2022 北京海淀初三二模

数　学

2022.05

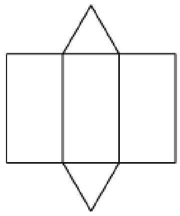
学校___________　姓名___________　准考证号___________

考生须知	1．本试卷共 8 页，共两部分，共 28 题，满分 100 分。考试时间 120 分钟。 2、在试卷和答题卡上准确填写学校名称、姓名和准考证号。 3．试题答案一律填涂或书写在答题卡上，在试卷上作答无效。 4．在答题卡上，选择题、作图题用 2B 铅笔作答，其他试题用黑色字迹签字笔作答。 5．考试结束，将本试卷、答题卡和草稿纸一并交回。

第一部分选择题

选择题（共 16 分，每题 2 分）

第 1-8 题均有四个选项，符合题意的选项只有一个.



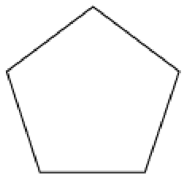
1．右图是某几何体的展开图，该几何体是

（A）圆柱　　（B）三棱柱

（C）圆锥　　（D）三棱锥

2．为了保护和利用好京杭大运河，我国水利部门启动了京杭大运河 2022 年全线贯通补水行动，预计总补水量达 515 000 000 立方米，相当于 37 个西湖的水量．将 515 000 000 用科学记数法表示应为

（A）5.15×10^{8}　　（B）5.15×10^{9}　　（C）0.515×10^{9}　　（D）51.5×10^{7}

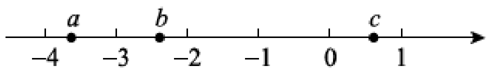


3．如图，正五边形的内角和为

（A）180°　　（B）360°↵

（C）540°　　（D）720°↵

4．实数 a,b,c 在数轴上的对应点的位置如图所示，则下列结论正确的是



（A）$a>b$　　（B）$a+b>0$　　（C）$bc>0$　　（D）$a<-c$

5．已知 $m=2$，则代数式 $\left(m-\dfrac{1}{m}\right)\cdot\dfrac{m}{m-1}$ 的值为

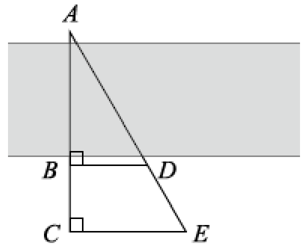
（A）1　　（B）-1　　（C）3　　（D）-3

6．“宫商角徵羽”是中国古乐的五个基本音阶（相当于西乐的 1,2,3,5,6），是采用“三分损益法”通过数学方法获得。现有一款“一起听古音”的音乐玩具，音乐小球从 A 处沿轨道进入小洞就可以发出相应的声音，且小球进入每个小洞的可能性大小相同.现有一个音乐小球从 A 处先后两次进入小洞，先发出“商”音，再发出“羽”音的概率是

（A）$\dfrac{1}{25}$　　（B）$\dfrac{1}{10}$

（C）$\dfrac{1}{5}$　　（D）$\dfrac{2}{5}$

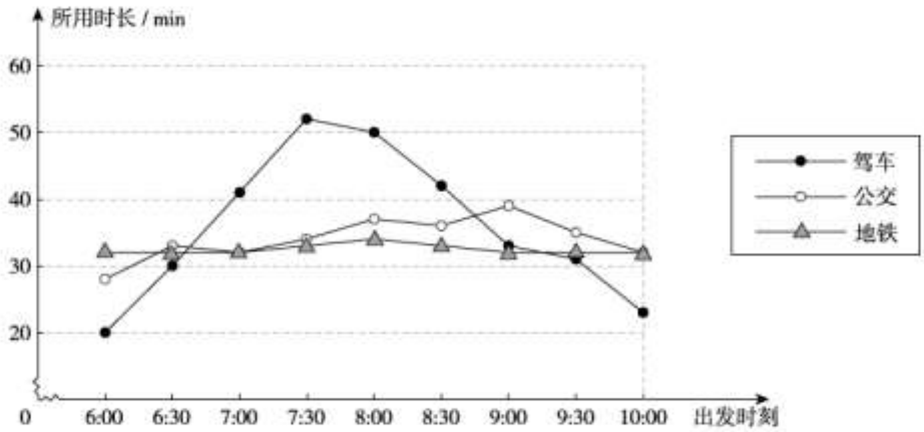
7．如图，为了估算河的宽度，在河对岸选定一个目标点 A，在近岸取点 B, C, D, E，使得 A, B 与 C 共线，A, D 与 E 共线，且直线 AC 与河岸垂直，直线 BD, CE 均与直线 AC 垂直，经测量，得到 BC, CE, BD 的长度，设 AB 的长为 x，则下列等式成立的是



（A）$\dfrac{x}{x+BC}=\dfrac{BD}{CE}$　　（B）$\dfrac{x}{BC}=\dfrac{BD}{CE}$

（C）$\dfrac{BC}{x+BC}=\dfrac{BD}{CE}$　　（D）$\dfrac{BC}{x}=\dfrac{BD}{CE}$

8．从 A 地到 B 地有驾车、公交、地铁三种出行方式，为了选择适合的出行方式，对 6:00-10:00 时段这三种出行方式不同出发时刻所用时长（从 A 地到 B 地）进行调查、记录与整理，数据如图所示．



根据统计图提供的信息，下列推断合理的是

（A）若 8:00 出发，驾车是最快的出行方式

（B）地铁出行所用时长受出发时刻影响较小

（C）若选择公交出行且需要 30 分钟以内到达，则 7:30 之前出发均可

（D）同一时刻出发，不同出行方式所用时长的差最长可达 30 分钟

第二部分 非选择题

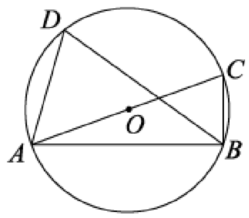
二、填空题（共 16 分，每题 2 分）

9．若 $\sqrt{x-3}$ 在实数范围内有意义，则实数 x 的取值范围是________．

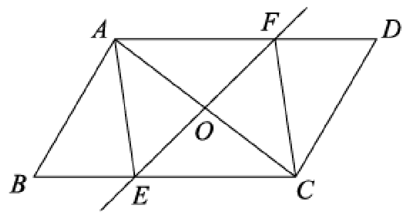
10．方程组 $\begin{cases} x+y=4, \\ 2x-y=-1 \end{cases}$ 的解为________．

11．在平面直角坐标系 xOy 中，点 $A(3, y_1)$，$B(5, y_2)$ 在双曲线 $y=\dfrac{3}{x}$ 上，则 y_1_________y_2；（填“>”或“<”）

12．用一个 a 的值说明“若 a 是实数，则 $2a$ 一定比 a 大”是错误的，这个值可以是_________．



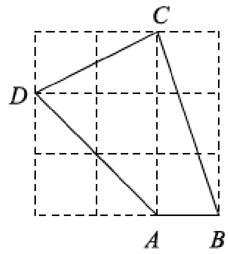
第 13 题图



第 14 题图

13．如图，点 A,B,C,D 在⊙O 上，AC 是⊙O 的直径。若 $\angle BAC=20°$，则 $\angle D$ 的度数为_________．

14．如图，在平行四边形 $ABCD$ 中，过 AC 中点 O 的直线分别交边 BC，AD 于点 E,F，连接 AE,CF．只需添加一个条件即可证明四边形 $AECF$ 是菱形，这个条件可以是___________写出一个即可）．



第 15 题图

15．如图所示的网格是正方形网格，A,B,C,D 是网格线交点，若 $AB=1$，则四边形 $ABCD$ 的面积为_________．

16．有 A,B,C,D,E,F 六种类型的卡牌，每位同学有三张不同类型的卡牌，记作一个"卡牌组合"（不考虑顺序）．将 n 位同学拥有的卡牌按类型分别统计，得到下表：

卡牌类型	A	B	C	D	E	F
数量（张）	4	10	3	10	1	2

根据以上信息，可知：

② $n=$_________；

②拥有"卡牌组合"_________的人数最少（横线上填出三张卡牌的类型）．

三、解答题（共 68 分，第 17-18 题，每题 5 分，第 19-20 题，每题 6 分，第 21-23 题，每题 5 分，第 24 题 6 分，第 25 题 5 分，第 26 题 6 分，第 27-28 题，每题 7 分）

解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程。

17．计算：$\sqrt{12}-2\sin 60°+(\frac{1}{2})^{-1}+|-2|$

18．解不等式组：$\begin{cases}5x-2>2x+4,\\ \frac{x-1}{2}>\frac{x}{3}.\end{cases}$

19．关于 x 的方程 $x^2-(2m+1)x+m^2=0$ 有两个不相等的实数根．

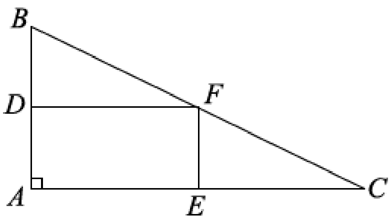
（1）求 m 的取值范围；

（2）当 m 取最小的整数时，求此时的方程的根

20．如图，在 $Rt\triangle ABC$ 中，$\angle A=90°$，点 D,E,F 分别为 AB,AC,BC 的中点，连接 DF,EF．

（1）求证：四边形 $AEFD$ 是矩形；

（2）连接 BE，若 $AB=2$，$\tan C=\frac{1}{2}$，求 BE 的长．



21．已知：如图 1，在$\triangle ABC$中，$AB = AC$，D为边AC上一点．

求作：点P，使得点P在射线BD上，且$\angle APB = \angle ACB$．

作法：如图 2，

①以点A为圆心，AB长为半径画弧，交BD的延长线于点E，连接AE；

②__________．

点P就是所求作的点，|

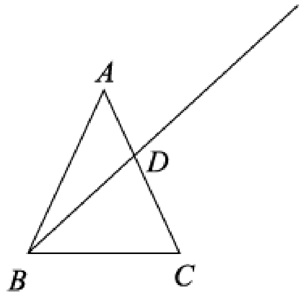


图 1

（1）补全作法，步骤②可为__________．（填“a”或“b”）；

a：作$\angle BAE$的平分线，交射线BD于点P

b：作$\angle CAE$的平分线，交射线BD于点P

（2）根据（1）中的选择，在图 2 中使用直尺和圆规，依作法补全图形（保留作图痕迹）；

（3）由①可知点B, C, E在以点A为圆心，AB长为半径的圆上，所以

$\angle CBE = \frac{1}{2}\angle CAE$．

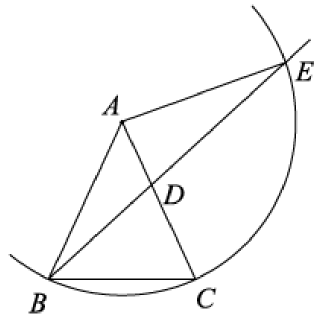


图 2

其依据是____．

由②可得$\angle PAD = \frac{1}{2}\angle$____________，所以$\angle PAD = \angle CBE$．

又因为$\angle ADP = \angle BDC$，可证$\angle APB = \angle ACB$．

22．在平面直角坐标系：xOy中，一次函数$y = k\left(x-1\right)+6\left(k>0\right)$的图象与反比例函数$y = \frac{m}{x}(m \neq 0)$的图象的一个交点的横坐标为 1．

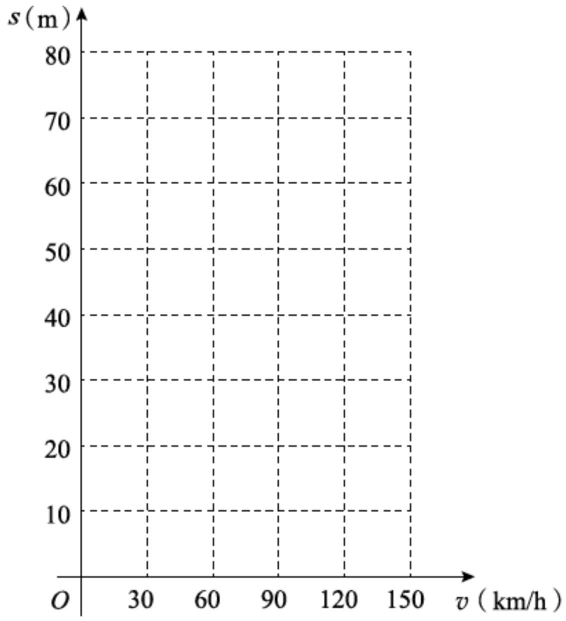
（1）求这个反比例函数的解析式；

（2）当$x < -3$时，对于x的每一个值，反比例函数$y = \frac{m}{x}$的值大于一次函数$y = k\left(x-1\right)+6\left(k>0\right)$的值，直接写出$k$的取值范围。

23．由于惯性的作用，行驶中的汽车在刹车后还要继续向前滑行一段距离才能停止，这段距离称为“刹车距离”．某公司设计了一款新型汽车，现在对它的刹车性能（车速不超过 150km/h）进行测试，测得数据如下表：

车速 v（km/h）	0	30	60	90	120	150
刹车距离 s（m）	0	7.8	19.2	34.2	52.8	75

（1） 以车速 v 为横坐标，刹车距离 s 为纵坐标，在坐标系中描出表中各组数值所对应的点，并用平滑曲线连接这些点；



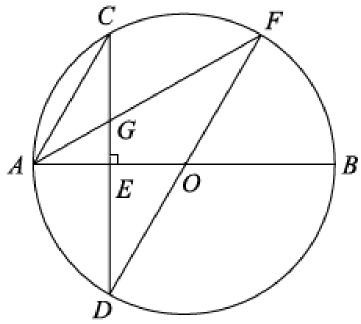
（2）由图表中的信息可知：

①该型汽车车速越大，刹车距离越__________（填“大”或“小”）；

②若该型汽车某次测试的刹车距离为 40m，估计该车的速度约为__________km/h；

（3）若该路段实际行车的最高限速为 120km/h，要求该型汽车的安全车距要大于最高限速时刹车距离的 3 倍，则安全车距应超过__________m．

24．如图，AB 为$\odot O$ 的直径，CD 为弦，$CD \perp AB$ 于点 E，连接 DO 并延长交$\odot O$ 于点 F，连接 AF 交 CD 于点 G，$CG = AG$，连接 AC．



（1）求证：$AC // DF$；

（2）若 $AB = 12$，求 AC 和 GD 的长．

25．某校计划更换校服款式，为调研学生对 A,B 两款校服的满意度，随机抽取了 20 名同学试穿两款校服，对舒适性、性价比和时尚性进行评分（满分均为 20 分），并按照 1:1:1 的比计算综合评分。将数据（评分）进行整理、描述和分析，下面给出了部分信息。

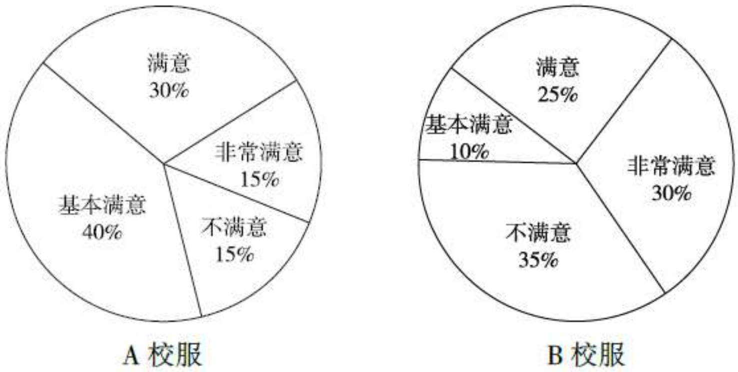
a．A,B 两款校服各项评分的平均数（精确到 0.1）如下：

款式	舒适性评分平均数	性价比评分平均数	时尚性评分平均数	综合评分平均数
A	19.5	19.6	10.2	
B	19.2	18.5	10.4	16.0

b．不同评分对应的满意度如下表：

评分	$0 \le x < 5$	$5 \le x < 10$	$10 \le x < 15$	$15 \le x \le 20$
满意度	不满意	基本满意	满意	非常满意

C．A,B 两款校服时尚性满意度人数分布统计图如下：



d．B 校服时尚性评分在$10 \le x < 15$这一组的是：

10 11 12 12 14

根据以上信息，回答下列问题：

（1）在此次调研中

①A 校服综合评分平均数是否达到“非常满意”：__________（填“是”或“否”）；

②A 校服时尚性满意度达到“非常满意”的人数为__________；

（2）在此次调研中，B 校服时尚性评分的中位数为__________；

（3）在此次调研中，记 A 校服时尚性评分高于其平均数的人数为m，B 校服时尚性评分高于其平均数的人数为n．比较m,n的大小，并说明理由．

26．在平面直角坐标系xOy中，点$(m-2, y_1),(m, y_2),(2-m, y_3)$在抛物线$y = x^2 - 2ax + 1$上，其中$m \ne 1$且$m \ne 2$．

（1）直接写出该抛物线的对称轴的表达式（用含a的式子表示）；

（2）当$m = 0$时，若$y_1 = y_3$，比较y_1与y_2的大小关系，并说明理由；

（3）若存在大于 1 的实数m，使$y_1 > y_2 > y_3$，求a的取值范围。

27．已知$AB = BC$，$\angle ABC = 90°$，直线l是过点B的一条动直线（不与直线AB,BC重合），分别过点A,C作直线l的垂线，垂足为D,E．

（1）如图 1，当$45° < \angle ABD < 90°$时，

①求证：$CE + DE = AD$；

②连接AE，过点D作$DH \perp AE$于H，过点A作$AF // BC$交DH的延长线于点F．依题意补全图形，用等式表示线段DF, BE, DE的数量关系，并证明；

（2） 在直线l运动的过程中，若DE的最大值为3，直接写出AB的长．

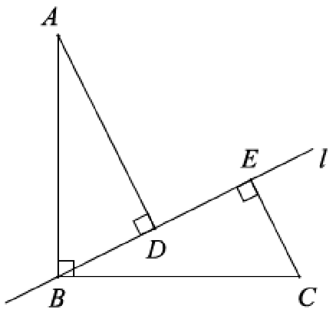
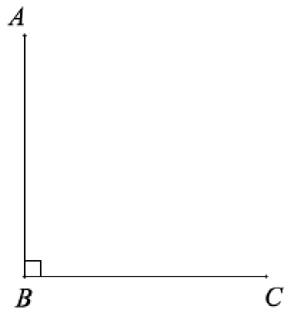


图1



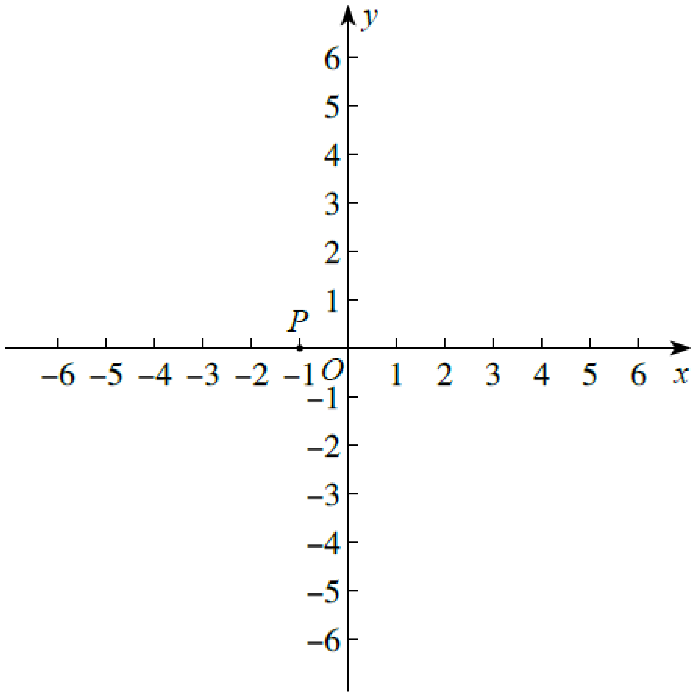
备用图

28．在平面直角坐标系 xOy 中，对于线段 MN，直线 l 和图形 W 给出如下定义：线段 MN 关于直线 l 的对称线段为 $M'N'$（M', N' 分别是 M, N 的对应点）。若 MN 与 $M'N'$ 均在图形 W 内部（包括边界），则称图形 W 为线段 MN 关于直线 l 的“对称封闭图形”.

（1）如图，点 $P\left(-1,0\right)$.

①已知图形 W_1：半径为 1 的 $\odot O$，W_2：以线段 PO 为边的等边三角形，W_3：以 O 为中心且边长为 2 的正方形，在 W_1, W_2, W_3 中，线段 PO 关于 y 轴的“对称封闭图形”是______________；

②以 O 为中心的正方形 $ABCD$ 的边长为 4，各边与坐标轴平行，若正方形 $ABCD$ 是线段 PO 关于直线 $y=x+b$ 的“对称封闭图形”，求 b 的取值范围；



（2）线段 MN 在由第四象限、原点、x 轴正半轴以及 y 轴负半轴组成的区域内，且 MN 的长度为 2．若存在点 $Q(a-2\sqrt{2}, a+2\sqrt{2})$，使得对于任意过点 Q 的直线 l，有线段 MN，满足半径为 r 的 $\odot O$ 是该线段关于 l 的“对称封闭图形”，直接写出 r 的取值范围.

参考答案

第一部分　选择题

一、选择题（共 16 分，每题 2 分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	B	A	C	D	C	A	A	B

第二部分　非选择题

二、填空题（共 16 分，每题 2 分）

9．$x \geq 3$

10．$\begin{cases} x = 1 \\ y = 3 \end{cases}$

11．>

12．不唯一，例如 $a = -1$

13．70°

14．不唯一，例如 $AC \perp EF$

15．$\dfrac{9}{2}$

16．（1）10，（2）BDE

三、解答题（共 68 分，第 17-18 题，每题 5 分，第 19-20 题，每题 6 分，第 21-23 题，每题 5 分，第 24 题 6 分，第 25 题 5 分，第 26 题 6 分，第 27-28 题，每题 7 分）

解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程.

17．（本题满分 5 分）

解：原式 $= 2\sqrt{3} - 2 \times \dfrac{\sqrt{3}}{2} + 2 + 2$

$= 4 + \sqrt{3}$.

18．（本题满分 5 分）

解：原不等式组为 $\begin{cases} 5x - 2 > 2x + 4, ① \\ \dfrac{x-1}{2} > \dfrac{x}{3}. ② \end{cases}$

解不等式①，得 $x > 2$.

解不等式②，得 $x > 3$.

∴ 原不等式组的解集为 $x > 3$.

19．（本题满分 6 分）

（1）解：依题意，$\Delta=\left(2m+1\right)^{2}-4m^{2}=4m+1>0$．

∴ $m>-\dfrac{1}{4}$．

（2）解：∵ $m>-\dfrac{1}{4}$ 且 m 为最小的整数，

∴ $m=0$．

∴ 此时方程为 $x^{2}-x=0$．

∴ 方程的根为 $x_{1}=0$， $x_{2}=1$．

20．（本题满分 6 分）

（1）证明：

∵ D，F 分别是 AB，BC 的中点，

∴ $DF /\!/ AC$.

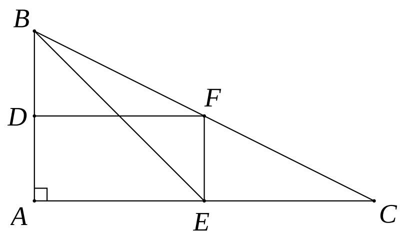
∵ E，F 分别是 AC，BC 的中点，

∴ $EF /\!/ AB$.

∴ 四边形 $AEFD$ 是平行四边形.

∵ $\angle A=90°$，

∴ 四边形 $AEFD$ 是矩形.



（2）解：

∵ $AB=2$， $\tan C=\dfrac{1}{2}$，

∴ 在 Rt△ABC 中， $AC=\dfrac{AB}{\tan C}=4$．

∵ E 是 AC 的中点，

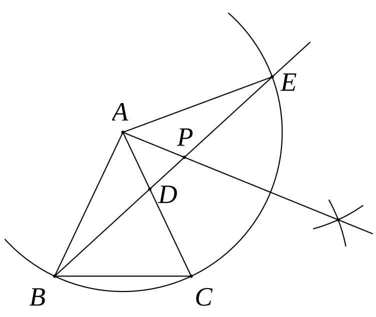
∴ $AE=\dfrac{1}{2}AC=2$．

∴ 在 Rt△ABE 中， $BE=\sqrt{AB^{2}+AE^{2}}=2\sqrt{2}$．

21．（本题满分 5 分）

（1）b；

（2）如图所示：



（3）一条弧所对的圆周角等于它所对的圆心角的一半；

CAE.

22．（本题满分 5 分）

（1）解：

∵ 两个函数图象交点的横坐标为 1，

∴ 将 $x=1$ 代入一次函数的解析式，得 $y=6$.

∴ 交点的坐标为（1，6）.

∵ 反比例函数 $y=\dfrac{m}{x}$ 的图象也过点（1，6），

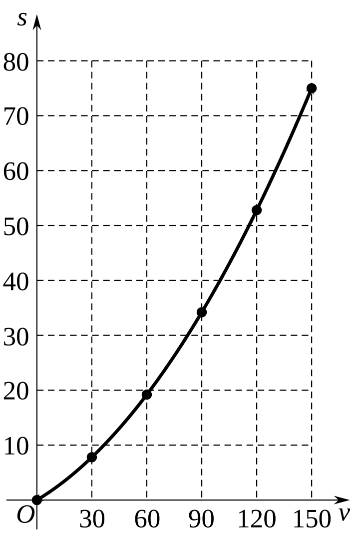
∴ $m=1\times6=6$.

∴ 这个反比例函数的解析式为 $y=\dfrac{6}{x}$.

（2）$k\geq2$.

23．（本题满分 5 分）

（1）如图所示：



（2）① 大；

② 100；

（3）158.4.

24．（本题满分 6 分）

（1）证明：

∵ C，F 都在⊙O 上，

∴ $\angle C=\angle F$.

∵ $GA=GC$，

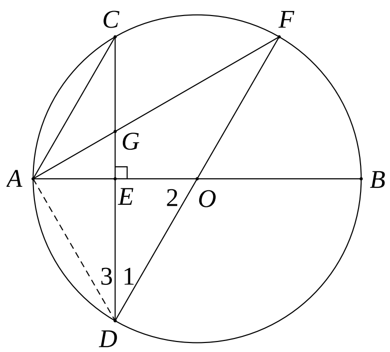
∴ $\angle CAF=\angle C$.

∴ $\angle CAF=\angle F$.

∴ $AC\parallel DF$.

（2）解：连接 AD.

∵ $AC\parallel DF$，



∴ $\angle C=\angle 1$，

∵ $\overset{\frown}{AD}=\overset{\frown}{AD}$，

∴ $\angle C=\frac{1}{2}\angle 2$．

∴ $\angle 1=\frac{1}{2}\angle 2$．①

∵ $AB\perp CD$ 于 E，

∴ $\angle BED$=90°.

∴ $\angle 1+\angle 2=90°$．②

∴ 由①，②得$\angle 1$=30°，$\angle 2$=60°.

∵ OA=OD，

∴ $\triangle AOD$ 是等边三角形.

∴ $AD=AO=\frac{1}{2}AB=6$．

∵ 直径 $AB\perp CD$ 于 E，

∴ $\overset{\frown}{AC}=\overset{\frown}{AD}$．

∴ AC=AD=6.

∵ $\triangle AOD$ 是等边三角形，

∴ $\angle ADO$=60°，$\angle 1$=30°.

∴ $\angle 3=\angle AOD-\angle 1$=30°

∵ DF 是$\odot O$ 的直径，

∴ $\angle FAD$=90°.

∴ 在 Rt$\triangle GAD$ 中，$DG=\frac{AD}{\cos\angle 3}=4\sqrt{3}$．

25．（本题满分 5 分）

（1）① 是；

② 3；

（2）10.5；

（3）$m<n$，理由如下：

A 校服时尚性评分的平均数为 10.2，达到“满意”水平，由扇形图可知，20 人中对 A 校服时尚性评分达到“满意”和“非常满意”的有 45%，即 9 人，因此 A 校服时尚性评分高于其平均数的人数 $m\le 9$；B 校服时尚性评分平均数为 10.4，小于其中位数 10.5，因此结合样本数据，在 20 人中 B 校服时尚性评分高于其平均数的人数 $n=10$．故 $m<n$．

26．（本题满分 6 分）

（1）$x=a$

（2）解：当 $m=0$ 时，这三个点分别为（-2，y_1），（0，y_2），（2，y_3），

∵ $y_1=y_3$，

∴（-2，y_1）与（2，y_3）关于对称轴对称，

∴ 抛物线的对称轴为 $x=0$．

∴（0，y_2）为抛物线的顶点．

∵ 抛物线的开口向上，

∴ 当 $x=0$ 时，y_2 为函数 $y=x^2-2ax+1$ 的最小值．

∴ $y_2<y_1$．

（3）解一：依题意，点 $(m-2,y_1)$，(m,y_2)，$(2-m,y_3)$ 在抛物线 $y=x^2-2ax+1$ 上，其中 $m\neq 1$，且 $m\neq 2$．

当 $1<m<2$ 时，$m-2<2-m<m$．

∵ 抛物线开口向上，对称轴为直线 $x=a$，

∴ 当 $x\le a$ 时，y 随 x 的增大而减小；当 $x\ge a$ 时，y 随 x 的增大而增大，

∵ $y_1>y_2>y_3$

∴ 点 $(m-2,y_1)$ 在对称轴左侧，与对称轴的距离最大，点 (m,y_2) 在对称轴右侧，与对称轴的距离居中，点 $(2-m,y_3)$ 与对称轴的距离最小．

∴ $m-1<a<1$．

∵ 存在 $1<m<2$ 的实数 m，使 $y_1>y_2>y_3$ 成立．

∴ a 的取值范围是 $0<a<1$．

当 $m>2$ 时，$2-m<m-2<m$．

∵ 抛物线开口向上，对称轴为直线 $x=a$，

∴ 无论 a 为何值，均不能满足 $y_1>y_2>y_3$．

综上，a 的取值范围是 $0<a<1$．

解二：将 $x=m-2$，$x=m$ 和 $x=2-m$ 分别代入，得：

$y_1=(m-2)^2-2a(m-2)+1$，

$y_2=m^2-2am+1$，

$y_3=(m-2)^2+2a(m-2)+1$．

则有：$y_1-y_2=4(a+1-m)$，

$y_2-y_3=4(a-1)(1-m)$，

于是 $y_1>y_2>y_3$ 成立，即为 $y_1-y_2>0$ 和 $y_2-y_3>0$ 同时成立，

也即为 $a>m-1$ 和 $(a-1)(1-m)>0$ 同时成立．

① 当 $a \le 0$ 时，$m-1<a\le 0$，故 $m\le 1$，不存在大于 1 的实数 m；

② 当 $a>1$ 时，$a-1>0$，要使 $(a-1)(1-m)>0$，则 $m<1$，也不存在大于 1 的实数 m；

③ 当 $a=1$ 时，$(a-1)(1-m)=0$，不符合题意；

④ $0<a<1$ 时，只需取满足 $1<m<a+1$ 的 m 即可满足前述两个不等式同时成立，即 $y_1>y_2>y_3$ 成立.

综上所述，a 的取值范围是 $0<a<1$.

27. （本题满分 7 分）

（1）①证明：

∵ $\angle ABC$=90°，

∴ $\angle ABD+\angle CBD$=90°.

∵ $CE\perp l$，

∴ $\angle CEB$=90°.

∴ $\angle CBD+\angle C$=90°.

∴ $\angle ABD=\angle C$.

∵ $AD\perp l$，

∴ $\angle ADB$=90°=$\angle CEB$.

∵ $AB=BC$，

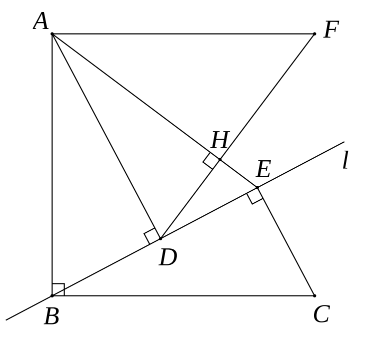
∴ $\triangle ABD \cong \triangle BCE$.

∴ $AD=BE$，$BD=CE$.

∵ $BD+DE=BE$，

∴ $CE+DE=AD$.

②补全图形如图：



线段 DF，BE，DE 的数量关系为 $BE^2+DE^2=DF^2$.

证明如下：

∵ $AF \parallel BC$，

∴ $\angle BAF+\angle ABC$=180°.

∵ $\angle ABC$=90°，

∴ $\angle BAF$=90°.

∴ $\angle BAD+\angle DAF$=90°.

∵ $AD\perp l$，

∴ $\angle ADB=90°$.

∴ $\angle BAD+\angle ABD=90°$.

∴ $\angle ABD=\angle DAF$.

∵ $DF\perp AE$ 于 H，

∴ $\angle DHE=90°$.

∴ $\angle HDE+\angle HED=90°$.

∵ $\angle ADE=\angle ADF+\angle HDE=90°$，

∴ $\angle HED=\angle ADF$.

∵ 由（1）中全等，有 $AD=BE$，

∴ $\triangle ADF \cong \triangle BEA$.

∴ $DF=AE$.

∵ 在 Rt$\triangle ADE$ 中，$AD^2+DE^2=AE^2$，

∴ $BE^2+DE^2=DF^2$.

（2）$\frac{3}{2}\sqrt{2}$.

28．（本题满分 7 分）

（1）① W_1，W_3.

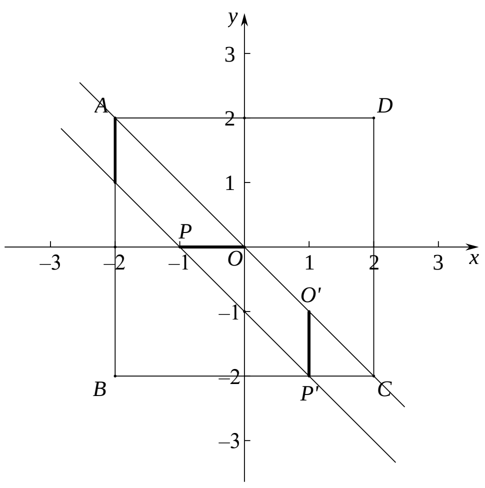
② 解：

记点 P，O 关于直线 $y=x+b$ 的对称点分别为 P'，O'，则直线 $y=x+b$ 垂直平分线段 PP' 和 OO'，因此直线 PP' 的解析式为 $y=-x-1$，直线 OO' 的解析式为 $y=-x$，由于线段 PO 在 x 轴上，故关于直线 $y=x+b$ 的对称后，$P'O'\perp x$ 轴.

如图，当直线 $y=x+b$ 随着 b 的变化上下平移时，临界情况是：

当点 P 对称后得到 P' 在 $y=-2$ 上，即 P'（1，-2）时，PP' 中点为（-1，0），此时 $b=-1$；

当点 O 对称后恰好为（-2，2）时，OO' 中点为（-1，1），此时 $b=2$.



依题意，b 的取值范围是 $-1\le b\le 2$.

（2）$r\ge\sqrt{82}$.