点 A，C 之间的部分与线段 OC，OB，BA 围成的区域（不含边界）为 $\boldsymbol{W}$．

①当 $k = 1$ 时，直接写出区域 $\boldsymbol{W}$ 内的整点个数；

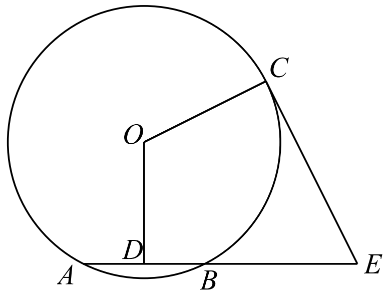
②若区域 $\boldsymbol{W}$ 内恰有2个整点，结合函数图象，求 k 的取值范围.


y
5
4
3
2
1
A
−1
O
1
2
3
4
5
x
−1

23. 如图，点 A，B，C 在⊙O 上，D 是弦 AB 的中点，点 E 在 AB 的延长线上，连接 OC，OD，CE，$\angle CED+\angle COD=180°$.

（1）求证：CE 是⊙O 切线；

（2）连接 OB，若 $OB \parallel CE$，$\tan\angle CEB=2$，$OD=4$，求 CE 的长.



24．经过多方努力，北京市2019年在区域空气质量同步改善、气象条件较常年整体有利的情况下，大气环境中细颗粒物（$PM_{2.5}$）等四项主要污染物同比均明显改善. 对北京市空气质量的有关数据进行收集、整理、描述与分析，下面给出了部分信息：

a. 北京市2019年空气质量各级别分布情况如下图（全年无严重污染日）（不完整）：

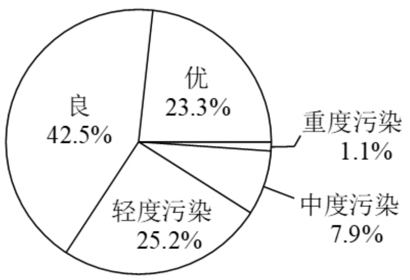


图 1

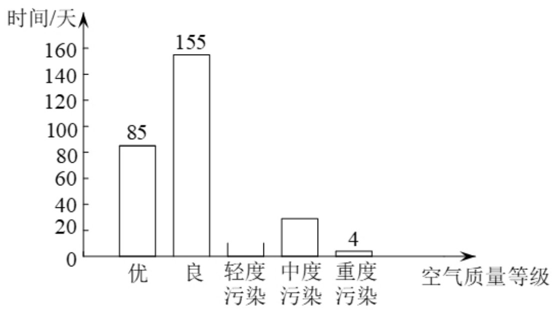
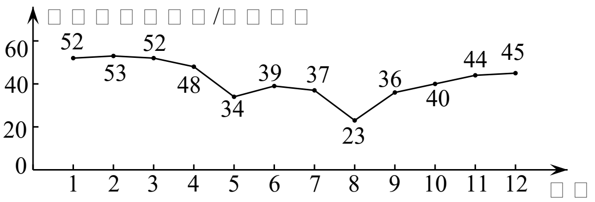


图 2

b. 北京市2019年大气环境中二氧化硫（SO_2）的年均浓度为4微克/立方米，稳定达到国家二级标准（60微克/立方米）；PM_{10}，二氧化氮（NO_2）的年均浓度分别为68微克/立方米，37微克/立方米，均首次达到国家二级标准（70微克/立方米，40微克/立方米）；$PM_{2.5}$ 的年均浓度为 m 微克/立方米，仍是北京市大气主要污染物，超过国家二级标准（35微克/立方米）的20%.

c. 北京市2019年大气环境中 $PM_{2.5}$ 月均浓度变化情况如下：



二氧化硫（SO_2）月均浓度（单位：微克/立方米）如下（不完整）：

月份	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
月均浓度	9	6	5		4		3	2	3	3	5	4

（以上数据来源于北京市生态环境局官方网站）

根据以上信息，回答下列问题：

（1）北京市2019年空气质量为“轻度污染”天数为（　　　　）

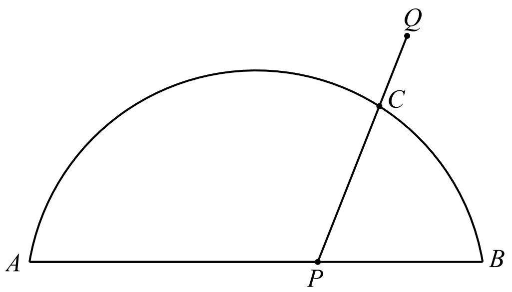
A．82　　　　B．92　　　　C．102

（2）m 的值是___________；

（3）北京市2019年大气环境中 $PM_{2.5}$ 月均浓度达到国家二级标准的概率为_____；

（4）北京市2019年大气环境中 SO_2 月均浓度的众数是4，则中位数是_________.

25．如图，Q 是 $\overset{\frown}{AB}$ 与弦 AB 所围成图形的外部的一定点，P 是弦 AB 上的一动点，连接 PQ 交 $\overset{\frown}{AB}$ 于点 C．已知 $AB=6\text{cm}$，设 P，A 两点间的距离为 x cm，P，C 两点间的距离为 y_1 cm，Q，C 两点间的距离为 y_2 cm．

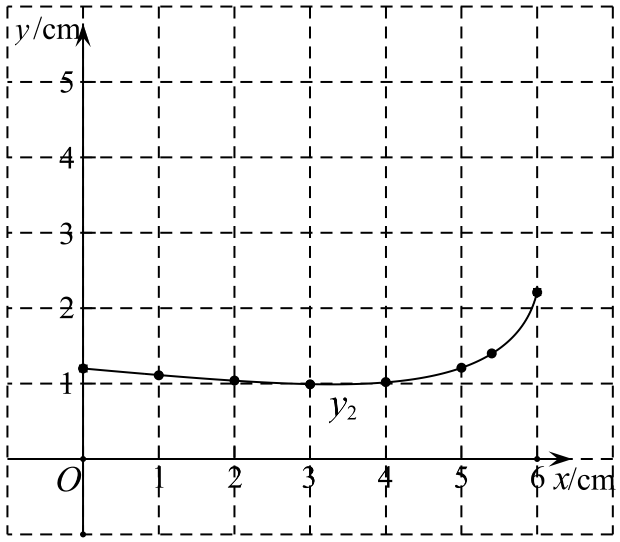


小石根据学习函数的经验，分别对函数 y_1，y_2 随自变量 x 的变化而变化的规律进行了探究，下面是小石的探究过程，请补充完整：

（1）按照下表中自变量 x 的值进行取点、画图、测量，分别得到了 y_1，y_2 与 x 的几组对应值：

x/cm	0	1	2	3	4	5	5.40	6
y_1/cm	4.63	3.89		2.61	2.15	1.79	1.63	0.95
y_2/cm	1.20	1.11	1.04	0.99	1.02	1.21	1.40	2.21

（2）在同一平面直角坐标系 xOy 中，描出补全后的表中各组数值所对应的点 (x, y_1)，(x, y_2)，并画出函数 y_1，y_2 的图象；



（3）结合函数图象，解决问题：当 C 为 PQ 的中点时，PA 的长度约为________cm .

26．在平面直角坐标系 xOy 中，抛物线 $y = ax^2 + bx + 3a\ (a \neq 0)$ 与 y 轴交于点 A，与 x 轴交于点 B，C（点 B 在点 C 左侧）. 直线 $y = -x + 3$ 与抛物线的对称轴交于点 $D(m, 1)$.

（1）求抛物线的对称轴；

（2）直接写出点 C 的坐标；

（3）点 M 与点 A 关于抛物线的对称轴对称，过点 M 作 x 轴的垂线 l 与直线 AC 交于点 N，若 $MN \geqslant 4$，结合函数图象，求 a 的取值范围.

27．在 $\triangle ABC$ 中，$AB = AC$，D 是边 BC 上的一点（不与点 B 重合），边 BC 上点 E 在点 D 的右边且 $\angle DAE = \frac{1}{2}\angle BAC$，点 D 关于直线 AE 的对称点为 F，连接 CF.

（1）如图1，

①依题意补全图 1；

②求证：$CF=BD$；

（2）如图 2，$\angle BAC=90°$，用等式表示线段 DE，CE，CF 之间的数量关系，并证明．

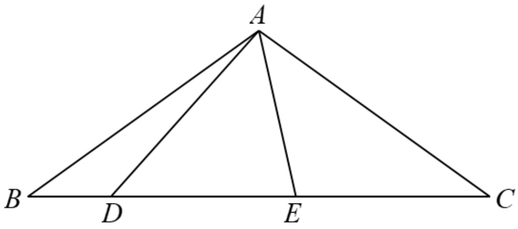


图 1

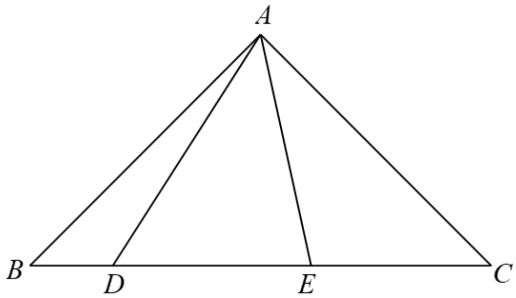


图 2

28．对于平面直角坐标系 xOy 中的图形 $\boldsymbol{M}$，$\boldsymbol{N}$，给出如下定义：P 为图形 $\boldsymbol{M}$ 上任意一点，Q 为图形 $\boldsymbol{N}$ 上任意一点，如果线段 PQ 的长度有最小值，那么称这个最小值为图形 $\boldsymbol{M}$，$\boldsymbol{N}$ 的“近距”，记作 $d_1(\boldsymbol{M},\boldsymbol{N})$；如果线段 PQ 的长度有最大值，那么称这个最大值为图形 $\boldsymbol{M}$，$\boldsymbol{N}$ 的“远距”，记作 $d_2(\boldsymbol{M},\boldsymbol{N})$．已知点 $A(0,3)$，$B(4,3)$．

（1）d_1（点 O，线段 AB）= ___________，d_2（点 O，线段 AB）= ___________；

（2）一次函数 $y=kx+5\,(k>0)$ 的图象与 x 轴交于点 C，与 y 轴交于点 D，若

d_1（线段 CD，线段 AB）$=\sqrt{2}$，

①求 k 的值；

②直接写出 d_2（线段 CD，线段 AB）= ___________；

（3）$\odot T$ 的圆心为 $T(t,0)$，半径为 1．若 d_1（$\odot T$，线段 AB）$\leqslant 4$，请直接写出 d_2（$\odot T$，线段 AB）的取值范围．

2020北京石景山初三二模数学

参考答案

阅卷须知：

1．为便于阅卷，本试卷答案中有关解答题的推导步骤写得较为详细，阅卷时，只要考生将主要过程正确写出即可．

2．若考生的解法与给出的解法不同，正确者可参照评分参考相应给分．

3．评分参考中所注分数，表示考生正确做到此步应得的累加分数．

一、选择题（本题共16分，每小题2分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	C	B	D	B	A	C	A	C

二、填空题（本题共16分，每小题2分）

9．$x\neq 2$　　10．2019　　11．2π

12．$a^2-b^2=(a+b)(a-b)$　　13．$\begin{cases}5x+y=3,\\x+5y=2\end{cases}$　　14．0.86

15．答案不唯一，如：4（$m\geqslant 3$）　　16．2或4

三、解答题（本题共68分，第17-22题，每小题5分，第23-26题，每小题6分，第27-28题，每小题7分）解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程．

17．解：原式$=2-\sqrt{2}+4\times\dfrac{\sqrt{2}}{2}+3\sqrt{2}-2$ ………………………………… 4分

$=4\sqrt{2}$． ………………………………… 5分

18．解：原不等式组为$\begin{cases}2x-8\leqslant 0, & ①\\ x-1>\dfrac{5x+4}{2}. & ②\end{cases}$

解不等式①，得$x\leqslant 4$．

解不等式②，得$x<-2$．…………………………………4分

∴原不等式组的解集为$x<-2$．…………………………………5分

19．（1）证明：依题意，得 $\Delta=[-(k+3)]^2-4(k+2)$ ··································1 分

$=k^2+6k+9-4k-8$

$=(k+1)^2$． ······································2 分

$\because (k+1)^2\geqslant 0$，

$\therefore$方程总有两个实数根. ······································3 分

（2）解：由求根公式，得 $x=\dfrac{(k+3)\pm(k+1)}{2}$.

$\therefore x_1=1$， $x_2=k+2$． ······································4 分

$\because$方程有一个根为负数，

$\therefore k+2<0$．

$\therefore k<-2$．

$\therefore k$ 的取值范围是 $k<-2$． ······································5 分

20．（1）证明：$\because AD\parallel BC$，如图 1，

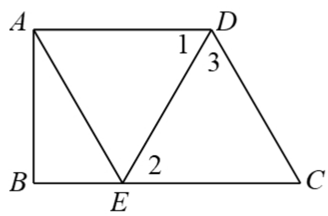


图 1

$\therefore \angle 1=\angle 2$．

$\because DE$ 平分 $\angle ADC$，

$\therefore \angle 3=\angle 1$．

$\therefore \angle 2=\angle 3$．

$\therefore EC=DC$．

$\because AD=DC$

$\therefore AD=EC$．

又$\because AD\parallel EC$，

$\therefore$四边形 $AECD$ 是平行四边形.

$\therefore$四边形 $AECD$ 是菱形. ·································3 分

（2）解：∵四边形 $AECD$ 是菱形，如图 2，

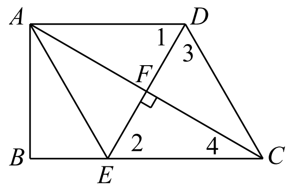


图 2

∴ $\angle EFC = 90°$， $CF = \frac{1}{2}AC = \sqrt{3}$.

在 Rt△EFC 中， $\cos\angle 4 = \frac{CF}{CE} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ，

∴ $\angle 4 = 30°$.

∵ $\angle ABC = 90°$，

∴ $AB = \frac{1}{2}AC = \sqrt{3}$. ……………………………………5 分

21.（1）150，120；……………………………………3 分

（2）16 . ……………………………………5 分

22．解：（1）∵函数 $y = \frac{m}{x}(x > 0)$ 的图象 $\boldsymbol{G}$ 经过点 $A(3,1)$

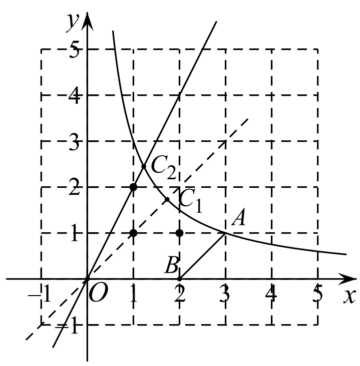
∴ $m = 3$. ……………………………………1 分

∵直线 $y = x - 2$ 与 x 轴交于点 B，

∴点 B 的坐标为 $(2,0)$. ……………………………………2 分

（2）①1；……………………………………3 分

②如图，



当直线 $y = kx$ 过点 $(1,1)$ 时，得 $k = 1$.

当直线 $y = kx$ 过点 $(1,2)$ 时，得 $k = 2$.

结合函数图象，可得 k 的取值范围是

$1 < k \leqslant 2$. …………5 分

23.（1）证明：如图 1，

∵ D 是弦 AB 的中点，OD 过圆心，

∴ $OD \perp AB$

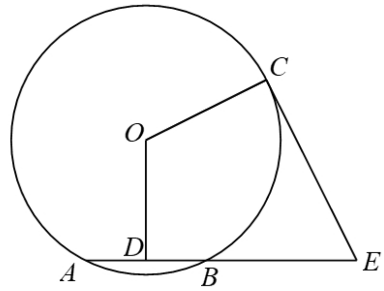


图 1

即 $\angle ODB = 90^\circ$.

∵在四边形 $ODEC$ 中，

$\angle CED + \angle COD = 180^\circ$，

∴ $\angle OCE = 90^\circ$.

又∵ OC 是⊙ O 的半径，

∴ CE 是⊙ O 切线．……………………………………2 分

（2）解：延长 CO， EA 交于点 F，如图 2．

∵ $OB \parallel CE$，

∴ $\angle BOF = \angle ECO = 90^\circ$， $\angle 1 = \angle E$.

在 Rt $\triangle ODB$ 中， $\tan\angle 1 = \dfrac{OD}{BD} = 2$， $OD = 4$，

∴ $BD = 2$， $OB = 2\sqrt{5}$. ……………………………………4 分

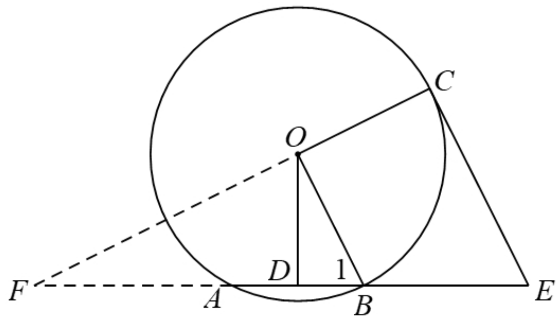


图 2

在 Rt $\triangle BOF$ 中， $\tan\angle 1 = \dfrac{OF}{OB} = 2$，

∴ $OF = 2OB = 4\sqrt{5}$.

∵ $OB \parallel CE$，

∴ $\triangle BOF \backsim \triangle ECF$

∴ $\dfrac{OB}{CE} = \dfrac{OF}{CF}$

即 $\dfrac{2\sqrt{5}}{CE} = \dfrac{4\sqrt{5}}{4\sqrt{5} + 2\sqrt{5}}$

∴ $CE = 3\sqrt{5}$. ……………………………………6 分

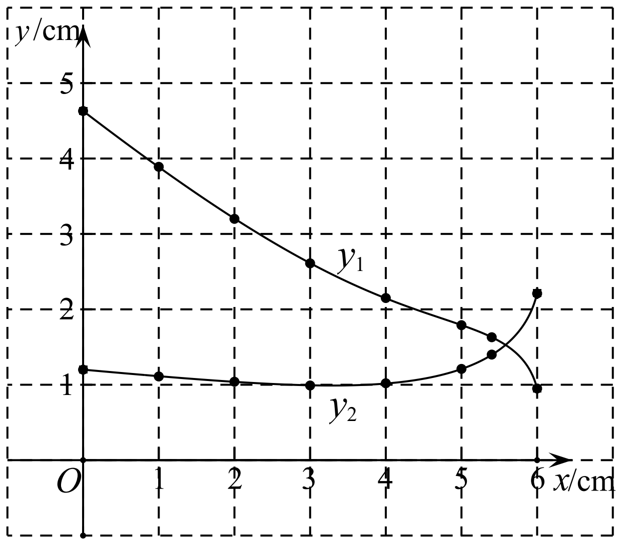
24．解：（1）B；……………………………………1 分

（2）42；……………………………………3 分

（3）$\dfrac{1}{6}$；……………………………………4 分

（4）4．……………………………………6 分

25．解：（1）3.20；……………………………………2 分



………… 4 分

（2）

（3）5.58．……………………………………6 分

26．解：（1）∵直线 $y=-x+3$ 与抛物线的对称轴交于点 $D(m, 1)$，

∴ $m=2$．

∴抛物线的对称轴为直线 $x=2$．……………………………………2 分

（2）点 C 的坐标为 $(3, 0)$．……………………………………3 分

（3）∵抛物线 $y=ax^2+bx+3a$ 与 y 轴交于点 A，

∴点 A 的坐标为 $(0, 3a)$．

∵点 M 与点 A 关于抛物线的对称轴对称，

∴点 M 的坐标为 $(4, 3a)$．

①当 $a>0$ 时，如图 1.

∵ $MN \parallel y$ 轴，

∴ $\dfrac{EN}{OA}=\dfrac{EC}{OC}$，即 $\dfrac{EN}{3a}=\dfrac{1}{3}$．

∴ $EN=a$．

当 $MN=3a+a=4$ 时，得 $a=1$．

结合函数图象，若 $MN \geqslant 4$，得 $a \geqslant 1$．……………………………5 分

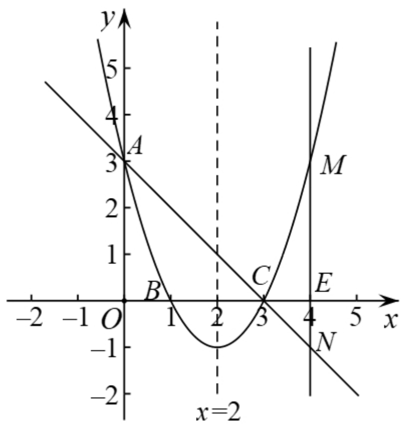


图 1

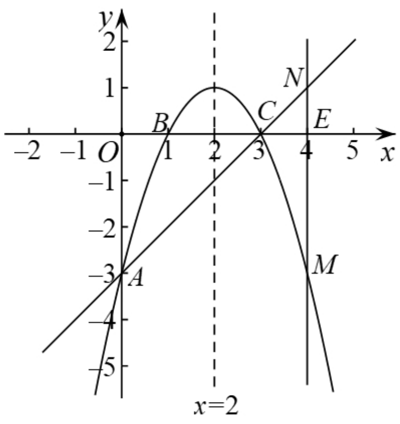


图 2

②当 $a<0$ 时，如图 2.

同理可得 $MN=|3a|+|a|=-4a=4$ 时，得 $a=-1$．

结合函数图象，若 $MN \geqslant 4$，得 $a \leqslant -1$．

综上所述，a 的取值范围是 $a \geqslant 1$ 或 $a \leqslant -1$．…………………6 分

27．（1）①依题意补全图形，如图 1．……………………………………1 分

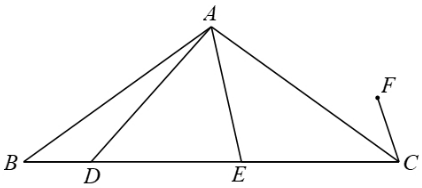


图 1

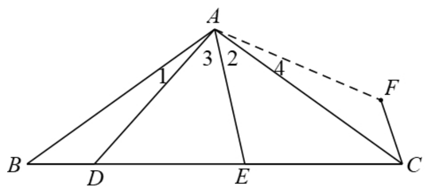


图 2

②证明：连接 AF，如图 2．

$\because \angle 3=\dfrac{1}{2}\angle BAC$，

$\therefore \angle 3=\angle 1+\angle 2$．

$\because$点 F 与点 D 关于直线 AE 对称，

$\therefore AF=AD$，$\angle FAE=\angle 3=\angle 1+\angle 2$．

$\therefore \angle 4=\angle FAE-\angle 2=(\angle 1+\angle 2)-\angle 2=\angle 1$．

又$\because AC=AB$，

$\therefore \triangle ACF \cong \triangle ABD$.

$\therefore CF = BD$. ………………………………………5 分

（2）线段 DE ， CE ， CF 之间的数量关系是 $DE^2 = CE^2 + CF^2$.

证明：连接 FA ， FE ，如图 3.

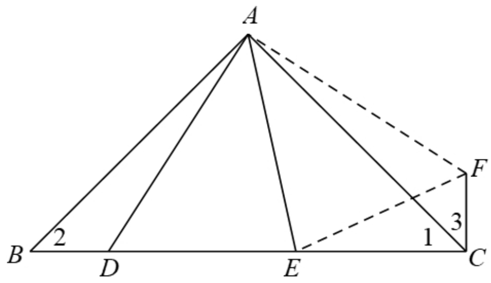


图 3

$\because AB = AC$ ， $\angle BAC = 90°$ ，

$\therefore \angle 1 = \angle 2 = 45°$.

由（1）②，可得 $FE = DE$ ， $\angle 3 = \angle 2 = 45°$.

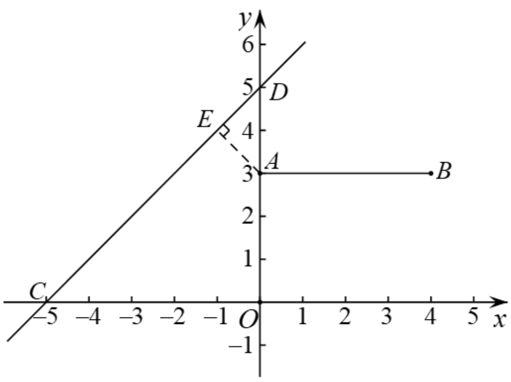
$\therefore \angle FCE = 90°$.

在 Rt $\triangle FCE$ 中，由勾股定理，得 $FE^2 = CE^2 + CF^2$.

$\therefore DE^2 = CE^2 + CF^2$. ………………………………………7 分

28．解：（1）3 ，5 ；………………………………………2 分

（2）①过点 A 作 $AE \perp CD$ 于点 E ，



则 d_1（线段 CD ，线段 AB ） $= AE = \sqrt{2}$ ，

$\because$直线 $y = kx + 5\ (k > 0)$ 与 y 轴交点为 $D(0,5)$ ，

与 x 轴交点 C 在 x 轴负半轴，

$\therefore AD = OD - OA = 2$.

$\therefore \angle ADE = 45^\circ$.

$\therefore OC = OD = 5$.

$\therefore$ 点 C 的坐标为 $(-5,0)$.

$\therefore k = 1$. ……………………………………4 分

② $3\sqrt{10}$. ……………………………………5 分

（3）$\sqrt{13}+1 \leqslant d_2$（$\odot T$，线段 AB）$\leqslant \sqrt{73}+1$. ……………………………7 分