2020北京朝阳初三二模

数　　学

2020.6

学校________班级________姓名________考号________

考生须知	1.本试卷共8页，共三道大题，28道小题，满分100分。考试时间120分钟。 2.在试卷和答题卡上认真填写学校名称、班级、姓名和考号。 3.试题答案一律填涂或书写在答题卡上，在试卷上作答无效。 4.在答题卡上，选择题、作图题用2B铅笔作答，其他试题川黑色字迹签字笔作答。 5.考试结束，请将本试卷、答题卡和草稿纸一并交回。

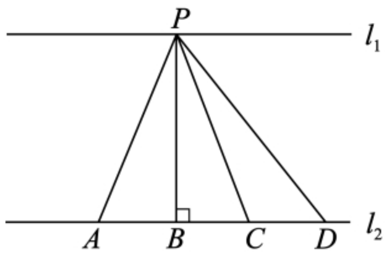
一、选择题(本题共16分，每小题2分)

下面1-8题均有四个选项，符合题意的选项只有一个.

1.3的相反数是

（A）$\frac{1}{3}$　　（B）3　　（C）$-\frac{1}{3}$　　（D）-3

2.如图，直线$l_1//l_2$，它们之间的距离是



(A)线段PA的长度

(B)线段PB的长度

(C)线段PC的长度

(D)线段PD的长度

3.方程组$\begin{cases}x-y=1,\\2x+y=5\end{cases}$的解为

（A）$\begin{cases}x=2\\y=1\end{cases}$　　（B）$\begin{cases}x=1\\y=-2\end{cases}$　　（C）$\begin{cases}x=-1\\y=2\end{cases}$　　（D）$\begin{cases}x=-2\\y=1\end{cases}$

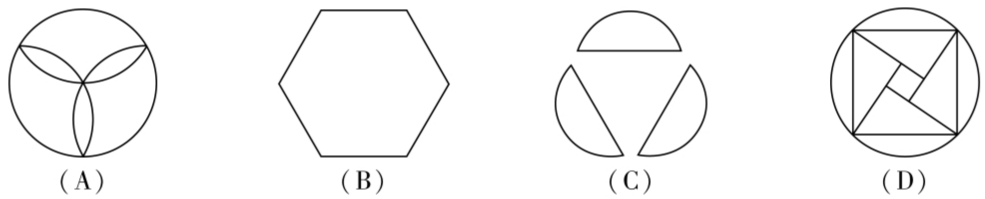
4.五边形的内角和为

(A)360°　　(B)540°　　(C)720°　　(D)900°

5.如果$x^2+x=3$，那么代数式$(x+1)(x-1)+x(x+2)$的值是

(A)2　　(B)3　　(C)5　　(D)6

6.下列图形中，是中心对称图形而不是轴对称图形的是



7. 某便利店的咖啡单价为 10 元/杯，为了吸引顾客，该店共推出了三种会员卡，如下表：

会员卡类型	办卡费用/元	有效期	优惠方式
A 类	40	1 年	每杯打九折
B 类	80	1 年	每杯打八折
C 类	130	1 年	一次性购买 2 杯，第二杯半价

例如，购买 A 类会员卡，1 年内购买 50 次咖啡，每次购买 2 杯，则消费 $40+2\times50\times(0.9\times10)=940$ 元. 若小玲 1 年内在该便利店购买咖啡的次数介于 75~85 次之间，且每次购买 2 杯，则最省钱的方式为

(A)购买 A 类会员卡　　(B)购买 B 类会员卡

(C)购买 C 类会员卡　　(D)不购买会员卡

8. 在一次生活垃圾分类知识竞赛中，某校七、八年级各有 100 名学生参加，已知七年级男生成绩的优秀率为 40%，女生成绩的优秀率为 60%;八年级男生成绩的优秀率为 50%，女生成绩的优秀率为 70%. 对于此次竞赛的成绩，下面有三个推断:

①七年级男生成绩的优秀率小于八年级男生成绩的优秀率;

②七年级学生成绩的优秀率一定小于八年级学生成绩的优秀率;

③七、八年级所有男生成绩的优秀率一定小于七、八年级所有女生成绩的优秀率.

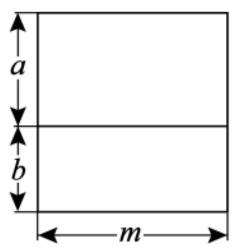
所有合理推断的序号是

(A)①②　　(B)①③　　(C)②③　　(D)①②③

二、填空题(本题共 16 分，每小题 2 分)

9. 若分式 $\frac{1-x}{x}$ 的值为 0，则 x _________

10. 在某一时刻，测得一根高为 $2m$ 的竹竿的影长为 $3m$，同时测得一根旗杆的影长为 $21m$，那么这根旗杆的高度为 _________ m



11. 右图中的四边形都是矩形，根据图形，写出一个正确的等式:____________

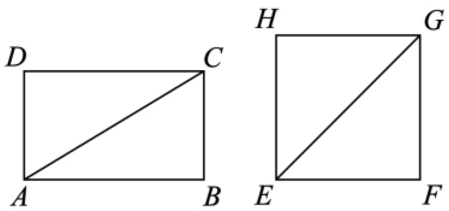
12. 下表显示了用计算机模拟随机抛掷一枚硬币的某次实验的结果.

抛掷次数n	300	500	700	900	1100	1300	1500	1700	1900	2000
“正面向上”的次数m	137	233	335	441	544	650	749	852	946	1004
“正面向上”的频率$\frac{m}{n}$	0.457	0.466	0.479	0.490	0.495	0.500	0.499	0.501	0.498	0.502

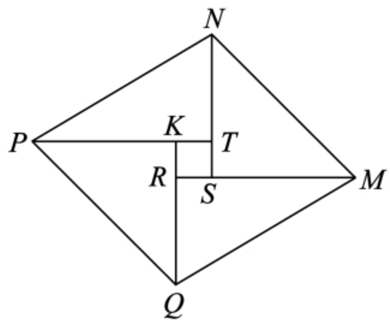
估计此次实验硬币“正面向上”的概率是_____.

13. 若点$A(4,-3)$, $B(2,m)$在同一个反比例函数的图象上，则m的值为______.

14. 如图 1，将矩形$ABCD$和正方形$EFGH$分别沿对角线AC和EG剪开，拼成如图 2 所示的平行四边形$PQMN$，中间空白部分的四边形$KRST$是正方形. 如果正方形$EFGH$和正方形$KRST$的面积分别是 16 和 1，则矩形$ABCD$的面积为____.



第 14 题图 1



第 14 题图 2

15. 甲、乙两个芭蕾舞团演员的身高(单位: cm)如下表:

甲	164	164	165	165	166	166	167	167
乙	163	163	165	165	166	166	168	168

两组芭蕾舞团演员身高的方差较小的是__________.(填“甲”或“乙”)

16. 正方形$ABCD$的边长为 4，点M,N在对角线AC上(可与点A,C重合), $MN=2$，点P,Q在正方形的边上. 下面四个结论中，

①存在无数个四边形$PMQN$是平行四边形;

②存在无数个四边形$PMQN$是菱形;

③存在无数个四边形$PMQN$是矩形;

④至少存在一个四边形$PMQN$是正方形_________.

所有正确结论的序号是____________.

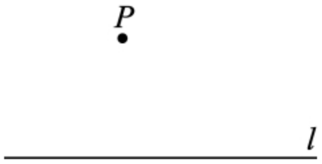
三、解答题(本题共 68 分，第 17-22 题，每小题 5 分，第 23-26 题，每小题 6 分，第 27,28 题，每小题 7 分)

17. 计算：$4\cos 45^\circ + (\sqrt{3}-1)^0 - \sqrt{8} + |-2|$.

18. 解不等式组 $\begin{cases} 4(x+1) \le 2x+6, \\ x-3 < \dfrac{x-5}{3}, \end{cases}$ 并写出它的所有非负整数解.

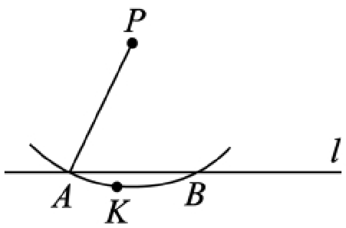
19. 下面是小东设计的“过直线外一点作这条直线的平行线”的尺规作图过程.

已知:直线 l 及直线 l 外一点 P.



求作:直线 PQ，使得 $PQ//l$.

作法:如图，



①任意取一点 K，使点 K 和点 P 在直线 l 的两旁;

②以 P 为圆心，PK 长为半径画弧，交 l 于点 A,B，连接 AP;

③分别以点 P,B 为圆心，以 AB,PA 长为半径画弧，两弧相交于点 P (点 Q 和点 A 在直线 PB 的两旁);

④作直线 PQ.

所以直线 PQ 就是所求作的直线.

根据小东设计的尺规作图过程，

(1)使用直尺和圆规，补全图形;(保留作图痕迹)

(2)完成下面的证明.

证明:连接 BQ,

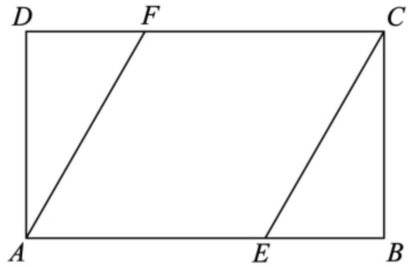
$\because PQ=$__________，$BQ=$____________,

$\therefore$四边形 $PABQ$ 是平行四边形(__________________)(填推理依据)

$\therefore PQ//l$.

20. 关于 x 的一元二次方程 $x^2+bx+c=0$ 有两个相等的实数根，写出一组满足条件的 b,c 的值，并求此时方程的根.

21. 如图，点 E,F 分别在矩形 $ABCD$ 的边 AB,CD 上，且 $\angle DAF=\angle BCE$.



(1)求证: $AF=CE$;

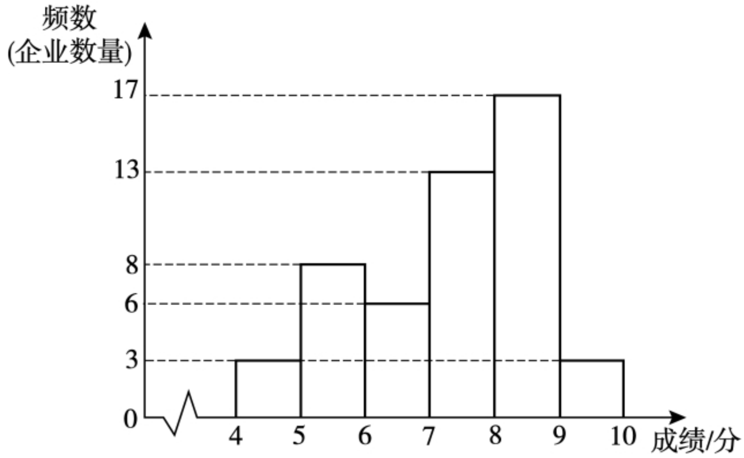
(2)连接 AC，若 AC 平分 $\angle FAE,\angle DAF=30°,CE=4$

求 CD 的长.

22. 为了解某地区企业信息化发展水平，从该地区中随机抽取 50 家企业调研，针对体现企业信息化发展水平的 A 和 B 两项指标进行评估，获得了它们的成绩(十分制)，并对数据(成绩)进行整理、描述和分析. 下面给出了部分信息.

a. A 项指标成绩的频数分布直方图如下

(数据分成 6 组: $4 \le x < 5, 5 \le x < 6, 6 \le x < 7, 7 \le x < 8, 8 \le x < 9, 9 \le x \le 10$):



b. A 项指标成绩在 $7 \le x < 8$ 这一组的是:

7.2　7.3　7.5　7.67　7.7　7.71　7.75　7.82　7.86　7.9　7.92　7.93　7.97

c. A, B 两项指标成绩的平均数、中位数、众数如下:

	平均数	中位数	众数
A 项指标成绩	7.37	m	8.2
B 项指标成绩	7.21	7.3	8

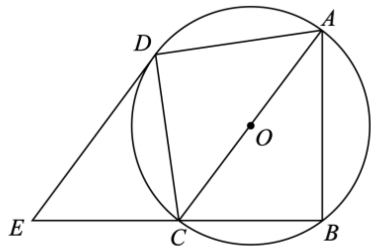
根据以上信息，回答下列问题:

(1) 写出表中 m 的值;

(2) 在此次调研评估中，某企业 A 项指标成绩和 B 项指标成绩都是 7.5 分，该企业成绩排名更靠前的指标是(填“A”或“B”)，理由是_____;

(3) 如果该地区有 500 家企业，估计 A 项指标成绩超过 7.68 分的企业数量.

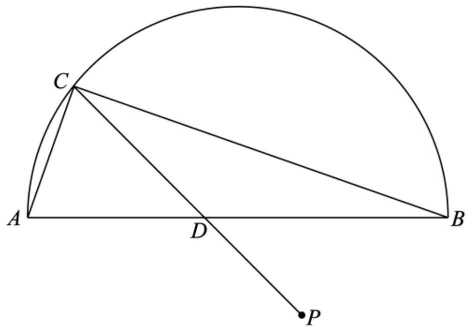
23. 如图，四边形 $ABCD$ 内接于 $\odot O, AD=CD$，对角线 AC 经过点 O，过点 D 作 $\odot O$ 的切线 DE，交 BC 的延长线于点 E



(1)求证: $DE//AC$；

(2)若 $AB=8$，$tanE=\frac{4}{3}$，求 CD 的长.

24. 如图，AB 是半圆的直径，P 是半圆与直径 AB 所围成的图形的外部的一定点，D 是直径 AB 上一动点，连接 PD 并延长，交半圆于点 C，连接 AC,BC. 已知 $AB=6cm$，设 A,D 两点之间的距离为 xcm, A,C 两点之间的距离为 y_1cm, B,C 两点之间的距离为 y_2cm.



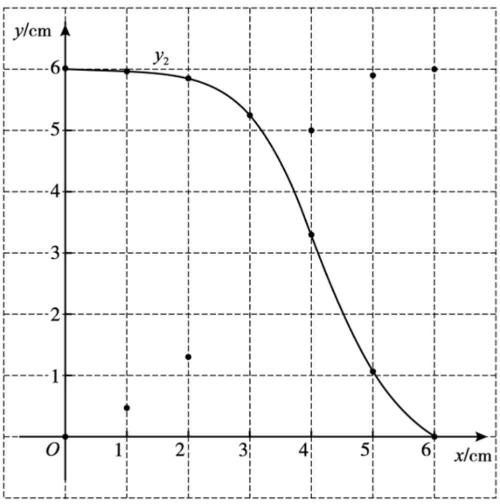
小明根据学习函数的经验，分别对函数 y_1,y_2 随自变量 x 的变化而变化的规律进行了探究.

下面是小明的探究过程，请补充完整:

(1)按照下表自变量 x 的值进行取点、画图、测量，分别得到 y_1,y_2 与 x 的几组对应值;

x/cm	0	1	2	3	4	5	6
y_1/cm	0	0.47	1.31		5.02	5.91	6
y_2/cm	6	5.98	5.86	5.26	3.29	1.06	0

(2)在同一平面直角坐标系 xOy 中，描出补全后的表中各组数值所对应的点 $(x,y_1),(x,y_2)$，并画出函数 y_1,y_2 的图象;



(3)结合函数图象，解决问题:当 $\triangle ABC$ 有一个角的正弦值为 $\frac{1}{3}$ 时，AD 的长约为__________ cm.

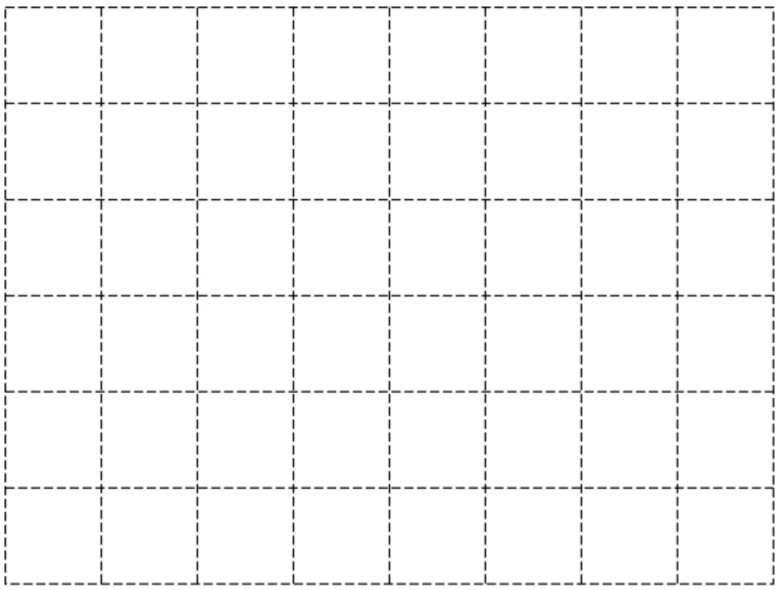
25. 在平面直角坐标系 xOy 中，直线 $l_1: y=kx+2(k>0)$ 与 x 轴交于点 A，与 y 轴交于点 B，直线 $l_2: y=-\frac{1}{2}kx+2$ 与 x 轴交于点 C.

(1)求点 B 的坐标;

(2)横、纵坐标都是整数的点叫做整点. 记线段 AB, AC, BC 围成的区域(不含边界)为 G.

①当 $k=2$ 时，结合函数图象，求区域 G 内整点的个数;

②若区域 G 内恰有 2 个整点，直接写出 k 的取值范围.



26. 在平面直角坐标系 xOy 中，抛物线 $y=ax^2+a^2x+c$ 与 y 轴交于点 $\left(0,2\right)$.

(1) 求 c 的值;

(2) 当 $a=2$ 时，求抛物线顶点的坐标;

(3) 已知点 $A\left(-2,0\right),B\left(1,0\right)$，若抛物线 $y=ax^2+a^2x+c$ 与线段 AB 有两个公共点，结合函数图象. 求 a 的取值范围.

27. 已知 $\angle AOB=40°,M$ 为射线 OB 上一定点，$OM=1,P$ 为射线 OA 上一动点(不与点 O 重合)$,OP<1$，连接 PM，以点 P 为中心，将线段 PM 顺时针旋转 $40°$，得到线段 PN，连接 MN.

(1) 依题意补全图 1;

(2) 求证: $\angle APN=\angle OMP$;

(3) H 为射线 OA 上一点，连接 NH. 写出一个 OH 的值，使得对于任意的点 P 总有 $\angle OHN$ 为定值，并求出此定值.

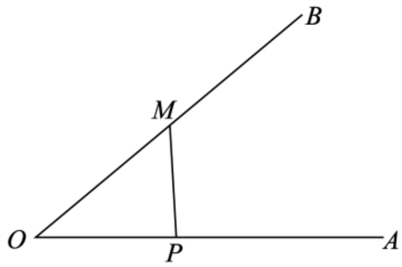
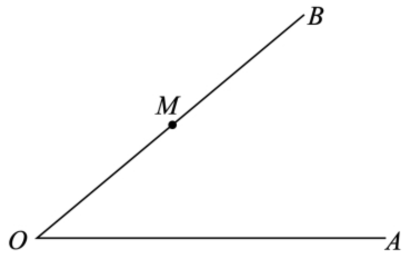


图 1



备用图

28. 对于平面直角坐标系 xOy 中的点 P 和图形 M，给出如下定义：Q 为图形 M 上任意一点，如果 P,Q 两点间的距离有最大值，那么称这个最大值为点 P 与图形 M 间的开距离，记作 $d\left(P,M\right)$.

已知直线 $y=\dfrac{\sqrt{3}}{3}x+b(b\neq 0)$ 与 x 轴交于点 A，与 y 轴交于点 B，$\odot O$ 的半径为 1

(1) 若 $b=2$，

①求 $d(B,\odot O)$ 的值；

②若点 C 在直线 AB 上，求 $d(C,\odot O)$ 的最小值；

(2) 以点 A 为中心，将线段 AB 顺时针旋转 120° 得到 AD，点 E 在线段 AB,AD 组成的图形上，若对于任意点 E，总有 $2\leq d(E,\odot O)<6$，直接写出 b 的取值范围.

2020北京朝阳初三二模数学

参考答案

一、选择题（本题共16分，每小题2分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	D	B	A	B	C	D	C	B

二、填空题（本题共16分，每小题2分）

题号	9	10	11	12
答案	1	14	答案不唯一，如 $m(a+b)=ma+mb$	答案不唯一，如 0.500
题号	13	14	15	16
答案	-6	15	甲	①　②④

三、解答题（本题共68分，第17-22题，每小题5分，第23-26题，每小题6分，第27，28题，每小题7分）

17．解：原式$=4\times\frac{\sqrt{2}}{2}+1-2\sqrt{2}+2$

$=3$.

18．解：原不等式组为$\begin{cases}4(x+1)\leqslant 2x+6, & ①\\ x-3<\dfrac{x-5}{3}. & ②\end{cases}$

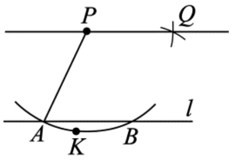
解不等式①，得$x\leqslant 1$.

解不等式②，得$x<2$.

∴原不等式组的解集为$x\leqslant 1$.

∴原不等式组的所有非负整数解为0，1.

19．（1）补全的图形如图所示：



（2）AB，PA，两组对边分别相等的四边形是平行四边形.

20．解：答案不唯一，如：$b=2$，$c=1$.

此时，方程为 $x^2+2x+1=0$.

解得 $x_1=x_2=-1$.

21．（1）证明：∵四边形 $ABCD$ 是矩形，

∴$AD=BC$，$\angle D=\angle B=90°$.

∵$\angle DAF=\angle BCE$，

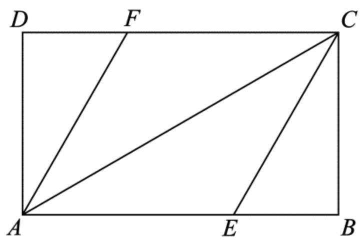
∴$\triangle DAF\cong\triangle BCE$.

∴$AF=CE$.

（2）解：∵四边形 $ABCD$ 是矩形，

∴$AB\parallel CD$.

∴$\angle CAB=\angle DCA$.



∵$CE=4$，

∴$AF=4$.

∵AC 平分$\angle FAE$，

∴$\angle FAC=\angle CAB$.

∴$\angle FAC=\angle DCA$.

∴$FC=AF=4$.

在 Rt$\triangle ADF$ 中，$\angle DAF=30°$，

∴$DF=2$.

∴CD=6.

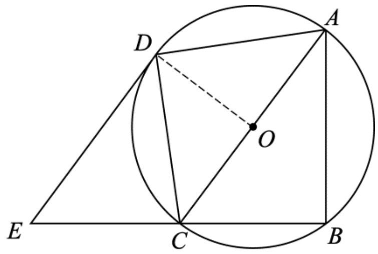
22．解：（1）7.84；

（2）在此次调研评估中，该企业成绩排名更靠前的指标是B，理由是该企业A项指标成绩是7.5分，小于A项指标成绩的中位数，说明该企业A项指标成绩的排名在后25名； B项指标成绩是7.5分，大于B项指标成绩的中位数，说明该企业B项指标成绩的排名在前25名.

（3）根据题意可知，在样本中，A项指标成绩超过7.68分的企业数量是29.

所以估计该地区A项指标成绩超过7.68分的企业数量为$\frac{29}{50}\times 500=290$.

23．（1）证明：如图，连接OD，



∵AC为⊙O的直径,

∴$\angle ADC$=90°.

∵AD=CD，

∴$\angle DOC$=90°.

∵DE是⊙O的切线，

∴$OD\perp DE$.

∴$DE\parallel AC$.

（2）解：∵$DE\parallel AC$,

∴$\angle E$=$\angle ACB$.

∵AC为⊙O的直径,

∴$\angle ABC$=90°.

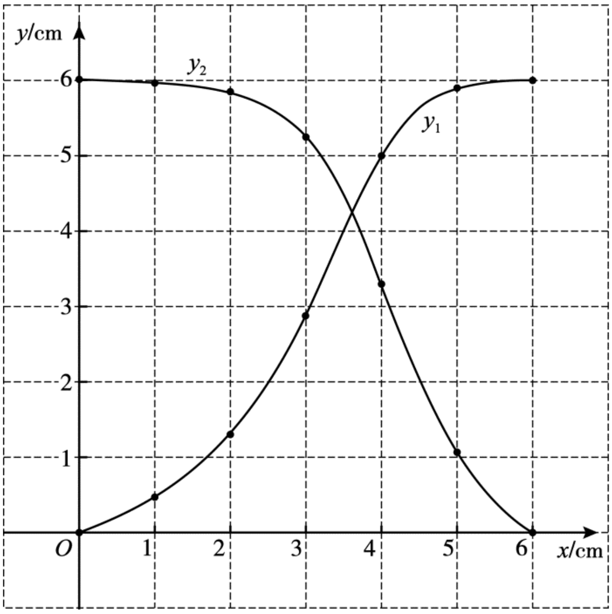
在Rt△ABC中，AB=8, $\tan\angle ACB=\frac{4}{3}$.

∴AC=10, ∴CD=$5\sqrt{2}$.

24．解：（1）

x/cm	0	1	2	3	4	5	6
y_1/cm	0	0.47	1.31	2.88	5.02	5.91	6
y_2/cm	6	5.98	5.86	5.26	3.29	1.06	0

（2）



（3）2.52 或 4.51.

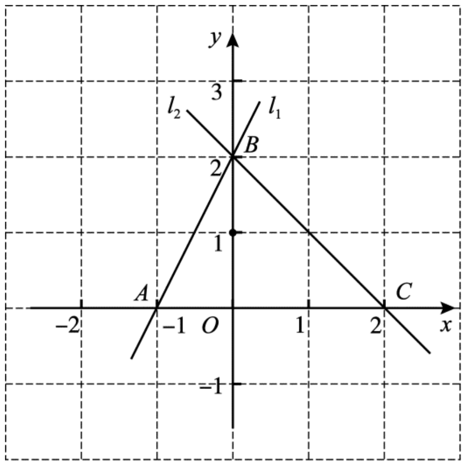
25．解：（1）∵直线 l_1：$y=kx+2(k>0)$ 与 y 轴交于点 B，

∴点 B 坐标为（0, 2）.

（2）①当 k=2 时，直线 l_1，l_2 分别为 $y=2x+2$，

$y=-x+2$.

∴点 A（-1, 0），点 C（2, 0）.



结合函数图象，可得区域 G 内整点的个数为 1.

②$1\leqslant k<2$.

26．解：（1）∵抛物线 $y=ax^2+a^2x+c$ 与 y 轴交于点（0, 2），

∴c=2.

（2）当 a=2 时，抛物线为 $y=2x^2+4x+2$，

∴顶点坐标为（$-1,0$）.

（3）当 $a>0$ 时，

①当 a=2 时，如图 1，抛物线与线段 AB 只有一个公共点.

②当 $a=1+\sqrt{2}$ 时，如图 2，抛物线与线段 AB 有两个公共点.

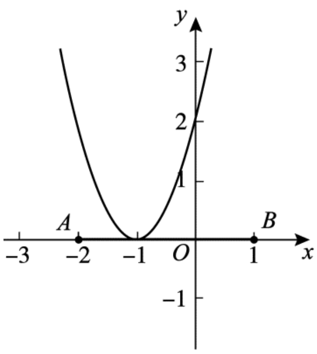


图 1

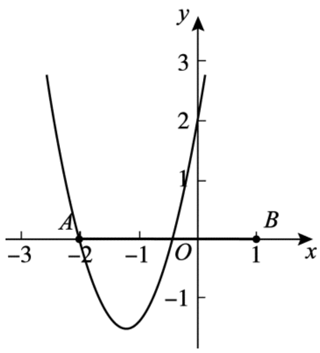


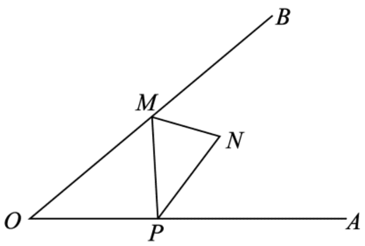
图 2

结合函数图象可得 $2<a\leqslant 1+\sqrt{2}$.

当 $a<0$ 时，抛物线与线段 AB 只有一个或没有公共点.

综上所述，a 的取值范围是 $2<a\leqslant 1+\sqrt{2}$.

27．解：（1）补全图形，如图所示.



（2）证明：根据题意可知，$\angle MPN=\angle AOB=40°$，

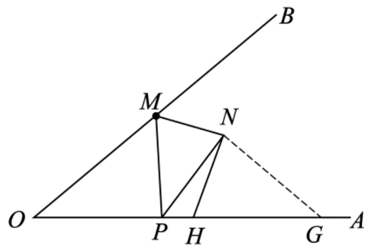
∵ $\angle MPA=\angle AOB+\angle OMP=\angle MPN+\angle APN$,

∴ $\angle APN=\angle OMP$.

（3）解：OH 的值为 1.

在射线 PA 上取一点 G，使得 $PG=OM$，连接 GN.

根据题意可知，$MP=NP$.



∴$\triangle OMP\cong\triangle GPN$.

∴$OP=GN$，$\angle AOB=\angle NGP=40°$.

∴$PG=OH$.

∴$OP=HG$.

∴$NG=HG$.

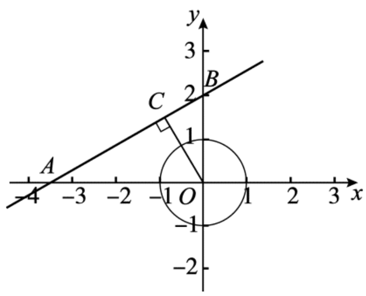
∴$\angle NHG=70°$.

∴$\angle OHN=110°$.

28．解：（1）①根据题意可知 B（0, 2）.

∴$d(B, \odot O)=3$.

②如图，过点 O 作 $OC\perp AB$ 于点 C，此时 $d(C, \odot O)$取得最小值.



∵直线 $y=\dfrac{\sqrt{3}}{3}x+2$ 与 x 轴交于点 A，

∴$A(-2\sqrt{3}, 0)$.

∴$OA=2\sqrt{3}$, $OB=2$.

∴$\angle OAB=30°$.

∴$OC=\sqrt{3}$.

∴$d(C, \odot O)$的最小值为$\sqrt{3}+1$.

（2）$-\dfrac{5\sqrt{7}}{7}<b\leqslant-\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$或$\dfrac{2\sqrt{3}}{3}\leqslant b<\dfrac{5\sqrt{7}}{7}$.