2021 北京房山初三二模

数　　学

2021.6

学校____________班级____________姓名____________考号____________

考生须知	1．本试卷共 8 页，共三道大题，28 道小题，满分 100 分。考试时间 120 分钟。 2．在试卷和答题卡上认真填写学校名称、姓名和准考证号。 3．试题答案一律填涂或书写在答题卡上，在试卷上作答无效。 4．在答题卡上，选择题、作图题用 2B 铅笔作答，其他试题用黑色字迹签字笔作答。 5．考试结束，请将本试卷、答题卡和草稿纸一并交回。

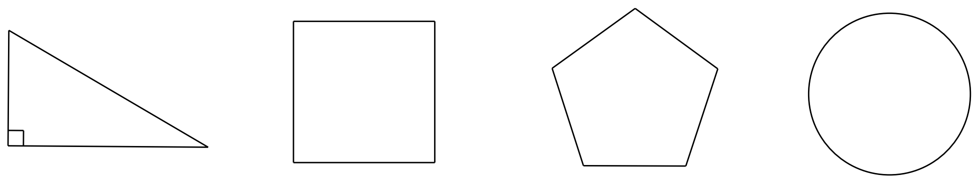
一、选择题（本题共 16 分，每小题 2 分）

第 1-8 题均有四个选项，符合题意的选项只有一个.

1.根据国际疫情形势以及传染病防控的经验，疫苗接种是当前有力的防控手段，截至 4 月 19 日 15 时，北京市累计接种新冠疫苗人数突破 13 000 000 人. 将 13 000 000 用科学记数法表示应为

（A）1.3×10^6　　（B）1.3×10^7　　（C）13×10^7　　（D）0.13×10^8

2.下列图形中，是轴对称图形，但不是中心对称图形的是

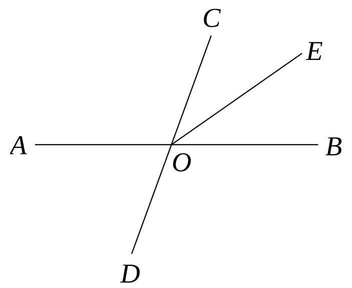


（A）　　(B)　　(C)　　(D)

3.方程组$\begin{cases}x-y=5,\\2x+y=1\end{cases}$的解为

（A）$\begin{cases}x=2,\\y=3.\end{cases}$　（B）$\begin{cases}x=2,\\y=-3.\end{cases}$　（C）$\begin{cases}x=-3,\\y=2.\end{cases}$　（D）$\begin{cases}x=-3,\\y=-2.\end{cases}$

4. 如图，直线 AB，CD 交于点 O. 射线 OE 平分 $\angle BOC$，若 $\angle AOD=70°$，则 $\angle AOE$ 等于



（A）35°　　（B）110°　　（C）135°　　（D）145°

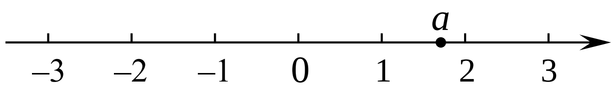
5.一个不透明的盒子中装有 3 个红球，2 个黄球和 1 个绿球，这些球除了颜色外无其他差别，从中随机摸出一个小球，恰好是红球的概率是

（A）$\frac{1}{2}$　　（B）$\frac{1}{3}$　　（C）$\frac{1}{4}$　　（D）$\frac{1}{6}$

6.如果 $a-b=\sqrt{2}$，那么代数式$(\frac{a^2}{b}-b)\cdot\frac{2b}{a+b}$的值为

（A）$\sqrt{2}$　　（B）$2\sqrt{2}$　　（C）$3\sqrt{2}$　　（D）$4\sqrt{2}$

7.实数 a 在数轴上的对应位置如图所示. 若实数 b 满足 $-a+b>0$，则 b 的值可以是



（A）–3　　（B）0　　（C）1　　（D）2

8. 根据国家统计局 2016-2020 年中国普通本专科、中等职业教育及普通高中招生人数的相关数据，绘制统计图如下：

下面有四个推断：

① 2016-2020 年，普通本专科招生人数逐年增多；

② 2020 年普通高中招生人数比 2019 年增加约 4%；

③ 2016-2020 年，中等职业教育招生人数逐年减少；

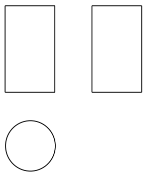
④ 2019 年普通高中招生人数约是中等职业教育招生人数的 1.4 倍.

所有合理推断的序号是

（A）①④　　（B）②③　　（C）①②④　　（D）①②③④

二、填空题（本题共 16 分，每小题 2 分）

9. 右图是某几何体的三视图，该几何体是__________.



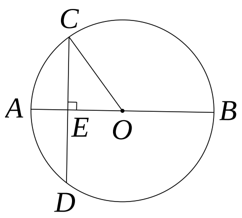
10. 若 $\sqrt{x-3}$ 在实数范围内有意义，则实数 x 的取值范围是__________.

11. 已知 $a<b$，且实数 c 满足 $ac>bc$，请你写出一个符合题意的实数 c 的值__________.

12. 一个多边形的内角和是外角和的 2 倍，则这个多边形的边数为__________.

13. 如图，AB 为 $\odot O$ 的直径，弦 $CD\perp AB$，垂足为点 E，连结 OC，若 $OC=5$，$AE=2$，则 $CD=$

__________.



14. 2021 年 3 月 12 日是我国第 43 个植树节，植树造林对于调节气候、涵养水源、减轻大气污染具有重要意义.区林业部门要考察一种幼树在一定条件下的移植成活率，下表是这种幼树移植过程中的一组统计数据：

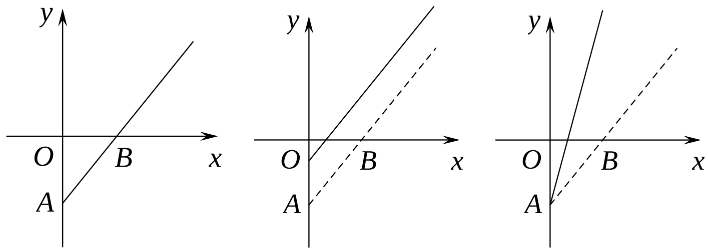
幼树移植数（棵）	100	2500	4000	8000	20000	30000
幼树移植成活数（棵）	87	2215	3520	7056	17580	26430
幼树移植成活的频率	0.870	0.886	0.880	0.882	0.879	0.881

估计该种幼树在此条件下移植成活的概率是__________.（结果精确到 0.01）

15. 设函数 $y_1=\dfrac{k}{x}$，$y_2=\dfrac{-k}{x}(k>0)$，当 $1\leqslant x\leqslant 3$ 时，函数 y_1 的最大值为 a，函数 y_2 的最小值为 $a-4$，则 $a=$

__________.

16.某产品的盈利额（即产品的销售价格与固定成本之差）记为 y，购买人数记为 x，其函数图象如图（1）所示．由于目前该产品盈利未达到预期，相关人员提出了两种调整方案，图（2），图（3）中的实线分别为调整后 y 与 x 的函数图象.



（1）　　　　（2）　　　　（3）

给出下列四种说法：

① 图（2）对应的方案是：提高销售价格，并提高成本；

② 图（2）对应的方案是：保持销售价格不变，并降低成本；

③ 图（3）对应的方案是：提高销售价格，并降低成本；

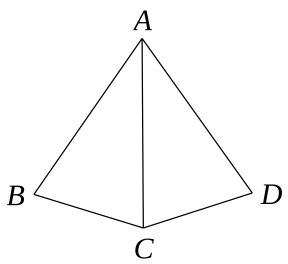
④ 图（3）对应的方案是：提高销售价格，并保持成本不变；

其中正确的说法是__________.

三、解答题（本题共 68 分，第 17-21 题，每小题 5 分，第 22-24 题，每小题 6 分，第 25 题 5 分，第 26 题 6 分，第 27-28 题，每小题 7 分）解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程.

17．计算：$(\frac{1}{3})^{-1}-2\sin 60^{\circ}+\left|-\sqrt{3}\right|-(\pi-2021)^{0}$.

18. 如图，$AB=AD$，$\angle BAC=\angle DAC$，$\angle D=70^{\circ}$，求$\angle B$的度数.



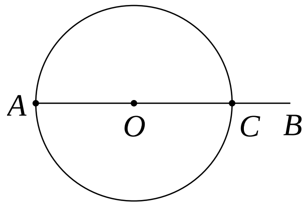
19. 解不等式组：$\begin{cases}5x-3>2(x-3),\\ \dfrac{3x-2}{2}\leqslant x.\end{cases}$

20. 已知：射线 AB.

求作：△ACD，使得点 C 在射线 AB 上，

$\angle D=90°$，$\angle A=30°$.

作法：如图，



①在射线 AB 上取一点 O，以 O 为圆心，OA 长为半径作圆，与射线 AB 相交于点 C；②以 C 为圆心，OC 为半径作弧，在射线 AB 上方交⊙O 于点 D；

③连接 AD，CD.

则△ACD 即为所求的三角形.

（1）使用直尺和圆规，依作法补全图形（保留作图痕迹）；

（2）完成下面的证明.

证明：连接 OD.

∵ AB 为⊙O 的直径，

∴ $\angle ADC=$__________°.

∵ $OD=OC=CD$，

∴△OCD 等边三角形.

∴ $\angle DOC=60°$.

∵点 A，D 都在⊙O 上，

∴ $\angle DAC=\frac{1}{2}\angle DOC$.（______________）（填推理的依据）

∴ $\angle DAC=30°$.

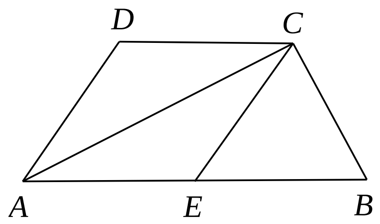
△ACD 即为所求的三角形.

21. 已知关于 x 的一元二次方程 $x^2+(m+2)x+2m=0$.

（1）求证：方程总有两个实数根；

（2）若该方程有一个根大于 3，求 m 的取值范围.

22. 如图，已知△ACB中，$\angle ACB=90°$，E是AB的中点，连接CE，分别过点A，C作CE和AB的平行线相交于点D.



（1）求证：四边形$ADCE$是菱形；

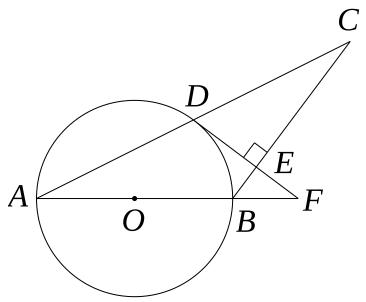
（2）若AB=4，$\angle DAE=60°$，求△ACB的面积.

23. 在平面直角坐标系xOy中，一次函数$y=kx+b(k\neq 0)$的图象由函数$y=x$的图象平移得到，且经过点$(0,-1)$.

（1）求这个一次函数的表达式；

（2）当$x>1$时，对于x的每一个值，函数$y=-x+m$的值小于一次函数$y=kx+b$的值，直接写出m的取值范围.

24. 如图，在△ABC中，$AB=BC$，以AB为直径作⊙O，交AC于点D,过点D作BC的垂线，垂足为点E,与AB的延长线交于点F.

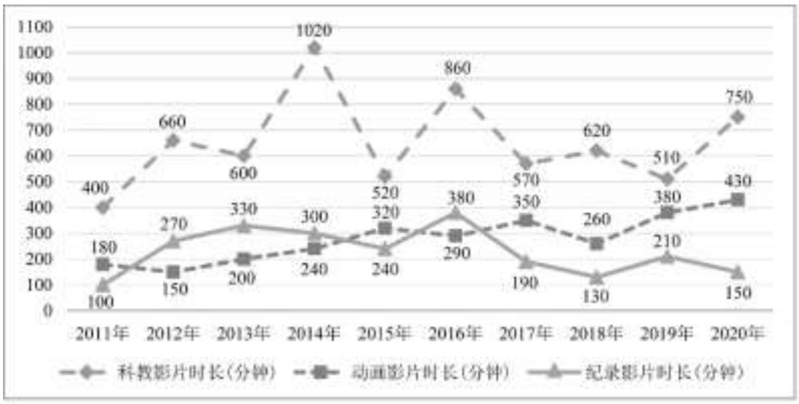


（1）求证：DF为⊙O的切线；

（2）若⊙O的直径为5，$\tan C=\dfrac{1}{2}$，求EF的长.

25. 以下是某电影制片厂从 2011 年至 2020 年生产的科教影片、动画影片、纪录影片时长的信息.

a．三部影片时长的统计图.



b．三部影片时长的平均数如下：

根据以上信息，回答下列问题：

（1）从 2011 年至 2020 年中，生产的科教影片时长的中位数是__________.

（2）从 2011 年至 2020 年中，纪录影片时长超过动画影片时长的差于__________年达到最大；

（3）将 2011 年至 2020 年生产的科教影片、动画影片、纪录影片时长的方差分别记为 ${s_1}^2$， ${s_2}^2$， ${s_3}^2$，比较 ${s_1}^2$， ${s_2}^2$， ${s_3}^2$ 的大小.

26. 已知抛物线 $y=ax^2+bx(a\neq 0)$ 经过点 $A(3,3)$．点 $M(x_1,y_1)$， $N(x_2,y_2)$ 为抛物线上两个不同的点，且满足 $x_1<x_2$， $x_1+x_2=2$.

（1）用含 a 的代数式表示 b；

（2）当 $y_1=y_2$ 时，求抛物线的对称轴及 a 的值；

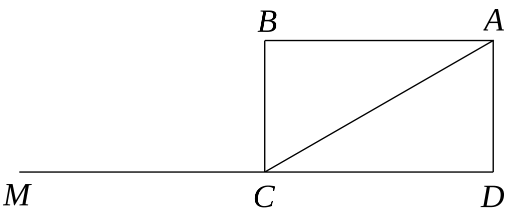
（3）当 $y_1<y_2$ 时，求 a 的取值范围.

27. 如图，已知 AC 是矩形 $ABCD$ 的对角线，$\angle BAC=30°$，点 M 是 DC 延长线上一点，$\angle BAC$ 的平分线与 $\angle BCM$ 的平分线交于点 E，将线段 CA 绕点 C 逆时针旋转，得到线段 CF，使点 F 在射线 CB 上，连接 EF.

（1）依题意补全图形；

（2）求 $\angle AEC$ 的度数；

（3）用等式表示线段 AE，CE，EF 之间的数量关系，并证明.



28. 在平面直角坐标系 xOy 中，若点 P 和点 P_1 关于 y 轴对称，点 P_1 和点 P_2 关于直线 l 对称，则称点 P_2 是点 P 关于 y 轴，直线 l 的完美点.

（1）如图 1，点 $A(-2, 0)$.

①若点 B 是点 A 关于 y 轴，直线 $l_1: x=4$ 的完美点，则点 B 的坐标为__________ ；

②若点 $C(5, 0)$ 是点 A 关于关于 y 轴，直线 $l_2: x=a$ 的完美点，则 a 的值为__________；

（2）如图 2，⊙O 的半径为 1．若⊙O 上存在点 M ，使得点 M' 是点 M 关于 y 轴，直线 $l_3: x=b$ 的完美点，且点 M' 在函数 $y=2x\ (x>0)$ 的图象上，求 b 的取值范围；

（3）$E(t, 0)$ 是 x 轴上的动点，⊙E 的半径为 2，若⊙E 上存在点 N ，使得点 N' 是点 N 关于 y 轴，直线 $l_4: y=\sqrt{3}x+2$ 的完美点，且点 N' 在 y 轴上，直接写出 t 的取值范围.

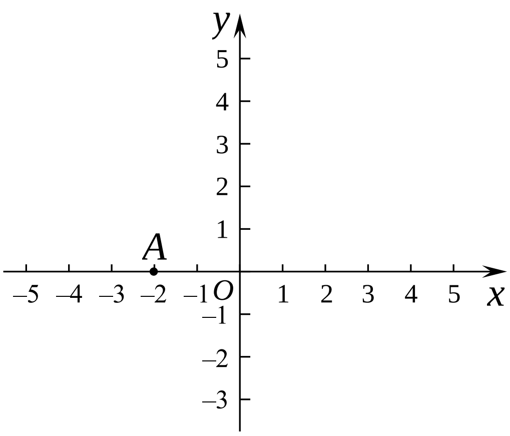


图 1

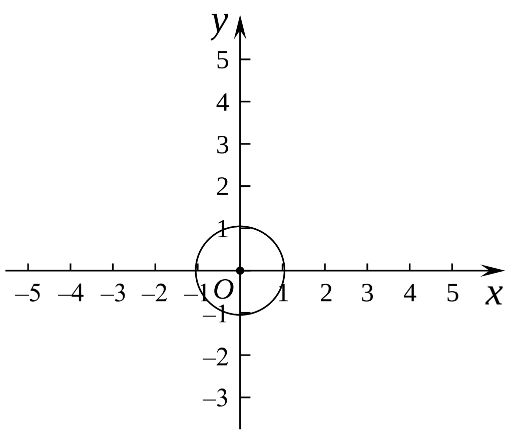


图 2

2021 北京房山初三二模数学

参考答案

一、选择题（本题共 16 分，每小题 2 分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	B	C	B	D	A	B	D	C

二、填空题（本题共 16 分，每小题 2 分）

9.圆柱

10.$x \geqslant 3$

11.任意一个负数即可

12.6

13.8

14.0.88

15.2

16.②④（写对一个给 1 分）

三、解答题（本题共 68 分，第 17-21 题，每小题 5 分，第 22-24 题，每小题 6 分，第 25 题 5 分，第 26 题 6 分，第 27-28 题，每小题 7 分）解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程.

17.解：原式$=(\frac{1}{3})^{-1}-2\sin 60^{\circ}+\left|-\sqrt{3}\right|-(\pi-2021)^{0}$

$=3-\sqrt{3}+\sqrt{3}-1$……………………………4 分

$=2$……………………………5 分

18.证明：在$\triangle ABC$与$\triangle ADC$中，

$$\begin{cases} AB=AD, \\ \angle BAC=\angle DAC, \\ AC=AC. \end{cases}$$

$\therefore \triangle ABC \cong \triangle ADC$……………………………3 分

$\therefore \angle B=\angle D$……………………………4 分

$\because \angle D=70^{\circ}$，

$\therefore \angle B=70^{\circ}$……………………………5 分

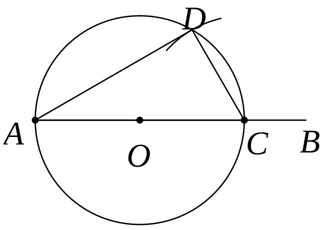
19.解:原不等式组为$\begin{cases}5x-3>2(x-3) & ①\\ \dfrac{3x-2}{2}\leqslant x & ②\end{cases}$

解不等式①，得 $x>-1$………………………..………..2 分

解不等式②，得 $x\leqslant 2$………………………..………..4 分

∴原不等式组的解集为 $-1<x\leqslant 2$………………………..………..5 分

20.解：（1）补全的图形如图所示：………………………..………..2 分



（2）90；………………………..………..3 分

一条弧所对的圆周角等于它所对圆心角的一半...………...……….5 分

21.（1）证明：∵ $\Delta=b^2-4ac$ ………………………..………..1 分 $=(m+2)^2-4\times 2m$

$=(m-2)^2$，

∵无论 m 取何值时，$(m-2)^2\geqslant 0$，

∴原方程总有两个实数根………………………..………..2 分

（2）∵原方程可化为 $(x+2)(x+m)=0$，

∴ $x_1=-2$， $x_2=-m$.(也可用求根公式求出两根)…...……….4 分

∵该方程有一个根大于 3，

∴ $-m>3$.

∴ $m<-3$………………………..………..5 分

22.（1）证明：∵ $AD\parallel CE$， $CD\parallel AE$，

∴四边形 $ADCE$ 是平行四边形………………………..………..1 分

∵ $\angle ACB=90°$， E 是 AB 的中点，

∴ $CE=AE$ ………………………..………..2 分

∴四边形 $ADCE$ 是菱形………………………..………..3 分

（2）解：∵ AB=4， $AE=CE=EB$，

∴ $CE=AE$=2.

∵四边形 $ADCE$ 是菱形，$\angle DAE=60°$，

∴$\angle CAE=30°$.

∵在 Rt△ ABC 中，$\angle ACB=90°$，$\angle CAE=30°$，AB=4，

∴$CB=\frac{1}{2}AB=2$，

∴$AC=\sqrt{AB^2-BC^2}=2\sqrt{3}$.

∴$S_{\triangle ACB}=\frac{1}{2}AC\cdot BC=2\sqrt{3}$……………………………6 分

23.解：（1）∵一次函数 $y=kx+b(k\neq 0)$ 的图象由函数 $y=x$ 的图象平移得到，

∴$k=1$.

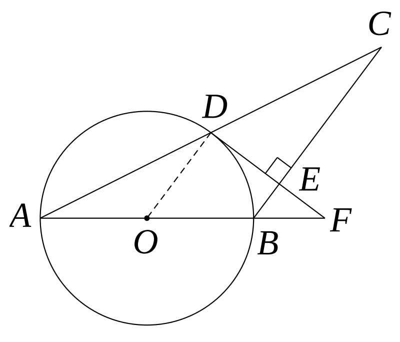
∵一次函数 $y=x+b$ 的图象过点 $(0,-1)$，

∴$b=-1$.

∴这个一次函数的表达式为 $y=x-1$……………………………4 分

（2）$m\leqslant 1$……………………………6 分

24.（1）证明：连接 OD.



∵ $OA=OD$，

∴$\angle A=\angle ODA$.

∵ $AB=BC$，

∴$\angle A=\angle C$.

∴$\angle ODA=\angle C$.

∴$OD // BC$.

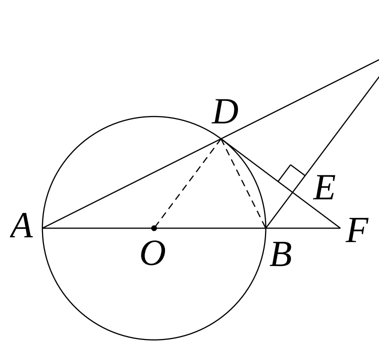
∵ $BC\perp DF$，

∴$OD\perp DF$.

∵点 D 在⊙ O 上，

∴ DF 是⊙ O 的切线……………………………3 分

（2）解：连接 BD.



∵ AB 是⊙ O 的直径，

∴ $\angle ADB = 90°$.

∵ $AB = BC$， $AB = 5$，

∴ $BC = 5$.

∵ $\tan C = \frac{1}{2}$，

在 Rt△ BDC 中，

设 $DB = x$，则 $DC = 2x$.

∴ $x^2 + (2x)^2 = 25$.

∴ $x = \sqrt{5}$， $2x = 2\sqrt{5}$.

即 $DB = \sqrt{5}$， $DC = 2\sqrt{5}$.

由面积可得: $DE = 2$.

在 Rt△ DBE 中，

$BE = \sqrt{BD^2 - DE^2} = \sqrt{5-4} = 1$.

∵ $OD // BE$，

∴△ EBF ∽△ DOF.

∴ $\frac{EF}{DF} = \frac{BE}{OD}$.

即 $\frac{EF}{EF+2} = \frac{BE}{OD}$.

$\because BE=1, OD=\frac{1}{2}AB=\frac{5}{2}$，

$\therefore EF=\frac{4}{3}$…………..………..……….6 分

25.（1）610；………..………..……….1 分

（2）2013.………..………..……….3 分

（3）$s_1^2>s_2^2=s_3^2$………..………..……….5 分

26.（1）解：∵过 $A(3, 3)$，

$\therefore 9a+3b=3$.

$\therefore b=1-3a$…………..………..……….1 分

（2）解：∵ $x_1+x_2=2$，$y_1=y_2$，

∴对称轴为：直线 $x=\frac{x_1+x_2}{2}=1$.

即：$-\frac{b}{2a}=\frac{3a-1}{2a}=1$.

$\therefore a=1$………..………..……….3 分

（3）解：将点 $M(x_1, y_1)$，$N(x_2, y_2)$ 代入 $y=ax^2+(1-3a)x$ 得，

$y_1=ax_1^2+(1-3a)x_1$，$y_2=ax_2^2+(1-3a)x_2$

$\therefore y_1-y_2=ax_1^2+(1-3a)x_1-ax_2^2-(1-3a)x_2$

$=a(x_1+x_2)(x_1-x_2)+(1-3a)(x_1-x_2)$

$=(x_1-x_2)(2a+1-3a)$

$=(x_1-x_2)(1-a)$

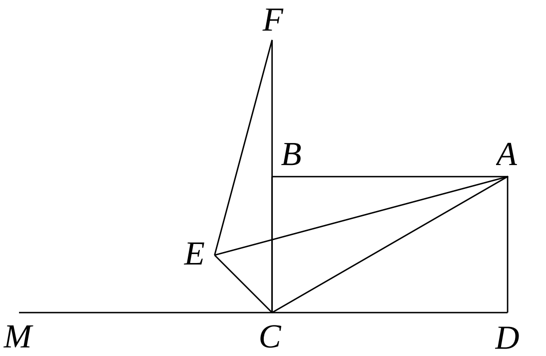
∵ $x_1<x_2$，$y_1<y_2$，

$\therefore x_1-x_2<0$，$y_1-y_2<0$.

$\therefore 1-a>0$.

$\therefore a<1$ 且 $a\neq 0$………..………..……….6 分

27.（1）补全图形如图所示：………..………..……….2 分



（2）∵ AC 是矩形 $ABCD$ 的对角线，延长 DC 至 M，

∴ $\angle ABC = \angle BCD = \angle BCM = 90^\circ$.

∵将线段 CA 绕点 C 逆时针旋转，得到线段 CF，

使线段 CF 在射线 CB 上，$\angle BAC = 30^\circ$

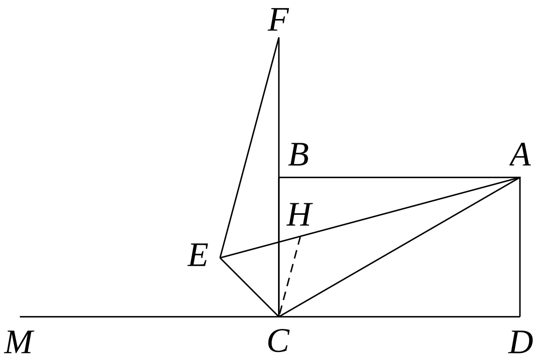
∴ $\angle ACF = 60^\circ$.

∵ $\angle BAC$ 的平分线与 $\angle BCM$ 的平分线交于点 E，

∴ $\angle BAE = \angle CAE = 15^\circ$，$\angle ECF = 45^\circ$.

∴ $\angle AEC = 60^\circ$…………..………..……….4 分

（3）答：$AE = CE + EF$ …………..………..……….5 分



证明：在 EA 上截取 $EH = EC$，连接 CH，

∵ $\angle AEC = 60^\circ$，

∴△ ECH 是等边三角形，

∴ $\angle EHC = \angle ECH = 60^\circ$，$CE = CH = EH$.

∴ $\angle ECH = \angle HCA$.

∵将线段 CA 绕点 C 逆时针旋转，得到线段 CF，

∴ $CF = CA$.

在△ECF与△HCA中，

$$\begin{cases} EC = HC, \\ \angle ECH = \angle HCA, \\ CF = CA. \end{cases}$$

∴△ECF≌△HCA.

∴ $EF = HA$.

∵ $AE = EH + HA$，

∴ $AE = CE + EF$ ..………..………...……….7 分

28.解：（1）① $A(6, 0)$；………..………..……….1 分

②3.5；………..………..……….3 分

（2）解：当 $M(-1, 0)$ 时，$b = \frac{1}{2}$.

当 $M(1, 0)$ 时，$b = -\frac{1}{2}$.

∴ $-\frac{1}{2} < b < \frac{1}{2}$ ………..………..……….5 分

（3）$2\sqrt{3} - 4 \le b \le 2\sqrt{3} + 4$ ………..………..……….7 分