

# 2020 北京人大附中初三（下）练习 2

## 数 学

2020.3

命题人：陈维兵、王宇 审题人：孙芳

考 生 须 知	1. 本试卷共 10 页，共三道大题，28 道小题，满分 100 分。考试时间 120 分钟。 2. 在试卷和答题卡上准确填写学校名称、姓名和准考证号。 3. 试题答案一律填涂或书写在答题卡上，在试卷上作答无效。 4. 在答题卡上，选择题、作图题用 2B 铅笔作答，其他试题用黑色字迹签字笔作答。 5. 考试结束，将答题卡和草稿纸一并交回。
------------------	--

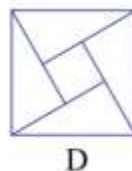
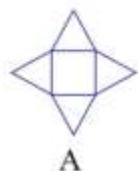
### 一、选择题（本题共 16 分，每小题 2 分）

第 1-8 题均有四个选项，符合题意的选项只有一个

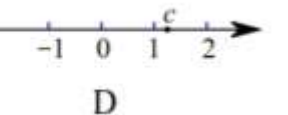
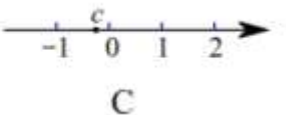
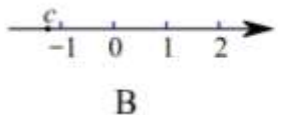
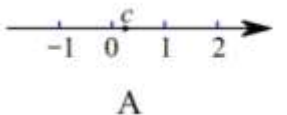
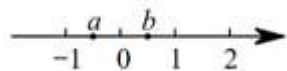
1. 截止到 3 月 26 日 0 时，全球感染新型冠状病毒肺炎的人数已经突破 380000 人，“山川异域，风月同天”，携手抗“疫”，刻不容缓. 将 380000 用科学记数法表示为

A.  $0.38 \times 10^6$       B.  $3.8 \times 10^5$       C.  $38 \times 10^4$       D.  $3.8 \times 10^6$

2. 在下列图案中，既是轴对称图形，又是中心对称图形的是



3. 实数  $a$ ,  $b$  在数轴上的对应点的位置如图所示，如果  $ab = c$ ，那么实数  $c$  在数轴上的对应点的位置可能是



4. 若一个正多边形的每一个外角都是  $40^\circ$ ，则这个多边形的边数为

A. 6      B. 7      C. 8      D. 9

5. 右图是某几何体的三视图，则这个几何体是

A. 球      B. 圆柱

C. 圆锥

D. 三棱柱

6. 如果  $a - b = 1$ , 那么代数式的值是  $\left(1 - \frac{b^2}{a^2}\right) \cdot \frac{2a^2}{a+b}$

A. 2

B. -2

C. 1

D. -1

7. 某校交响乐团有 90 名成员, 下表是合唱团成员年龄分布统计表:

年龄 (单位: 岁)	13	14	15	16	17
频数 (单位: 名)	17	29	$x$	$26 - x$	18

对于不同的  $x$ , 下列关于年龄的统计量不会发生改变的是

A. 平均数、中位数

B. 平均数、方差

C. 众数、中位数

D. 众数、方差

8. 小宇设计了一个随机碰撞模拟器: 在模拟器中有 A, B, C 三种型号的小球, 它们随机运动, 当两个小球相遇时会发生碰撞 (不考虑多个小球相撞的情况). 若相同型号的两个小球发生碰撞, 会变成一个 C 型小球; 若不同型号的两个小球发生碰撞, 则会变成另外一种型号的小球, 例如, 一个 A 型小球和一个 C 型小球发生碰撞, 会变成一个 B 型小球. 现在模拟器中有 A 型小球 12 个, B 型小球 9 个, C 型小球 10 个, 如果经过各种两两碰撞后, 最后只剩一个小球. 以下说法:

①最后剩下的小球可能是 A 型小球;

②最后剩下的小球一定是 B 型小球;

③最后剩下的小球一定不是 C 型小球.

其中正确的说法是:

A. ①

B. ②③

C. ③

D. ①③

二、填空题 (本题共 16 分, 每小题 2 分)

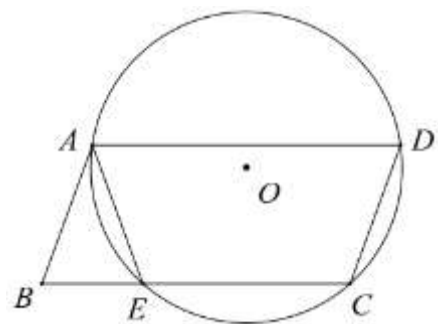
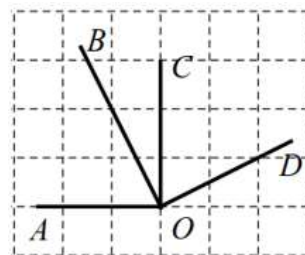
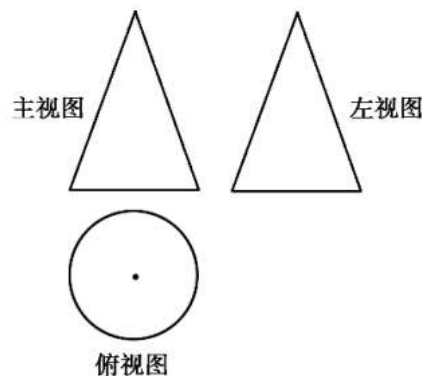
9. 如果代数式  $\frac{x-1}{2x}$  的值为 0, 则  $x$  的值为\_\_\_\_\_.

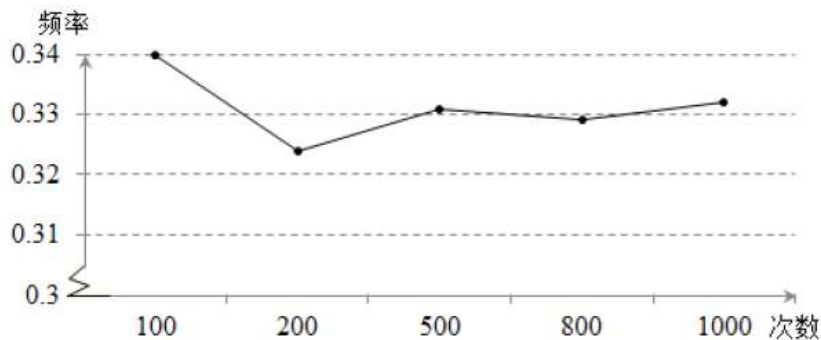
10. 如图所示的网格是正方形网格, 则  $\angle AOB$  \_\_\_\_\_  $\angle COD$ . (填 “>”, “=” 或 “<”)

11. 分解因式:  $x^3 - 9x =$ \_\_\_\_\_.

12. 如图, 四边形  $ABCD$  是平行四边形,  $\odot O$  经过点  $A, C, D$ , 与  $BC$  交于点  $E$ , 连接  $AE$ , 若  $\angle D = 70^\circ$ , 则  $\angle BAE =$ \_\_\_\_\_°.

13. 某小组做 “用频率估计概率” 的试验时, 统计了某一事件发生的频率, 绘制了如图所示的折线图.





该事件最有可能是\_\_\_\_\_（填写一个你认为正确的序号）。

①掷一个质地均匀的正六面体骰子，向上一面的点数是 2；

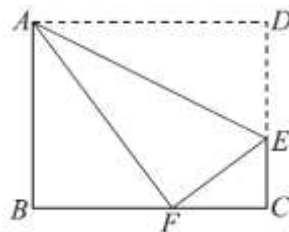
②掷一枚硬币，正面朝上；

③暗箱中有 1 个红球和 2 个黄球，这些球除了颜色外无其他差别，从中任取一球是红球。

14. 某活动小组购买了 4 个篮球和 5 个足球，一共花费 435 元，其中篮球的单价比足球的单价多 3 元，求篮球的单价和足球的单价. 设篮球的单价为  $x$  元，足球的单价为  $y$  元，依题意，可列方程组为\_\_\_\_\_.

15. 如图，在矩形  $ABCD$  中，点  $E$  在边  $CD$  上，将矩形  $ABCD$  沿  $AE$  所在直线折叠，点  $D$  恰好落在边  $BC$  上的点  $F$  处.

若  $AB = 8$ ， $DE = 5$ ，则折痕  $AE$  的长为\_\_\_\_\_.



16. 在  $\square ABCD$  中，对角线  $AC$ ， $BD$  交于点  $O$ ， $E$  是边  $AD$  上的一个动点（与点  $A$ ， $D$  不重合），连接  $EO$  并延长，交  $BC$  于点  $F$ ，连接  $BE$ ， $DF$ . 下列说法：

①对于任意的点  $E$ ，四边形  $BEDF$  都是平行四边形；

②当  $\angle ABC > 90^\circ$  时，至少存在一个点  $E$ ，使得四边形  $BEDF$  是矩形；

③当  $AB < AD$  时，至少存在一个点  $E$ ，使得四边形  $BEDF$  是菱形；

④当  $\angle ADB = 45^\circ$  时，至少存在一个点  $E$ ，使得四边形  $BEDF$  是正方形.

所有正确说法的序号是\_\_\_\_\_.

三、解答题（本题共 68 分，第 17-22 题，每小题 5 分，第 23-26 题，每小题 6 分，第 27-28 题，每小题 7 分）

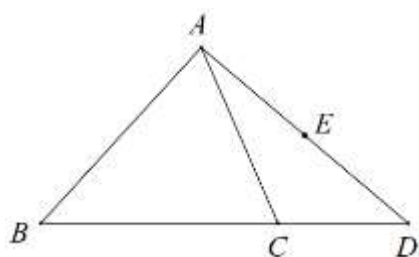
17. 计算： $|1 - \sqrt{3}| + 2\cos 30^\circ - \sqrt{12} - 2020^0$ ；

18. 解不等式组:  $\begin{cases} 2(x-1) < x \\ \frac{x-5}{3} < x+1 \end{cases}$

19. 如图,  $\triangle ABC$  中,  $AB = BC$ ,  $D$  在  $BC$  的延长线上, 连接  $AD$ ,  $E$  为  $AD$  中点.

(1) 尺规作图: 作  $\angle ABC$  的平分线, 与线段  $AC$  交于点  $F$ , 连接  $EF$ ;

(2) 根据 (1) 中所作的图形, 证明:  $EF \parallel BC$ .



20. 已知关于  $x$  的方程  $x^2 - 4x + m + 2 = 0$  有两个不相等的实数根.

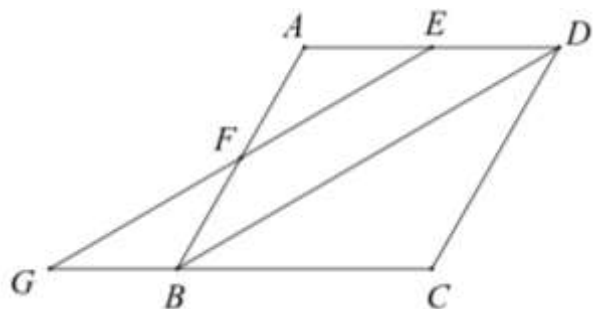
(1) 求  $m$  的取值范围;

(2) 若  $m$  为满足条件的最大整数, 求方程的根.

21. 如图, 菱形  $ABCD$  中,  $E, F$  分别为  $AD, AB$  上的点, 且  $AE = AF$ , 连接并延长  $EF$ , 与  $CB$  的延长线交于点  $G$ , 连接  $BD$ .

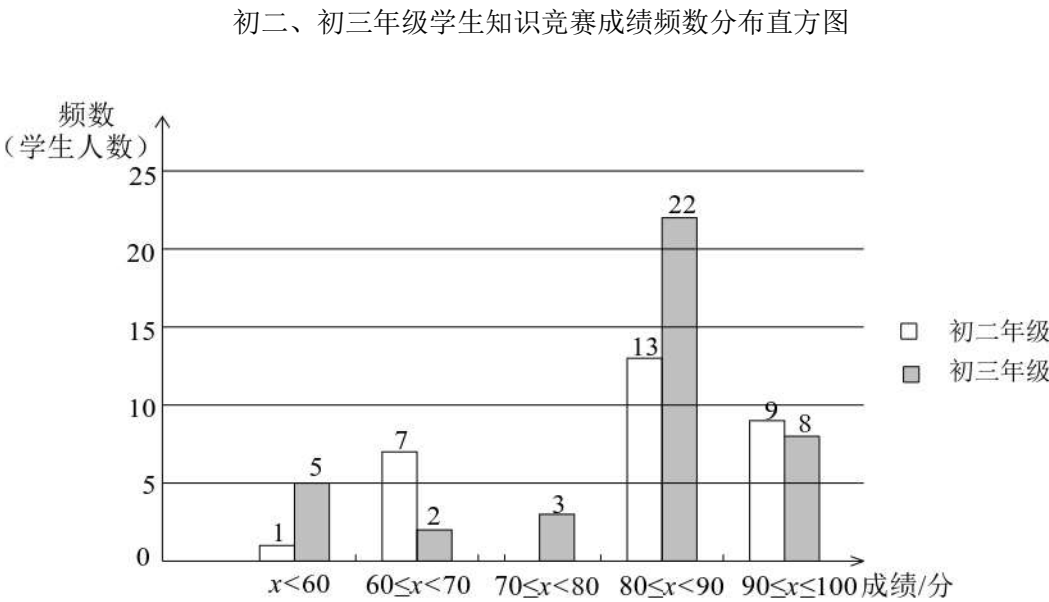
(1) 求证: 四边形  $EGBD$  是平行四边形;

(2) 连接  $AG$ , 若  $\angle FGB = 30^\circ$ ,  $GB = AE = 2$ , 求  $AG$  的长.



22. 某学校初二和初三两个年级各有 600 名同学，为了科普卫生防疫知识，学校组织了一次在线知识竞赛，小宇分别从初二、初三两个年级随机抽取了 40 名同学的成绩（百分制），并对数据（成绩）进行整理、描述和分析，下面给出了部分信息.

a. 初二、初三年级学生知识竞赛成绩不完整的频数分布直方图如下（数据分成 5 组： $x < 60$ ， $60 \leq x < 70$ ， $70 \leq x < 80$ ， $80 \leq x < 90$ ， $90 \leq x < 100$ ）：



b. 初二年级学生知识竞赛成绩在 $80 \leq x < 90$ 这一组的数据如下：

80      80      81      83      83      84      84      85      86      87      88      89      89

c. 初二、初三学生知识竞赛成绩的平均数、中位数、方差如下：

	平均数	中位数	方差
初二年级	80.8	$m$	96.9
初三年级	80.6	86	153.3

根据以上信息，回答下列问题：

- (1) 补全上面的知识竞赛成绩频数分布直方图；
- (2) 写出表中 $m$ 的值；
- (3) A 同学看到上述的信息后，说自己的成绩能在本年级排在前 40%，B 同学看到 A 同学的成绩后说：“很遗憾，你的成绩在我们年级进不了前 50%”. 请判断 A 同学是\_\_\_\_\_（填“初二”或“初三”）年级的学生，你判断的理由是\_\_\_\_\_.
- (4) 若成绩在 85 分及以上为优秀，请估计初二年级竞赛成绩优秀的人数为\_\_\_\_\_.

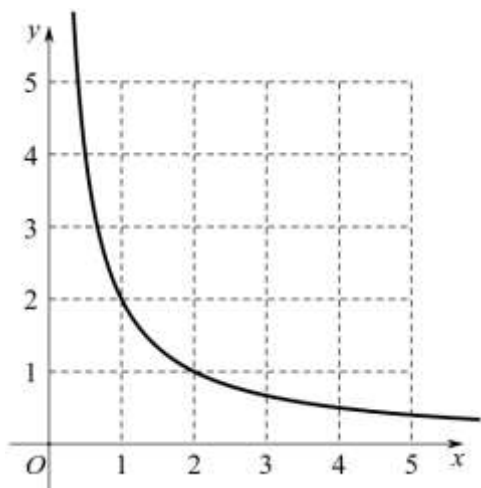
23. 在平面直角坐标系 $xOy$ 中, 函数 $y = \frac{2}{x} (x > 0)$ 的图象与直线 $l_1: y = \frac{1}{3}x + k (k > 0)$ 交于点 $A$ , 与直线 $l_2: x = k$ 交于点 $B$ , 直线 $l_1$ 与 $l_2$ 交于点 $C$ .

(1) 当点 $A$ 的横坐标为 1 时, 求此时 $k$ 的值;

(2) 横、纵坐标都是整数的点叫做整点. 记函数 $y = \frac{2}{x} (x > 0)$ 的图象在点 $A$ 、 $B$ 之间的部分与线段 $AC$ , 线段 $BC$ 围成的区域 (不含边界) 为 $W$ .

①当 $k = 3$ 时, 结合函数图象, 求区域 $W$ 内的整点个数;

②若区域 $W$ 内只有 1 个整点, 直接写出 $k$ 的取值范围.



24. 某种型号的电热水器工作过程如下：在接通电源以后，从初始温度 $20^{\circ}\text{C}$ 下加热水箱中的水，当水温达到设定温度 $60^{\circ}\text{C}$ 时，加热停止；此后水箱中的水温开始逐渐下降，当下降到保温温度 $30^{\circ}\text{C}$ 时，再次自动加热水箱中的水至 $60^{\circ}\text{C}$ ，加热停止；当水箱中的水温下降到 $30^{\circ}\text{C}$ 时，再次自动加热，……，按照以上方式不断循环.

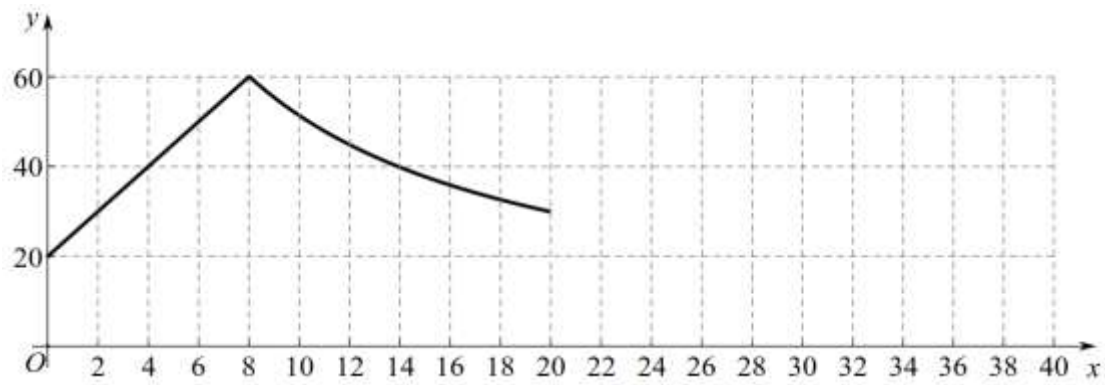
小宇根据学习函数的经验，对该型号电热水器水箱中的水温随时间变化的规律进行了探究，发现水温 $y$ 是时间 $x$ 的函数，其中  $y$ （单位： $^{\circ}\text{C}$ ）表示水箱中水的温度， $x$ （单位： $\text{min}$ ）表示接通电源后的时间.

下面是小宇的探究过程，请补充完整：

（1）小宇记录了从初始温度 $20^{\circ}\text{C}$ 第一次加热至设定温度 $60^{\circ}\text{C}$ ，之后水温冷却至保温温度 $30^{\circ}\text{C}$ 的过程中， $y$ 随 $x$ 的变化情况，如下表所示：

接通电源后的时间 $x$ （min）	0	2	4	8	10	12	14	16	18	20	...
水箱中水的温度 $y$ （ $^{\circ}\text{C}$ ）	20	30	40	60	51	45	40	36	33	30	...

- ①请写出一个符合加热阶段  $y$  与  $x$  关系的函数解析式\_\_\_\_\_；
- ②根据该电热水器的工作特点，当第二次加热至设定温度 $60^{\circ}\text{C}$ 时，距离接通电源的时间 $x$ 为\_\_\_\_\_  $\text{min}$ .
- （2）根据上述的表格，小宇画出了当 $0 \leq x \leq 20$ 时的函数图象，请根据该电热水器的工作特点，帮他画出当 $20 \leq x \leq 40$ 时的函数图象.

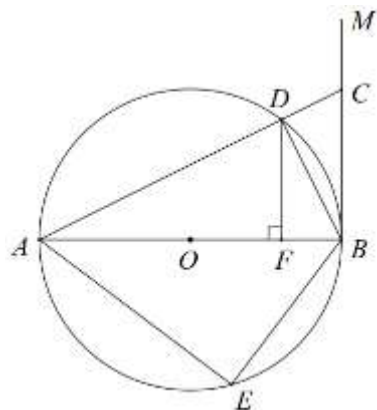


- （3）已知适宜人体沐浴的水温约为 $35^{\circ}\text{C} - 50^{\circ}\text{C}$ ，小宇在上午 8 点整接通电源，水箱中水温为 $20^{\circ}\text{C}$ ，热水器开始按上述模式工作，若不考虑其他因素的影响，请问在上午 9 点 30 分时，热水器的水温\_\_\_\_\_（填“是”或“否”）适合他沐浴，理由是\_\_\_\_\_.

25. 如图,  $AB$  是  $\odot O$  的直径, 过点  $B$  作  $\odot O$  的切线  $BM$ , 点  $C$  为  $BM$  上一点, 连接  $AC$  与  $\odot O$  交于点  $D$ ,  $E$  为  $\odot O$  上一点, 且满足  $\angle EAC = \angle ACB$ , 连接  $BD$ ,  $BE$ .

(1) 求证:  $\angle ABE = 2\angle CBD$ ;

(2) 过点  $D$  作  $AB$  的垂线, 垂足为  $F$ , 若  $AE = 6$ ,  $BF = \frac{3}{2}$ , 求  $\odot O$  的半径长.





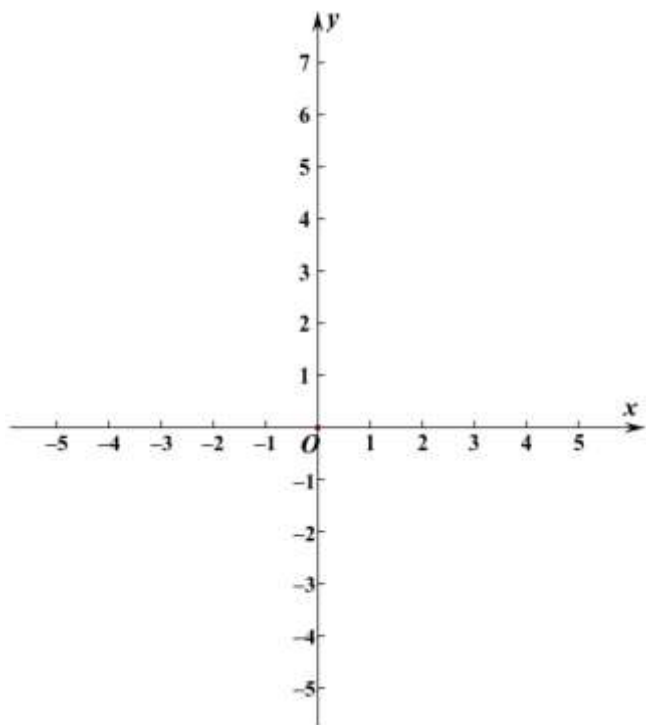
26. 在平面直角坐标系 $xOy$ 中, 抛物线 $M: y = -x^2 + 2bx + c$ 与直线 $l: y = 9x + 14$ 交于点 $A$ , 且点 $A$ 的横坐标为 $-2$ .

(1) 请用 $b$ 的代数式表示 $c$ .

(2) 点 $B$ 在直线 $l$ 上, 点 $B$ 的横坐标为 $-1$ , 点 $C$ 的坐标为 $(b, 5)$ .

①若抛物线 $M$ 还过点 $B$ , 求该抛物线的解析式.

②若抛物线 $M$ 与线段 $BC$ 恰有一个交点, 直接写出 $b$ 的取值范围.

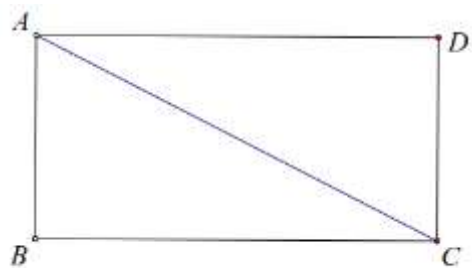
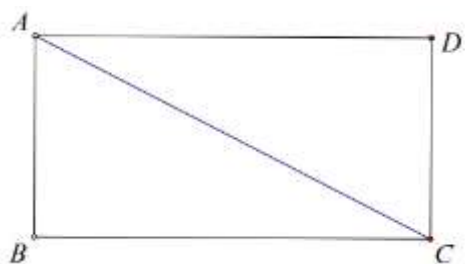


27. 在矩形 $ABCD$ 中,  $AD > AB$ , 连接 $AC$ , 线段 $AC$ 绕点 $A$ 逆时针 $90^\circ$ 旋转得到线段 $AE$ , 平移线段 $AE$ 得到线段 $DF$  (点 $A$ 与点 $D$ 对应, 点 $E$ 与点 $F$ 对应), 连接 $BF$ , 分别交 $AD$ ,  $AC$ 于点 $G$ ,  $M$ , 连接 $EF$ .

(1) 依题意补全图形.

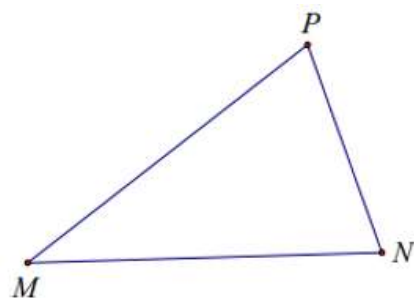
(2) 求证:  $EG \perp AD$ .

(3) 连接 $EC$ , 交 $BF$ 于点 $N$ , 若 $AB = 2$ ,  $BC = 4$ , 设 $BM = a$ ,  $NF = b$ , 试比较 $(a + 1)(b + 1)$ 与 $9 + 6\sqrt{2}$ 之间的大小关系, 并证明.



备用图

28. 对于平面内的点 $M$ 和点 $N$ ，给出如下定义：点 $P$ 为平面内的一点，若点 $P$ 使得 $\triangle PMN$ 是以 $\angle M$ 为顶角且 $\angle M$ 小于 $90^\circ$ 的等腰三角形，则称点 $P$ 是点 $M$ 关于点 $N$ 的锐角等腰点. 如图，点 $P$ 是点 $M$ 关于点 $N$ 的锐角等腰点. 在平面直角坐标系 $xOy$ 中，点 $O$ 是坐标原点.



- (1) 已知点 $A(2, 0)$ ，在点 $P_1(0, 2)$ ， $P_2(1, \sqrt{3})$ ， $P_3(-1, \sqrt{3})$ ， $P_4(2, -2)$ 中，是点 $O$ 关于点 $A$ 的锐角等腰点的是\_\_\_\_\_.

- (2) 已知点 $B(3, 0)$ ，点 $C$ 在直线 $y = 2x + b$ 上，若点 $C$ 是点 $O$ 关于点 $A$ 的锐角等腰点，求实数 $b$ 的取值范围.

- (3) 点 $D$ 是 $x$ 轴上的动点， $D(t, 0)$ ， $E(t-2, 0)$ ，点 $F(m, n)$ 是以 $D$ 为圆心，2为半径的圆上一个动点，且满足 $n \geq 0$ . 直线 $y = -2x + 4$ 与 $x$ 轴和 $y$ 轴分别交于点 $H$ ， $K$ ，若线段 $HK$ 上存在点 $E$ 关于点 $F$ 的锐角等腰点，请直接写出 $t$ 的取值范围.

