初中数学基本知识点总结

代数部分：

1、**整数**(包括：正整数、0、负整数)和**分数**(包括：有限小数和无限环循小数)都是**有理数**.

如：-3，$\frac{21}{31}$，0.231，0.737373…，$\sqrt{9}$，$\sqrt[3]{-8}$．无限不环循小数叫做**无理数**．如：π，$-\sqrt{5}$，0.1010010001…(两个1之间依次多1个0)．有理数和无理数统称为**实数**.

2、**绝对值**：$a\geqslant 0$ 则 $|a|=a$；$a\leqslant 0$ 则 $|a|=-a$. 如：$|-\sqrt{2}|=\sqrt{2}$；$|3.14-\pi|=\pi-3.14$.

3、**近似数**：一个数与准确数相近，且比准确数略多或略少些,这一个数称之为**近似数**。从左边第一个不是0的数字起,到最末一个数字止,所有的数字,都叫做这个近似数的**有效数字**.如:0.05972精确到0.001得0.060，所以有两个有效数字6，0.

4、**科学计数法**： 把一个数写成$\pm a\times 10^n$的形式(其中$1\leqslant a<10$，n是整数)，这种记数法叫做**科学记数法**．如：$-40700=-4.07\times 10^5$，$0.000043=4.3\times 10^{-5}$.

5、**乘法公式(**反过来就是因式分解的公式)：

①$(a+b)(a-b)=a^2-b^2$.

②$(a\pm b)^2=a^2\pm 2ab+b^2$.

③$(a+b)(a^2-ab+b^2)=a^3+b^3$.

④$(a-b)(a^2+ab+b^2)=a^3-b^3$;

6、幂的运算性质：

①$a^m\times a^n=a^{m+n}$．②$a^m\div a^n=a^{m-n}$．③$(a^m)^n=a^{mn}$．④$(ab)^n=a^nb^n$．⑤$(\frac{b}{a})^n=\frac{b^n}{a^n}$．⑥$a^{-n}=\frac{1}{a^n}$，$(\frac{b}{a})^{-n}=(\frac{a}{b})^n$.

⑦$a^0=1(a\neq 0)$.

如：$a^3\times a^2=a^5$，$a^6\div a^2=a^4$，$(a^3)^2=a^6$，$(3a^3)^3=27a^9$，$(-3)^{-1}=-\frac{1}{3}$，$5^{-2}=\frac{1}{5^2}=\frac{1}{25}$，$(\frac{2}{3})^{-2}=(\frac{3}{2})^2=\frac{9}{4}$，$(-3.14)^0=1$，$(\sqrt{2}-\sqrt{3})^0=1$.

7、**二次根式 （平方根，算术平方根，立方根）**：

①$(\sqrt{a})^2=a(a\geqslant 0)$，②$\sqrt{a^2}=|a|$，③$\sqrt{ab}=\sqrt{a}\times\sqrt{b}$，④$\sqrt{\frac{b}{a}}=\frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}}(a>0，b\geqslant 0)$.

如$(3\sqrt{5})^2=45$．$\sqrt{(-6)^2}=6$．$a<0$时，$\sqrt{a^2b}=-a\sqrt{b}$．$\sqrt{16}$的平方根＝4的平方根＝±2.

8、**一元二次方程**：对于方程：$ax^2+bx+c=0$：

①求根公式是$x=\dfrac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$，其中△＝$b^2-4ac$叫做根的判别式.

当△＞0时，方程有两个不相等的实数根；

当△＝0时，方程有两个相等的实数根；

当△＜0时，方程没有实数根．注意：当△≥0时，方程有实数根.

②若方程有两个实数根x_1和x_2，则二次三项式ax^2+bx+c可分解为$a(x-x_1)(x-x_2)$.

③以a和b为根的一元二次方程是$x^2-(a+b)x+ab=0$.

9、统计初步：

（1）**概念：**

①所要考察的对象的全体叫做**总体**，其中每一个考察对象叫做**个体**．从总体中抽取的一部份个体叫做总体的一个**样本**，样本中个体的数目叫做**样本容量**.

②在一组数据中，出现次数最多的数(有时不止一个)，叫做这组数据的**众数**.

③将一组数据按大小顺序排列，把处在最中间的一个数(或两个数的平均数)叫做这组数据的**中位数**.

（2）公式：设有 n 个数 x_1，x_2，…，x_n，那么：

①平均数为：$\bar{x}=\dfrac{x_1+x_2+......+x_n}{n}$；

②极差：

用一组数据的最大值减去最小值所得的差来反映这组数据的变化范围，用这种方法得到的差称为极差，即：极差=最大值-最小值；

③方差：

数据x_1，x_2……，x_n的方差为s^2，则$s^2=\dfrac{1}{n}\left[(x_1-\bar{x})^2+(x_2-\bar{x})^2+.....+(x_n-\bar{x})^2\right]$

标准差：方差的算术平方根.

数据x_1，x_2……，x_n的标准差s，则$s=\sqrt{\dfrac{1}{n}\left[(x_1-\bar{x})^2+(x_2-\bar{x})^2+.....+(x_n-\bar{x})^2\right]}$

一组数据的方差越大，这组数据的波动越大，越不稳定。

10、频率与概率：

（1）频率=$\dfrac{\text{频数}}{\text{总数}}$，各小组的频数之和等于总数，各小组的频率之和等于 1，频率分布直方图中各个小长方形的面积为各组频率。

（2）概率

①如果用 P 表示一个事件 A 发生的概率，则 0≤P（A）≤1；

P（必然事件）=1；P（不可能事件）=0；

②在具体情境中了解概率的意义，运用列举法（包括列表、画树状图）计算简单事件发生的概率。

③大量的重复实验时频率可视为事件发生概率的估计值；

11、锐角三角函数：

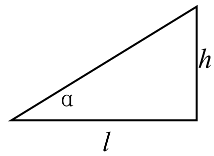
①设$\angle A$是Rt△ABC的任一锐角，则$\angle A$的正弦：$\sin A=\frac{\angle A的对边}{斜边}$，$\angle A$的余弦：$\cos A=\frac{\angle A的邻边}{斜边}$，$\angle A$的正切：$\tan A=\frac{\angle A的对边}{\angle A的邻边}$．并且$\sin^2 A+\cos^2 A=1$．

$0<\sin A<1$，$0<\cos A<1$，$\tan A>0$．$\angle A$越大，$\angle A$的正弦和正切值越大，余弦值反而越小．

②**余角公式**：$\sin(90^\circ-A)=\cos A$，$\cos(90^\circ-A)=\sin A$．

③**特殊角的三角函数值**：$\sin30^\circ=\cos60^\circ=\frac{1}{2}$，$\sin45^\circ=\cos45^\circ=\frac{\sqrt{2}}{2}$，$\sin60^\circ=\cos30^\circ=\frac{\sqrt{3}}{2}$，$\tan30^\circ=\frac{\sqrt{3}}{3}$，$\tan45^\circ=1$，$\tan60^\circ=\sqrt{3}$．

④**斜坡的坡度**：$i=\frac{铅垂高度}{水平宽度}=\frac{h}{l}$．设坡角为α，则$i=\tan\alpha=\frac{h}{l}$．



12、平面直角坐标系中的有关知识：

（1）对称性：若直角坐标系内一点 P（a，b），则 P 关于 x 轴对称的点为 P_1（a，$-b$），P 关于 y 轴对称的点为 P_2（$-a$，b），关于原点对称的点为 P_3（$-a$，$-b$）．

（2）坐标平移：若直角坐标系内一点 P（a，b）向左平移 h 个单位，坐标变为 P（$a-h$，b），向右平移 h 个单位，坐标变为 P（$a+h$，b）；向上平移 h 个单位，坐标变为 P（a，$b+h$），向下平移 h 个单位，坐标变为 P（a，$b-h$）．如：点 A（2，－1）向上平移 2 个单位，再向右平移 5 个单位，则坐标变为 A（7，1）．

13、一次函数$y=kx+b(k\neq0)$在平面直角坐标系的图象是一条直线(b是直线与y轴的交点的纵坐标即一次函数在y轴上的截距)．当$k>0$时，y随x的增大而增大(直线从左向右上升)；当$k<0$时，y随x的增大而减小(直线从左向右下降)．特别：当$b=0$时，$y=kx(k\neq0)$又叫做正比例函数(y与x成正比例)，图象必过原点．

14、反比例函数$y=\frac{k}{x}(k\neq0)$的图象叫做双曲线．当$k>0$时，双曲线在一、三象限(在每一象限内，从左向右降)；当$k<0$时，双曲线在二、四象限(在每一象限内，从左向右上升)．因此，它的增减性与一次函数相反．

15、二次函数的有关知识：

1. 定义：一般地，如果 $y=ax^2+bx+c(a,b,c$ 是常数，$a\neq 0)$，那么 y 叫做 x 的二次函数.

2. 抛物线的三要素：开口方向、对称轴、顶点.

①a 的符号决定抛物线的开口方向：当 $a>0$ 时，开口向上；当 $a<0$ 时，开口向下；

$|a|$ 相等，抛物线的开口大小、形状相同.

②平行于 y 轴（或重合）的直线记作 $x=h$. 特别地，y 轴记作直线 $x=0$.

几种特殊的二次函数的图像特征如下：

函数解析式	开口方向	对称轴	顶点坐标
$y=ax^2$	当 $a>0$ 时 开口向上 当 $a<0$ 时 开口向下	$x=0$（y 轴）	（0, 0）
$y=ax^2+k$		$x=0$（y 轴）	（0, k）
$y=a(x-h)^2$		$x=h$	（h, 0）
$y=a(x-h)^2+k$		$x=h$	（h, k）
$y=ax^2+bx+c$		$x=-\frac{b}{2a}$	（$-\frac{b}{2a},\frac{4ac-b^2}{4a}$）

4. 求抛物线的顶点、对称轴的方法

（1）公式法：$y=ax^2+bx+c=a\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2+\frac{4ac-b^2}{4a}$，

顶点是（$-\frac{b}{2a},\frac{4ac-b^2}{4a}$），对称轴是直线 $x=-\frac{b}{2a}$.

（2）配方法：运用配方的方法，将抛物线的解析式化为 $y=a(x-h)^2+k$ 的形式，可得到顶点坐标为（h, k），对称轴是直线 $x=h$.

（3）运用抛物线的对称性：由于抛物线是以对称轴为轴的轴对称图形，对称轴与抛物线的交点是顶点。

若已知抛物线上两点 (x_1,y)、(x_2,y)（及 y 值相同），则对称轴方程可以表示为：$x=\frac{x_1+x_2}{2}$

5. 抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 中，a,b,c 的作用

（1）a 决定开口方向及开口大小，这与 $y=ax^2$ 中的 a 完全一样.

（2）b 和 a 共同决定抛物线对称轴的位置. 由于抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 的对称轴是直线

$x=-\frac{b}{2a}$，故：①$b=0$时，对称轴为y轴；②$\frac{b}{a}>0$（即a、b同号）时，对称轴在y轴左侧；③$\frac{b}{a}<0$（即a、b异号）时，对称轴在y轴右侧.

（3）c的大小决定抛物线$y=ax^2+bx+c$与y轴交点的位置.

当$x=0$时，$y=c$，∴抛物线$y=ax^2+bx+c$与y轴有且只有一个交点（0，c）：

①$c=0$，抛物线经过原点；②$c>0$，与y轴交于正半轴；③$c<0$，与y轴交于负半轴.

以上三点中，当结论和条件互换时，仍成立.如抛物线的对称轴在y轴右侧，则 $\frac{b}{a}<0$.

6.用待定系数法求二次函数的解析式

（1）一般式：$y=ax^2+bx+c$.已知图像上三点或三对x、y的值，通常选择一般式.

（2）顶点式：$y=a(x-h)^2+k$.已知图像的顶点或对称轴，通常选择顶点式.

（3）交点式：已知图像与x轴的交点坐标x_1、x_2，通常选用交点式：$y=a(x-x_1)(x-x_2)$.

7.直线与抛物线的交点

（1）y轴与抛物线$y=ax^2+bx+c$得交点为(0，c).

（2）抛物线与x轴的交点

二次函数$y=ax^2+bx+c$的图像与x轴的两个交点的横坐标x_1、x_2，是对应一元二次方程$ax^2+bx+c=0$的两个实数根.

抛物线与x轴的交点情况可以由对应的一元二次方程的根的判别式判定：

①有两个交点$\Leftrightarrow$（$\Delta>0$）$\Leftrightarrow$抛物线与x轴相交；

②有一个交点（顶点在x轴上）$\Leftrightarrow$（$\Delta=0$）$\Leftrightarrow$抛物线与x轴相切；

③没有交点$\Leftrightarrow$（$\Delta<0$）$\Leftrightarrow$抛物线与x轴相离.

（3）平行于x轴的直线与抛物线的交点

同（2）一样可能有 0 个交点、1 个交点、2 个交点.当有 2 个交点时，两交点的纵坐标相等，设纵坐标为k，则横坐标是$ax^2+bx+c=k$的两个实数根.

（4）一次函数$y=kx+n(k\neq 0)$的图像L与二次函数$y=ax^2+bx+c(a\neq 0)$的图像G的交点，由方程组$\begin{cases}y=kx+n\\y=ax^2+bx+c\end{cases}$的解的数目来确定：

①方程组有两组不同的解时$\Leftrightarrow$ L与G有两个交点；

②方程组只有一组解时$\Leftrightarrow$ L与G只有一个交点；

③方程组无解时$\Leftrightarrow$ L与G没有交点.

（5）抛物线与x轴两交点之间的距离：若抛物线$y=ax^2+bx+c$与x轴两交点为$A(x_1,0)$，$B(x_2,0)$，则 $AB=|x_1-x_2|$

几何部分：

1、点，直线：

过两点有且只有一条直线、两点之间线段最短

过一点有且只有一条直线和已知直线垂直

直线外一点与直线上各点连接的所有线段中　垂线段最短

2、平行线的定义：

在同一平面内，永不相交（也永不重合）的两条直线叫做平行线，**平行线公理**“过直线外一点有且仅有一条直线和已知直线平行”。

3、平行线的性质：

① 两直线平行，同位角相等；
② 两直线平行，内错角相等；
③ 两直线平行，同旁内角互补。

4、平行线的判定：

① 同位角相等，两直线平行。
② 内错角相等，两直线平行。
③ 同旁内角互补，两直线平行。
④ 在同一平面内，垂直于同一直线的两条直线互相平行。
⑤ 在同一平面内，平行于同一直线的两条直线互相平行。
⑥ 同一平面内永不相交的两直线互相平行。

5、平行线分线段成比例定理：

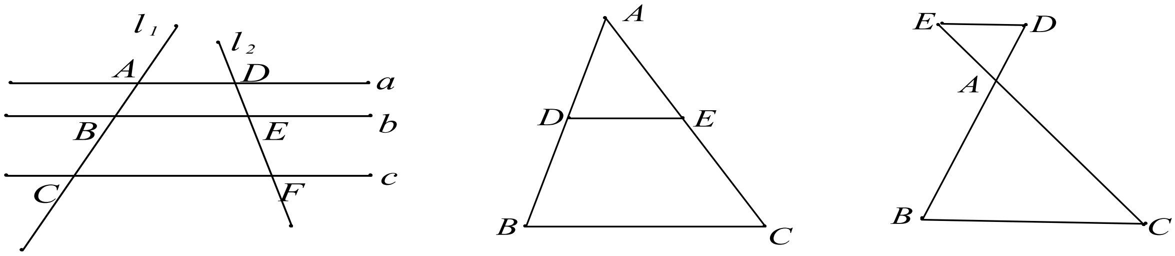
（1）平行线分线段成比例定理：三条平行线截两条直线，所得的对应线段成比例。

如图：$a // b // c$，直线 l_1 与 l_2 分别与直线 a、b、c 相交与点 A、B、C

D、E、F，则有 $\frac{AB}{BC}=\frac{DE}{EF},\frac{AB}{AC}=\frac{DE}{DF},\frac{BC}{AC}=\frac{EF}{DF}$

（2）推论：平行于三角形一边的直线截其他两边（或两边的延长线），所得的对应线段成比例。

如图：△ABC中，$DE/\!/BC$，DE与AB、AC相交与点D、E，则有：$\frac{AD}{DB}=\frac{AE}{EC},\frac{AD}{AB}=\frac{AE}{AC}=\frac{DE}{BC},\frac{DB}{AB}=\frac{EC}{AC}$



6、平行四边形的定义：

两组对边分别平行的四边形叫做平行四边形

7、平行四边形的性质：

① 两组对边分别平行且相等。

② 两组对角分别对应相等，而邻角都互补。

③ 两条对角线互相平分。

④ 任何一条对角线都能把它分成两个全等的三角形。

⑤ * 两条对角线的长度的平方和，等于四条边长度的平方和。

8、平行四边形的判定：

① 两组对边分别平行的四边形是平行四边形；

② 两组对边分别相等的四边形是平行四边形；

③ 对角线互相平分的四边形是平行四边形；

④ 一组对边平行且相等的四边形是平行四边形；

⑤ 两组对角分别相等的四边形是平行四边形；

9、菱形的定义：

一组邻边相等的平行四边形叫做菱形

10、菱形的性质：

① 菱形的四条边都相等;

② 菱形的对角线互相垂直，并且每一条对角线平分一组对角.

注意：菱形也具有平行四边形的一切性质.

11、菱形的判定：

① 有一组邻边相等的平行四边形是菱形;

② 四条边都相等的四边形是菱形;

③ 对角线互相垂直的平行四边形是菱形

④ 有一条对角线平分一组对角的平行四边形是菱形

⑤ 对角线互相垂直且平分的四边形是菱形

12、多边形内角和：

n 边形的内角和等于$(n-2)180^\circ$（$n\geq3$，n是正整数），外角和等于360°

13、等腰三角形三线重合：

等腰三角形中顶角的角平分线，底边的中线，底边的高线，三条线互相重合，也叫三线合一。

14、直角三角形中勾股定理和斜边中线定理：

直角三角形斜边长度的平方等于两条直角边平方的和，斜边的中线等于斜边的一半。

15、三角形中位线定理：

连结三角形两边中点的线段叫做三角形的中位线，三角形的中位线平行于第三边（不与中位线接触），并且等于第三边的一半 。

16、全等三角形的定义：

能够完全重合的两个图形叫全等形，能够完全重合的两个三角形叫做全等三角形。记作“≌”重合的顶点叫做对应顶点，重合的边叫做对应边。

17、全等三角形的性质：

两个全等三角形的对应边相等，对应角相等。两个全等三角形一切对应线段(对应高、对应中线、对应角平分线等）周长，面积均相等。

18、全等三角形的判定：

SSS（边边边）：三边对应相等的三角形是全等三角形。

SAS（边角边）：两边及其夹角对应相等的三角形是全等三角形。

ASA（角边角）：两角及其夹边对应相等的三角形全等。

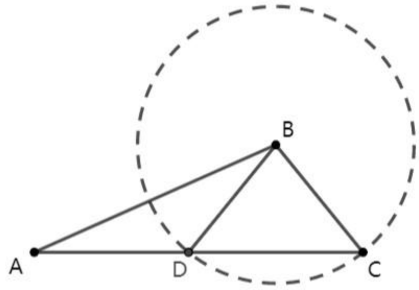
AAS（角角边）：两角及其一角的对边对应相等的三角形全等。

HL（斜边、直角边）：在一对直角三角形中，斜边及另一条直角边相等的就是全等。

下列两种方法不能验证为全等三角形：

AAA（角角角）：三角相等，不能证全等，但能证相似。

SSA（边边角）：其中一角相等，且非夹角的两边相等。



19、相似三角形的定义：

三角分别相等，三边成比例的两个三角形叫做相似三角形，全等三角形可以被理解为相似比为1的相似三角形。

20、相似三角形的性质：

① 相似三角形对应角相等，对应边成比例。

② 相似三角形的一切对应线段(对应高、对应中线、对应角平分线等）的比等于相似比。

③ 相似三角形周长的比等于相似比。

④ 相似三角形面积的比等于相似比的平方。

21、相似三角形的判定：

SSS（边边边）：三边对应成比例的三角形是相似三角形。

SAS（边角边）：两边成比例及其夹角相等的三角形是相似三角形。

~~ASA（角边角）：两角及其夹边对应成比例的三角形全等。~~

~~AAS（角角边）：两角及其一角的对边对应成比例的三角形全等。~~

HL（直角、斜边、边）：在一对直角三角形中，斜边及另一条直角边成比例及相似。

AA（角角）：两个角相等（相当于三个角相等）的三角形是相似三角形。

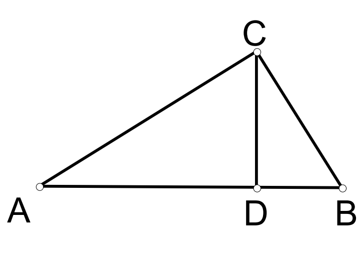
下列一种方法不能验证为全等三角形：

SSA（边边角）：其中一角相等，且非夹角的两边对应成比例。

***22、直角三角形中的射影定理：**

如图：Rt△ABC中，∠ACB=90°，CD⊥AB于D，则有：

（1）$CD^2 = AD \cdot BD$



（2）$AC^2 = AD \cdot AB$

（3）$BC^2 = BD \cdot AB$

23、圆的有关性质：

（1）**垂径定理**：如果一条直线具备以下五个性质中的任意两个性质：

① 经过圆心；

② 垂直弦；

③ 平分弦；

④ 平分弦所对的劣弧；

⑤ 平分弦所对的优弧．（优=大）

那么这条直线就具有另外三个性质．注：具备①，③时，弦不能是直径．

（2）两条**平行弦**所夹的弧相等．

（3）**圆心角**的度数等于它所对的弧的度数．

（4）一条弧所对的**圆周角**等于它所对的圆心角的一半．

（5）圆周角等于它所对的弧的度数的一半．

（6）同弧或等弧所对的圆周角相等．

（7）在同圆或等圆中，相等的圆周角所对的弧相等．

（8）90° 的圆周角所对的弦是直径，反之，直径所对的圆周角是90°，直径是最长的弦．

（9）**圆内接四边形**的对角互补．

24、三角形的内心与外心：

三角形的内切圆的圆心叫做三角形的**内心**．三角形的内心就是三内角角平分线的交点．

三角形的外接圆的圆心叫做三角形的**外心**．三角形的外心就是三边中垂线的交点．

常见结论：

（1）Rt△ABC 的三条边分别为：a、b、c（c 为斜边），则它的内切圆的半径 $r = \dfrac{a+b-c}{2}$；

（2）△ABC 的周长为l，面积为 S，其内切圆的半径为 r，则 $S = \dfrac{1}{2}lr$

＊25、弦切角定理及其推论：

（1）**弦切角**：

顶点在圆上，并且一边和圆相交，另一边和圆相切的角叫做弦切角。

如图：∠PAC为弦切角。

（2）**弦切角定理：**

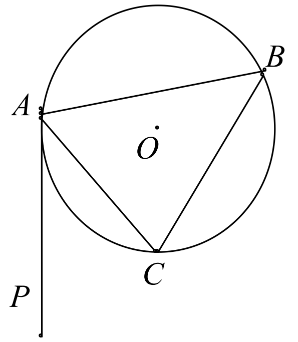
弦切角度数等于它所夹的弧的度数的一半。

如果 AC 是⊙O 的弦，PA 是⊙O 的切线，A 为切点，

则 $\angle PAC = \frac{1}{2}\overset{\frown}{AC} = \frac{1}{2}\angle AOC$

推论：弦切角等于所夹弧所对的圆周角（作用证明角相等）

如果 AC 是⊙O 的弦，PA 是⊙O 的切线，A 为切点，则 $\angle PAC = \angle ABC$



＊26、相交弦定理、割线定理、切割线定理：

相交弦定理：

圆内的两条弦相交，被交点分成的两条线段长的积相等。 如图①，即：$PA \cdot PB = PC \cdot PD$

割线定理 ：

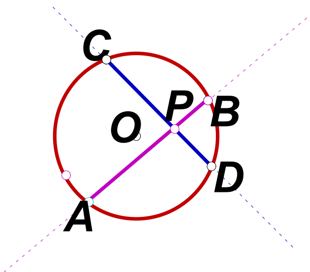
从圆外一点引圆的两条割线，这点到每条割线与圆交点的两条线段长的积相等。

如图②，即：$PA \cdot PB = PC \cdot PD$

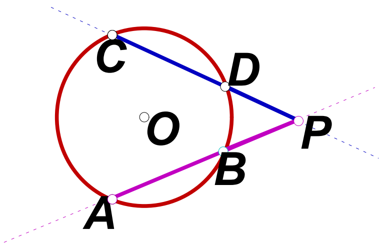
切割线定理：

从圆外一点引圆的切线和割线，切线长是这点到割线与圆交点的两条线段长的比例中项。

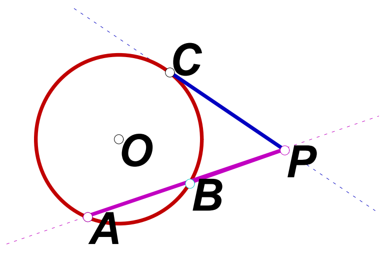
如图③，即：$PC^2 = PA \cdot PB$



①



②



③

25、面积公式：

①$S_{正三角形}=\frac{\sqrt{3}}{4}\times(边长)^2$.

②$S_{平行四边形}$＝底×高.

③$S_{菱形}$＝底×高＝$\frac{1}{2}$×(对角线的积)，$S_{梯形} = \frac{1}{2}(上底+下底)\times 高 = 中位线\times 高$

④$S_{圆}=\pi r^2$.

⑤$l_{圆周长}=2\pi r$.

⑥弧长$L=\frac{n\pi R}{180}$.

⑦$S_{扇形}=\frac{n\pi r^2}{360}=\frac{1}{2}lr$

⑧$S_{圆柱侧}$＝底面周长×高＝$2\pi rh$，$S_{全面积}=S_{侧}+S_{底}=2\pi rh+2\pi r^2$

⑨$S_{圆锥侧}=\frac{1}{2}$×底面周长×母线＝πrl，　$S_{全面积}=S_{侧}+S_{底}=\pi rl+\pi r^2$

⑩$S_{圆台侧}=\pi(r_{上}+r_{下})l$，　$S_{全面积}=S_{侧}+S_{上}+S_{下}=\pi(r_{上}+r_{下})l+\pi r_{上}^2+\pi r_{下}^2$