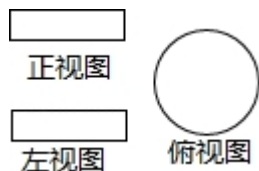


# 2020 北京丰台中考评测卷

## 数 学

### 一、选择题（每题 2 分，满分 16 分）

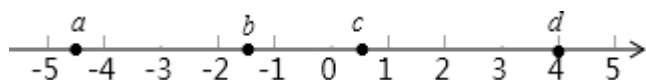
1. 某立体图形的三视图如图所示，则该立体图形的名称是（ ）



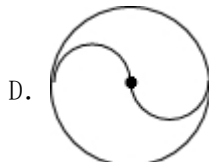
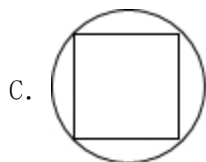
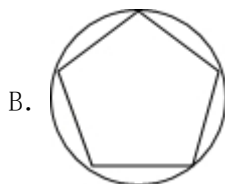
- A. 正方体                      B. 长方体                      C. 圆柱体                      D. 圆锥体
2. 2019 年末到 2020 年 3 月 16 日截止，世界各国感染新冠肺炎病毒患者达到 15 万人，将数据 15 万用科学记数表示为（ ）

- A.  $1.5 \times 10^4$                       B.  $1.5 \times 10^3$                       C.  $1.5 \times 10^5$                       D.  $1.5 \times 10^2$

3. 实数  $a$ ,  $b$ ,  $c$ ,  $d$  在数轴上对应的点的位置如图所示，正确的结论是（ ）



- A.  $a < -5$                       B.  $|a| > |d|$                       C.  $b+c > 0$                       D.  $bd > 0$
4. 下列图形中，既是轴对称图形又是中心对称图形的是（ ）



5. 若一个多边形的内角和是 1080 度，则这个多边形的边数为（ ）

- A. 6                      B. 7                      C. 8                      D. 10

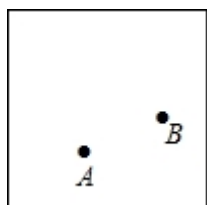
6. 化简  $\frac{a+b}{b^2-a^2}$  的结果是（ ）

- A.  $\frac{1}{a-b}$       B.  $\frac{1}{b-a}$       C.  $a-b$       D.  $b-a$

7. 向空中发射一枚炮弹，第  $x$  秒时的高度为  $y$  米，且高度与时间的关系为  $y=ax^2+bx+c$  ( $a \neq 0$ )，若此炮弹在第 6 秒与第 17 秒时的高度相等，则在下列时间中炮弹所在高度最高的是 ( )

- A. 第 8 秒      B. 第 10 秒      C. 第 12 秒      D. 第 15 秒

8. 在一次中学生野外生存训练活动中，每位队员都配发了一张地图，并接到训练任务：要求 36 小时之内到达目的地，但是，地图上并未标明目的地的具体位置，仅知道  $A$ 、 $B$  两地坐标分别为  $A(-1, 2)$ 、 $B(3, 2)$  且目的地离  $A$ 、 $B$  两地距离分别为 5、3，如图所示，则目的地的具体位置的坐标为 ( )



- A.  $(3, 5)$       B.  $(3, 5)$  或  $(3, -1)$   
C.  $(-1, -1)$  或  $(3, -1)$       D.  $(3, -1)$

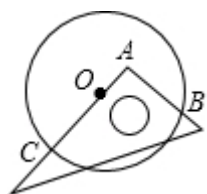
二. 填空题 (满分 16 分，每小题 2 分)

9. 若代数式  $\sqrt{3-2x}$  在实数范围内有意义，则  $x$  的取值范围是\_\_\_\_\_.

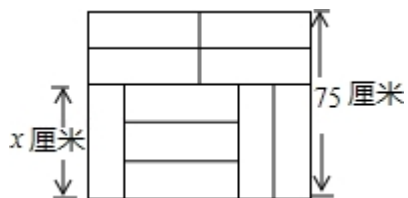
10. 在平面直角坐标系中， $A$ 、 $B$ 、 $C$  三点的坐标分别为： $A(1, 4)$ 、 $B(0, 3)$ 、 $C(3, 0)$ ，若  $P$  为  $x$  轴上一点，且  $\angle BPC = 2\angle ACB$ ，则点  $P$  的坐标为\_\_\_\_\_.

11. 已知一组数据  $a$ 、 $b$ 、 $c$  的平均数为 5，方差为 3，那么数据  $a+2$ 、 $b+2$ 、 $c+2$  的平均数和方差分别是\_\_\_\_\_、\_\_\_\_\_.

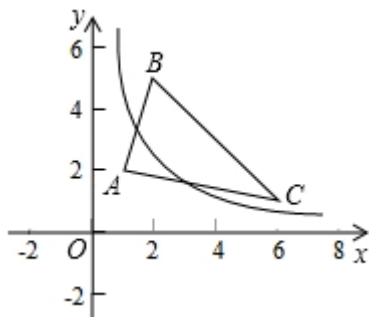
12. 如图，小杨将一个三角板放在  $\odot O$  上，使三角板的一直角边经过圆心  $O$ ，测得  $AC=5\text{cm}$ ， $AB=3\text{cm}$ ，则  $\odot O$  的半径长为\_\_\_\_\_.



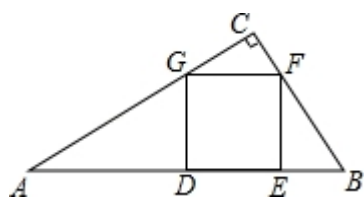
13. 如图，10 块相同的小长方形墙砖拼成一个大长方形，设小长方形墙砖的长和宽分别为  $x$  厘米和  $y$  厘米，则列出的方程组为\_\_\_\_\_.



14. 如图,  $\triangle ABC$  的三个顶点分别为  $A(1, 2)$ ,  $B(2, 5)$ ,  $C(6, 1)$ . 若函数  $y = \frac{k}{x}$  在第一象限内的图象与  $\triangle ABC$  有交点, 则  $k$  的取值范围是\_\_\_\_\_.



15. 如图, 在  $\text{Rt}\triangle ABC$  中,  $\angle C = 90^\circ$ ,  $AC = 2$ ,  $BC = 1$ , 正方形  $DEFG$  内接于  $\triangle ABC$ , 点  $G$ 、 $F$  分别在边  $AC$ 、 $BC$  上, 点  $D$ 、 $E$  在斜边  $AB$  上, 那么正方形  $DEFG$  的边长是\_\_\_\_\_.

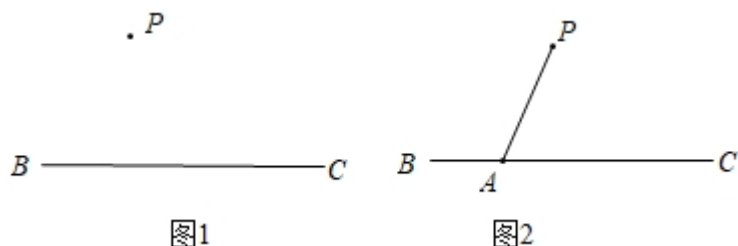


16. 一个不透明的口袋中有四个完全相同的小球, 把它们分别标号为 1、2、3、4. 随机摸取一个小球然后放回, 再随机摸出一个小球, 两次取出的小球标号的和等于 5 的概率是\_\_\_\_\_.

### 三. 解答题

17. (5 分) 下面是小明设计的“过直线外一点作这条直线的平行线”的尺规作图过程.

已知: 如图 1, 直线  $BC$  及直线  $BC$  外一点  $P$ .



求作: 直线  $PE$ , 使得  $PE \parallel BC$ .

作法: 如图 2.

- ①在直线  $BC$  上取一点  $A$ , 连接  $PA$ ;
- ②作  $\angle PAC$  的平分线  $AD$ ;
- ③以点  $P$  为圆心,  $PA$  长为半径画弧, 交射线  $AD$  于点  $E$ ;
- ④作直线  $PE$ .

所以直线  $PE$  就是所求作的直线. 根据小明设计的尺规作图过程.

- (1) 使用直尺和圆规, 补全图形 (保留作图痕迹);
- (2) 完成下面的证明.

证明:  $\because AD$  平分  $\angle PAC$ ,

$$\therefore \angle PAD = \angle CAD.$$

$$\because PA = PE,$$

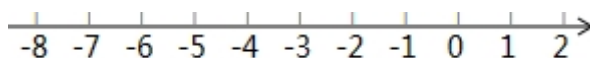
$$\therefore \angle PAD = \underline{\hspace{2cm}},$$

$$\therefore \angle PEA = \underline{\hspace{2cm}},$$

$$\therefore PE \parallel BC. \quad (\underline{\hspace{2cm}}) \quad (\text{填推理依据}).$$

18. (5 分) 计算:  $2\cos 45^\circ - (\pi - 3)^0 + \sqrt{\frac{1}{4}} - |\sqrt{2} - 1|.$

19. (5 分) 解不等式组: 
$$\begin{cases} \frac{1}{2}x + 2 \geq 0, \\ 1 - \frac{x+5}{2} < -1 - x \end{cases}$$
 并将解集在数轴上表示.



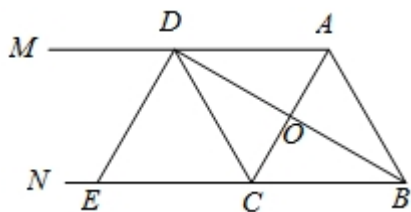
20. (5 分) 关于  $x$  的一元二次方程  $x^2 - x - (m+2) = 0$  有两个不相等的实数根.

- (1) 求  $m$  的取值范围;
- (2) 若  $m$  为符合条件的最小整数, 求此方程的根.

21. (5 分) 如图,  $AM \parallel BN$ ,  $C$  是  $BN$  上一点,  $BD$  平分  $\angle ABN$  且过  $AC$  的中点  $O$ , 交  $AM$  于点  $D$ ,  $DE \perp BD$ , 交  $BN$  于点  $E$ .

- (1) 求证:  $\triangle ADO \cong \triangle CBO$ .
- (2) 求证: 四边形  $ABCD$  是菱形.

(3) 若  $DE=AB=2$ ，求菱形  $ABCD$  的面积.



22. (6 分) 某校为了解八年级学生课外阅读情况，随机抽取 20 名学生平均每周用于课外阅读的时间（单位： $min$ ），过程如表；

【收集数据】

30	60	81	50	40	110	130	146	90	100
60	81	120	140	70	81	10	20	100	81

【整理数据】

课外阅读时间 $x$ ( $min$ )	$0 \leq x < 40$	$40 \leq x < 80$	$80 \leq x < 120$	$120 \leq x < 160$
等级	$D$	$C$	$B$	$A$
人数	3	$a$	8	$b$

【分析数据】

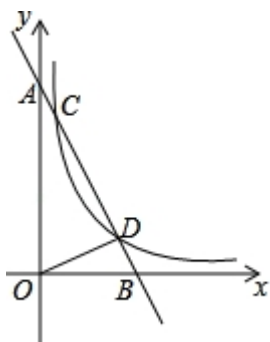
平均数	中位数	众数
80	$m$	$n$

请根据以上提供的信息，解答下列问题：

- (1) 填空： $a= \underline{\hspace{1cm}}$ ， $b= \underline{\hspace{1cm}}$ ， $m= \underline{\hspace{1cm}}$ ， $n= \underline{\hspace{1cm}}$ ；
- (2) 如果每周用于课外阅读的时间不少于  $80min$  为达标，该校八年级现有学生 200 人，估计八年级达标的学生有多少人？

23. (6 分) 如图，在平面直角坐标系中，直线  $AB$  与  $x$  轴交于点  $B$ ，与  $y$  轴交于点  $A$ ，直线  $AB$  与反比例函数  $y= \frac{m}{x}$  ( $m>0$ ) 在第一象限的图象交于点  $C$ 、点  $D$ ，其中点  $C$  的坐标为  $(1, 8)$ ，点  $D$  的坐标为  $(4, n)$ 。

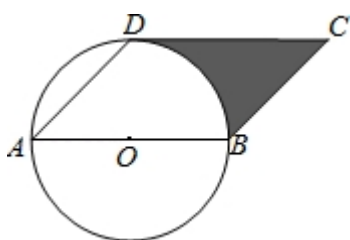
- (1) 分别求  $m$ 、 $n$  的值；
- (2) 连接  $OD$ ，求  $\triangle ADO$  的面积。



24. (6分) 如图, 已知  $AB$  是  $\odot O$  的直径, 点  $D$  在  $\odot O$  上,  $\angle DAB = 45^\circ$ ,  $BC \parallel AD$ ,  $CD \parallel AB$ .

(1) 判断直线  $CD$  与  $\odot O$  的位置关系, 并说明理由;

(2) 若  $\odot O$  的半径为 1, 求图中阴影部分的周长.



25. (5分) 如图,  $A, B, C, D$  四点都在  $\odot O$  上, 弧  $AC =$  弧  $BC$ , 连接  $AB, CD, AD$ ,  $\angle ADC = 45^\circ$ .

(1) 如图 1,  $AB$  是  $\odot O$  的直径;

(2) 如图 2, 过点  $B$  作  $BE \perp CD$  于点  $E$ , 点  $F$  在弧  $AC$  上, 连接  $BF$  交  $CD$  于点  $G$ ,  $\angle FGC = 2\angle BAD$ , 求证:  $BA$  平分  $\angle FBE$ ;

(3) 如图 3, 在 (2) 的条件下,  $MN$  与  $\odot O$  相切于点  $M$ , 交  $EB$  的延长线于点  $N$ , 连接  $AM$ , 若  $2\angle MAD + \angle FBA = 135^\circ$ ,  $MN = \frac{10}{13}AB$ ,  $EN = 26$ , 求线段  $CD$  的长.

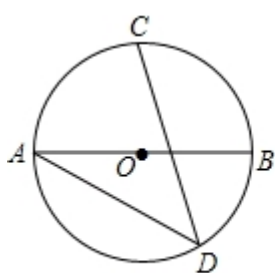


图1

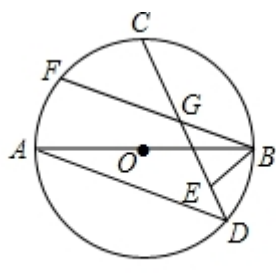


图2

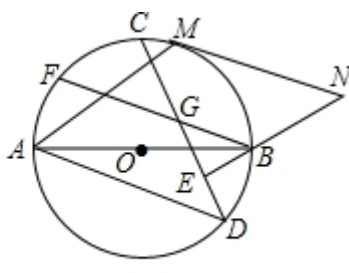


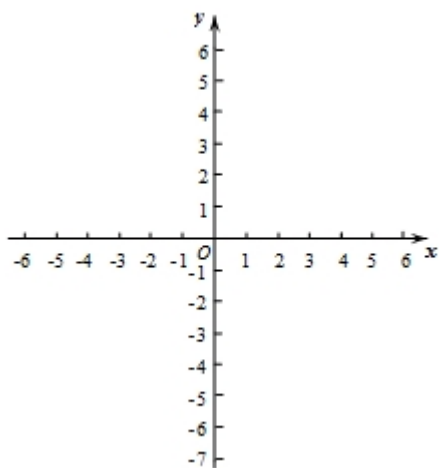
图3

26. (6分) 在平面直角坐标系  $xOy$  中, 抛物线  $y = mx^2 + (m-3)x - 3$  ( $m > 0$ ) 与  $x$  轴交于  $A, B$  两点 (点  $A$  在点  $B$  左侧), 与  $y$  轴交于点  $C$ ,  $AB = 4$ , 点  $D$  为抛物线的顶点.

(1) 求点  $A$  和顶点  $D$  的坐标;

(2) 将点  $D$  向左平移 4 个单位长度, 得到点  $E$ , 求直线  $BE$  的表达式;

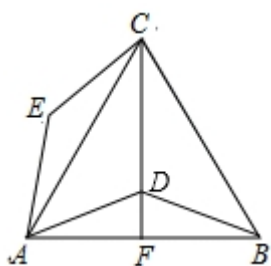
(3) 若抛物线  $y = ax^2 - 6$  与线段  $DE$  恰有一个公共点，结合函数图象，求  $a$  的取值范围.



27. (7分) 如图，点  $D$  是等边  $\triangle ABC$  内一点，将线段  $AD$  绕着点  $A$  逆时针旋转  $60^\circ$  得到线段  $AE$ ，连结  $CD$  并延长交  $AB$  于点  $F$ ，连结  $BD$ ， $CE$ 。

(1) 求证： $\triangle ACE \cong \triangle ABD$ ；

(2) 当  $CF \perp AB$  时， $\angle ADB = 140^\circ$ ，求  $\angle ECD$  的度数。

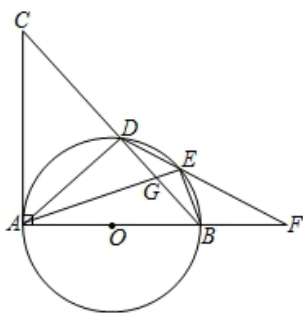


28. (7分) 如图， $AB$  是  $\odot O$  的直径， $AC \perp AB$ ， $BC$  交  $\odot O$  于点  $D$ ，点  $E$  在劣弧  $BD$  上， $DE$  的延长线交  $AB$  的延长线于点  $F$ ，连接  $AE$  交  $BD$  于点  $G$ 。

(1) 求证： $\angle AED = \angle CAD$ ；

(2) 若点  $E$  是劣弧  $BD$  的中点，求证： $ED^2 = EG \cdot EA$ ；

(3) 在 (2) 的条件下，若  $BO = BF$ ， $DE = 2$ ，求  $EF$  的长。



## 参考答案

### 一、选择题

1. 解：俯视图是圆形，说明这个几何体的上下有两个面是圆形的，左视图、左视图都是长方形的，于是可以判断这个几何体是圆柱体.

故选：C.

2. 解：15 万 $=15\times 10^4=1.5\times 10^5$ .

故选：C.

3. 解：由图可知：  $-4 > a > -5$ ， $|a| > |d|$ ， $b < 0$ ， $d > 0$ ，

$$\therefore bd < 0,$$

故选：B.

4. 解：A、是轴对称图形，不是中心对称图形. 故错误；

B、是轴对称图形，不是中心对称图形. 故错误；

C、是轴对称图形，也是中心对称图形. 故正确；

D、不是轴对称图形，是中心对称图形. 故错误.

故选：C.

5. 解：根据  $n$  边形的内角和公式，得

$$(n-2) \cdot 180 = 1080,$$

解得  $n=8$ .

$\therefore$  这个多边形的边数是 8.

故选：C.

$$6. \text{ 解：原式} = \frac{a+b}{(b+a)(b-a)} = \frac{1}{b-a}.$$

故选：B.

7. 解： $\because$  此炮弹在第 6 秒与第 17 秒时的高度相等，

$$\therefore \text{抛物线的对称轴是：} x = \frac{6+17}{2} = 11.5,$$



∴炮弹所在高度最高时：

时间是第 12 秒.

故选：C.

8. 解：设目的地确切位置的坐标为  $(x, y)$ ，

$$\text{根据题意有} \begin{cases} \sqrt{(x+1)^2 + (y-2)^2} = 5 \\ \sqrt{(x-3)^2 + (y-2)^2} = 3 \end{cases},$$

$$\text{解可得} \begin{cases} x=3 \\ y=5 \end{cases} \text{或} \begin{cases} x=3 \\ y=-1 \end{cases}$$

故所求点的坐标为  $(3, 5)$  或  $(3, -1)$  .

故选：B.

二. 填空

9. 解：根据题意得： $3 - 2x \geq 0$ ，解得： $x \leq \frac{3}{2}$ .

故答案为： $x \leq \frac{3}{2}$ .

10. 解：如图，∵ $A(1, 4)$ 、 $B(0, 3)$ 、 $C(3, 0)$ ，

$$\therefore AB = \sqrt{2}, BC = 3\sqrt{2}, AC = 2\sqrt{5}, \triangle ABC \text{ 是直角三角形, } \angle ABC = 90^\circ,$$

作 $\triangle ABC$ 关于 $BC$ 的轴对称图形，得到 $\triangle BCN$ ，过点 $A$ 作 $AM \perp NC$ ，

由三角形 $ANC$ 面积关系，可得

$$\frac{1}{2} AM \cdot NC = \frac{1}{2} \times 2AB \cdot BC,$$

$$\therefore 2\sqrt{5}AM = 2 \times \sqrt{2} \times 3\sqrt{2},$$

$$\therefore AM = \frac{6\sqrt{5}}{5},$$

$$\therefore MC = \frac{8\sqrt{5}}{5},$$

$$\therefore \tan \angle ACN = \tan 2\angle ACB = \frac{3}{4},$$

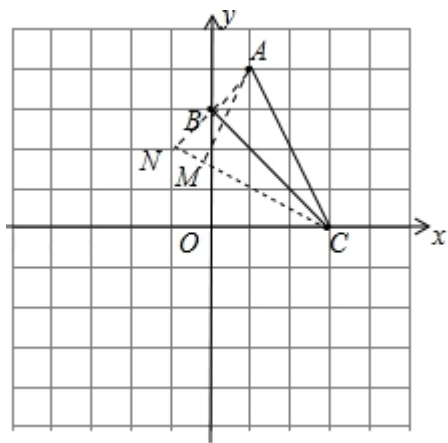
$$\therefore \angle BPC = 2\angle ACB,$$

$$\therefore \tan \angle BPC = \frac{3}{4},$$

$$\therefore PO = 4,$$

$$\therefore P(-4, 0) \text{ 或 } P(4, 0),$$

故答案为  $(-4, 0)$  或  $(4, 0)$ .



11. 解:  $\because$  数据  $a, b, c$  的平均数为 5,

$$\therefore \frac{1}{3}(a+b+c) = 5,$$

$$\therefore \frac{1}{3}(a+2+b+2+c+2) = \frac{1}{3}(a+b+c) + 2 = 5+2=7,$$

$\therefore$  数据  $a+2, b+2, c+2$  的平均数是 7;

$\because$  数据  $a, b, c$  的方差为 3,

$$\therefore \frac{1}{3}[(a-5)^2 + (b-5)^2 + (c-5)^2] = 3,$$

$$\therefore a+2, b+2, c+2 \text{ 的方差} = \frac{1}{3}[(a+2-7)^2 + (b+2-7)^2 + (c+2-7)^2] = \frac{1}{3}[(a-5)^2 + (b-5)^2 + (c-5)^2] = 3.$$

故答案为: 7、3.

12. 解: 连接  $BC$ , 作  $OH \perp BC$  于  $H$ ,

则  $CH=BH$ ,

$$\text{在 Rt}\triangle ACB \text{ 中, } BC = \sqrt{AC^2 + AB^2} = \sqrt{34},$$

$$\therefore CH = \frac{1}{2}BC = \frac{\sqrt{34}}{2},$$



15. 解：作  $CM \perp AB$  于  $M$ ，交  $GF$  于  $N$ ，如图所示：

$\because \text{Rt}\triangle ABC$  中， $\angle C=90^\circ$ ， $AC=2$ ， $BC=1$ ，

$$\therefore AB = \sqrt{2^2 + 1^2} = \sqrt{5},$$

$$\therefore CM = \frac{AC \times BC}{AB} = \frac{2 \times 1}{\sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{5}}{5},$$

$\because$  正方形  $DEFG$  内接于  $\triangle ABC$ ，

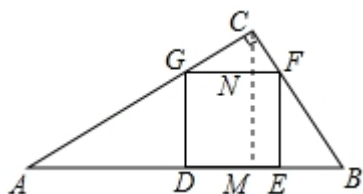
$\therefore GF = EF = MN$ ， $GF \parallel AB$ ，

$\therefore \triangle CGF \sim \triangle CAB$ ，

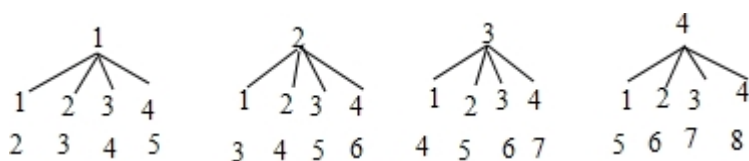
$$\therefore \frac{CN}{CM} = \frac{GF}{AB}, \text{ 即 } \frac{\frac{2\sqrt{5}}{5} - EF}{\frac{2\sqrt{5}}{5}} = \frac{EF}{\sqrt{5}},$$

$$\text{解得：} EF = \frac{2\sqrt{5}}{7};$$

$$\text{故答案为：} \frac{2\sqrt{5}}{7}.$$



16. 解：画树状图如下：



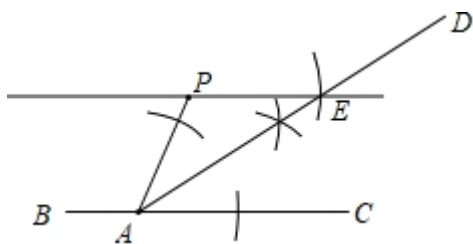
随机地摸出一个小球，然后放回，再随机地摸出一个小球，共有 16 种等可能的结果数，其中两次摸出的小球标号的和等于 5 的占 4 种，

所有两次摸出的小球标号的和等于 5 的概率为  $\frac{4}{16} = \frac{1}{4}$ ，

故答案为：  $\frac{1}{4}$  .

三. 解答

17. 解：（1）如图所示：直线  $PE$  即为所求.



（2）证明： $\because AD$  平分  $\angle PAC$ ,

$$\therefore \angle PAD = \angle CAD.$$

$$\because PA = PE,$$

$$\therefore \angle PAD = \angle PEA,$$

$$\therefore \angle PEA = \angle CAD,$$

$$\therefore PE \parallel BC. \quad (\text{内错角相等两直线平行}).$$

故答案为： $\angle PEA$ ,  $\angle CAD$ , 内错角相等两直线平行.

18. 解：原式  $= 2 \times \frac{\sqrt{2}}{2} - 1 + \frac{1}{2} - (\sqrt{2} - 1),$

$$= \sqrt{2} - 1 + \frac{1}{2} - (\sqrt{2} - 1),$$

$$= \frac{1}{2}.$$

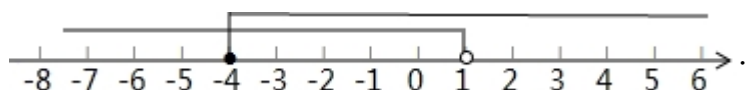
19. 解：
$$\begin{cases} \frac{1}{2}x + 2 \geq 0 \text{ ①} \\ 1 - \frac{x+5}{2} < -1 - x \text{ ②} \end{cases},$$

解①得  $x \geq -4$ ,

解②得  $x < 1$ ,

所以不等式组的解集为  $-4 \leq x < 1$ ,

用数轴表示为



20. 解：

(1)  $\because$  方程  $x^2 - x - (m+2) = 0$  有两个不相等的实数根,

$$\therefore (-1)^2 + 4(m+2) > 0,$$

$$\text{解得 } m > -\frac{9}{4};$$

$$(2) \because m > -\frac{9}{4},$$

$\therefore m$  的最小整数为  $-2$ ,

$\therefore$  方程为  $x^2 - x = 0$ ,

解得  $x=0$  或  $x=1$ .

21. 解: (1) 证明:  $\because$  点  $O$  是  $AC$  的中点,

$$\therefore AO = CO,$$

$$\because AM \parallel BN,$$

$$\therefore \angle DAC = \angle ACB,$$

$$\text{在 } \triangle AOD \text{ 和 } \triangle COB \text{ 中, } \begin{cases} \angle DAO = \angle BCO \\ AO = CO \\ \angle AOD = \angle COB \end{cases},$$

$$\therefore \triangle ADO \cong \triangle CBO \text{ (ASA)};$$

(2) 证明: 由 (1) 得  $\triangle ADO \cong \triangle CBO$ ,

$$\therefore AD = CB,$$

$$\text{又 } \because AM \parallel BN,$$

$\therefore$  四边形  $ABCD$  是平行四边形,

$$\because AM \parallel BN,$$

$$\therefore \angle ADB = \angle CBD,$$

$$\because BD \text{ 平分 } \angle ABN,$$

$$\therefore \angle ABD = \angle CBD,$$

$$\therefore \angle ABD = \angle ADB,$$

$$\therefore AD = AB,$$

∴ 平行四边形  $ABCD$  是菱形;

(3) 解: 由 (2) 得四边形  $ABCD$  是菱形,

∴  $AC \perp BD$ ,  $AD = CB$ ,

又  $DE \perp BD$ ,

∴  $AC \parallel DE$ ,

∵  $AM \parallel BN$ ,

∴ 四边形  $ACED$  是平行四边形,

∴  $AC = DE = 2$ ,  $AD = EC$ ,

∴  $EC = CB$ ,

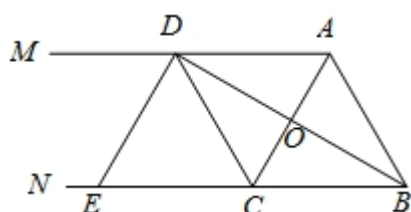
∴ 四边形  $ABCD$  是菱形,

∴  $EC = CB = AB = 2$ ,

∴  $EB = 4$ ,

在  $\text{Rt} \triangle DEB$  中, 由勾股定理得  $BD = \sqrt{BE^2 - DE^2} = \sqrt{4^2 - 2^2} = 2\sqrt{3}$ ,

∴  $S_{\text{菱形}ABCD} = \frac{1}{2} AC \cdot BD = \frac{1}{2} \times 2 \times 2\sqrt{3} = 2\sqrt{3}$ .



22. 解: (1) 由统计表收集数据可知  $a=5$ ,  $b=4$ ,  $m=81$ ,  $n=81$ ;

(2)  $200 \times \frac{8+4}{20} = 120$  (人),

所以估计八年级达标的学生有 120 人.

23. 解: (1) ∵ 反比例函数  $y = \frac{m}{x}$  ( $m > 0$ ) 在第一象限的图象交于点  $C(1, 8)$ ,

∴  $8 = \frac{m}{1}$ ,

∴  $m = 8$ ,

∴函数解析式为  $y=\frac{8}{x}$ ,

将  $D(4, n)$  代入  $y=\frac{8}{x}$  得,  $n=\frac{8}{4}=2$ .

(2) 设直线  $AB$  的解析式为  $y=kx+b$ , 由题意得  $\begin{cases} k+b=8 \\ 4k+b=2 \end{cases}$ ,

解得  $\begin{cases} k=-2 \\ b=10 \end{cases}$ ,

∴直线  $AB$  的函数解析式为  $y=-2x+10$ ,

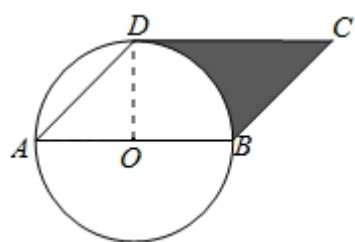
令  $x=0$ , 则  $y=10$ ,

∴ $A(0, 10)$ ,

∴ $\triangle ADO$  的面积  $=\frac{1}{2} \times 10 \times 4=20$ .

24. 解: (1) 直线  $CD$  与  $\odot O$  相切. 理由如下:

如图, 连接  $OD$ ,



∵ $OA=OD$ ,  $\angle DAB=45^\circ$ ,

∴ $\angle ODA=45^\circ$ ,

∴ $\angle AOD=90^\circ$ ,

∵ $CD \parallel AB$ ,

∴ $\angle ODC=\angle AOD=90^\circ$ , 即  $OD \perp CD$ ,

又∵点  $D$  在  $\odot O$  上,

∴直线  $CD$  与  $\odot O$  相切;

(2) ∵ $\odot O$  的半径为 1,  $AB$  是  $\odot O$  的直径,

∴ $AB=2$ ,



$$\because BC \parallel AD, CD \parallel AB,$$

$\therefore$  四边形  $ABCD$  是平行四边形,

$$\therefore CD = AB = 2,$$

由 (1) 知:  $\triangle AOD$  是等腰直角三角形,

$$\therefore OA = OD = 1,$$

$$\therefore BC = AD = \sqrt{2},$$

$$\therefore \text{图中阴影部分的周长} = CD + BC + \frac{90\pi \times 1}{180} = 2 + \sqrt{2} + \frac{\pi}{2}.$$

25. 解 (1) 如图 1, 连接  $BD$ .

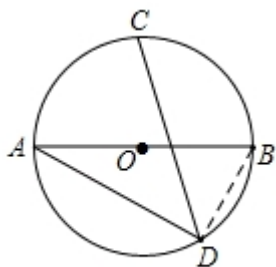


图1

$$\because \widehat{AC} = \widehat{BC},$$

$$\therefore \angle BDC = \angle ADC = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle ADB = 90^\circ,$$

$\therefore AB$  是圆  $O$  的直径.

(2) 如图 2, 连接  $OG$ 、 $OD$ 、 $BD$ .

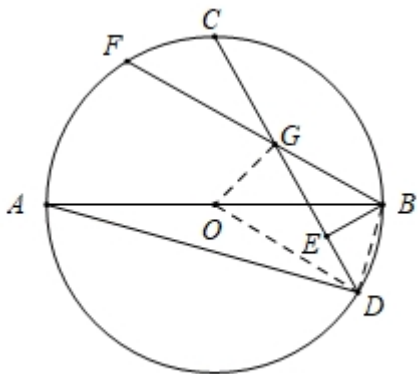


图2

则  $OA = OD = OB$ ,

$$\therefore \angle OAD = \angle ODA, \quad \angle OBD = \angle ODB,$$

$$\therefore \angle DOB = \angle OAD + \angle ODA = 2\angle BAD,$$

$$\therefore \angle FGC = 2\angle BAD,$$

$$\therefore \angle DOB = \angle FGC = \angle BGD,$$

$$\therefore B、G、O、D \text{ 四点共圆},$$

$$\therefore \angle ODE = \angle OBG,$$

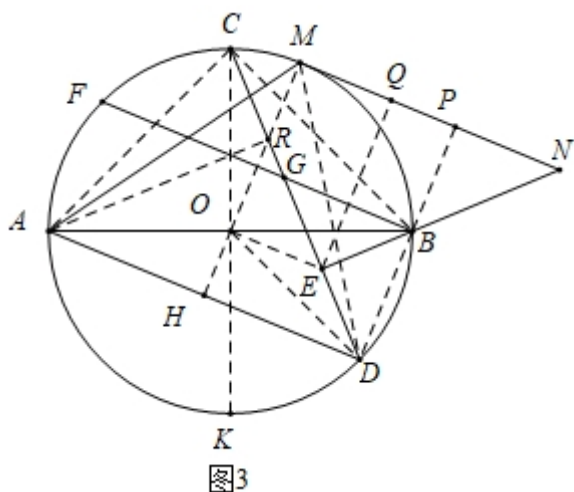
$$\therefore BE \perp CD, \quad \angle BDC = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle EBD = 45^\circ = \angle EDB,$$

$$\therefore \angle OBE = \angle ODE = \angle OBG,$$

$$\therefore BA \text{ 平分 } \angle FBE.$$

(3) 如图 3, 连接  $AC$ 、 $BC$ 、 $CO$ 、 $DO$ 、 $EO$ 、 $BD$ .



$$\therefore AC = BC,$$

$$\therefore AC = BC,$$

$$\therefore AB \text{ 为直径},$$

$$\therefore \angle ACB = 90^\circ, \quad \angle CAB = \angle CBA = 45^\circ, \quad CO \perp AB,$$

$$\text{延长 } CO \text{ 交圆 } O \text{ 于点 } K, \text{ 则 } \angle DOK = \angle OCD + \angle ODC = 2\angle ODC = 2\angle OBE = 2\angle FBA,$$

$$\text{连接 } DM、OM, \text{ 则 } \angle MOD = 2\angle MAD,$$

$$\therefore 2\angle MAD + \angle FBA = 135^\circ,$$

$$\therefore \angle MOD + \angle FBA = 135^\circ ,$$

$$\therefore 2\angle MOD + 2\angle FBA = 270^\circ ,$$

$$\therefore 2\angle MOD + \angle DOK = 270^\circ ,$$

$$\therefore \angle AOM + \angle DOM + \angle KOK = 270^\circ ,$$

$$\therefore \angle AOM = \angle DOM,$$

$$\therefore AM = DM,$$

连接  $MO$  并延长交  $AD$  于  $H$ , 则  $\angle MHA = \angle MHD = 90^\circ$  ,  $AH = DH$ ,

设  $MH$  与  $BC$  交于点  $R$ , 连接  $AR$ , 则  $AR = DR$ ,

$$\therefore \angle ADC = 45^\circ ,$$

$$\therefore \angle ARD = \angle ARC = 90^\circ , \triangle ADR \text{ 是等腰直角三角形},$$

$$\therefore \angle BRH = \angle ARH = 45^\circ$$

$$\therefore \angle ACR + \angle BCE = \angle BCE + \angle CBE = 90^\circ ,$$

$$\therefore \angle ACR = \angle CBE,$$

$$\therefore \triangle ACR \cong \triangle CBE \text{ (AAS) },$$

$$\therefore CR = BE = ED,$$

作  $EQ \perp MN$  于  $Q$ , 则  $\angle EQN = \angle EQM = 90^\circ$  ,

连接  $OE$ , 则  $OE$  垂直平分  $BD$ ,

$$\therefore OE \parallel AD \parallel MN,$$

$$\therefore \text{四边形 } OEMQ \text{ 是矩形},$$

$$\therefore OM = EQ, OE = MQ,$$

延长  $DB$  交  $MN$  于点  $P$ ,

$$\therefore \angle PBN = \angle EBD = 45^\circ ,$$

$$\therefore \angle BNP = 45^\circ ,$$

$$\therefore \triangle EQN \text{ 是等腰直角三角形},$$

$$\therefore EQ=QN=\frac{\sqrt{2}}{2}EN=13\sqrt{2},$$

$$\therefore OA=OB=OC=OD=OM=13\sqrt{2}, \quad AB=2OA=26\sqrt{2},$$

$$\therefore BC=\sqrt{2}OC=26,$$

$$\therefore MN=\frac{10}{13}AB=20\sqrt{2},$$

$$\therefore OE=MQ=MN-QN=20\sqrt{2}-13\sqrt{2}=7\sqrt{2},$$

$$\therefore \angle ORE=45^\circ, \quad \angle EOR=90^\circ,$$

$$\therefore \triangle OER \text{ 是等腰直角三角形,}$$

$$\therefore RE=\sqrt{2}OE=14,$$

$$\text{设 } BE=CR=x, \text{ 则 } CE=14+x,$$

$$\text{在 Rt}\triangle CBE \text{ 中: } BC^2=CE^2+BE^2,$$

$$\therefore 26^2=(x+14)^2+x^2, \text{ 解得 } x=10,$$

$$\therefore CD=CR+RE+DE=10+14+10=34.$$

26. 解: (1)  $y=mx^2+(m-3)x-3$  与  $y$  轴交于点  $C(0, -3)$ ,

$$\text{令 } y=0, \text{ 则 } mx^2+(m-3)x-3=0,$$

$$\text{可得 } x_1=-1, \quad x_2=\frac{3}{m},$$

$$\text{由于点 } A \text{ 在点 } B \text{ 左侧, } m>0 \text{ 可知点 } A(-1, 0),$$

$$\text{又 } \because AB=4,$$

$$\therefore \text{点 } B(3, 0),$$

$$\therefore m=1,$$

$$\therefore y=x^2-2x-3,$$

$$\therefore y=x^2-2x-3=(x-1)^2-4,$$

$$\therefore \text{点 } D(1, -4);$$

(2) 依题意可知点  $E(-3, -4)$ ,

$$\text{设直线 } BE \text{ 的表达式为 } y=kx+b,$$

$$\therefore \begin{cases} -4 = -3k + b \\ 0 = 3k + b \end{cases},$$

$$\text{解得, } \begin{cases} k = \frac{2}{3} \\ b = -2 \end{cases}$$

$\therefore$  直线  $BE$  的表达式为  $y = \frac{2}{3}x - 2$ ;

(3) 点  $D(1, -4)$ ,  $E(-3, -4)$  分别代入  $y = ax^2 - 6$ ,

可得  $a = \frac{2}{9}$  或  $a = 2$ ,

$\therefore a$  的取值范围为  $\frac{2}{9} \leq a < 2$ .

27. 解: (1)  $\because \triangle ABC$  是等边三角形

$$\therefore AC = AB, \angle CAB = 60^\circ$$

$\therefore$  将线段  $AD$  绕着点  $A$  逆时针旋转  $60^\circ$  得到线段  $AE$

$$\therefore AE = AD, \angle EAD = \angle CAB = 60^\circ$$

$$\therefore \angle EAC = \angle DAB, \text{ 且 } AC = AB, AE = AD$$

$$\therefore \triangle ACE \cong \triangle ABD \text{ (SAS)}$$

$$(2) \because CF \perp AB, AC = BC$$

$$\therefore DF \text{ 垂直平分 } AB, \angle ACF = \frac{1}{2} \angle ACB = 30^\circ$$

$$\therefore AD = DB, \text{ 且 } DF \perp AB$$

$$\therefore \angle ADF = \angle BDF = \frac{1}{2} \angle ADB = 70^\circ$$

$$\therefore \angle ABD = 20^\circ$$

$$\because \triangle ACE \cong \triangle ABD$$

$$\therefore \angle ABD = \angle ACE = 20^\circ$$

$$\therefore \angle ECD = \angle ACE + \angle ACF = 50^\circ$$

28. (1) 证明:  $\because AB$  是  $\odot O$  的直径,



$$\therefore OE \parallel AD,$$

$$\therefore \frac{OF}{OA} = \frac{EF}{DE},$$

$$\because BO = BF = OA, \quad DE = 2,$$

$$\therefore \frac{2}{1} = \frac{EF}{2},$$

$$\therefore EF = 4.$$