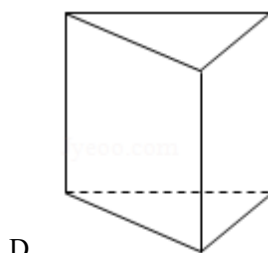
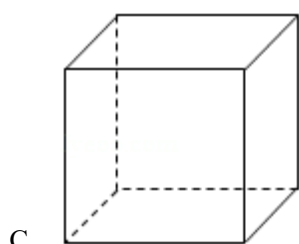
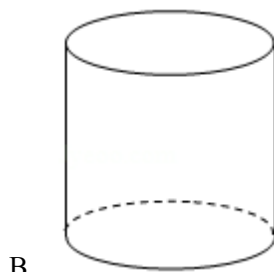
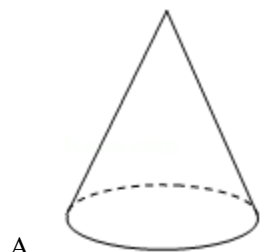


# 2021 北京房山初三一模

## 数 学

一、选择题（本题共 16 分，每小题 2 分）第 1-8 题均有四个选项，符合题意的选项只有一个

1. (2 分) 下列几何体中，主视图是三角形的是( )



2. (2 分) 在迎来了中国共产党成立一百周年的重要时刻，我国脱贫攻坚战取得了全面胜利。现行标准下，12800 个贫困村全部出列。将 12800 用科学记数法表示应为( )

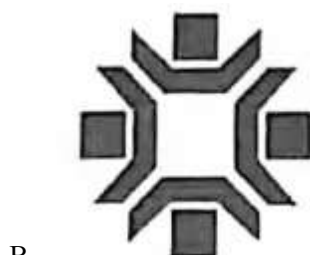
A.  $12.8 \times 10^3$

B.  $1.28 \times 10^3$

C.  $1.28 \times 10^4$

D.  $0.128 \times 10^5$

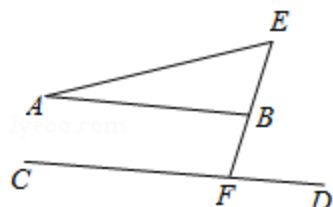
3. (2 分) 下列冬奥会会徽的部分图案中，既是轴对称图形也是中心对称图形的是( )



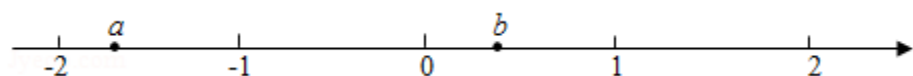


D.

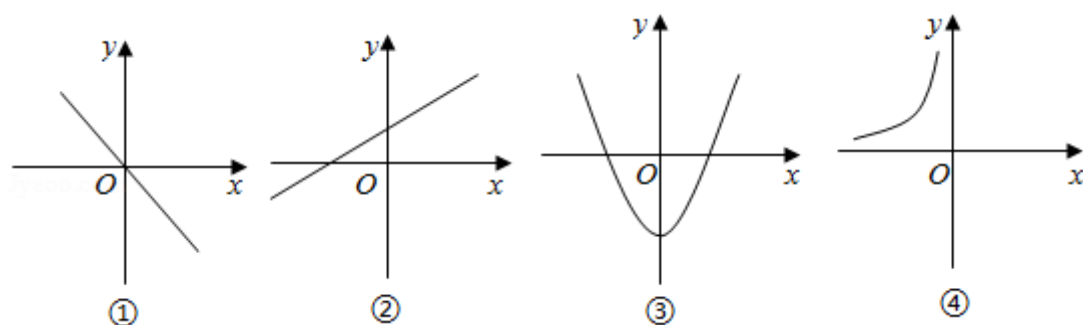
4. (2 分) 如图,  $AB \parallel CD$ ,  $EF$  分别与  $AB$ ,  $CD$  交于点  $B$ ,  $F$ . 若  $\angle E = 50^\circ$ ,  $\angle EFC = 110^\circ$ , 则  $\angle A$  的度数为( )



- A.  $20^\circ$       B.  $30^\circ$       C.  $40^\circ$       D.  $50^\circ$
5. (2 分) 如果从 1, 2, 3, 4, 5, 6 这六个数中任意选取一个数, 那么取到的数恰好是 3 的整数倍的概率是( )
- A.  $\frac{1}{2}$       B.  $\frac{1}{3}$       C.  $\frac{1}{4}$       D.  $\frac{1}{6}$
6. (2 分) 若一个多边形的每个外角都是  $72^\circ$ , 则该多边形的边数为( )
- A. 3      B. 4      C. 5      D. 6
7. (2 分) 实数  $a$ ,  $b$  在数轴上的对应点的位置如图所示, 则下列结论正确的是( )



- A.  $a > -1$       B.  $ab > 0$       C.  $b < -a$       D.  $|a| < |b|$
8. (2 分) 在平面直角坐标系  $xOy$  中, 若函数图象上任意两点  $P(x_1, y_1)$ ,  $Q(x_2, y_2)$  均满足  $(x_1 - x_2)(y_1 - y_2) > 0$ . 下列四个函数图象中.



所有正确的函数图象的序号是( )

- A. ①②      B. ③④      C. ①③      D. ②④

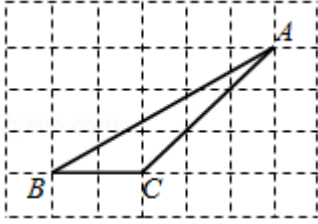
## 二、填空题 (本题共 16 分, 每小题 2 分)

9. (2 分) 若分式  $\frac{1}{x-5}$  有意义, 则实数  $x$  的取值范围是\_\_\_\_\_.
10. (2 分) 写出一个比 1 大比 4 小的无理数\_\_\_\_\_.
11. (2 分) 分解因式  $3a^2 - 3b^2 =$ \_\_\_\_\_.

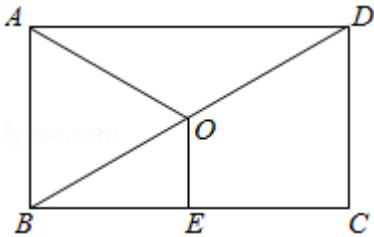
12. (2分) 方程组  $\begin{cases} x+y=5 \\ 2x-y=1 \end{cases}$  的解是 \_\_\_\_.

13. (2分) 已知关于  $x$  的方程  $x^2 - 2x + m = 0$  有两个不相等的实数根, 则  $m$  的取值范围是 \_\_\_\_.

14. (2分) 如图所示的网格是正方形网格,  $A, B, C$  是网格线交点, 则  $\angle ABC + \angle BAC =$  \_\_\_\_°.



15. (2分) 如图, 点  $O$  是矩形  $ABCD$  的对角线  $BD$  的中点, 点  $E$  是  $BC$  的中点, 连接  $OA, OE$ . 若  $OA = 2, OE = 1$ , 则矩形  $ABCD$  的面积为 \_\_\_\_.

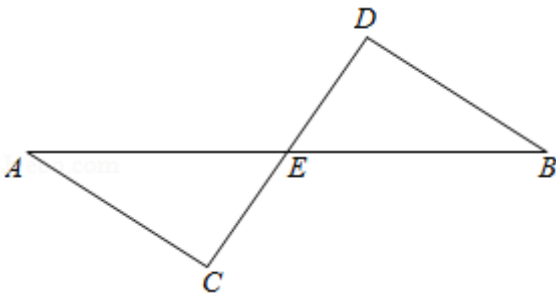


16. (2分) 甲, 乙, 丙, 丁, 戊, 己六人, 将在“学党史, 讲党史”活动中进行演讲, 要求每位演讲者只讲一次, 并且在同一时间只有一位演讲者, 三位演讲者在午餐前演讲, 另三位演讲者在午餐后演讲, 丙一定在午餐前演讲, 仅有一位演讲者处在甲和乙之间, 丁在第一位或在第三位演讲. 如果戊是第四位演讲者, 那么第三位演讲者是 \_\_\_\_.

三、解答题 (本题共 68 分, 第 17-21 题, 每小题 5 分, 第 22-24 题, 每小题 5 分, 第 25 题 5 分, 第 26 题 6 分, 第 27-28 题, 每小题 5 分解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程)

17. (5分) 计算:  $(\frac{1}{2})^{-1} + \sqrt{8} + |-1| - 4\cos 45^\circ$ .

18. (5分) 已知: 如图,  $AB$  与  $CD$  交于点  $E$ , 点  $E$  是线段  $AB$  的中点,  $\angle A = \angle B$ . 求证:  $AC = BD$ .



19. (5分) 解不等式组:  $\begin{cases} 3x-2 > 2x \\ \frac{x-2}{5} < \frac{x}{3} \end{cases}$ .

20. (5分) 已知  $3x^2 - x - 1 = 0$ . 求代数式  $(x-2)^2 + 5x(x+1) - 3x$  的值.

21. (5分) 已知:  $\triangle ABC$  为锐角三角形,  $AB = AC$ .

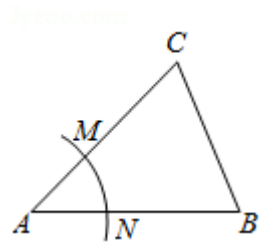
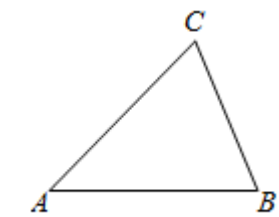
求作: 菱形  $ABDC$ .

作法: 如图,

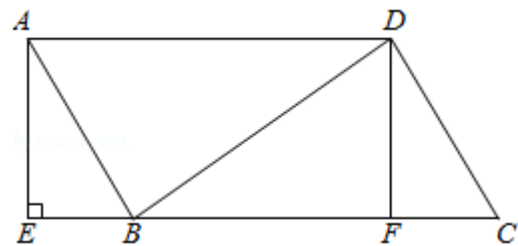
①以点  $A$  为圆心, 适当长为半径作弧, 交  $AC$  于点  $M$ , 交  $AB$  于点  $N$ ;

- ②分别以点  $M$ ， $N$  为圆心，大于  $\frac{1}{2}MN$  的长为半径作弧，两弧在  $\angle CAB$  的内部相交于点  $E$ ，作射线  $AE$  与  $BC$  交于点  $O$ ；
- ③以点  $O$  为圆心，以  $AO$  长为半径作弧，与射线  $AE$  交于点  $D$ ，连接  $CD$ ， $BD$ ；四边形  $ABDC$  就是所求作的菱形.
- (1) 使用直尺和圆规，依作法补全图形（保留作图痕迹）；
- (2) 完成下面的证明.

证明：  $\because AB = AC$ ， $AE$  平分  $\angle CAB$ ，  
 $\therefore CO = \underline{\hspace{1cm}}$ .  
 $\because AO = DO$ ，  
 $\therefore$  四边形  $ABDC$  是平行四边形.  
 $\because AB = AC$ ，  
 $\therefore$  四边形  $ABDC$  是菱形(\_\_\_\_)（填推理的依据）.



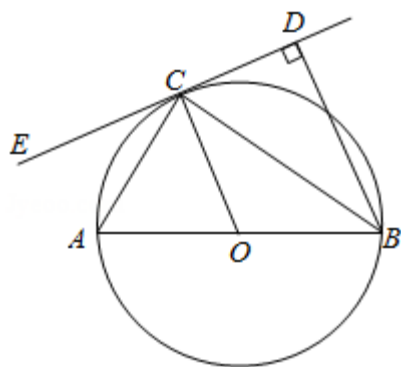
22. (6 分) 如图，四边形  $ABCD$  是平行四边形，过点  $A$  作  $AE \perp BC$  交  $CB$  的延长线于点  $E$ ，点  $F$  在  $BC$  上，且  $CF = BE$ ，连接  $DF$  .
- (1) 求证：四边形  $AEFD$  是矩形；
- (2) 连接  $BD$ ，若  $\angle ABD = 90^\circ$ ， $AE = 4$ ， $CF = 2$ ，求  $BD$  的长.



23. (6 分) 在平面直角坐标系  $xOy$  中，一次函数  $y = x + 1$  的图象与反比例函数  $y = \frac{k}{x} (k \neq 0)$  的图象相交于点  $A(2, m)$ ，将点  $A$  向左平移 2 个单位长度，再向上平移 1 个单位长得到点  $B$  .
- (1) 求反比例函数的表达式和点  $B$  的坐标；
- (2) 若一次函数的图象过点  $B$ ，且与反比例函数  $y = \frac{k}{x} (k \neq 0)$  的图象没有公共点，写出一个满足条件的一次函数的表达式.

24. (6分) 如图,  $AB$  为  $\odot O$  的直径,  $C$  为  $\odot O$  上一点, 过点  $C$  作  $\odot O$  的切线  $CE$ , 过点  $B$  作  $BD \perp CE$  于点  $D$ .

- (1) 求证:  $\angle ABC = \angle DBC$ ;
- (2) 若  $CD = 6$ ,  $\sin \angle ABC = \frac{3}{5}$ , 求  $AB$  的长.

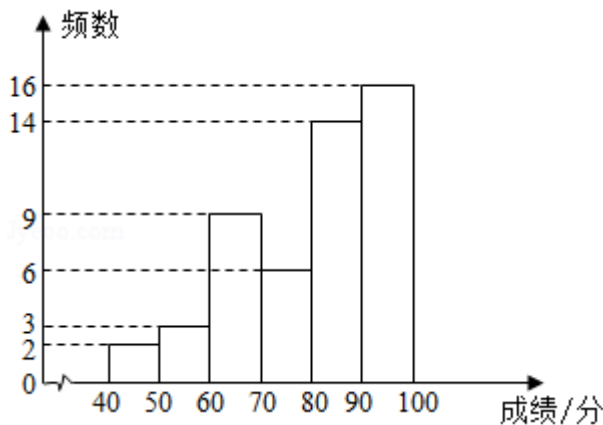


25. (5分) 为了解某校男, 女生对配餐公司菜品满意度的情况, 从全校学生随机抽取男, 女生各 50 名进行调查, 获得了他们的打分成绩 (百分制), 并对数据 (打分成绩) 进行整理、描述和分析. 下面给出了部分信息.

- a. 男生打分成绩的频数分布直方图如图 (数据分成 6 组:  $40 \leq x < 50$ ,  $50 \leq x < 60$ ,  $60 \leq x < 70$ ,  $70 \leq x < 80$ ,  $80 \leq x < 90$ ,  $90 \leq x < 100$ );
- b. 男生打分成绩在  $80 \leq x < 90$  这一组的是:
- 80 81 81 82 84 86 87 88 88 88 89 89 89 89
- c. 男女生打分成绩的平均数, 中位数, 众数如表:

成绩	平均数	中位数	众数
男生	82	$m$	89
女生	84	82	86

- (1) 写出表中  $m$  的值;
- (2) 在此次调查中, 对配餐公司满意度较高的是\_\_\_\_ (填 “男生” 或 “女生”), 理由\_\_\_\_;
- (3) 如果该校 700 名男生都参加此次测试, 请估计该校男生打分成绩超过 85 分的人数.



26. (6分) 在平面直角坐标系  $xOy$  中, 抛物线  $y = ax^2 - 2ax + c (a \neq 0)$  被  $x$  轴截得的线段长度为 4.
- (1) 求抛物线的对称轴;
- (2) 求  $c$  的值 (用含  $a$  的式子表示);
- (3) 若点  $M(x_1, 3)$ ,  $N(x_2, 3)$  为抛物线上不重合两点 (其中  $x_1 < x_2$ ), 且满足  $x_1(x_2 - 5) \leq 0$ , 求  $a$  的取值范围.

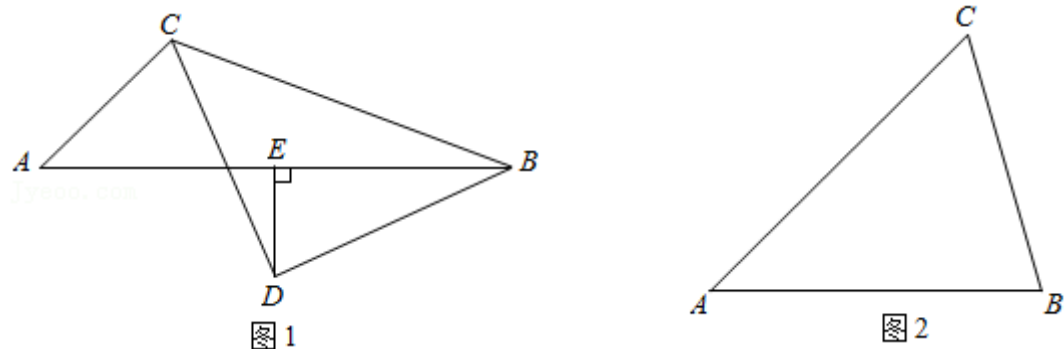
27. (7 分) 已知: 在  $\triangle ABC$  中,  $\angle A = 45^\circ$ ,  $\angle ABC = \alpha$ , 以  $BC$  为斜边作等腰  $\text{Rt}\triangle BDC$ , 使得  $A, D$  两点在直线  $BC$  的同侧, 过点  $D$  作  $DE \perp AB$  于点  $E$ .

(1) 如图 1, 当  $\alpha = 20^\circ$  时,

①求  $\angle CDE$  的度数;

②判断线段  $AE$  与  $BE$  的数量关系;

(2) 若  $45^\circ < \alpha < 90^\circ$ , 线段  $AE$  与  $BE$  的数量关系是否保持不变? 依题意补全图 2, 并证明.

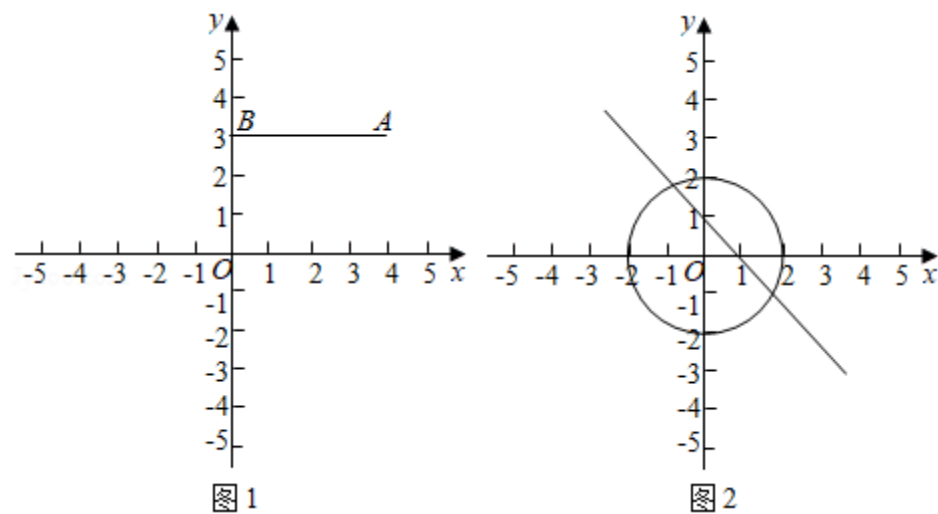


28. (7 分) 对于平面内的点  $P$  和图形  $M$ , 给出如下定义: 以点  $P$  为圆心,  $r$  为半径作圆. 若  $\odot P$  与图形  $M$  有交点, 且半径  $r$  存在最大值与最小值, 则将半径  $r$  的最大值与最小值的差称为点  $P$  视角下图形  $M$  的“宽度  $d_M$ ”

(1) 如图 1. 点  $A(4,3)$ ,  $B(0,3)$ .

①在点  $O$  视角下, 则线段  $AB$  的“宽度  $d_{AB}$ ”为\_\_\_\_\_;

②若  $\odot B$  半径为 1.5, 在点  $A$  视角下,  $\odot B$  的“宽度  $d_{\odot B}$ ”为\_\_\_\_\_.



(2) 如图 2,  $\odot O$  半径为 2. 点  $P$  为直线  $y = -x + 1$  上一点. 求点  $P$  视角下  $\odot O$  “宽度  $d_{\odot O}$ ”的取值范围;

(3) 已知点  $C(m,0)$ ,  $CK = 1$ , 直线  $y = \frac{\sqrt{3}}{3}x + 3$  与  $x$  轴,  $y$  轴分别交于点  $D$ ,  $E$ . 若随着点  $C$  位置的变化, 使得在所有点  $K$  的视角下, 线段  $DE$  的“宽度”均满足  $0 < d_{DE} < 6$ , 直接写出  $m$  的取值范围.

## 参考答案

一、选择题（本题共 16 分，每小题 2 分）第 1-8 题均有四个选项，符合题意的选项只有一个

1. 【分析】主视图是从找到从正面看所得到的图形，注意要把所看到的棱都表示到图中.

【解答】解：A、圆锥的主视图是三角形，故此选项符合题意；

B、圆柱的主视图是长方形，故此选项不合题意；

C、立方体的主视图是正方形，故此选项不合题意；

D、三棱柱的主视图是长方形，中间还有一条实线，故此选项不合题意；

故选：A.

【点评】此题主要考查了几何体的三视图，关键是掌握主视图所看的位置.

2. 【分析】科学记数法的表示形式为  $a \times 10^n$  的形式，其中  $1 \leq |a| < 10$ ， $n$  为整数. 确定  $n$  的值时，要看把原数变成  $a$  时，小数点移动了多少位， $n$  的绝对值与小数点移动的位数相同. 当原数绝对值  $\geq 10$  时， $n$  是正整数；当原数的绝对值  $< 1$  时， $n$  是负整数.

【解答】解：12800 =  $1.28 \times 10^4$ .

故选：C.

【点评】此题考查科学记数法的表示方法. 科学记数法的表示形式为  $a \times 10^n$  的形式，其中  $1 \leq |a| < 10$ ， $n$  为整数，表示时关键要正确确定  $a$  的值以及  $n$  的值.

3. 【分析】中心对称图形的定义：把一个图形绕某一点选择  $180^\circ$ ，如果旋转后的图形能与原来的图形重合，那么这个图形就叫做中心对称图形；轴对称图形的定义：如果一个图形沿着一条直线对折后两部分完全重合，这样的图形叫做轴对称图形.

【解答】解：A、既不是轴对称图形，也不是中心对称图形，故本选项不合题意；

B、既是轴对称图形，也是中心对称图形，故本选项符合题意；

C、既不是轴对称图形，也不是中心对称图形，故本选项不合题意；

D、是轴对称图形，不是中心对称图形，故本选项不合题意.

故选：B.

【点评】本题考查中心对称图形与轴对称图形，解题的关键是正确理解中心对称图形与轴对称图形的定义，本题属于基础题型.

4. 【分析】直接利用平行线的性质得出  $\angle ABF = 70^\circ$ ，进而利用三角形外角的性质得出答案.

【解答】解： $\because AB \parallel CD$ ，

$$\therefore \angle ABF + \angle EFC = 180^\circ,$$

$$\because \angle EFC = 110^\circ,$$

$$\therefore \angle ABF = 70^\circ,$$

$$\because \angle A + \angle E = \angle ABF = 70^\circ, \quad \angle E = 50^\circ,$$

$$\therefore \angle A = 20^\circ.$$

故选：A.

【点评】此题主要考查了平行线的性质以及三角形的外角性质，正确得出  $\angle ABF = 70^\circ$  是解题关键.

5. 【分析】根据随机事件概率大小的求法，找准两点：

①符合条件的情况数目；

②全部情况的总数.

二者的比值就是其发生的概率的大小.

【解答】解：1，2，3，4，5，6这六个数中是3的倍数的数是3和6，

∴六个数中任取一个，则取到的数是3的倍数的概率是  $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$ ，

故选：B.

【点评】本题考查概率的求法与运用，一般方法为：如果一个事件有  $n$  种可能，而且这些事件的可能性相同，其中事件  $A$  出现  $m$  种结果，那么事件  $A$  的概率  $P(A) = \frac{m}{n}$ .

6. 【分析】任何多边形的外角和是  $360^\circ$ . 用外角和除以每个外角的度数即可得到边数.

【解答】解： $360^\circ \div 72^\circ = 5$ .

故这个多边形是五边形.

故选：C.

【点评】此题主要考查了多边形的外角和，关键是掌握任何多边形的外角和都是  $360^\circ$ .

7. 【分析】据点的坐标，可得  $a$ 、 $b$  的值，根据相反数的意义，可得答案.

【解答】解：由点的坐标，得

$-2 < a < -1$ ， $0 < b < 1$ .

A、 $a > -1$ ，故本选项错误；

B、 $ab < 0$ ，故本选项错误；

C、 $b < -a$ ，故本选项正确；

D、 $|a| > |b|$ ，故本选项错误；

故选：C.

【点评】本题考查了实数与数轴，利用点的坐标得出  $a$ 、 $b$  的值是解题关键.

8. 【分析】根据题意，利用分类讨论的数学思想可以解答本题.

【解答】解： $\because (x_1 - x_2)(y_1 - y_2) > 0$ ，

$\therefore (x_1 - x_2)$  与  $(y_1 - y_2)$  同号，

当  $x_1 - x_2 > 0$  时， $y_1 - y_2 > 0$ ；

当  $x_1 - x_2 < 0$  时， $y_1 - y_2 < 0$ .

$\therefore y$  随  $x$  的增大而减小，

故正确的函数图象的序号是②④.

故选：D.

【点评】本题考查函数图象，解答本题的关键是明确题意，利用数形结合和分类讨论的数学思想解答.

## 二、填空题（本题共 16 分，每小题 2 分）

9. 【分析】由于分式的分母不能为 0， $x-5$  为分母，因此  $x-5 \neq 0$ ，解得  $x$ .

【解答】解： $\because$  分式  $\frac{1}{x-5}$  有意义，



$\therefore x-5 \neq 0$ ，即  $x \neq 5$ 。

故答案为： $x \neq 5$ 。

【点评】本题主要考查分式有意义的条件：分式有意义，分母不能为0。

10. 【分析】常见的无理数类型有：开方开不尽的数， $\pi$ ，无限不循环小数等。

【解答】解：要求写出一个比1大比4小的无理数，可以使被开方数大于1小于16，且开方开不尽，如： $\sqrt{2}$ ， $\sqrt{3}$ ； $\pi$ 是一个无限不循环小数，属于无理数，符合题意；

1.01001000100001.....像这样的无限不循环小数，也是无理数。

只需要写出一个就可以。

故答案为： $\pi$ 。

【点评】这道题主要考查无理数的概念，解题的关键是熟悉常见的无理数类型。

11. 【分析】提公因式3，再运用平方差公式对括号里的因式分解。

【解答】解： $3a^2 - 3b^2$

$$= 3(a^2 - b^2)$$

$$= 3(a+b)(a-b)。$$

故答案是： $3(a+b)(a-b)$ 。

【点评】本题考查了用提公因式法和公式法进行因式分解，一个多项式有公因式首先提取公因式，然后再用其他方法进行因式分解，同时因式分解要彻底，直到不能分解为止。

12. 【分析】①+②得出 $3x=6$ ，求出 $x=2$ ，把 $x=2$ 代入①得出 $2+y=5$ ，求出 $y$ 即可。

$$\text{【解答】解：} \begin{cases} x+y=5 \text{①} \\ 2x-y=1 \text{②} \end{cases}$$

$$\text{①} + \text{②} \text{得：} 3x = 6，$$

$$\text{解得：} x = 2，$$

$$\text{把} x = 2 \text{代入①得：} 2 + y = 5，$$

$$\text{解得：} y = 3，$$

$$\text{即原方程组的解为：} \begin{cases} x = 2 \\ y = 3 \end{cases}，$$

$$\text{故答案为：} \begin{cases} x = 2 \\ y = 3 \end{cases}。$$

【点评】本题考查了解二元一次方程组的应用，关键是能把二元一次方程组转化成一元一次方程。

13. 【分析】关于 $x$ 的方程 $x^2 - 2x + m = 0$ 有两个不相等的实数根，即判别式 $\Delta = b^2 - 4ac > 0$ 。即可得到关于 $m$ 的不等式，从而求得 $m$ 的范围。

【解答】解： $\because a = 1, b = -2, c = m,$

$$\therefore \Delta = b^2 - 4ac = (-2)^2 - 4 \times 1 \times m = 4 - 4m > 0，$$

$$\text{解得：} m < 1。$$

故答案为 $m < 1$ 。

【点评】本题考查了一元二次方程根的情况与判别式 $\Delta$ 的关系：

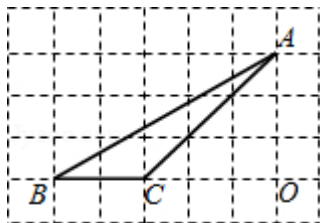
(1)  $\Delta > 0 \Leftrightarrow$  方程有两个不相等的实数根;

(2)  $\Delta = 0 \Leftrightarrow$  方程有两个相等的实数根;

(3)  $\Delta < 0 \Leftrightarrow$  方程没有实数根.

14. 【分析】根据等腰三角形的性质求出  $\angle ACO = \angle OAC = 45^\circ$ ，根据三角形的外角性质得出  $\angle ABC + \angle BAC = \angle ACO$ ，再求出答案即可.

【解答】解：设小正方形的边长是 1，则  $AO = CO = 3$ ，



所以  $\triangle AOC$  是等腰直角三角形，

$$\therefore \angle ACO = \angle OAC = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle ABC + \angle BAC = \angle ACO,$$

$$\therefore \angle ABC + \angle BAC = 45^\circ,$$

故答案为：45.

【点评】本题考查了等腰直角三角形的性质和判定，勾股定理，三角形外角性质，勾股定理的逆定理等知识点，能求出  $\triangle AOC$  是等腰直角三角形是解此题的关键.

15. 【分析】由三角形中位线定理求出  $OA = 2$ ，由勾股定理求出  $AD$  的长，则可得出答案.

【解答】解： $\because O$  为  $BD$  的中点， $E$  是  $BC$  的中点，

$$\therefore OE = \frac{1}{2}DC,$$

$$\therefore OE = 1,$$

$$\therefore DC = 2,$$

$\therefore$  四边形  $ABCD$  是矩形，

$$\therefore AB = CD = 2, \angle BAD = 90^\circ,$$

$$\therefore OA = 2,$$

$$\therefore BD = 2OA = 4,$$

$$\therefore AD = \sqrt{BD^2 - AB^2} = \sqrt{4^2 - 2^2} = 2\sqrt{3},$$

$$\therefore \text{矩形 } ABCD \text{ 的面积} = AD \cdot DC = 2\sqrt{3} \times 2 = 4\sqrt{3}.$$

故答案为：  $4\sqrt{3}$  .

【点评】本题考查了矩形的性质，三角形中位线定理，勾股定理，熟练掌握矩形的性质是解题的关键.

16. 【分析】由题意易得丙演讲者可能是第二位或第三位，假设丙演讲者在第三位，由于第四位演讲者是戊，所以不满足仅有一位演讲者处在甲和乙之间，故丙在第二位演讲，进而确定丁在第一位，由此解答即可.

【解答】解：由题意得，假设丙演讲者在第三位，由于第四位演讲者是戊，所以不满足仅有一位演讲者处在甲和乙之间，故丙在第二位演讲，

当丁在第三位演讲时，也不满足仅有一位演讲者处在甲和乙之间，

故丁在第一位，

根据三位演讲者在午餐前演讲，另三位演讲者在午餐后演讲，且仅有一位演讲者处在甲和乙之间，所以排在第三位演讲者是甲或乙.

故答案为：甲或乙.

【点评】本题考查了推理论证的方法，解答本题的关键是根据题意进行推理.

**三、解答题（本题共 68 分，第 17-21 题，每小题 5 分，第 22-24 题，每小题 5 分，第 25 题 5 分，第 26 题 6 分，第 27-28 题，每小题 5 分解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程**

17. 【分析】直接利用负整数指数幂的性质以及特殊角的三角函数值、绝对值的性质、二次根式的性质分别化简得出答案.

$$\begin{aligned} \text{【解答】解：原式} &= 2 + 2\sqrt{2} + 1 - 4 \times \frac{\sqrt{2}}{2} \\ &= 2 + 2\sqrt{2} + 1 - 2\sqrt{2} \\ &= 3. \end{aligned}$$

【点评】此题主要考查了实数运算，正确化简各数是解题关键.

18. 【分析】证明  $\triangle AEC \cong \triangle BED(ASA)$ ，可得  $AC = BD$ .

【解答】证明： $\because E$  是  $AB$  的中点，

$$\therefore AE = BE,$$

在  $\triangle AEC$  和  $\triangle BED$  中，

$$\begin{cases} \angle A = \angle B \\ AE = BE \\ \angle AEC = \angle BED \end{cases},$$

$$\therefore \triangle AEC \cong \triangle BED(ASA),$$

$$\therefore AC = BD.$$

【点评】本题考查全等三角形的判定和性质，解题的关键是熟练掌握全等三角形的判定方法，属于中考常考题型.

19. 【分析】分别求出每一个不等式的解集，根据口诀：同大取大、同小取小、大小小大中间找、大大小小找不到确定不等式组的解集.

【解答】解：解不等式  $3x - 2 > 2x$ ，得： $x > 2$ ，

$$\text{解不等式 } \frac{x-2}{5} < \frac{x}{3}, \text{ 得： } x > -3,$$

则不等式组的解集为  $x > 2$ .

【点评】本题考查的是解一元一次不等式组，正确求出每一个不等式解集是基础，熟知“同大取大；同小取小；大小小大中间找；大大小小找不到”的原则是解答此题的关键.

20. 【分析】先根据完全平方公式和单项式乘多项式展开，再合并同类项即可化简原式，继而根据已知等式得出  $3x^2 - x = 1$ ，代入原式  $= 2(3x^2 - x) + 4$  计算即可.

$$\begin{aligned} \text{【解答】解：原式} &= x^2 - 4x + 4 + 5x^2 + 5x - 3x \\ &= 6x^2 - 2x + 4, \\ \because 3x^2 - x - 1 &= 0, \end{aligned}$$

$$\therefore 3x^2 - x = 1,$$

$$\text{则原式} = 2(3x^2 - x) + 4$$

$$= 2 \times 1 + 4$$

$$= 2 + 4$$

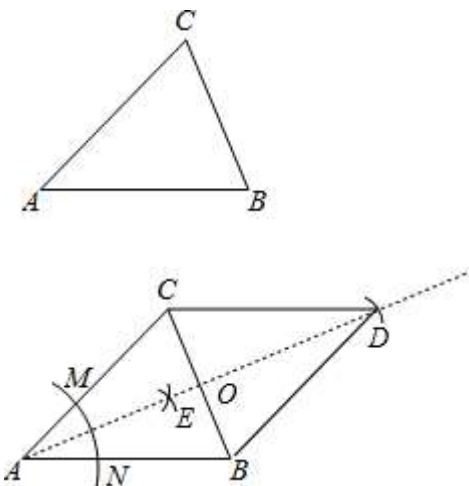
$$= 6.$$

【点评】本题主要考查整式的混合运算—化简求值，解题的关键是掌握整式的混合运算顺序和运算法则。

21. 【分析】(1) 根据几何语言画出对应的几何图形；

(2) 先根据等腰三角形的性质得到  $BO = CO$ ，利用对角线互相平分的四边形为平行四边形可判断四边形  $ABDC$  是平行四边形，然后加上  $AB = AC$  可判断四边形  $ABDC$  是菱形。

【解答】解：(1) 如图，四边形  $ABDC$  为所求作；



(2) 完成下面的证明。

证明： $\because AB = AC$ ， $AE$  平分  $\angle CAB$ ，

$$\therefore CO = BO.$$

$$\therefore AO = DO,$$

$\therefore$  四边形  $ABDC$  是平行四边形，

$$\therefore AB = AC,$$

$\therefore$  四边形  $ABDC$  是菱形（邻边相等的平行四边形为菱形）。

故答案为  $BO$ ；邻边相等的平行四边形为菱形。

【点评】本题考查了作图—复杂作图：复杂作图是在五种基本作图的基础上进行作图，一般是结合了几何图形的性质和基本作图方法。解决此类题目的关键是熟悉基本几何图形的性质，结合几何图形的基本性质把复杂作图拆解成基本作图，逐步操作。也考查了平行四边形和菱形的判定。

22. 【分析】(1) 由平行四边形的性质得到  $AD \parallel BC$  且  $AD = BC$ ，证出  $BC = EF$ ，推出四边形  $AEFD$  是平行四边形，再矩形的判定定理即可得到结论；

(2) 由勾股定理得  $AB = 2\sqrt{5}$ ，再证  $\triangle ABD \sim \triangle BEA$ ，得  $\frac{BD}{EA} = \frac{AB}{BE}$ ，即可求解。

【解答】(1) 证明： $\because$  四边形  $ABCD$  是平行四边形，

$$\therefore AD \parallel BC \text{ 且 } AD = BC,$$

$$\therefore CF = BE,$$

$$\therefore BC = EF,$$

$$\therefore AD = EF,$$

$$\therefore AD \parallel EF,$$

$\therefore$  四边形  $AEFD$  是平行四边形,

$$\therefore AE \perp BC,$$

$$\therefore \angle AEF = 90^\circ,$$

$\therefore$  平行四边形  $AEFD$  是矩形;

$$(2) \text{ 解: } \because CF = BE, \quad CF = 2,$$

$$\therefore BE = 2,$$

$$\therefore \angle AEB = 90^\circ,$$

$$\therefore AB = \sqrt{AE^2 + BE^2} = \sqrt{4^2 + 2^2} = 2\sqrt{5},$$

$$\therefore AD \parallel BC,$$

$$\therefore \angle BAD = \angle EBA,$$

$$\therefore \angle AEB = \angle ABD = 90^\circ,$$

$$\therefore \triangle ABD \sim \triangle BEA,$$

$$\therefore \frac{BD}{EA} = \frac{AB}{BE},$$

$$\text{即 } \frac{BD}{4} = \frac{2\sqrt{5}}{2},$$

$$\text{解得: } BD = 4\sqrt{5}.$$

【点评】本题考查了矩形的判定和性质，平行四边形的性质与判定，勾股定理，相似三角形的判定与性质等知识；正确的识别图形是解题的关键。

23. 【分析】(1) 将点  $A(2, m)$  代入一次函数解析式求解.

(2) 联立一次函数与反比例函数方程，求出  $\Delta < 0$  时  $k$  的取值范围.

【解答】解：(1) 将  $(2, m)$  代入  $y = x + 1$  得  $m = 3$ ,

$$\therefore \text{点 } A \text{ 坐标为 } (2, 3), \quad k = 2 \times 3 = 6,$$

$$\therefore y = \frac{6}{x}.$$

点  $B$  坐标为  $(0, 4)$ .

(2)  $y = -10x + 4$ , 理由如下:

$\therefore$  一次函数图象经过点  $B(0, 4)$ ,

$\therefore$  设一次函数解析式为  $y = kx + 4$ ,

$$\text{联立方程 } \begin{cases} y = kx + 4 \\ y = \frac{6}{x} \end{cases} \quad \text{可得 } kx^2 + 4x - 6 = 0,$$

$\therefore$  一次函数图象与反比例函数  $y = \frac{6}{x}$  无交点,

$$\therefore \Delta = 16 + 24k < 0,$$

$$\therefore k < -\frac{2}{3} \text{ 即可.}$$

$$\therefore y = -10x + 4 \text{ 满足题意.}$$

【点评】本题考查一次函数、反比例函数、一元二次方程的综合应用，解题关键是熟练掌握求函数解析式的方法及一元二次方程的判别式.

24. 【分析】(1) 根据切线的性质得到  $OC \perp DE$ ，进而证明  $OC \parallel BD$ ，根据平行线的性质、等腰三角形的性质证明即可；

(2) 根据正弦的定义求出  $BC$ ，根据勾股定理列出方程，解方程得到答案.

【解答】(1) 证明： $\because CE$  是  $\odot O$  的切线，

$$\therefore OC \perp DE,$$

$$\because BD \perp CE,$$

$$\therefore OC \parallel BD,$$

$$\therefore \angle DBC = \angle OCB,$$

$$\because OB = OC,$$

$$\therefore \angle OBC = \angle OCB,$$

$$\therefore \angle ABC = \angle DBC;$$

$$(2) \text{ 解: } \because \angle ABC = \angle DBC, \sin \angle ABC = \frac{3}{5},$$

$$\therefore \sin \angle DBC = \frac{3}{5},$$

$$\text{在 Rt}\triangle CDB \text{ 中, } \sin \angle DBC = \frac{3}{5}, CD = 6,$$

$$\therefore BC = 10,$$

$\because AB$  为  $\odot O$  的直径，

$$\therefore \angle ACB = 90^\circ,$$

设  $AC = 3x$ ，

$$\because \sin \angle ABC = \frac{3}{5},$$

$$\therefore AB = 5x,$$

$$\text{由勾股定理得, } (5x)^2 - (3x)^2 = 10^2,$$

$$\text{解得, } x = \frac{5}{2},$$

$$\therefore AB = 5x = \frac{25}{2}.$$

【点评】本题考查的是切线的性质、锐角三角函数的定义，掌握圆的切线垂直于经过切点的半径是解题的关键.

25. 【分析】(1) 根据题意和题目中的数据，可以计算出  $m$  的；

(2) 根据  $c$  中表格中的数据，可以解答本题；

(3) 根据频数分布直方图中的数据和  $b$  中的信息，可以计算出该校男生打分成绩超过 85 分的人数.

【解答】解：（1）由频数分布直方图和  $b$  中的信息可知，

$$m = (84 + 86) \div 2 = 85,$$

即  $m$  的值是 85；

（2）由表格中的数据可得，

在此次调查中，对配餐公司满意度较高的是女生，理由：女生的打分的平均数高于男生打分的平均数，

故答案为：女生；女生的打分的平均数高于男生打分的平均数；

$$(3) 700 \times \frac{9+16}{50} = 350 \text{ (人)},$$

即估计该校男生打分成绩超过 85 分的有 350 人.

【点评】本题考查频数分布直方图、中位数、用样本估计总体，解答本题的关键是明确题意，利用数形结合的思想解答.

26. 【分析】（1）由二次函数的对称轴公式，求出对称轴  $x=1$ ；

（2）根据对称轴求出抛物线于  $x$  轴的交点坐标，即可得出结论；

（3）先判断出点， $M$ ， $N$  关于抛物线的对称轴对称，再用  $x_1(x_2-5) \leq 0$ ，判断出  $x_1 \leq -3$  或  $0 \leq x_1 \leq 1$ ，再用判别式判断出  $a > 0$  或  $a < -\frac{3}{4}$ ，用  $a$  表示出  $x_1$ ，再分两种情况解不等式（组），即可得出结论.

【解答】解：（1） $\because y = ax^2 - 2ax + c (a \neq 0)$ ，

$$\therefore \text{函数的对称轴为直线 } x = -\frac{-2a}{2a} = 1;$$

（2）由（1）知，抛物线的对称轴为直线  $x=1$ ，

$\because$  抛物线  $y = ax^2 - 2ax + c (a \neq 0)$  被  $x$  轴截得的线段长度为 4，

$\therefore$  抛物线与  $x$  轴的交点为  $(-1, 0)$ ， $(3, 0)$ ，

$$\therefore y = a(x+1)(x-3) = ax^2 - 2ax - 3a,$$

$$\therefore c = -3a;$$

（3） $\because$  点  $M(x_1, 3)$ ， $N(x_2, 3)$  为抛物线上不重合两点（其中  $x_1 < x_2$ ），

$\therefore$  点  $M$ ， $N$  关于对称轴  $x=1$  对称，

$$\therefore \frac{x_1 + x_2}{2} = 1,$$

$$\therefore x_2 = 2 - x_1,$$

$$\because x_1(x_2 - 5) \leq 0,$$

$$\therefore x_1(2 - x_1 - 5) \leq 0,$$

$$\therefore -x_1(x_1 + 3) \leq 0,$$

$$\therefore x_1(x_1 + 3) \geq 0,$$

$$\therefore x_1 \leq -3 \text{ 或 } x_1 \geq 0,$$

$$\because x_1 < x_2,$$

$$\therefore x_1 < 1,$$

$$\therefore x_1 \leq -3 \text{ 或 } 0 \leq x_1 < 1,$$

$\therefore x_1, x_2$  是方程  $ax^2 - 2ax + c = 3$  的根, 即  $ax^2 - 2ax - 3a - 3 = 0$  的两个根,

$$\therefore \Delta = 16a^2 + 12a = 4a(4a + 3) > 0,$$

$$\therefore a > 0 \text{ 或 } a < -\frac{3}{4},$$

$$\therefore x = \frac{2a \pm \sqrt{16a^2 + 12a}}{2a} = \frac{a \pm \sqrt{4a^2 + 3a}}{a},$$

当  $a > 0$  时, 解不等式  $\frac{a - \sqrt{4a^2 + 3a}}{a} \leq -3$  得,  $0 \leq a \leq \frac{1}{4}$ ;

$$\text{即 } 0 < a \leq \frac{1}{4};$$

当  $a < -\frac{3}{4}$  时, 解不等式组  $0 \leq \frac{a + \sqrt{4a^2 + 3a}}{a} < 1$  得,  $a \geq -1$ ,

$$\therefore -1 \leq a < -\frac{3}{4}$$

$$\text{即 } 0 < a \leq \frac{1}{4} \text{ 或 } -1 \leq a < -\frac{3}{4}.$$

【点评】此题主要考查了抛物线的对称轴公式, 抛物线的性质, 确定出点  $M$ ,  $N$  关于对称轴对称是解本题的关键.

27. 【分析】(1) ①由余角的性质可求  $\angle CDE = \angle DBE = 25^\circ$ ;

②通过证明点  $A$ , 点  $C$ , 点  $B$ , 点  $H$  四点共圆, 由垂径定理可得  $AE = BE$ ;

(2) 通过证明点  $A$ , 点  $B$ , 点  $C$ , 点  $H$  四点共圆, 由垂径定理可得  $AE = BE$ .

【解答】解: (1) ①  $\because \angle CDB = 90^\circ$ ,  $CD = DB$ ,

$$\therefore \angle DBC = \angle DCB = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle DBE = \angle DBC - \angle ABC = 25^\circ,$$

$$\because DE \perp AB,$$

$$\therefore \angle DEB = 90^\circ = \angle CDB,$$

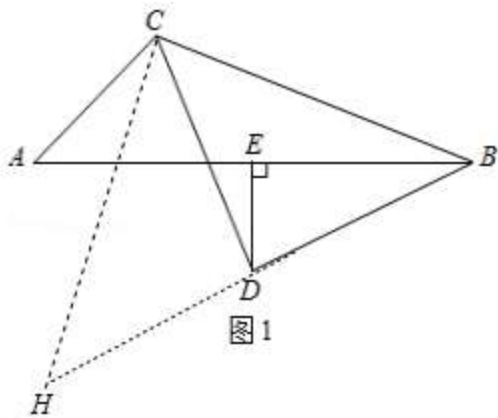
$$\therefore \angle CDE + \angle EDB = \angle EDB + \angle ABD = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle CDE = \angle DBE = 25^\circ;$$

②  $AE = BE$ , 理由如下:

如图 1, 延长  $BD$  至  $H$ , 使  $BD = DH$ , 连接  $CH$ ,





$\because BD = DH, CD \perp BD,$

$\therefore CH = BC,$

$\therefore \angle CHB = \angle CBH = 45^\circ,$

$\therefore \angle A = \angle CHB = 45^\circ, \angle HCB = 90^\circ,$

$\therefore$  点  $A$ , 点  $C$ , 点  $B$ , 点  $H$  四点共圆,

$\because \angle HCB = 90^\circ,$

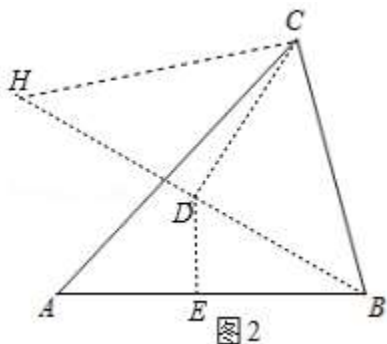
$\therefore BH$  是直径,  $D$  是圆心,

$\because DE \perp AB,$

$\therefore AE = BE;$

(2) 不变, 理由如下:

如图 2, 延长  $BD$  至  $H$ , 使  $BD = DH$ , 连接  $CH$ ,



$\because BD = DH, CD \perp BD,$

$\therefore CH = BC,$

$\therefore \angle CHB = \angle CBH = 45^\circ,$

$\therefore \angle A = \angle CHB = 45^\circ, \angle HCB = 90^\circ,$

$\therefore$  点  $A$ , 点  $B$ , 点  $C$ , 点  $H$  四点共圆,

$\because \angle HCB = 90^\circ,$

$\therefore BH$  是直径,  $D$  是圆心,

$\because DE \perp AB,$

$\therefore AE = BE.$

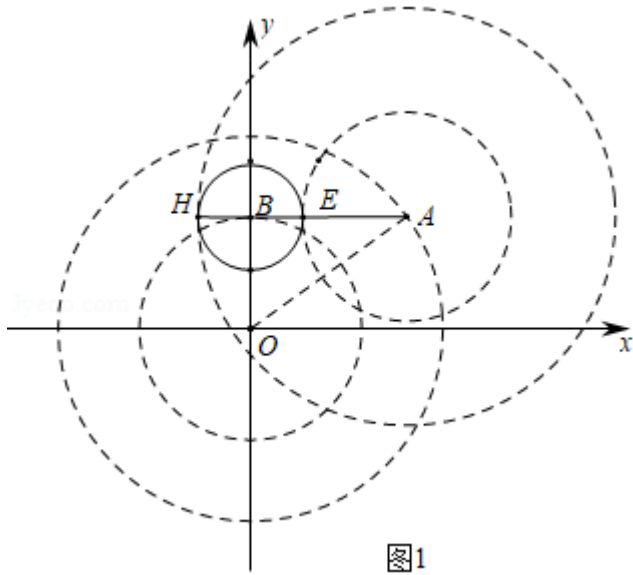
【点评】本题是三角形综合题, 考查了等腰直角三角形的性质, 四点共圆, 垂径定理等知识, 证明点  $A$ , 点  $B$ , 点  $C$ , 点  $H$  四点共圆是本题的关键.

28. 【分析】(1) ①②点  $P$  视角下图形  $M$  的“宽度  $d_M$ ”的定义解决问题即可.

(2) 当点  $P$  在  $\odot O$  外时, 点  $P$  视角下  $\odot O$  “宽度  $d_{\odot O}$ ” = 4, 可得  $d_{\odot O}$  的最大值为 4, 当  $OP \perp$  直线  $y = -x + 1$  时,  $d_{\odot O}$  的最小值 =  $2OP = \sqrt{2}$ , 由此即可解决问题.

(3) 如图 3 中, 观察图象可知当  $\odot C$  与直线的交点在线段  $DE$  (不包括点  $D, E$ ) 上或与直线  $DE$  没有交点, 满足条件. 求出几种特殊位置点  $C$  的坐标, 即可得出结论.

【解答】解: (1) ①如图 1 中,



$$\because A(4, 3), B(0, 3),$$

$$\therefore OB = 3, AB = 4, \angle ABO = 90^\circ,$$

$$\therefore OA = \sqrt{OB^2 + AB^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5,$$

$$\therefore \text{点 } O \text{ 视角下, 则线段 } AB \text{ 的“宽度 } d_{AB} \text{”为 } 5 - 3 = 2,$$

故答案为: 2.

②设直线  $AB$  交  $\odot B$  于  $E, H$ .

$$\text{则在点 } A \text{ 视角下, } \odot B \text{ 的“宽度 } d_{\odot B} \text{”} = AH - AE = 5.5 - 2.5 = 3,$$

故答案为: 3.

(2) 如图 2 中,

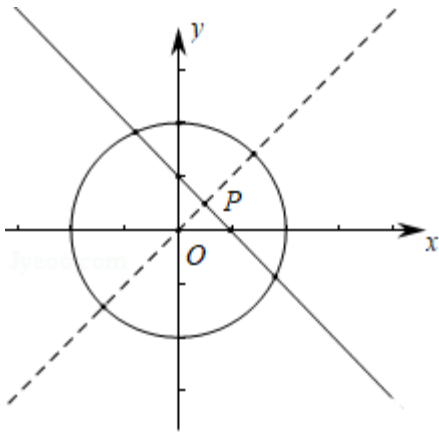


图2

当点  $P$  在  $\odot O$  外时，点  $P$  视角下  $\odot O$  “宽度  $d_{\odot O}$ ”  $= 4$ ，

$\therefore d_{\odot O}$  的最大值为 4，

当  $OP \perp$  直线  $y = -x + 1$  时， $d_{\odot O}$  的最小值  $= 2OP = \sqrt{2}$ ，

$\therefore \sqrt{2} \leq d_{\odot O} \leq 4$ 。

(3) 如图 3 中，观察图象可知当  $\odot C$  与直线的交点在线段  $DE$ （不包括点  $D$ ， $E$ ）上或与直线  $DE$  没有交点，满足条件。

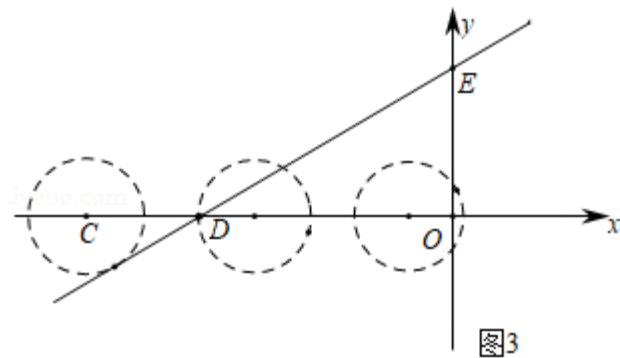


图3

$\because y = \frac{\sqrt{3}}{3}x + 3$  与  $x$  轴， $y$  轴分别交于点  $D$ ， $E$ ，

$\therefore E(0, 3)$ ， $D(-3\sqrt{3}, 0)$ ，

当  $\odot C$  在直线的左侧与直线相切时， $C(-2-3\sqrt{3}, 0)$ ，

当  $\odot C$  经过点  $D$  时， $C(-3\sqrt{3}+1, 0)$ ，

观察图象可知满足条件的  $m$  的值为： $m < -2-3\sqrt{3}$  或  $m > -3\sqrt{3}+1$ 。

【点评】本题属于圆综合题，考查了直线与圆的位置关系，点与圆的位置关系，解直角三角形等知识，解题的关键是理解题意，学会性质特殊位置解决问题，属于中考压轴题。