2020 北京西城初三一模

数　　学

2020.5

考生须知	1.本试卷共 8 页，共三道大题，28 道小题。满分 100 分。考试时间 120 分钟。 2.在试卷和草稿纸上准确填写姓名、准考证号、考场号和座位号。 3.试题答案一律填涂或书写在答题卡上，在试卷上作答无效。 4.在答题卡上，选择题、作图题用 2B 铅笔作答，其他试题用黑色字迹签字笔作答。 5.考试结束，将本试卷、答题卡和草稿纸一并交回。

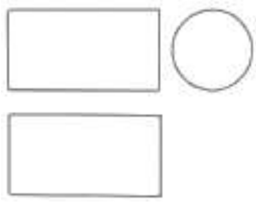
一、选择题(本题共 16 分，每小题 2 分)

第 1-8 题均有四个选项，符合题意的选项只有一个.

1.北京大兴国际机场目前是全球建设规模最大的机场，2019 年 9 月 25 日正式通航，预计到 2022 年机场旅客吞吐量将达到 45000000 人次，将 45000000 用科学记数法表示为

(A)45×10^6　　(B)4.5×10^7　　(C)4.5×10^8　　(D)0.45×10^8

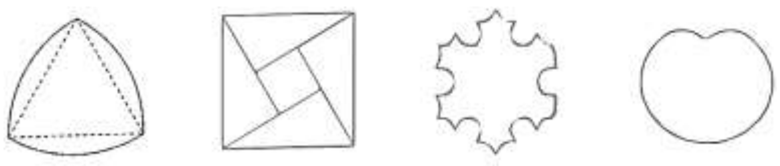
2.右图是某个几何体的三视图，该几何体是



(A)圆锥　　(B)圆柱

(C)长方体　　(D)正三棱柱

3.下面的图形中，既是轴对称图形又是中心对称图形的是



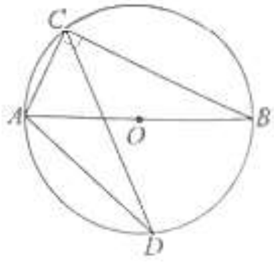
(A)　　(B)　　(C)　　(D)

4.在数轴上，点A,B表示的数互为相反数，若点A在点B的左侧，且$AB=2\sqrt{2}$，则点A点B表示的数分别是

(A)$-\sqrt{2}$，$\sqrt{2}$　　(B)$\sqrt{2}$，$-\sqrt{2}$

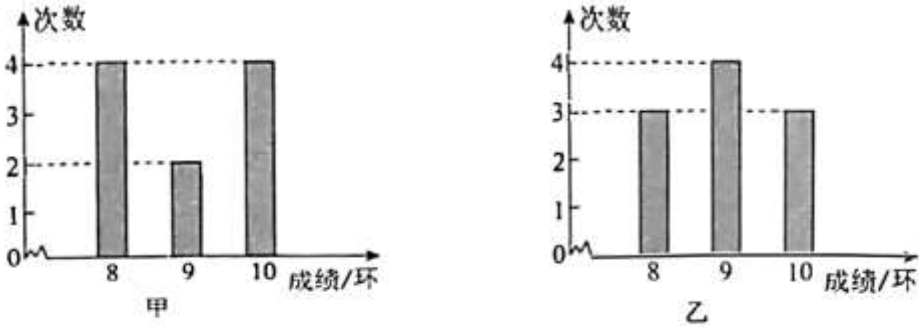
(C)0，$2\sqrt{2}$　　(D)$-2\sqrt{2}$，$2\sqrt{2}$

5.如图，AB是$\odot O$的直径，C,D是$\odot O$上的两点，若$\angle CAB=65°$,则$\angle ADC$的度数为



(A)65°　　(B)35°　　(C)32.5°　　(D)25°

6. 甲、乙两名运动员的 10 次射击成绩（单位：环）如图所示，甲、乙两名运动员射击成绩的平均数依次记为 $\bar{x}_{甲}$，$\bar{x}_{乙}$，射击成绩的方差依次记为$S^2_{甲}$，$S^2_{乙}$，则下列关系中完全正确的是



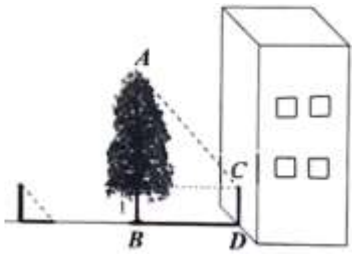
（A）$\bar{x}_{甲}=\bar{x}_{乙}$，$S^2_{甲}>S^2_{乙}$　　　　（B）$\bar{x}_{甲}=\bar{x}_{乙}$，$S^2_{甲}<S^2_{乙}$

（C）$\bar{x}_{甲}>\bar{x}_{乙}$，$S^2_{甲}>S^2_{乙}$　　　　（D）$\bar{x}_{甲}<\bar{x}_{乙}$，$S^2_{甲}<S^2_{乙}$

7. 如图，在数学实践活动课上，小明同学打算通过测量树的影长计算树的高度，阳光下他测得长$1.0m$的竹竿落在地面上的影长为$0.9m$. 在同一时刻测量树的影长时，他发现树的影子有一部分落在地面上，还有一部分落在墙面上. 他测得这棵树落在地面上的影长BD为$2.7m$，落在墙面上的影长CD为$1.0m$，则这棵树的高度是

(A) $6.0m$　　　　(B) $5.0m$

(C) $4.0m$　　　　(D) $3.0m$



8. 设m是非零实数，给出下列四个命题:

①若$-1<m<0$, 则$\frac{1}{m}<m<m^2$　　　　②$m>1$,则$\frac{1}{m}<m^2<m$

③$m<\frac{1}{m}<m^2$,则$m<0$　　　　④$m^2<m<\frac{1}{m}$,则$0<m<1$

其中命题成立的序号是

（A）①③　　　（B）①④　　　（C）②③　　　（D）③④

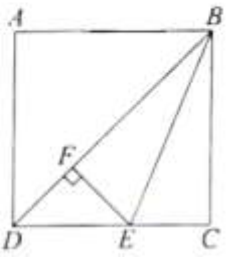
二、填空题（本题共 16 分，每小题 2 分）

9. 若$\sqrt{x-1}$在实数范围内有意义，则实数x的取值范围是____________

10. 若多边形的内角和市外角和的 2 倍，则该多边形是 _______边形

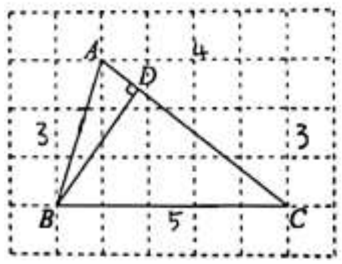
11. 已知y是以x为自变量的二次函数，且当$x=0$，时，y的最小值为-1，写出一个满足上述条件的二次函数表达式___________________

12. 如果$a^2+a=1$,那么代数式$\frac{1}{a}-\frac{a-1}{a^2-1}$的值是_________

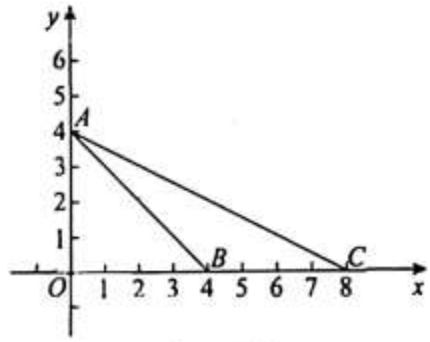


13. 如图，在正方形$ABCD$，BE评分$\angle CBD$，$EF\perp BD$于点F，若$DE=\sqrt{2}$，则BC的长为____________

14. 如图，$\triangle ABC$的顶点A，B，C都在边长为1的正方形网格的格点上，$BD \perp AC$于点D，则AC的长为________，BD的长为_________



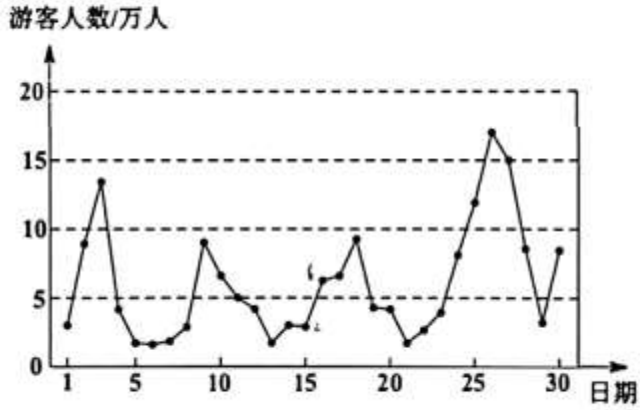
（第 14 题图）



（第 15 题图）

15. 如图，在平面直角坐标系xOy中，点A,B，C的坐标分别是$(0,4),(4,0),(8,0)$，$\odot M$是$\triangle ABC$的外接圆，则点M的坐标为___________.

16. 某景区为了解游客人数的变化规律，提高旅游服务质量，收集并整理了某月(30 天)接待游客人数(单位:万人)的数据，绘制了下面的统计图和统计表.



每日接待游客人数（单位：万人）	游玩环境评价
$0\leqslant x<5$	好
$5\leqslant x<10$	一般
$10\leqslant x<15$	拥挤
$15\leqslant x<20$	严重拥挤

根据以上信息，以下四个判断中，正确的是______________________(填写所有正确结论的序号).

①该景区这个月游玩环境评价为“拥挤或严重拥挤”的天数仅有 4 天;

②该景区这个月每日接待游客人数的中位数在 5~10 万人之间;

③该景区这个月平均每日接待游客人数低于 5 万人:

④这个月 1 日至 5 日的五天中，如果某人曾经随机选择其中的两天到该景区游玩，那么他“这两天游玩环境评价均为好”的可能性为 3/10

三、解答题(本题共 68 分，第 17-21 题，每小题 5 分，第 22-24 题，每小题 6 分，第 25 题 5 分，第 26 题 6 分，第 27-28 题，每小题 7 分)

解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程.

17. 计算：$(\frac{1}{2})^{-1}+(1-\sqrt{3})^0+\left|-\sqrt{3}\right|-2sin60°$

18. 解不等式组：$\begin{cases}3(x-2)<2x-2,\\ \frac{2x+5}{4}<x\end{cases}$

19. 关于x的一元二次方程$x^2-(2m+1)x+m^2=0$有两个实数根

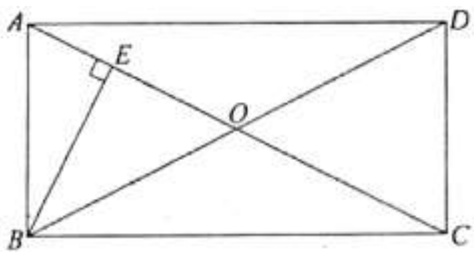
(1)求m的取值范围:

(2)写出一个满足条件的m的值，并求此时方程的根

20. 如图，在▱$ABCD$中，对角线AC,BD交于点$O,OA=OB$,过点B作$BE\perp AC$于点E.

(1)求证:▱$ABCD$是矩形;

（2）若$AD=2\sqrt{5}$，$cos\angle ABE=\frac{2\sqrt{5}}{5}$，求$AC$的长



21. 先阅读下列材料，再解答问题.

尺规作图

已知:△ ABC，D是边AB上一点，如图 1，

求作:四边形$DBCF$，使得四边形$DBCF$是平行四边形

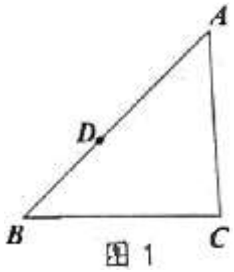


图 1

小明的做法如下:

(1)设计方案

先画一个符合题意的草图，如图 2,

再分析实现目标的具体方法，

依据:两组对边分别平行的四边形是平行四边形.

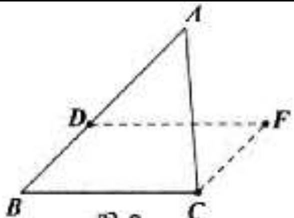


图 2

(2)设计作图步骤，完成作图

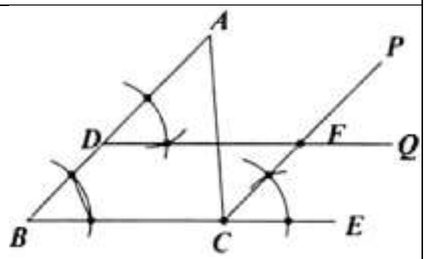
作法:如图，

①延长BC至点 E:

②分别作$\angle ECP = \angle ABE, \angle ADQ = \angle ABE$:

③DQ与CP交于点F.

∴四边形$DBCF$即为所求.



(3)推理论证

证明：∵∠ECP=∠ABE，

∴CP∥BA

同理，DQ∥BE

∴四边形 DBCF 是平行四边形

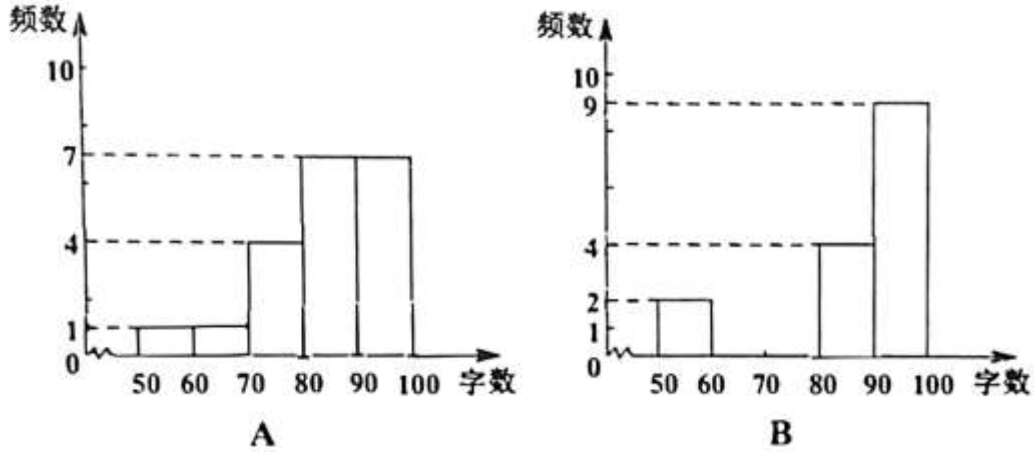
请你参考小明的做法，再设计一种尺规作图的方法（与小明的方法不同），使得画出的四边形 DBCF 是平行四边形，并证明

22. 运用语音识别输入软件可以提高文字输入的速度。为了解 A、B 两种语音识别输入软件的准确性，小秦同学随机选取了 20 段话，其中每段话都含 100 个文字(不计标点符号)·在保持相同语速的条件下，他用标准普通话朗读每段话来测试这两种语音识别输入软件的准确性.他的测试和分析过程如下，请补充完整.

(1)收集数据两种软件每次识别正确的字数记录如下:

A	98	98	92	92	92	92	92	89	89	85
	84	84	83	83	79	79	78	78	69	58
B	99	96	96	96	96	96	96	94	92	89
	88	85	80	78	72	72	71	65	58	55

(2)整理、描述数据　根据上面得到的两组样本数据，绘制了频数分布直方图:



(3)分析数据两组样本数据的平均数、众数、中位数、方差如下表所示:

	平均数	众数	中位数	方差
A	84.7		84.5	88.91
B	83.7	96		184.01

(4)得出结论根据以上信息，判断________种语音识别输入软件的准确性较好，理由如下:________(至少从两个不同的角度说明判断的合理性).

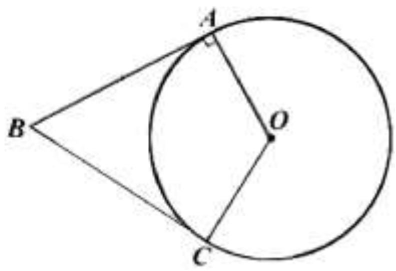
23. 如图，四边形$OABC$中. $\angle OAB=90°$, $OA=OC$, $BA=BC$.以O为圆心，以OA为半径作$\odot O$

(1)求证:BC是$\odot O$的切线:

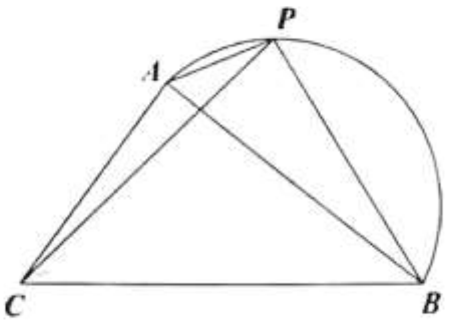
(2)连接BO并延长交$\odot O$于点D，延长AO交$\odot O$于点E，与BC的延长线交于点F，若$\widehat{AD}=\widehat{AC}$

①补全图形:

②求证:$OF=OB$.



24. 如图，在$\triangle ABC$中$AB=4cm, BC=5cm. P$是$\widehat{AB}$上的动点，设A, P两点间的距离为xcm，B，P两点间的距离为$y_1 cm, C, P$两点间的距离为$y_2 cm.$

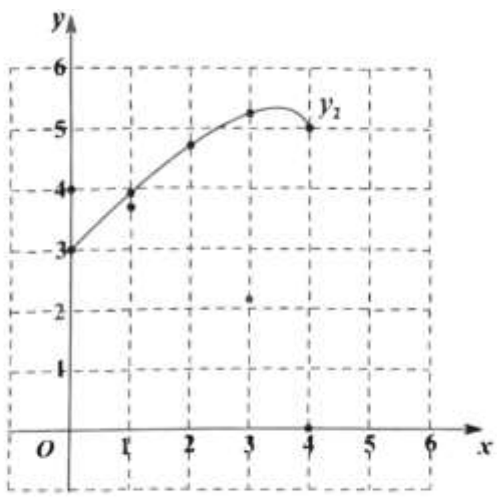


小腾根据学习函数的经验，分别对函数y_1，y_2随自变量 x 的变化而变化的规律进行了探究,下面是小腾的探究过程，请补充完整:

(1)按照下表中自变量x的值进行取点、画图、测量，分别得到了y_1，y_2与x的几组对应值:

x/cm	0	1	2	3	4
y_1/cm	4.00	3.69		2.13	0
y_2/cm	3.00	3.91	5.71	5.23	5

(2)在同一平面直角坐标系xOy中，描出补全后的表中各组数值所对应的点$(x, y_1)(x, y_2)$，并画出函数y_1, y_2的图象；



（3）结合函数图象，

①当$\triangle PBC$为等腰三角形时，AP的长度约为__________cm;

②记$\widehat{AB}$所在圆的圆心为点O，当直线PC恰好经过点O时，PC的长度约为________$cm.$

25. 在平面直角坐标系xOy中，直线$l: y=kx+2k(k>0)$与x轴交于点A，与y轴交于点B，与函数$y=\frac{m}{x}(x>0)$的图象的交点P位于第一象限。

（1）若点P的坐标为$(1,6)$,

①求m的值及点A的坐标；

②$\frac{PB}{PA}=$ ________;

（2）直线$l_2: y=2kx-2$与y轴交于点C，与直线l_1交于点Q，若点P的横坐标为 1，

①写出点P的坐标（用含k的式子表示）；

②当$PQ \leq PA$时，求m的取值范围

26. 已知抛物线$y=ax^2+bx+a+2(a \neq 0)$与x轴交于点$A(x_1,0)$,点$B(x_2,0)$（点A在点B的左侧），抛物线的对称轴为直线$x=-1$

（1）若点A的坐标为$(-3,0)$, 求抛物线的表达式及点B的坐标；

（2）C是第三象限的点，且点C的横坐标为-2，若抛物线恰好经过点C，直接写出x_2的取值范围；

（3）抛物线的对称轴与x轴交于点D，点P在抛物线上，且$\angle DOP=45°$，若抛物线上满足条件的点P恰有 4 各，结合图象，求a的取值范围。

27. 如图，在等腰直角$\triangle ABC$中，$\angle ACB=90°$. 点P在线段BC上，延长BC至点Q，使得$CQ=CP$，连接AP，AQ. 过点B作$BD \perp AQ$于点D，交AP于点E，交AC于点F，K是线段AD上的一个动点(与点A,D不重合)，过点K作$GN \perp AP$于点H，交AB于点G, 交AC于点M，交FD的延长线于点N.

(1)依题意补全图 1;

(2)求证:$NM=NF$:

(3)若$AM=CP$，用等式表示线段AE，GN与BN之间的数量关系，并证明.

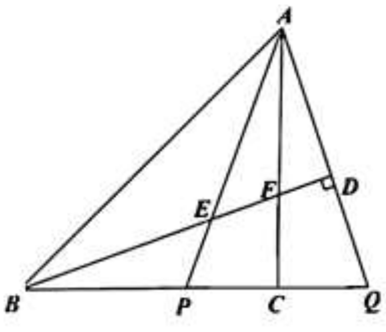
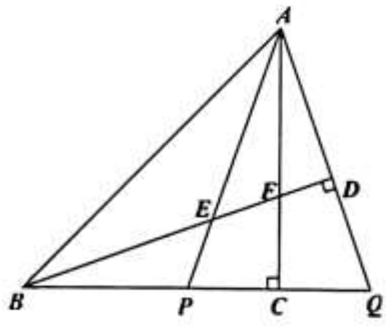


图 1



备用图

28. 对于平面直角坐标系xOy中的图形W_1和图像W_2，给出如下定义：在图形W_1上存在两点A，B（点A与点B可以重合），在图形W_2上存在两点M，N（点M与点N可以重合），使得$AM=2BN$，则称图形W_1和图形W_2满足限距关系

（1）如图 1，点$C(1,0)$, $D(-1,0)$, $E(0,\sqrt{3})$,点P在线段DE上运动（点P可以与点D，E重合），连接OP，CP

①线段OP的最小值为______，最大值为______；线段CP的取值范围时______；

②在点O,点C中，点______与线段DE满足限距关系；

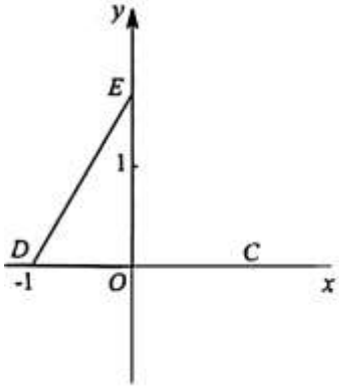


图 1

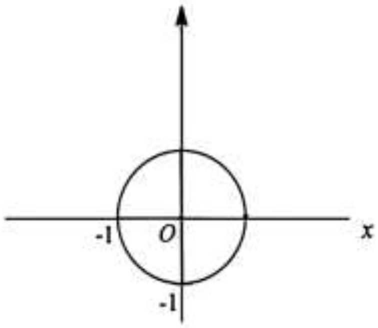


图 2

（2）如图 2，$\odot O$的半径为 1，直线$y=\sqrt{3}x+b(b>0)$与x轴、y轴分别交于点F，G，若线段FG与$\odot O$满足限距关系，求b的取值范围；

（3）$\odot O$的半径为$r(r>0)$, 点H，K是$\odot O$上的两个点，分别以H，K为圆心，1 为半径作圆得到$\odot H$和$\odot K$，若对于任意点H，K，$\odot H$和$\odot K$都满足限距关系，直接写出r的取值范围.

2020 北京西城初三一模数学

参考答案

一、选择题（本题共 16 分，每小题 2 分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	B	B	C	A	D	A	C	B

二、填空题（本题共 16 分，每小题 2 分）

9	10	11	12
$x\geqslant 1$	六	答案不唯一，如：$y=x^2-1$	1
13	14	15	16
$\sqrt{2}+1$	5，3	（6，6）	①，④

三、解答题（本题共 68 分，第 17-21 题，每小题 5 分，第 22-24 题，每小题 6 分，第 25 题 5 分，第 26 题 6 分，第 27-28 题，每小题 7 分）

17．解：$(\frac{1}{2})^{-1}+(1-\sqrt{3})^0+\left|-\sqrt{3}\right|-2\sin 60°$

$=2+1+\sqrt{3}-2\times\frac{\sqrt{3}}{2}$

$=3$．································5 分

18．解：原不等式组为$\begin{cases}3(x-2)<2x-2, ① \\ \frac{2x+5}{4}<x. \quad ②\end{cases}$

解不等式①，得 $x<4$.

解不等式②，得 $x>\frac{5}{2}$.

∴原不等式组的解集为$\frac{5}{2}<x<4$.

································5 分

19．解：（1）依题意，得$\triangle=[-(2m+1)]^2-4\times1\times m^2$.

$=4m+1\geqslant 0$.

解得 $m\geqslant-\frac{1}{4}$.

（2）答案不唯一，如：$m=0$，

此时方程为 $x^2-x=0$．

解得 $x_1=0$，$x_2=1$．　…………………………5 分

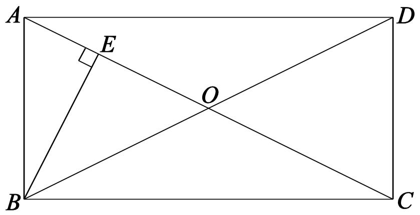
20．（1）证明：∵四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

∴$OA=OC$，$OB=OD$.

∵$OA=OB$,

∴$OA=OC=OB=OD$.

∴$AC=BD$.



∴□$ABCD$ 是矩形.

（2）解:∵四边形 $ABCD$ 是矩形，

∴$\angle BAD=\angle ADC=90°$．

∴$\angle BAC+\angle CAD=90°$．

∵$BE\perp AC$,

∴$\angle BAC+\angle ABE=90°$．

∴$\angle CAD=\angle ABE$.

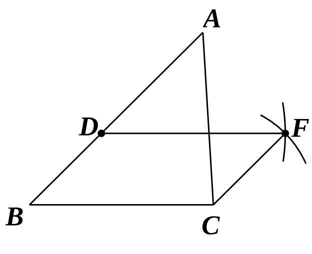
在 Rt△ACD 中，$AD=2\sqrt{5}$，$\cos\angle CAD=\cos\angle ABE=\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$，

∴$AC=5$．5 分

21．答案不唯一，如：

（1）两组对边分别相等的四边形是平行四边形.

（2）如图.

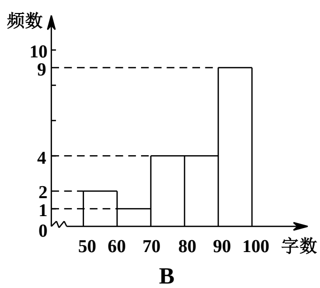


（3）证明：∵ $CF=BD$，$DF=BC$,

∴ 四边形 $DBCF$ 是平行四边形.

…………………………5 分

22．解：（2）



（3）

	平均数	众数	中位数	方差
A		92		
B			88.5	

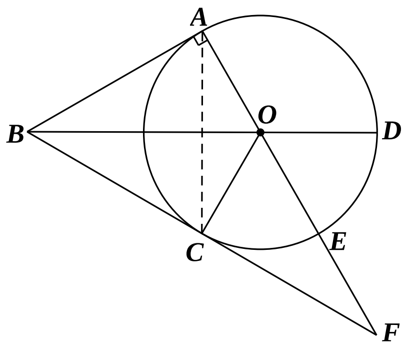
（4） 答案不唯一，理由须支撑推断的结论.

· 6 分

23. （1）证明：连接 AC,

∵ $OC = OA$,

∴点 C 在⊙O 上.



∵ $OA = OC$, $BA = BC$,

∴ $\angle OAC = \angle OCA$, $\angle BAC = \angle BCA$.

∴ $\angle OCB = \angle OAB = 90°$.

∴ $OC \perp BC$ 于点 C.

∴ BC 是⊙O 切线.

（2）① 补全图形.

② 证明：∵ BA，BC 是⊙O 的两条切线，切点分别为 A，C,

∴ $BA=BC$, $\angle DBA=\angle DBC$.

∴ BD 是 AC 的垂直平分线.

∵ $OA=OC$,

∴ $\angle AOB=\angle COB$.

∵ $\overset{\frown}{AD} = \overset{\frown}{AC}$，$AE$ 为⊙O 的直径,

∴ $\overset{\frown}{CE} = \overset{\frown}{DE}$.

∴ $\angle COE=\angle DOE$.

∵ $\angle AOB=\angle DOE$,

∴ $\angle AOB=\angle BOC=\angle COE=60°$.

∵ BC 是⊙O 的切线，切点为 C,

∴ $\angle OCB = \angle OCF = 90°$.

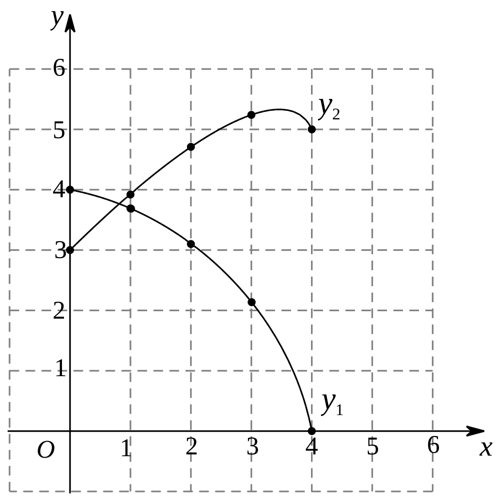
∴ $\angle OBC=\angle OFC = 30°$.

∴ $OF = OB$.　　6 分

24．解:（1）

x/cm	0	1	2	3	4
y_1/cm			3.09		
y_2/cm					

（2）画出函数 y_1 的图象；



（3）①0.83 或 2.49.

②5.32．6 分

25．解：（1）①令 y=0，则 $kx+2k=0$.

∵ $k>0$，解得 x=-2.

∴点 A 的坐标为(-2，0).

∵点 P 的坐标为(1，6)，

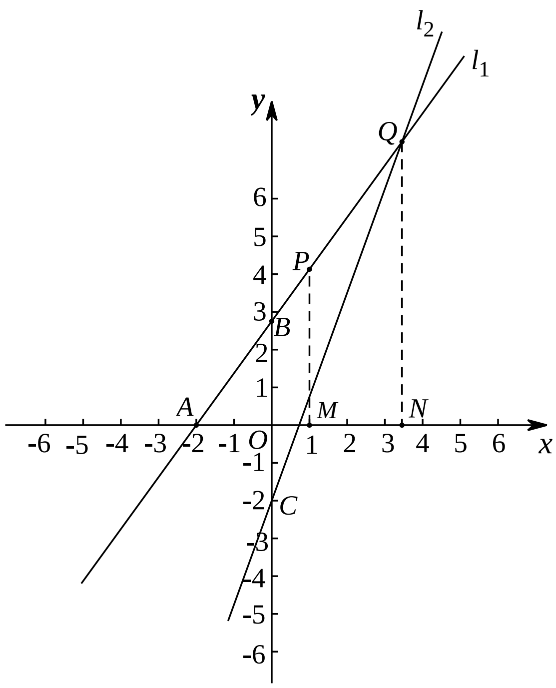
∴m=6.

② $\frac{1}{3}$.

（2）①P(1，3k).

②依题意，得 $kx+2k=2kx-2$，

解得 $x=2+\frac{2}{k}$.



∴点 Q 的横坐标为 $2+\frac{2}{k}$，

∵ $2+\frac{2}{k}$>1（$k>0$），

∴点 Q 在点 P 的右侧.

如图，分别过点 P，Q 作 $PM\perp x$ 轴于 M，$QN\perp x$ 轴于 N，

则点 M，点 N 的横坐标分别为 1，$2+\frac{2}{k}$.

若 $PQ=PA$，则 $\frac{PQ}{PA}=1$.

∴ $\frac{PQ}{PA}=\frac{MN}{MA}=1$.

∴ $MN=MA$.

∴ $2+\frac{2}{k}-1=3$，解得 $k=1$.

∵ $MA=3$，

∴ 当 $\frac{PQ}{PA}=\frac{MN}{MA}\leqslant 1$ 时，$k\geqslant 1$.

∴ $m=3k\geqslant 3$.

∴ 当 $PQ\leqslant PA$ 时，$m\geqslant 3$. • 5 分

26．解：（1）∵ 抛物线 $y=ax^2+bx+a+2$ 的对称轴为直线 $x=-1$，

∴ $-\frac{b}{2a}=-1$.

∴ $b=2a$.

∴ $y=ax^2+2ax+a+2$ 化为 $y=a(x+1)^2+2$.

将点 A（-3，0）代入 $y=a(x+1)^2+2$ 中，得 $a=-\frac{1}{2}$.

∴ $y=-\frac{1}{2}(x+1)^2+2=-\frac{1}{2}x^2-x+\frac{3}{2}$.

∴抛物线的表达式为 $y=-\frac{1}{2}x^2-x+\frac{3}{2}$.

点 B 的坐标为（1，0）.

（2）$-1<x_2<0$.

（3）∵抛物线的顶点为（-1,2），

∴点 D 的坐标为（$-1,0$）.

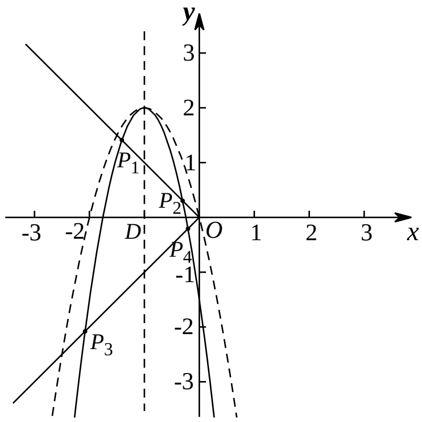
∵ $\angle DOP=45°$，且抛物线上满足条件的

点 P 恰有 4 个，

∴抛物线与 x 轴的交点都在原点的左侧.

∴满足条件的点 P 在 x 轴上方有 2 个，

在 x 轴下方也有 2 个.



∴ $a+2<0$.

解得 $a<-2$.

∴ a 的取值范围是 $a<-2$. 6 分

27. （1）补全图形，如图 1.

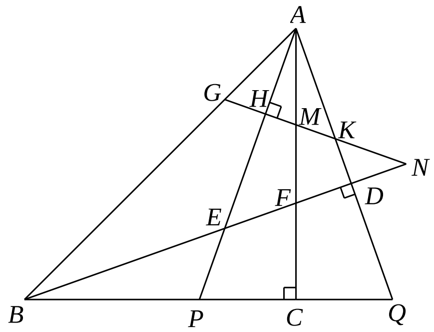


图 1

证明：（2）∵ $CQ=CP$，$\angle ACB=90°$，

∴ $AP=AQ$.

∴ $\angle APQ=\angle Q$.

∵ $BD\perp AQ$，

∴ $\angle QBD+\angle Q=\angle QBD+\angle BFC=90°$.

∴ $\angle Q=\angle BFC$.

∵ $\angle MFN=\angle BFC$，

∴ $\angle MFN=\angle Q$.

同理，$\angle NMF=\angle APQ$.

∴ $\angle MFN=\angle FMN$.

∴ $NM=NF$.

（3） 连接 CE，如图 2.

由（1）可得 $\angle PAC=\angle FBC$，

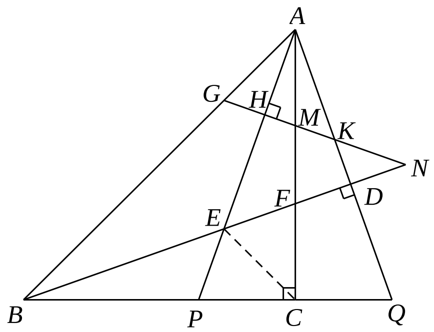
∵ $\angle ACB=90°$，$AC=BC$，

∴ $\triangle APC\cong\triangle BFC$.

∴ $CP=CF$.

∵ $AM=CP$，

∴ $AM=CF$.



∵ $\angle CAB=\angle CBA=45°$.

∴ $\angle EAB=\angle EBA$.

∴ $AE=BE$.

又 ∵ $AC=BC$，

图 2

∴ CE 所在直线是 AB 的垂直平分线.

∴ $\angle ECB=\angle ECA=45°$.

∴ $\angle GAM=\angle ECF=45°$.

由（1）可得 $\angle AMG=\angle CFE$,

∴ $\triangle AGM\cong\triangle CEF$.

∴ $GM=EF$.

∵ $BN=BE+EF+FN=AE+GM+MN$.

∴ $BN=AE+GN$.

• 7 分

28．解：（1）① $\frac{\sqrt{3}}{2}$，$\sqrt{3}$；$\sqrt{3}\leqslant CP\leqslant 2$；

② O.

（2）直线 $y=\sqrt{3}x+b$ 与 x 轴、y 轴分别交于点 F，G（0，b），

当 $0<b<1$ 时，线段 FG 在⊙O 的内部，与⊙O 无公共点，

此时⊙O 上的点到线段 FG 的最小距离为 $1-b$，最大距离为 $1+b$.

∵ 线段 FG 与⊙O 满足限距关系，

∴ $1+b\geqslant 2(1-b)$.

解得 $b\geqslant\frac{1}{3}$.

∴ b 的取值范围是 $\frac{1}{3}\leqslant b<1$.

当 $1\leqslant b\leqslant 2$ 时，线段 FG 与⊙O 有公共点，线段 FG 与⊙O 满足限距关系.

当 $b>2$ 时，线段 FG 在⊙O 的外部，与⊙O 无公共点，

此时⊙O 上的点到线段 FG 的最小距离为 $\frac{1}{2}b-1$，最大距离为 $b+1$.

∵ 线段 FG 与⊙O 满足限距关系，

∴ $b+1\geqslant 2(\frac{1}{2}b-1)$.

而 $b+1>2(\frac{1}{2}b-1)$ 总成立.

∴ 当 $b>2$ 时，线段 FG 与⊙O 满足限距关系.

综上，b的取值范围是 $b \geqslant \frac{1}{3}$.

（3）$0 < r \leqslant 3$.　　7 分