2021 北京朝阳初三一模

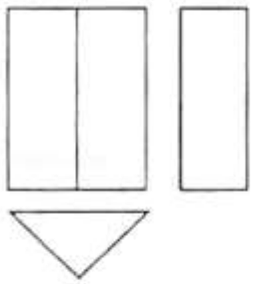
数　学

一、选择题（本题共 16 分，每小题 2 分）下面 1-8 题均有四个选项，其中符合题意的选项只有一个。

1．（2 分）中国首次火星探测任务天问一号探测器在 2021 年 2 月 10 日成功被火星捕获，成为中国第一颗人造火星卫星，并在距离火星约 11000 千米处，拍摄了火星全景图像．将 11000 用科学记数法表示应为(　　)

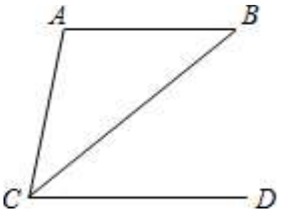
A．11×10^{3}　　B．1.1×10^{3}　　C．1.1×10^{4}　　D．0.11×10^{5}

2．（2 分）如图是某几何体的三视图，该几何体是(　　)



A．长方体　　B．三棱柱　　C．三棱锥　　D．圆锥

3．（2 分）如图，$AB//CD$，$\angle A=100^\circ$，$\angle BCD=50^\circ$，$\angle ACB$ 的度数为(　　)

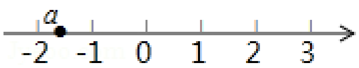


A．25°　　B．30°　　C．45°　　D．50°

4．（2 分）下列图形中，既是轴对称图形又是中心对称图形的是(　　)

A．角　　B．等腰三角形　　C．平行四边形　　D．正六边形

5．（2 分）实数 a 在数轴上的对应点的位置如图所示，若实数 b 满足 $a+b>0$，则 b 的值可以是(　　)



A．-1　　B．0　　C．1　　D．2

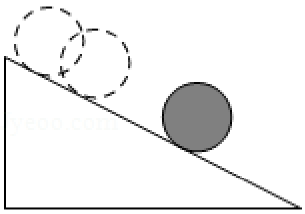
6．（2 分）一个不透明的口袋中有四张卡片，上面分别写有数字 1，2，3，4，除数字外四张卡片无其他区别，随机从这个口袋中同时取出两张卡片，卡片上的数字之和等于 5 的概率是(　　)

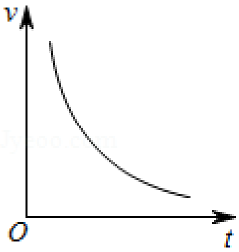
A．$\frac{1}{3}$　　B．$\frac{2}{5}$　　C．$\frac{1}{2}$　　D．$\frac{3}{4}$

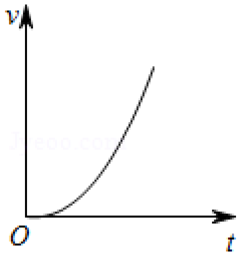
7．（2 分）已知关于 x 的一元二次方程 $x^2+mx+m-1=0$ 有两个不相等的实数根，下列结论正确的是(　　)

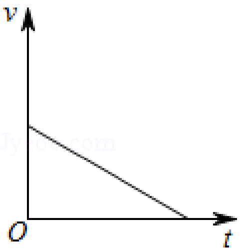
A．$m\neq2$　　B．$m>2$　　C．$m\geqslant2$　　D．$m<2$

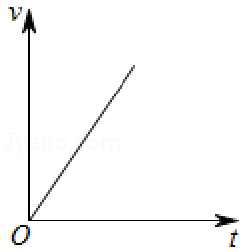
8．（2 分）如图，一个小球由静止开始沿一个斜坡滚下，其速度每秒增加的值相同．用 t 表示小球滚动的时间，v 表示小球的速度．下列图象中，能表示小球在斜坡上时 v 与 t 的函数关系的图象大致是(　　)



A. 

B. 

C. 

D. 

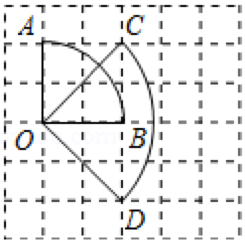
二、填空题（本题共 16 分，每小题 2 分）

9.（2 分）若 $\sqrt{x-5}$ 在实数范围内有意义，则实数 x 的取值范围是____.

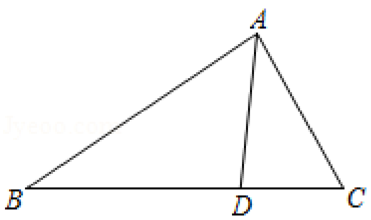
10.（2 分）写出一个比 $-\sqrt{2}$ 大且比 $\sqrt{2}$ 小的整数____.

11.（2 分）二元一次方程组 $\begin{cases}2x+y=1\\x+2y=2\end{cases}$ 的解为____.

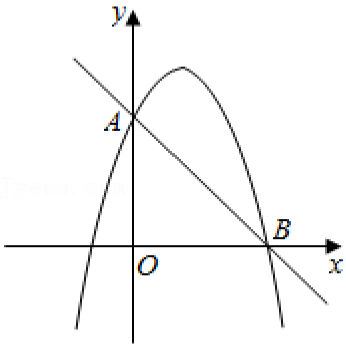
12.（2 分）如图所示的正方形网格中，O，A，B，C，D 是网格线交点，若 CD 与 AB 所在圆的圆心都为点 O，则 CD 与 AB 的长度之比为____.



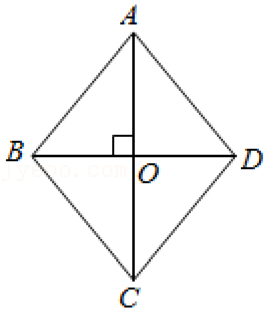
13.（2 分）如图，ΔABC 中，$BC>BA$，点 D 是边 BC 上的一个动点（点 D 与点 B，C 不重合），若再增加一个条件，就能使 ΔABD 与 ΔABC 相似，则这个条件可以是____（写出一个即可）.



14.（2 分）如图，直线 $y=kx+b$ 与抛物线 $y=-x^2+2x+3$ 交于点 A，B，且点 A 在 y 轴上，点 B 在 x 轴上，则不等式 $-x^2+2x+3>kx+b$ 的解集为____.



15.（2 分）如图，在四边形 $ABCD$ 中， $AC\perp BD$ 于点 O ， $BO=DO$ ．有如下四个结论：① $AB=AD$ ；② $\angle BAC=\angle DAC$ ；③ $AB=CD$ ；④ $AO=CO$ ．上述结论中，所有正确结论的序号是____．



16.（2 分）某校初三年级共有 8 个班级的 190 名学生需要进行体检，各班学生人数如下表所示：

班级	1 班	2 班	3 班	4 班	5 班	6 班	7 班	8 班
人数	29	19	25	23	22	27	21	24

若已经有 7 个班级的学生完成了体检，且已经完成体检的男生、女生的人数之比为$4:3$，则还没有体检的班级可能是____．

三、解答题（本题共 68 分，第 17-21 题，每小题 5 分；第 22 题 6 分；第 23 题 5 分；第 24-26 题，每小题 5 分；第 27-28 题，每小题 5 分）

17.（5 分）计算：$(\frac{1}{4})^{-1}+2\cos 45°-|-\sqrt{2}|+(2021-\pi)^{0}$ ．

18.（5 分）解不等式组：$\begin{cases}x-1<\frac{1}{2}x\\2(1+x)>x\end{cases}$ ．

19.（5 分）解方程：$\frac{1}{x+2}+1=\frac{2x}{x+2}$ ．

20.（5 分）已知$2y^{2}-y-1=0$，求代数式$(2y+x)(2y-x)-(2y-x^{2})$的值．

21.（5 分）已知：如图， ΔABC 中， $AB=AC$ ， $AB>BC$ ．

求作：线段 BD，使得点 D 在线段 AC 上，且 $\angle CBD=\frac{1}{2}\angle BAC$ ．

作法：①以点 A 为圆心， AB 长为半径画圆；

②以点 C 为圆心， BC 长为半径画弧，交$\odot A$于点 P （不与点 B 重合）；

③连接 BP 交 AC 于点 D ．

线段 BD 就是所求作的线段．

（1）使用直尺和圆规，依作法补全图形（保留作图痕迹）；

（2）完成下面的证明.

证明：连接 PC .

$\because AB = AC$ ，

$\therefore$ 点 C 在 $\odot A$ 上.

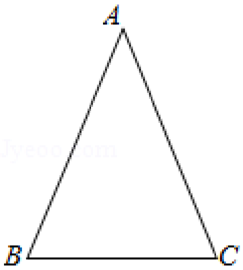
$\because$ 点 P 在 $\odot A$ 上，

$\therefore \angle CPB = \dfrac{1}{2}\angle BAC$ ____（填推理的依据）.

$\because BC = PC$ ，

$\therefore \angle CBD =$ ____.

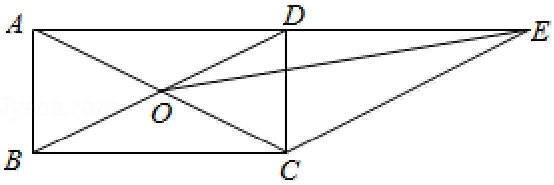
$\therefore \angle CBD = \dfrac{1}{2}\angle BAC$



22.（6 分）如图，在矩形 $ABCD$ 中，对角线 AC ， BD 相交于点 O ，过点 C 作 $CE//BD$ ，交 AD 的延长线于点 E .

（1）求证： $\angle ACD = \angle ECD$ ；

（2）连接 OE ，若 $AB = 2$ ， $\tan\angle ACD = 2$ ，求 OE 的长.

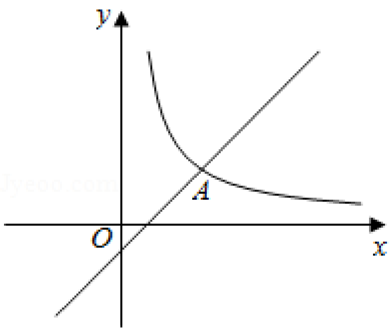


23.（5 分）如图，在平面直角坐标系 xOy 中， $A(a,2)$ 是直线 $l: y = x - 1$ 与函数 $y = \dfrac{k}{x}(x > 0)$ 的图象 G 的交点.

（1）①求 a 的值；

②求函数 $y = \dfrac{k}{x}(x > 0)$ 的解析式.

（2）过点 $P(n$ ， $0)(n > 0)$ 且垂直于 x 轴的直线与直线 l 和图象 G 的交点分别为 M ， N ，当 $S_{\Delta OPM} > S_{\Delta OPN}$ 时，直接写出 n 的取值范围.

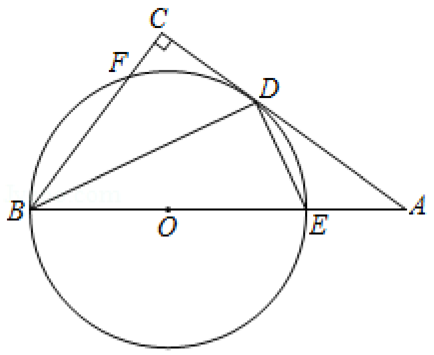


24.（6 分）如图， ΔABC 中， $\angle C = 90°$ ，点 E 在 AB 上，以 BE 为直径的 $\odot O$ 与 AC 相切于点 D ，与 BC 相交于点

F，连接 BD，DE．

（1）求证：$\angle ADE=\angle DBE$；

（2）若 $\sin A=\dfrac{3}{5}$，$BC=6$，求 $\odot O$ 的半径．



25．（6 分）某地农业科技部门积极助力家乡农产品的改良与推广，为了解甲、乙两种新品橙子的质量，进行了抽样调查在相同条件下，随机抽取了甲、乙各 25 份样品，对大小甜度等各方面进行了综合测评，并对数据进行收集、整理、描述和分析，下面给出了部分信息．

a．测评分数（百分制）如下：

甲：77，79，80，80，85，86，86，87，88，89，89，90，91，91，91，91，91，92，93，95，95，96，97，98，98

乙：69，79，79，79，86，87，87，89，89，90，90，90，90，90，91，92，92，92，94，95，96，96，97，98，98

b．按如下分组整理、描述这两组样本数据：

测评分数 x 个数 品种	$60\leqslant x<70$	$70\leqslant x<80$	$80\leqslant x<90$	$90\leqslant x\leqslant 100$
甲	0	2	9	14
乙	1	3	5	16

c．甲、乙两种橙子测评分数的平均数、众数、中位数如下表所示：

品种	平均数	众数	中位数
甲	89.4	m	91
乙	89.4	90	n

根据以上信息，回答下列问题

（1）写出表中 m，n 的值

（2）记甲种橙子测评分数的方差为 s_1^2，乙种橙子测评分数的方差为 s_2^2，则 s_1^2，s_2^2 的大小关系为____；

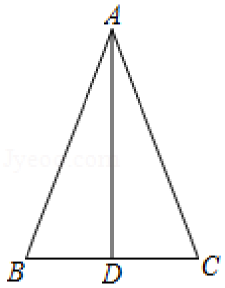
（3）根据抽样调查情况，可以推断____种橙子的质量较好，理由为____．（至少从两个不同的角度说明推断的合理性）

26．（6 分）如图，在等腰三角形 ABC 中，$\angle BAC<60^\circ$，$AB=AC$，D 为 BC 边的中点，将线段 AC 绕点 A 逆时针旋转 60° 得到线段 AE，连接 BE 交 AD 于点 F．

（1）依题意补全图形

（2）求 $\angle AFE$ 的度数；

（3）用等式表示线段 AF， BF， EF 之间的数量关系，并证明．



27．（7 分）在平面直角坐标系 xOy 中，抛物线 $y=ax^2+bx+a-4(a\neq 0)$ 的对称轴是直线 $x=1$．

（1）求抛物线 $y=ax^2+bx+a-4(a\neq 0)$ 的顶点坐标；

（2）当 $-2\leqslant x\leqslant 3$ 时， y 的最大值是 5，求 a 的值；

（3）在（2）的条件下，当 $t\leqslant x\leqslant t+1$ 时， y 的最大值是 m， 最小值是 n， 且 $m-n=3$，求 t 的值．

28．（7 分）对于平面直角坐标系 xOy 中的图形 M 和点 P， 给出如下定义：将图形 M 绕点 P 顺时针旋转 $90°$ 得到图形 N，图形 N 称为图形 M 关于点 P 的“垂直图形”．例如，图 1 中点 D 为点 C 关于点 P 的“垂直图形”

（1）点 A 关于原点 O 的“垂直图形”为点 B．

①若点 A 的坐标为 $(0,2)$，则点 B 的坐标为 ____；

②若点 B 的坐标为 $(2,1)$，则点 A 的坐标为 ____；

（2） $E(-3,3)$， $F(-2,3)$， $G(a,0)$．线段 EF 关于点 G 的“垂直图形”记为 $E'F'$，点 E 的对应点为 E'，点 F 的对应点为 F'．

①求点 E' 的坐标（用含 a 的式子表示）；

②若 $\odot O$ 的半径为 2， $E'F'$ 上任意一点都在 $\odot O$ 内部或圆上，直接写出满足条件的 EE' 的长度的最大值．

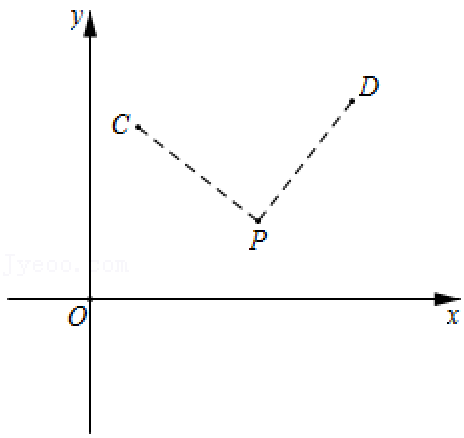
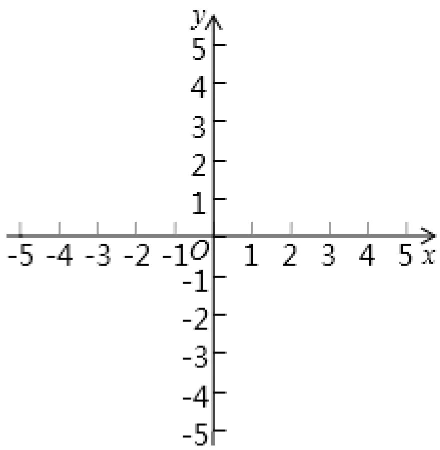


图1



备用图

参考答案

一、选择题（本题共 16 分，每小题 2 分）下面 1-8 题均有四个选项，其中符合题意的选项只有一个。

1.【分析】科学记数法的表示形式为$a\times10^{n}$的形式，其中$1\leqslant|a|<10$，n为整数．确定n的值时，要看把原数变成a时，小数点移动了多少位，n的绝对值与小数点移动的位数相同．当原数绝对值$\geqslant10$时，n是正数；当原数的绝对值<1时，n是负数．

【解答】解：将 11000 用科学记数法表示为1.1×10^{4}．

故选：C．

【点评】此题考查科学记数法的表示方法．科学记数法的表示形式为$a\times10^{n}$的形式，其中$1\leqslant|a|<10$，n为整数，表示时关键要正确确定a的值以及n的值．

2.【分析】该几何体的主视图与左视图均为矩形，俯视图为三角形，易得出该几何体的形状．

【解答】解：该几何体的主视图为矩形，左视图为矩形，俯视图是一个三角形，

则可得出该几何体是三棱柱．

故选：B．

【点评】此题考查了由三视图判断几何体，关键是熟练掌握三视图，主视图、左视图、俯视图是分别从物体正面、左面和上面看，所得到的图形．

3.【分析】根据平行线性质即可求解．

【解答】解：$\because AB//CD$，$\angle A=100^{\circ}$．

$\therefore\angle A+\angle ACD=180^{\circ}$．

$\therefore\angle ACD=80^{\circ}$．

$\because\angle BCD=50^{\circ}$．

$\therefore\angle ACB=\angle ACD-BCD=30^{\circ}$．

故选：B．

【点评】本题考查平行线性质，关键在于熟悉两直线平行，同旁内角互补．属于基础题．

4.【分析】根据轴对称图形和中心对称图形的概念对各选项分析判断即可得解．

【解答】解：A．角是轴对称图形，不是中心对称图形，故本选项不符合题意；

B．等腰三角形是轴对称图形，不是中心对称图形，故本选项不符合题意；

C．平行四边形不是轴对称图形，是中心对称图形，故本选项不符合题意；

D．正六边形既是轴对称图形又是中心对称图形，故本选项符合题意．

故选：D．

【点评】本题考查了中心对称图形与轴对称图形的概念，轴对称图形的关键是寻找对称轴，图形两部分折叠后可重合，中心对称图形是要寻找对称中心，旋转 180 度后与原图重合．

5.【分析】根据数轴有：$-2<a<-1$．结合$a+b>0$即可判断．

【解答】解：根据数轴有：$-2<a<-1$．

$\because a+b>0$．

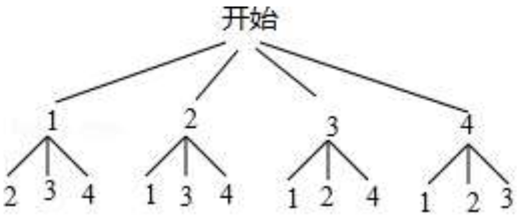
$\therefore b$的值可以是 2．

故选：D．

【点评】本题考查实数与数轴，有理数的加法运算知识，属于基础题．

6．【分析】先根据题意画出树状图，然后由树状图求得所有等可能的结果与两次摸出的卡片的数字之和等于 5 的情况，再利用概率公式求解即可求得答案．

【解答】解：根据题意画树状图如图：



共有 12 种情况，两次摸出的卡片的数字之和等于 5 的有 4 种，

$\therefore$两次摸出的卡片的数字之和等于 5 的概率为$\dfrac{4}{12}=\dfrac{1}{3}$，

故选：A．

【点评】本题考查了列表法与树状图法，正确画出树状图是解题的关键，用到的知识点为：概率$=$所求情况数与总情况数之比．

7．【分析】根据判别式的意义得到$\triangle=m^{2}-4\times1\times(m-1)=(m-2)^{2}>0$，即可求得$m\neq2$．

【解答】解：根据题意得$\triangle=m^{2}-4\times1\times(m-1)=(m-2)^{2}>0$，

解得$m\neq2$，

故选：A．

【点评】本题考查了根的判别式：一元二次方程$ax^{2}+bx+c=0(a\neq0)$的根与$\triangle=b^{2}-4ac$有如下关系：当$\triangle>0$时，方程有两个不相等的实数根；当$\triangle=0$时，方程有两个相等的实数根；当$\triangle<0$时，方程无实数根．

8．【分析】静止开始沿一个斜坡滚下，其速度每秒增加的值相同即可判断．

【解答】解：由题意得，

$\because$小球从静止开始，设速度每秒增加的值相同为a．

$\therefore v=v_{0}+at=0+a\times t$，

即$v=at$．故是正比例函数图象的一部分．

故选：D．

【点评】本题考查了函数关系式．这是一个跨学科的题目，实际上是利用“即时速度$=$初始速度$+$加速度$\times$时间”列出函数关系式．

二、填空题（本题共 16 分，每小题 2 分）

9．【分析】直接利用二次根式有意义的条件进而得出答案．

【解答】解：式子$\sqrt{x-5}$在实数范围内有意义，则$x-5\geqslant0$，

故实数x的取值范围是：$x\geqslant5$．

故答案为：$x\geqslant5$．

【点评】此题主要考查了二次根式有意义的条件，正确把握相关定义是解题关键．

10．【分析】估算出$\sqrt{2}$的取值范围即可求解．

【解答】解：$\because1<2<4$，

$\therefore 1<\sqrt{2}<2$，

$\therefore -2>-\sqrt{2}<-1$，

$\therefore$ 比 $-\sqrt{2}$ 大且比 $\sqrt{2}$ 小的整数有 -1，0，1．

故答案为：-1（或 0 或1）．

【点评】本题考查的是估算无理数的大小，估算出 $\sqrt{2}$ 的取值范围是解答此题的关键．

11．【分析】由加减消元法或代入消元法即可求解．

【解答】解：$\begin{cases}2x+y=1① \\ x+2y=2②\end{cases}$，

②+①得 $3x+3y=3$，即 $x+y=1$③，

①－③得，$x=0$，

②－③得，$y=1$，

$\therefore$ 方程组 $\begin{cases}2x+y=1 \\ x+2y=2\end{cases}$ 的解为 $\begin{cases}x=0 \\ y=1\end{cases}$，

故答案为：$\begin{cases}x=0 \\ y=1\end{cases}$．

【点评】本本题主要考查了解二元一次方程组，熟练掌握解二元一次方程组的方法是解答本题的关键．

12．【分析】根据勾股定理分别求出 OC 、OD ，根据勾股定理的逆定理得到 $\angle COD=90^{\circ}$ ，根据弧长公式计算，得到答案．

【解答】解：由勾股定理得，$OC=OD=\sqrt{2^{2}+2^{2}}=2\sqrt{2}$，

则 $OC^{2}+OD^{2}=CD^{2}$，

$\therefore \angle COD=90^{\circ}$，

$\therefore CD$ 与 AB 的长度之比 $=\dfrac{90\pi\times2\sqrt{2}}{180}:\dfrac{90\pi\times2}{180}=\sqrt{2}:1$，

故答案为：$\sqrt{2}:1$．

【点评】本题考查的是弧长的计算，掌握弧长公式 $l=\dfrac{n\pi r}{180}$ 是解题的关键．

13．【分析】由于 ΔABD 与 ΔABC 有公共角 $\angle B$，若根据有两组角对应相等的两个三角形相似，可添加 $\angle BAD=\angle C$ 或 $\angle BDA=\angle BAC$；若根据两组对应边的比相等且夹角对应相等的两个三角形相似，则可添加 $\dfrac{AB}{BC}=\dfrac{BD}{AB}$．

【解答】解：$\because \angle ABD=\angle CBA$，

$\therefore$ 当 $\angle BAD=\angle C$ 时，$\Delta BAD\backsim\Delta BCA$；

当 $\angle BDA=\angle BAC$ 时，$\Delta BAD\backsim\Delta BCA$；

当 $\dfrac{AB}{BC}=\dfrac{BD}{AB}$ 时，$\Delta BAD\backsim\Delta BCA$．

故答案为 $\angle BAD=\angle C$ 或 $\angle BDA=\angle BAC$ 或 $\dfrac{AB}{BC}=\dfrac{BD}{AB}$．

故答案为$\angle BAD=\angle C$或$\angle BDA=\angle BAC$或$\dfrac{AB}{BC}=\dfrac{BD}{AB}$.

【点评】本题考查了相似三角形的判定：两组对应边的比相等且夹角对应相等的两个三角形相似；有两组角对应相等的两个三角形相似.

14.【分析】先求出点A，点B坐标，结合图象可求解.

【解答】解：$\because$抛物线$y=-x^2+2x+3$交y轴于点A，交x轴正半轴于点B，

$\therefore$点$A(0,3)$，

当$y=0$时，$0=-x^2+2x+3$，

$\therefore x_1=3$，$x_2=-1$，

$\therefore$点$B(3,0)$，

$\therefore$不等式$-x^2+2x+3>kx+b$的解集为$0<x<3$，

故答案为$0<x<3$.

【点评】本题考查了二次函数与不等式的应用，利用数形结合思想解决问题是本题的关键.

15.【分析】由“SAS”可证$\Delta AOB\cong\Delta AOD$，可得$AD=AB$，$\angle BAC=\angle DAC$，即可求解.

【解答】解：$\because AC\perp BD$，

$\therefore\angle AOB=\angle AOD=90^{\circ}$，

在ΔAOB和ΔAOD中，

$$\begin{cases}BO=DO\\ \angle AOB=\angle AOD\\ AO=AO\end{cases}，$$

$\therefore\Delta AOB\cong\Delta AOD(SAS)$，

$\therefore AD=AB$，$\angle BAC=\angle DAC$，

由条件不能证明$AB=CD$，$AO=CO$，

故①②正确，

故答案为①②.

【点评】本题考查了全等三角形的判定和性质，等腰三角形的性质，掌握全等三角形的判定是本题的关键.

16.【分析】根据已经完成体检的男生、女生的人数之比为$4:3$，故体检了的人数为7的倍数即可判断.

【解答】解：$\because$已经完成体检的男生、女生的人数之比为$4:3$.

$\therefore$已经体检了的人数为7的倍数.

$\therefore$去掉1班的时候，其他7个班相加为161，161是7的倍数，故可能为1班没有体检；

去掉5班其他7个班相加168，也是7的倍数，故可能为5班没有体检.

故答案为：1班或者5班.

【点评】本题考查了统计表的应用，关键在于分析题目中男女比转化为实倍数问题.

三、解答题（本题共68分，第17-21题，每小题5分；第22题6分；第23题5分；第24-26题，每小题5分；第27-28题，每小题5分）

17.【分析】直接利用特殊角的三角函数值以及零指数幂的性质、负整数指数幂的性质、绝对值的性质分别化简得出答案.

【解答】解：原式$=4+2\times\frac{\sqrt{2}}{2}-\sqrt{2}+1$

$=4+\sqrt{2}-\sqrt{2}+1$

$=5$.

【点评】此题主要考查了实数运算，正确化简各数是解题关键.

18.【分析】分别求出每一个不等式的解集，根据口诀：同大取大、同小取小、大小小大中间找、大大小小找不到确定不等式组的解集.

【解答】解：解不等式$x-1<\frac{1}{2}x$，得：$x<2$，

解不等式$2(1+x)>x$，得：$x>-2$，

则不等式组的解集为$-2<x<2$.

【点评】本题考查的是解一元一次不等式组，正确求出每一个不等式解集是基础，熟知"同大取大；同小取小；大小小大中间找；大大小小找不到"的原则是解答此题的关键.

19.【分析】根据解分式方程的步骤：①去分母；②求出整式方程的解；③检验；④得出结论解答即可.

【解答】解：去分母得：$1+x+2=2x$，

解得：$x=3$，

经检验，$x=3$是原方程的解，

$\therefore$原方程的解为：$x=3$.

【点评】此题考查的是解分式方程，掌握其解答步骤是解决此题关键.

20.【分析】先利用平方差公式和去括号法则展开，再合并同类项，继而代入计算即可.

【解答】解：原式$=4y^2-x^2-2y+x2$

$=4y^2-2y$，

当$2y^2-y-1=0$，即$2y^2-y=1$时，

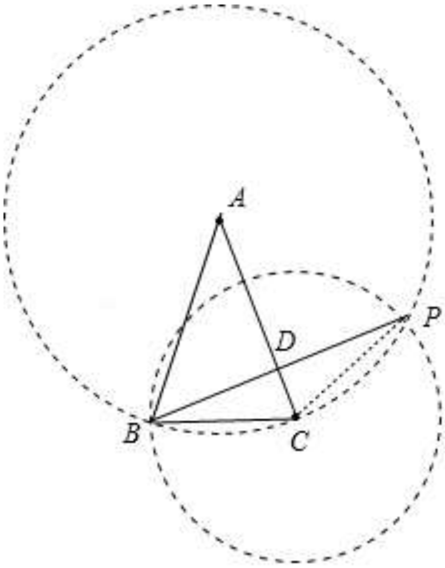
原式$=2(2y^2-y)=2\times1=2$.

【点评】本题主要考查整式的混合运算$-$化简求值，解题的关键是掌握整式的混合运算顺序和运算法则.

21.【分析】（1）利用几何语言画出对应的几何图形；

（2）先根据圆周角定理得到$\angle CPB=\frac{1}{2}\angle BAC$，再利用等腰三角形的性质得到$\angle CBD=\angle CPB$，从而得到$\angle CBD=\frac{1}{2}\angle BAC$.

【解答】解：（1）如图，BD为所作；



（2）证明：连接PC，如图，

$\because AB=AC$，

$\therefore$点C在$\odot A$上．

$\because$点P在$\odot A$上，

$\therefore \angle CPB=\dfrac{1}{2}\angle BAC$（圆周角定理），

$\because BC=PC$，

$\therefore \angle CBD=\angle CPB$，

$\therefore \angle CBD=\dfrac{1}{2}\angle BAC$．

故答案为：圆周角定理；$\angle CPB$．

【点评】本题考查了作图$-$复杂作图：复杂作图是在五种基本作图的基础上进行作图，一般是结合了几何图形的性质和基本作图方法．解决此类题目的关键是熟悉基本几何图形的性质，结合几何图形的基本性质把复杂作图拆解成基本作图，逐步操作．也考查了圆周角定理．

22．【分析】（1）由矩形的性质可得$OC=OD$，由等腰三角形的性质和平行线的性质可得结论；

（2）由相似三角形的性质可求OF，EF的长，即可求解．

【解答】证明：（1）$\because$四边形$ABCD$是矩形，

$\therefore AC=BD$，$OA=OC$，$OB=OD$，

$\therefore OC=OD$，

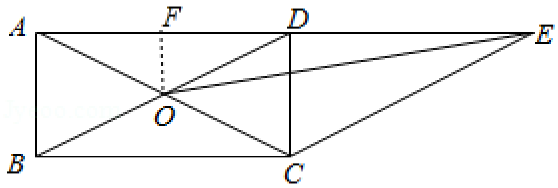
$\therefore \angle ODC=\angle OCD$，

$\because CE//BD$，

$\therefore \angle ODC=\angle DCE$，

$\therefore \angle ACD=\angle ECD$；

（2）过点O作$OF\perp AD$于F，



$\because AB = CD = 2$， $\tan \angle ACD = \dfrac{AD}{CD} = 2$，

$\therefore AD = 4$，

$\because DO // CE$，

$\therefore \dfrac{AD}{DE} = \dfrac{AO}{OC} = 1$，

$\therefore DE = AD = 4$，

$\because OF // CD$，

$\therefore \Delta AFO \backsim \Delta ADC$，

$\therefore \dfrac{AF}{AD} = \dfrac{FO}{CD} = \dfrac{AO}{AC} = \dfrac{1}{2}$，

$\therefore AF = DF = 2$， $OF = \dfrac{1}{2}CD = 1$，

$\therefore EF = 6$，

$\therefore EO = \sqrt{EF^2 + OF^2} = \sqrt{36+1} = \sqrt{37}$.

【点评】本题考查了矩形的性质，角平分线的性质，相似三角形的判定和性质，灵活运用这些性质解决问题是本题的关键.

23.【分析】（1）① $A(a,2)$ 代入 $y = x - 1$ 即可得 a，

②把 $A(3,2)$ 代入 $y = \dfrac{k}{x}$ 可得 k 的值，即可求出反比例函数解析式；

（2） $S_{\Delta OPM} > S_{\Delta OPN}$ 即是 $y_M > y_N$， 观察图形交点，数形结合即可得到答案.

【解答】解：（1）① $A(a,2)$ 代入 $y = x - 1$ 得： $2 = a - 1$，

$\therefore a = 3$；

②$\because a = 3$，

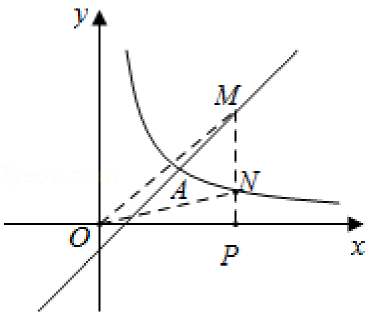
$\therefore A(3,2)$，

把 $A(3,2)$ 代入 $y = \dfrac{k}{x}$ 得： $2 = \dfrac{k}{3}$，

$\therefore k = 6$，

$\therefore$ 函数 $y = \dfrac{k}{x}(x > 0)$ 的解析式为 $y = \dfrac{6}{x}$；

（2）如图：



$\because S_{\Delta OPM}=\frac{1}{2}OP\cdot PM$， $S_{\Delta OPN}=\frac{1}{2}OP\cdot PN$， $S_{\Delta OPM}>S_{\Delta OPN}$

$\therefore PM>PN$，即 $y_M>y_N$，

由图象 $G: y=\frac{6}{x}$ 与直线 $l: y=x-1$ 交于 $A(3,2)$ 知，当 $x>3$ 时， $y_M>y_N$，

$\therefore$ 当 $S_{\Delta OPM}>S_{\Delta OPN}$ 时， $x>3$，即 $n>3$．

【点评】本题考查反比例函数与一次函数解析式及交点问题，数形结合是解题的关键．

24．【分析】(1）连接 OD，如图，根据切线的性质得到 $\angle ODA=90°$，根据圆周角定理得到 $\angle BDE=90°$，然后利用等角的余角相等得到结论；

（2）设 $\odot O$ 的半径为 r，利用正弦的定义求出 $AB=10$，再证明 $\Delta ADO\backsim\Delta ACB$，利用相似比得到 $\frac{10-r}{10}=\frac{r}{6}$，然后解方程即可．

【解答】(1）证明：连接 OD，如图，

$\because AC$ 为切线，

$\therefore OD\perp AD$，

$\therefore \angle ODA=90°$，

$\because BE$ 为直径，

$\therefore \angle BDE=90°$，

$\because \angle DBE+\angle BED=90°$， $\angle ADE+\angle ODE=90°$，

而 $\angle ODE=\angle OED$，

$\therefore \angle ADE=\angle DBE$；

（2）解：设 $\odot O$ 的半径为 r，

在 RtΔACB 中， $\sin A=\frac{BC}{AB}=\frac{3}{5}$，

$\therefore AB=\frac{5}{3}BC=\frac{5}{3}\times 6=10$，

$\because OD\perp AD$， $BC\perp AC$，

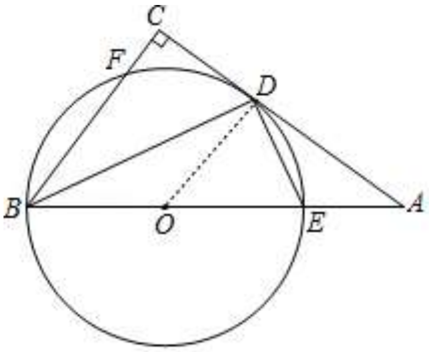
$\therefore OD//BC$，

$\therefore \Delta ADO\backsim\Delta ACB$，

$\therefore \frac{AO}{AB}=\frac{OD}{BC}$，即 $\frac{10-r}{10}=\frac{r}{6}$，

解得$r=\dfrac{15}{4}$，

即$\odot O$的半径为$\dfrac{15}{4}$.



【点评】本题考查了切线的性质：圆的切线垂直于经过切点的半径．也考查了圆周角定理．

25．【分析】(1) 根据中位数、众数的意义求解即可；

(2) 根据数据大小波动情况，直观可得答案；

(3) 从中位数、众数的比较得出答案．

【解答】解：(1) 甲品种橙子测评成绩出现次数最多的是 91 分，所以众数是 91，即$m=91$，

将乙品种橙子的测评成绩从小到大排列处在中间位置的一个数是 90，因此中位数是 90，即$n=90$，

答：$m=91$，$n=90$；

(2) 由甲、乙两种橙子的测评成绩的大小波动情况，直观可得$s_1^2<s_2^2$，

故答案为：$<$；

(3) 甲品种较好，理由为：甲品种橙子的中位数、众数均比乙品种的高．

故答案为：甲，甲品种橙子的中位数、众数均比乙品种的高．

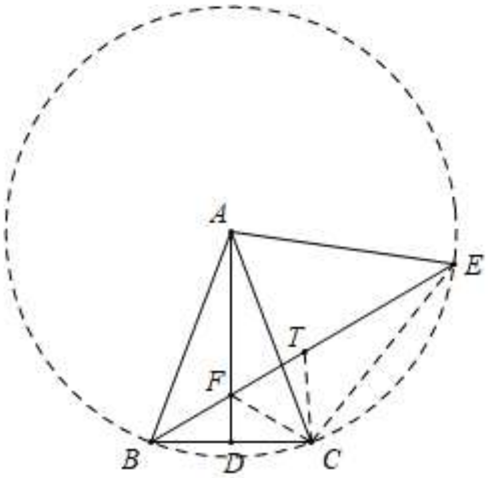
【点评】本题考查频数分布表，中位数、众数、平均数，理解中位数、众数、平均数的意义和计算方法是正确解答的前提．

26．【分析】(1) 根据要求作出图形即可．

(2) 利用圆周角定理解决问题即可．

(3) 结论：$EF=AF+BF$．如图，连接CF，EC，在EF上取一点T，使得$FT=FC$，连接CT．证明$\Delta FCA\cong\Delta TCE(SAS)$，推出$AF=ET$，可得结论．

【解答】解：(1) 图形如图所示：



（2）$\because AB=AC=AE$，

$\therefore$ 点 A 是 ΔBCE 的外心，

$\because \angle CAE=60^\circ$， $\angle CBE=\dfrac{1}{2}\angle CAE$，

$\therefore \angle CBE=30^\circ$，

$\because AB=AC$， $BD=DC$，

$\therefore AD\perp BC$，

$\therefore \angle BDF=90^\circ$，

$\therefore \angle AFE=\angle BFD=90^\circ-30^\circ=60^\circ$．

（3）结论： $EF=AF+BF$ ．

理由：如图，连接 CF， EC，在 EF 上取一点 T，使得 $FT=FC$，连接 CT ．

$\because AD$ 垂直平分线段 BC，

$\therefore FB=FC$，

$\therefore \angle BFD=\angle CFD=\angle AFE=60^\circ$，

$\therefore \angle CFE=60^\circ$，

$\because FT=FC$，

$\therefore \Delta CFT$ 是等边三角形，

$\therefore CF=CT$， $\angle FCT=60^\circ$，

$\because AC=AE$， $\angle CAE=60^\circ$，

$\therefore \Delta ACE$ 是等边三角形，

$\therefore CA=CE$， $\angle ACE=\angle FCT=60^\circ$，

$\therefore \angle FCA=\angle TCE$，

$\therefore \Delta FCA\cong\Delta TCE(SAS)$，

$\therefore AF=ET$，

$\therefore EF=FT+ET=BF+AF$.

【点评】本题属于几何变换综合题，考查了等腰三角形的性质，圆周角定理，等边三角形的判定和性质，全等三角

形的判定和性质等知识，解题的关键是学会添加常用辅助线，构造全等三角形解决问题.

27.【分析】（1）利用$x=-\frac{b}{2a}$求得a和b的关系，再将其代入原解析式即可；

（2）分两种情况讨论，利用抛物线的对称性即可求解；

（3）分类讨论，利用二次函数的性质求解即可.

【解答】解：（1）将$x=1$代入抛物线$y=ax^2+bx+a-4$得，

$y=a+b+a-4=2a+b-4$，

$\because$对称轴是直线$x=1$.

$\therefore -\frac{b}{2a}=1$，

$\therefore b=-2a$，

$\therefore y=2a+b-4=2a-2a-4=-4$，

$\therefore$抛物线$y=ax^2+bx+a-4(a\neq 0)$的顶点坐标为$(1,-4)$；

（2）①$a<0$时，抛物线开口向下，y的最大值是-4，

$\because$当$-2\leqslant x\leqslant 3$时，y的最大值是5，

$\therefore a<0$不合题意；

②$a>0$时，抛物线开口向上，

$\because$对称轴是直线$x=1.1$到-2的距离大于1到3的距离，

$\therefore x=-2$时，y的值最大，

$\therefore y=4a-2b+a-4=5a-2b-4=5$，

将$b=-2a$代入得，$a=1$；

（3）①$t<0$时，

$\because a=1$，

$\therefore b=-2a=-2$，

$\therefore y$的最大值是$m=t^2-2t+1-4=t^2-2t-3$，最小值是$n=(t+1)^2-2(t+1)-3$，

$\because m-n=3$，

$\therefore t^2-2t-3-[(t+1)^2-2(t+1)-3]=3$，解得：$t=-1$；

②$\frac{1}{2}\leqslant t<1$时，

$\therefore y$的最大值是$m=(t+1)^2-2(t+1)-3$，最小值是$n=-4$，

$\because m-n=3$，

$\therefore (t+1)^2-2(t+1)-3-(-4)=3$，解得：$t=\pm\sqrt{3}$（不成立）；

③$0<t\leqslant\frac{1}{2}$时，

y的最大值是$m=t^2-2t+1-4=t^2-2t-3$，最小值是$n=-4$，

$m-n=t^2-2t-3-(-4)=3$，解得：$t=\pm\sqrt{3}+1$（不成立）；

④$t\geqslant 1$时，

$\therefore y$ 的最大值是 $m=(t+1)^2-2(t+1)-3$，最小值是 $n=t^2-2t-3$，

$m-n=(t+1)^2-2(t+1)-3-(t^2-2t-3)=3$，解得：$t=2$；

综上，t 的值为 -1 或 2．

【点评】本题考查的是二次函数的最值，要求学生非常熟悉函数与坐标轴的交点、顶点等点所代表的意义、图象上点的坐标特征等．

28．【分析】（1）①②根据“垂直图形”的定义解决问题即可．

（2）①构造全等三角形，利用全等三角形的性质求解即可．

②如图 3 中，观察图象可知，满足条件的点 E' 在第一象限的 $\odot O$ 上．求出点 E' 的坐标即可解决问题．

【解答】解：（1）①如图 1 中，观察图象可知 $B(2,0)$．

故答案为：$(2,0)$．

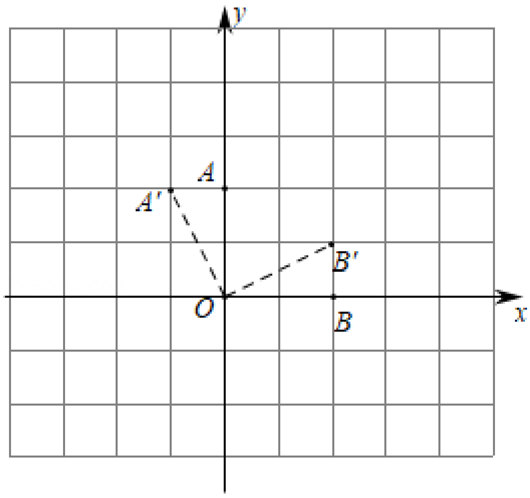


图1

②如图，$A'(-1,2)$，

故答案为：$(-1,2)$．

（2）①如图 2 中，过点 E 作 $EP\perp x$ 轴于 P，过点 E' 作 $E'H\perp x$ 轴于 H．

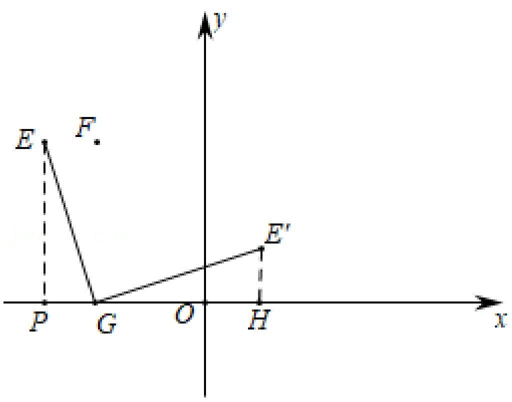


图2

$\because \angle EPG=\angle EGE'=\angle GHE'=90^\circ$，

$\therefore \angle E+\angle PGE=90^\circ$，$\angle PGE+\angle E'GH=90^\circ$，

$\therefore \angle E=\angle E'GH$，

$\because EG=GE'$，

$\therefore \Delta EPG\cong\Delta GHE'(AAS)$，

$\therefore EP=GH=3$， $PG=E'H=a+3$，

$\therefore OH=3+a$，

$\therefore E'(3+a,3+a)$.

②如图 3 中，观察图象可知，满足条件的点 E' 在第一象限的 $\odot O$ 上.

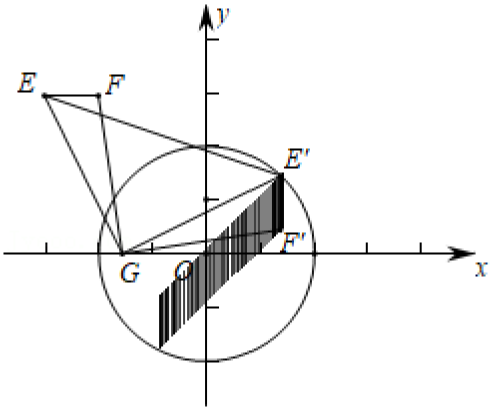


图3

$\because E'(3+m,3+m)$， $OE'=2$，

$\therefore 3+m=\sqrt{2}$，

$\therefore m=\sqrt{2}-3$，

$\therefore E'(\sqrt{2}$， $\sqrt{2})$，

$\therefore EE'=\sqrt{(\sqrt{2}+3)^2+(\sqrt{2}-3)^2}=\sqrt{22}$.

【点评】本题考查几何变换综合题，考查了旋转变换，全等三角形的判定和性质，勾股定理等知识，解题的关键是理解题意，学会添加常用辅助线，构造全等三角形解决问题，属于中考压轴题。