2020 北京东城初三一模

数　　学

2020.5

学校________________班级________________姓名________________教育 ID 号

考生须知	1.本试卷共 8 页，共三道大题，28 道小题，满分 100 分，考试时间 120 分钟。 2.在试卷和答题卡上准确填写学校、班级、姓名和教育 ID 号。 3.试题答案一律填涂或书写在答题卡上，在试卷上作答无效。 4.在答题卡上，选择题、作图题用 2B 铅笔作答，其他试题用黑色字迹签字笔作答。 5.考试结束，将本试卷、答题卡和草稿纸一并交回。

一、选择题(本题共 16 分，每小题 2 分)

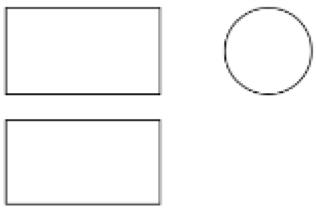
第 1-8 题均有四个选项，符合题意的选项只有一个.

1.2019 年上半年北京市实现地区生产总值 15212.5 亿元，同比增长 6.3%.总体来看，经济保持平稳运行，高质量发展.将数据 15212.5 用科学记数法表示应为

A. 1.52125×10^{5}　　B. 1.52125×10^{4}

C. 0.152125×10^{5}　　D. 152125×10^{6}

2.如图是某几何体的三视图，该几何体是



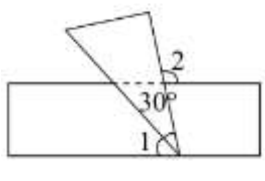
A.长方体

B.正方体

C.球

D.圆柱

3.如图，将一块含有 30° 角的直角三角板的顶点放在直尺的一边上.若∠1=48°，则∠2 的度数是



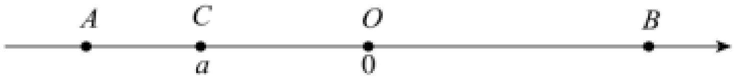
A. 48°　　B. 78°

C. 92°　　D. 102°

4.将$2a^2-8$分解因式，结果正确的是

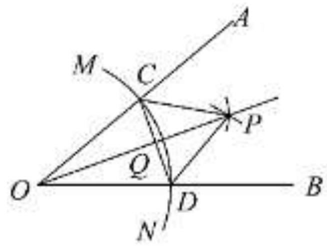
A. $2(a^2-4)$　　B. $2(a-2)^2$　　C. $2(a+2)(a-2)$　　D. $2(a+2)^2$

5. 点O, A, B, C在数轴上的位置如图所示，O为原点，$AC=1, OA=OB$. 若点C所表示的数为a，则点B所表示的数为



A. $-(a+1)$　　B. $-(a-1)$　　C. $a+1$　　D. $a-1$

6. 已知锐角$\angle AOB$，如图，



（1）在射线OA上取一点C. 以点O为圆心，OC长为半径作$\widehat{MN}$. 交射线OB于点D，连接CD;

(2)分别以点C，D为圆心，CD长为半径作弧，两弧交于点P，连接CP，DP;

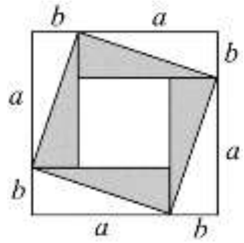
(3)作射线OP交CD于点Q.

根据以上作图过程及所作图形，下列结论中错误的是

A. $CP//OB$　　B. $CP=2QC$

C. $\angle AOP=\angle BOP$　　D. $CD\perp OP$

7. 将 4 张长为a、宽为$b(a>b)$的长方形纸片按如图的方式拼成一个边长为$(a+b)$的正方形，图中空白部分的面积之和为S_1，阴影部分的面积之和为S_2. 若$S_1=\frac{5}{3}S_2$，则a,b满足



A. $2a=5b$　　B. $2a=3b$　　C. $a=3b$　　D. $a=2b$

8. 党的十八大以来，全国各地认真贯彻精准扶贫方略，扶贫工作力度、深度和精准度都达到了新的水平，为 2020 年全面建成小康社会的战略目标打下了坚实基础. 以下是根据近几年中国农村贫困人口数量(单位:万人)及分布情况绘制的统计图表的一部分.

年份 / 人数 / 地区	2017	2018	2019
东部	300	147	47
中部	1 112		181
西部	1 634	916	323

(以上数据来源于国家统计局)

根据统计图表提供的信息，下面推断不正确的是

A.2018 年中部地区农村贫困人口为 597 万人

B.2017-2019 年，农村贫困人口数量都是东部最少

C.2016-2019 年，农村贫困人口减少数量逐年增多

D.2017-2019 年，虽然西部农村贫困人口减少数量最多，但是相对于东、中部地区，它的降低率最低

二、填空题(本题共 16 分，每小题 2 分)

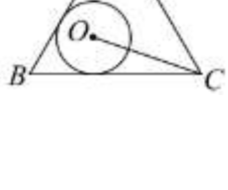
9.若$\sqrt{2x-1}$在实数范围内有意义，则实数x的取值范围是__________.

10.随机从$1,2,3,4$中任取两个不同的数，分别记为a和b，则$a+b>4$的概率是________

11.若$x^2+x-3=0$，则代数式$2(x-2)(x+2)-x(x-1)$的值是__________.

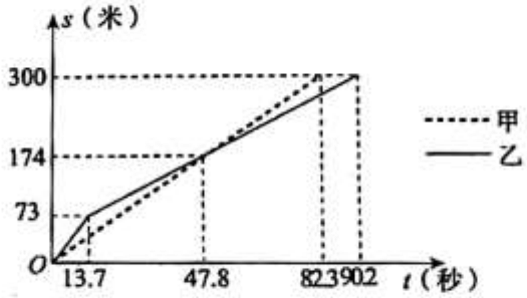
12.如果一个正n边形的每个内角为$108°$，那么这个正n边形的边数为________.

13.《九章算术》中有这样一个题:“今有醇酒一斗，直钱五十;行酒一斗，直钱一十.今将钱三十，得酒二斗.问醇、行酒各得几何?”其译文是:今有醇酒(优质酒))1 斗，价值 50 钱;行酒(劣质酒))1 斗，价值 10 钱.现有 30 钱，买得 2 斗酒.问醇酒、行酒各能买得多少?设醇酒为x斗，行酒为y斗，则可列二元一次方程组为___________.



14. 如图，半径为$\sqrt{3}$的$\odot O$与边长为8的等边三角形ABC的两边AB，BC都相切，连接OC，则$tan\angle OCB =$______

15. 甲、乙两队参加了“端午情，龙舟韵”赛龙舟比赛，两队在比赛时的路程s（米）与时间t（秒）之间的函数图象如图所示，根据图象有以下四个判断：



①乙队率先到达终点；

②甲队比乙队多走了 126 米；

③在 47.8 秒时，两队所走路程相等；

④从出发到 13.7 秒的时间段内，甲队的速度比乙队的慢。

所有正确判断的序号是__________。

16. 从-1，0，2，3四个数中任取两个不同的数（记作a_k, b_k）构成一个数对$M_k = \{a_k, b_k\}$（其中$k = 1,2,\cdots$，s, 且将$\{a_k, b_k\}$与$\{b_k, a_k\}$视为同一个数对），若满足：对于任意的$M_i = \{a_i, b_i\}$和$M_j = \{a_j, b_j\}(i \neq j, 1 \leq i \leq s, 1 \leq j \leq s)$都有$a_i + b_i \neq a_j + b_j$，则$s$的最大值是__________________。

三、解答题（本题共 68 分，第 17-22 题，每小题 5 分，第 23-26 题，每小题 6 分，第 27-28 题，每小题 7 分）解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程。

17. 计算：$\left|-\sqrt{3}\right| - (3-\pi)^0 + 2cos60^\circ + (\frac{1}{2})^{-1}$

18. 解不等式组：$\begin{cases} 2x - 6 < 3x \\ \frac{x+2}{5} - \frac{x-1}{4} \geq 0 \end{cases}$

19. 观察下列分式方程的求解过程。指出其中错误的步骤，说明错误的原因，并直接给出正确结果.

解分式方程：$1 - \frac{x-3}{2x+2} = \frac{3x}{x+1}$

解：去分母，得$2x + 2 - (x-3) = 3x$ ……………步骤 1

去括号，得$2x + 2 - x - 3 = 3x$ ………………… …步骤 2

移项，得$2x - x - 3x = 2 - 3$ ………………………步骤 3

合并同类项，得$-2x = -1$ ……………… ………步骤 4

解得$x = \frac{1}{2}$ ……………………………………………步骤 5

所以，原分式方程的解为$x=\frac{1}{2}$……………………………步骤 6

20. 已知关于x的方程$ax^2+2x-3=0$有两个不相等的实数根.

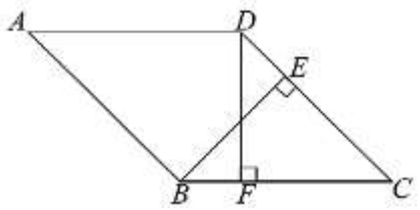
(1) 求a的取值范围;

(2) 若此方程的一个实数根为1，求a的值及方程的另一个实数根.

21. 如图，在菱形$ABCD$中，$BE\perp CD$于点E，$DF\perp BC$于点F.

（1）求证：$BF=DE$;

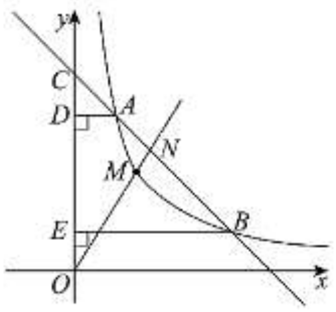
（2）分别延长BE和AD，交于点G，若$\angle A=45°$，求$\frac{DG}{AD}$的值。



22. 如图，一次函数$y=kx+b(k\neq 0)$图象比反比例函数$y=\frac{m}{x}(m\neq 0,x>0)$的图象在第一象限内交于点$A$，$B$，且该一次函数的图象与$y$轴正半轴交于点$C$，过$A$，$B$分别作$y$轴的垂线，垂足分别为$D$，$E$。已知$A(1,4)$,$\frac{CD}{CE}=\frac{1}{4}$

(1) 求m的值和一次函数的解析式;

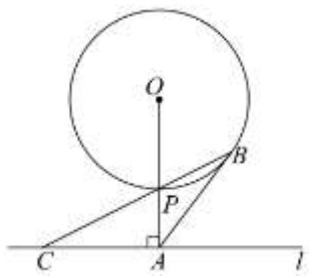
(2) 若点M为反比例函数图象在A,B之间的动点，作射线OM交直线AB于点N，当MN长度最大时，直接写出点M的坐标.



23. 如图，直线l与$\odot O$相离，$OA \perp l$于点A，与$\odot O$相交于点P，$OA=5$，C是直线l上一点，连接CP并延长，交$\odot O$于点B，且$AB=AC$.

（1）求证：AB是$\odot O$的切线；

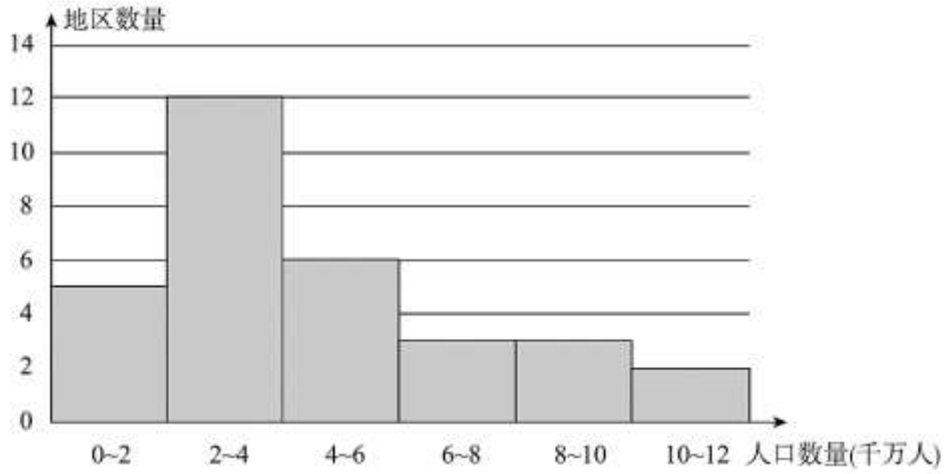
（2）若$tan\angle ACB=\frac{1}{2}$，求线段$BP$的长



24. 人口数据又称为人口统计数据，是指国家和地区的相关人口管理部门通过户口登记、人口普查等方式统计得出的相关数据汇总.人口数据对国家和地区的人口状况、管理以及各项方针政策的制定都具有重要的意义.下面是关于人口数据的部分信息.

a. 2018 年中国大陆(不含港澳台)31 个地区人口数量(单位:千万人)的频数分布直方图

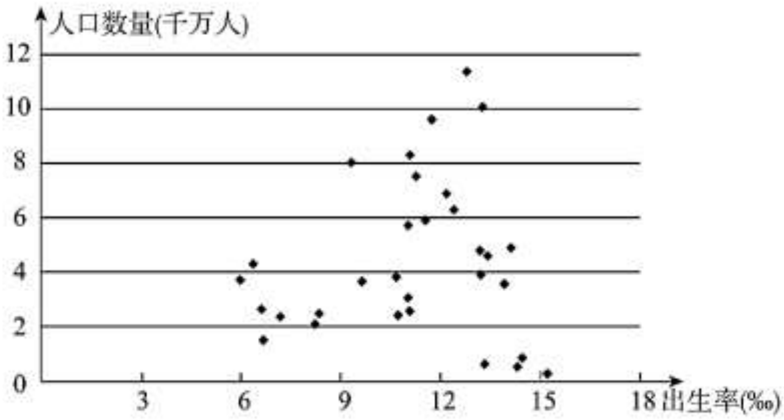
(数据分成 6 组:$0\le x<2,2\le x<4,4\le x<6,6\le x<8,8\le x<10,10\le x\le 12$):

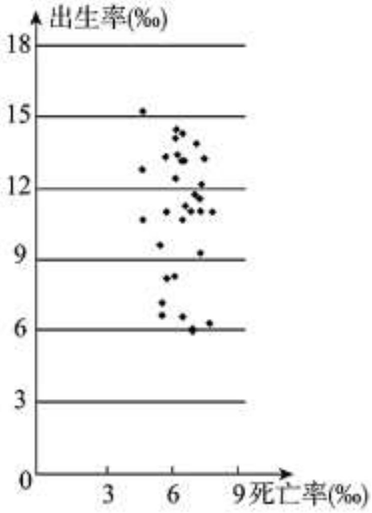


b. 人口数量在$2\le x<4$这一组的是:

2.2 2.4　2.5　2.5　2.6　2.7　3.1　3.6　3.7　3.8　3.9　3.9

c. 2018 年中国大陆(不含港澳台)31 个地区人口数量(单位:千万人)、出生率(单位:$‰$)、死亡率(单位:$‰$。)的散点图:





d. 下表是我国三次人口普查中年龄结构构成情况：

	0~14岁人口比例	15~59岁人口比例	60岁以上人口比例
第二次人口普查	40.4%	54.1%	5.5%
第五次人口普查	22.89%	66.78%	10.33%
第六次人口普查	16.6%	70.14%	13.26%

e. 世界各国的人口出生率差别很大，出生率可分为五等，最高$> 50\%_0$，最低$< 20\%_0$. 2018 年我国人口出生率降低至$10.94\%_0$，比 2017 年下降1.43个千分点.

根据以上信息，回答下列问题：

(1) 2018 年北京人口为 2.2 千万人。我国大陆(不含港澳台)地区中，人口数量从低到高排列，北京排在第________位。

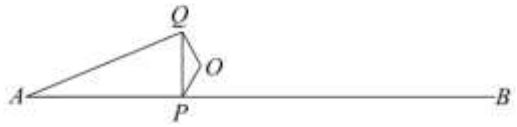
(2) 人口增长率=人口出生率-人口死亡率，我国大陆(不含港澳台)地区中人口在 2018 年出现负增长的地区有________个，在这些地区中，人口数量最少的地区人数为____________千万人(保留小数点后一位).

(3) 下列说法中合理的是__________。

①我国人口基数较大，即使是人口出生率和增长率都缓慢增长的前提下，人口总数仍然是在不断攀升的，所以我国计划生育的基本国策是不变的；

②随着我国老龄化越来越严重，所以出台了“二孩政策”，目的是为了缓解老龄化的压力.

25. 如图，P是线段AB上的一点，$AB = 6cm, O$是AB外一定点. 连接OP，将OP绕点O顺时针旋转$120°$得OQ，连接PQ, AQ.



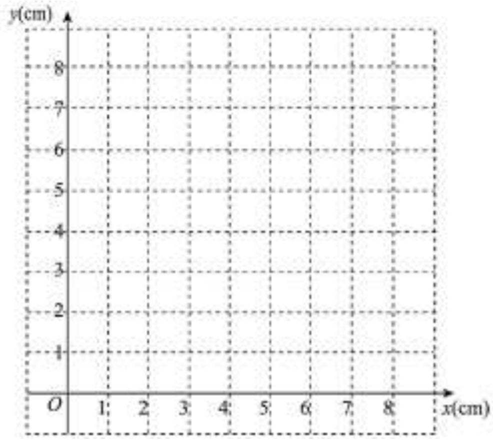
小明根据学习函数的经验，对线段AP,PQ,AQ的长度之间的关系进行了探究.下面是小明的探究过程，请补充完整:

(1)对于点P在AB上的不同位置，画图、测量，得到了线段AP,PQ,AQ的长度(单位:cm)的几组值。如下表:

	位置 1	位置 2	位置 3	位置 4	位置 5	位置 6	位置 7
AP	0.00	1.00	2.00	3.00	4.00	5.00	6.00
PQ	4.00	2.31	0.84	1.43	3.07	4.77	6.49
AQ	4.00	3.08	2.23	1.57	1.40	1.85	2.63

在AP，PQ，AQ的长度这三个量中，确定__________的长度是自变量，____________的长度和______________的长度都是这个自变量的函数;

(2)在同一平面直角坐标系xOy中，画出(1)中所确定的函数的图象;



(3)结合函数图象，解决问题:当$AQ=PQ$时，线段AP的长度约为__________cm

26. 在平面直角坐标系xOy中，横、纵坐标都是整数的点叫做整点.直线$y=ax$与抛物线$y=ax^2-2ax-1(a\neq 0)$围成的封闭区域(不包含边界)为W.

(1)求抛物线顶点坐标(用含a的式子表示);

(2)当$a=\frac{1}{2}$，与出区域W内的所有整点坐标;

(3)若区域W内有3个整点，求a的取值范围.

27. 如图，在正方形$ABCD$中，$AB=3$, M是CD边上一动点(不与D点重合)，点D与点E关于AM所在的直线对称，连接AE, ME，延长CB到点F，使得$BF=DM$，连接EF，AF.

(1)依题意补全图 1;

(2)若$DM=1$，求线段EF的长;

(3)当点M在CD边上运动时. 能使$\triangle AEF$为等腰三角形，直接写出此时$\tan\angle DAM$的值.

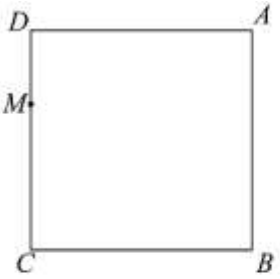
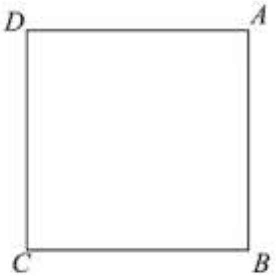


图 1



备用图

28. 在$\triangle ABC$中，CD是$\triangle ABC$的中线，如果$\overset{\frown}{CD}$上的所有点都在$\triangle ABC$的内部或边上，则称$\overset{\frown}{CD}$为$\triangle ABC$的中线弧.

(1)在$Rt\triangle ABC$中，$\angle ACB=90°$, $AC=1$. D是AB的中点.

①如图 1，若$\angle A=45°$, 画出$\triangle ABC$的一条中线弧$\overset{\frown}{CD}$，直接写出$\triangle ABC$的中线弧$\overset{\frown}{CD}$所在圆的半径r的最小值;

②如图 2，若$\angle A=60°$，求出$\triangle ABC$的最长的中线弧$\overset{\frown}{CD}$的弧长l.

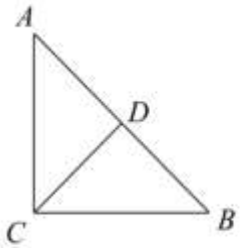


图 1

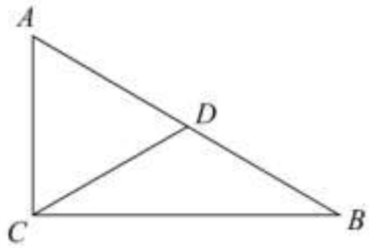


图 2

(2)在平面直角坐标系中，已知点$A(2,2)$, $B(4,0)$, $C(0,0)$，在$\triangle ABC$中，D是AB的中点. 求$\triangle ABC$的中线弧$\overset{\frown}{CD}$所在圆的圆心P的纵坐标t的取值范围.

2020 北京东城初三一模数学

参考答案

一、选择题（本题共 16 分，每小题 2 分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	B	D	D	C	B	A	C	C

二、 填空题（本题共 16 分，每小题 2 分）

9．$x \geq \frac{1}{2}$　　10．$\frac{2}{3}$　　11． -5　　12．5

13．$\begin{cases} 50x+10y=30, \\ x+y=2. \end{cases}$　　14．$\frac{\sqrt{3}}{5}$　　15．③④　　16．5

三. 解答题（本题共 68 分，第 17-22 题，每小题 5 分，第 23-26 题，每小题 6 分，第 27，28 题每小题 7 分）

17. 解：原式=$\sqrt{3}-1+1+2$ ------------------4 分

=$\sqrt{3}+2$. ------------------5 分

18．解：

由①得，$x>-6$. ---------------2 分

由②得，$x\leqslant 13$. ---------------4 分

∴不等式的解集为$-6<x\leqslant 13$. ----------------5 分

19. 解：错误的步骤是：第一步、第二步、第三步、第六步，理由略. ----------------4 分

正确的结果是 $x=1$. ----------------5 分

20. 解：（1）∵关于 x 的方程 $ax^2+2x-3=0$ 有两个不相等的实数根，

∴△>0，且 $a\neq 0$.

即 $2^2-4a\cdot(-3)>0$，且 $a\neq 0$.

∴ $a>-\frac{1}{3}$ 且 $a\neq 0$. ------------------3 分

（2）将$x=1$代入方程 $ax^2+2x-3=0$，

解得$a=1$.

将$a=1$代入方程 $ax^2+2x-3=0$，

解方程得 $x_1=1, x_2=-3$.

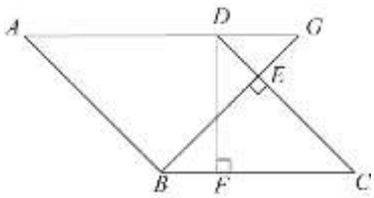
∴ 方程的另一个根为$x=-3$. ------------------5 分

21.

解：（1）证明：∵四边形 $ABCD$ 为菱形，

∴ $CB=CD$.

又∵ $BE\perp CD$ 于点 E，$DF\perp BC$ 于点 F，



∴ $\angle BEC=\angle DFC=90°$.

∵ $\angle C=\angle C$，

∴ $\triangle BEC\cong\triangle DFC$.

∴ $EC=FC$.

∴ $BF=DE$. --------------------------------------2 分

（2）设 $AD=\sqrt{2}a$，

∵$\angle A=45°$，

∴$\triangle DEG$ 和$\triangle BEC$ 都是等腰直角三角形.

∵四边形 $ABCD$ 是菱形，

$\therefore \dfrac{DG}{AD}=\dfrac{DG}{BC}=\dfrac{DE}{CE}$.

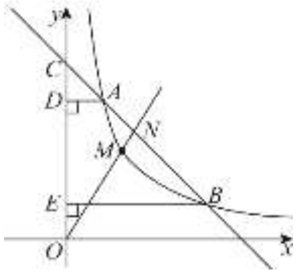
可求出$CE=a, DE=(\sqrt{2}-1)a$.

$\therefore \dfrac{DG}{AD}=\sqrt{2}-1$. ---------------------------------------5 分

22.解：（1）将点 A（4，1）代入 $y=\dfrac{m}{x}$，

得 $m=4$.

∴反比例函数解析式为 $y=\dfrac{4}{x}$.



∵BE⊥y 轴，AD⊥y 轴，

∴∠CEB=∠CDA=90°.

∴△CDA∽△CEB.

∴$\dfrac{CD}{CE}=\dfrac{AD}{BE}$.

∵$\dfrac{CD}{CE}=\dfrac{1}{4}$,

∴$BE=4AD$.

∵A（1，4），

∴$AD=1$.

∴$BE=4$.

∴$x_B=4$.

∴$y_B=\frac{4}{x}=1$.

∴B（4，1）.

将 A（1，4），B（4，1）代入 $y=kx+b$,

得，$\begin{cases}k+b=4,\\4k+b=1.\end{cases}$

解得，$k=-1$，$b=5$.

∴一次函数的解析式为 $y=-x+5$. ……………………………………3 分

（2）当 MN 长度最大时，点 M 的坐标为（2，2）. ……………………………………5 分

23. 解：(1) 证明：如图，连结 OB，则 $OP=OB$.

∴ $\angle OBP=\angle OPB=\angle CPA$.

∵ $AB=AC$，

$\therefore \angle ACB = \angle ABC$.

而 $OA \perp l$，即 $\angle OAC = 90°$.

$\therefore \angle ACB + \angle CPA = 90°$.

即 $\angle ABP + \angle OBP = 90°$.

$\therefore \angle ABO = 90°$，

$\therefore OB \perp AB$，故 AB 是⊙O 的切线. ……………………………………2 分

（2）$\because \tan\angle ACB = \dfrac{1}{2}$，

$\therefore$ 在 Rt△ACP 中，设 $AP=x$, $AC=2x$.

$\because OA = 5$，

$\therefore OP = 5 - x$.

$\therefore OB = 5 - x$.

$\because AB = AC$，

$\therefore AB = 2x$.

$\because \angle ABO = 90°$，

由勾股定理，得 $OB^2 + AB^2 = OA^2$.

即 $(5-x)^2 + (2x)^2 = 5^2$.

解得 $x = 2$.

$\therefore AP=2$.

$\therefore OB = OP = 3$.

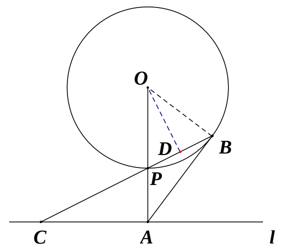
$\therefore AB = AC = 4$.

$\therefore CP = 2\sqrt{5}$.

过 O 作 $OD \perp PB$ 于 D，

在△ODP 和△CAP 中，

$\because \angle OPD = \angle CPA$，$\angle ODP = \angle CAP = 90°$，



$\therefore \triangle ODP \backsim \triangle CAP$.

$\therefore \dfrac{PD}{PA} = \dfrac{OP}{CP} = \dfrac{OD}{CA}$.

$\therefore PD = \dfrac{OP \cdot PA}{CP} = \dfrac{3}{5}\sqrt{5}$.

$\therefore BP = 2PD = \dfrac{6}{5}\sqrt{5}$. ··································6 分

24．解：

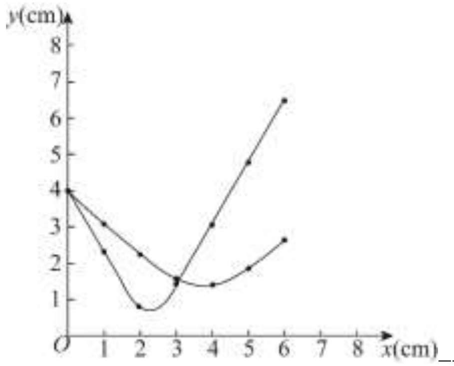
（1）6；　　　　　　　　　----------------2 分

（2）2，3.8；　　　　　　-------------------4 分

（3）①② .　　　　　　　 ------------------6 分

25.解：(1)AP，PQ，AQ;　　　　　　-------------------3 分

(2)如图所示：



------------------5 分

(3)线段 AP 的长度约为 3.07cm. ------------------6 分

26．解：（1）$y=ax^2-2ax-1=a(x-1)^2-a-1$.

∴ 抛物线顶点坐标为（1，$-a-1$）. ------------------2 分

（2）当 $a=\dfrac{1}{2}$ 时，画出直线 $y=\dfrac{1}{2}x$ 和抛物线 $y=\dfrac{1}{2}x^2-x-1$ 围成的封闭区域 W.

∴ 区域 W 内的所有整点坐标分别为(1,0)，(2,0)，(1,-1)，(3,1). ------------------4 分

（3）① $a>0$，

当 $a=\frac{1}{2}$ 时，区域 W 内的所有整点有 4 个；当 $a>\frac{1}{2}$ 时，区域 W 内的所有整点多于 3 个；当 $\frac{1}{3}<a<\frac{1}{2}$ 时，区域 W 内的所有整点有 4 个；当 $a=\frac{1}{3}$ 时，区域 W 内的所有整点有 3 个；当 $0<a<\frac{1}{3}$ 时，区域 W 内的所有整点多于 3 个.

② $a<0$，

当 $-1\leqslant a<0$ 时，区域 W 内的所有整点有 0 个；当 $a<-\frac{3}{2}$ 时，区域 W 内的所有整点多于 3 个.

∴ 区域 W 内有 3 个整点，a 的取值范围是 $-\frac{3}{2}\le a<-1$.

综上，a 的取值范围是 $a=\frac{1}{3}$ 或 $-\frac{3}{2}\le a<-1$.　　------------------6 分

27. 解：（1）补全图形如图 1 所示.　　------------------1 分

（2）如图 2，连接 BM.

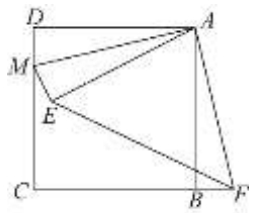


图 1

∵点 D 与点 E 关于 AM 所在的直线对称，

∴$AE=AD$，$\angle MAD=\angle MAE$.

∵四边形 $ABCD$ 是正方形，

∴$AD=AB$，$\angle D=\angle ABF=90°$.

又∵$DM = BF$，

∴$\triangle ADM\cong\triangle ABF$.

∴$AF=AM$，$\angle FAB=\angle MAD$.

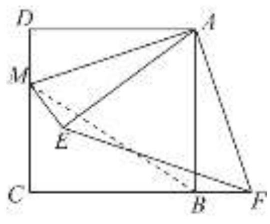
∴$\angle FAB=\angle MAE$.

∴$\angle FAB+\angle BAE=\angle BAE+\angle MAE$.

∴$\angle FAE=\angle MAB$.

∴$\triangle FAE\cong\triangle MAB$（SAS）.

∴$EF=BM$.



∵四边形 $ABCD$ 是正方形，

∴ $BC=CD=AB=3$.　　　　　　　　　　　　　　　　　　图 2

∵ $DM=1$，

∴ $CM=2$.

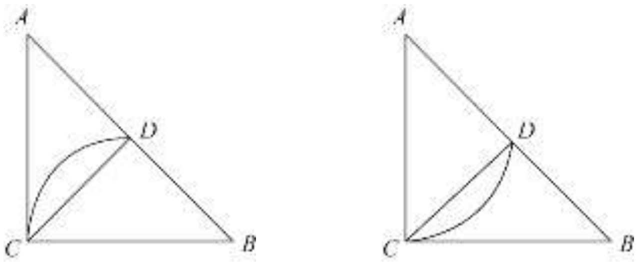
∴在 Rt△BCM 中，$BM=\sqrt{CM^2+BC^2}=\sqrt{13}$.

∴ $EF=\sqrt{13}$.　　　　　　　　　　　　　　-----------------5 分

（3）当点 M 在 CD 边上运动时，若使△AEF 为等腰三角形，则

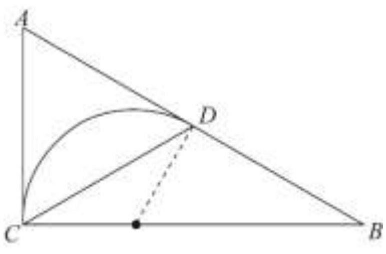
$\tan\angle DAM=1$ 或 $\frac{1}{2}$.　　　　　　　　………………………………7 分

28．（1）①如图（答案不唯一）



中线弧 CD 所在圆的半径 r 的最小值为 $\frac{1}{2}$.　　-----------------2 分

②当中线弧 CD 所在圆与 AC，AB 都相切时，中线弧 CD 的弧长 l 最大.



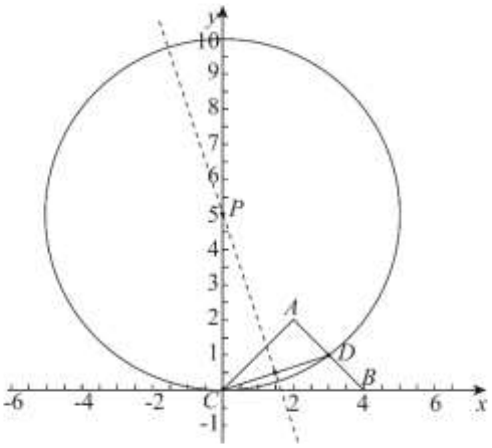
如图，此时中线弧 CD 所在圆的圆心在 BC 上，半径为 $\frac{\sqrt{3}}{3}$.

所以最大弧长 $l=\frac{120}{360}\times 2\pi\frac{\sqrt{3}}{3}=\frac{2\sqrt{3}}{9}\pi$.　-----------------3 分

(2) △ABC 的中弧线 CD 所在圆的圆心 P 在 CD 的垂直平分线上.

如图，若中弧线CD在CD下方，

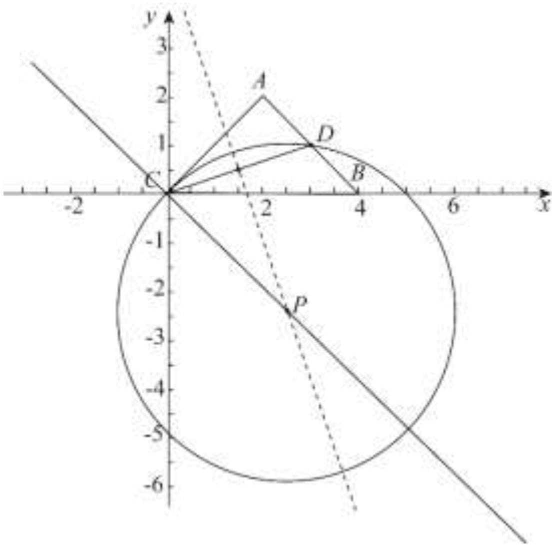
当中弧线CD所在圆与BC相切时，可得圆心P的坐标为（0, 5）．



所以$\triangle ABC$的中弧线CD所在圆的圆心P的纵坐标$t \geq 5$．

如图，若中弧线CD在CD上方，

当中弧线CD所在圆与AC相切时，可得圆心P的坐标为（$\frac{5}{2}$，$-\frac{5}{2}$）．



所以$\triangle ABC$的中弧线CD所在圆的圆心P的纵坐标$t \leq -\frac{5}{2}$．

综上，$\triangle ABC$的中弧线CD所在圆的圆心P的纵坐标t的取值范围为：　$t \geq 5$或$t \leq -\frac{5}{2}$．

…………………………………………………………7 分