2020 北京海淀初三二模

数　　学

2020.6

学校__________姓名__________准考证号____________

考生须知	1. 本试卷共 8 页，共三道大题，28 道小题。满分 100 分。考试时间 120 分钟。 2. 在试卷和答题卡上准确填写学校名称、姓名和准考证号。 3. 试题答案一律填涂或书写在答题卡上，在试卷上作答无效。 4. 在答题卡上，选择题用 2B 铅笔作答，其他题用黑色字迹签字笔作答。 5. 考试结束，请将本试卷、答题卡和草稿纸一并交回。

一、选择题(本题共 16 分，每小题 2 分)

第 1-8 题均有四个选项，符合题意的选项只有一个.

1. 下面的四个图形中，是圆柱的侧面展开图的是

A　　　　B　　　　C　　　　D

2. 若代数式 $\frac{1}{x-2}$ 有意义，则实数 x 的取值范围是

A. $x=0$　　B. $x=2$　　C. $x \neq 0$　　D. $x \neq 2$

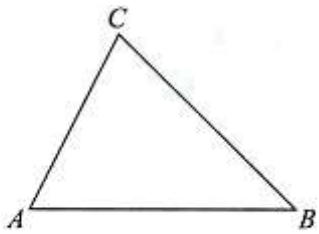
3. 如图，在 $\triangle ABC$ 中，$AB=3cm$，通过测量，并计算 $\triangle ABC$ 的面积，所得面积与下列数值最接近的是

A. $1.5cm^2$

B. $2cm^2$

C. $2.5cm^2$

D. $3cm^2$



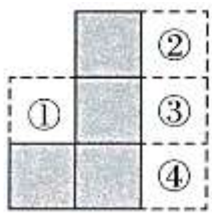
4. 图中阴影部分是由 4 个完全相同的的正方形拼接而成，若要在①，②，③，④四个区域中的某个区域处添加一个同样的正方形，使它与阴影部分组成的新图形是中心对称图形，则这个正方形应该添加在

A. 区域①处

B. 区域②处

C. 区域③处

D. 区域④处



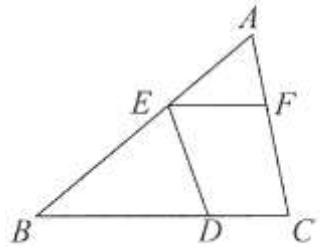
5. 如图，在$\triangle ABC$中，$EF//BC, ED$平分$\angle BEF$，且$\angle DEF=70^\circ$，则$\angle B$的度数为

A. 70°

B. 60°

C. 50°

D. 40°



6. 如果$a^2-a-2=0$，那么代数式$\left(a-1\right)^2+\left(a+2\right)\left(a-2\right)$的值为

A. 1　　B. 2　　C. 3　　D. 4

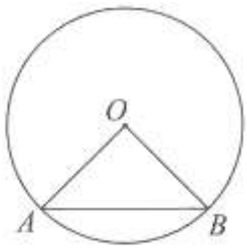
7. 如图，$\odot O$的半径等于 4，如果弦AB所对的圆心角等于90°，那么圆心O到弦AB的距离为

A. $\sqrt{2}$

B. 2

C. $2\sqrt{2}$

D. $3\sqrt{2}$



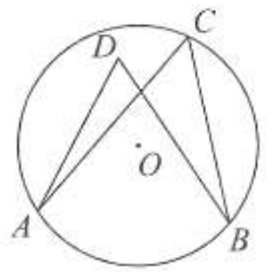
8. 在平面直角坐标系xOy中，对于点$P\left(a,b\right)$，若$ab>0$，则称点P为“同号点”. 下列函数的图象中不存在“同号点”的是

A. $y=-x+1$　　B. $y=x^2-2x$　　C. $y=-\dfrac{2}{x}$　　D. $y=x^2+\dfrac{1}{x}$

二、填空题(本题共 16 分，每小题 2 分)

9. 单项式$3x^2y$的系数是________.

10. 如图，点A,B,C在$\odot O$上，点D在$\odot O$内, 则$\angle ACB$________$\angle ADB$. (填“$>$”，“$=$”或“$<$”)

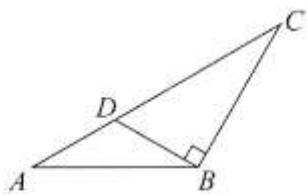


11. 下表记录了一名篮球运动员在罚球线上投篮的结果:

投篮次数n	48	82	124	176	230	287	328
投中次数m	33	59	83	118	159	195	223
投中频率$\frac{m}{n}$	0.69	0.72	0.67	0.67	0.69	0.68	0.68

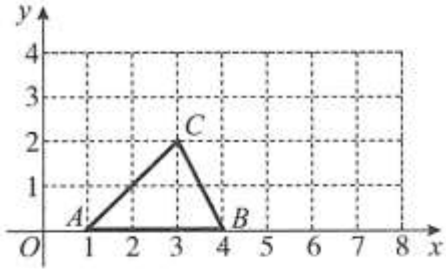
根据上表，这名篮球运动员投篮一次，投中的概率约为________. (结果精确到 0.01)

12. 函数$y=kx+1(k\neq 0)$的图象上有两点$P_1\left(-1,y_1\right)$，$P_2\left(1,y_2\right)$，若$y_1<y_2$，写出一个符合题意的k的值:________.



13. 如图，在$\triangle ABC$中，$AB=BC$，$\angle ABC=120^\circ$，过点B作$BD\perp BC$，交AC于点D，若$AD=1$，则CD的长度为________.

14. 如图，在平面直角坐标系xOy中，已知点 $C(3,2)$，将$\triangle ABC$关于直线$x=4$对称，得到$\triangle A_1B_1C_1$，则点C的对应点C_1的坐标为________;再将$\triangle A_1B_1C_1$向上平移一个单位长度，得到$\triangle A_2B_2C_2$，则点C_1的对应点C_2的坐标为________.



15. 小华和小明周末到北京三山五园绿道骑行. 他们按设计好的同一条线路同时出发，小华每小时骑行$18km$，小明每小时骑行$12km$，他们完成全部行程所用的时间，小明比小华多半小时. 设他们这次骑行线路长为xkm，依题意，可列方程为________.

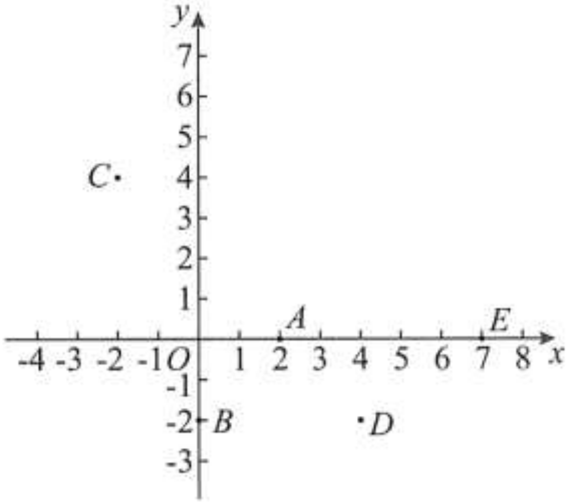
16. 如图，在平面直角坐标系xOy中，有五个点$A(2,0),B(0,-2),C(-2,4),D(4,-2),E(7,0)$，将二次函数$y=a(x-2)^2+m(m\neq 0)$的图象记为$W$. 下列的判断中

①点A一定不在W上;

②点B,C,D可以同时在W上;

③点C，E不可能同时在W上.

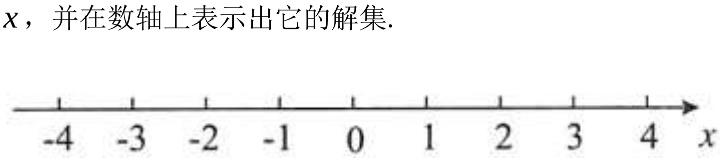
所有正确结论的序号是________.



三、解答题(本题共 68 分，第 17~22 题，每小题 5 分，第 23~26 题，每小题 6 分，第 27~28 题，每小题 7 分)解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程.

17. 计算：$(\frac{1}{2})^{-1}+(2020-\pi)^0+\left|\sqrt{3}-1\right|-2\cos 30^\circ$

18. 解不等式$2(x-1)<4-x$，并在数轴上表示出它的解集.



19. 下面是小王同学“过直线外一点作该直线的平行线”的尺规作图过程.

已知:直线l及直线l外一点P.

求作:直线PQ，使得$PQ//l$.

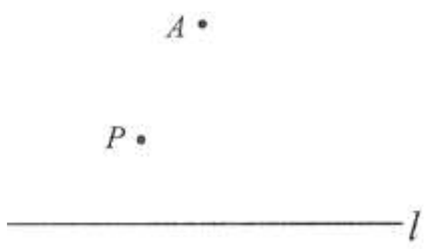
作法:如图，

①在直线l外取一点A，作射线AP与直线l交于点B，

②以A为圆心，AB为半径画弧与直线l交于点C，连接AC，

③以A为圆心，AP为半径画弧与线段AC交于点Q，

则直线PQ即为所求.



根据小王设计的尺规作图过程，

(1)使用直尺和圆规，补全图形;(保留作图痕迹)

(2)完成下面的证明.

证明:$\because AB=AC$，

$\therefore \angle ABC=\angle ACB$，（__________________）(填推理的依据)

$\because AP=$__________________________，

$\therefore \angle APQ=\angle AQP$.

$\because \angle ABC+\angle ACB+\angle A=180^\circ$，　$\angle APQ+\angle AQP+\angle A=180^\circ$，

$\therefore \angle APQ=\angle ABC$.

$\therefore PQ//BC$　(________________________)(填推理的依据).

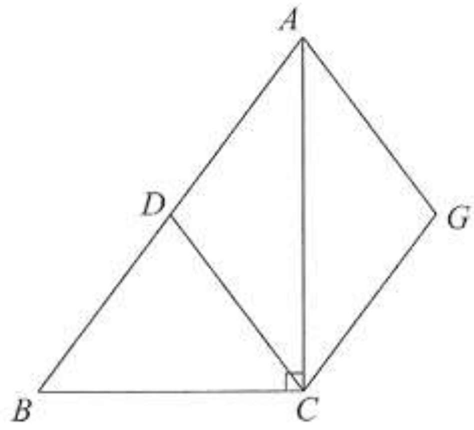
即$PQ//l$.

20. 已知关于x的一元二次方程$x^2-2x+n=0$.

(1)如果此方程有两个相等的实数根，求n的值;

(2)如果此方程有一个实数根为0，求另外一个实数根.

21. 如图，在 $Rt\triangle ABC$ 中，$\angle ACB=90°$, D 为 AB 边的中点，连接 CD，过点 A 作 $AG//DC$，过点 C 作 $CG//DA$，AG 与 CG 相交于点 G



(1)求证:四边形 $ADCG$ 是菱形;

(2)若 $AB=10$，$tan\angle CAG=\frac{3}{4}$，求 BC 的长.

22. 坚持节约资源和保护环境是我国的基本国策，国家要求加强生活垃圾分类回收与再生资源回收有效衔接，提高全社会资源产出率，构建全社会的资源循环利用体系.图 1 反映了 2014-2019 年我国生活垃圾清运量的情况.

图 1

图 2 反映了 2019 年我国 G 市生活垃圾分类的情况.

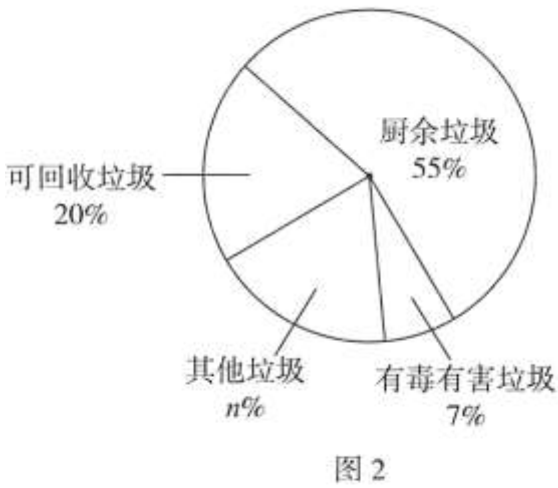


图 2

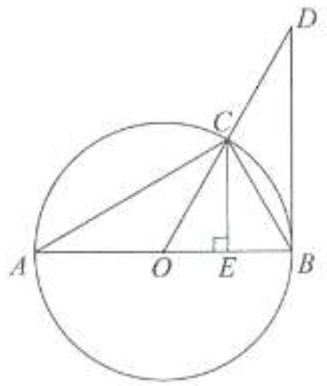
根据以上材料回答下列问题:

（1）图 2 中，n 的值为__________；

（2）2014-2019 年，我国生活垃圾清运量的中位数是____________；

（3）据统计，2019 年 G 市清运的生活垃圾中可回收垃圾约为 0.02 亿吨，所创造的经济总价值约为 40 亿元. 若 2019 年我国生活垃圾清运量中，可回收垃圾的占比与 G 市的占比相同，根据 G 市的数据估计 2019 年我国可回收垃圾所创造的经济总价值是多少.

23. 如图，AB 为⊙O 的直径，C 为⊙O 上一点，$CE \perp AB$ 于点 E，⊙O 的切线 BD 交 OC 的延长线于点 D.



(1) 求证: $\angle DBC = \angle OCA$；

(2) 若 $\angle BAC = 30°$，$AC = 2$. 求 CD 的长.

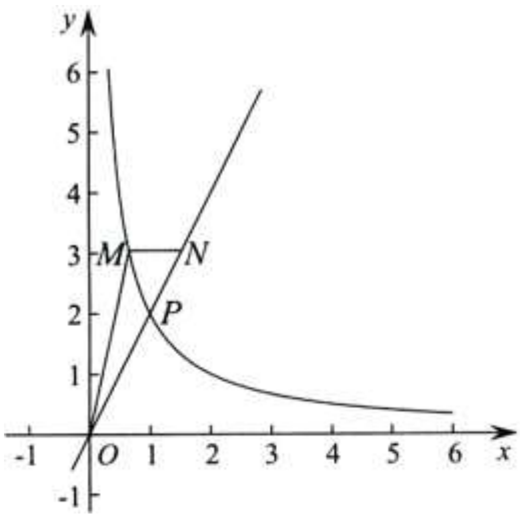
24. 如图，在平面直角坐标系 xOy 中，函数 $y = \frac{2}{x}(x > 0)$ 的图象与直线 $y = kx(k \neq 0)$ 交于点 $P(1, p)$. M 是函数 $y = \frac{2}{x}(x > 0)$ 图象上一点，过 M 作 x 轴的平行线交直线 $y = kx(k \neq 0)$ 于点 N.

（1）求 k 和 p 的值；

（2）设点 M 的横坐标为 m.

①求点 N 的坐标；（用含 m 的代数式表示）

②若 $\triangle OMN$ 的面积大于 $\frac{1}{2}$，结合图象直接写出 m 的取值范围.



25. 如图 1，在四边形 $ABCD$ 中，对角线 AC 平分 $\angle BAD, \angle B=\angle ACD=90°$，$AC-AB=1$. 为了研究图中线段之间的数量关系，设 $AB=x, AD=y$.

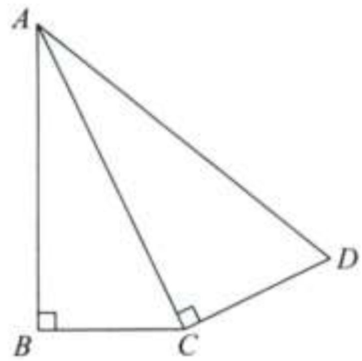


图 1

（1）由题意可得 $\dfrac{AB}{AC}=\dfrac{(\ )}{AD}$,（在括号内填入图 1 中相应的线段）

y 关于 x 的函数表达式为 $y=$________________；

(2) 如图 2，在平面直角坐标系 xOy 中，根据(1)中 y 关于 x 的函数表达式描出了其图象上的一部分点，请依据描出的点画出该函数的图象;

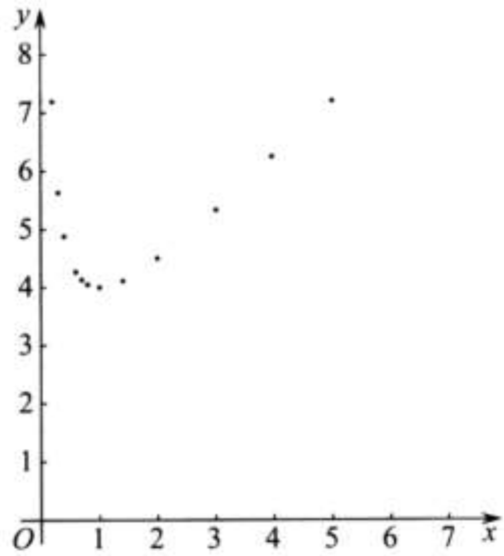


图 2

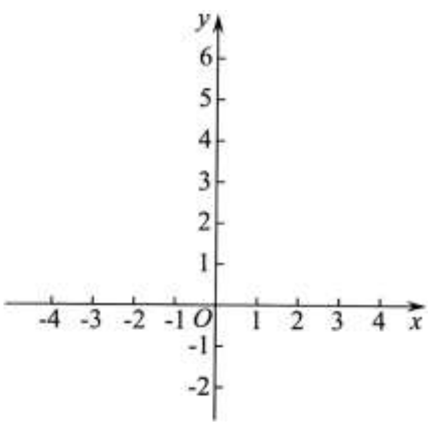
(3) 结合函数图象，解决问题:①写出该函数的一条性质:____；

②估计 $AB+AD$ 的最小值为____________. (结果精确到 0.1)

26. 在平面直角坐标系 xOy 中，已知二次函数 $y=mx^2+2mx+3$ 的图象与 x 轴交于点 $A(-3,0)$, 与 y 轴交于点 B，将其图象在点 A,B 之间的部分(含 A,B 两点)记为 F.

(1) 求点 B 的坐标及该函数的表达式;

(2) 若二次函数 $y=x^2+2x+a$ 的图象与 F 只有一个公共点，结合函数图象，求 a 的取值范围.



27. 如图 1，等边三角形 ABC 中，D 为 BC 边上一点，满足 $BD<CD$，连接 AD，以点 A 为中心将射线 AD 顺时针旋转 $60°$，与 $\triangle ABC$ 的外角平分线 BM 交于点 E.

(1)依题意补全图 1;

(2)求证: $AD=AE$;

(3)若点 B 关于直线 AD 的对称点为 F，连接 CF.

①求证: $AE//CF$;

②若 $BE+CF=AB$ 成立，直接写出 $\angle BAD$ 的度数为__________°

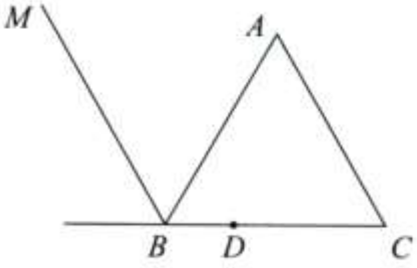
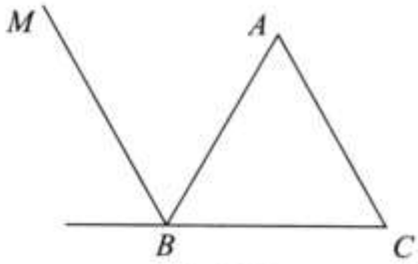


图 1



备用图

28. 在平面内，对于给定的 $\triangle ABC$，如果存在一个半圆或优弧与 $\triangle ABC$ 的两边相切，且该弧上的所有点都在 $\triangle ABC$ 的内部或边上，则称这样的弧为 $\triangle ABC$ 的内切弧. 当内切弧的半径最大时，称该内切弧为 $\triangle ABC$ 的完美内切弧. (注:弧的半径指该弧所在圆的半径)在平面直角坐标系 xOy 中，$A(8,0),B(0,6)$.

(1)如图 1，在弧 G_1，弧 G_2，弧 G_3 中，是 $\triangle OAB$ 的内切弧的是__________;

(2)如图 2，若弧 G 为 $\triangle OAB$ 的内切弧，且弧 G 与边 AB,OB 相切，求弧 G 的半径的最大值;

(3)如图 3，动点 $M(m,3)$，连接 OM,AM.

①直接写出 $\triangle OAM$ 的完美内切弧的半径的最大值;

②记①中得到的半径最大时的完美内切弧为弧 T. 点 P 为弧 T 上的一个动点，过点 P 作 x 轴的垂线，分别交 x 轴和直线 AB 于点 D,E，点 F 为线段 PE 的中点，直接写出线段 DF 长度的取值范围.

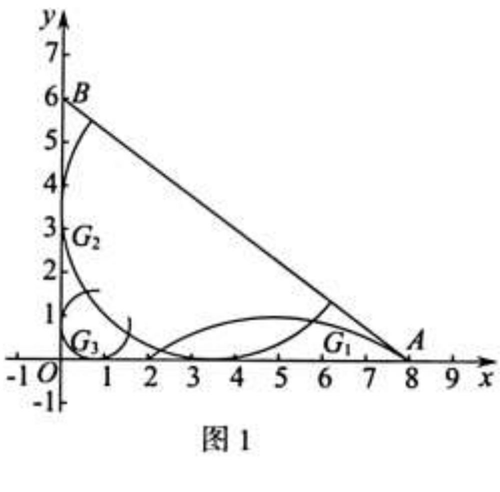


图 1

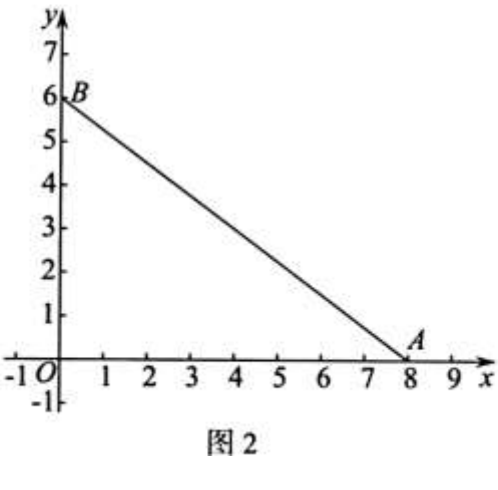


图 2

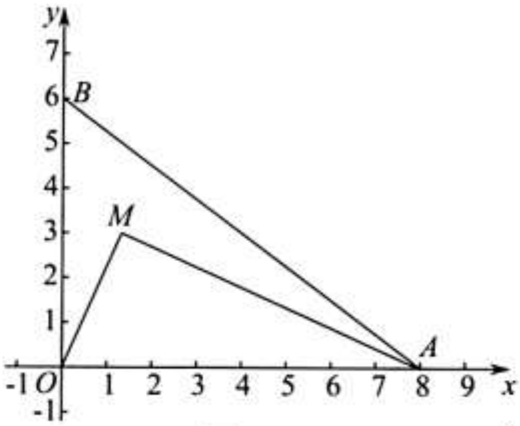
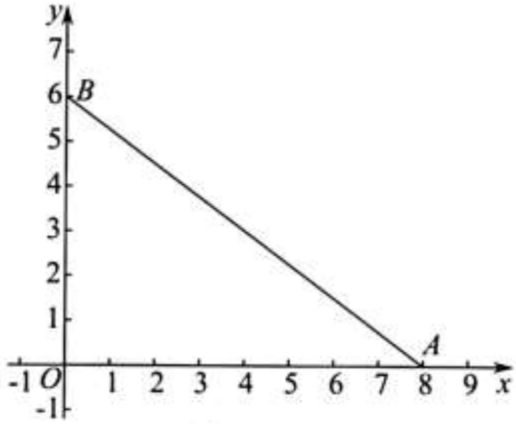


图 3



备用图

2020 北京海淀初三二模数学

参考答案

一、选择题

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	A	D	D	B	D	A	C	C

二、填空题

9. 3　　10. <　　11. 0.68　　12. 1 （答案不唯一）

13. 2　　14. （5，2），（5，3）　　15. $\frac{x}{12}-\frac{x}{18}=\frac{1}{2}$　　16. ①②

注：第 14 题每空 1 分；第 16 题答对一个得 1 分，答对 2 个得满分，含有错误答案得 0 分

三、解答题

17. 解：原式$=2+1+\sqrt{3}-1-2\times\frac{\sqrt{3}}{2}$

$=2$

18. 解：去括号，得：

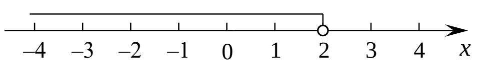
$2x-2<4-x$.

移项，得：$2x+x<4+2$.

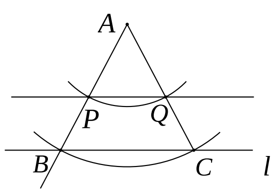
合并同类项，得：$3x<6$.

系数化成 1 得：$x<2$.

该不等式的解集在数轴上表示为：



19. 解：（1）补全图形如图所示：



（2）等边对等角.

AQ.

同位角相等，两直线平行.

20. 解:（1）∵原方程有两个相等实数根，

∴ $\Delta=0$.

即 $(-2)^2-4n=0$.

∴ $n=1$.

（2）∵原方程有一个实数根为 0，

∴ $0^2-2\times0+n=0$

即 $n=0$.

∴原方程可化为 $x^2-2x=0$.

∴另一个根为 2.

21.（1）证明：

∵ $AG // DC$， $CG // DA$,

∴四边形 $ADCG$ 为平行四边形.

∵ Rt△ABC 中， $\angle ACB=90°$， D 为 AB 边的中点,

∴ $AD=CD=BD$.

∴四边形 $ADCG$ 是菱形.

（2）解：∵四边形 $ADCG$ 是菱形，

∴ $\angle CAG=\angle BAC$.

∵ $\tan\angle CAG=\frac{3}{4}$,

∴ $\tan\angle BAC=\frac{3}{4}$.

∴ $\frac{BC}{AC}=\frac{3}{4}$.

∵ $AB=10$,

∴ $BC=6$.

22.解：（1）18.

（2）2.1.

（3）$2.5\times20\%=0.5$(亿吨)

$40\div0.02=2000$(亿元/亿吨)

$2000\times0.5=1000$（亿元）

答：根据G市的数据估计2019年我国可回收垃圾所创造的经济总价值是1000亿元.

23.（1）证明：

∵ DB是⊙O的切线，

∴ ∠OBD=∠OBC+∠DBC=90°.

∵ AB是⊙O的直径，

∴ ∠ACB=∠OCA+∠OCB=90°.

∵ OC=OB,

∴ ∠OBC=∠OCB.

∴ ∠DBC=∠OCA.

（2）解：在Rt△ACB中，∠A=30°，AC=2，可得$CB=AC\tan A=\frac{2}{3}\sqrt{3}$.

∵ ∠A=30°，

∴ ∠COB=2∠A=60°.

∴ ∠D=90°－∠COB=30°.

∵ OA=OC,

∴ ∠OCA=∠A=30°.

∴ ∠DBC=∠OCA=30°.

∴ ∠D=∠DBC.

∴ $CB=CD$.

∴ $CD=\frac{2}{3}\sqrt{3}$.

24．解：（1）依题意，$P(1,p)$在函数 $y=\frac{2}{x}(x>0)$ 的图象上，

可得 $p=\frac{2}{1}=2$，得点 P（1，2）.

将 P（1，2）代入直线 $y=kx\ (k\neq 0)$，得 $k=2$.

（2）①由于 M是函数 $y=\frac{2}{x}(x>0)$ 图象上一点，且点 M的横坐标为 m，

可得点 M的纵坐标为 $\frac{2}{m}$.

又因为过 M作 x 轴的平行线交直线 $y=kx\ (k\neq 0)$ 于点 N，

得 $\frac{2}{m}=2x$，解得 $x=\frac{1}{m}$，即 N点坐标为($\frac{1}{m}$，$\frac{2}{m}$).

② $0<m<\frac{\sqrt{6}}{3}$ 或者 $m>\sqrt{2}$.

25. 解：（1）AC，$\frac{(x+1)^2}{x}$.

（2）如图所示：

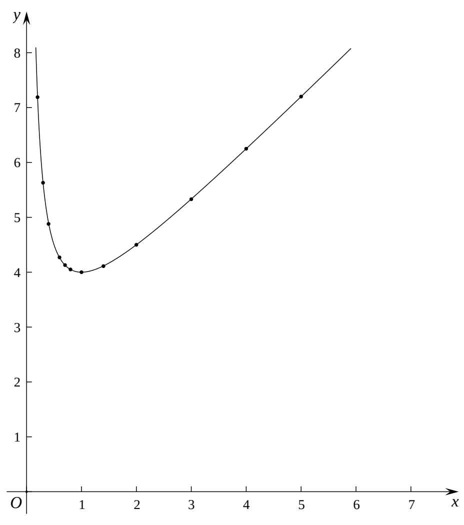


图 2

（3）①当 $x>1$ 时，y 随 x 的增大而增大（答案不唯一）.

②4.8.

26.解：（1）∵ $y=mx^2+2mx+3$ 的图象与与 y 轴交于点 B,

∴点 B 的坐标为(0,3).

∵ $y=mx^2+2mx+3$ 的图象与 x 轴交于点 $A(-3,0)$，

∴将 $A(-3,0)$ 代入 $y=mx^2+2mx+3$ 可得 $9m-6m+3=0$.

∴m=-1.

∴该函数的表达式为 $y=-x^2-2x+3$.

（2）∵将二次函数 $y=mx^2+2mx+3$ 的图象在点 A，B 之间的部分（含 A, B 两点）记为 F,

∴F 的端点为 A, B，并经过抛物线 $y=mx^2+2mx+3$ 的顶点 C（其中 C 点坐标为(-1,4)）.

∴可画 F 如图 1 所示.

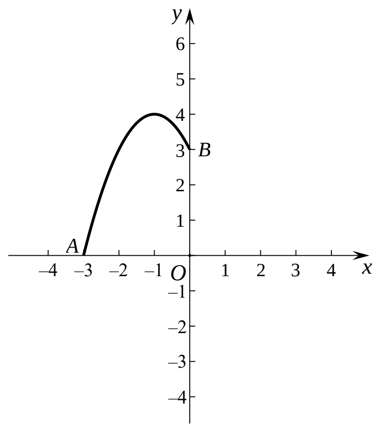


图 1

∵二次函数 $y=x^2+2x+a$ 的图象的对称轴为 x=-1，

且与 F 只有一个公共点,

∴可分别把 A, B, C 的坐标代入解析式 $y=x^2+2x+a$ 中.

∴可得三个 a 值分别为-3，3，5.

可画示意图如图 2 所示.

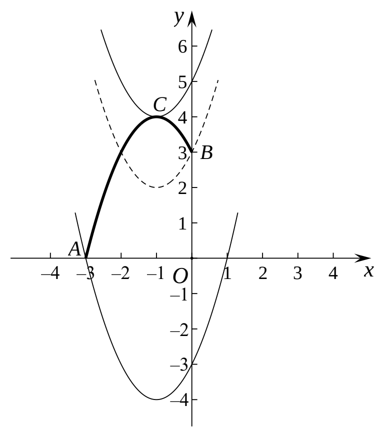


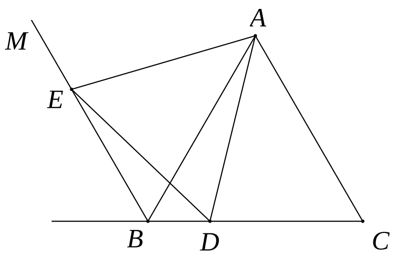
图 2

∴结合函数图象可知：

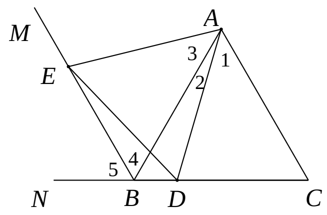
二次函数 $y=x^2+2x+a$ 的图象与 F 只有一个公共点时，

a 的取值范围是 $-3\leqslant a<3$ 或 $a=5$.

27.（1）依题意补全图形



（2）证明：



∵△ABC是等边三角形，

∴$AB=AC$，$\angle BAC=\angle ABC=\angle C=60°$．

∴$\angle 1+\angle 2=60°$．

∵射线AD绕点A顺时针旋转60°得到射线AE，

∴$\angle DAE=60°$．

∴$\angle 2+\angle 3=60°$．

∴$\angle 1=\angle 3$.

∵$\angle ABC=60°$，

∴$\angle ABN=180°-\angle ABC=120°$．

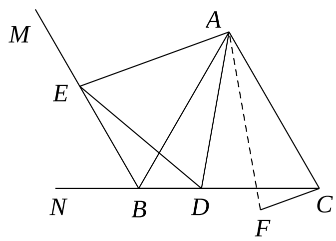
∵BM平分$\angle ABN$，

∴$\angle 4=\angle 5=60°$．

∴$\angle 4=\angle C$.

∴△ABE≌△ACD.

∴$AD=AE$.



（3）①证明：连接AF，设$\angle BAD=\alpha$，

∵点B与点F关于直线AD对称，

∴$\angle FAD=\angle BAD=\alpha$，$FA=AB$.

∵$\angle DAE=60°$，

∴$\angle BAE=\angle DAE-\angle DAB=60°-\alpha$.

∵等边三角形ABC中，$\angle BAC=60°$，

∴$\angle EAC=\angle BAE+\angle BAC=120°-\alpha$.

∵$AB=AC$，$AF=AB$，

∴$AF=AC$.

∴$\angle F=\angle ACF$.

∵$\angle FAC=\angle BAC-\angle FAD-\angle BAD=60°-2\alpha$，

且$\angle F+\angle ACF+\angle FAC=180°$，

∴$\angle ACF=60°+\alpha$.

∴$\angle EAC+\angle ACF=180°$.

∴$AE\parallel CF$.

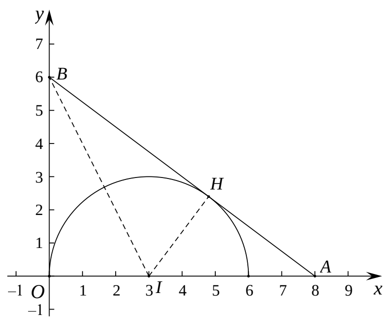
②20°.

28. 解：（1）弧 G_2，弧 G_3.

（2）∵弧 G 为△OAB 的内切弧，且弧 G 与边 AB，OB 相切，

∴弧 G 所在圆的圆心在$\angle OBA$ 的角平分线 BI 上.

易知若弧 G 的半径最大，则弧 G 所在圆的圆心 I 在△OAB 的边 OA 上. 设弧 G 与边 AB，OB 相切分别切于点 O，H.



∴$IH\perp AB$.

∵$A(8,0)$，$B(0,6)$，

∴$BO=6$，$AO=8$，$AB=\sqrt{AO^2+BO^2}=10$.

∵$\angle IOB=\angle IHB=90°$，$OI=IH$，$BI=BI$,

∴$\triangle IOB\cong\triangle IHB$.

∴$BH=BO=6$.

∴$AH=AB-BH=4$，$AI=AO-OI=8-OI$，$OI=HI$.

在 Rt△AIH 中，$AI^2=AH^2+HI^2$，即$(8-OI)^2=4^2+OI^2$.

解得 $OI=3$.

（3）①△OAM 的完美内切弧半径的最大值为$\frac{12}{5}$.

②线段 DF 长度的取值范围是$\frac{3}{5}\le DF\le 3$且$DF\ne\frac{48}{25}$.

注：本试卷各题中若有其他合理的解法请酌情给分.