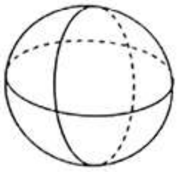
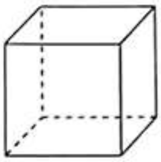
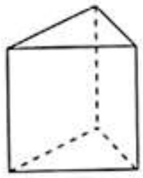
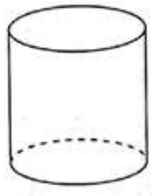
2022 北京通州初三一模

数　　学

2022 年 4 月

一、选择题（本题共 16 分，每小题 2 分）

1. 下列几何体中，其俯视图是三角形的是（　）

A 　B. 　C. 　D. 

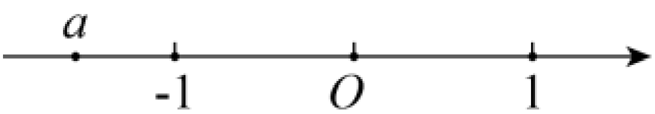
2. 2022 年 3 月，在第十三届全国人民代表大会第五次会议上，国务院总理李克强在政府工作报告中指出：2021 年，我国经济保持恢复发展，国内生产总值达到 1140000 亿元，增长 8.1%．将 1140000 用科学记数法表示应为（　）

A. 0.114×10^{7}　B. 1.14×10^{7}　C. 1.14×10^{6}　D. 11.4×10^{5}

3. 2022 年北京和张家口成功举办了第 24 届冬奥会和冬残奥会．下面关于奥运会的剪纸图片中是轴对称图形的是（　）

A. 　B. 　C. 　D. 

4. 实数 a 在数轴上的对应点的位置如图所示，那么下列结论正确的是（　）

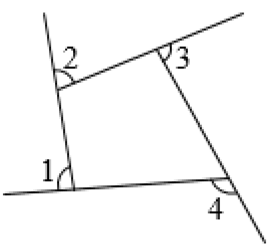


A. $|a|>1$　B. $-a<1$　C. $a+1>0$　D. $\frac{1}{a}<-1$

5. 如果甲、乙、丙三位同学随机站成一排，那么甲站在中间的概率是（　）

A. $\frac{1}{2}$　B. $\frac{1}{6}$　C. $\frac{2}{3}$　D. $\frac{1}{3}$

6. 如图，已知 $\angle1+\angle2+\angle3=240°$，那么 $\angle4$ 的度数为（　）



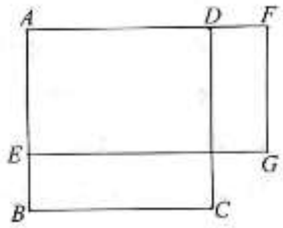
A $60°$　　B. $120°$　　C. $130°$　　D. $150°$

7. 已知 a、b 表示下表第一行中两个相邻的数，且 $a<\sqrt{13}<b$，那么 a 的值是（　）

x	3	3.1	3.2	3.3	3.4	3.5	3.6	3.7	3.8	3.9	4
x^2	9	9.61	10.24	10.89	11 56	12.25	12.96	13.69	14.44	15.21	16

A. 3.5　　B. 3.6　　C. 3.7　　D. 3.8

8. 如图，正方形 $ABCD$　边长是 4，E 是 AB 上一点，F 是延长线上的一点，且 $BE=DF$，四边形 $AEGF$ 是矩形，设 BE 的长为 x，AE 的长为 y，矩形 $AEGF$ 的面积为 S，则 y 与 x，S 与 x 满足的函数关系分别是（　）



A. 一次函数关系，二次函数关系　　B. 反比例函数关系，二次函数关系

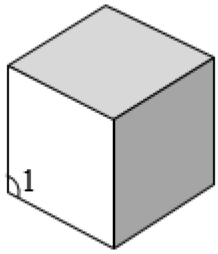
C. 一次函数关系，反比例函数关系　　D. 反比例函数关系，一次函数关系

二、填空题（本题共 16 分，每小题 2 分）

9. 若分式 $\dfrac{x+1}{x-1}$ 的值为 0，则 x 的值是_____.

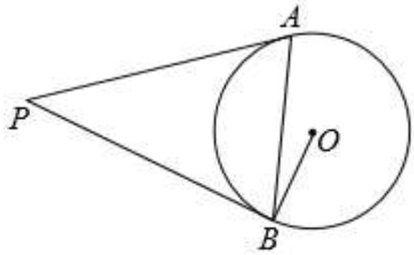
10. 分解因式：$ax^2-9a=$____________

11. 如图所示，某种“视觉减速带”是由三个形状完全相同，颜色不同的菱形拼成，可以让平面图形产生立体图形般的视觉效果．则 $\angle 1$ 的度数为______.



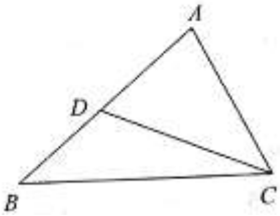
12. 方程组 $\begin{cases} x+y=1 \\ x-y=3 \end{cases}$ 的解是_____.

13. 如图，PA，PB 是 $\odot O$ 的切线，切点分别为 A，B，连接 OB，AB．如果 $\angle OBA=20°$，那么 $\angle P$ 的度数为______.



14. 如果关于 x 的方程 $x^2+6x+m=0$ 有两个相等的实数根，那么 m 的值是______，方程的根是______.

15. 如图，在△*ABC* 中点 *D* 在 *AB* 上（不与点 *A*，*B* 重合），连接 *CD*．只需添加一个条件即可证明△*ACD* 与△*ABC* 相似，这个条件可以是______（写出一个即可）.



16. 某学习兴趣小组由学生和教师组成，人员构成同时满足以下三个条件：

（*i*）男学生人数多于女学生人数；

（*ii*）女学生人数多于教师人数；

（*iii*）教师人数的两倍多于男学生人数

①若教师人数为 4，则女学生人数的最大值为______；

②该小组人数的最小值为______.

三、解答题（本题共 68 分，第 17~20 题，每题 5 分，第 21~22 题，每题 6 分，第 23~24 题，每题 5 分，第 25~26 题，每题 6 分，第 27~28 题，每题 7 分．解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程）

17. 计算：$|-3|-2\tan 60^\circ+\left(\frac{1}{2}\right)^{-1}+\sqrt{12}$.

18. 解不等式组 $\begin{cases} 3x-1>x+1 \\ \dfrac{4x-5}{3}\le x \end{cases}$

19. 已知 $a^2-ab=1$，求代数式 $(a-b)^2+(a+b)(a-b)$ 的值.

20. 已知：如图，△*ABC* 为锐角三角形，*AB*＝*AC*.

求作：点 *P*，使得 *AP*＝*AB*，且 $\angle APC=\angle BAC$.

作法：①以点 *A* 为圆心，*AB* 长为半径画圆；

②以点 *B* 为圆心，*BC* 长为半径画弧，交⊙A 于点 *D*（异于点 *C*）；

③连接 *DA* 并延长交⊙A 于点 *P*.

所以点 *P* 就是所求作的点.

（1）使用直尺和圆规，依作法补全图形（保留作图痕迹）；

（2）完成下面的证明.

证明：连接 PC.

∵$AB=AC$,

∴点 C 在⊙A 上.

∵ $\overset{\frown}{DC}=\overset{\frown}{DC}$，

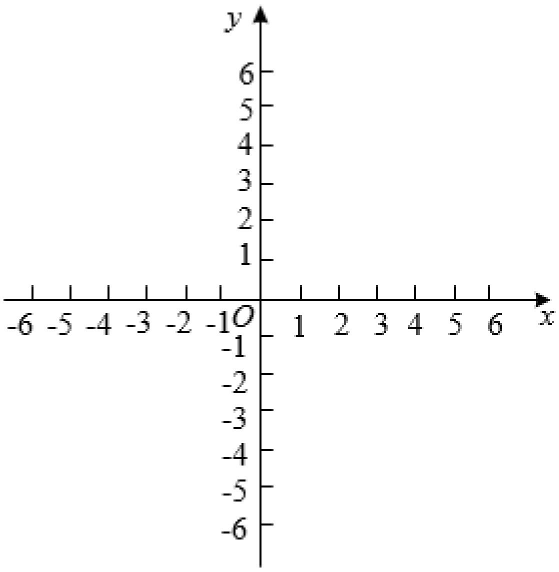
∴ $\angle DPC=\frac{1}{2}\angle DAC$ （____________________）（填推理的依据），

由作图可知， $\overset{\frown}{BD}=\overset{\frown}{BC}$，

∴ $\angle DAB=$______$=\frac{1}{2}\angle DAC$.

∴ $\angle APC=\angle BAC$.

21. 已知一次函数 $y_1=2x+m$ 的图象与反比例函数 $y_2=\frac{k}{x}\left(k>0\right)$ 的图象交于 A，B 两点.



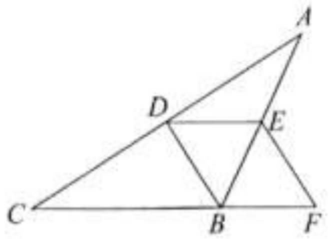
备用图

（1）当点 A 的坐标为 $(2,1)$ 时.

①求 m，k 的值；②当 $x>2$ 时， y_1______y_2（填“>”“=”或“<”）.

（2）将一次函数 $y_1=2x+m$ 的图象沿 y 轴向下平移 4 个单位长度后，使得点 A，B 关于原点对称，求 m 的值

22. 如图．在△ABC 中，AB＝BC，BD 平分∠ABC 交 AC 于点 D．点 E 为 AB 的中点，连接 DE，过点 E 作 EF // BD 交 CB 的延长线于点 F．



（1）求证：四边形 $DEFB$ 是平行四边形；

（2）当 AD＝4，BD＝3 时，求 CF 的长．

23. 如图 1 是某条公路的一个单向隧道的横断面．经测量，两侧墙 AD 和与路面 AB 垂直，隧道内侧宽 AB＝4 米．为了确保隧道的安全通行，工程人员在路面 AB 上取点 E，测量点 E 到墙面 AD 的距离和到隧道顶面的距离 EF．设 $AE=x$ 米，$EF=y$ 米．通过取点、测量，工程人员得到了 x 与 y 的几组值，如下表：

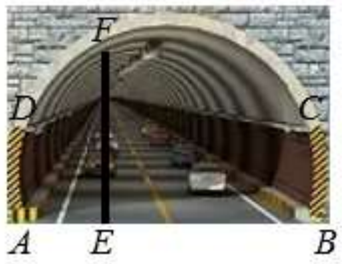
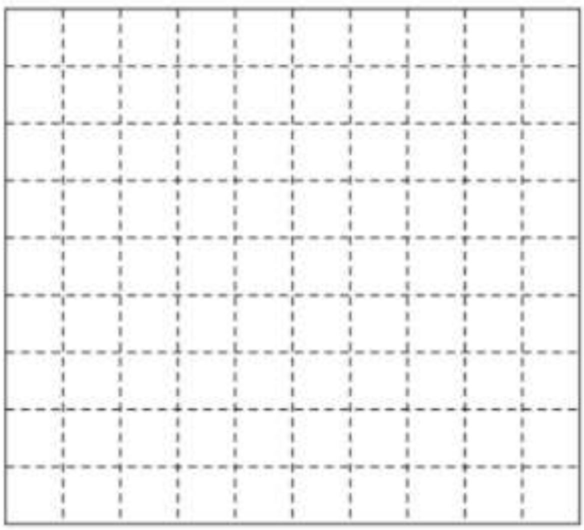


图1

x（米）	0	0.5	1.0	1.5	2.0	2.5	3.0	3.5	4.0
y（米）	3.00	3.44	3.76	3.94	3.99	3.92	3 78	3.42	3.00

（1）隧道顶面到路面 AB 的最大高度为______米；

（2）请你帮助工程人员建立平面直角坐标系，描出上表中各对对应值为坐标的点，画出可以表示隧道顶面的图象．



（3）今有宽为 2.4 米，高为 3 米的货车准备在隧道中间通过（如图 2）．根据隧道通行标准，其车厢最高点到隧道顶面的距离应大于 0.5 米．结合所画图象，请判断该货车是否安全通过：______（填写“是”或“否”）．

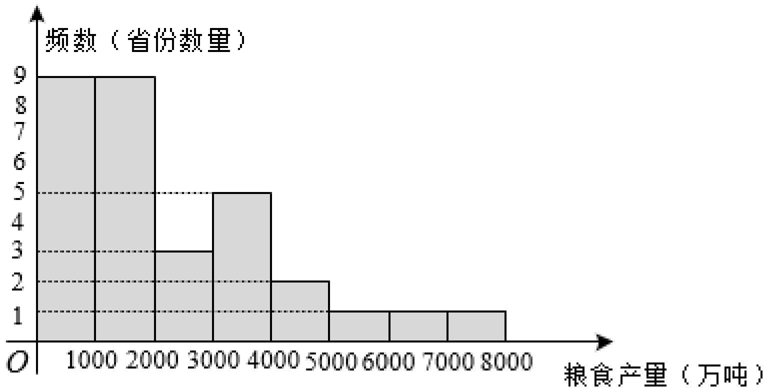
图2

24. 2021 年，我国粮食总产量再创新高．小刘同学登录国家统计局网站，查询到了我国 2021 年 31 个省、直辖市、自治区的粮食产量数据（万吨）．并对数据进行整理、描述和分析．下面给出了部分信息．

a．反映 2021 年我国 31 个省、直辖市、自治区的粮食产量数据频数分布直方图如图（数据分成 8 组：

$0\le x<1000$，$1000\le x<2000$，$2000\le x<3000$，$3000\le x<4000$，$4000\le x<5000$，

$5000\le x<6000$，$6000\le x<7000$，$7000\le x\le 8000$）：



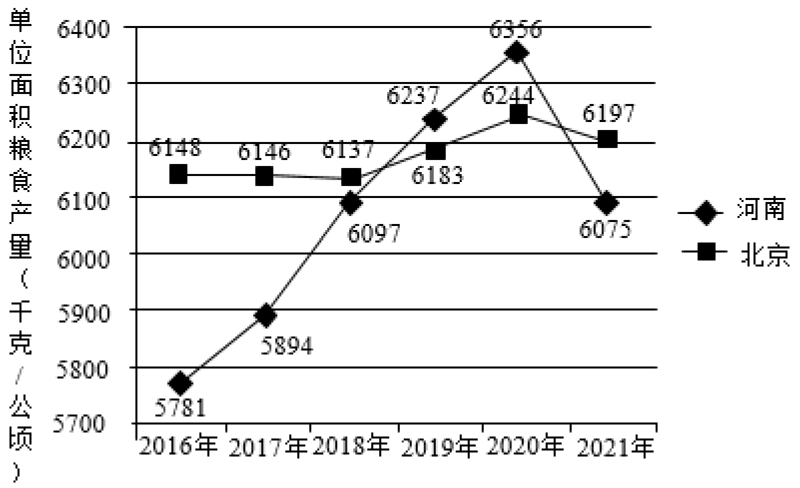
b．2021 年我国各省、直辖市、自治区的粮食产量在$1000\le x<2000$这一组的是：

1092.8，1094.9，1231.5，1270.4，1279.9，1386.5，1421.2，1735.8，1930.3

（1）2021 年我国各省、直辖市、自治区粮食产量的中位数为______万吨；

（2）小刘同学继续收集数据的过程中，发现北京市与河南省的单位面积粮食产量（千克/公顷）比较接近，如下图所示，他将自 2016 年至 2021 年北京市与河南省的单位面积粮食产量表示出来：

（$\text{单位面积粮食产量}=\dfrac{\text{粮食总产量}}{\text{播种面积}}$）



自 2016－2021 年间，设北京市单位面积粮食产量的平均值为 $\overline{x}_A$，方差为 S_A^2；河南省单位面积粮食产量的平均值为 $\overline{x}_B$，方差为 S_B^2；则 $\overline{x}_A$______$\overline{x}_B$，S_A^2______S_B^2（填写“”或“＜”）；

（3）国家统计局公布，2021 年全国粮食总产量 13657 亿斤，比上一年增长 2.0%．如果继续保持这个增长率，计算 2022 年全国粮食总产量约为多少亿斤（保留整数）．

25. 如图 1，AB 是⊙O 的直径，点 C 是⊙O 上不同于 A，B 的点，过点 C 作⊙O 的切线为 BA 的延长线交于点 D，连接 AC，BC．

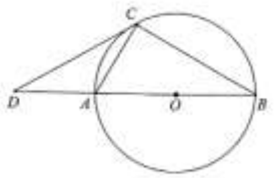


图 1

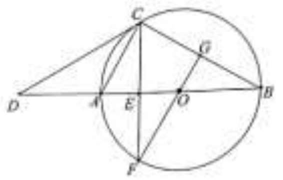


图 2

（1）求证：$\angle DCA=\angle B$；

（2）如图 2，过点 C 作 $CE\perp AB$ 于点 E，交⊙O 于点 F，FO 的延长线交 CB 于点 G．若⊙O 的直径为 4，$\angle D=30°$，求线段 FG 的长．

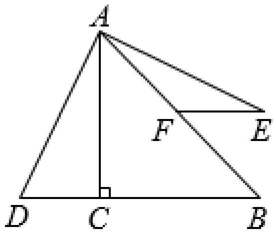
26. 已知抛物线 $y=ax^2-4ax+2(a\neq 0)$ 过 $A(-1,m)$， $B(2,n)$， $C(3,p)$ 三点．

备用图

（1）求 n 的值（用含有 a 的代数式表示）；

（2）若 $mnp<0$，求 a 的取值范围．

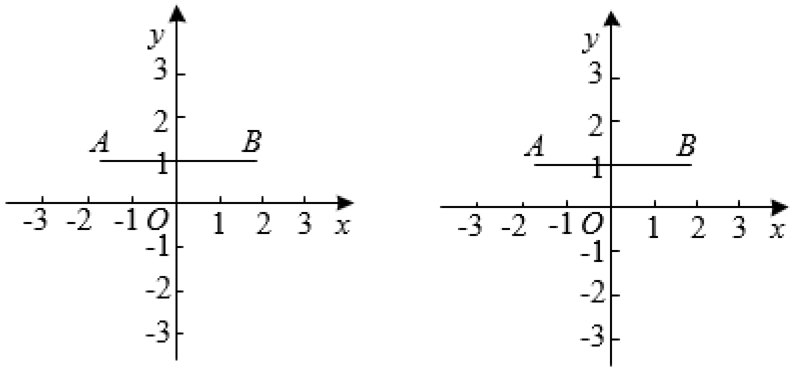
27. 如图，在 Rt△ACB 中，$\angle ACB$＝90°，AC＝BC．点 D 是 BC 延长线上一点，连接 AD．将线段 AD 绕点 A 逆时针旋转 90°，得到线段 AE．过点 E 作 $EF\parallel BD$，交 AB 于点 F．



（1）①直接写出$\angle AFE$的度数是______；②求证：$\angle DAC=\angle E$；

（2）用等式表示线段AF与DC的数量关系，并证明．

28. 在平面直角坐标系xOy中，给出如下定义：点P为图形G上任意—点，将点P到原点O的最大距离与最小距离之差定义为图形G的"全距"．特别地，点P到原点O的最大距离与最小距离相等时，规定图形G的"全距"为0．



（1）如图，点$A\left(-\sqrt{3},1\right)$，$B\left(\sqrt{3},1\right)$．

①原点O到线段AB上一点的最大距离为______，最小距离为______；

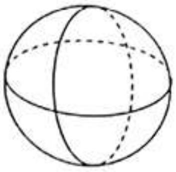
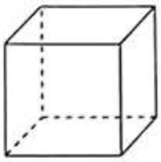
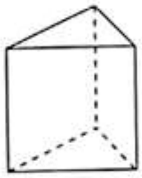
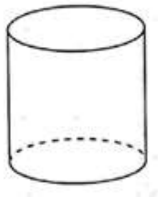
②当点C的坐标为$\left(0,m\right)$时，且$\triangle ABC$的"全距"为1，求m的取值范围；

（2）已知$OM=2$，等边$\triangle DEF$的三个顶点均在半径为1的$\odot M$上．请直接写出$\triangle DEF$的"全距"d的取值范围．

参考答案

一、选择题（本题共 16 分，每小题 2 分）

1. 下列几何体中，其俯视图是三角形的是（　）

A. 　B. 　C. 　D. 

【答案】C

【解析】

【分析】根据俯视图是从上边看到的图形，即可得解．

【详解】A.球体的俯视图是圆，故不符合题意；

B.正方体的俯视图是正方形，故不符合题意；

C.三棱柱的俯视图是三角形，故符合题意；

D.圆柱的俯视图是圆，故不符合题意；

故选：C．

【点睛】本题考查了几何体的三视图，熟记常见几何体的三视图是解题的关键．

2. 2022 年 3 月，在第十三届全国人民代表大会第五次会议上，国务院总理李克强在政府工作报告中指出：2021 年，我国经济保持恢复发展，国内生产总值达到 1140000 亿元，增长 8.1%．将 1140000 用科学记数法表示应为（　）

A. 0.114×10^{7}　　B. 1.14×10^{7}　　C. 1.14×10^{6}　　D. 11.4×10^{5}

【答案】C

【解析】

【分析】用科学记数法表示较大数字时，一般形式为 $a\times10^{n}$，其中 $1\leqslant|a|<10$，n 为整数，且 n 比原来的整数位少 1，据此判断即可求解．

【详解】整数 1140000 共计 7 位，采用 $a\times10^{n}$ 表达，则有 $a=1.14$，$n=7-1=6$，

即：1140000 用科学记数法表示为 1.14×10^{6}，

故选 C．

【点睛】此题主要考查了用科学记数法表示较大的数，一般形式为 $a\times10^{n}$，准确确定 a、n 的值是解答本题的关键．

3. 2022 年北京和张家口成功举办了第 24 届冬奥会和冬残奥会．下面关于奥运会的剪纸图片中是轴对称图形的是（　）

A. 　B. 　C. 　D. 

【答案】D

【解析】

【分析】根据轴对称图形的定义，即可求解.

【详解】解：A、不是轴对称图形，故本选项不符合题意；

B、不是轴对称图形，故本选项不符合题意；

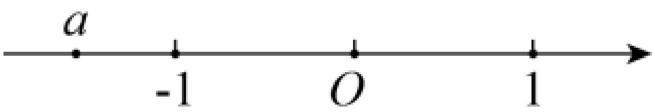
C、不是轴对称图形，故本选项不符合题意；

D、是轴对称图形，故本选项符合题意；

故选：D

【点睛】本题主要考查了轴对称图形的定义，熟练掌握若一个图形沿着一条直线折叠后两部分能完全重合，这样的图形就叫做轴对称图形，这条直线叫做对称轴是解题的关键.

4. 实数 a 在数轴上的对应点的位置如图所示，那么下列结论正确的是（　）



A. $|a|>1$　　B. $-a<1$　　C. $a+1>0$　　D. $\frac{1}{a}<-1$

【答案】A

【解析】

【分析】直接利用 a 在数轴上位置进而通过绝对值的几何意义：绝对值表示一个点与原点的距离，及不等式的性质分别分析得出答案.

【详解】解：由数轴上 a 与 1 的位置可知：$|a|>1$，故选项 A 正确；

因为 a<-1，不等号两边同时乘以-1，改变不等号方向，得 $-a>1$，故选项 B 错误；

因为 a<-1，不等号两边同时加 1，得 $a+1<0$，故选项 C 错误；

因为 a<-1，不等号两边同时除以 a，$\because a<0$，$\therefore$ 改变不等号方向，得 $1>-\frac{1}{a}$，不等号两边同时除以-1，改变不等号方向，得 $-1<\frac{1}{a}$，故选项 D 错误；

故选：A.

【点睛】此题主要考查了绝对值的几何意义、不等式的性质，结合数轴分析各选项，掌握不等式的性质是解题关键.

5. 如果甲、乙、丙三位同学随机站成一排，那么甲站在中间的概率是（　）

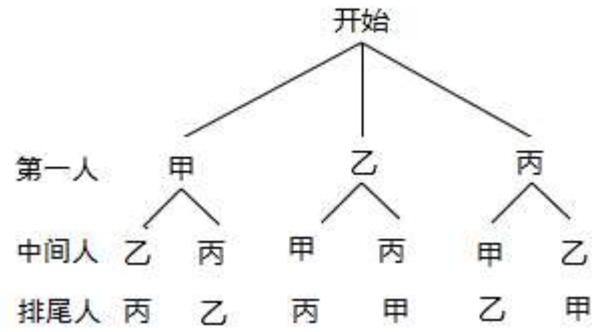
A. $\frac{1}{2}$　　B. $\frac{1}{6}$　　C. $\frac{2}{3}$　　D. $\frac{1}{3}$

【答案】D

【解析】

【分析】画树状图，可得共有 6 种等可能结果数，其中，甲站在中间的结果数为 2，然后根据概率公式求解即可.

【详解】画树状图为：



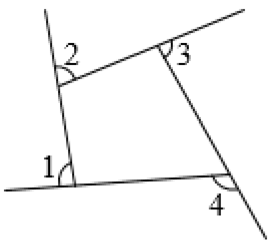
共有 6 种等可能结果数，其中，甲站在中间的结果数为 2，

$\therefore P$ （甲站在中间）$=\dfrac{2}{6}=\dfrac{1}{3}$

故选：D.

【点睛】本题考查了列表法与树状图法：通过列表法或树状图法展示所有等可能的结果求出 n，再从中选出符合事件 A 的结果数目 m，然后根据概率公式 $P(A)=\dfrac{m}{n}$ 求出事件 A 的概率.

6. 如图，已知 $\angle 1+\angle 2+\angle 3=240°$，那么 $\angle 4$ 的度数为（　）



A. $60°$　　B. $120°$　　C. $130°$　　D. $150°$

【答案】B

【解析】

【分析】根据四边形的外角和等于 360°即可求解.

【详解】解：∵ $\angle 1+\angle 2+\angle 3+\angle 4=360°$，

$\angle 1+\angle 2+\angle 3=240°$

∴ ∠4=120°

故选 B.

【点睛】本题考查了多边形的外角和公式，熟练掌握多边形是外角和公式是解题的关键.

7. 已知 a、b 表示下表第一行中两个相邻的数，且 $a<\sqrt{13}<b$，那么 a 的值是（　）

x	3	3.1	3.2	3.3	3.4	3.5	3.6	3.7	3.8	3.9	4
x^2	9	9.61	10.24	10.89	11.56	12.25	12.96	13.69	14.44	15.21	16

A. 3.5　　B. 3.6　　C. 3.7　　D. 3.8

【答案】B

【解析】

【分析】根据无理数的估算以及表格内的数即可得到答案.

【详解】∵ a、b 表示下表第一行中两个相邻的数，且 $a<\sqrt{13}<b$

$\therefore a^2<13<b^2$

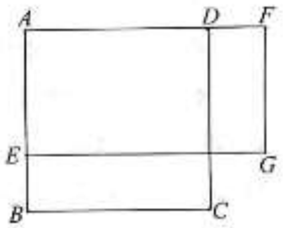
由表得 $12.96<13<13.69$

$\therefore a=3.6$

故选：B.

【点睛】本题考查了无理数的估算，熟练掌握估算方法-夹逼法是解题的关键.

8. 如图，正方形 $ABCD$ 的边长是 4，E 是 AB 上一点，F 是延长线上的一点，且 $BE=DF$，四边形 $AEGF$ 是矩形，设 BE 的长为 x，AE 的长为 y，矩形 $AEGF$ 的面积为 S，则 y 与 x，S 与 x 满足的函数关系分别是（   ）



A. 一次函数关系，二次函数关系　　B. 反比例函数关系，二次函数关系

C. 一次函数关系，反比例函数关系　　D. 反比例函数关系，一次函数关系

【答案】A

【解析】

【分析】根据题意，分别表示出 y 与 x，S 与 x 之间的关系式，即可判断.

【详解】∵ 正方形 $ABCD$ 的边长是 4

$\therefore AD=AB=4$

设 BE 的长为 x，AE 的长为 y，

$\therefore BE=DF=x$

$\therefore AE=AB-BE$ ，

即 $y=4-x$ ，故 y 与 x 是一次函数关系；

$\because AF=AD+DF=4+x$

∴矩形 $AEGF$ 的面积为 $S=AE\cdot AF=(4-x)(4+x)=-x^2+16$ ，故 S 与 x 是二次函数关系；

故选：A.

【点睛】本题考查了一次函数的应用及二次函数的应用，理清题目中的数量关系，并能够列出解析式是解题的关键.

二、填空题（本题共 16 分，每小题 2 分）

9. 若分式 $\dfrac{x+1}{x-1}$ 的值为 0，则 x 的值是_____.

【答案】-1

【解析】

分析】根据分子等于零且分母不等于零列式求解即可．

【详解】解：由分式$\dfrac{x+1}{x-1}$的值为0，得

x+1＝0且x﹣1≠0．

解得x＝﹣1，

故答案为：﹣1．

【点睛】本题考查了分式的值为零的条件．若分式的值为零，需同时具备两个条件：①分子的值为0，②分母的值不为0，这两个条件缺一不可．

10. 分解因式：$ax^2-9a=$____________

【答案】a（x+3)（x-3）

【解析】

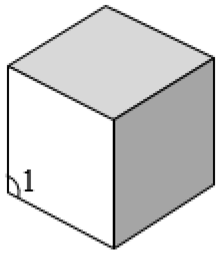
【分析】所求代数式中含有公因数a，可先提取公因数，然后再运用平方差公式分解因式．

【详解】原式=a（x^2-9）=a（x+3)（x-3）．

故答案为：a(x+3)(x-3).

【点睛】本题考查了提公因式法，公式法分解因式，提取公因式后利用平方差公式进行两次分解，注意要分解彻底．

11. 如图所示，某种“视觉减速带”是由三个形状完全相同，颜色不同的菱形拼成，可以让平面图形产生立体图形般的视觉效果．则∠1的度数为______．



【答案】120°

【解析】

【分析】如图是由三个形状完全相同的菱形拼成的一个平面图形，根据平面图形的镶嵌的定义可知，以点A为顶点的三个角之和为$360°$，根据题意又可知这三个角相等，所以$\angle BAC=360°\div 3=120°$，然后再利用菱形对角相等的性质即可得到答案．

【详解】解：∵如图是由三个菱形拼成的一个平面图形；

∴以点A为顶点的三个角之和为$360°$，

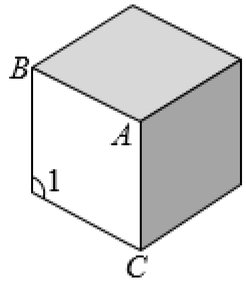
又∵这三个菱形的形状完全相同；

∴以点A为顶点的三个角相等，

∴$\angle BAC=360°\div 3=120°$

∴$\angle 1=\angle BAC=120°$．

故答案为：120°



【点睛】本题考查了平面图形的镶嵌和菱形的性质．解答本题的关键是理解平面图形的镶嵌的定义．

12. 方程组$\begin{cases}x+y=1\\x-y=3\end{cases}$的解是_____.

【答案】$\begin{cases}x=2\\y=-1\end{cases}$

【解析】

【分析】利用加减消元法，两式相加得到 x，两式相减得到 y.

【详解】解：$\begin{cases}x+y=1\\x-y=3\end{cases}$，

由①+②，得：$x=2$，

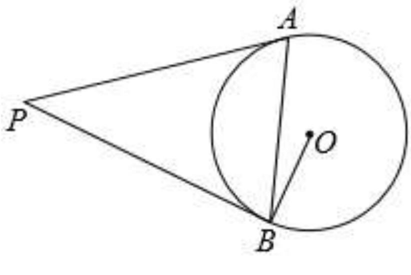
由①-②，得：$y=-1$，

∴方程组的解为：$\begin{cases}x=2\\y=-1\end{cases}$；

故答案　$\begin{cases}x=2\\y=-1\end{cases}$.

【点睛】本题考查了二元一次方程组的解法，熟练运用加减消元法解题是关键.

13. 如图，PA，PB 是$\odot O$ 的切线，切点分别为 A，B，连接 OB，AB．如果$\angle OBA=20°$，那么$\angle P$ 的度数为______.



【答案】40°

【解析】

【分析】由 PA 与 PB 都为圆 O 的切线得 $OB\perp BP$，$PA=PB$，从而求得$\angle ABP=70°$，再根据内角和定理即可求出$\angle P$ 的度数.

【详解】解：∵PA、PB 是$\odot O$ 的切线，

∴$OB\perp BP$，$PA=PB$，

∴ $\angle OBP$=90°，

∵ $\angle OBA = 20°$，

∴ $\angle ABP$=70°，

∵PA=PB，，

∴ $\angle BAP$=$\angle ABP$=70°，

∴ $\angle P$=180°-$\angle BAP$-$\angle ABP$=180°-70°-70°=40°，

故答案为：40°

【点睛】此题考查了切线长定理及等腰三角形的性质，熟练运用性质及定理是解本题的关键.

14. 如果关于 x 的方程 $x^2+6x+m=0$ 有两个相等的实数根，那么 m 的值是______，方程的根是______.

【答案】　①. 9　②. -3

【解析】

【分析】由一元二次方程根的判别式与其根的关系可知：$\Delta=b^2-4ac=0$，代入列方程，求出 m 值，再求根即可.

【详解】∵关于 x 的方程 $x^2+6x+m=0$ 有两个相等的实数根，

∴可得： $\Delta=b^2-4ac=0$，

即：$36-4m=0$，

解得：m=9，

则原方程为：$x^2+6x+9=0$，

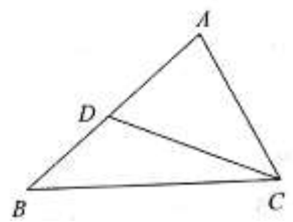
$\therefore (x+3)^2=0$，

$\therefore x_1=x_2=-3$，

故答案为：m=9，方程的根为-3.

【点睛】本题考查了一元二次方程根的判别式与根之间的关系：$\Delta>0 \Leftrightarrow$ 方程有两个不相等的实数根，$\Delta=0 \Leftrightarrow$ 方程有两个相等的实数根，$\Delta<0 \Leftrightarrow$ 方程没有实数根，$\Delta \geq 0 \Leftrightarrow$ 方程有实数根，以及解一元二次方程，正确运用元二次方程根的判别式与根之间的关系是解题的关键.

15. 如图，在△ABC 中点 D 在 AB 上（不与点 A，B 重合），连接 CD．只需添加一个条件即可证明△ACD 与△ABC 相似，这个条件可以是______（写出一个即可）.



【答案】$\angle ACD$=$\angle B$（答案不唯一，或$\angle ADC$=$\angle ACB$ 或 $\dfrac{AD}{AC}=\dfrac{AC}{AB}$ 均可）

【解析】

【分析】根据相似三角形的判定条件解答即可.

【详解】解：∵$\angle A$=$\angle A$

∴添加∠ACD=∠B或∠ADC=∠ACB或$\frac{AD}{AC}=\frac{AC}{AB}$.

故答案是：∠ACD=∠B或∠ADC=∠ACB或$\frac{AD}{AC}=\frac{AC}{AB}$（答案不唯一）.

【点睛】本题主要考查了相似三角形的判定．两边对应成比例且夹角相等，两个三角形相似；两角对应相等，两个三角形相似.

16. 某学习兴趣小组由学生和教师组成，人员构成同时满足以下三个条件：

（i）男学生人数多于女学生人数；

（ii）女学生人数多于教师人数；

（iii）教师人数的两倍多于男学生人数

①若教师人数为4，则女学生人数的最大值为______；

②该小组人数的最小值为______.

【答案】　①. 6　②. 12

【解析】

【分析】①设男生有x人，女生有y人，且$x>y$，根据题意列出不等式组，即可求解；

②男生有m人，女生有n人，教师有t人，根据题意列出不等式组，即可求解.

【详解】解：①设男生有x人，女生有y人，且$x>y$，根据题意得：

$\begin{cases} x>4 \\ 2\times4>x \end{cases}$，$\begin{cases} y>4 \\ 2\times4>y \end{cases}$，

解得：$4<x<8, 4<y<8$，

∵x、y均为整数，且$x>y$，

∴x=6或7，y=5或6；

∴女学生人数的最大值为6

故答案为：6

②设男生有m人，女生有n人，教师有t人，根据题意得：

$\begin{cases} m>t \\ 2t>m \end{cases}$，$\begin{cases} n>t \\ 2t>n \end{cases}$，

解得：$t<m<2t, t<n<2t$，

∵m，n，t均为整数，且$m>n$，

∴$t<n<m<2t$，

∴$2t-t>2$，即$t>2$，

∴t的最小值为3，

当t=3时，n=4，m=5，

∴$m+n+t$=5+4+3=12.

故答案为：12

【点睛】本题考查了一元一次不等式组的应用，根据各数量之间的关系，正确列出一元一次不等式组是解题的关键.

三、解答题（本题共 68 分，第 17~20 题，每题 5 分，第 21~22 题，每题 6 分，第 23~24 题，每题 5 分，第 25~26 题，每题 6 分，第 27~28 题，每题 7 分．解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程）

17. 计算：$\left|-3\right|-2\tan 60^\circ+\left(\frac{1}{2}\right)^{-1}+\sqrt{12}$．

【答案】5

【解析】

【分析】先根据绝对值的性质、特殊角的三角函数值、负整数指数幂及二次根式的性质进行化简计算，再按照从左到右的运算顺序计算即可．

【详解】原式$=3-2\times\sqrt{3}+2+2\sqrt{3}$

$=5$

【点睛】本题考查了实数的混合运算，涉及绝对值的性质、特殊角的三角函数值、负整数指数幂及二次根式的性质，熟练掌握运算法则及顺序是解题的关键．

18. 解不等式组$\begin{cases}3x-1>x+1\\ \frac{4x-5}{3}\le x\end{cases}$

【答案】$1<x\le 5$

【解析】

【分析】先分别解出两个不等式，再确定不等式组解集即可．

【详解】$\begin{cases}3x-1>x+1①\\ \frac{4x-5}{3}\le x②\end{cases}$

解①得 $x>1$

解②得 $x\le 5$

所以，不等式组的解集为$1<x\le 5$．

【点睛】本题考查了一元一次不等式组的解法，熟练掌握解题步骤是解题的关键．

19. 已知 $a^2-ab=1$，求代数式 $(a-b)^2+(a+b)(a-b)$ 的值．

【答案】2

【解析】

【分析】先根据完全平方公式和平方差公式化简，再把 $a^2-ab=1$ 变形整体代入即可求解．，

【详解】解：$(a-b)^2+(a+b)(a-b)$

$=a^2-2ab+b^2+a^2-b^2$

$=2a^2-2ab$

$=2(a^2-ab)$

$\because a^2-ab=1$

$\therefore (a-b)^2+(a+b)(a-b)=2(a^2-ab)=2$．

【点睛】本题主要考查完全平方差公式、平方差公式的化简，去括号得到最简结果，再把已知等式变形后代入计算求值，解题的关键是学会整体代入的思想解决问题.

20. 已知：如图，△ABC为锐角三角形，AB=AC.

求作：点P，使得AP=AB，且$\angle APC=\angle BAC$.

作法：①以点A为圆心，AB长为半径画圆；

②以点B为圆心，BC长为半径画弧，交$\odot A$于点D（异于点C）；

③连接DA并延长交$\odot A$于点P.

所以点P就是所求作的点.

（1）使用直尺和圆规，依作法补全图形（保留作图痕迹）；

（2）完成下面的证明.

证明：连接PC.

∵AB=AC,

∴点C在$\odot A$上.

∵ $DC=DC$，

∴ $\angle DPC=\dfrac{1}{2}\angle DAC$ （____________________）（填推理的依据），

由作图可知， $BD=BC$，

∴ $\angle DAB=$______$=\dfrac{1}{2}\angle DAC$.

∴ $\angle APC=\angle BAC$.

【答案】（1）见解析 （2）圆周角定理或同弧所对的圆周角等于它所对圆心角的一半，$\angle BAC$

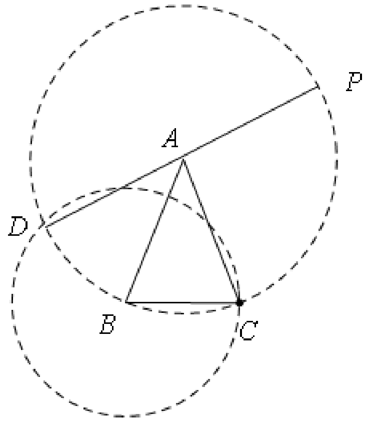
【解析】

【分析】（1）根据作法按步骤作图即可；

（2）根据圆周角定理进行证明即可

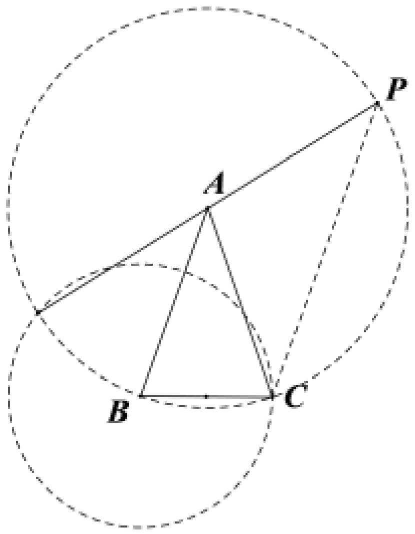
【小问1详解】

解：如图所示，即为所求；



【小问 2 详解】

证明：连接 PC.



∵$AB=AC$，

∴点 C 在$\odot A$上.

∵ $\overset{\frown}{DC}=\overset{\frown}{DC}$，

∴ $\angle DPC=\frac{1}{2}\angle DAC$ （<u>圆周角定理 或同弧所对的圆周角等于它所对圆心角的一半</u>）（填推理的依据），

由作图可知，$BD=BC$，

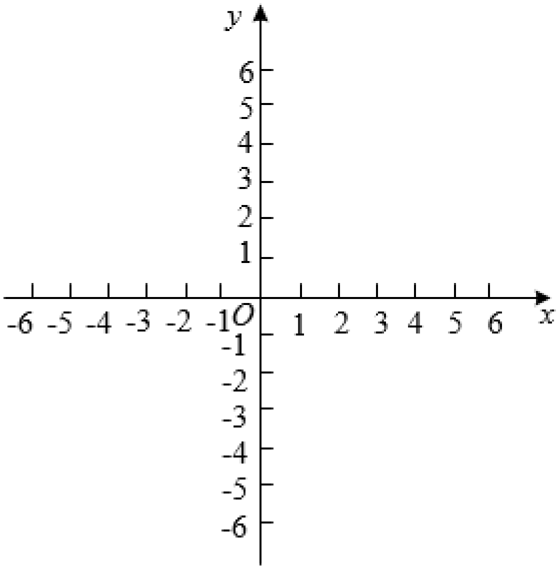
∴ $\angle DAB=$<u>$\angle BAC$</u>$=\frac{1}{2}\angle DAC$.

∴ $\angle APC=\angle BAC$.

故答案为：圆周角定理或同弧所对的圆周角等于它所对圆心角的一半，$\angle BAC$.

【点睛】本题考查了尺规作图作圆，圆周角定理，掌握圆周角定理是解题的关键.

21. 已知一次函数 $y_1=2x+m$ 的图象与反比例函数 $y_2=\frac{k}{x}(k>0)$ 的图象交于 A，B 两点.



备用图

（1）当点 A 的坐标为 $(2,1)$ 时．

①求 m，k 的值；②当 $x>2$ 时，y_1______y_2（填“>”“=”或“<”）．

（2）将一次函数 $y_1=2x+m$ 的图象沿 y 轴向下平移 4 个单位长度后，使得点 A，B 关于原点对称，求 m 的值

【答案】（1）①m，k 的值分别为-3，2；②>

（2）$m=4$

【解析】

【分析】（1）①将点 A 的坐标为 $(2,1)$ 分别代入 $y_1=2x+m$、$y_2=\dfrac{k}{x}(k>0)$ 求解即可；

②根据一次函数和反比例函数的性质，联系图象即可求解；

（2）设 $A(p,q)$，可得 $B(-p,-q)$，根据平移的规律得到新的解析式，将 A、B 坐标代入，即可求解．

【小问 1 详解】

①$\because$ 一次函数 $y_1=2x+m$ 的图象与反比例函数 $y_2=\dfrac{k}{x}(k>0)$ 的图象交于 A

$\therefore$ 将点 A 的坐标为 $(2,1)$ 分别代入 $y_1=2x+m$、$y_2=\dfrac{k}{x}(k>0)$ 得

$1=2\times2+m$ 解得 $m=-3$

$1=\dfrac{k}{2}$ 解得 $k=2$

$\therefore$ m，k 的值分别为-3，2

②$\because$ m，k 的值分别为-3，2

$\therefore$ 在第一象限内，y_1 随 x 的增大而增大，y_2 随 x 的增大而减小

$\because$ 一次函数 $y_1=2x+m$ 的图象与反比例函数 $y_2=\dfrac{k}{x}(k>0)$ 的图象交于 A

即当 $x=2$ 时，$y_1=y_2$

当 $x>2$ 时，$y_1>y_2$

故答案为：>；

【小问 2 详解】

设 $A(p,q)$ ，

$\because$ 点 A，B 关于原点对称

$\therefore B(-p,-q)$

将一次函数 $y_1=2x+m$ 的图象沿 y 轴向下平移 4 个单位长度，可得新的解析式为

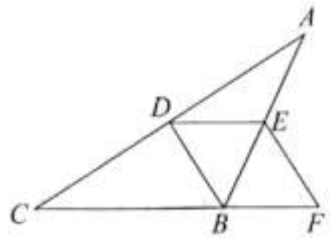
$y=2x+m-4$

将 A、B 坐标代入，可得 $\begin{cases}q=2p+m-4\\-q=-2p+m-4\end{cases}$

解得 $m=4$

【点睛】本题考查了待定系数法求一次函数和反比例函数的解析式，一次函数的平移，一次函数和反比例函数的性质，一次函数和反比例函数的交点问题，熟练掌握知识点是解题的关键.

22. 如图．在△ABC 中，AB＝BC，BD 平分∠ABC 交 AC 于点 D．点 E 为 AB 的中点，连接 DE，过点 E 作 $EF \parallel BD$ 交 CB 的延长线于点 F.



（1）求证：四边形 $DEFB$ 是平行四边形；

（2）当 AD＝4，BD＝3 时，求 CF 的长.

【答案】（1）证明见解析

（2）$\dfrac{15}{2}$

【解析】

【分析】（1）根据题目所给条件得到三角形是等腰三角形，由角平分线的条件，根据“三线合一”的知识，从而得到点 D 为中点，再利用中位线的性质，从而得到 $DE // CB$ ，再根据平行四边形判定定理即可证明；

（2）根据等腰三角形“三线合一”的知识，从而得到 $\triangle ADB$ 为直角三角形，根据题目所给条件，得出 AB 的长，再根据直角三角形斜边中线的性质以及平行四边形的性质，得到 BF 的长度，从而得到最后结果.

小问 1 详解】

证明：∵在△ABC 中，AB＝BC，

∴△ABC 为等腰三角形，

∴ $\angle A=\angle C$ ，

又∵BD 为∠ABC 的角平分线，

∴ $\angle CBD=\angle ABD$ ，

又∵ $BD=BD$，

∴ $\triangle ABD\cong\triangle CBD\left(AAS\right)$，

∴ $AD=CD$，

∴D 为 AC 中点，

又∵点 E 为 AB 的中点，

∴ DE 为 $\triangle ABC$ 中位线，

∴ $DE//CB$，

即 $DE//$BF，

又∵ $EF\ //\ BD$，

∴四边形 $DEFB$ 是平行四边形.

【小问 2 详解】

解：∵由（1）得 $\triangle ABD\cong\triangle CBD$，

∴ $\angle ADB=\angle CDB=90^{\circ}$，

又∵点 E 为 AB 的中点，

∴ DE 为 $Rt\triangle ADB$ 的中线，

∴ $DE=\dfrac{1}{2}AB$，

∵在 $Rt\triangle ADB$ 中，AD＝4，BD＝3，

∴ $AB=\sqrt{AD^2+BD^2}=\sqrt{4^2+3^2}=5$，

∴ $DE=\dfrac{5}{2}$，

又∵四边形 $DEFB$ 是平行四边形，

∴ $DE=BF=\dfrac{5}{2}$，

又∵ AB＝$BC=5$，

∴ $CF=BC+BF=5+\dfrac{5}{2}=\dfrac{15}{2}$.

【点睛】本题考察了三角形的中位线，平行四边形的判定定理和性质，等腰三角形的三线合一，直角三角形斜边上的中线的性质和勾股定理的知识，解决本题的关键是利用好中点的条件以及平行四边形的性质.

23. 如图 1 是某条公路的一个单向隧道的横断面．经测量，两侧墙 AD 和与路面 AB 垂直，隧道内侧宽 AB＝4 米．为了确保隧道的安全通行，工程人员在路面 AB 上取点 E，测量点 E 到墙面 AD 的距离和到隧道顶面的距离 EF．设 $AE=x$ 米，$EF=y$ 米．通过取点、测量，工程人员得到了 x 与 y 的几组值，如下表：

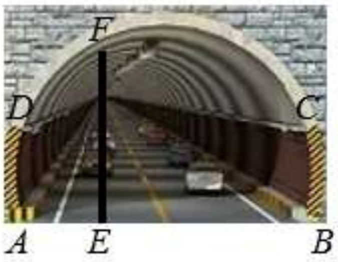
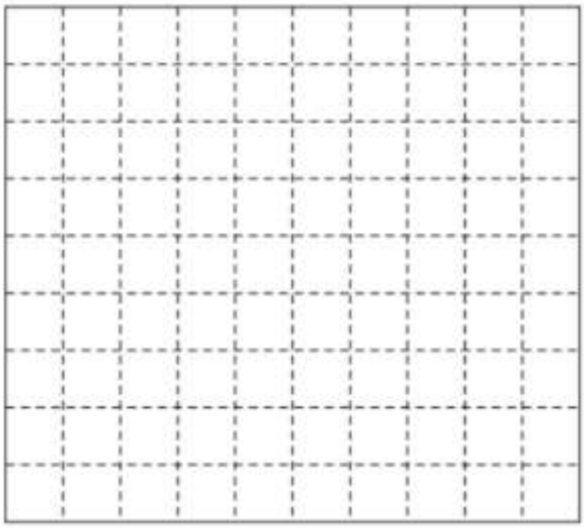


图1

x（米）	0	0.5	1.0	1.5	2.0	2.5	3.0	3.5	4.0
y（米）	3.00	3.44	3.76	3.94	3.99	3.92	3.78	3.42	3.00

（1）隧道顶面到路面 AB 的最大高度为______米；

（2）请你帮助工程人员建立平面直角坐标系，描出上表中各对对应值为坐标的点，画出可以表示隧道顶面的图象．



（3）今有宽为 2.4 米，高为 3 米的货车准备在隧道中间通过（如图 2）．根据隧道通行标准，其车厢最高点到隧道顶面的距离应大于 0.5 米．结合所画图象，请判断该货车是否安全通过：______（填写“是”或“否”）．

图2

【答案】（1）3.99

（2）见解析　（3）是

【解析】

【分析】（1）根据二次函数的对称性可知：当 $x=2$ 时，y 有最大值；

（2）根据题意，以点 A 为原点，AB 为 x 轴，AD 为 y 轴建立直角坐标系；

（3）在 $y=-0.2475(x-2)^2+3.99$ 中，令 $x=0.8$，求得相应的 y 值，结合其车厢最高点到隧道顶面的距离应大于 0.5 米．从而判断该货车是否能安全通过.

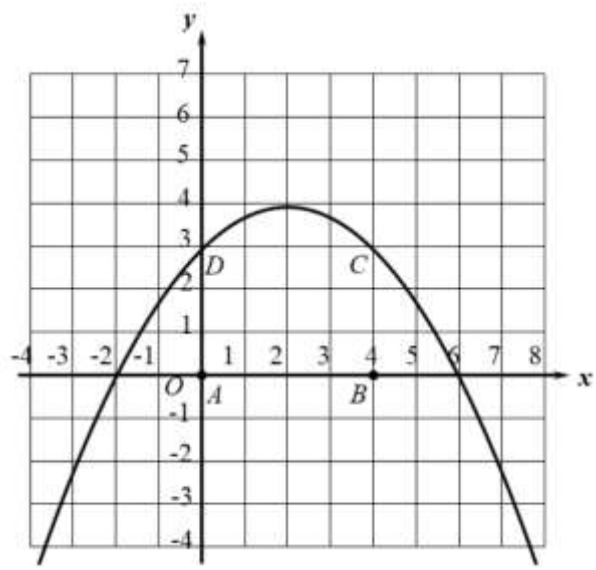
【小问 1 详解】

解：根据二次函数的对称性可知：当 $x=2$ 时，y 有最大值为 3.99；

故答案为：3.99；

【小问 2 详解】

解：如图，建立直角坐标系，



【小问 3 详解】

解：将 $D(0,3)$ 代入 $y=a(x-2)^2+3.99$，得：

$4a+3.99=3$，解得：$a=-0.2475$，

$\therefore$ 抛物线的表达式为 $y=-0.2475(x-2)^2+3.99$；

在 $y=-0.2475(x-2)^2+3.99$ 中，令 $x=0.8$，得：

$y=-0.2475(0.8-2)^2+3.99=3.6336$，

$3.6336-3=0.6336>0.5$

$\therefore$ 车厢最高点到隧道顶面的距离大于 0.5 米，

$\therefore$ 该货车能安全通过；

故答案为：是.

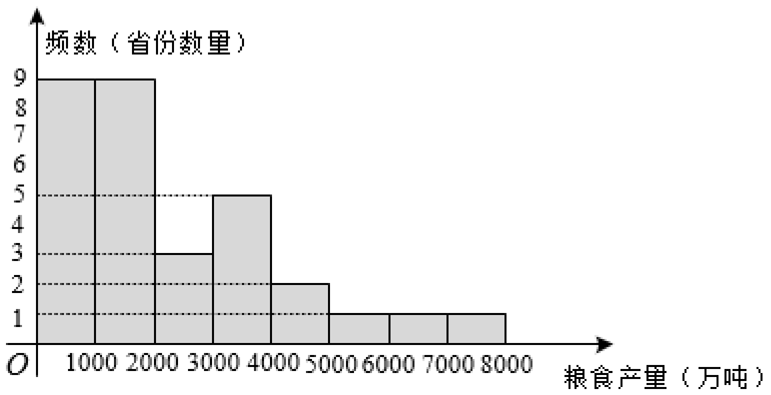
【点睛】本题考查了二次函数在实际问题中的应用，数形结合、理清题中的数量关系、熟练掌握待定系数法是解题的关键.

24. 2021 年，我国粮食总产量再创新高．小刘同学登录国家统计局网站，查询到了我国 2021 年 31 个省、直辖市、自治区的粮食产量数据（万吨）．并对数据进行整理、描述和分析．下面给出了部分信息.

a．反映 2021 年我国 31 个省、直辖市、自治区的粮食产量数据频数分布直方图如图（数据分成 8 组：

$0\le x<1000$，$1000\le x<2000$，$2000\le x<3000$，$3000\le x<4000$，$4000\le x<5000$，

$5000\le x<6000$，$6000\le x<7000$，$7000\le x\le 8000$）：



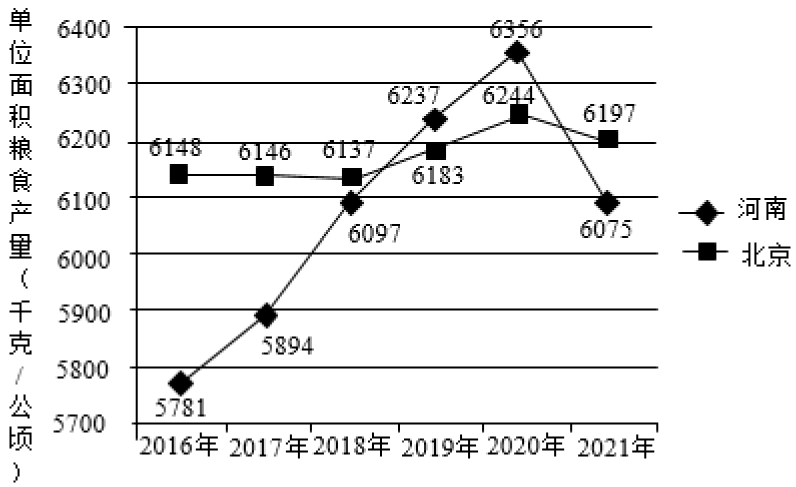
b．2021 年我国各省、直辖市、自治区的粮食产量在$1000 \le x < 2000$这一组的是：

1092.8，1094.9，1231.5，1270.4，1279.9，1386.5，1421.2，1735.8，1930.3

（1）2021 年我国各省、直辖市、自治区粮食产量的中位数为______万吨；

（2）小刘同学继续收集数据的过程中，发现北京市与河南省的单位面积粮食产量（千克/公顷）比较接近，如下图所示，他将自 2016 年至 2021 年北京市与河南省的单位面积粮食产量表示出来：

（$单位面积粮食产量=\dfrac{粮食总产量}{播种面积}$）



自 2016－2021 年间，设北京市单位面积粮食产量的平均值为$\overline{x}_A$，方差为S_A^2；河南省单位面积粮食产量的平均值为$\overline{x}_B$，方差为S_B^2；则$\overline{x}_A$______$\overline{x}_B$，S_A^2______S_B^2（填写“”或“＜”）；

（3）国家统计局公布，2021 年全国粮食总产量 13657 亿斤，比上一年增长 2.0%．如果继续保持这个增长率，计算 2022 年全国粮食总产量约为多少亿斤（保留整数）．

【答案】（1）1279.9

（2）＞，＜

（3）2022 年全国粮食总产量13930 亿斤

【解析】

【分析】（1）根据中位数的定义计算即可；

（2）分别计算出北京和河南的单位面积粮食产量的平均数即可比较平均数大小，方差大小根据图像判断：方差越小越稳定，方差越大波动越大；

（3）2022 年全国粮食总产量=2021 年全国粮食总产量×$(1+2.0\%)$，即可得出．

【小问 1 详解】

解：将 2021 年我国各省、直辖市、自治区的粮食产量从小到大排列：

1092.8，1094.9，1231.5，1270.4，1279.9，1386.5，1421.2，1735.8，1930.3，

一共 9 个数字，中间的数字 1279.9 即为中位数，

2021 年我国各省、直辖市、自治区粮食产量的中位数为：1279.9

【小问 2 详解】

$\bar{x}_A=\dfrac{1}{6}(6148+6146+6137+6183+6244+6197)\approx 6176$，

$\bar{x}_B=\dfrac{1}{6}(5781+5894+6097+6237+6356+6075)\approx 6073$，

$\therefore \bar{x}_A>\bar{x}_B$，

由图中可以看出：北京单位面积粮食产量波动小，比较稳定，河南单位面积粮食产量波动大，所以可知$S_A^2<S_B^2$；

【小问 3 详解】

由题意得：2022 年全国粮食总产量$=13657\times(1+2.0\%)=13657\times1.02\approx13930$

故 2022 年全国粮食总产量13930亿斤．

【点睛】本题考查了中位数的定义，平均数和方差的公式，方差的意义以及增长率问题，牢固掌握各项概念和公式以及正确计算是本题关键．

25. 如图 1，AB 是$\odot O$ 的直径，点 C 是$\odot O$ 上不同于 A，B 的点，过点 C 作$\odot O$ 的切线为 BA 的延长线交于点 D，连接 AC，BC．

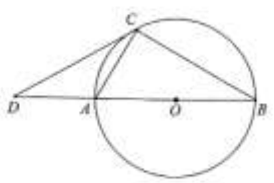


图 1

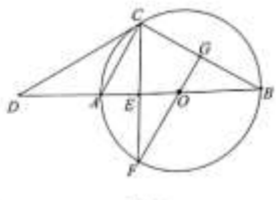


图 2

（1）求证：$\angle DCA=\angle B$；

（2）如图 2，过点 C 作 $CE\perp AB$ 于点 E，交$\odot O$ 于点 F，FO 的延长线交 CB 于点 G．若$\odot O$ 的直径为 4，$\angle D=30^\circ$，求线段 FG 的长．

【答案】（1）见解析　（2）3

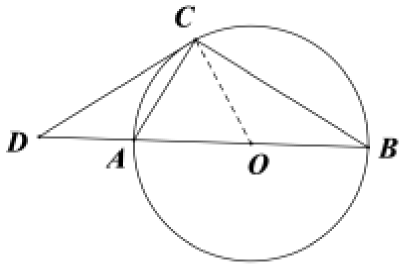
【解析】

【分析】（1）根据切线的性质和直径所对的圆周角是直角，即可求解；

（2）根据垂径定理和圆　切线，可证$\angle OGC$=90°，根据角平分线的性质可知 OG=OE，根据 30°的角所对的直角边等于斜边的一半可求 OG，即可求解．

【小问 1 详解】

解：连接 OC，



∵CD 是圆的切线

∴$\angle OCD$=90°

∴$\angle DCA+\angle ACO$=90°

∵AB 是圆的直径

∴$\angle ACB$=90°

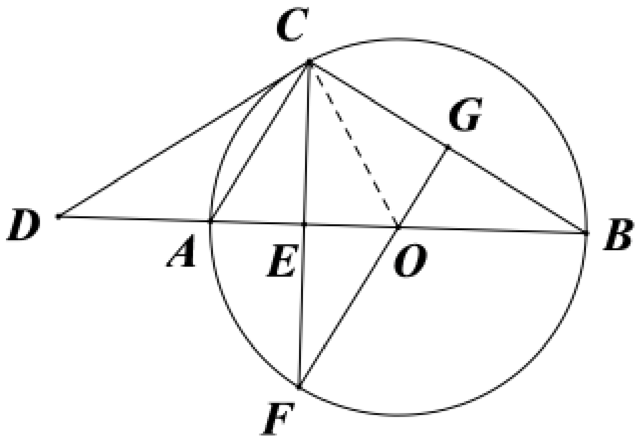
∴$\angle B+\angle CAO$=90°

∵$\angle CAO=\angle ACO$

∴$\angle DCA=\angle B$.

【小问 2 详解】

解：连接 OC，



∵CD 是圆的切线

∴$\angle OCD$=90°

∵$\angle D$=30°

∴$\angle COD$=60°

∴$\angle B=\angle BCO=\frac{1}{2}\angle COD=30°$

∵$CE\perp AB$，$OC=OF$

∴$\angle EOF=\angle COE$=60°，$\angle OCE$=30°

∴$\angle COG$=60°

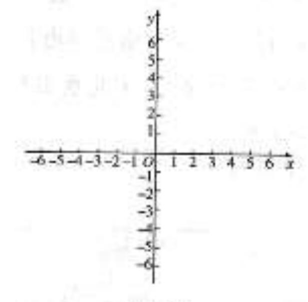
∴$\angle OGC$=90°

∴$OE=OG=\frac{1}{2}OC=\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times 4=1$

$\therefore FG=OF+OG=3$.

【点睛】本题考查圆的切线的性质、垂径定理、直角三角形的性质、角平分线的性质，熟练掌握这性质定理是解题的关键.

26. 已知抛物线 $y=ax^2-4ax+2(a\neq 0)$ 过 $A(-1,m)$， $B(2,n)$， $C(3,p)$ 三点.



备用图

（1）求 n 的值（用含有 a 的代数式表示）；

（2）若 $mnp<0$，求 a 的取值范围.

【答案】（1） $n=-4a+2$

（2） $\frac{1}{2}<a<\frac{2}{3}$ 或 $a<-\frac{2}{5}$

【解析】

【小问 1 详解】

解：$\because B$ 点在抛物线上，

$\therefore$ 把 $\left(2,\ n\right)$ 代入得： $n=2^2\cdot a-2\times 4a+2=-4a+2$，

即 $n=-4a+2$.

【小问 2 详解】

$\because A$ 、C 都在抛物线上，

$\therefore$ 把 $\left(-1,\ m\right)$，$\left(3,\ p\right)$ 分别代入得：

$m=\left(-1\right)^2a-4a\times\left(-1\right)+2=5a+2$，

$p=3^2\cdot a-4\times 3a+2=-3a+2$，

抛物线的对称轴为：直线 $x=-\frac{-4a}{2a}=2$，

与 y 轴的交点坐标为 $\left(0,2\right)$，

①当 $a>0$ 时，函数的最小值为 $n=-4a+2$，

$\because -1<0<2$，

$\therefore m>2$，

$\therefore$ 要使 $mnp<0$，则 $n<0$， $p>0$，

即$\begin{cases}-4a+2<0\\-3a+2>0\end{cases}$,

解不等式组得：$\frac{1}{2}<a<\frac{2}{3}$；

②当$a<0$时，函数有最大值为$n=-4a+2$，

∵函数图象与y轴的交点坐标为$(0,2)$，

∴最大值一定是一个正的，即此时$n>0$，

∴要使$mnp<0$，必须时使m、p一个为正一个为负，

∵点A离对称轴比C较远，

$\therefore m<p$，

$\therefore m<0$，$p>0$，

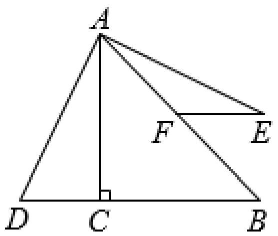
即$\begin{cases}5a+2<0\\-3a+2>0\end{cases}$,

解不等式组得：$a<-\frac{2}{5}$，

综上分析可知，a的取值范围是$\frac{1}{2}<a<\frac{2}{3}$或$a<-\frac{2}{5}$.

【点睛】本题主要考查了二次函数的性质、解一元一次不等式组，根据a正负情况进行分类讨论是解题的关键.

27. 如图，在Rt△ACB中，$\angle ACB$＝90°，AC＝BC．点D是BC延长线上一点，连接AD．将线段AD绕点A逆时针旋转90°，得到线段AE．过点E作$EF \parallel BD$，交AB于点F.



（1）①直接写出$\angle AFE$的度数是______；②求证：$\angle DAC$＝$\angle E$；

（2）用等式表示线段AF与DC的数量关系，并证明.

【答案】（1）①135°；②见解析

（2）$CD=\frac{\sqrt{2}}{2}AF$；证明见解析

【解析】

【分析】（1）①根据AC=BC，$\angle ACB$=90°，得出$\angle BAC=\angle B=45°$，根据$EF \parallel BC$，得出$\angle EFB=\angle B=45°$，即可得出$\angle AFE$的度数；

②延长EF交EF于点G，并得出$\angle AGE=90°$，由$\angle DAC+\angle CAE=90°$，$\angle E+\angle CAE=90°$，得出$\angle DAC$＝$\angle E$；

（2）先证明$\triangle ADC\cong\triangle EAG$，得出$AG=DC$，根据$EF\parallel BC$得出$\angle AFG=\angle B=45^\circ$，从而得出$AG=\dfrac{\sqrt{2}}{2}AF$，即可得出$CD=\dfrac{\sqrt{2}}{2}AF$．

【小问1详解】

解：①∵$AC=BC$，$\angle ACB=90^\circ$，

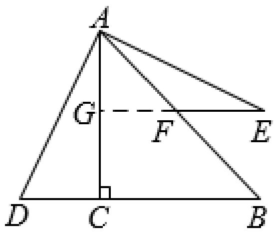
$\therefore\angle BAC=\angle B=\dfrac{180^\circ-90^\circ}{2}=45^\circ$，

$\because EF\parallel BD$，

$\therefore\angle EFB=\angle B=45^\circ$，

$\therefore\angle AFE=180^\circ-\angle EFB=135^\circ$；

②延长EF交EF于点G，如图所示：



$\because EF\parallel BD$，

$\therefore\angle AGE=\angle ACB=90^\circ$，

$\therefore\angle GAE+\angle E=90^\circ$，

∵将线段AD绕点A逆时针旋转90°得到线段AE，

$\therefore\angle DAC+\angle GAE=90^\circ$，

$\therefore\angle DAC=\angle E$；

【小问2详解】

$CD=\dfrac{\sqrt{2}}{2}AF$；理由如下：

∵将线段AD绕点A逆时针旋转90°得到线段AE，

$\therefore AE=AD$，

∵在$\triangle ADC$和$\triangle EAG$中$\begin{cases}\angle DAC=\angle E\\\angle ACD=\angle AGE=90^\circ\\AD=AE\end{cases}$，

$\therefore\triangle ADC\cong\triangle EAG(\mathrm{AAS})$，

$\therefore DC=AG$，

$\because EF\parallel BD$，

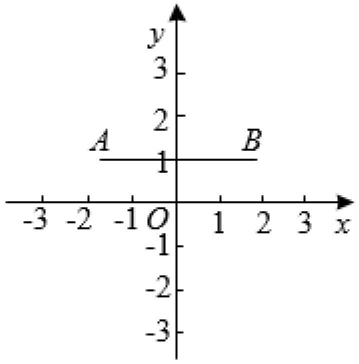
$\therefore\angle AFG=\angle B=45^\circ$，

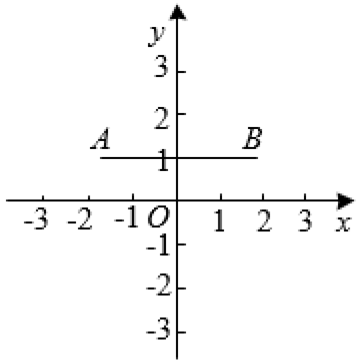
$\therefore AG=AF\times\sin45^\circ=\dfrac{\sqrt{2}}{2}AF$，

$\therefore CD=\frac{\sqrt{2}}{2}AF$.

【点睛】本题主要考查了等腰直角三角形的性质，三角形全等的判定和性质，平行线的性质，解直角三角形，旋转的性质，作出相应的辅助线，熟练掌握全等三角形的判定方法是解题的关键.

28. 在平面直角坐标系 xOy 中，给出如下定义：点 P 为图形 G 上任意—点，将点 P 到原点 O 的最大距离与最小距离之差定义为图形 G 的“全距”．特别地，点 P 到原点 O 的最大距离与最小距离相等时，规定图形 G 的“全距”为 0.





（1）如图，点 $A\left(-\sqrt{3},1\right)$，$B\left(\sqrt{3},1\right)$.

①原点 O 到线段 AB 上一点的最大距离为______，最小距离为______；

②当点 C 的坐标为 $\left(0,m\right)$ 时，且 $\triangle ABC$ 的“全距”为 1，求 m 的取值范围；

（2）已知 OM＝2，等边△DEF 的三个顶点均在半径为 1 的 $\odot M$ 上．请直接写出△DEF 的“全距”d 的取值范围.

【答案】（1）①2，1；② $\frac{2}{3}\le d\le\sqrt{3}$

（2）$1\le d\le 3$

【解析】

【分析】（1）①根据新定义，可得原点 O 到线段 AB 上一点的最大距离为原点 O 到点 A 或点 B 的距离，由两点间公式求得即可，最小的距离是原点 O 到线段 AB 中点(0,1)的距离；

②当点 C 的坐标为 $\left(0,m\right)$ 时，且 $\triangle ABC$ 的“全距”为 1 时，有两种情况讨论如下：当点 C 在线段 AB 上方时，当点 C 在线段 AB 下方时，分别表示出“全距”，求解即可；

（2）由题意得，原点 O 到等边△DEF 上一点的最大距离为原点 O 到 $\odot M$ 与线段 OM 延长线的交点的距离，原点 O 到等边△DEF 上一点的最小距离为原点 O 到 $\odot M$ 与线段 OM 的交点的距离，求解即可.

【小问 1 详解】

①$\because$ 点 $A\left(-\sqrt{3},1\right)$，$B\left(\sqrt{3},1\right)$

原点 O 到线段 AB 上一点的最大距离为原点 O 到点 A 或点 B 的距离

$\therefore d=\sqrt{(\sqrt{3})^2+1^2}=2$

最小的距离是原点 O 到线段 AB 中点(0,1)的距离，

$\therefore d=1$

故答案为：2，1；

【小问 2 详解】

$\because$ OM＝2，等边△DEF 的三个顶点均在半径为 1 的⊙M 上

$\therefore$ 等边△DEF 的三个顶点与⊙M 的交点不存在 O、M、D（或 E 或 F）三点共线的情况

$\therefore$原点 O 到等边△DEF 上一点的最大距离为原点 O 到⊙M 与线段 OM 延长线的交点的距离

即 $d=1+2=3$

$\therefore$原点 O 到等边△DEF 上一点的最小距离为原点 O 到⊙M 与线段 OM 的交点的距离

即 $d=2-1=1$

综上，"全距"d 的取值范围为$1\le d\le 3$.

【点睛】本题是新定义类题目，涉及两点间距离公式、点与线段的位置关系、点与圆的位置关系，准确理解新定义是解题的关键.