

2020 北京海淀初三一模

数 学

2020. 5

学校_____姓名_____准考证号_____

考 生 须 知	1. 本试卷共 8 页，共三道大题，28 道小题。满分 100 分。考试时间 120 分钟。 2. 在试卷和答题卡上准确填写学校名称、姓名和准考证号。 3. 试题答案一律填涂或书写在答题卡上，在试卷上作答无效。 4. 在答题卡上，选择题用 2B 铅笔作答，其他题用黑色字迹签字笔作答。 5. 考试结束，请将本试卷、答题卡和草稿纸一并交回。
------------------	---

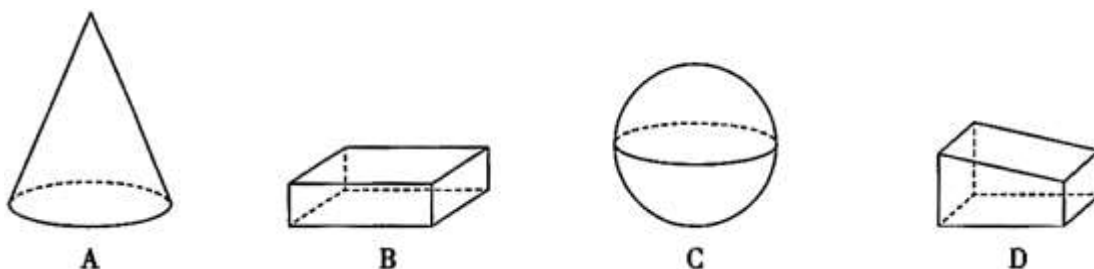
一、选择题(本题共 16 分，每小题 2 分)

第 1-8 题均有四个选项，符合题意的选项只有一个.

1. -2 的相反数是

- A. 2 B. -2 C. $\frac{1}{2}$ D. $-\frac{1}{2}$

2. 下列几何体中，主视图为矩形的是

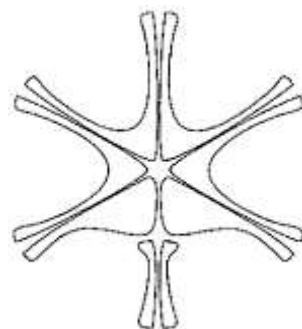


3. 北京故宫有着近六百年的历史，是最受中外游客喜爱的景点之一，其年接待量在 2019 年首次突破 19000 000 人次大关. 将 19 000 000 用科学记数法可表示为

- A. 0.19×10^8 B. 0.19×10^7 C. 1.9×10^7 D. 19×10^6

4. 北京大兴国际机场于 2019 年 6 月 30 日完美竣工，下图是世界著名建筑设计大师扎哈设计的机场成体俯视图的示意图. 下列说法正确的是

- A. 这个图形是轴对称图形，但不是中心对称图形
 B. 这个图形是中心对称图形，但不是轴对称图形
 C. 这个图形既是轴对称图形，又是中心对称图形
 D. 这个图形既不是轴对称图形，也不是中心对称图形

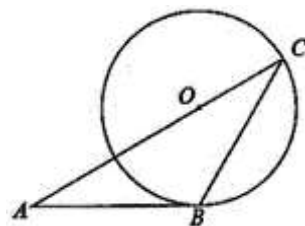


5. 将抛物线 $y = 2x^2$ 向下平移 3 个单位长度, 所得抛物线的解析式是

- A. $y = 2x^2 + 3$ B. $y = 2x^2 - 3$ C. $y = 2(x - 3)^2$ D. $y = 2(x + 3)^2$

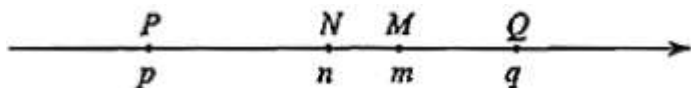
6. 如图, AB 与 $\odot O$ 相切于点 B , 连接 AO 并延长, 交 $\odot O$ 于点 C , 连接 BC , 若 $OC = \frac{1}{2}OA$, 则 $\angle C$ 等于

- A. 15° B. 30° C. 45° D. 60°



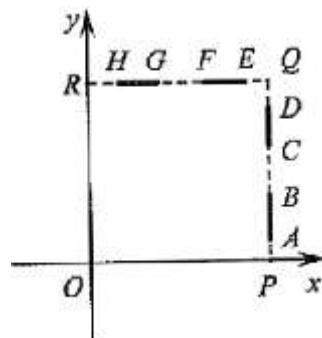
7. 若实数 m, n, p, q 在数轴上的对应点的位置如图所示, 且 n 与 q 互为相反数, 则绝对值最大的数对应的点是

- A. 点 M B. 点 N C. 点 P D. 点 Q



8. 如图, 在平面直角坐标系 xOy 中, AB, CD, EF, GH 是正方形 $OPQR$ 边上的线段, 点 M 在其中某条线段上, 若射线 OM 与 x 轴正半轴的夹角为 α , 且 $\sin \alpha > \cos \alpha$, 则点 M 所在的线段可以是

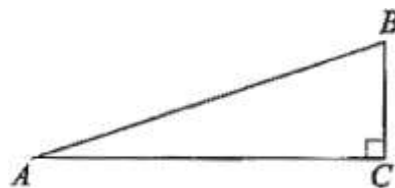
- A. AB 和 CD
B. AB 和 EF
C. CD 和 GH
D. EF 和 GH



二、填空题 (本题共 16 分, 每小题 2 分)

9. 若 $\sqrt{x-1}$ 在实数范围内有意义, 则实数 x 的取值范围是_____.

10. 如图, 在 $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $BC = 2$, 且 $\tan A = \frac{1}{3}$, 则 $AC =$ _____.

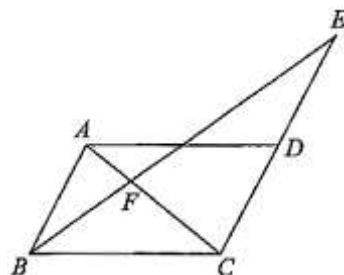


11. 分解因式: $ab^2 - ac^2 =$ _____.

12. 若一个多边形的每个外角都是 40° , 则该多边形的边数为_____.

13. 某校初三年级在“停课不停学”期间, 积极开展网上答疑活动, 在某时间段共开放 7 个网络教室, 其中 4 个是数学答疑教室, 3 个是语文答疑教室. 为了解初三年级学生的答疑情况, 学校教学管理人员随机进入一个网络教室, 则该教室是数学答疑教室的概率为_____.

14. 如图, 在 $\square ABCD$ 中, 延长 CD 至点 E , 使 $DE = DC$, 连接 BE 又 AC 于点 F , 则 $\frac{BF}{FE}$ 的值是_____.



15. 为了丰富同学们的课余生活，某年级买了 3 个篮球和 2 个足球，共花费了 474 元，其中篮球的单价比足球的单价多 8 元，求篮球和足球的单价，如果设篮球的单价为 x 元，足球的单价为 y 元，依题意可列方程组为_____.

16. 如果四边形有一组对边平行，且另一组对边不平行，那么称这样的四边形为梯形，若梯形中有一个角是直角，则称其为直角梯形.

下面四个结论中，

①存在无数个直角梯形，其四个顶点分别在同一个正方形的四条边上；

②存在无数个直角梯形，其四个顶点在同一条抛物线上；

③存在无数个直角梯形，其四个顶点在同一个反比例函数的图象上；

④至少存在一个直角梯形，其四个顶点在同一个圆上.

所有正确结论的序号是_____.

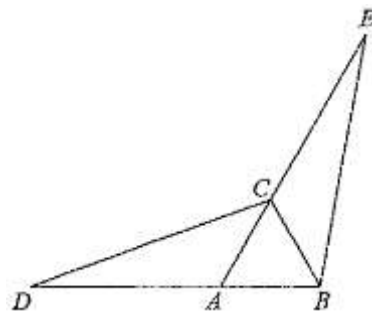
三、解答题(本题共 68 分，第 17~22 题，每小题 5 分，第 23~26 题，每小题 6 分，第 27~28 题，每小题 7 分)解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程.

17. 计算： $(-2)^0 + \sqrt{12} - 2\sin 30^\circ + |-\sqrt{3}|$

18. 解不等式组：
$$\begin{cases} 3(x-1) < 2x \\ 2x+1 > \frac{x-1}{2} \end{cases}$$

19. 如图，已知等边三角形 ABC ，延长 BA 至点 D ，延长 AC 至点 E ，使 $AD = CE$ ，连接 CD, BE .

求证： $\triangle ACD \cong \triangle CBE$.



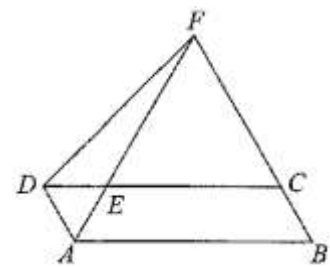
20. 已知关于 x 的一元二次方程 $x^2 - 2x + 2m - 1 = 0$.

(1) 当 $m = -1$ 时，求此方程的根；

(2) 若此方程有两个实数根，求 m 的取值范围

21. 如图，在 $\square ABCD$ 中， $\angle ABC = 60^\circ$ ， $\angle BAD$ 的平分线交 CD 于点 E ，交 BC 的延长线于点 F ，连接 DF 。

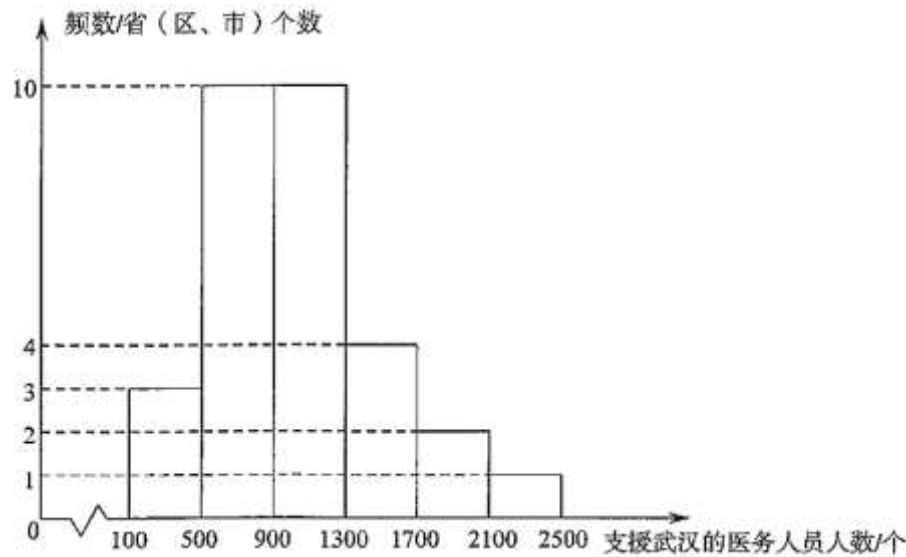
- (1) 求证： $\triangle ABF$ 是等边三角形；
- (2) 若 $\angle CDF = 45^\circ$ ， $CF = 2$ ，求 AB 的长度



22. 致敬，最美逆行者！

病毒虽无情，人间有大爱，2020 年，在湖北省抗击新冠病毒的战“疫”中，全国 (除湖北省外) 共有 30 个省 (区、市) 及军队的医务人员在党中央全面部署下，白衣执甲，前赴后继支援湖北省抗击疫情，据国家卫健委的统计数据，截至 3 月 1 日，这 30 个省 (区、市) 累计派出医务人员总数多达 38478 人，其中派往湖北省除武汉外的其他地区的医务人员总数为 7381 人。

a. 全国 30 个省 (区、市) 各派出支援武汉的医务人员频数分布直方图 (数据分成 6 组： $100 \leq x < 500$ ， $500 \leq x < 900$ ， $900 \leq x < 1300$ ， $1300 \leq x < 1700$ ， $1700 \leq x < 2100$ ， $2100 \leq x < 2500$)：



b. 全国 30 个省 (区、市) 各派出支援武汉的医务人员人数在 $900 \leq x < 1300$ 这一组的是：919，997，1045，1068，1101，1159，1179，1194，1195，1262

根据以上信息回答问题：

- (1) 这次支援湖北省抗疫中，全国 30 个省 (区、市) 派往武汉的医务人员总数 ()
- A. 不到 3 万人 B. 在 3 万人到 3.5 万人之间 C. 超过 3.5 万人
- (2) 全国 30 个省 (区、市) 各派出支援武汉的医务人员人数的中位数是_____，其中医务人员人数超过 1000 人的省 (区、市) 共有_____个。

(3)据新华网报道,在支援湖北省的医务人员大军中,有“90后”也有“00后”,他们是青春的力量,时代的脊梁。习近平总书记回信勉励北京大学援鄂医疗队全体“90后”党员中指出:“在新冠肺炎疫情防控斗争中,你们青年人同在一线英勇奋战的广大疫情防控人员一道,不畏艰险、冲锋在前、舍生忘死,彰显了青春的蓬勃力量,交出了合格答卷。”



小华在收集支援湖北省抗疫宣传资料时得到这样一组有关“90后”医务人员的数据:

C市派出的1614名医护人员中有404人是“90后”;

H市派出的338名医护人员中有103人是“90后”;

B市某医院派出的148名医护人员中有83人是“90后”.

小华还了解到除全国30个省(区、市)派出38478名医务人员外,军队派出了近四千名医务人员,合计约4.2万人.请你根据小华得到的这些数据估计在支援湖北省的全体医务人员(按4.2万人计)中,“90后”大约有多少万人?(写出计算过程,结果精确到0.1).

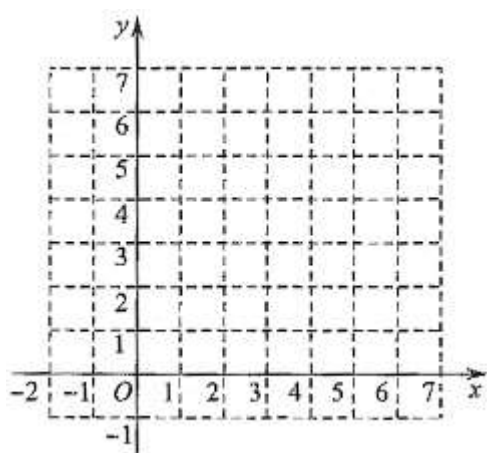
23.在平面直角坐标系 xOy 中,直线 $x=3$ 与直线 $y=\frac{1}{2}x+1$ 交于点 A .函数 $y=\frac{k}{x}(k>0, x>0)$ 的图象与真线 $x=3$,直线 $y=\frac{1}{2}x+1$ 分别交于点 B, C .

(1)求点 A 的坐标

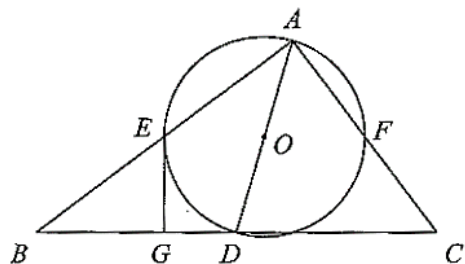
(2)横、纵坐标都是整数的点叫做整点.记函数 $y=\frac{k}{x}(k>0, x>0)$ 的图象在点 B, C 之间的部分与线段 AB, AC 围成的区域(不含边界)为 W .

①当 $k=1$ 时,结合函数图象,求区域 W 内整点的个数;

②若区域 W 内恰有1个整点,直接写出 k 的取值范围.



24. 如图, 在 $Rt \triangle ABC$ 中, $\angle BAC = 90^\circ$, 点 D 为 BC 边的中点, 以 AD 为直径作 $\odot O$, 分别与 AB, AC 交于点 E, F , 过点 E 作 $EG \perp BC$ 于 G .



(1) 求证: EG 是 $\odot O$ 的切线;

(2) 若 $AF = 6$, $\odot O$ 的半径为 5, 求 BE 的长

25. 某校举办球赛, 分为若干组, 其中第一组有 A, B, C, D, E 五个队. 这五个队要进行单循环赛, 即每两个队之间要进行一场比赛, 每场比赛采用三局两胜制, 即三局中胜两局就获胜. 每场比赛胜负双方根据比分会获得相应的积分, 积分均为正整数. 这五个队完成所有比赛后得到如下的积分表.

第一组	A	B	C	D	E	获胜场数	总积分
A		2:1	2:0	1:2	2:0	x	13
B	1:2		m	0:2	1:2	0	y
C	0:2	n		1:2	2:1	2	p
D	2:1	2:0	2:1		1:2	3	12
E	0:2	2:1	1:2	2:1		2	9

小贴士: 此处的“2:1”表示在 E 队与 B 队的这场比赛中, E 队赢两局, 输一局, E 队以 2:1 的比分战胜 B 队.

根据上表回答下列问题:

(1) 第一组一共进行了_____场比赛, A 队的获胜场数 x 为_____;

(2) 当 B 队的总积分 $y = 6$ 时, 上表中 m 处应填_____, n 处应填_____;

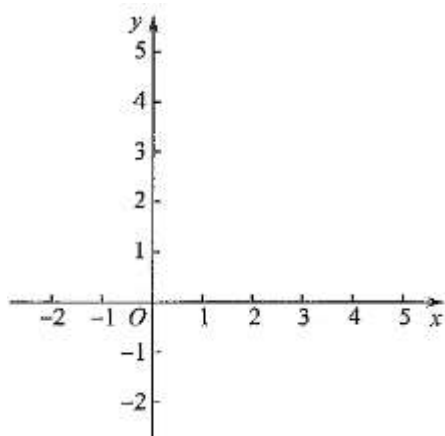
(3) 写出 C 队总积分 p 的所有可能值为:_____.

26. 在平面直角坐标系 xOy 中，抛物线 $y = x^2 - 2mx + m^2 + m$ 的顶点为 A .

(1) 当 $m = 1$ 时，直接写出抛物线的对称轴；

(2) 若点 A 在第一象限，且 $OA = \sqrt{2}$ ，求抛物线的解析式；

(3) 已知点 $B(m - \frac{1}{2}, m + 1), C(2, 2)$. 若抛物线与线段 BC 有公共点，结合函数图象，直接写出 m 的取值范围.



27. 已知 $\angle MON = \alpha$, A 为射线 OM 上一定点， $OA = 5$, B 为射线 ON 上一动点，连接 AB ，满足 $\angle OAB, \angle OBA$ 均为锐角. 点 C 在线段 OB 上(与点 O, B 不重合)，满足 $AC = AB$ ，点 C 关于直线 OM 的对称点为 D ，连接 AD, OD .

(1) 依题意补全图 1；

(2) 求 $\angle BAD$ 的度数(用含 α 的代数式表示)；

(3) 若 $\tan \alpha = \frac{3}{4}$, 点 P 在 OA 的延长线上，满足 $AP = OC$ ，连接 BP ，写出一个 AB 的值，使得 $BP \parallel OD$ ，并证明.

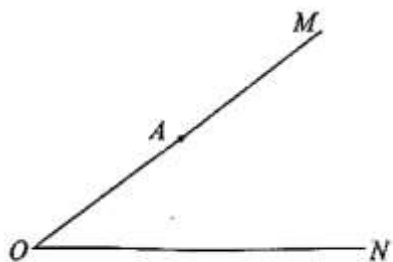
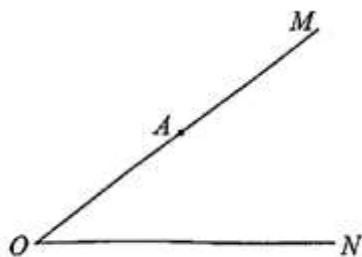


图 1



备用图

28. A, B 是 $\odot C$ 上的两个点, 点 P 在 $\odot C$ 的内部. 若 $\angle APB$ 为直角, 则称 $\angle APB$ 为 AB 关于 $\odot C$ 的内直角, 特别地, 当圆心 C 在 $\angle APB$ 边 (含顶点) 上时, 称 $\angle APB$ 为 AB 关于 $\odot C$ 的最佳内直角. 如图 1, $\angle AMB$ 是 AB 关于 $\odot C$ 的内直角, $\angle ANB$ 是 AB 关于 $\odot C$ 的最佳内直角. 在平面直角坐标系 xOy 中.

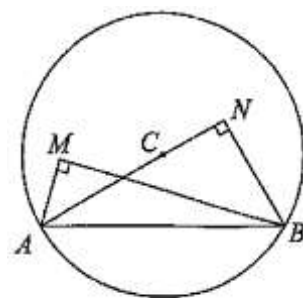


图1

(1) 如图 2, $\odot O$ 的半径为 5, $A(0, -5), B(4, 3)$ 是 $\odot O$ 上两点.

① 已知 $P_1(1, 0), P_2(0, 3), P_3(-2, 1)$, 在 $\angle AP_1B, \angle AP_2B, \angle AP_3B$ 中, 是 AB 关于 $\odot O$ 的内直角的是_____;

② 若在直线 $y = 2x + b$ 上存在一点 P , 使得 $\angle APB$ 是 AB 关于 $\odot O$ 的内直角, 求 b 的取值范围

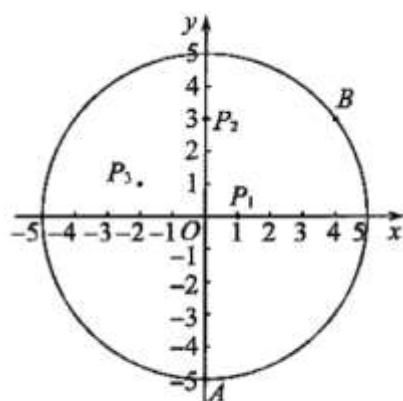
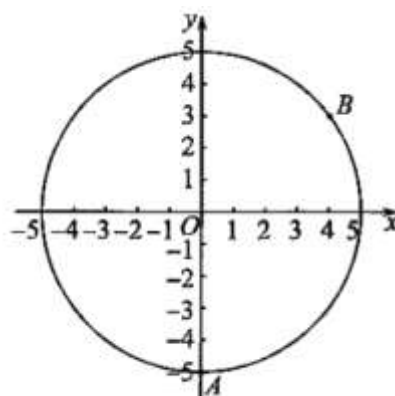
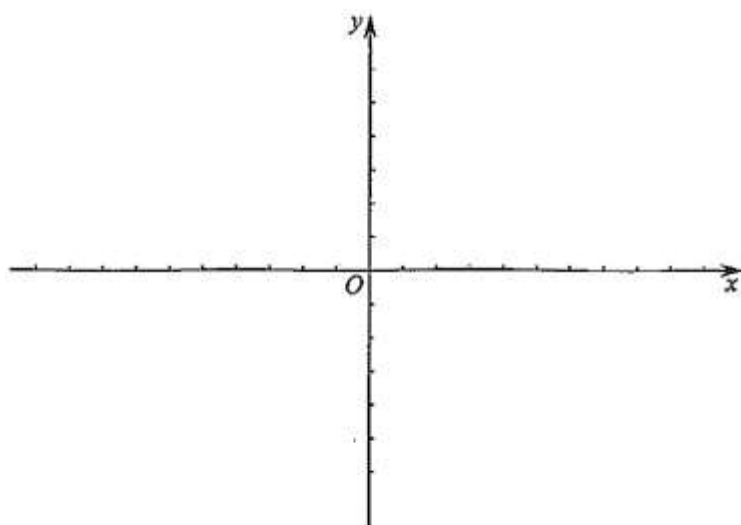


图 2



备用图1

(2) 点 E 是以 $T(t, 0)$ 为圆心, 4 为半径的圆上一个动点, $\odot T$ 与 x 轴交于点 D (点 D 在点 T 的右边). 现有点 $M(1, 0), N(0, n)$, 对于线段 MN 上每一点 H , 都存在点 T , 使 $\angle DHE$ 是 DE 关于 $\odot T$ 的最佳内直角, 请直接写出 n 的最大值, 以及 n 取得最大值时 t 的取值范围.



备用图 2

2020 北京海淀初三一模数学

参考答案

一、选择题

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	A	B	C	A	B	B	C	D

二、填空题

9. $x \geq 1$ 10. 6 11. $a(b+c)(b-c)$

12. 9 13. $\frac{4}{7}$ 14. $\frac{1}{2}$

15. $\begin{cases} 3x + 2y = 474 \\ x - y = 8 \end{cases}$ 16. ①②③

注：第16题写对1个或2个（答案不全）的得1分，含有错误答案的得0分.

三、解答题

17. 解: $(-2)^0 + \sqrt{12} - 2\sin 30^\circ + |-\sqrt{3}|$
 $= 1 + 2\sqrt{3} - 2 \times \frac{1}{2} + \sqrt{3} \dots\dots\dots 4\text{分}$
 $= 3\sqrt{3} \dots\dots\dots 5\text{分}$

18. 解: 解不等式 $3(x-1) < 2x$, 得 $3x-3 < 2x$,
 即 $x < 3 \dots\dots\dots 2\text{分}$
 解不等式 $2x+1 > \frac{x-1}{2}$, 得 $4x+2 > x-1$,
 即 $x > -1. \dots\dots\dots 4\text{分}$
 所以不等式组的解集为 $-1 < x < 3. \dots\dots\dots 5\text{分}$

19. 证明: $\because \triangle ABC$ 是等边三角形,
 $\therefore AC = BC. \dots\dots\dots 1\text{分}$
 $\angle CAB = \angle ACB = 60^\circ. \dots\dots\dots 2\text{分}$
 $\therefore \angle CAD = \angle BCE = 120^\circ. \dots\dots\dots 3\text{分}$
 在 $\triangle ACD$ 和 $\triangle CBE$ 中.

$$\begin{cases} AD = CE \\ \angle CAD = \angle BCE \\ AC = CB \end{cases}$$

.....4分

$\therefore \triangle ACD \cong \triangle CBE (SAS)$5分

20. 解: (1) 当 $m = -1$ 时, 原方程可化为 $x^2 - 2x - 3 = 0$1分

$$\text{得 } (x - 3)(x + 1) = 0,$$

$$\text{即 } x_1 = 3, x_2 = -1. \text{3分}$$

(2) 由题意, 原方程有两个实数根,

$$\text{得 } \Delta = (-2)^2 - 4(2m - 1) \geq 0. \text{4分}$$

$$\text{得 } 8 - 8m \geq 0.$$

$$\text{即 } m \leq 1. \text{5分}$$

21. (1) 证明: \because 四边形 $ABCD$ 为平行四边形,

$$\therefore AD \parallel BC.$$

$$\therefore \angle B + \angle BAD = 180^\circ.$$

$$\because \angle B = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle BAD = 120^\circ. \text{1分}$$

$\because AE$ 为 $\angle BAD$ 的平分线,

$$\therefore \angle FAB = 60^\circ.$$

$$\therefore \triangle ABF \text{ 是等边三角形. } \text{2分 (2)}$$

(2) 解: 过点 F 做 $FG \perp CD$ 于 G .

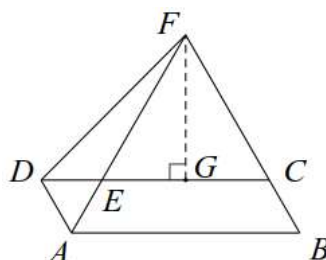
$$\because AB \parallel CD,$$

$$\therefore \angle FCD = \angle B = 60^\circ.$$

$$\because FG \perp CD,$$

$$\therefore \angle FGC = 90^\circ.$$

$$\because \angle FCD = 60^\circ,$$



$$\therefore \angle GFC = 30^\circ. \because CF = 2,$$

$$\therefore CG = 1, FG = \sqrt{3}. \dots\dots\dots 4\text{分}$$

$$\because \angle CDF = 45^\circ, \angle FGD = 90^\circ,$$

$$\therefore DG = FG = \sqrt{3}.$$

$$\therefore CD = \sqrt{3} + 1. \dots\dots\dots 5\text{分}$$

22. 解: (1) B.....1分

(2) 1021, 15.....3分

$$(3) \frac{404+103+83}{1614+338+148} \times 4.2 = \frac{590}{2100} \times 4.2 \approx 1.2$$

答: 支援湖北省的全体医务人员中, “90后” 大约有1.2万人.5分

23. 解: (1) 依题意, $\begin{cases} x = 3, \\ y = \frac{1}{2}x + 1 \end{cases} \dots\dots\dots 1\text{分}$

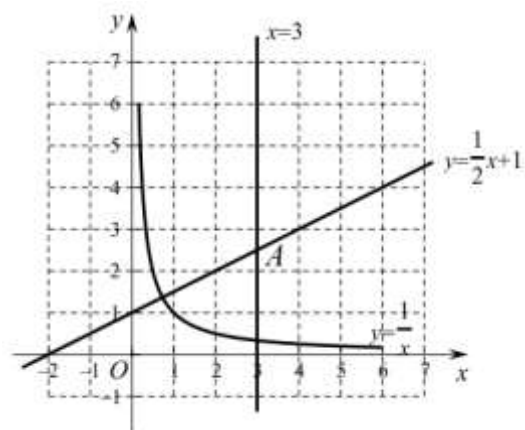
$$\therefore \begin{cases} x = 3 \\ y = \frac{5}{2} \end{cases}$$

\therefore 点A的坐标为 $(3, \frac{5}{2})$2分

(2) ①当 $k=1$ 时, 结合函数图象,

可得区域W内整点的个数为1.4分

② $1 \leq k < 2$ 或 $16 < k \leq 20$6分



24. (1) 证明: 如图, 连接OE.

\because Rt $\triangle ABC$ 中, 点D为BC边中点,

$$\therefore AD = BD. \dots\dots\dots 1\text{分}$$

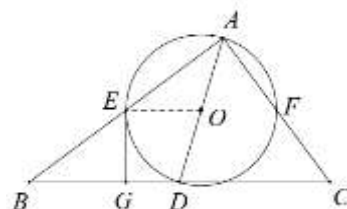
$$\therefore \angle BAD = \angle DBA.$$

$$\because OE = OA,$$

$$\therefore \angle OAE = \angle OEA.$$

$$\therefore \angle OEA = \angle DBA.$$

$$\therefore OE \parallel BD. \dots\dots\dots 2\text{分}$$



又 $\because EG \perp BC$,

$\therefore OE \perp EG$.

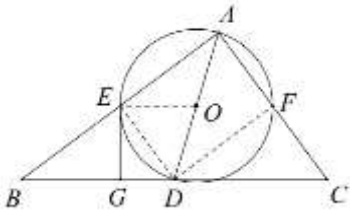
又 $\because OE$ 是半径,

$\therefore EG$ 是 $\odot O$ 的切线.3分

(2) 解: 如图, 连接 DE, DF .

$\because AD$ 为 $\odot O$ 的直径,

$\therefore \angle AED = \angle AFD = 90^\circ$4分



又 $\because \angle BAC = 90^\circ$,

\therefore 四边形 $AEDF$ 为矩形.

$\therefore DE = AF = 6$5分

又 $\because BD = AD = 10$,

\therefore 在 $Rt \triangle BDE$ 中, $BE = \sqrt{BD^2 - DE^2} = 8$6分

25. 解: (1) 10,1分

3;2分

(2) 0:2,3分

2:0;4分

(3) 9或10.6分

注: 第(3)问写对一个得1分, 含错误答案得0分.

26. 解: (1) $x = 1$;1分

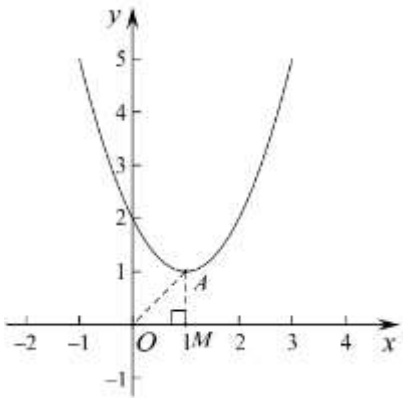
(2) $\because y = x^2 - 2mx + m^2 + m = (x - m)^2 + m$,

\therefore 抛物线 $y = x^2 - 2mx + m^2 + m$ 的顶点 A 的坐标为 (m, m)2分

\because 若点 A 在第一象限, 且点 A 的坐标为 (m, m) ,

过点 A 作 AM 垂直 x 轴于 M , 连接 OA .

$\therefore m > 0$,



$$\therefore OM = AM = m.$$

$$\therefore OA = \sqrt{2}m. \dots\dots\dots 3\text{分}$$

$$\therefore OA = \sqrt{2}.$$

$$\therefore m = 1.$$

$$\therefore \text{抛物线的解析式为 } y = x^2 - 2x + 2. \dots\dots\dots 4\text{分}$$

$$(3) m \leq 1 \text{ 或 } m \geq 2. \dots\dots\dots 6\text{分}$$

27. 解: (1) 如图所示. $\dots\dots\dots 1\text{分}$

(2) 解:

$$\therefore AB = AC,$$

$$\therefore \angle 1 = \angle 2.$$

\therefore 点 C, D 关于直线 OM 对称, A 在 OM 上,

$$\therefore AC = AD, OC = OD. \dots\dots\dots 2\text{分}$$

$$\therefore OA = OA,$$

$$\therefore \triangle ACO \cong \triangle ADO.$$

$$\therefore \angle 3 = \angle D, \angle 4 = \angle AOC.$$

$$\therefore \angle 1 + \angle 3 = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle 2 + \angle D = 180^\circ.$$

$$\therefore \angle BAD + \angle DOB = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle AOC = \angle 4 = \alpha,$$

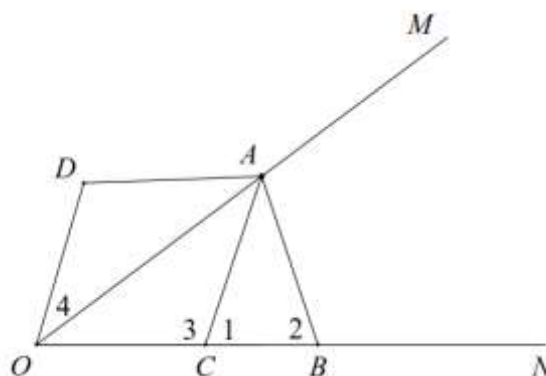
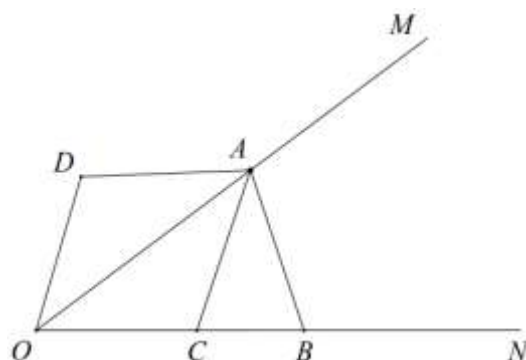
$$\therefore \angle BAD = 180^\circ - 2\alpha. \dots\dots\dots 3\text{分}$$

$$(3) AB = \sqrt{10}. \dots\dots\dots 4\text{分}$$

证明如下:

过点 A 作 $AH \perp ON$ 于 H .

$$\therefore \tan \angle AOH = \tan \alpha = \frac{3}{4}$$



∴满足条件的点P形成的图形为右图中的半圆H.

(点A, B均不能取到)

过点B做BD ⊥ y轴于点D.

∵A(0, -5), B(4,3),

∴BD = 4, AD = 8,

并可求出直线AB的解析式为 $y = 2x - 5$.

∴当直线 $y = 2x + b$ 过直径AB时, $b = -5$.

连接OB, 作直线OH交半圆H于点E, 过点E的直线EF ∥ AB, 交y轴于点F.

∵OA = OB, AH = BH

∴EH ⊥ AB,

∴EH ⊥ EF.

∴EF是半圆H的切线.

∵∠OAH = ∠OAH, ∠OHB = ∠BDA = 90°,

∴△OAH ∼ △BAD.

$$\therefore \frac{OH}{AH} = \frac{BD}{AD} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$$

$$\therefore OH = \frac{1}{2}AH = \frac{1}{2}EH$$

$$\therefore HO = EO.$$

∵∠EOF = ∠AOH, ∠FEO = ∠AHO = 90°,

∴△EOF ≅ △HOA.

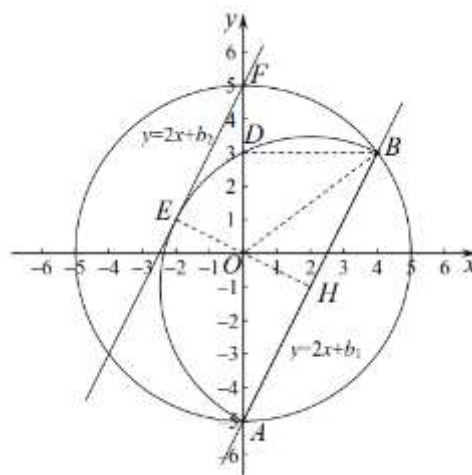
$$\therefore OF = OA = 5.$$

∵EF ∥ AB, 直线AB的解析式为 $y = 2x - 5$

∴直线EF的解析式为 $y = 2x + 5$, 此时 $b = 5$

∴b的取值范围为 $-5 < b \leq 5$4分

(2) n取得最大值为2.5分



t 的取值范围为 $-\sqrt{5}-1 \leq t < 5$7分

注：本试卷各题中若有其他合理的解法请酌情给分.