2023北京房山初三二模

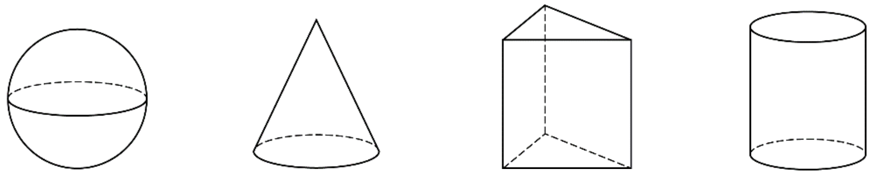
数　　学

本试卷共 8 页，共 100 分，考试时长 120 分钟。考生务必将答案答在答题卡上，在试卷上作答无效。考试结束后，将答题卡交回，试卷自行保存。

一、选择题（共 16 分，每题 2 分）

第 1-8 题均有四个选项，符合题意的选项只有一个.

1．下列几何体的主视图和俯视图完全相同的是（　）



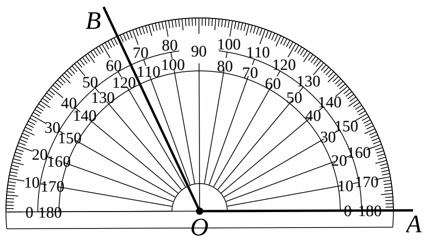
（A）　　　（B）　　　（C）　　　（D）

2．2022 年我国的进出口总额超过了 6 万亿美元，实际使用外资 1891.3 亿美元，规模再创历史新高. 将 189 130 000 000 用科学记数法表示应为

（A）1.8913×10^{7}　　（B）18913×10^{7}

（C）0.18913×10^{12}　　（D）1.8913×10^{11}

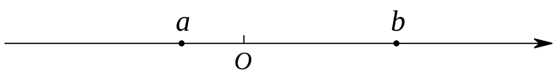
3．如图，用量角器测量∠AOB，可读出∠AOB 的度数为（　）



（A）65°　　（B）110°

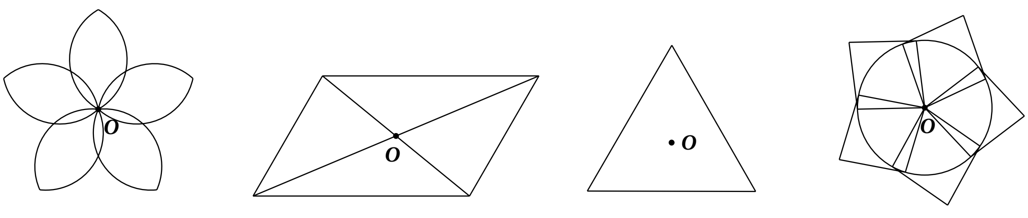
（C）115°　　（D）120°

4．实数 a，b 在数轴上的对应点的位置如图所示，表示实数 c 的点在原点右侧，且$|c|<|a|$，下列结论中正确的是（　）



（A）$a+b<0$　　（B）$a+c<0$　　（C）$a-c>0$　　（D）$\frac{a}{b}>0$

5．下列图形中，点 O 是该图形的对称中心的是（　）



（A）　　　（B）　　　（C）　　　（D）

6．不透明的盒子中有三张卡片，上面分别写有数字“1，2，3”，除数字外三张卡片无其他差别. 从中随机取出一张卡片，记录其数字，放回并摇匀，再从中随机取出一张卡片，记录其数字，两次取出卡片上

的数字的乘积是偶数的概率是

（A）$\frac{1}{2}$　　（B）$\frac{2}{3}$　　（C）$\frac{4}{9}$　　（D）$\frac{5}{9}$

7．已知 $26^2=676$，$27^2=729$，$28^2=784$，$29^2=841$. 若 n 为整数，且 $n-1<\sqrt{795}<n$，则 n 的值是（　）

（A）26　　（B）27　　（C）28　　（D）29

8．如图 8-1，在△ABC 中，AB＝BC，∠ABC＝120°，D，E 分别是边 AB，BC 的中点，点 F 为线段 AC 上的一个动点，连接 FD，FB，FE. 设 AF＝x，图 8-1 中某条线段长为 y，若表示 y 与 x 的函数关系的图象大致如图 8-2 所示，则这条线段可能是（　）

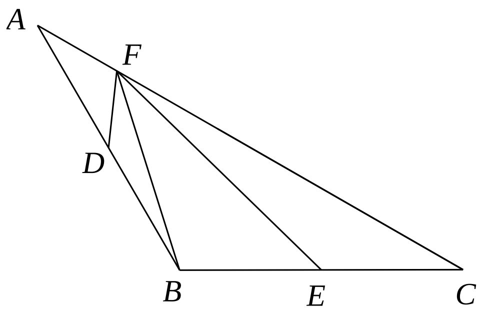


图 8-1

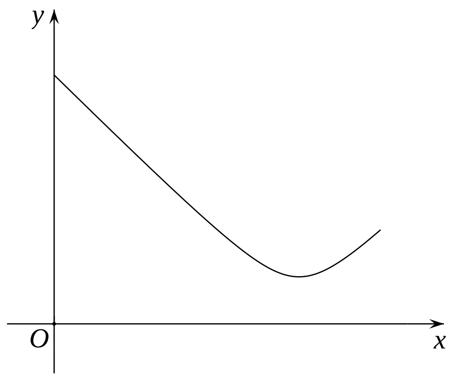


图 8-2

（A）FD　　（B）FB　　（C）FE　　（D）FC

二、填空题（共 16 分，每题 2 分）

9．若代数式 $\frac{3}{x-7}$ 在实数范围内有意义，则实数 x 的取值范围是______.

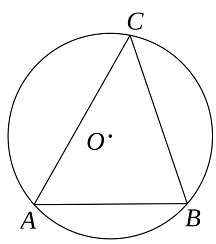
10．分解因式：$am^2-4a=$______.

11．方程 $\frac{5}{x}=\frac{7}{x+2}$ 的解为______.

12．在平面直角坐标系 xOy 中，若反比例函数 $y=\frac{k}{x}(k\neq 0)$ 的图象经过点 A（3，−2）和点 B（2，m），则 m 的值为______.

13．若关于 x 的一元二次方程 $x^2+6x+m=0$ 有两个实数根，则实数 m 的取值范围是______.

14．如图，点 A，B，C 在⊙O 上，若∠CAB = 60°，CB = 6，则⊙O 的半径为______.



15．某公司销售部在出售一批柑橘前需要先进行“柑橘损坏率”统计，去掉损坏的柑橘后，再确定柑橘的

售价. 下表是销售部随机取样得到的“柑橘损坏率”统计表的一部分：

柑橘总质量 n/kg	250	300	350	400	450	500	550	600
损坏的柑橘质量 m/kg	24.75	30.93	35.12	39.97	44.54	51.07	55.13	61.98
柑橘损坏的频率 $\frac{m}{n}$	0.099	0.103	0.100	0.099	0.099	0.102	0.100	0.103

估计这批柑橘完好的概率为______（结果精确到 0.1）.

16．甲、乙、丙三位同学进行象棋比赛训练，两人先比，若分出胜负，则由第三个人与胜者比赛；若是和棋，则这两个人继续下一局比赛，直到分出胜负. 如此进行……比赛若干局后，甲胜 4 局，负 2 局；乙胜 3 局，负 3 局；若丙负 3 局，那么丙胜了

______局，三位同学至少进行了______局比赛.

三、解答题（共 68 分，第 17-20 题，每题 5 分，第 21 题 6 分，第 22 题 5 分，第 23-24 题，每题 6 分，第 25 题 5 分，第 26 题 6 分，第 27-28 题，每题 7 分）

解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程.

17．计算：$(\frac{1}{3})^{-1}+\sqrt{18}+\left|-\sqrt{2}\right|-4\cos 45°$.

18．解不等式组：$\begin{cases} 2x-1<5-x, \\ \dfrac{3+5x}{3}>2x. \end{cases}$

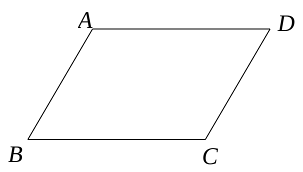
19．已知 $x^2-x-1=0$，求代数式 $(x+3)(x-3)+x(x-2)$ 的值.

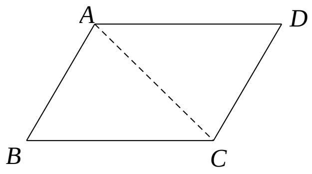
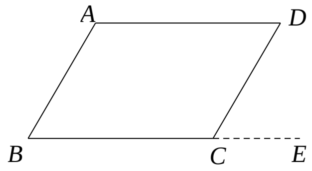
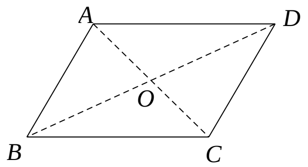
20．下面是晓彤在证明“平行四边形的对角相等”这个性质定理时使用的三种添加辅助线的方法，请你选择其中一种，完成证明.

平行四边形性质定理：平行四边形的对角相等.

已知：如图，$\square ABCD$.

求证：$\angle BAD=\angle BCD$，$\angle ABC=\angle ADC$.

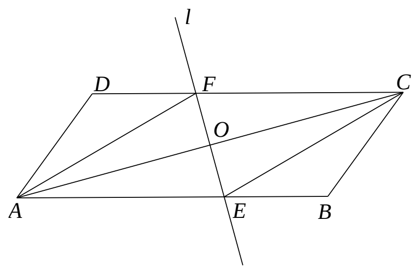


方法一:	方法二:	方法三:
证明：如图，连接 AC. 	证明：如图，延长 BC 至点 E. 	证明：如图，连接 AC、BD，AC 与 BD 交于点 O. 

21．如图，点 O 为▱$ABCD$ 的对角线 AC 的中点，直线 l 绕点 O 旋转，当 $l\perp AC$ 时，与边 AB，CD 分别交于点 E，F，连接 AF，CE.

（1）求证：四边形 $AECF$ 是菱形；

（2）若 $\angle BAC=15°$，$BE=1$，$EC=2$，求▱$ABCD$ 的面积.



22．在平面直角坐标系 xOy 中，函数 $y=kx+b\,(k\neq 0)$ 的图象经过点 A（2，－1），且与函数 $y=x$ 的图象交于点 B（1，a）.

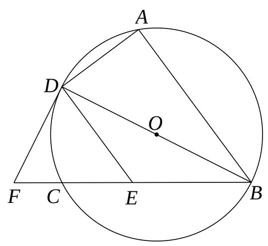
（1）求 a 的值及函数 $y=kx+b\,(k\neq 0)$ 的表达式；

（2）当 $x\leqslant 0$ 时，对于 x 的每一个值，函数 $y=x+m$ 的值小于函数 $y=kx+b\,(k\neq 0)$ 的值，直接写出 m 的取值范围.

23．如图，A，B，C 三点在⊙O 上，直径 BD 平分 $\angle ABC$，过点 D 作 $DE\parallel AB$ 交弦 BC 于点 E，在 BC 的延长线上取一点 F，使得 $\angle BFD=\angle ADB$.

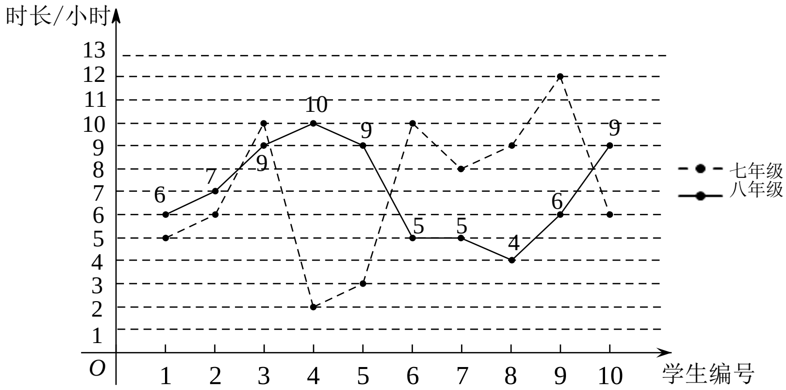
（1）求证：DF 是⊙O 的切线；

（2）若 $AD=4$，$DE=5$，求 DF 的长.



24．青少年的健康素质是全民族健康素质的基础. 某校为了解学生寒假参加体育锻炼的情况，从七、八、九年级学生中各随机抽取了该年级学生人数的 5%，调查了他们平均每周参加体育锻炼的时长，并对这些数据进行整理、描述和分析，下面给出部分信息.

a．七、八年级学生平均每周参加体育锻炼时长数据的折线图如下：



b．九年级学生平均每周参加体育锻炼的时长：

7，8，8，11，9，7，6，8

c．七、八、九年级学生平均每周参加体育锻炼时长的平均数、中位数、众数：

年级	平均数	中位数	众数
七年级	7.1	7	6，10
八年级	7	m	n
九年级	p	8	8

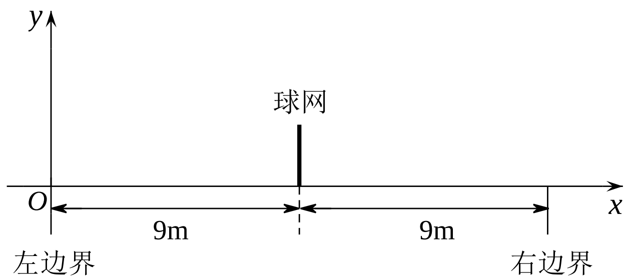
根据所给信息，回答下列问题：

（1）表中 m 的值是______，n 的值是______，p 的值是______；

（2）设七、八、九三个年级学生参加体育锻炼时长的方差分别是 s_1^2，s_2^2，s_3^2，直接写出 s_1^2，s_2^2，s_3^2 之间的大小关系________（用“<”连接）；

（3）估计全校九年级所有学生中，共有______名学生参加体育锻炼的时长不少于 9 小时.

25．排球场的长度为 18m，球网在场地中央且高度为 2.24m. 排球出手后的运动路线可以看作是抛物线的一部分，建立如图所示的平面直角坐标系，排球运动过程中的竖直高度 y（单位：m）与水平距离 x（单位：m）近似满足函数关系 $y=a(x-h)^2+k(a<0)$.



（1）某运动员第一次发球时，测得水平距离 x 与竖直高度 y 的几组数据如下：

水平距离 x/m	0	2	4	6	11	12
竖直高度 y/m	2.48	2.72	2.8	2.72	1.82	1.52

①根据上述数据，求这些数据满足的函数关系 $y=a(x-h)^2+k(a<0)$；

②判断该运动员第一次发球能否过网______（填“能”或“不能”）.

（2）该运动员第二次发球时，排球运动过程中的竖直高度 y（单位：m）与水平距离 x（单位：m）近似满足函数关系 $y=-0.02(x-4)^2+2.88$，请问该运动员此次发球是否出界，并说明理由.

26．平面直角坐标系 xOy 中，抛物线 $y=ax^2-4x+3a$ 的对称轴为直线 $x=n$.

（1）若抛物线经过点（1，0），求 a 和 n 的值；

（2）若抛物线上存在两点 A（x_1，m）和 B（x_2，m+1），$x_1=n$.

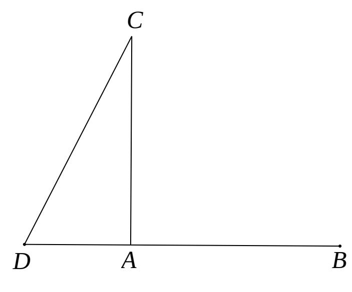
①判断抛物线的开口方向，并说明理由；

②若 $|x_2-x_1|\leqslant 1$，求 a 的取值范围.

27．如图，$\angle BAC=90°$，$AB=AC$，点 D 是 BA 延长线上一点，连接 DC，点 E 和点 B 关于直线 DC 对称，连接 BE 交 AC 于点 F，连接 EC，ED，DF.

（1）依题意补全图形，并求 $\angle DEC$ 的度数；

（2）用等式表示线段 EC，ED 和 CF 之间的数量关系，并证明.



28．在平面直角坐标系 xOy 中，有图形 W 和点 P，我们规定：若图形 W 上存在点 M、N（点 M 和 N 可以重合），满足 $PM = P'N$，其中点 P' 是点 P 关于 x 轴的对称点，则称点 P 是图形 W 的“对称平衡点”．

（1）如图 28-1 所示，已知，点 A（0，2），点 B（3，2）．

①在点 P_1（0，1），P_2（1，－1），P_3（4，1）中，是线段 AB 的“对称平衡点” 的是

__________；

②线段 AB 上是否存在线段 AB 的“对称平衡点”？若存在，请求出符合要求的 “对称平衡点” 的横坐标的范围，若不存在，请说明理由；

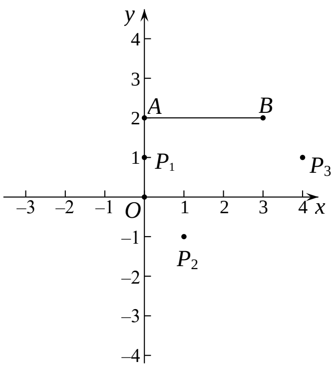


图 28-1

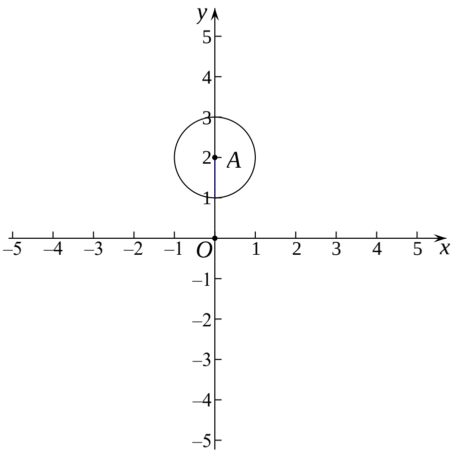


图 28-2

（2）如图 28-2，以点 A（0，2）为圆心，1 为半径作⊙A. 坐标系内的点 C 满足 $AC = 2$，再以点 C 为圆心，1 为半径作⊙C，若⊙C 上存在⊙A 的“对称平衡点”，直接写出 C 点纵坐标 y_C 的取值范围.

房山区 2023 年九年级数学模拟测试（二）

参考答案

一、选择题（共 16 分，每题 2 分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	A	D	C	B	B	D	D	C

二、填空题（共16分，每题2分）

9. $x\neq 7$；　　10. $a(m+2)(m-2)$　　11. $x=5$　　12. -3

13. $m\leqslant 9$　　14. $2\sqrt{3}$　　15. 0.9　　16. 1，8

三、解答题（共 68 分，第 17–20 题，每题 5 分，第 21 题 6 分，第 22 题 5 分，第 23–24 题，每题 6 分，第 25 题 5 分，第 26 题 6 分，第 27–28 题，每题 7 分）

17. 原式 $=3+3\sqrt{2}+\sqrt{2}-4\times\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ ························ 4 分

$=3+4\sqrt{2}-2\sqrt{2}$

$=3+2\sqrt{2}$ ························ 5 分

18. $\begin{cases}2x-1<5-x, & ① \\ \dfrac{3+5x}{3}>2x. & ②\end{cases}$

解：由①得：$x<2$ ························ 2 分

由②得：$x<3$ ························ 4 分

∴不等式组的解集为 $x<2$ ························ 5 分

19. 原式 $=x^2-9+x^2-2x$ ························ 2 分

$=2x^2-2x-9$ ························ 3 分

∵ $x^2-x-1=0$

∴ $2x^2-2x=2$ ························ 4 分

∴ 原式 $=2-9=-7$ ························ 5 分

20. 方法一：

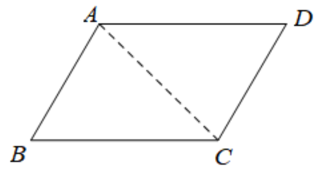
证明：$\because$ ▱$ABCD$，

$\therefore AD\parallel BC$，$AB\parallel CD$， ……………………… 1 分

$\therefore \angle DAC=\angle ACB$，$\angle BAC=\angle ACD$， ……………………… 2 分

$\therefore \angle DAC+\angle BAC=\angle ACB+\angle ACD$，

即 $\angle BAD=\angle BCD$， ……………………… 3 分



在 $\triangle ACD$ 与 $\triangle CAB$ 中

$$\begin{cases}\angle DAC=\angle ACB,\\ AC=CA,\\ \angle DCA=\angle BAC\end{cases}$$

$\therefore \triangle ACD\cong\triangle CAB$

$\therefore \angle D=\angle B$ ……………………… 5 分

方法二：

证明：$\because$ ▱$ABCD$，

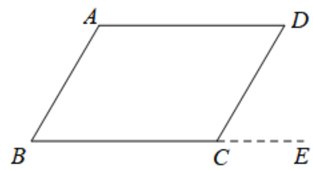
$\therefore AD\parallel BC$，$AB\parallel CD$， ……………………… 1 分

$\therefore \angle D=\angle DCE$，$\angle B=\angle DCE$， ……………………… 2 分

$\therefore \angle B=\angle D$， ……………………… 3 分

又 $\because \angle D+\angle BCD=180°$，$\angle A+\angle B=180°$

$\therefore \angle A=\angle BCD$ ……………………… 5 分



方法三：

证明：$\because$ ▱$ABCD$，

$\therefore AD\parallel BC$，$AB\parallel CD$ ……………………… 1 分

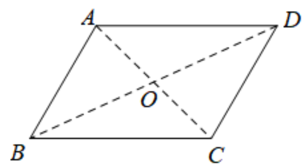
$\therefore \angle DAC=\angle ACB$，$\angle ADB=\angle DBC$，

$\angle BAC=\angle ACD$，$\angle ABD=\angle BDC$， ……………………… 2 分

$\therefore \angle DAC+\angle BAC=\angle ACB+\angle ACD$，

$\angle ADB+\angle BDC=\angle DBC+\angle ABD$ ……………………… 4 分

即 $\angle BAD=\angle BCD$，$\angle ABC=\angle ADC$ ……………………… 5 分



21.（1）$\because$ ▱$ABCD$

$\therefore AB\parallel DC$ ……………………… 1 分

$\therefore \angle EAO=\angle FCO, \angle AEO=\angle CFO$

$\because O$ 为 AC 的中点

$\therefore OA=OC$

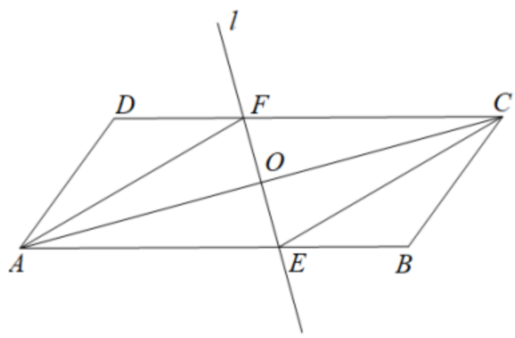
$\therefore \triangle AOE\cong\triangle COF$

$\therefore OE=OF$ ……………………… 2 分

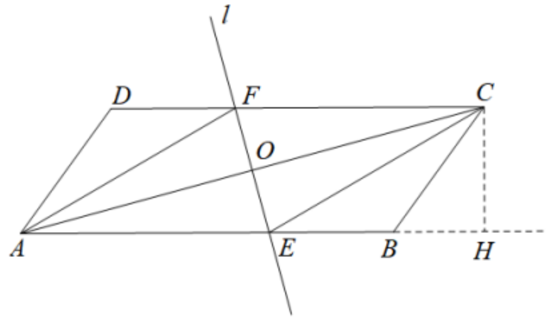
$\therefore$ 四边形 $AECF$ 是平行四边形

$\because l\perp AC$

$\therefore$ 四边形 $AECF$ 是菱形 ……………………… 3 分



（2）过点 C 作 $CH\perp AB$ 于点 H. ························ 4 分



∴$\angle AHC=90°$,

∵四边形 $AECF$ 是菱形

∵$AE=EC=2, \angle BAC=\angle ACE=15°$,

∴$\angle HEC=\angle BAC+\angle ACE=30°$

∴$CH=1$ ························ 5 分

∵$BE=1$

∴$AB=3$

∴ ▱$ABCD$ 的面积$=AB\times CH=3\times 1=3$ ························ 6 分

（其他解法酌情给分）

22.（1）把点 B（1，a）代入 $y=x$ 中，

$a=1$， ························ 1 分

∴B（1，1）

把点 A（2，-1），B（1，1）代入 $y=kx+b$（$k\neq 0$）中，

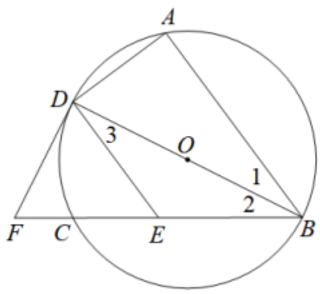
$$\begin{cases} k+b=1, \\ 2k+b=-1. \end{cases}$$ ························ 2 分

解得 $\begin{cases} k=-2, \\ b=3. \end{cases}$

∴ 一次函数的表达式为 $y=-2x+3$. ························ 3 分

（2）$m<3$ ························ 5 分

23. （1）证明：∵ BD 平分 $\angle ABC$，



∴ $\angle 1=\angle 2$.

∵ BD 是⊙O 的直径，

∴ $\angle A=90°$.

∴ $\angle 1+\angle ADB=90°$ ························1 分

∵$\angle F=\angle ADB$，$\angle 1=\angle 2$.

∴ $\angle 2+\angle F=90°$.

∴ $\angle FDB=90°$.

∴ $OD\perp DF$.

∵OD 是半径，

∴ DF 是⊙O 的切线. ························2 分

（2）连接 DC

∵ BD 是⊙O 的直径，

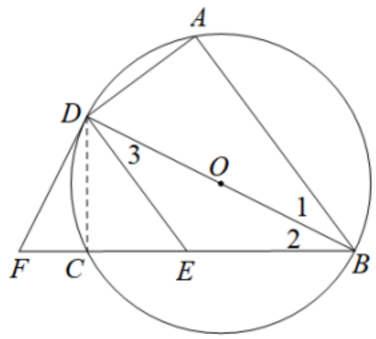
∴ $\angle DCB=90°$.

∵ BD 平分 $\angle ABC$，$AD=4$

∴$DC=DA=4$ ························3 分

∵$DE=5$

∴ $CE=\sqrt{DE^2-DC^2}=3$， ························4 分



∵ $DE/\!/AB$，

∴ $\angle 1=\angle 3$.

∵ $\angle 1=\angle 2$

∴ $\angle 3=\angle 2$

∴ $EB=DE=5$

∴$CB=3+5=8$ ························5 分

∴ $DB=\sqrt{DC^2+CB^2}=\sqrt{4^2+8^2}=4\sqrt{5}$

又 $\angle FDB=\angle DCB=90°$，$\angle 2=\angle 2$

∴$\triangle FDB\backsim\triangle DCB$

∴ $\dfrac{DF}{DC}=\dfrac{DB}{CB}$

即 $\dfrac{DF}{4}=\dfrac{4\sqrt{5}}{8}$

∴ $DF=2\sqrt{5}$ ························6 分

（其他解法酌情给分）

24. （1）$m=6.5$，$n=9$，$p=8$ ························3 分

（2）$S_3{}^2<S_2{}^2<S_1{}^2$ ························5 分

（3）40 ························6 分

25. （1）①由表中数据可得顶点（4，2.8）

设 $y=a(x-4)^2+2.8$ （$a<0$） ……………………1 分

把（0，2.48）代入得 $a=-0.02$

∴所求函数关系为 $y=-0.02(x-4)^2+2.8$ ……………………2 分

② 能. ……………………3 分

（2）判断：没有出界. ……………………4 分

令 y=0, 解得 $x_1=-8$（舍）， $x_2=16$

∵ $x_2=16<18$，

∴没有出界. ……………………5 分

（其他解法酌情给分）

26.（1）把（1，0）代入 $y=ax^2-4x+3a$ 得 a=1， ……………………1 分

n=2 ……………………2 分

（2）①开口向上 ……………………3 分

∵$x_1=n$，又对称轴为 $x=n$

∴A（n，m）是抛物线的顶点

∵B（x_2，$m+1$），且 $m+1>m$，

∴点 B 在顶点 A 的上方 ……………………4 分

∴抛物线开口向上

② 设 $|x_2-x_1|=1$，

∵$x_1=n$ ∴$x_2=n+1$ 或 $x_2=n-1$

将抛物线平移，使其顶点 A（n，m）落在坐标原点，

平移 a 的值不变，平移后抛物线表达式为 $y=ax^2$，

此时 A（0，0），∴B（1，1）或 B（-1，1）

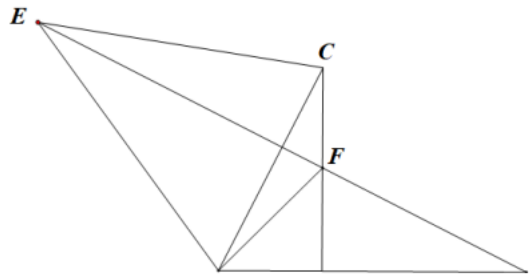
将 B（1，1）代入 $y=ax^2$ 得 a=1

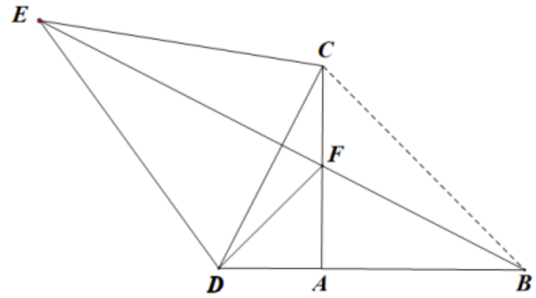
∵$|x_2-x_1|\leqslant 1$，结合图象

∴a 的取值范围为 $a\geqslant 1$. ……………………6 分

（其他解法酌情给分）

27.（1）补全图形　　　　　　　　……………………1 分





连接 CB，

∵ $\angle BAC = 90°$，$AB = AC$

∴ $\angle ABC = 45°$　　　　　　……………………2 分

∵点 E 和点 B 关于直线 DC 对称

∴$EC = BC$，$ED = BD$

∵$DC = DC$

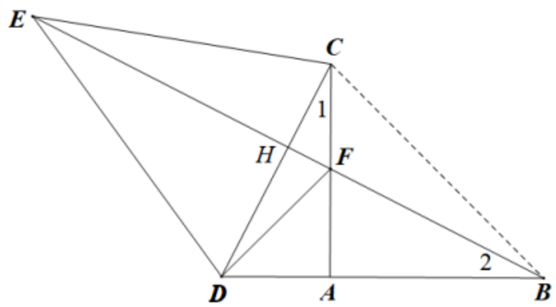
∴$\triangle EDC \cong \triangle BDC$（SSS）

∴ $\angle DEC = \angle DBC = 45°$　　……………………3 分

（2）$ED + CF = \sqrt{2}EC$　　　……………………4 分

∵点 E、B 关于直线 CD 对称

∴$EB \perp CD$, 设垂足为 H



则 $\angle CHF = 90° = \angle BAC$

∵ $\angle HFC = \angle AFB$

∴ $\angle 1 = \angle 2$

∵$AC = AB$，$\angle DAC = \angle FAB = 90°$

∴$\triangle DAC \cong \triangle FAB$(ASA)

∴$AD = AF$　　　　　　　　　　　　　　　　　……………………5 分

∴$ED = BD = AD + AB = AF + AC = AC - CF + AC = 2AC - CF$　　……………………6 分

∵ $AC = \dfrac{\sqrt{2}}{2}BC = \dfrac{\sqrt{2}}{2}EC$

∴$ED = 2 \times \dfrac{\sqrt{2}}{2}EC - CF = \sqrt{2}EC - CF$

即　$ED + CF = \sqrt{2}EC$　　　　　　　　　　……………………7 分

（其他证法酌情给分）

28. （1）①P_1，P_3；　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　······················1 分

②不存在.　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　······················2 分

设 P 为线段 AB 上任意一点，则它与线段 AB 上点的距离最小值为 0，最大值为 PA 和 PB 中的较大值；显然 $PA \leqslant 3$，$PB \leqslant 3$；

点 P 关于 x 轴的对称点为 P'，它到线段 AB 上任意一点的距离 $\geqslant 4$

即若 M, N 是线段 AB 上的任意两点，$PM \leqslant 3$, $P'N \geqslant 4$，不存在 $PM=P'N$

∴线段 AB 上不存在线段 AB 的“对称平衡点”.　　　　　　　　　······················3 分

（2）$0 \leqslant y_C \leqslant 2$　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　······················7 分