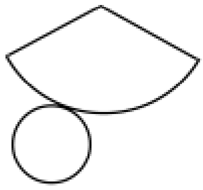
2022 北京房山初三二模

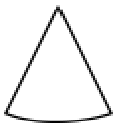
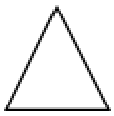
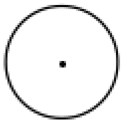
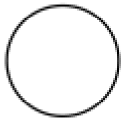
数　　学

注意：本调研卷共 8 页，共 100 分，时长 120 分钟．考生务必将答案答在答题卡上，在调研卷上作答无效．调研结束后，将答题卡交回，调研卷自行保存．

一、选择题（共 16 分，每题 2 分）第 1-8 题均有四个选项，符合题意的选项只有一个．

1. 某物体的展开图如图，它的左视图为（　）



A. 　　B. 　　C. 　　D. 

2. 中国空间站俯瞰地球的高度约为 400000 米，将 400000 用科学记数法表示应为（　）

A. 4×10^5　　B. 4×10^6　　C. 40×10^4　　D. 0.4×10^6

3. 当多边形的边数每增加 1 时，它的内角和与外角和（　）

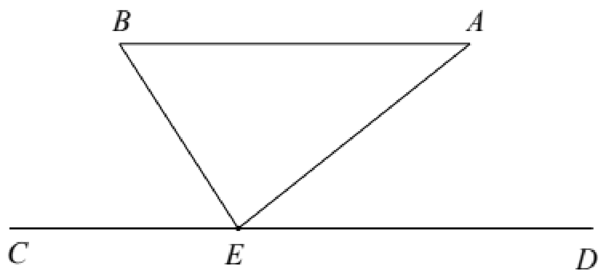
A. 都增加 180°

B. 都不变

C. 内角和增加 180°，外角和不变

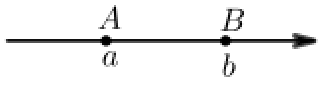
D. 内角和增加 180°，外角和减少 180°

4. 如图，$AB//CD$，点 E 在直线 CD 上，若 $\angle B=57°,\angle AED=38°$，则 $\angle AEB$ 的度数为（　）



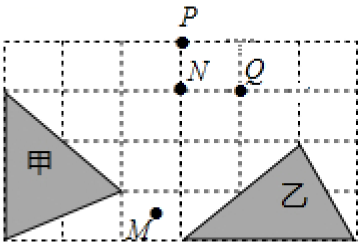
A. 38°　　B. 57°　　C. 85°　　D. 95°

5. 如图，数轴上 A，B 两点的位置如图所示，则下列说法中，能判断原点一定位于 A 、B 之间的是（　）



A. $a+b>0$　　B. $ab<0$　　C. $|a|>|b|$　　D. a 、b 互为倒数

6. 如图，在 6×4 的方格纸中，格点三角形甲经过旋转后得到格点三角形乙，则其旋转中心是（ ）

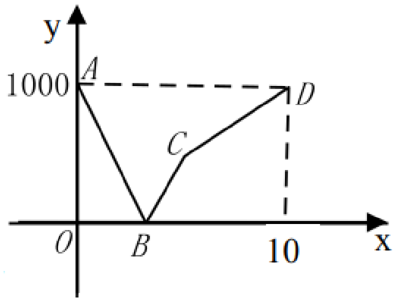


A. 点 M　　　　B. 格点 N　　　　C. 格点 P　　　　D. 格点 Q

7. 口袋里有三枚除颜色外都相同的棋子，其中两枚是白色的，一枚是黑色的，从中随机摸出一枚记下颜色，不放回，再从剩余的两枚棋子中随机摸出一枚记下颜色，摸出的两枚棋子颜色相同的概率是（　）

A. $\frac{1}{3}$　　　　B. $\frac{1}{2}$　　　　C. $\frac{2}{3}$　　　　D. $\frac{5}{9}$

8. 如图，一列快车从甲地驶往乙地，一列慢车从乙地驶往甲地，两车同时出发，设慢车行驶的时间为$x\left(h\right)$，两车之间的距离为$y\left(km\right)$，图中的折线表示y与x之间的函数关系，下列说法中错误的是（ ）



A. 甲乙两地相距$1000km$　　　　B. 点B表示此时两车相遇

C. 慢车的速度为$100km/h$　　　　D. 折线$B-C-D$表示慢车先加速后减速最后到达甲地

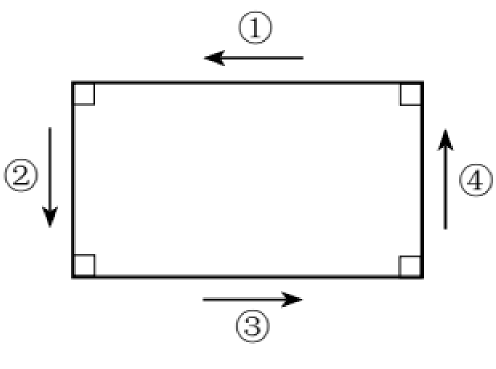
二、填空题（共 16 分，每题 2 分）

9. 若$\sqrt{x-2}$在实数范围内有意义，则实数x的取值范围是__________.

10 分解因式：$mx^2+2mx+m=$__________.

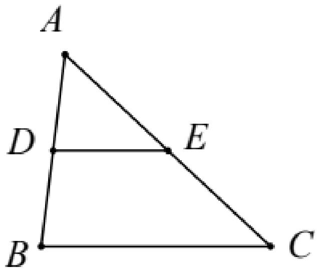
11. 方程组$\begin{cases}x+y=1,\\2x-y=5\end{cases}$的解是

12. 如图，用直尺、三角尺按“边—直角、边—直角、边—直角、边”这样四步画出一个四边形，这个四边形__________形，依据是____________________.

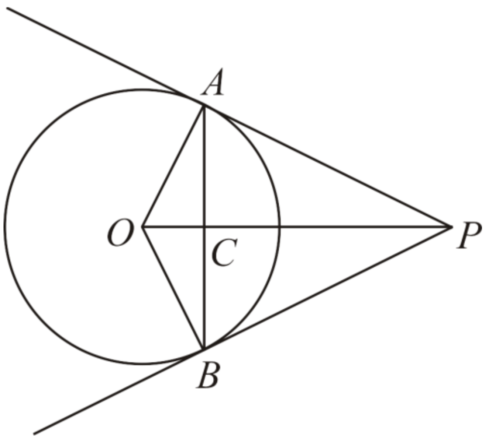


13. 已知点$A\left(-2,y_1\right),B\left(-1,y_2\right)$在反比例函数$y=\frac{k}{x}(k\neq 0)$的图象上，且$y_1<y_2$，则$k$的值可以是__________.（只需写出符合条件的一个的值）

14. 如图，在$\triangle ABC$中，点D在AB上（不与点A，B重合），过点D作$DE\parallel BC$交AC于点E，若$\frac{AD}{DB}=1$，则$\frac{AE}{AC}=$__________.



15. 如图，PA,PB切$\odot O$于A，B两点．连接AB，连接OP交AB于点C，若$AB=8$，$OC=2$，则$\odot O$半径为__________，PA的长为__________.



16. 某公司生产一种营养品，每日购进所需食材500千克，制成A，B两种包装的营养品，并恰好全部用完．信息如下表：

规格	每包食材含量	每包售价
A包装	1千克	45元
B包装	0.25千克	12元

已知生产的营养品当日全部售出．若A包装的数量不少于B包装的数量，则A为__________包时，每日所获总售价最大，最大总售价为__________元．

三、解答题（共68分，第17-20题，每题5分，第21题6分，第22-23题，每题5分，第24题6分，第25题6分，第26题6分，第27-28题，每题7分）解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程

17. 计算：$\tan 60°+(3-\pi)^0+|1-\sqrt{3}|+\sqrt{27}$.

18. 解不等式组$\begin{cases}4x-5>3\left(x-2\right)\\ \dfrac{x+10}{3}>2x\end{cases}$

19. 已知$2x^2+3y^2=2$，求代数式$(x+y)(x-y)+(x+2y)^2-4xy$的值．

20. 已知：如图，四边形$ABCD$　平行四边形．

求作：菱形 $AECF$，使点 E，F 分别在 BC, AD 上.

作法：①连接 AC；

②作 AC 的垂直平分线 EF 分别交 BC, AD 于点 E，F； AC, EF 交于点 O；

③连接 AE, CF．所以，四边形 $AECF$ 就是所求作的菱形.

（1）使用直尺和圆规，依作法补全图形（保留作图痕迹）；

（2）完成下面的证明.

证明：∵四边形 $ABCD$　平行四边形，

$\therefore AF \parallel EC$.

$\therefore \angle FAO = \angle ECO$.

又∵ $\angle AOF = \angle COE, AO = CO$，

$\therefore \triangle AOF \cong \triangle COE$.

$\therefore FO = EO$.

∴四边形 $AECF$ 是平行四边形（__________）（填推理的依据）.

又∵ $EF \perp AC$，

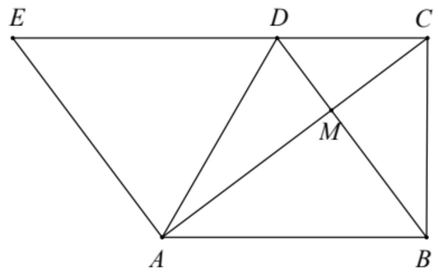
∴平行四边形 $AECF$ 是菱形（__________）（填推理的依据）.

21. 已知关于 x 的一元二次方程 $x^2 - 3x + 2a - 1 = 0$ 有两个不相等的实数根.

（1）求 a 的取值范围；

（2）若 a 为正整数，求方程的根.

22. 已知：如图，在四边形 $ABCD$ 中，$AB // DC, AC \perp BD$，垂足为 M，过点 A 作 $AE \perp AC$，交 CD 的延长线于点 E.



（1）求证：四边形 $ABDE$ 是平行四边形；

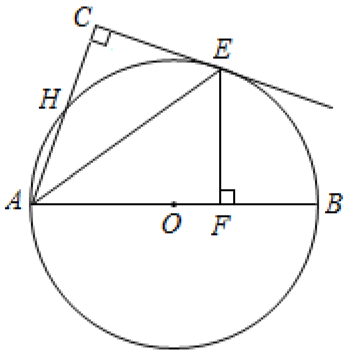
（2）若 $AC = 8, \sin\angle ABD = \dfrac{4}{5}$，求 BD 的长.

23. 已知，在平面直角坐标系 xOy 中，直线 $l: y = ax + b(a \neq 0)$ 经过点 A（1，2），与 x 轴交于点 B（3，0）.

（1）求该直线的解析式；

（2）过动点 $P(0，n)$ 且垂直于 y 轴的直线与直线 l 交于点 C，若 $PC \geq AB$，直接写出 n 的取值范围.

24. 如图，已知 AB 是半 $\odot O$ 的直径，点 H 在 $\odot O$ 上，E 是 $\overset{\frown}{HB}$ 的中点，连接 AE，过点 E 作 $EC \perp AH$ 交 AH 的延长线于点 C．过点 E 作 $EF \perp AB$ 于点 F．



（1）求证：CE 是 $\odot O$ 的切线；

（2）若 $FB = 2, \dfrac{EF}{AF} = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$，求 OF 的长．

25. 某校九年级甲、乙两班各有 40 名学生，为了了解这两个班学生身体素质情况，进行了抽样调查，并对数据进行收集、整理、描述和分析．下面给出了部分信息．

收集数据从甲、乙两个班各随机抽取 10 名学生进行身体素质测试，测试成绩（百分制）如下

甲班 65 75 75 80 60 50 75 90 85 65

乙班 90 55 80 70 55 70 95 80 65 70

整理、描述数据 按如下分数段整理、描述这两组样本数据：

成绩 x 人数 部门	$50 \le x < 60$	$60 \le x < 70$	$70 \le x < 80$	$80 \le x < 90$	$90 \le x < 100$
甲班	1	3	3	2	1
乙班	2	1	m	2	2

分析数据 两组样本数据的平均数、众数、中位数、方差如下表所示：

班级	平均数	中位数	众数	方差
甲班	72	b	75	131
乙班	73	70	70	161

得出结论

（1）$m =$__________；

（2）$b =$__________；

（3）在此次身体素质测试中，身体素质更好的是__________班（填“甲”或“乙”），理由是____________________．

（4）若规定测试成绩在 80 分以上（含 80 分）的学生身体素质为优秀，请估计乙班 40 名学生中身体素质为优秀的学生的人数．

26. 在平面直角坐标系 xOy 中，点 $A(2,-1)$ 在二次函数 $y = x^2 - (2m+1)x + m$ 的图象上．

（1）直接写出这个二次函数的解析式；

（2）当 $n \le x \le 1$ 时，函数值的取值范围是 $-1 \le y \le 4-n$，求 n 的值；

（3）将此二次函数图象平移，使平移后的图象经过原点 O．设平移后的图象对应的函数表达式为 $y=a(x-h)^2+k$，当 $x<2$ 时，y 随 x 的增大而减小，求 k 的取值范围．

27. 如图 1，在四边形 $ABCD$ 中，$\angle ABC=\angle BCD$，过点 A 作 $AE \parallel DC$ 交 BC 边于点 E，过点 E 作 $EF \parallel AB$ 交 CD 边于点 F，连接 AF，过点 C 作 $CH \parallel AF$ 交 AE 于点 H，连接 BH．

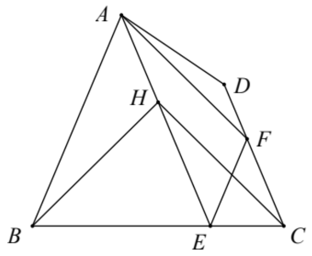


图 1

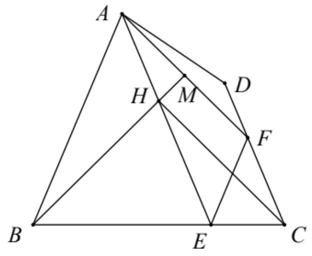


图 2

（1）求证：$\triangle ABH \cong \triangle EAF$；

（2）如图 2，若 BH 的延长线经过 AF 的中点 M，求 $\dfrac{BE}{EC}$ 的值．

28. 对于平面直角坐标系 xOy 中的图形 G 和点 Q，给出如下定义：将图形 G 绕点 Q 顺时针旋转 $90°$ 得到图形 N，图形 N 称为图形 G 关于点 Q 的“垂直图形”，例如，图 1 中线段 OD 为线段 OC 关于点 O 的“垂直图形”．

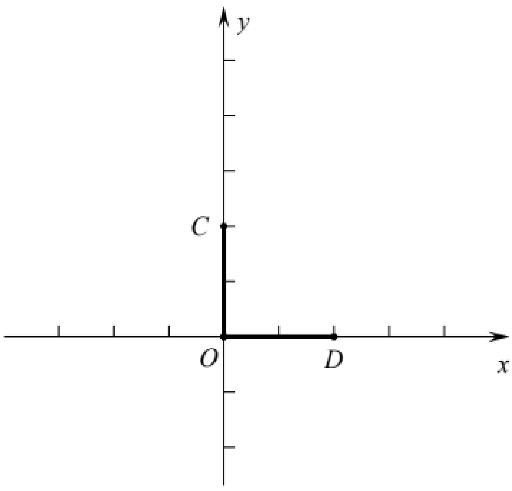
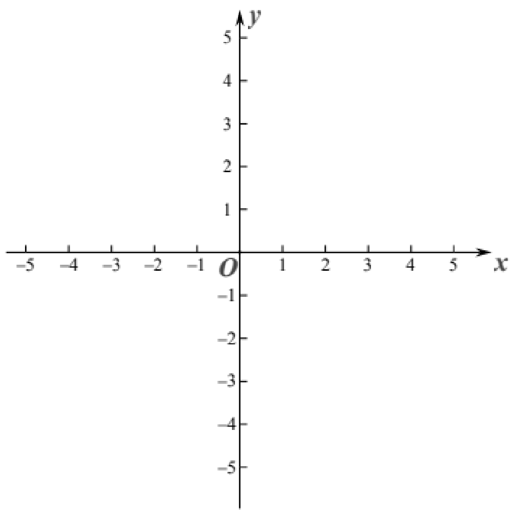


图 1



（1）线段 MN 关于点 $M(1,1)$ 的“垂直图形”为线段 MP．

①若点 N 的坐标为 $(1,2)$，则点 P 的坐标为__________；

②若点 P 的坐标为 $(4,1)$，则点 N 的坐标为__________；

（2）$E(-3,3), F(-2,3), H(a,0)$．线段 EF 关于点 H 的“垂直图形”记为 $E'F'$，点 E 的对应点为 E'，点的对应点为 F'．

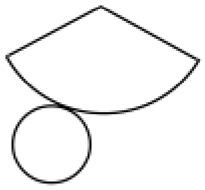
①求点 E' 的坐标（用含 a 的式子表示）；

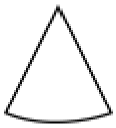
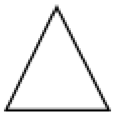
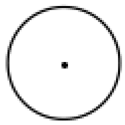
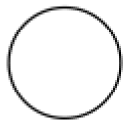
②若 $\odot O$　半径为 2，$E'F'$ 上任意一点都在 $\odot O$ 内部或圆上，直接写出满足条件的 EE' 的长度的最大值．

参考答案

一、选择题（共 16 分，每题 2 分）第 1-8 题均有四个选项，符合题意的选项只有一个．

1. 某物体的展开图如图，它的左视图为（   ）



A.    B.    C.    D. 

【答案】B

【解析】

【分析】易得此物体为圆锥，那么它的左视图为等腰三角形．

【详解】解：由物体的展开图的特征知，

它是圆锥的平面展开图，

又圆锥的左视图是三角形，

故选：B．

【点睛】本题考查了立体图形的平面展开图和三视图，熟练掌握立体图形的展开图和三视图的特征是正确解题的关键．

2. 中国空间站俯瞰地球的高度约为 400000 米，将 400000 用科学记数法表示应为（   ）

A. 4×10^{5} B. 4×10^{6} C. 40×10^{4} D. 0.4×10^{6}

【答案】A

【解析】

【分析】用科学记数法表示较大的数时，一般形式为 $a\times10^{n}$，其中 $1\le|a|<10$，n 为整数，且 n 比原来的整数位数少 1，据此判断即可．

【详解】解：$400000=4\times10^{5}$．

故选：A．

【点睛】此题主要考查了用科学记数法表示较大的数，一般形式为 $a\times10^{n}$，其中 $1\le|a|<10$，确定 a 与 n 的值是解题的关键．

3. 当多边形的边数每增加 1 时，它的内角和与外角和（   ）

A. 都增加 180°

B. 都不变

C. 内角和增加 180°，外角和不变

D. 内角和增加 180°，外角和减少 180°

【答案】C

【解析】

【详解】试题解析：根据 n 边形的内角和可以表示成（n-2）•180°，

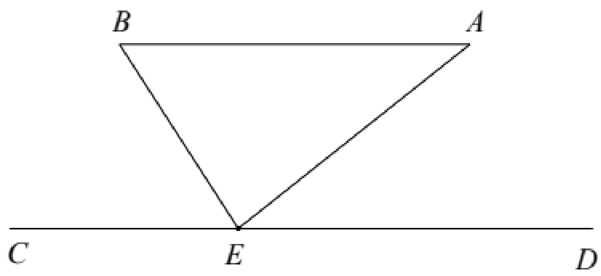
可以得到增加一条边时，边数变为 n+1，

则内角和是（n-1）•180°，因而内角和增加：（n-1）•180°-（n-2）•180°=180°.

多边形外角和为 360°，保持不变，

故选 C.

4. 如图，$AB//CD$，点 E 在直线 CD 上，若 $\angle B=57°, \angle AED=38°$，则 $\angle AEB$ 的度数为（　）



A. 38°　　B. 57°　　C. 85°　　D. 95°

【答案】C

【解析】

【分析】先由平行线的性质得出 $\angle A=\angle AED=38°$，再利用三角形内角和定理求解.

【详解】解：∵ $AB//CD$，$\angle AED=38°$，

∴ $\angle A=\angle AED=38°$，

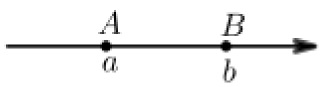
∵ $\angle B=57°$，

∴ $\angle AEB=180°-\angle A-\angle B=180°-38°-57°=85°$.

故选：C.

【点睛】本题考查平行线的性质和三角形内角和定理，属于基础题，熟练掌握平行线的性质（两直线平行，内错角相等、同位角相等、同旁内角互补）是解题的关键.

5. 如图，数轴上 A，B 两点的位置如图所示，则下列说法中，能判断原点一定位于 A、B 之间的是（　）



A. $a+b>0$　　B. $ab<0$　　C. $|a|>|b|$　　D. a、b 互为倒数

【答案】B

【解析】

【分析】由题意结合数轴直接根据实数的运算法则，分别对选项进行判断即可.

【详解】解：A 选项：假设 $a=1$，$b=2$，满足 $a+b>0$，但原点不在 A、B 之间；

B 选项：$ab<0$，则一定有 $a<0<b$，故能判断原点一定位于 A、B 之间；

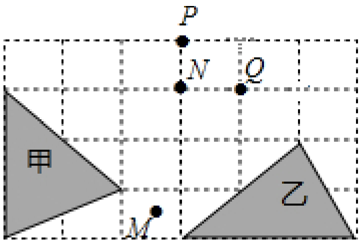
C 选项：假设 $a=-2$，$b=-1$，满足 $|a|>|b|$，但原点不在 A、B 之间；

D 选项：假设 $a=\frac{1}{2}$，$b=2$，满足 a,b 互为倒数，但原点不在 A、B 之间.

故选：B.

【点睛】本题考查实数与数轴.注意掌握数轴上的点与实数一一对应；数轴上原点左边的点表示负数，右边的点表示正数；右边的点表示的数比左边的点表示的数要大.

6. 如图，在 6×4 的方格纸中，格点三角形甲经过旋转后得到格点三角形乙，则其旋转中心是（ ）



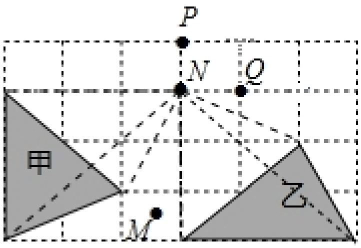
A. 点 M　　B. 格点 N　　C. 格点 P　　D. 格点 Q

【答案】B

【解析】

【分析】此题可根据旋转前后对应点到旋转中心的距离相等来判断所求的旋转中心.

【详解】解：如图，连接 N 和两个三角形的对应点；



发现两个三角形的对应点到点 N 的距离相等，因此格点 N 就是所求的旋转中心；

故选：B.

【点睛】本题考查了旋转的性质，熟练掌握旋转的性质是确定旋转中心的关键所在.

7. 口袋里有三枚除颜色外都相同的棋子，其中两枚是白色的，一枚是黑色的，从中随机摸出一枚记下颜色，不放回，再从剩余的两枚棋子中随机摸出一枚记下颜色，摸出的两枚棋子颜色相同的概率是（　）

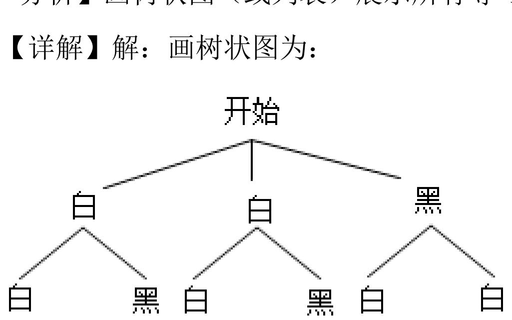
A. $\frac{1}{3}$　　B. $\frac{1}{2}$　　C. $\frac{2}{3}$　　D. $\frac{5}{9}$

【答案】A

【解析】

分析】画树状图（或列表）展示所有等可能的结果，找出两枚棋子颜色相同的结果数，然后根据概率公式求解.

【详解】解：画树状图为：



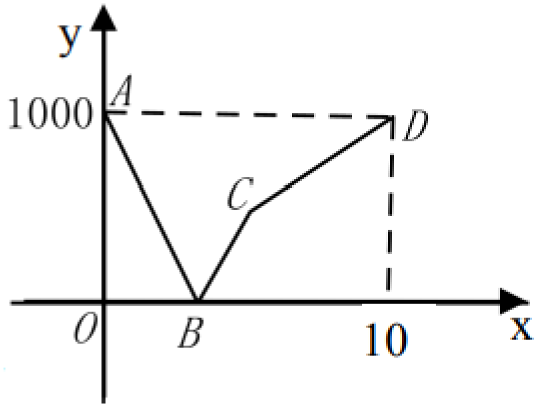
共有 6 种等可能的结果，其中两枚棋子颜色相同的结果数为 2，

所以随机摸出一枚记下颜色，摸出的两枚棋子颜色相同的概率 $=\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$.

故选：A.

【点睛】本题考查树状图或列表法求等可能事件的概率，正确画出树状图（或列表）是解题的关键.

8. 如图，一列快车从甲地驶往乙地，一列慢车从乙地驶往甲地，两车同时出发，设慢车行驶的时间为$x\left(h\right)$, 两车之间的距离为$y\left(km\right)$，图中的折线表示y与x之间的函数关系，下列说法中错误的是（ ）



A. 甲乙两地相距$1000km$

B. 点B表示此时两车相遇

C. 慢车的速度为$100km/h$

D. 折线$B-C-D$表示慢车先加速后减速最后到达甲地

【答案】D

【解析】

【分析】根据题意，AB 段表示两车逐渐相遇，到点 B 处两车相遇，BC 段表示两车相遇后各自继续向前运动，点 C 处快车到达乙处，CD 段表示慢车继续向前行驶，点 D 处慢车到达甲处.

【详解】由图形得，甲乙两地相距 1000km，A 正确

慢车共行驶了 10h，速度为 100km/h，C 正确

根据分析，点 B 处表示两车相遇，B 正确

折线 B-C-D 表示的是两车运动的状态，而非速度变化，D 错误

故选：D

【点睛】本题考查一次函数图像与行程问题，解题关键是将函数图像中每一条线段与实际情况的一一匹配上.

二、填空题（共 16 分，每题 2 分）

9. 若$\sqrt{x-2}$在实数范围内有意义，则实数x的取值范围是__________.

【答案】$x\geq 2$

【解析】

【分析】根据二次根式有意义的条件列出不等式，解不等式即可求得.

【详解】解：$\because\sqrt{x-2}$在实数范围内有意义

$\therefore x-2\geq 0$

解得$x\geq 2$

故答案为：$x\geq 2$

【点睛】本题考查了二次根式有意义的条件，熟练掌握和运用二次根式有意义的条件是解决本题的关键.

10. 分解因式：$mx^2+2mx+m=$__________.

【答案】$m(x+1)^2$

【解析】

【分析】通过提取公因式和完全平方公式即可解出.

【详解】解: $mx^2+2mx+m$

$=m(x^2+2x+1)$

$=m(x+1)^2$.

故答案为: $m(x+1)^2$.

【点睛】本题考查了因式分解，熟练掌握提取公因式和完全平方公式为解题关键.

11. 方程组$\left\{\begin{array}{l}x+y=1,\\2x-y=5\end{array}\right.$的解是

【答案】$\begin{cases}x=2\\y=-1\end{cases}$

【解析】

【详解】试题考查知识点：二元一次方程组的解法

思路分析：此题用加减法更好

具体解答过程：

对于$\left\{\begin{array}{l}x+y=1,\\2x-y=5\end{array}\right.$,

两个方程相加，得：

3x=6 即 x=2

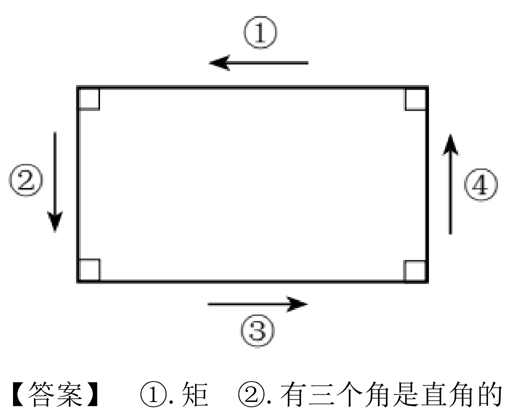
把 x=2 代入到 2x-y=5 中，得：

y=-1

∴原方程组的解是：$\begin{cases}x=2\\y=-1\end{cases}$

试题点评：

12. 如图，用直尺、三角尺按“边—直角、边—直角、边—直角、边”这样四步画出一个四边形，这个四边形是__________形，依据是____________________.



【答案】 ①. 矩 ②. 有三个角是直角的四边形是矩形

【解析】

【分析】根据有三个角是直角的四边形是矩形进行解答即可.

【详解】解：根据题意，这个四边形中有三个直角，则这个四边形是矩形，

故答案为：矩，有三个角是直角的四边形是矩形.

【点睛】本题考查矩形的判定，熟知矩形的判定方法是解答的关键.

13. 已知点 $A\left(-2,y_1\right),B\left(-1,y_2\right)$ 在反比例函数 $y=\dfrac{k}{x}(k\neq 0)$ 的图象上，且 $y_1<y_2$，则 k 的值可以是

__________. （只需写出符合条件的一个的值）

【答案】－1（答案不唯一）

【解析】

【分析】根据反比例函数的增减性解答即可.

【详解】解：∵点 $A\left(-2,y_1\right),B\left(-1,y_2\right)$ 在反比例函数 $y=\dfrac{k}{x}(k\neq 0)$ 的图象上，且 $y_1<y_2$，－2＜－1＜0，

∴当 x＜0 时，y 随 x 的增大而增大，

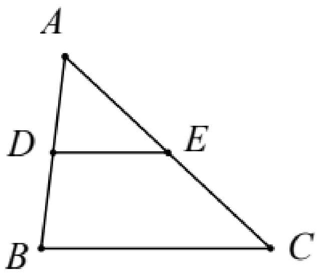
∴k＜0，

故答案为：－1（答案不唯一）

【点睛】本题考查反比例函数的性质，熟练掌握反比例函数的增减性是解答的关键.

14. 如图，在 $\triangle ABC$ 中，点 D 在 AB 上（不与点 A，B 重合），过点 D 作 $DE\parallel BC$ 交 AC 于点 E，若 $\dfrac{AD}{DB}=1$，则

$\dfrac{AE}{AC}=$__________.



【答案】$\frac{1}{2}$

【解析】

【分析】利用平行线分线段成比例定理的推论得出 $\dfrac{AE}{EC}=\dfrac{AD}{DB}=1$， 即可求解.

【详解】解：∵ $\triangle ABC$ 中，$DE\parallel BC$，$\dfrac{AD}{DB}=1$，

∴ $\dfrac{AE}{EC}=\dfrac{AD}{DB}=1$，

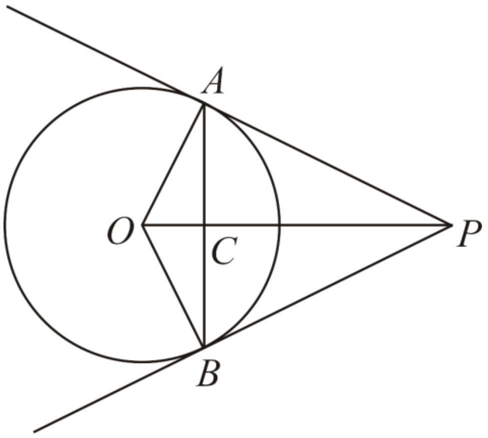
∴ $AE=EC$，

∴ $\dfrac{AE}{AC}=\dfrac{AE}{AE+EC}=\dfrac{AE}{2AE}=\dfrac{1}{2}$，

故答案为：$\frac{1}{2}$.

【点睛】本题考查平行线分线段成比例定理的推论，解题关键是牢记“平行于三角形一边的直线截其它两边（或两边的延长线）所得对应线段成比例”.

15. 如图，PA,PB 切⊙O 于 A，B 两点．连接 AB，连接 OP 交 AB 于点 C，若 $AB=8$，$OC=2$，则⊙O 半径为__________，PA 的长为__________.



【答案】　①. $2\sqrt{5}$　②. $4\sqrt{5}$

【解析】

【分析】根据切线的性质可得∠OAP=∠OBP=90°，根据 HL 定理可证明△OAP≌△OBP 得到∠AOC=∠BOC，然后利用等腰三角形的三线合一证得 OC⊥AB，AC=BC=4，从而利用勾股定理可求得半径，再根据相似三角形的判定与性质证明△AOC∽△POA 求解即可.

【详解】解：∵ PA,PB 切⊙O 于 A，B 两点，

∴∠OAP=∠OBP=90°，

∵OA=OB，OP=OP，

∴Rt△OAP≌Rt△OBP（HL），

∴∠AOC=∠BOC，又 OA=OB，

∴OC⊥AB，AC=BC=4，

Rt△OAC 中，$OA=\sqrt{OC^2+AC^2}=\sqrt{2^2+4^2}=2\sqrt{5}$，

∵∠OCA=∠OAP=90°，∠AOC=∠AOP，

∴△AOC∽△POA，

∴ $\frac{AC}{PA}=\frac{OC}{OA}$ 即 $\frac{4}{PA}=\frac{2}{2\sqrt{5}}$，

解得：PA=$4\sqrt{5}$，

故答案为：$2\sqrt{5}$，$4\sqrt{5}$.

【点睛】本题考查切线的性质、全等三角形的判定与性质、相似三角形的判定与性质、等腰三角形的性质、勾股定理，熟练掌握等腰三角形的性质和相似三角形的判定与性质是解答的关键.

16. 某公司生产一种营养品，每日购进所需食材 500 千克，制成 A，B 两种包装的营养品，并恰好全部用完．信息如下表：

规格	每包食材含量	每包售价
A 包装	1 千克	45 元
B 包装	0.25 千克	12 元

已知生产的营养品当日全部售出．若 A 包装的数量不少于 B 包装的数量，则 A 为__________包时，每日所获总售价最大，最大总售价为__________元．

【答案】　①. 400　②. 22800

【解析】

【分析】设 A 包装的数量为 x 包，B 包装数量为 y 包，总售价为 W 元，根据题意列出 y 与 x 的关系和 W 与 x 的函数关系式，利用一次函数的性质求解即可．

【详解】解：设 A 包装的数量为 x 包，B 包装数量为 y 包，总售价为 W 元，

根据题意，得：$\begin{cases} x+0.25y=500 \\ x\ge y \end{cases}$，

∴$y=-4x+2000$，

由 $x\ge -4x+2000$ 得：$x\ge 400$，

∴$W=45x+12y=45x+12(-4x+2000)=-3x+24000$，

∵$-3<0$，

∴W 随 x 的增大而减小，

∴当 $x=400$ 时，W 最大，最大为 $-3\times 400+24000=22800$（元），

故答案为：400，22800．

【点睛】本题考查一次函数的实际应用、一元一次不等式的实际应用，解答的关键是根据题意，正确列出一次函数关系式，会利用一次函数性质解决问题．

三、解答题（共 68 分，第 17-20 题，每题 5 分，第 21 题 6 分，第 22-23 题，每题 5 分，第 24 题 6 分，第 25 题 6 分，第 26 题 6 分，第 27-28 题，每题 7 分）解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程

17. 计算：$\tan 60^\circ+(3-\pi)^0+|1-\sqrt{3}|+\sqrt{27}$．

【答案】$5\sqrt{3}$

【解析】

【分析】分别计算三角函数值、零指数幂，化简绝对值和二次根式，再进行加减即可．

【详解】解：原式$=\sqrt{3}+1+\sqrt{3}-1+3\sqrt{3}=5\sqrt{3}$．

【点睛】本题考查特殊角三角函数、零指数幂以及绝对值和二次根式的化简，属于基础题，熟练掌握上述基本知识是解题的关键．

18 解不等式组$\begin{cases} 4x-5>3(x-2) \\ \dfrac{x+10}{3}>2x \end{cases}$

【答案】$-1<x<2$

【解析】

【分析】分别求出各不等式的解集，再求出其公共解集即可；

【详解】解：$\begin{cases}4x-5>3(x-2)① \\ \dfrac{x+10}{3}>2x②\end{cases}$

解不等式①，得 $x>-1$,

解不等式②，得 $x<2$,

所以，此不等式组的解集为 $-1<x<2$

【点睛】本题考查的是解一元一次不等式组，熟知"同大取大；同小取小；大小小大中间找；大大小小找不到"的原则是解答此题的关键．

19. 已知 $2x^2+3y^2=2$，求代数式 $(x+y)(x-y)+(x+2y)^2-4xy$ 的值．

【答案】2

【解析】

【分析】利用平方差公式和完全平方公式对所给代数式进行化简，再将 $2x^2+3y^2=2$ 整体代入求解．

【详解】解：原式 $=x^2-y^2+x^2+4xy+4y^2-4xy=2x^2+3y^2$，

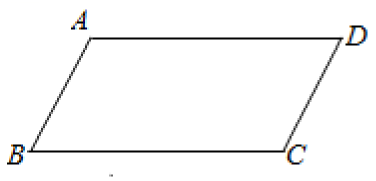
$\because 2x^2+3y^2=2$，

$\therefore$ 原式 $=2x^2+3y^2=2$．

【点睛】本题考查利用平方差公式和完全平方公式对代数式进行化简求值，难度较小，掌握整体代入思想是解题的关键．

20. 已知：如图，四边形 $ABCD$ 是平行四边形．

求作：菱形 $AECF$，使点 E，F 分别在 BC, AD 上．



作法：①连接 AC；

②作 AC 的垂直平分线 EF 分别交 BC, AD 于点 E，F； AC, EF 交于点 O；

③连接 AE, CF．所以，四边形 $AECF$ 就是所求作的菱形．

（1）使用直尺和圆规，依作法补全图形（保留作图痕迹）；

（2）完成下面的证明．

证明：$\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

$\therefore AF \parallel EC$．

$\therefore \angle FAO=\angle ECO$．

又 $\because \angle AOF=\angle COE, AO=CO$，

$\therefore \triangle AOF \cong \triangle COE$．

$\therefore FO=EO$．

∴四边形 $AECF$ 是平行四边形（__________）（填推理的依据）.

又∵ $EF \perp AC$，

∴平行四边形 $AECF$ 是菱形（__________）（填推理的依据）.

【答案】（1）见解析　（2）对角线互相平分的四边形为平行四边形；对角线互相垂直的平行四边形为菱形.

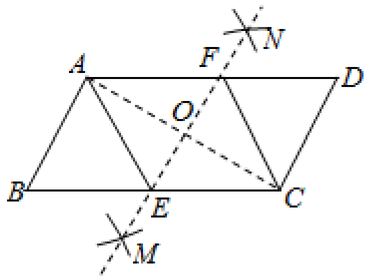
【解析】

【分析】（1）根据要求画出图形即可.

（2）先证明四边形 $AECF$ 为平行四边形，然后利用对角线垂直的平行四边形为菱形得到结论.

【小问 1 详解】

解：如图，四边形 $AECF$ 为所求作的菱形.



【小问 2 详解】

证明：∵四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

∴ $AF \parallel EC$.

∴ $\angle FAO = \angle ECO$.

又∵ $\angle AOF = \angle COE, AO = CO$，

∴ $\triangle AOF \cong \triangle COE$.

∴ $FO = EO$.

∴四边形 $ABCF$ 是平行四边形，（对角线互相平分的四边形为平行四边形）

又∵ $EF \perp AC$，

∴四边形 $AECF$ 是菱形.（对角线互相垂直的平行四边形为菱形）

故答案为：对角线互相平分的四边形为平行四边形；对角线互相垂直的平行四边形为菱形.

【点睛】本题考查了作图－复杂作图：复杂作图是在五种基本作图的基础上进行作图，一般是结合了几何图形的性质和基本作图方法．解决此类题目的关键是熟悉基本几何图形的性质，结合几何图形的基本性质把复杂作图拆解成基本作图，逐步操作．也考查了菱形的判定.

21. 已知关于 x 的一元二次方程 $x^2-3x+2a-1=0$ 有两个不相等的实数根.

（1）求 a 的取值范围；

（2）若 a 为正整数，求方程的根.

【答案】（1）$a<1\frac{5}{8}$；（2）$x_1=\frac{3+\sqrt{5}}{2}, x_2=\frac{3-\sqrt{5}}{2}$

【解析】

【分析】（1）根据方程的系数结合根的判别式 $\Delta=b^2-4ac>0$，即可得出关于 a 的一元一次不等式，解之即可得出 a 的取值范围；

（2）由（1）的结论结合 a 为正整数，即可得出 a=1，将其代入原方程，再利用公式法解一元二次方程，即可求出原方程的解.

【详解】解：（1）∵关于 x 的一元二次方程 $x^2-3x+2a-1=0$ 有两个不相等的实数根，

$\therefore \Delta=(-3)^2-4(2a-1)>0$，

解得 $a<1\frac{5}{8}$，

$\therefore a$ 的取值范围为 $a<1\frac{5}{8}$.

（2）∵$a<1\frac{5}{8}$，且 a 为正整数，

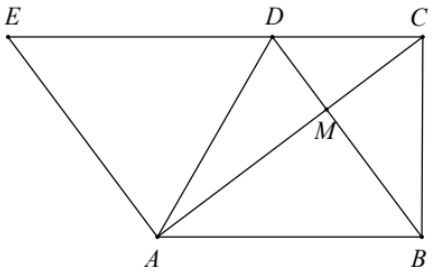
$\therefore a=1$，代入 $x^2-3x+2a-1=0$，

此时，方程为 $x^2-3x+1=0$.

∴解得方程的根为 $x_1=\frac{3+\sqrt{5}}{2}, x_2=\frac{3-\sqrt{5}}{2}$

【点睛】本题考查了根的判别式以及公式法解一元二次方程，解题的关键是：（1）牢记“当 Δ＞0 时，方程有两个不相等的实数根”；（2）利用因式分解法求出方程的两个根.

22. 已知：如图，在四边形 $ABCD$ 中，$AB /\!/ DC, AC \perp BD$，垂足为 M，过点 A 作 $AE \perp AC$，交 CD 的延长线于点 E.



（1）求证：四边形 $ABDE$ 是平行四边形；

（2）若 $AC=8, \sin\angle ABD=\frac{4}{5}$，求 BD 的长.

【答案】（1）证明见解析

（2）6

【解析】

【分析】（1）先证明 $AE /\!/ BD$，再利用两组对边分别平行的四边形是平行四边形证明即可；

（2）先根据平行四边形的性质和锐角三角函数求得 CE 的长，再利用勾股定理求出 AE 的长即可求得 BD 的长.

【小问 1 详解】

解：∵$AC \perp BD$，$AC \perp AE$，

∴$AE /\!/ BD$，

又 $AB /\!/ DC$，

∴四边形 $ABDE$ 是平行四边形.

【小问 2 详解】

解：∵四边形 $ABDE$ 是平行四边形，

∴$BD=AE$，$\angle E=\angle ABD$，

∵ $AC=8, \sin\angle ABD=\frac{4}{5}$，

∴ $\sin\angle E=\sin\angle ABD=\frac{4}{5}=\frac{AC}{CE}$，则 $CE=10$，

在 $Rt\triangle EAC$ 中，$AE=\sqrt{CE^2-AC^2}=\sqrt{10^2-8^2}=6$，

∴$BD=6$.

【点睛】本题考查平行四边形的判定与性质、锐角三角函数、勾股定理，熟练掌握平行四边形的判定与性质是解答的关键.

23. 已知，在平面直角坐标系 xOy 中，直线 $l: y=ax+b(a\neq 0)$ 经过点 A（1，2），与 x 轴交于点 B（3，0）.

（1）求该直线的解析式；

（2）过动点 $P(0，n)$ 且垂直于 y 轴的直线与直线 l 交于点 C，若 $PC\geq AB$，直接写出 n 的取值范围.

【答案】（1）$y=-x+3$

（2）$n\leq 3-2\sqrt{2}$ 或 $n\geq 3+2\sqrt{2}$

【解析】

【分析】（1）直接利用待定系数法求解析式；（2）根据 P 点的坐标，表示出 C 的坐标，表示出 PC 的长度，根据 $PC\geq AB$ 列出不等式即可解出 n 的取值范围.

【小问 1 详解】

解：将点 A（1，2），B（3，0）带入 $l: y=ax+b(a\neq 0)$ 得：

$$\begin{cases} a+b=2 \\ 3a+b=0 \end{cases},$$

解得 $\begin{cases} a=-1 \\ b=3 \end{cases}$，

∴直线 l 的表达式为 $y=-x+3$.

【小问 2 详解】

解：∵A（1，2），B（3，0）

∴ $AB=\sqrt{(1-3)^2+(2-0)^2}=2\sqrt{2}$，

∵$PC\perp y$ 轴，当 $y=n$ 时 $-x+3=n$

解得 $x=3-n$

∴C（$3-n$，n）

∴ $PC=|3-n|$

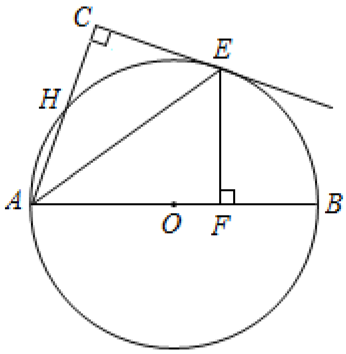
∵ $PC\geq AB$

∴ $|3-n|\geq 2\sqrt{2}$ 即 $3-n\geq 2\sqrt{2}$ 或 $n-3\geq 2\sqrt{2}$

解得 $n\leq 3-2\sqrt{2}$ 或 $n\geq 3+2\sqrt{2}$.

【点睛】本题考查待定系数法求一次函数解析式，两点间的距离公式，根据题意列出不等式是解题的关键.

24. 如图，已知 AB 是半⊙O 的直径，点 H 在⊙O 上，E 是 $\overset{\frown}{HB}$ 的中点，连接 AE，过点 E 作 $EC \perp AH$ 交 AH 的延长线于点 C．过点 E 作 $EF \perp AB$ 于点 F.



（1）求证：CE 是⊙O 的切线；

（2）若 $FB=2,\dfrac{EF}{AF}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，求 OF 的长.

【答案】（1）见解析　（2）$OF=1$

【解析】

【分析】（1）连接 OE，由于 E 为 $\overset{\frown}{HB}$ 的中点，根据圆周角定理可知∠1=∠2，而 $AO=EO$，则∠3=∠2，于是∠1=∠3，根据平行线的判定知 $OE \parallel AC$，而 $AC\perp CE$，根据平行线的性质知∠OEC=90°，即 $OE\perp CE$，根据切线的判定可知 CE 是⊙O 的切线；

（2）由于 AB 是直径，故∠AED=90°，而 $EF\perp AB$，易知∠2=∠4=∠1，那么 tan∠1=tan∠2=tan∠4=$\dfrac{EF}{AF}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，在 Rt△$EFB$ 中，利用正切可求出 EF，同理在 Rt△AEF 中，可求出 AF，得半径 OB=3，进而可求出 OF.

【小问 1 详解】

证明：连结 OE，

∵点 E 为 $\overset{\frown}{HB}$ 的中点，

∴ ∠1=∠2，

∵OE=OA，

∴∠3=∠2，

∴∠3=∠1，

∴OE∥AC，

∵$AC\perp CE$，

∴$OE\perp CE$，

∵点 E 在⊙O 上，

∴CE 是⊙O 的切线.

【小问 2 详解】

连结 EB，

∵AB 是⊙O 的直径，

∴ $\angle AEB=90°$，

∵ $EF\perp AB$ 于点 F，

∴ $\angle AFE=\angle EFB=90°$，

∴ $\angle 2+\angle AEF=\angle 4+\angle AEF=90°$，

∴ $\angle 2=\angle 4=\angle 1$，

∵ $\frac{EF}{AF}=\frac{\sqrt{2}}{2}$，

∴ $\tan\angle 1=\frac{\sqrt{2}}{2}$，

∴ $\tan\angle 4=\frac{\sqrt{2}}{2}$，

在 Rt△EFB 中，$\angle EFB=90°$，$FB=2$，$\tan\angle 4=\frac{\sqrt{2}}{2}$，

∴ $EF=2\sqrt{2}$，

设 $OE=x$，则 $OB=x$.

∵ $FB=2$，

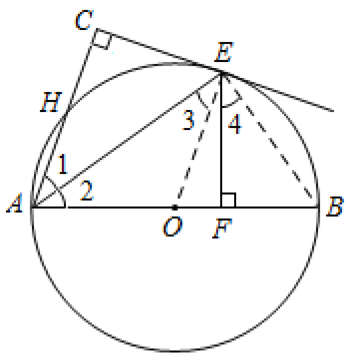
∴ $OF=x-2$，

∵ 在 Rt△OEF 中，$\angle EFO=90°$，

∴ $x^2=(x-2)^2+(2\sqrt{2})^2$，

∴ $x=3$，

∴ $OF=1$.



【点睛】本题主要考查了切线的判定，圆周角定理，平行线的性质，等腰三角形的性质，勾股定理，三角函数的定义，作出辅助线，熟练掌握圆的切线判定方法，是解题的关键.

25. 某校九年级甲、乙两班各有 40 名学生，为了了解这两个班学生身体素质情况，进行了抽样调查，并对数据进行收集、整理、描述和分析．下面给出了部分信息.

收集数据从甲、乙两个班各随机抽取 10 名学生进行身体素质测试，测试成绩（百分制）如下

甲班 65 75 75 80 60 50 75 90 85 65

乙班 90 55 80 70 55 70 95 80 65 70

整理、描述数据 按如下分数段整理、描述这两组样本数据：

成绩 x 人数 部门	$50\le x<60$	$60\le x<70$	$70\le x<80$	$80\le x<90$	$90\le x<100$
甲班	1	3	3	2	1
乙班	2	1	m	2	2

分析数据 两组样本数据的平均数、众数、中位数、方差如下表所示：

班级	平均数	中位数	众数	方差
甲班	72	b	75	131
乙班	73	70	70	161

得出结论

（1）$m=$__________；

（2）$b=$__________；

（3）在此次身体素质测试中，身体素质更好的是__________班（填“甲”或“乙”），理由是____________________.

（4）若规定测试成绩在 80 分以上（含 80 分）的学生身体素质为优秀，请估计乙班 40 名学生中身体素质为优秀的学生的人数.

【答案】（1）3 （2）75

（3）甲，甲班中位数和众数都比乙班高，并且甲班 方差比乙班的小，甲班成绩相对稳定

（4）估计乙班 40 名学生中身体素质为优秀的学生的人数有 16 名

【解析】

【分析】（1）根据乙班抽取的总人数是 10 求解即可；

（2）将甲班测试成绩按从小到大顺序排列，求出甲班的测试成绩在第 5 和第 6 位置的数据的平均数即为中位数；

（3）根据方差越小成绩越稳定即可作出判断；

（4）由乙班人数乘以乙班样本中的优秀率即可求解.

【小问 1 详解】

解：m=10-2-1-2-2=3（名），

故答案为：3；

【小问 2 详解】

解，将甲班测试成绩按从小到大顺序排列：50 60 65 65 75 75 75 80 85 90，

∴甲班测试成绩的中位数 b=（75+75）÷2=75（分），

故答案为：75；

【小问 3 详解】

解：根据表格，甲班除了平均分比乙班低一点外，中位数和众数都比乙班高，并且甲班的方差比乙班的小，说明甲班的成绩相对稳定些，

故答案为：甲，甲班中位数和众数都比乙班高，并且甲班的方差比乙班的小，甲班成绩相对稳定；

【小问 4 详解】

解：$40\times\dfrac{2+2}{10}$=16（名），

答：估计乙班 40 名学生中身体素质为优秀的学生的人数有 16 名.

【点睛】本题考查平均数、众数、中位数、方差、用样本估计总体，熟练掌握中位数和用样本估计总体是解答的关键.

26. 在平面直角坐标系 xOy 中，点 $A(2,-1)$ 在二次函数 $y=x^2-(2m+1)x+m$ 的图象上.

（1）直接写出这个二次函数的解析式；

（2）当 $n\le x\le 1$ 时，函数值的取值范围是 $-1\le y\le 4-n$，求 n 的值；

（3）将此二次函数图象平移，使平移后的图象经过原点 O. 设平移后的图象对应的函数表达式为 $y=a(x-h)^2+k$，当 $x<2$ 时，y 随 x 的增大而减小，求 k 的取值范围.

【答案】（1）$y=x^2-3x+1$

（2）$n=-1$

（3）$k\le -4$

【解析】

【分析】（1）将点 $A(2,-1)$ 代入二次函数解析式即可求解；

（2）求出抛物线的对称轴为 $x=\dfrac{3}{2}$，由函数图象开口向上可知，当 $n\le x\le 1$ 时，y 随 x 的增大而减小，因此当 $x=n$ 时 $y=4-n$，解关于 n 的一元二次方程即可求解；

（3）根据平移的性质得出 $a=1$，利用“$x<2$ 时，y 随 x 的增大而减小”得出 $h\ge 2$，再将 $(0,0)$ 代入二次函数解析式可得 $k=-h^2$，进而可得出 k 的取值范围.

【小问 1 详解】

解：∵点 $A(2,-1)$ 在二次函数 $y=x^2-(2m+1)x+m$ 的图象上，

∴ $-1=2^2-(2m+1)\times 2+m$，

解得 $m=1$，

∴二次函数的解析式为 $y=x^2-3x+1$.

【小问 2 详解】

解：∵二次函数的解析式为 $y=x^2-3x+1$，

∴抛物线开口向上，对称轴为 $x=\dfrac{-(-3)}{2}=\dfrac{3}{2}$，

∴当 $x<\dfrac{3}{2}$ 时，y 随 x 的增大而减小，

当 $x=1$ 时，$y=1^2-3+1=-1$，

当 $x=n$ 时，$y=n^2-3n+1$，

∵当 $n\le x\le 1$ 时，函数值的取值范围是 $-1\le y\le 4-n$，

$\therefore n^2-3n+1=4-n$，

解得 $n_1=-1$，$n_2=3$，

$\because n\le x\le 1$，

$\therefore n=-1$．

【小问 3 详解】

解：$\because$原二次函数的解析式为 $y=x^2-3x+1$，平移后的图象对应的函数表达式为 $y=a(x-h)^2+k$，

$\therefore$根据平移　性质可知，$a=1$

$\because$当 $x<2$ 时，y 随 x 的增大而减小，

$\therefore h\ge 2$，

$\because$平移后的图象经过原点 O，

$\therefore 0=(0-h)^2+k$，即 $k=-h^2$，

$\therefore k\le -4$．

【点睛】本题考查二次函数与几何变换、二次函数图象上点的坐标特征及二次函数的性质，解第 2 问的关键是利用二次函数的单调性找出关于 n 的一元二次方程，解第 3 问的关键是利用二次函数图象上点的坐标特征得出 $k=-h^2$．

27. 如图 1，在四边形 $ABCD$ 中，$\angle ABC=\angle BCD$，过点 A 作 $AE\parallel DC$ 交 BC 边于点 E，过点 E 作 $EF\parallel AB$ 交 CD 边于点 F，连接 AF，过点 C 作 $CH\parallel AF$ 交 AE 于点 H，连接 BH．

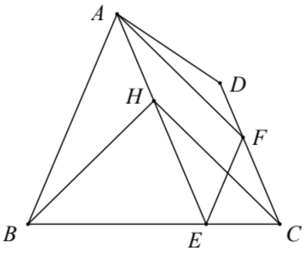


图 1

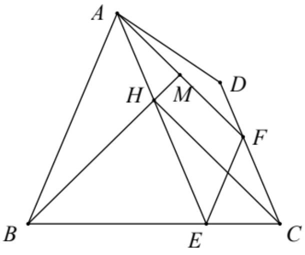


图 2

（1）求证：$\triangle ABH\cong\triangle EAF$；

（2）如图 2，若 BH 的延长线经过 AF 的中点 M，求 $\dfrac{BE}{EC}$ 的值.

【答案】（1）证明见解析

（2）$1+\sqrt{2}$

【解析】

【分析】（1）由 $\angle ABC=\angle BCD$， $AE\parallel DC$ 可证明 $AB=AE$，再根据 $EF\parallel AB$ 证得 $\angle BAH=\angle AEF$，$\angle ABC=\angle FEC$，进而得到 $EF=CF$，再证明四边形 $AHCF$ 是平行四边形得到 $AH=CF=EF$，再利用 SAS 证明两三角形全等即可；

（2）设 $CF=EF=AH=a$，$\dfrac{BE}{CE}=k$，证明$\triangle ABE\backsim\triangle FEC$ 得出 $AB=AE=ak$，再证明$\triangle ABM\cong\triangle FGM(AAS)$证得 $AB=GF=ak$，则 $GE=ak+a$，再证明$\triangle ABH\backsim\triangle EGH$ 得到 $\dfrac{AB}{EG}=\dfrac{AH}{EH}$ 即 $\dfrac{k}{k+1}=\dfrac{1}{k-1}$，解方程求出 k 值即可解答.

【小问 1 详解】

证明：$\because \angle ABC=\angle BCD$， $AE \parallel DC$，

$\therefore \angle AEB=\angle BCD=\angle ABC$，

$\therefore AB=EA$，

$\because EF \parallel AB$，

$\therefore \angle BAH=\angle AEF$，$\angle ABC=\angle FEC$，

$\therefore EF=CF$，

$\because AE \parallel CD$，$CH \parallel AF$，

$\therefore$四边形 $AHCF$ 是平行四边形，

$\therefore CF=AH$，即 $AH=EF$，

在$\triangle ABH$和$\triangle EAF$中，

$$\begin{cases} AB=EA \\ \angle BAH=\angle AEF \\ AH=EF \end{cases},$$

$\therefore \triangle ABH \cong \triangle EAF$（$SAS$）；

【小问 2 详解】

解：延长 BM、EF 交于点 G，

$\because AB \parallel EF$，$AE \parallel CD$，

$\therefore \angle ABE=\angle FEC$，$\angle AEB=\angle FCE$，$\angle ABM=\angle FGM$，

$\therefore \triangle ABE \backsim \triangle FEC$，

$\therefore \dfrac{BE}{EC}=\dfrac{AB}{FE}=\dfrac{AE}{CF}$，

由（1）知 $CF=EF=AH$，$AB=AE$，

设 $CF=EF=AH=a$，$\dfrac{BE}{EC}=k$，则 $AB=AE=ak$，

$\because$点 M 为 AF 的中点，

$\therefore AM=MF$，

在$\triangle ABM$和$\triangle FGM$中，

$$\begin{cases} \angle ABM=\angle FGM \\ \angle AMB=\angle FMG \\ AM=MF \end{cases},$$

$\therefore \triangle ABM \cong \triangle FGM(AAS)$，

$\therefore AB=GF=ak$，则 $GE=ak+a$，

$\because AB \parallel EF$，

$\therefore \angle ABH=\angle EGH$，$\angle BAH=\angle GEH$，

$\therefore \triangle ABH \backsim \triangle EGH$，

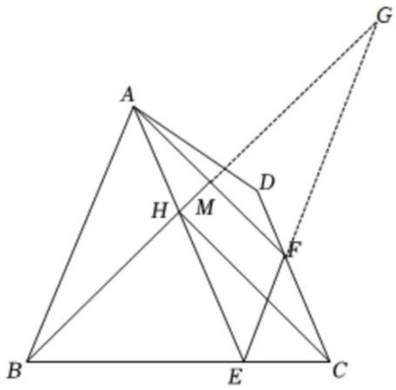
$\therefore \dfrac{AB}{EG}=\dfrac{AH}{EH}$，

$\therefore \dfrac{ak}{ak+a}=\dfrac{a}{ak-a}$ 即 $\dfrac{k}{k+1}=\dfrac{1}{k-1}$，

解得：$k=1+\sqrt{2}$ 或 $k=1-\sqrt{2}$（舍去），

经检验，$k=1+\sqrt{2}$ 是所列方程的解，

$\therefore \dfrac{BE}{EC}=k=1+\sqrt{2}$.



【点睛】本题考查平行线的性质、等腰三角形的判定与性质、平行四边形的判定与性质、全等三角形的判定与性质、相似三角形的判定与性质、解分式方程等知识，熟练掌握相关知识的联系与运用是解答的关键.

28. 对于平面直角坐标系 xOy 中的图形 G 和点 Q，给出如下定义：将图形 G 绕点 Q 顺时针旋转 $90°$ 得到图形 N，图形 N 称为图形 G 关于点 Q 的“垂直图形”，例如，图 1 中线段 OD 为线段 OC 关于点 O 的“垂直图形”.

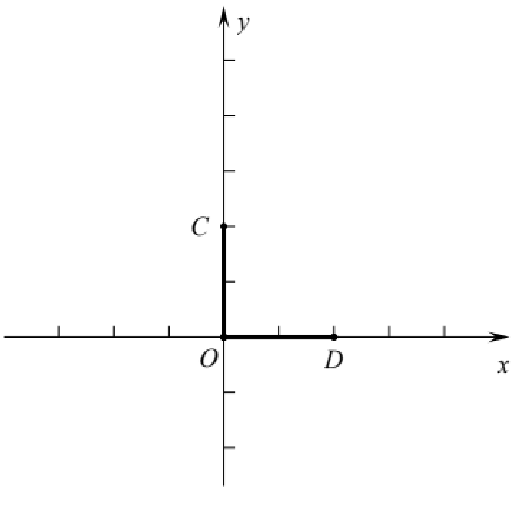
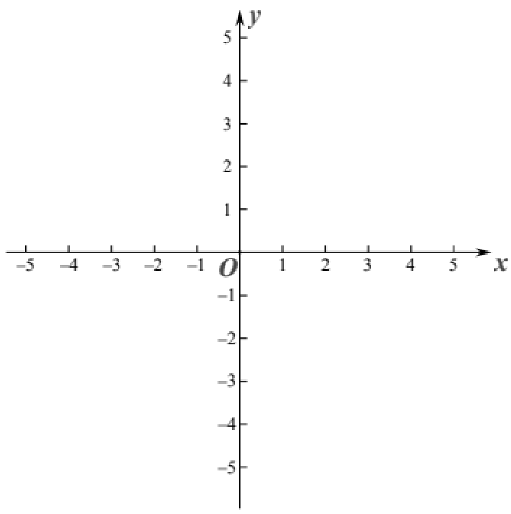


图 1



（1）线段 MN 关于点 $M(1,1)$ 的“垂直图形”为线段 MP .

①若点 N 的坐标为 $(1,2)$，则点 P 的坐标为__________；

②若点 P 的坐标为 $(4,1)$，则点 N 的坐标为__________；

（2）$E(-3,3), F(-2,3), H(a,0)$. 线段 EF 关于点 H 的“垂直图形”记为 $E'F'$，点 E 的对应点为 E'，点的对应点为 F' .

①求点 E' 的坐标（用含 a 的式子表示）；

②若 $\odot O$ 的半径为 2，$E'F'$ 上任意一点都在 $\odot O$ 内部或圆上，直接写出满足条件的 EE' 的长度的最大值.

【答案】（1）①（2，1）；②（1，4）

（2）①（a+3，a+3）；②$\sqrt{22}$

【解析】

【分析】（1）①②根据“垂直图形”定义，结合旋转性质、坐标与图形即可求解；

（2）①过点 E 作 $EG\perp x$ 轴于 G，$E'P\perp x$ 轴于 P，证明$\triangle EGH\cong\triangle HPE'$得到 $HP=EG$，$E'P=GH$，进而可求得点 E' 的坐标；②根据旋转性质和“垂直图形”的定义，满足条件的点 E' 在第一象限的$\odot O$上，进而根据勾股定理求解即可．

【小问 1 详解】

解：①∵线段 MN 关于点 $M(1,1)$ 的“垂直图形”为线段 MP，M(1，1)，N（1，2），

∴点 P 坐标为（2，1），

故答案为：（2，1）；

②∵线段 MN 关于点 $M(1,1)$ 的“垂直图形”为线段 MP，M(1，1)，P（4，1），

∴点 N 的坐标为（1，4），

故答案为：（1，4）；

【小问 2 详解】

解：①过点 E 作 $EG\perp x$ 轴于 G，$E'P\perp x$ 轴于 P，则$\angle EGH=\angle HPE'=90°$，

∴$\angle GEH+\angle GHE=90°$，

∵点 E 关于点 H 的“垂直图形”为 E'，

∴$\angle EHE'=90°$，$EH=HE'$，

∴$\angle GHE+\angle PHE'=90°$，

∴$\angle GEH=\angle PHE'$，

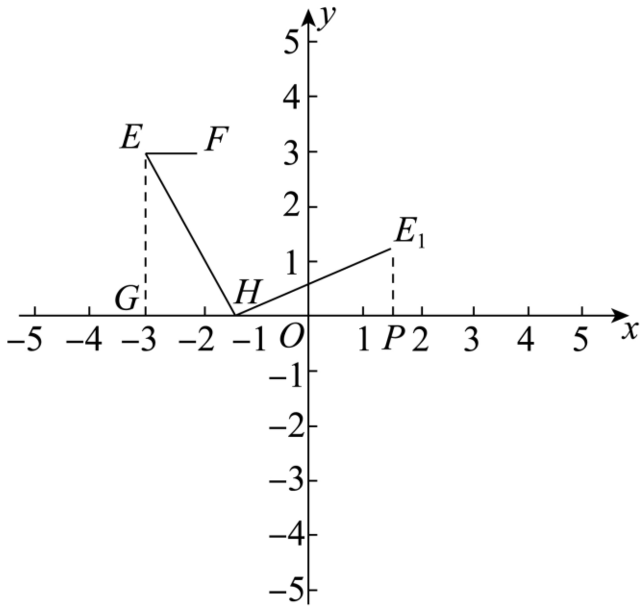
∴$\triangle EGH\cong\triangle HPE'$（AAS），

∴$HP=EG$，$E'P=GH$，

∵E（-3，3），H（a，0），

∴$HP=EG=3$，$E'P=|a+3|$，$OP=|a+3|$，

∴点 E' 坐标为（a+3，a+3）；



②如图，满足条件的线段 $E'F'$ 如图中阴影部分，线段 EE' 最大时的点 E' 在第一象限的⊙O 上，

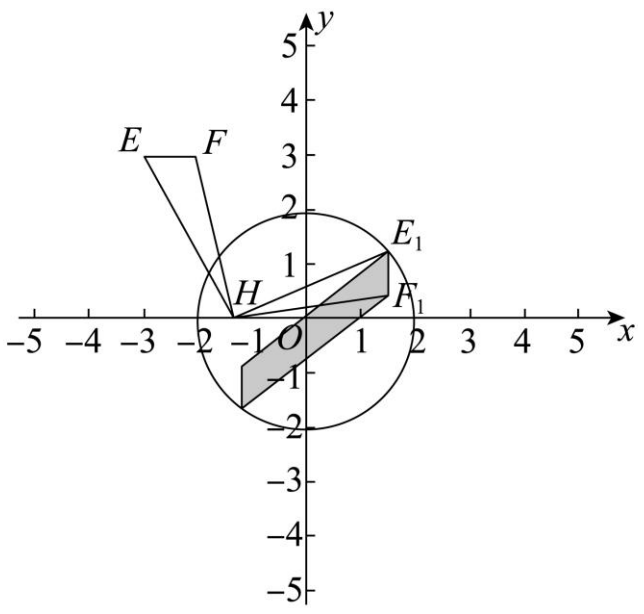
∵ E'（a+3，a+3），OE'=2，

∴（a+3）^{2}+（a+3）^{2}=4，

∴a=$\sqrt{2}$-3，则 E'（$\sqrt{2}$，$\sqrt{2}$），

∴ $EE'=\sqrt{(\sqrt{2}+3)^2+(\sqrt{2}-3)^2}=\sqrt{22}$，

即满足条件的 EE' 的长度的最大值为 $\sqrt{22}$.



【点睛】本题是几何变换综合题，涉及旋转的性质、全等三角形的判定与性质、坐标与图形变换-旋转、勾股定理等知识，解题的关键是理解题意，学会添加常用辅助线构造全等三角形解决问题，注意数形结合.