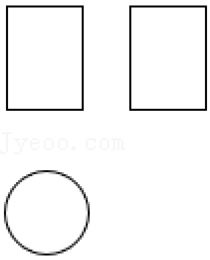
2021北京海淀初三一模

数　　学

一、选择题（本题共16分，每小题2分）第1-8题均有四个选项，符合题意的选项只有一个.

1．（2分）如图是某几何体的三视图，该几何体是(　　)



A．圆柱　　B．球　　C．三棱柱　　D．长方体

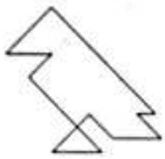
2．（2分）2021年2月24日6时29分，我国自主研制的首个火星探测器“天问一号”成功实施第三次近火制动，进入近火点280千米、远火点59000千米、周期2个火星日的火星停泊轨道．将59000用科学记数法表示应为(　　)

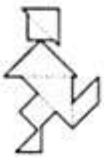
A．0.59×10^{5}　　B．5.9×10^{5}　　C．5.9×10^{4}　　D．5.9×10^{3}

3．（2分）七巧板是我国的一种传统智力玩具，下列用七巧板拼成的图形中，是轴对称图形的是(　　)

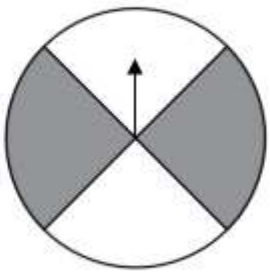
A．

B．

C．

D．

4．（2分）如图是一个可以自由转动的转盘，转盘分成4个大小相同的扇形，颜色分为灰、白二种颜色，指针的位置固定，转动的转盘停止后，其中的某个扇形会恰好停在指针所指的位置（指针指向两个扇形的交线时，当作指向右边的扇形），则指针指向白色区域的概率是(　　)



A．$\dfrac{1}{4}$　　B．$\dfrac{1}{2}$　　C．$\dfrac{3}{4}$　　D．1

5．（2分）已知正多边形的一个外角等于60°，则该正多边形的边数为(　　)

A．3　　B．4　　C．5　　D．6

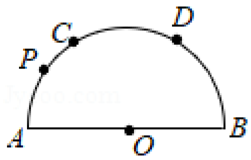
6．（2分）实数a与b在数轴上对应点的位置如图所示，则正确的结论是(　　)

A． $a<0$　　B． $a<b$　　C． $b+5>0$　　D． $|a|>|b|$

7．（2 分）已知 $x=1$ 是不等式 $2x-b<0$ 的解， b 的值可以是(　　)

A．4　　B．2　　C．0　　D． -2

8．（2 分）如图， AB 是 $\odot O$ 直径，点 C ， D 将 AB 分成相等的三段弧，点 P 在 AC 上．已知点 Q 在 AB 上且 $\angle APQ=115^{\circ}$ ，则点 Q 所在的弧是(　　)



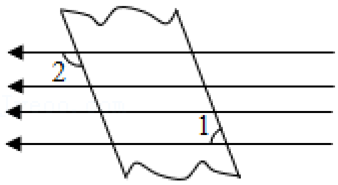
A． AP　　B． PC　　C． CD　　D． DB

二、填空题（本题共 16 分，每小题 2 分）

9．（2 分）若式子 $\sqrt{x-1}$ 有意义，则实数 x 的取值范围是____．

10．（2 分）方程组 $\begin{cases}x+y=3\\2x-y=6\end{cases}$ 的解为____．

11．（2 分）如图，在一束平行光线中插入一张对边平行的纸板．如果图中 $\angle 1$ 是 70° ，那么 $\angle 2$ 的度数是____．



12．（2 分）若 $\sqrt{2}+a$ 的值为有理数，请你写出一个符合条件的实数 a 的值____．

13．（2 分）计算： $(\frac{x^{2}}{x-1}-\frac{1}{x-1})\cdot\frac{1}{x+1}=$____．

14．（2 分）已知关于 x 的方程 $x^{2}-(m+2)x+4=0$ 有两个相等的实数根，则 m 的值是____．

15．（2 分）图 1 中的直角三角形有一条直角边长为 3，将四个图 1 中的直角三角形分别拼成如图 2，图 3 所示的正方形，其中阴影部分的面积分别记为 S_{1} ， S_{2} ，则 $S_{1}-S_{2}$ 的值为____．

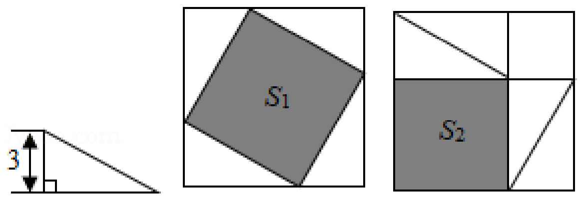


图1　　图2　　图3

16．（2 分）图 1 是一个 2×2 正方形网格，两条网格线的交点叫做格点，甲、乙两人在网格中进行游戏，规则如下：

游戏规则

a ．两人依次在网格中画线段，线段的起点和终点均为格点；

b ．新画线段的起点为前一条线段的终点，且与任意已画出线段不能有其他公共点；

c ．已画出线段的所有端点中，任意三个端点不能在同一条直线上；

d．当某人无法画出新的线段时，则另一人获胜．

如图 2，甲先画出线段 AB，乙随后画出线段 BC．若这局游戏继续进行下去，最终的获胜者是____（填“甲”，“乙”或“不确定”）．

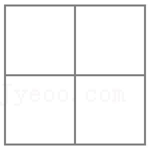


图1

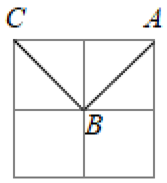


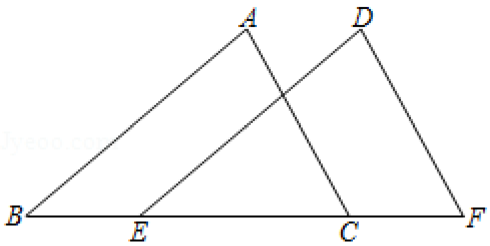
图2

三、解答题（本题共 68 分，第 17-20 题，每小题 5 分，第 21 题 6 分，第 22 题 5 分，第 23 题 6 分，第 24 题 5 分，第 25--26 题，每小题 5 分，第 27-28 题，每小题 5 分）解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程.

17．（5 分）计算：$|-\sqrt{2}|-2\cos 45^{\circ}+(\pi-1)^{0}+\sqrt{12}$．

18．（5 分）解不等式组：$\begin{cases}4(x+1)\geqslant x+7\\ \dfrac{3x+2}{4}>x\end{cases}$．

19．（5 分）如图，点 B，E，C，F 在一条直线上，$AB//DE$，$AB=DE$，$BE=CF$．求证：$\angle A=\angle D$．

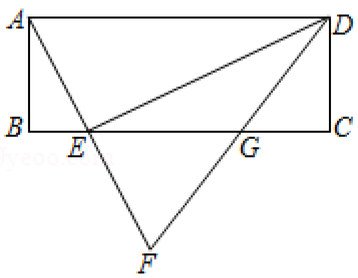


20．（5 分）已知 $a^{2}+a-1=0$，求代数式 $(a+2)(a-2)+a(a+2)$ 的值．

21．（6 分）如图，矩形 $ABCD$ 中，点 E 在 BC 上，$AE\perp ED$．

（1）求证：$\Delta ABE\backsim\Delta ECD$；

（2）F 为 AE 延长线上一点，满足 $EF=AE$，连接 DF 交 BC 于点 G．若 $AB=2$，$BE=1$，求 GC 的长．



22．（5 分）我国是世界上最早发明历法的国家之一．《周礼》中记载：垒土为圭，立木为表，测日影，正地中，定四时．如图 1，圭是地面上一根水平标尺，指向正北，表是一根垂直于地面的杆．正午，表的日影（即表影）落在圭上，根据表影的长度可以测定节气．

在一次数学活动课上，要制作一个圭表模型．如图 2，地面上放置一根长 $2m$ 的杆 AB，向正北方向画一条射线 BC，在 BC 上取点 D，测得 $BD=1.5m$，$AD=2.5m$．

（1）判断：这个模型中 AB 与 BC 是否垂直．答：____（填“是”或“否”）；你的理由是：____．

（2）某地部分节气正午时分太阳光线与地面夹角 α 的值，如下表：

节气	夏至	秋分	冬至
太阳光线与地面夹角 α	74°	50°	27°

①记夏至和冬至时表影分别为 BM 和 BN，利用上表数据，在射线 BC 上标出点 M 和点 N 的位置；

②记秋分时的表影为 BP，推测点 P 位于 ____.

A．线段 MN 中点左侧

B．线段 MN 中点处

C．线段 MN 中点右侧

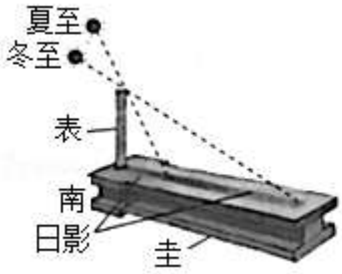


图 1

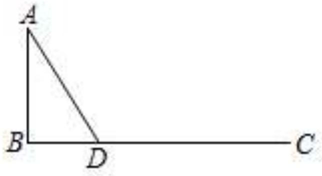


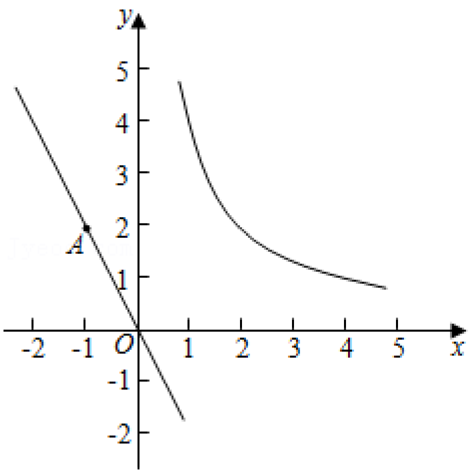
图 2

23．（6 分）已知直线 $l: y=kx(k\neq 0)$ 经过点 $A(-1,2)$．点 P 为直线 l 上一点，其横坐标为 m．过点 P 作 y 轴的垂线，与函数 $y=\dfrac{4}{x}(x>0)$ 的图象交于点 Q．

（1）求 k 的值；

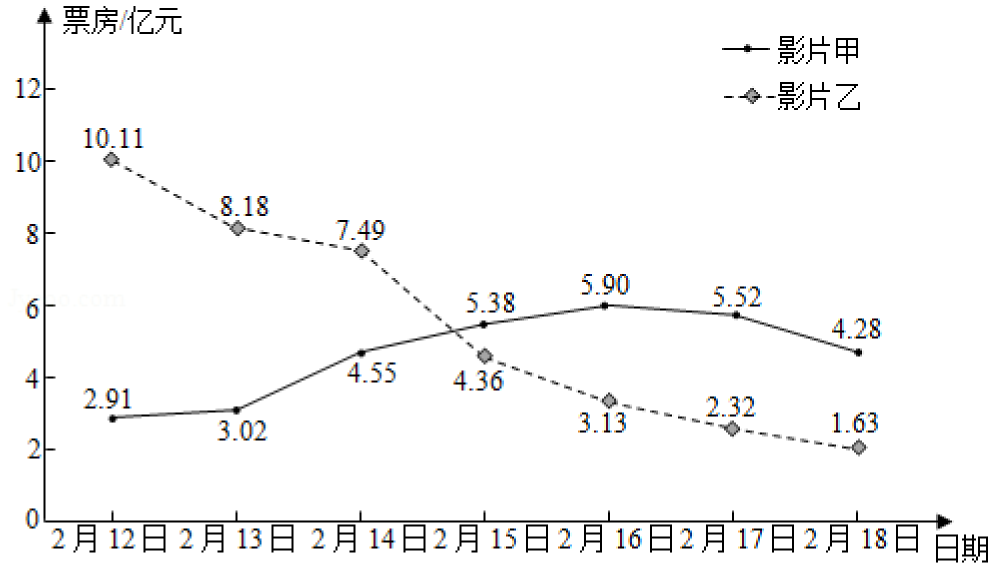
（2）①求点 Q 的坐标（用含 m 的式子表示）；

②若 ΔPOQ 的面积大于 3，直接写出点 P 的横坐标 m 的取值范围．



24．（5 分）牛年伊始，中国电影行业迎来了开门红．春节档期全国总观影人次超过 1.6 亿，总票房超过 80 亿元．以下是甲、乙两部春节档影片上映后的票房信息．

a．两部影片上映第一周单日票房统计图



b．两部影片分时段累计票房如下

上映影片	2 月 12 日 -18 日累计票房（亿元）	2 月 19 日 -21 日累计票房（亿元）
甲	31.56	
乙	37.22	2.95

（以上数据来源于中国电影数据信息网）

根据以上信息，回答下列问题：

（1）2 月 12 日 -18 日的一周时间内，影片乙单日票房的中位数为____；

（2）对于甲、乙两部影片上映第一周的单日票房，下列说法中所有正确结论的序号是____；

①甲的单日票房逐日增加；

②甲单日票房的方差小于乙单日票房的方差；

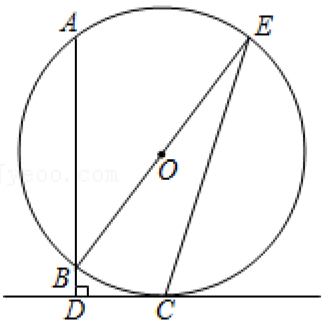
③在第一周的单日票房统计中，甲超过乙的差值于 2 月 17 日达到最大．

（3）截止到 2 月 21 日，影片甲上映后的总票房超过了影片乙，据此估计，2 月 19 日 -21 日三天内影片甲的累计票房应超过____亿元．

25．（6 分）如图，AB 是 $\odot O$ 的弦，C 为 $\odot O$ 上一点，过点 C 作 AB 的垂线与 AB 的延长线交于点 D，连接 BO 并延长，与 $\odot O$ 交于点 E，连接 EC，$\angle ABE=2\angle E$．

（1）求证：CD 是 $\odot O$ 的切线；

（2）若 $\tan E=\dfrac{1}{3}$，$BD=1$，求 AB 的长．



26．（6 分）在平面直角坐标系 xOy 中，已知抛物线 $y=ax^2-2ax+a-2(a>0)$．分别过点 $M(t,0)$ 和点 $N(t+2,0)$ 作 x

轴的垂线，交抛物线于点 A 和点 B．记抛物线在 A， B 之间的部分为图象 G （包括 A， B 两点）.

（1）求抛物线的顶点坐标；

（2）记图象 G 上任意一点的纵坐标的最大值与最小值的差为 m .

①当 $a=2$ 时，若图象 G 为轴对称图形，求 m 的值；

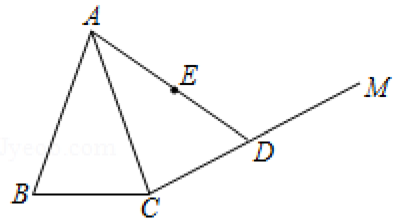
②若存在实数 t ，使得 $m=2$ ，直接写出 a 的取值范围.

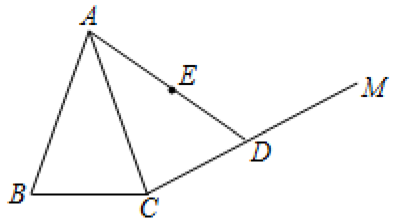
27.（7 分）如图，在 ΔABC 中， $AB=AC$ ， $\angle BAC=40°$ ，作射线 CM ， $\angle ACM=80°$ ． D 在射线 CM 上，连接 AD ， E 是 AD 的中点， C 关于点 E 的对称点为 F ，连接 DF .

（1）依题意补全图形；

（2）判断 AB 与 DF 的数量关系并证明；

（3）平面内一点 G ，使得 $DG=DC$ ， $FG=FB$ ，求 $\angle CDG$ 的值.





备用图

28.（7 分）在平面直角坐标系 xOy 中，对于点 A 和线段 MN ，如果点 A， O， M， N 按逆时针方向排列构成菱形 $AOMN$ ，且 $\angle AOM=\alpha$ ，则称线段 MN 是点 A 的“$\alpha-$相关线段”．例如，图 1 中线段 MN 是点 A 的“$30°-$相关线段”.

（1）已知点 A 的坐标是 $(0,2)$.

①在图 2 中画出点 A 的“$30°-$相关线段” MN ，并直接写出点 M 和点 N 的坐标；

②若点 A 的“$\alpha-$相关线段”经过点 $(\sqrt{3}$ ， $1)$ ，求 α 的值；

（2）若存在 α ， $\beta(\alpha\neq\beta)$ 使得点 P 的“$\alpha-$相关线段”和“$\beta-$相关线段”都经过点 $(0,4)$ ，记 $PO=t$ ，直接写出 t 的取值范围.

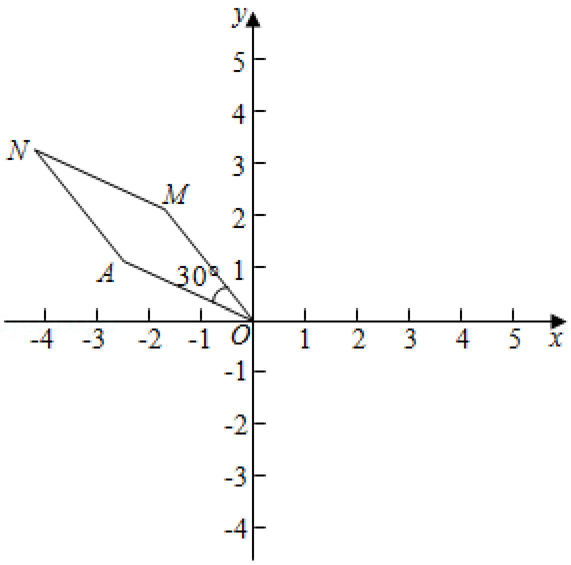


图 1

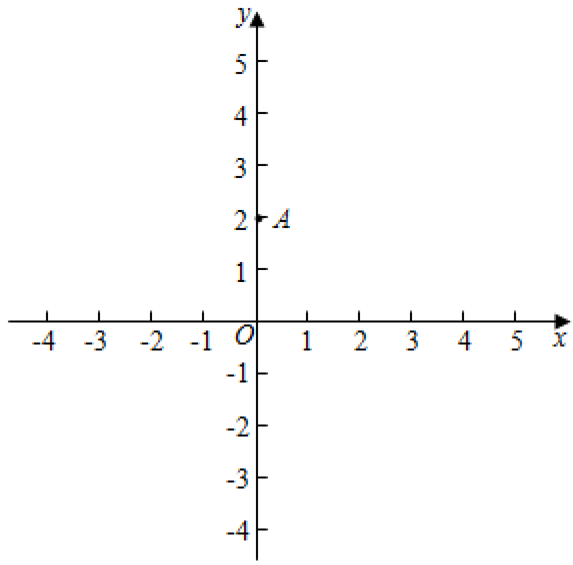


图 2

参考答案

一、选择题（本题共 16 分，每小题 2 分）第 1-8 题均有四个选项，符合题意的选项只有一个.

1.【分析】根据一个空间几何体的主视图和左视图都是宽度相等的长方形，可判断该几何体是柱体，进而根据俯视图的形状，可判断柱体侧面形状，得到答案.

【解答】解：由几何体的主视图和左视图都是宽度相等的长方形，

故该几何体是一个柱体，

又$\because$俯视图是一个圆，

故该几何体是一个圆柱.

故选：A.

【点评】本题考查的知识点是三视图，如果有两个视图为三角形，该几何体一定是锥，如果有两个矩形，该几何体一定柱，其底面由第三个视图的形状决定.

2.【分析】科学记数法的表示形式为$a\times 10^{n}$的形式，其中$1\leqslant |a|<10$，n为整数．确定n的值时，要看把原数变成a时，小数点移动了多少位，n的绝对值与小数点移动的位数相同．当原数绝对值$\geqslant 10$时，n是正整数；当原数的绝对值<1时，n是负整数.

【解答】解：$59000=5.9\times 10^{4}$.

故选：C.

【点评】此题考查科学记数法的表示方法．科学记数法的表示形式为$a\times 10^{n}$的形式，其中$1\leqslant |a|<10$，n为整数，表示时关键要正确确定a的值以及n的值.

3.【分析】根据轴对称图形的概念对各选项分析判断即可得解.

【解答】解：A、是轴对称图形，故此选项符合题意；

B、不是轴对称图形，故此选项不合题意；

C、不是轴对称图形，故此选项不合题意；

D、不是轴对称图形，故此选项不合题意.

故选：A.

【点评】本题考查了利用轴对称设计图案，轴对称图形的关键是寻找对称轴，图形两部分折叠后可重合.

4.【分析】根据随机事件概率大小的求法，找准两点：

①符合条件的情况数目；

②全部情况的总数.

二者的比值就是其发生的概率的大小.

【解答】解：$\because$转盘分成 4 个大小相同的扇形，颜色分为灰、白二种颜色，

$\therefore$指针指向白色区域的概率是$\dfrac{2}{4}=\dfrac{1}{2}$，

故选：B.

【点评】本题考查概率的求法与运用，一般方法为：如果一个事件有n种可能，而且这些事件的可能性相同，其中事件A出现m种结果，那么事件A的概率P（A）$=\dfrac{m}{n}$.

5.【分析】利用外角和$360^{\circ}\div$外角的度数即可得到边数．

【解答】解：$360^{\circ}\div 60^{\circ}=6$．

故该正多边形的边数为6．

故选：D．

【点评】此题主要考查了多边形内角与外角，关键是掌握多边形外角和为360°．

6.【分析】根据数轴可以发现$b<a$，且，由此即可判断以上选项正确与否．

【解答】解：A．$\because 2<a<3$，$a>0$，答案A不符合题意；

B．$\because 2<a<3$，$-4<b<-3$，$\therefore a>b$，$\therefore$答案B不符合题意；

C．$\because -4<b<-3$，$\therefore b+5>0$，$\therefore$答案C符合题意；

D．$\because 2<a<3$，$-4<b<-3$，$\therefore |a|<|b|$，$\therefore$答案D不符合题意．

故选：C．

【点评】本题考查的是数轴与实数的大小比较等相关内容，会利用数轴比较实数的大小是解决问题的关键．

7.【分析】将$x=1$代入不等式求出b的取值范围即可得出答案．

【解答】解：$\because x=1$是不等式$2x-b<0$的解，

$\therefore 2-b<0$，

$\therefore b>2$，

故选：A．

【点评】本题主要考查解一元一次不等式的基本能力，严格遵循解不等式的基本步骤是关键，尤其需要注意不等式两边都乘以或除以同一个负数不等号方向要改变．

8.【分析】根据$\angle APQ=115^{\circ}$找到所对应的弧以及弧所对应的圆心角找到$\angle AOQ$的度数即可确定Q所在位置．

【解答】解：$\because \angle APQ=115^{\circ}$，

$\therefore \angle APQ$所对应优弧ABQ，

$\therefore$根据圆周角定理易知优弧ABQ所对圆心角为230°，

则劣弧APQ所对应圆心角$\angle AOQ=130^{\circ}$，

$\because C$、D为AB的三等分点，

$\therefore \angle AOD=120^{\circ}$

故Q应位于DB上，

故选：D．

【点评】本题考查圆周角定理，注意区分优弧和劣弧在圆上对应不同的圆周角以及圆心角是解题关键．

二、填空题（本题共 16 分，每小题 2 分）

9.【分析】根据二次根式的性质可以得到$x-1$是非负数，由此即可求解．

【解答】解：依题意得

$x-1\geqslant 0$，

$\therefore x\geqslant 1$．

故答案为：$x\geqslant 1$．

【点评】此题主要考查了二次根式有意义的条件，根据被开方数是非负数即可解决问题．

10．【分析】利用①+②可消除y，从而可求出x，再把x的值代入①，易求出y．

【解答】解：$\begin{cases}x+y=3① \\ 2x-y=6②\end{cases}$，

①+②，得

$3x=9$，

解得$x=3$，

把$x=3$代入①，得

$3+y=3$，

解得$y=0$，

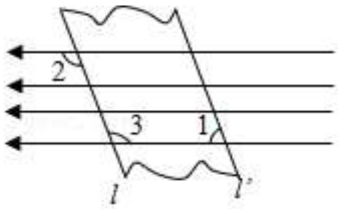
$\therefore$原方程组的解是$\begin{cases}x=3 \\ y=0\end{cases}$．

故答案是$\begin{cases}x=3 \\ y=0\end{cases}$．

【点评】本题考查了解二元一次方程组，解题的关键是掌握加减法消元的思想．

11．【分析】根据平行线的性质，找到同旁内角、内错角进行推理即可得出$\angle 2$度数．

【解答】解：如图所示，由题意可知$l//l'$，



$\because l//l'$，

$\therefore \angle 1+\angle 3=180^{\circ}$（两直线平行，同旁内角互补），

又$\because \angle 1=70^{\circ}$，

$\therefore \angle 3=110^{\circ}$，

$\therefore \angle 2=\angle 3=110^{\circ}$（两直线平行，内错角相等）．

故答案为：110°．

【点评】本题考查平行线的性质，会找同旁内角、内错角并利用性质进行推理是解题关键．

12．【分析】直接利用有理数的定义结合二次根式的性质得出答案．

【解答】解：$\because \sqrt{2}+a$的值为有理数，

$\therefore$符合条件的实数a的值可以为：$-\sqrt{2}$（答案不唯一）．

故答案为：$-\sqrt{2}$（答案不唯一）．

【点评】此题主要考查了实数运算，正确掌握二次根式的加减运算法则是解题关键．

13．【分析】根据分式的运算法则进行化简即可求出答案．

【解答】解：原式$=\dfrac{x^{2}-1}{x-1}\cdot\dfrac{1}{x+1}$

$=\frac{(x+1)(x-1)}{(x+1)(x-1)}$

$=1$，

故答案为：1．

【点评】本题考查分式的运算法则，解题的关键是熟练运用分式的运算法则，本题属于基础题型．

14．【分析】根据方程 $x^2-(m+2)x+4=0$ 有两个相等的实数根可得$\triangle=0$，即 $(m+2)^2-4\times4=0$，解方程即可得 m 的值．

【解答】解：$\because$方程 $x^2-(m+2)x+4=0$ 有两个相等的实数根，

$\therefore\triangle=0$，即 $(m+2)^2-4\times4=0$，

解得：$m=2$ 或 $m=-6$，

故答案为：2 或 -6．

【点评】此题考查了一元二次方程根的判别式的知识．此题比较简单，注意掌握一元二次方程 $ax^2+bx+c=0(a\neq0)$ 的根与$\triangle=b^2-4ac$ 有如下关系：①当$\triangle>0$时，方程有两个不相等的两个实数根；②当$\triangle=0$时，方程有两个相等的两个实数根；③当$\triangle<0$时，方程无实数根．

15．【分析】分别表示出 S_1，S_2，即可求解．

【解答】解：设图 1 中的直角三角形另一条直角边长为 b，

$\therefore S_1=3^2+b^2=9+b^2$，$S_2=b^2$，

$\therefore S_1-S_2=9$，

故答案为 9．

【点评】本题考查了正方形的性质，利用参数表示正方形的面积是本题的关键．

16．【分析】如图 2 中，甲只能画 2 次线段，乙可以画 2 次线段后，甲不能画线段了，乙能获胜．

【解答】解：如图 2 中，甲只能画 2 次线段，乙可以画 2 次线段后，甲不能画线段了，

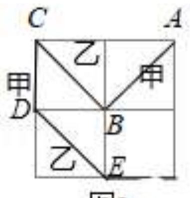


图2

所以，乙一定能获胜．

故答案为：乙．

【点评】本题考查作图$-$应用与设计，解题的关键是理解题意，灵活运用所学知识解决问题．

三、解答题（本题共 68 分，第 17-20 题，每小题 5 分，第 21 题 6 分，第 22 题 5 分，第 23 题 6 分，第 24 题 5 分，第 25--26 题，每小题 5 分，第 27-28 题，每小题 5 分）解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程．

17．【分析】直接利用绝对值的性质以及零指数幂的性质和特殊角的三角函数值、二次根式的性质分别化简得出答案．

【解答】解：原式$=\sqrt{2}-2\times\frac{\sqrt{2}}{2}+1+2\sqrt{3}$

$=\sqrt{2}-\sqrt{2}+1+2\sqrt{3}$

$=1+2\sqrt{3}$.

【点评】此题主要考查了实数运算，正确化简各数是解题关键.

18.【分析】分别求出每一个不等式的解集，根据口诀：同大取大、同小取小、大小小大中间找、大大小小无解了确定不等式组的解集.

【解答】解：解不等式 $4(x+1)\geqslant x+7$，得：$x\geqslant 1$，

解不等式 $\dfrac{3x+2}{4}>x$，得：$x<2$，

则不等式组的解集为 $1\leqslant x<2$.

【点评】本题考查的是解一元一次不等式组，正确求出每一个不等式解集是基础，熟知"同大取大；同小取小；大小小大中间找；大大小小找不到"的原则是解答此题的关键.

19.【分析】证明 $\Delta ABC\cong\Delta DEF(SAS)$，可得 $\angle A=\angle D$.

【解答】证明：$\because AB//DE$，

$\therefore \angle B=\angle DEF$，

$\because BE=CF$，

$\therefore BE+EC=CF+EC$，即 $BC=EF$，

在 ΔABC 和 ΔDEF 中，

$$\begin{cases} AB=DE \\ \angle B=\angle DEF \\ BC=EF \end{cases}，$$

$\therefore \Delta ABC\cong\Delta DEF(SAS)$，

$\therefore \angle A=\angle D$.

【点评】本题考查全等三角形的判定和性质，解题的关键是熟练掌握全等三角形的判定方法，属于中考常考题型.

20.【分析】原式利用平方差公式，以及单项式乘多项式法则计算，去括号合并得到最简结果，把已知等式变形后代入计算即可求出值.

【解答】解：$\because a^2+a-1=0$，

$\therefore a^2+a=1$，

原式 $=a^2-4+a^2+2a$

$=2a^2+2a-4$

$=2(a^2+a)-4$，

当 $a^2+a=1$ 时，原式 $=2-4=-2$.

【点评】此题考查了整式的混合运算－化简求值，以及一元二次方程的解，熟练掌握运算法则是解本题的关键.

21.【分析】（1）由余角的性质可得 $\angle BAE=\angle DEC$，可得结论；

（2）由相似三角形的性质可求 $EC=4$，由等腰三角形的性质和平行线的性质可证 $EG=DG$，由勾股定理可求解.

【解答】证明：（1）$\because AE\perp DE$，

$\therefore \angle AED=90^{\circ}=\angle B=\angle C$，

$\therefore \angle AEB+\angle DEC=\angle AEB+\angle BAE$，

$\therefore \angle BAE = \angle DEC$，

$\therefore \Delta ABE \backsim \Delta ECD$；

（2）$\because \Delta ABE \backsim \Delta ECD$，

$\therefore \dfrac{AB}{EC} = \dfrac{BE}{CD}$，

$\therefore \dfrac{2}{EC} = \dfrac{1}{2}$，

$\therefore EC = 4$，

$\because AE = EF$，$\angle AED = 90°$，

$\therefore AD = DF$，

又$\because \angle AED = 90°$，

$\therefore \angle ADE = \angle FDE$，

$\because AD//BC$，

$\therefore \angle ADE = \angle DEC = \angle FDE$，

$\therefore DG = EG$，

$\because DG^2 = DC^2 + GC^2$，

$\therefore (4 - GC)^2 = 4 + GC^2$，

$\therefore GC = \dfrac{3}{2}$．

【点评】本题考查了相似三角形的判定和性质，矩形的性质，等腰三角形的判定和性质，勾股定理等知识，灵活运用这些性质解决问题是本题的关键．

22．【分析】（1）利用勾股定理的逆定理判断即可．

（2）①利用量角器，画出图形即可．

②利用图象法判断即可．

【解答】解：（1）$\because AB = 2m$，$BD = 1.5m$，$AD = 2.5m$，

$\therefore AD^2 = 6.25$，$AB^2 + BD^2 = 6.25$，

$\therefore AD^2 = AB^2 + BD^2$，

$\therefore \angle ABD = 90°$，

$\therefore \Delta ABD$是直角三角形．

故答案为：是，勾股定理的逆定理．

（2）①如图2中，点M，点N即为所求作．

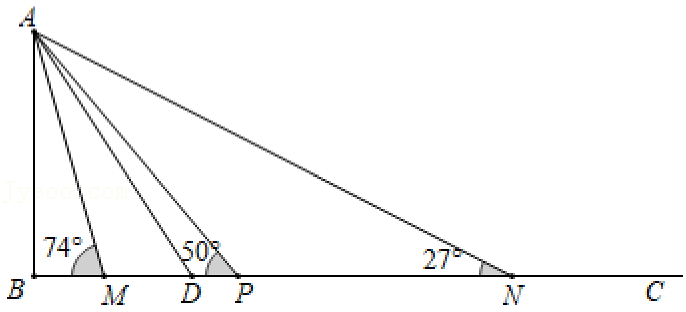


图2

②观察图象可知，点 P 在线段 MN 的中点的左侧，

故选 A，

故答案为：A.

【点评】本题考查作图－应用与设计作图，解直角三角形等知识，解题的关键是理解题意，灵活运用所学知识解决问题.

23.【分析】(1) 将点 A 的坐标代入 $y=kx$ 得：$2=-k$，即可求解；

(2) ①设点 P 的坐标为 $(m,-2m)$，当 $y=-2m=\frac{4}{x}$ 时，$x=-\frac{2}{m}$，即可求解；

②由 ΔPOQ 的面积 $=\frac{1}{2}PQ\times y_P=\frac{1}{2}\times(-\frac{2}{m}-m)\times(-2m)>3$，即可求解.

【解答】解：(1) 将点 A 的坐标代入 $y=kx$ 得：$2=-k$，

即 $k=-2$；

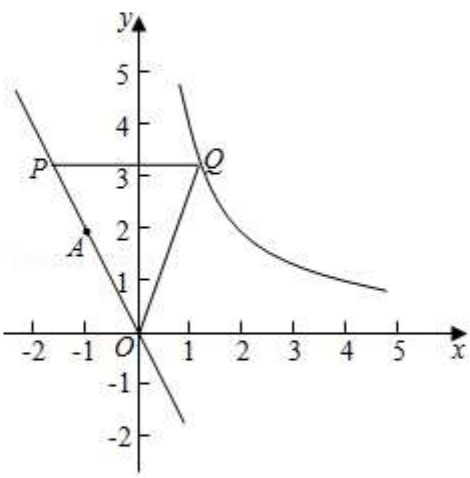
(2) ①由 (1) 知，$y=-2x$，

设点 P 的坐标为 $(m,-2m)$，

当 $y=-2m=\frac{4}{x}$ 时，$x=-\frac{2}{m}$，

故点 Q 的坐标为 $(-\frac{2}{m}$，$-2m)$；

② ΔPOQ 的面积 $=\frac{1}{2}PQ\times y_P=\frac{1}{2}\times(-\frac{2}{m}-m)\times(-2m)>3$，



解得 $m>1$ 或 $m<-1$，

由函数 $y=\dfrac{4}{x}(x>0)$，则 $m<0$，

故 $m<-1$.

【点评】本题考查了反比例函数与一次函数的交点，当有两个函数的时候，着重使用一次函数，体现了方程思想，综合性较强.

24.【分析】（1）根据中位数的概念即可得到答案；

（2）①从图象上直接可以得到答案；②通过观察图象，从图象的缓急程度可得答案；③可以计算一下 12 日和 13 日的差值比较即可得到答案；

（3）设 $19-20$ 日的票房为 x，根据总票房数相等列出方程，求解即可得到答案.

【解答】解：（1）乙单日票房从小到大排列如下：

1.63，2.32，3.13，4.36，7.49，8.18，10.11，

$\therefore$ 2 月 12 日 -18 日的一周时间内，影片乙单日票房的中位数为 4.36，

故答案为：4.36；

（2）①甲的单日票房并未逐日增加，在 16 日、17 日、18 日有下降，故错误；

②甲的图象来看更加平缓，方差较小，故正确；

③甲超过乙的差值从 15 日开始分别为：15 日 1.02、16 日 2.77、17 日 3.2、18 日 2.65，所以在第一周的单日票房统计中，甲超过乙的差值于 2 月 17 日达最大，故正确.

故选：②③；

（3）设 $19-20$ 日的票房为 x 亿元，则 x 必须满足：

$31.56+x=37.22+2.95$，

$\therefore x=40.17-31.56=8.61$.

$\therefore$ 2 月 19 日 -21 日三天内影片甲的累计票房应超过 8.61 亿元.

故答案为：8.61.

【点评】此题考查的是对统计图的观察概括能力，能够进行正确观察统计图是解决此题关键.

25.【分析】（1）连接 OC，根据等腰三角形的性质和三角形外角的性质得到 $\angle ABE=\angle BOC$，根据平行线的性质得到 $OC\perp CD$，于是得到 CD 是 $\odot O$ 的切线；

（2）连接 AC，BC，根据圆周角定理得到 $\angle BCE=90^{\circ}$，推出 $\angle BCD=\angle OCE$，得到 $\angle BCD=\angle E$，根据三角函数的定义得到结论.

【解答】（1）证明：连接 OC，

$\because OE=OC$，

$\therefore \angle E=\angle OCE$，

$\because \angle BOC=\angle E+\angle OCE$，

$\therefore \angle BOC=2\angle E$，

$\because \angle ABE=2\angle E$

$\therefore \angle ABE=\angle BOC$，

$\therefore AB//OC$，

$\because AB\perp CD$，

$\therefore OC \perp CD$，

$\therefore CD$ 是$\odot O$的切线；

（2）解：连接AC，BC，

$\because BE$是$\odot O$的直径，

$\therefore \angle BCE = 90^\circ$，

$\therefore \angle OCE + \angle OCB = 90^\circ$，

$\because \angle OCB + \angle BCD = 90^\circ$，

$\therefore \angle BCD = \angle OCE$，

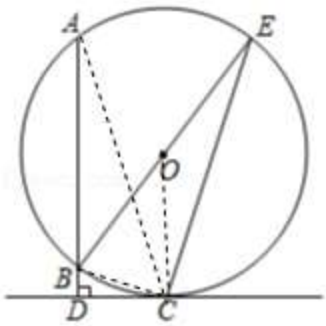
$\therefore \angle BCD = \angle E$，

$\because \angle A = \angle E$，$\tan E = \dfrac{1}{3}$，$BD = 1$，

$\therefore \dfrac{CD}{AD} = \dfrac{BD}{CD} = \dfrac{1}{3}$，

$\therefore AD = 9$，

$\therefore AB = 8$．



【点评】本题考查了切线的判定和性质，解直角三角形，圆周角定理，正确的作出辅助线是解题的关键．

26．【分析】（1）$y = ax^2 - 2ax + a - 2$变形为$y = a(x-1)^2 - 2$，即可得到顶点坐标；

（2）①$a = 2$时，抛物线对称轴$x = 1$，由图象G为轴对称图形，可得t的值，从而求出A、B坐标，得到m的值；②分四种情况讨论：$t \leqslant -1$，$-1 < t \leqslant 0$，$0 < t < 1$，$t \geqslant 1$，根据$m = 2$分别列出方程，由t的范围即可求出a的范围．

【解答】解：（1）$y = ax^2 - 2ax + a - 2 = a(x-1)^2 - 2$，

$\therefore$抛物线$y = ax^2 - 2ax + a - 2$的顶点为$(1,-2)$；

（2）①当$a = 2$时，$y = 2x^2 - 4x$，抛物线对称轴$x = 1$，

$\because$图象G为轴对称图形，$M(t,0)$，$N(t+2,0)$，

$\therefore 1 - t = t + 2 - 1$，

$\therefore t = 0$，

$\because$过点$M(t,0)$和点$N(t+2,0)$作x轴的垂线，交抛物线于点A和点B，

$\therefore A(0,0)$，$B(2,0)$，

$\because$顶点为$(1,-2)$，

$\therefore m = 0 - (-2) = 2$；

②$\because$过点$M(t,0)$和点$N(t+2,0)$作x轴的垂线，交抛物线于点A和点B，

$\therefore A(t, at^2-2at+a-2)$， $B(t+2$， $a(t+2)^2-2a(t+2)+a-2)$，

又 $a>0$，抛物线对称轴 $x=1$，

（一）当 $t+2\leqslant 1$，即 $t\leqslant -1$ 时，图象 G 上 A 的纵坐标的值最大， B 的纵坐标的值最小，

$(at^2-2at+a-2)-[a(t+2)^2-2a(t+2)+a-2]=2$，

解得 $t=-\dfrac{1}{2a}$，

$\therefore -\dfrac{1}{2a}\leqslant -1$，

$\therefore a\leqslant \dfrac{1}{2}$；

（二）当 $t<1<t+2$，且 $t+2-1\leqslant 1-t$，即 $-1<t\leqslant 0$ 时，图象 G 上 A 的纵坐标的值最大，顶点纵坐标的值最小，

$\therefore (at^2-2at+a-2)-(-2)=2$，

$\therefore a=\dfrac{2}{(t-1)^2}$，

又 $-1<t\leqslant 0$，

$\therefore \dfrac{1}{2}<a\leqslant 2$；

（三）当 $t<1<t+2$，且 $t+2-1>1-t$，即 $0<t<1$ 时，图象 G 上 B 的纵坐标的值最大，顶点纵坐标的值最小，

$\therefore a(t+2)^2-2a(t+2)+a-2-(-2)=2$，

$\therefore a=\dfrac{2}{(t+1)^2}$，

又 $0<t<1$，

$\therefore \dfrac{1}{2}<a<2$；

（四）当 $t\geqslant 1$ 时，图象 G 上 B 的纵坐标的值最大， A 的纵坐标的值最小，

$\therefore a(t+2)^2-2a(t+2)+a-2-(at^2-2at+a-2)=2$，

$\therefore t=\dfrac{1}{2a}$，

又 $t\geqslant 1$，

$\therefore a\leqslant \dfrac{1}{2}$，

综上所述，若存在实数 t，使得 $m=2$，则 $0<a\leqslant 2$.

【点评】本题考查二次函数知识的综合应用，难度较大，解题的关键是分类讨论图象 G 上纵坐标的最大值与最小值列方程.

27.【分析】(1）由题意画出图形，如图所示；

（2）由“SAS”可证 $\Delta AEC\cong\Delta DEF$，可得 $AC=DF=AB$；

（3）由题意可得点 G 在以点 D 为圆心， DC 为半径的圆上，点 G 在以点 F 为圆心， FB 为半径的圆上，则两圆的交点为 G，由“SSS”可证 $\Delta ABF\cong\Delta DFG$，可得 $\angle BAF=\angle FDG=140^\circ$，即可求解.

【解答】解：（1）如图所示：

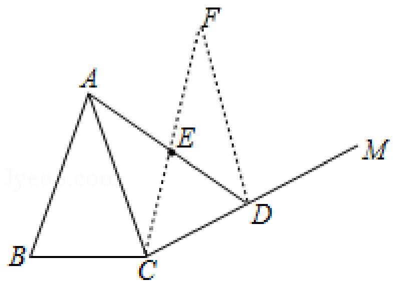


图1

（2）$AB=DF$，理由如下：

$\because E$ 是 AD 的中点，

$\therefore AE=DE$，

$\because C$ 关于点 E 的对称点为 F，

$\therefore CE=EF$，

又$\because \angle AEC=\angle FED$，

$\therefore \Delta AEC\cong \Delta DEF(SAS)$，

$\therefore AC=DF$，

$\because AB=AC$，

$\therefore AB=DF$；

（3）如图 2，连接 AF，

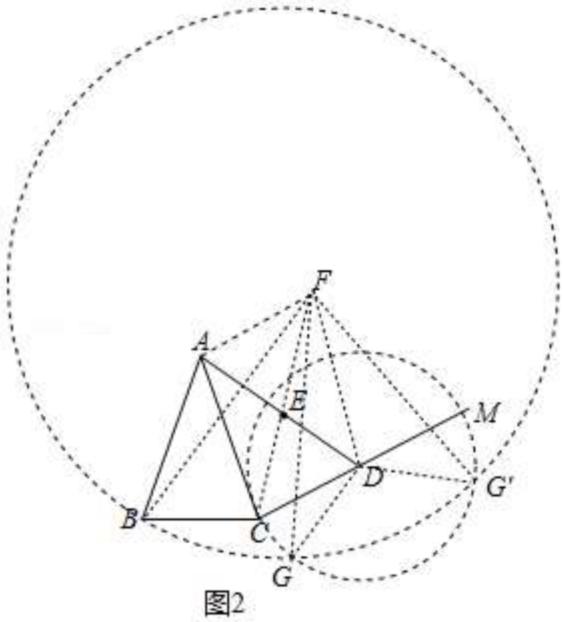


图2

$\because AE=DE$，$CE=EF$，

$\therefore$四边形 $ACDF$ 是平行四边形，

$\therefore \angle ACM+\angle CAF=180^{\circ}$，$AF=CD$，$DF=AC=AB$，

$\therefore \angle CAF=100^{\circ}=\angle CDF$，

$\therefore \angle BAF=140^{\circ}$，

$\because DG=DC$，

$\therefore$点 G 在以点 D 为圆心，DC 为半径的圆上，

$\because FG = FB$，

$\therefore$点G在以点F为圆心，FB为半径的圆上，

$\therefore$两圆的交点为G，

$\because AB = DF$， $AF = DG$， $FB = FG$，

$\therefore \Delta ABF \cong \Delta DFG(SSS)$，

$\therefore \angle BAF = \angle FDG = 140^\circ$，

$\therefore \angle CDG = 40^\circ$，

同理可证$\Delta ABF \cong \Delta DFG'$，

$\therefore \angle BAF = \angle G'DF = 140^\circ$，

$\therefore \angle CDG' = 360^\circ - 100^\circ - 140^\circ = 120^\circ$，

综上所述：$\angle CDG = 40^\circ$或120°．

【点评】本题是三角形综合题，考查了全等三角形的判定和性质，等腰三角形的性质，平行四边形的判定和性质，确定点G的位置是本题的关键．

28．【分析】（1）①如图 1 中，根据要求作出图形即可，过点M作$MK \perp OA$于K．解直角三角形求出KM，OK，可得结论．

②分两种情形分别画出图形求解即可．

（2）如图 3 中，过点$G(0,4)$作OP的平行线l，以P为圆心，OP长为半径作$\odot P$，当$\odot P$与直线l有两个交点且线段MN，线段$M'N'$经过$G(0,4)$时，满足条件．求出两种特殊位置OP的值，可得结论．

【解答】解：（1）①如图 1 中，图形如图所示，过点M作$MK \perp OA$于K．

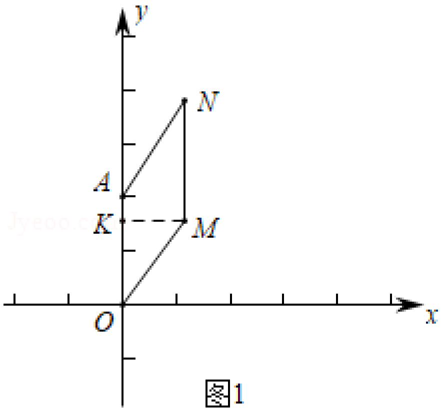


图1

$\because A(0,2)$，

$\therefore OA = OM = MN = AN = 2$，

在RtΔOMK中，$\angle MOK = 30^\circ$，

$\therefore MK = \dfrac{1}{2}OM = 1$，$OK = \sqrt{3}MK = \sqrt{3}$，

$\therefore M(1,\sqrt{3})$，$N(1,\sqrt{3}+2)$．

②如图$2-1$中，当点M与$(\sqrt{3}$，$1)$重合时，$\alpha = 60^\circ$．

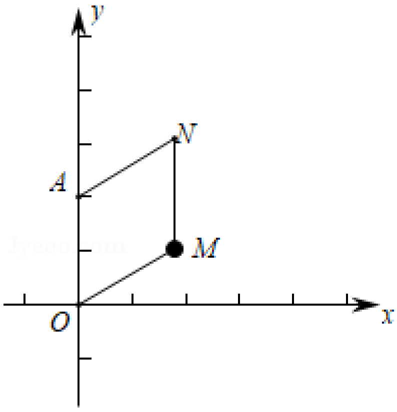


图2-1

如图$2-2$中，当点N与$(\sqrt{3}$，$1)$重合时，$\alpha=120^{\circ}$，

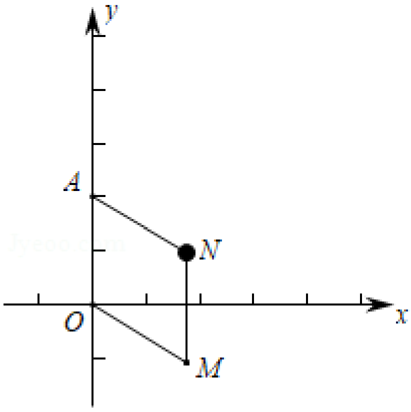


图2-2

综上所述，满足条件的α的值为60°或120°．

（2）如图3中，过点$G(0,4)$作OP的平行线l，以P为圆心，OP长为半径作$\odot P$，当$\odot P$与直线l有两个交点且线段MN，线段$M'N'$经过$G(0,4)$时，满足条件．

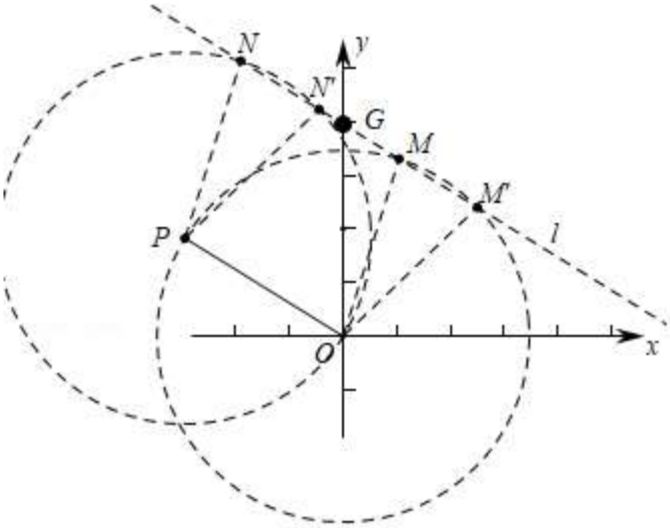


图3

观察图象可知，满足条件的OP的值为$2\sqrt{2}<OP\leqslant 4$，

$\therefore 2\sqrt{2}<t\leqslant 4$．

【点评】本题属于四边形综合题，考查了菱形的判定和性质，解直角三角形等知识，解题的关键是理解题意，学会用分类讨论的思想思考问题，属于中考常考题型．