# 2021 北京顺义初三一模

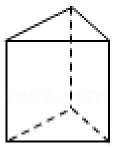
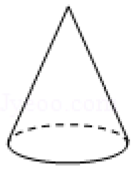
# 数　　学

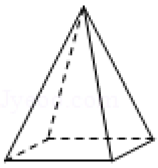
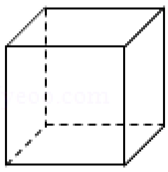
**一、选择题（本题共 16 分，每小题 2 分）第 1-8 题均有四个选项，符合题意的选项只有一个.**

1．（2 分）我国首次火星探测任务被命名为“天问一号”．2021 年 3 月 26 日，国家航天局发布两幅由“天问一号”探测器拍摄的南、北半球火星侧身影像．该影像是探测器飞行至距离火星 11000 公里处，利用中分辨率相机拍摄的．将 11000 用科学记数法表示应为(　　)

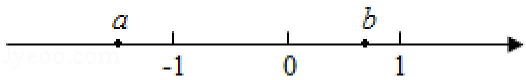
A．$11\times10^{3}$　　B．$1.1\times10^{4}$　　C．$1.1\times10^{5}$　　D．$0.11\times10^{6}$

2．（2 分）下列立体图形中，俯视图是三角形的是(　　)

A．　　B．

C．　　D．

3．（2 分）实数 $a$，$b$ 在数轴上对应点的位置如图所示，则下列结论正确的是(　　)




A．$a+b>0$　　B．$a-b>0$　　C．$ab>0$　　D．$|a|>|b|$

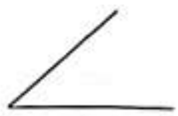
4．（2 分）若一个正多边形的每一个外角都等于 $40^{\circ}$，则这个正多边形的边数是(　　)

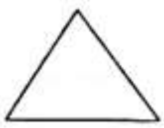
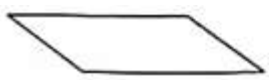
A．7　　B．8　　C．9　　D．10

5．（2 分）不透明的袋子中装有 6 个球，除颜色外无其他差别，其中有 1 个红球，2 个黄球，3 个绿球，从袋子中随机摸出一个球，那么摸出的球是红球的概率是(　　)

A．$\frac{1}{6}$　　B．$\frac{1}{3}$　　C．$\frac{1}{2}$　　D．$\frac{2}{3}$

6．（2 分）下列图形中，既是轴对称图形又是中心对称图形的是(　　)

A．线段　　B．角

C．等边三角形　　D．平行四边形

7．（2 分）将一个长为 $2a$，宽为 $2b$ 的矩形纸片 $(a>b)$，用剪刀沿图 1 中的虚线剪开，分成四块形状和大小都一样的小矩形纸片，然后按图 2 的方式拼成一个正方形，则中间小正方形的面积为(　　)

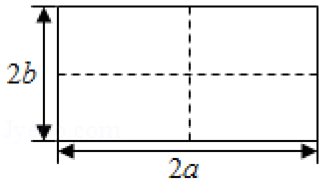



图1

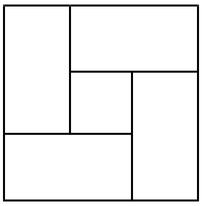


图2

A．$a^2+b^2$　　B．$a^2-b^2$　　C．$(a+b)^2$　　D．$(a-b)^2$

8．（2 分）已知 $y$ 是 $x$ 的函数，如表是 $x$ 与 $y$ 的几组对应值：

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| $x$ | … | $-3$ | 3 | 6 | … |
| $y$ | … | $-2$ | 2 | 1 | … |

对于 $y$ 与 $x$ 的函数关系有以下 4 个描述：

①可能是正比例函数关系；

②可能是一次函数关系；

③可能是反比例函数关系；

④可能是二次函数关系．

所有正确的描述是(　　)

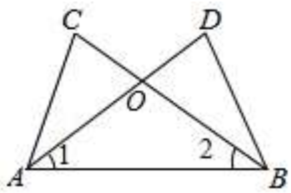
A．①②　　B．②③　　C．③④　　D．①④

**二、填空题（本题共 16 分，每小题 2 分）**

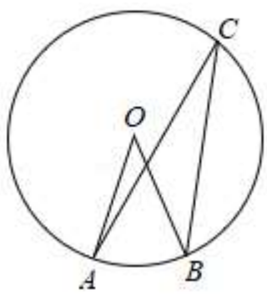
9．（2 分）若代数式 $\dfrac{2}{a-2}$ 有意义，则实数 $a$ 的取值范围是____．

10．（2 分）已知方程组的解为 $\begin{cases}x=2\\y=1\end{cases}$，写出一个满足条件的方程组____．

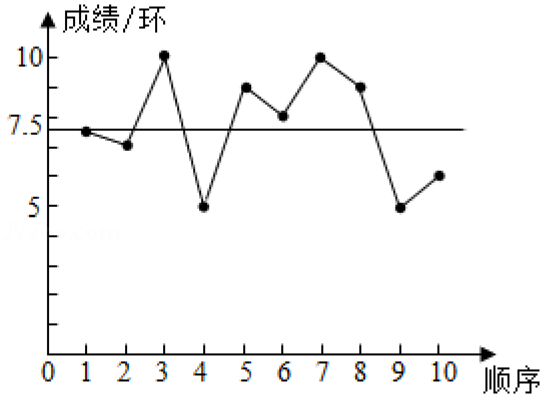
11．（2 分）如图，$\angle 1=\angle 2$，只需添加一个条件即可证明 $\Delta ABC\cong\Delta BAD$，这个条件可以是____（写出一个即可）．



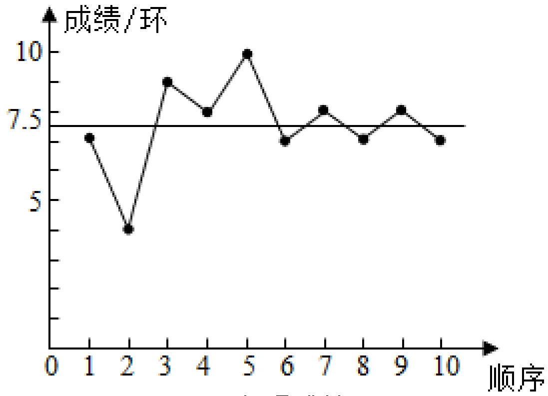

12．（2 分）如图，已知 $A$，$B$，$C$ 是 $\odot O$ 上三点，$\angle C=20^\circ$，则 $\angle AOB$ 的度数为____．




13．（2 分）要从小华、小明两名射击运动员中选择一名运动员参加射击比赛，在赛前对他们进行了一次选拔赛．如图为小华、小明两人在选拔赛中各射击 10 次成绩的折线图和表示平均数的水平线．你认为应该选择____（填“小华”或“小明” ) 参加射击比赛；理由是____．



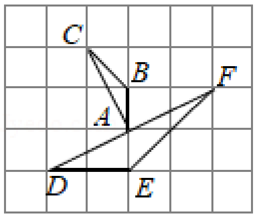

小华成绩




小明成绩

14.（2 分）写出一个反比例函数表达式，使它的图象与直线 $y=x+4$ 有公共点，这个函数的表达式为____.

15.（2 分）如图所示的网格是正方形网格，点 $A$，$B$，$C$，$D$，$E$，$F$ 是网格线的交点，则 $\Delta ABC$ 的面积与 $\Delta DEF$ 的面积比为____.




16.（2 分）标有 $1-25$ 号的 25 个座位如图摆放．甲、乙、丙、丁四人玩选座位游戏，甲选 2 个座位，乙选 3 个座位，丙选 4 个座位，丁选 5 个座位．游戏规则如下：①每人只能选择同一横行或同一竖列的座位；②每人使自己所选的座位号数字之和最小；③座位不能重复选择．如果按“甲、乙、丙、丁”的先后顺序选座位，那么甲选 1，2 号座位，乙选 3，4，5 号座位，丙选 7，8，9，10 号座位，丁选 13，14，15，16，17 号座位，此时四人所选的座位号数字之和为 124．如果按“丁、丙、乙、甲”的先后顺序选座位，那么四人所选的座位号数字之和为____.

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 21 | 22 | 23 | 24 | 25 |
| 20 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| 19 | 6 | 1 | 2 | 11 |
| 18 | 5 | 4 | 3 | 12 |
| 17 | 16 | 15 | 14 | 13 |

**三、解答题（本题共 68 分，第 17-22 题，每小题分 5，第 23-26 题，每小题 5 分，第 27、28 题每小题 5 分）解答应写出文说明，演算步骤或证明过程**

17.（5 分）计算：$\sqrt{12}-2^{-1}-2\tan 60^\circ+\pi^0$.

18.（5 分）解不等式 $3x-1<2x+1$，并把它的解集在数轴上表示出来.

19.（5 分）已知 $a^2+2a-1=0$，求代数式 $(a-1)(a+1)+2(a-1)$ 的值.

20.（5 分）已知：如图，射线 $AP$.

求作：$\Delta ABC$，使得点 $B$ 在射线 $AP$ 上，$\angle C=90^\circ$，$\angle A=60^\circ$.

作法：①在射线 $AP$ 上任取一点 $M$；

②以点 $M$ 为圆心，$MA$ 的长为半径画圆，交射线 $AP$ 于另一点 $B$；

③以点 $A$ 为圆心，$AM$ 的长为半径画弧，在射线 $AP$ 的上方交 $\odot M$ 于点 $C$；

④连接 $AC$、$BC$.

所以 $\Delta ABC$ 为所求作的三角形.

（1）使用直尺和圆规，依作法补全图形（保留作图痕迹）；

（2）完成下面的证明.

证明：$\because AB$ 为 $\odot M$ 的直径，点 $C$ 在 $\odot M$ 上，

$\therefore \angle ACB=90^{\circ}$(____)（填推理依据）.

连接 $MC$.

$\because MA=MC=AC$，

$\therefore \Delta AMC$ 为等边三角形(____)（填推理依据）.

$\therefore \angle A=60^{\circ}$.


21．（5 分）已知关于 $x$ 的一元二次方程 $x^2+bx-3=0$.

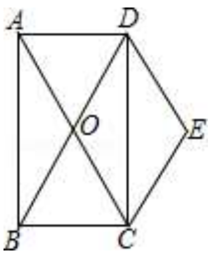
（1）求证：方程总有两个不相等的实数根；

（2）若方程有一个根是 1，求方程的另一个根.

22．（5 分）如图，矩形 $ABCD$ 的对角线 $AC$、$BD$ 交于点 $O$，且 $DE//AC$，$CE//BD$.

（1）求证：四边形 $OCED$ 是菱形；

（2）若 $\angle BAC=30^{\circ}$，$AC=4$，求菱形 $OCED$ 的面积.




23．（6 分）在平面直角坐标系 $xOy$ 中，一次函数 $y=kx+b(k\neq 0)$ 的图象经过点 $A(0,-1)$，$B(1,0)$.

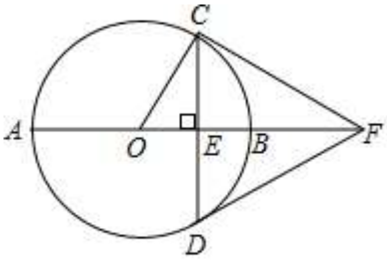
（1）求 $k$，$b$ 的值；

（2）当 $x>1$ 时，对于 $x$ 的每一个值，函数 $y=-2x+n$ 的值小于一次函数 $y=kx+b$ 的值，直接写出 $n$ 的取值范围.

24．（6 分）如图，$AB$ 是 $\odot O$ 的直径，弦 $CD\perp AB$ 于点 $E$，$\odot O$ 的切线 $CF$ 交 $AB$ 的延长线于点 $F$，连接 $OC$，$DF$.

（1）求证：$DF$ 是 $\odot O$ 的切线；

（2）若 $\sin\angle OFC=\dfrac{3}{5}$，$BF=10$，求 $CD$ 的长.

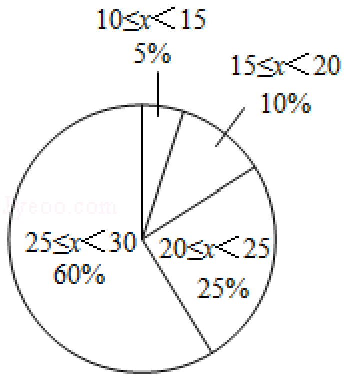



25．（6 分）某校初三年级有 400 名学生，为了提高学生的体育锻炼兴趣，体育老师自主开发了一套体育锻炼方法，并在全年级实施为了检验此种方法的锻炼效果，随机抽取了 20 名学生在应用此种方法锻炼前进行了第一次体育测试，应用此种方法锻炼一段时间后，又进行了第二次体育测试，获得了他们的成绩（满分 30 分），并对数据（成绩）进行整理、描述和分析．下面给出了部分信息：

$a$．第一次体育测试成绩统计表：

| 分组 / 分 | 人数 |
|---|---|
| $5\leqslant x<10$ | 1 |
| $10\leqslant x<15$ | 1 |
| $15\leqslant x<20$ | 9 |
| $20\leqslant x<25$ | $m$ |
| $25\leqslant x\leqslant 30$ | 3 |

$b$．第二次体育测试成绩统计图：




$c$．两次成绩的平均数、中位数、众数如表：

| | 平均数 | 中位数 | 众数 |
|---|---|---|---|
| 第一次成绩 | 19.7 | $n$ | 19 |
| 第二次成绩 | 25 | 26.5 | 28 |

$d$．第一次体育测试成绩在$15\leqslant x<20$这一组的数据是：

15，16，17，17，18，18，19，19，19．

$e$．第二次体育测试成绩在$15\leqslant x<20$这一组的数据是：17，19．

请根据以上信息，回答下列问题：

（1）$m=$____，$n=$____；

（2）求第二次体育测试成绩的及格率（大于或等于 18 分为及格）；

（3）下列推断合理的是____.

①第二次测试成绩的平均分高于第一次的平均分，大多数学生通过此种方法锻炼一段时间后成绩提升了.

②被抽测的学生小明的第二次测试成绩是 24 分，他觉得年级里大概有 240 人的测试成绩比他高，所以他决心努力锻炼，提高身体素质.

26.（6 分）在平面直角坐标系 $xOy$ 中，抛物线 $y=ax^2-4ax+3a(a>0)$ 与 $y$ 轴交于点 $A$ .

（1）求点 $A$ 和抛物线顶点的坐标（用含 $a$ 的式子表示）；

（2）直线 $y=-ax+3a$ 与抛物线 $y=ax^2-4ax+3a$ 围成的区域（不包括边界）记作 $G$ . 横、纵坐标都为整数的点叫做整点.

①当 $a=1$ 时，结合函数图象，求区域 $G$ 中整点的个数；

②当区域 $G$ 中恰有 6 个整点时，直接写出 $a$ 的取值范围.

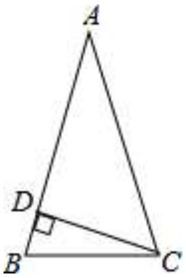
27.（7 分）如图，等腰三角形 $ABC$ 中， $AB=AC$ ， $CD\perp AB$ 于点 $D$ ， $\angle A=\alpha$ .

（1）求出 $\angle DCB$ 的大小（用含 $\alpha$ 的式子表示）；

（2）延长 $CD$ 至点 $E$ ，使 $CE=AC$ ，连接 $AE$ 并延长交 $CB$ 的延长线于点 $F$ .

①依题意补全图形；

②用等式表示线段 $EF$ 与 $BC$ 之间的数量关系，并证明.




28.（7 分）对于平面直角坐标系 $xOy$ 中的 $\odot O$ 和图形 $N$ ，给出如下定义：如果 $\odot O$ 平移 $m$ 个单位后，图形 $N$ 上的所有点在 $\odot O$ 内或 $\odot O$ 上，则称 $m$ 的最小值为 $\odot O$ 对图形 $N$ 的“覆盖近距”.

（1）当 $\odot O$ 的半径为 1 时，

①若点 $A(3,0)$ ，则 $\odot O$ 对点 $A$ 的“覆盖近距”为____；

②若 $\odot O$ 对点 $B$ 的“覆盖近距”为 1，写出一个满足条件的点 $B$ 的坐标____；

③若直线 $y=2x+b$ 上存在点 $C$ ，使 $\odot O$ 对点的“覆盖近距”为 1，求 $b$ 的取值范围；

（2）当 $\odot O$ 的半径为 2 时， $D(3,t)$ ， $E(4,t+1)$ ，且 $-1\leqslant t\leqslant 2$ . 记 $\odot O$ 对以 $DE$ 为对角线的正方形的“覆盖近距”为 $d$ ，直接写出 $d$ 的取值范围.

# 参考答案

**一、选择题（本题共 16 分，每小题 2 分）第 1-8 题均有四个选项，符合题意的选项只有一个.**

1.【分析】科学记数法的表示形式为$a\times10^{n}$的形式，其中$1\leqslant|a|<10$，$n$为整数．确定$n$的值时，要看把原数变成$a$时，小数点移动了多少位，$n$的绝对值与小数点移动的位数相同．当原数绝对值$\geqslant10$时，$n$是正数；当原数的绝对值$<1$时，$n$是负数．

【解答】解：将 11000 用科学记数法表示为$1.1\times10^{4}$．

故选：$B$．

【点评】此题考查科学记数法的表示方法．科学记数法的表示形式为$a\times10^{n}$的形式，其中$1\leqslant|a|<10$，$n$为整数，表示时关键要正确确定$a$的值以及$n$的值．

2.【分析】分别对每一个几何体的俯视图的形状进行判断即可．

【解答】解：三棱柱的俯视图是三角形，因此选项$A$符合题意；

圆锥的俯视图是圆，因此选项$B$不符合题意；

四棱锥的俯视图是长方形，因此选项$C$不符合题意；

正方体的俯视图是正方形，因此选项$D$不符合题意；

故选：$A$．

【点评】本题考查简单几何体的三视图，理解视图的意义是正确判断的前提．

3.【分析】根据图中的点的位置即可确定$a$、$b$的正负，即可判断．

【解答】解：根据数轴可知：$a<-1$、$0<b<1$．

$\therefore a+b<0$．$a-b<0ab<0$，$|a|>|b|$．

故选：$D$．

【点评】本题考查数轴与实数对应关系、绝对值、有理数的加减法，乘除法知识，熟记运算法则是解题的关键．

4.【分析】根据任何多边形的外角和都是 360 度，利用 360 除以外角的度数就可以求出外角和中外角的个数，即多边形的边数．

【解答】解：$\because 360\div40=9$，

$\therefore$这个多边形的边数是 9．

故选：$C$．

【点评】本题考查了多边形内角与外角，根据外角和的大小与多边形的边数无关，由外角和求正多边形的边数，是常见的题目，需要熟练掌握．

5.【分析】根据概率的求法，找准两点：

①全部情况的总数；

②符合条件的情况数目；二者的比值就是其发生的概率．依此即可求解．

【解答】解：$\because$有 1 个红球 2 个黄球，3 个绿球，共 6 个，

$\therefore$摸到红球的概率为$\dfrac{1}{6}$；

故选：$A$．

【点评】此题考查了概率公式，如果一个事件有$n$种可能，而且这些事件的可能性相同，其中事件$A$出现$m$种结果，

那么事件$A$的概率$P$（A）$=\dfrac{m}{n}$.

6.【分析】根据轴对称图形和中心对称图形的概念对各选项分析判断即可得解.

【解答】解：$A$．线段既是轴对称图形，又是中心对称图形，故本选项符合题意；

$B$．角是轴对称图形，不是中心对称图形，故本选项不符合题意；

$C$．等边三角形是轴对称图形，不是中心对称图形，故本选项不符合题意；

$D$．平行四边形不是轴对称图形，是中心对称图形，故本选项不符合题意.

故选：$A$.

【点评】本题考查了中心对称图形与轴对称图形的概念，轴对称图形的关键是寻找对称轴，图形两部分折叠后可重合，中心对称图形是要寻找对称中心，旋转180度后与原图重合.

7.【分析】由图1得，一个小长方形的长为$a$，宽为$b$，由图2得：中间空的部分的面积$=$大正方形的面积$-4$个小长方形的面积，代入计算.

【解答】解：中间空的部分的面积$=$大正方形的面积$-4$个小长方形的面积，

$=(a+b)^2-4ab$，

$=a^2+2ab+b^2-4ab$，

$=(a-b)^2$；

故选：$D$.

【点评】本题考查了完全平方公式几何意义的理解，利用几何图形面积公式和或差列等式进行计算.

8.【分析】根据图表数据可知，三个点不在同一直线上，三个点的横坐标和纵坐标的积都为6，利用待定系数法求得二次函数解析式，然后即可进行选择.

【解答】解：观察可知，三个点不在同一直线上，故①②错误；

三个点的横坐标和纵坐标的积都为6，故都在反比例函数$y=\dfrac{6}{x}$图象上，故③正确；

设函数解析式为$y=ax^2+bx+c$，

把三个点的坐标代入得$\begin{cases}9a-3b+c=-2\\9a+3b+c=2\\36a+6b+c=1\end{cases}$，

解得$\begin{cases}a=-\dfrac{1}{9}\\b=\dfrac{2}{3}\\c=1\end{cases}$，

$y=-\dfrac{1}{9}x^2+\dfrac{2}{3}x+1$，

所以是二次函数，故④正确，

故选：$C$.

【点评】本题考查了正比例函数和一次函数图象上点的坐标特征，待定系数法求反比例函数和二次函数的解析式，根据表格数据的特点判断出三点不共线，并求出函数解析式是解题的关键.

**二、填空题（本题共16分，每小题2分）**

9.【分析】根据分式有意义的条件即可求答案.

【解答】解：由题意可知：$a-2\neq 0$，

$\therefore a\neq 2$，

故答案为：$a\neq 2$.

【点评】本题考查分式，解题的关键是熟练运用分式有意义的条件，本题属于基础题型.

10.【分析】根据题意可以让$x$与$y$相加，也可以相减.

【解答】解：$\because$方程组的解为$\begin{cases}x=2\\y=1\end{cases}$，

由两个二元一次方程组成，

$\therefore$方程组为：$\begin{cases}y+x=3\\y-x=-1\end{cases}$（不唯一），

故答案为：$\begin{cases}y+x=3\\y-x=-1\end{cases}$（不唯一）.

【点评】本题考查了二元一次方程组的解，能使方程组中每个方程的左右两边相等的未知数的值即是方程组的解．解题的关键是要知道两个方程组之间解的关系.

11.【分析】根据$\angle 1=\angle 2$和公共边$AB$，进而由全等三角形的判定定理可求解.

【解答】解：添加$\angle C=\angle D$或$\angle CAB=\angle DBA$或$AD=BC$，

若添加$\angle C=\angle D$，且$AB=AB$，由“$AAS$”可证$\Delta ABC\cong\Delta BAD$；

若添加$\angle CAB=\angle DBA$，且$AB=AB$，由“$ASA$”可证$\Delta ABC\cong\Delta BAD$；

若添加$AD=BC$，且$AB=AB$，由“$SAS$”可证$\Delta ABC\cong\Delta BAD$；

故答案为：$\angle C=\angle D$或$\angle CAB=\angle DBA$或$AD=BC$（答案不唯一）.

【点评】本题考查了全等三角形的判定，掌握全等三角形的判定定理是本题的关键.

12.【分析】根据同（等)圆中，同弧所对圆周角是圆心角的一半即可得答案.

【解答】解：$\because\angle C=20^\circ$，

$\therefore\angle AOB=2\angle C=40^\circ$，

故答案为：$40^\circ$.

【点评】本题考查同（等)圆中，同弧所对圆周角是圆心角的一半，题目较容易.

13.【分析】从两个折线统计图中数据的变化关系得出答案.

【解答】解：从两个统计图中可以看出，小明的成绩较好，理由为：小明的成绩比较稳定.

故答案为：小明，小明的成绩比较稳定.

【点评】本题考查折线统计图，理解折线统计图中各个数据的变化关系是正确判断的前提.

14.【分析】根据一次函数与反比例函数的图象和性质即可得结论.

【解答】解：设这个反比例函数为$y=\dfrac{k}{x}(k\neq 0)$，

联立$\begin{cases} y=x+4 \\ y=\dfrac{k}{x} \end{cases}$，得 $x^2+4x-k=0$，

由题意可知，$\triangle=16+4k>0$，即 $k>-4$，且 $k\neq 0$.

故答案为：$y=\dfrac{1}{x}$（答案不唯一）.

【点评】本题考查了反比例函数与一次函数交点问题，联立，利用一元二次根的判别式判断即可.

15.【分析】$\Delta ABC\backsim\Delta DEF$，只需求出其相似比，平方即得两三角形面积比.

【解答】解：如图，设正方形网格中小方格的边长为 1，

则有 $AB=1$，$BC=\sqrt{2}$，$DE=2$，$EF=2\sqrt{2}$，$\angle ABC=\angle DEF=135^\circ$，

$\therefore \dfrac{AB}{DE}=\dfrac{BC}{EF}=\dfrac{1}{2}$，

$\therefore \Delta ABC\backsim\Delta DEF$，

$\therefore S_{\Delta ABC}:S_{\Delta DEF}=(1:2)^2=1:4$，

故答案为：$1:4$.

【点评】本题考查相似三角形面积比与相似比的关系，关键是判断两三角形相似，确定其相似比.

16.【分析】根据游戏规则，按“同一竖列”或“同一横行”，分别得出丁、丙、乙、甲所选的数，再把它们相加即可.

【解答】解：①可得丁选择了：23、8、1、4、15；

丙选择了：9、2、3、14；

乙选择了：7、6、5；

甲选择了：10、11；

故四人所选的座位号数字之和为：$23+8+1+4+15+9+2+3+14+7+6+5+10+11=118$.

②可得丁选择了：19、6、1、2、11；

丙选择了：5、4、3、12；

乙选择了：7、8、9；

甲选择了：10、13；

故四人所选的座位号数字之和为：$19+6+1+2+11+5+4+3+12+7+8+9+10+13=110$.

故答案为：110.

【点评】本题主要考查了有理数的加法，理清游戏规则是解答本题的关键.

**三、解答题（本题共 68 分，第 17-22 题，每小题分 5，第 23-26 题，每小题 5 分，第 27、28 题每小题 5 分）解答应写出文说明，演算步骤或证明过程**

17.【分析】直接利用二次根式以及负整数幂的性质、零指数幂的性质、特殊角的三角函数值分别化简得出答案.

【解答】解：原式$=2\sqrt{3}-\dfrac{1}{2}-2\sqrt{3}+1$

$=\dfrac{1}{2}$.

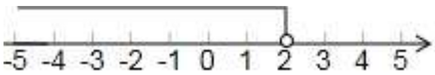
【点评】此题主要考查了实数运算，正确化简各数是解题关键.

18.【分析】根据不等式的性质：先移项，再合并同类项，然后把解集表示在数轴上.

【解答】解：移项得，$3x-2x<1+1$，

合并同类项得，$x<2$．

这个不等式的解集在数轴上表示：




【点评】本题考查了解简单不等式的能力，解答这类题学生往往在解题时不注意移项要改变符号这一点而出错．解不等式要依据不等式的基本性质：

（1）不等式的两边同时加上或减去同一个数或整式不等号的方向不变；

（2）不等式的两边同时乘以或除以同一个正数不等号的方向不变；

（3）不等式的两边同时乘以或除以同一个负数不等号的方向改变．

19．【分析】根据整式的运算法则进行化简，然后将$a2+2a=1$整体代入即可求出答案．

【解答】解：原式$=a^2-1+2a-2$

$=a^2+2a-3$，

当$a^2+2a=1$时，

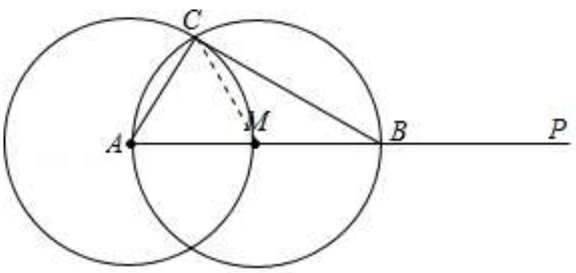
原式$=1-3=-2$．

【点评】本题考查整式的运算，解题的关键是熟练运用整式的运算法则，本题属于基础题型．

20．【分析】(1）根据要求作出图形即可．

（2）根据圆周角定理等边三角形的判定和性质解决问题即可．

【解答】(1）解：如图，$\Delta ABC$即为所求作．




（2）证明：$\because AB$为$\odot M$的直径，点$C$在$\odot M$上，

$\therefore \angle ACB=90^\circ$（直径所对的圆周角是直角），

连接$MC$．

$\because MA=MC=AC$，

$\therefore \Delta AMC$为等边三角形（三边相等的三角形是等边三角形），

$\therefore \angle A=60^\circ$．

故答案为：直径所对的圆周角是直角，三边相等的三角形是等边三角形．

【点评】本题考查作图$-$复杂作图，等边三角形的判定和性质，圆周角定理等知识，解题的关键是理解题意，灵活运用所学知识解决问题．

21．【分析】(1）根据方程的系数结合根的判别式可得出$b^2-4ac=b^2+12>0$，由此可证出方程总有两个不相等的实数根；

（2）利用两根之积等于$\frac{c}{a}$即可求出方程的另一个根.

【解答】解：（1）$\because b^2-4ac=b^2-4\times1\times(-3)=b^2+12>0$，

$\therefore$方程总有两个不相等的实数根；

（2）设方程的另一个根为$m$，

由根与系数关系得$1\times m=-3$，

解得$m=-3$，

$\therefore$方程的另一个根为$-3$.

【点评】本题考查了根的判别式、一元二次方程的解以及根与系数的关系，解题的关键是：（1）牢记“当△⩾0时，方程两个实数根”；（2）牢记两根之积等于$\frac{c}{a}$.

22.【分析】（1）根据平行四边形的判定得出四边形$OCED$是平行四边形，根据矩形的性质求出$OC=OD$，再根据菱形的判定得出四边形$OCED$是菱形.

（2）方法一：解直角三角形求出$BC=2$．$AB=2\sqrt{3}$，根据矩形和菱形的性质得出，$S_{\Delta COD}=\frac{1}{4}S_{矩形ABCD}=\frac{1}{2}S_{菱形OCED}$，即可求出菱形的面积.

方法二：解直角三角形求出$BC=2$．$AB=DC=2\sqrt{3}$，连接$OE$，交$CD$于点$F$，根据菱形的性质得出$F$为$CD$中点，求出$OF=\frac{1}{2}BC=1$，$OE=2OF=2$，即可求出菱形的面积.

【解答】（1）证明：$\because DE//AC$，$CE//BD$，

$\therefore$四边形$OCED$是平行四边形，

$\because$矩形$ABCD$的对角线$AC$，$BD$交于点$O$，

$\therefore OC=OD$，

$\therefore$▱$OCED$是菱形；

（2）方法一：在Rt△ABC中，$\angle ABC=90^\circ$，$\angle BAC=30^\circ$，$AC=4$，

$\therefore BC=2$，$AB=2\sqrt{3}$，

$\because S_{\Delta COD}=\frac{1}{4}S_{矩形ABCD}=\frac{1}{2}S_{菱形OCED}$，

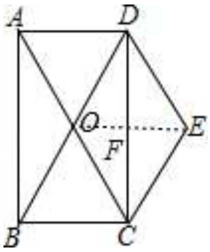
$\therefore S_{菱形OCED}=\frac{1}{2}\times2\times2\sqrt{3}=2\sqrt{3}$.

方法二：解：在矩形$ABCD$中，$\angle ABC=90^\circ$，$\angle BAC=30^\circ$，$AC=4$，

$\therefore BC=2$，

$\therefore AB=DC=2\sqrt{3}$，

如图，连接$OE$，交$CD$于点$F$，




$\because$ 四边形 $OCED$ 为菱形，

$\therefore F$ 为 $CD$ 中点，

$\because O$ 为 $BD$ 中点，

$\therefore OF=\frac{1}{2}BC=1$，

$\therefore OE=2OF=2$，

$\therefore S_{菱形OCED}=\frac{1}{2}\times OE\times CD=\frac{1}{2}\times 2\times 2\sqrt{3}=2\sqrt{3}$ .

【点评】本题考查了矩形的性质和菱形的性质和判定的应用，能灵活运用定理进行推理是解此题的关键，注意：菱形的面积等于对角线积的一半.

23．【分析】（1）通过待定系数法将 $A(0,-1)$， $B(1,0)$ 代入解析式求解.

（2）解含参不等式 $-2x+n\leqslant kx+b$ .

【解答】解：（1）将 $A(0,-1)$， $B(1,0)$ 代入解 $y=kx+b$ 得，

$\begin{cases}-1=b\\0=k+b\end{cases}$，解得 $\begin{cases}k=1\\b=-1\end{cases}$，

（2）由（1）得 $y=x-1$，

解不等式 $-2x+n\leqslant x-1$ 得 $x\geqslant\frac{n+1}{3}$，

由题意得 $\frac{n+1}{3}\leqslant 1$，即 $n\leqslant 2$ .

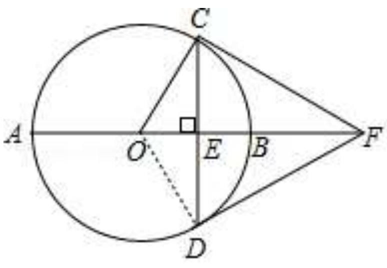
故答案为： $n\leqslant 2$ .

【点评】本题考查待定系数法解一次函数解析式及一次函数和不等式的关系，解题关键是熟练掌握一次函数的性质.

24．【分析】（1）连接 $OD$，根据垂径定理可得 $OF$ 为 $CD$ 的垂直平分线，根据等腰三角形的性质即可证明 $DF$ 是 $\odot O$ 的切线；

（2）根据已知条件可得 $OC=15$，根据勾股定理可得 $CF$ 的长，根据直角三角形的面积可求出 $CE$ 的长，再根据垂径定理可得结论.

【解答】（1）证明：连接 $OD$，如图，




$\because CF$ 是 $\odot O$ 的切线，

$\therefore \angle OCF = 90^\circ$，

$\therefore \angle OCD + \angle DCF = 90^\circ$，

$\because$ 直径 $AB \perp$ 弦 $CD$，

$\therefore CE = ED$，即 $OF$ 为 $CD$ 的垂直平分线，

$\therefore CF = DF$，

$\therefore \angle CDF = \angle DCF$，

$\because OC = OD$，

$\therefore \angle CDO = \angle OCD$，

$\therefore \angle CDO + \angle CDB = \angle OCD + \angle DCF = 90^\circ$，

$\therefore OD \perp DF$，

$\therefore DF$ 是 $\odot O$ 的切线；

（2）解：$\because \angle OCF = 90^\circ$，$BF = 10$，

$\therefore \sin \angle OFC = \dfrac{OC}{OF} = \dfrac{OC}{OB + BF} = \dfrac{OC}{OC + 10} = \dfrac{3}{5}$，

解得 $OC = 15$，

$\therefore OF = OB + BF = OC + BF = 15 + 10 = 25$，

$\therefore CF = \sqrt{OF^2 - OC^2} = \sqrt{25^2 - 15^2} = 20$，

在 Rt$\Delta$OCF 中，

$\because CE \perp OF$，

$\therefore CE \cdot OF = OC \cdot CF$，

$\therefore 25CE = 15 \times 20$，

$\therefore CE = 12$，

$\therefore CD = 2CE = 24$．

【点评】本题考查了切线的判定与性质，垂径定理，勾股定理，锐角三角函数，直角三角形的面积，解决本题的关键是综合运用以上知识．

25．【分析】（1）根据题意和题目中的数据，可以计算出 $m$ 和 $n$ 的值；

（2）根据 $b$ 中的扇形统计图和 $e$ 中的数据，可以计算出第二次体育测试成绩的及格率；

（3）根据题意和题目中的信息，可以判断①和②是否合理，本题得以解决．

【解答】解：（1）$m = 20 - 1 - 1 - 9 - 3 = 6$，

由 $a$ 中的表格和 $d$ 中的数据，可得 $n = (19 + 19) \div 2 = 19$，

故答案为：6，19；

（2）由 $b$ 中的扇形统计图和 $e$ 中的数据可知，

$\dfrac{1 + 20 \times 25\% + 20 \times 60\%}{20} 100\% = 90\%$，

即第二次体育测试成绩的及格率是 $90\%$；

（3）由题意可得，

第二次测试成绩的平均分高于第一次的平均分，大多数学生通过此种方法锻炼一段时间后成绩提升了，故①合理；

被抽测的学生小明的第二次测试成绩是 24 分，他觉得年级里大概有 240 人的测试成绩比他高，所以他决心努力锻炼，提高身体素质，故②合理；

故答案为：①②．

【点评】本题考查频数分布表、扇形统计图、统计表，解答本题的关键是明确题意，利用数形结合的思想解答．

26．【分析】（1）把 $y=ax^{2}-4ax+3a$ 化成顶点式 $y=a(x-2)^{2}-a$，可得顶点坐标；令 $x=0$， $y=3a$，可求出点 $A$ 的坐标；

（2）①当 $a=1$ 时，则 $y=-x+3$， $y=x^{2}-4x+3$，再根据整点的定义可得结论；

②对 $a$ 进行讨论，再结合整点的定义进行分析．

【解答】解：（1）$\because y=ax^{2}-4ax+3a=a(x-2)^{2}-a$，

$\therefore$ 顶点坐标 $(2,-a)$；

$\because$ 抛物线 $y=ax^{2}-4ax+3a(a>0)$ 与 $y$ 轴交于点 $A$，

$\therefore A(0,3a)$；

（2）①当 $a=1$ 时， $y=-x+3$， $y=x^{2}-4x+3$，

可得 $y=-x+3$ 与 $y=x^{2}-4x+3$ 的交点为 $(3,0)$， $(0,3)$；

则 $(1,1)$， $(2,0)$ 是区域 $G$ 中的两个整点，即区域 $G$ 中整点的个数为 2 个；

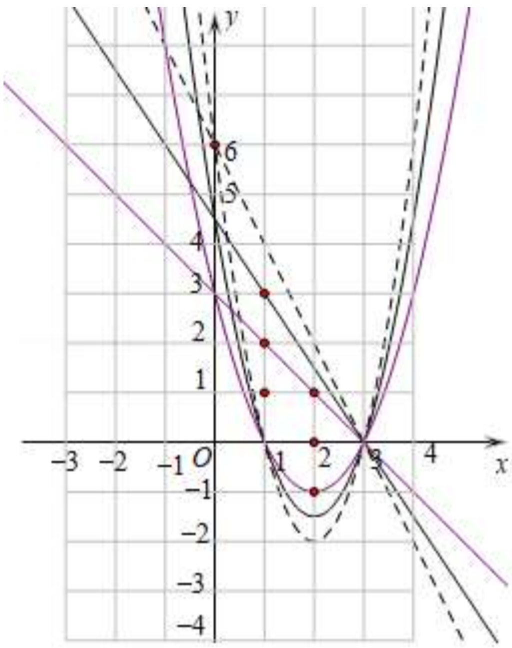
②联立直线 $y=-ax+3a$ 与抛物线 $y=ax^{2}-4ax+3a$，可得交点为 $(0,3a)$， $(3,0)$，

$\therefore$ 区域 $G$ 是 $0\leqslant x\leqslant 3$， $-a\leqslant y\leqslant 3a$ 组成；

当 $x=1$ 时，与直线的交点为 $(1,2a)$，与抛物线的交点为 $(1,0)$，

同理可得，当 $x=2$ 时，与直线的交点为 $(2,a)$，与抛物线的交点为 $(2,-a)$，

区域 $G$ 中的整点不包括边界，整点有 6 个，如图，




当 $0<a<1$ 时， $G$ 中最多有 1 个整点；

当 $a=1$ 时， $G$ 中有 2 个整点；

当 $1<a\leqslant 1.5$ 时， $G$ 中最多有 5 个整点；

当$1.5 < a \leqslant 2$时，$G$ 中最多有 6 个整点；

当$2 < a \leqslant 3.5$时，$G$ 中最多有 13 个整点；

$\therefore$当$\dfrac{3}{2} < a \leqslant 2$时，区域$G$ 中恰有 6 个整点．

【点评】本题属于新定义类问题，主要考查二次函数图象的性质，利用数形结合思想分析会更直观．

27．【分析】（1）根据等腰三角形的性质即可得出结论；

（2）①根据题意即可补全的图形；

②过点 $E$ 作 $EH \perp FC$ 于点 $H$，过点 $A$ 作 $AG \perp FC$ 于点 $G$，结合（1）证明 $\Delta AGC \cong \Delta CHE$ 可得 $CG = EH$，设 $EH = FH = x$，则 $EF = \sqrt{2}x$，进而可得结论．

【解答】解：（1）$\because$等腰三角形 $ABC$ 中，$AB = AC$，$\angle A = \alpha$，

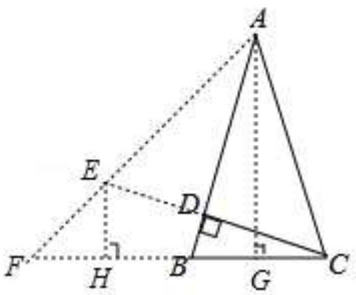
$\therefore \angle ACB = \angle B = \dfrac{180^\circ - \alpha}{2} = 90^\circ - \dfrac{\alpha}{2}$，

$\because CD \perp AB$，

$\therefore \angle ACD = 90^\circ - \angle A = 90^\circ - \alpha$，

$\therefore \angle DCB = \angle ACB - \angle ACD = 90^\circ - \dfrac{\alpha}{2} - 90^\circ + \alpha = \dfrac{\alpha}{2}$；

（2）①如图即为补全的图形；




②$\dfrac{EF}{BC} = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$，

证明：$\because \angle ACE = \angle ACB - \angle DCB = 90^\circ - \dfrac{\alpha}{2} - \dfrac{\alpha}{2} = 90^\circ - \alpha$，

$\because CE = AC$，

$\therefore \angle CAE = \angle CEA = \dfrac{180^\circ - (90^\circ - \alpha)}{2} = 45^\circ + \dfrac{\alpha}{2}$，

$\because \angle AEC = \angle F + \angle ECF$，

$\therefore 45^\circ + \dfrac{\alpha}{2} = \angle F + \dfrac{\alpha}{2}$，

$\therefore \angle F = 45^\circ$，

过点 $E$ 作 $EH \perp FC$ 于点 $H$，过点 $A$ 作 $AG \perp FC$ 于点 $G$，

$\therefore \angle BAG = \angle CAG = \dfrac{\alpha}{2}$，

在 $\Delta AGC$ 和 $\Delta CHE$ 中，

$$\begin{cases}\angle AGC=\angle CHE=90^\circ\\ \angle CAG=\angle ECH\\ AC=EC\end{cases},$$

$\therefore \Delta AGC\cong \Delta CHE(AAS)$，

$\therefore CG=EH$，

$\because \angle F=45^\circ$，

$\therefore FH=EH$，

设 $EH=FH=x$，则 $EF=\sqrt{2}x$，

$\therefore BC=2CG=2x$，

$\therefore \dfrac{EF}{BC}=\dfrac{\sqrt{2}x}{2x}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$.

【点评】本题考查了全等三角形的判定与性质，三角形内角和，等腰三角形的性质，解决本题的关键是掌握全等三角形的判定与性质.

28.【分析】(1)①如图 1 中，根据 $\odot O$ 对图形 $N$ 的“覆盖近距”的定义解决问题即可.

②根据 $\odot O$ 对图形 $N$ 的“覆盖近距”的定义解决问题即可.

③分 $b>0$ 或 $b<0$，两种情形分别求解即可.

(2)求出 $t=2$ 时，$d$ 的最大值，以及 $t=-\dfrac{1}{2}$ 时，$d$ 的最小值，可得结论.

【解答】解：(1)①如图 1，

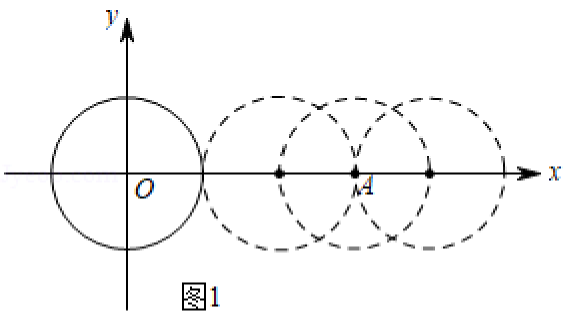


图1

当 $\odot O$ 向右移动 2 个或 4 个时，点 $A$ 都在圆上，

$\therefore 2\leqslant m\leqslant 4$，

$\therefore m$ 的最小值是 2，

$\therefore \odot O$ 对点 $A$ 的“覆盖近距”为 2；

故答案为：2；

②由题意，满足条件的点 $B(2,0)$（答案不唯一）.

③如图 2 中，当 $b>0$ 时，设直线 $y=2x+b$ 交 $y$ 轴于 $E$，交 $x$ 轴于 $N$，过点 $O$ 作 $OC\perp EN$ 于 $C$.

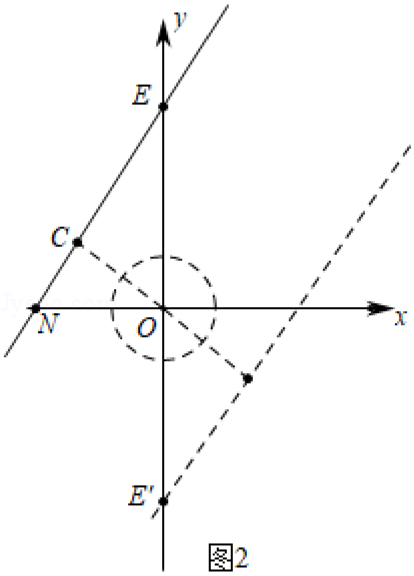



图2

由题意，$E(0,b)$，$(-\dfrac{b}{2}，0)$，

$\therefore OE=b$，$ON=\dfrac{b}{2}$

$\therefore \tan\angle ENO=\dfrac{OE}{ON}=2$，

当$OC=2$时，$\odot O$对点$C$的“覆盖近距”为1，

$\because OC\perp EN$，

$\therefore \angle EOC+\angle CON=90^{\circ}$，$\angle ENO+\angle CON=90^{\circ}$，

$\therefore \angle EOC=\angle ENC$，

$\therefore \tan\angle EOC=\tan\angle ENO=2$，

$\therefore EC=2OC=4$，

$\therefore OE=\sqrt{OC^{2}+EC^{2}}=\sqrt{2^{2}+4^{2}}=2\sqrt{5}$，

$\therefore b=2\sqrt{5}$，

当$b<0$时，同法可得$b=-2\sqrt{5}$，

观察图象可知，满足条件的$b$的值为$-2\sqrt{5}\leqslant b\leqslant 2\sqrt{5}$．

（2）如图3中，当$t=2$时，$E(4,3)$，

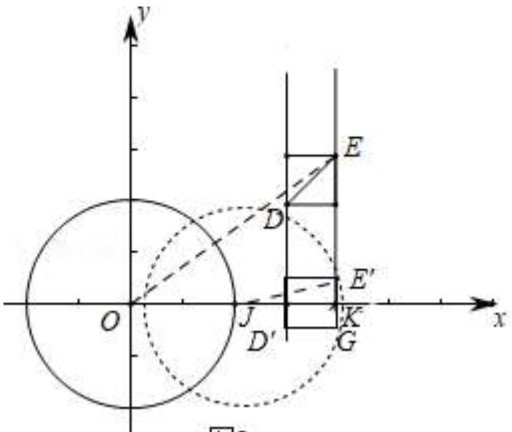


图3

$\therefore OE=\sqrt{3^2+4^2}=5$，此时 $d$ 的值最大，最大值 $d=5-2=3$，

当 $t=-\frac{1}{2}$ 时，$E(4,\frac{1}{2})G(4,-\frac{1}{2})$，设$\odot J$ 经过点 $G$，$E'$，$GE'$ 交 $x$ 轴于 $K$．此时 $d$ 的值最小，

$\because JK=\sqrt{2^2-(\frac{1}{2})^2}=\frac{\sqrt{15}}{2}$，

$\therefore J(4-\frac{\sqrt{15}}{2},0)$．

最小值 $d=4-\frac{\sqrt{15}}{2}$，

综上所述，$4-\frac{\sqrt{15}}{2}\leqslant d\leqslant 3$．

【点评】本题属于圆综合题，考查了直线与圆的位置关系，点与圆的位置关系，解直角三角形等知识，解题的关键是理解题意，学会寻找特殊位置解决数学问题，学会用分类讨论的思想思考问题，属于中考压轴题．