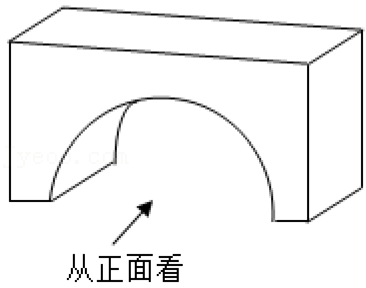
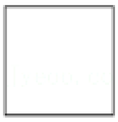
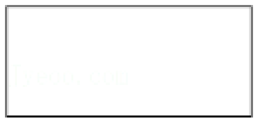
2022 北京海淀初三一模

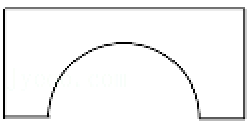
数　　学

一、选择题（共 16 分，每题 2 分）第 1-8 题均有四个选项，符合题意的选项只有一个。

1．（2 分）如图是一个拱形积木玩具，其主视图是(　　)



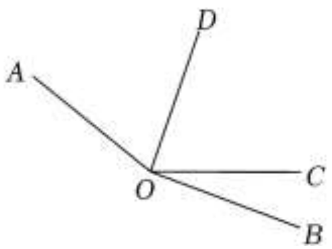
A．　　B．

C．　　D．

2．（2 分）2022 年北京打造了一届绿色环保的冬奥会．张家口赛区按照“渗、滞、蓄、净、用、排”的原则，在古杨树场馆群修建了 250000 立方米雨水收集池，用于收集雨水和融雪水，最大限度减少水资源浪费．将 250000 用科学记数法表示应为(　　)

A．0.25×10^{5}　　B．2.5×10^{5}　　C．2.5×10^{4}　　D．25×10^{4}

3．（2 分）如图，$\angle AOB=160^{\circ}$，$\angle COB=20^{\circ}$．若 OD 平分 $\angle AOC$，则 $\angle AOD$ 的大小为(　　)



A．20°　　B．70°　　C．80°　　D．140°

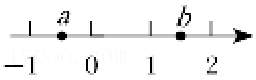
4．（2 分）若一个多边形的每个外角都是 30°，则这个多边形的边数为(　　)

A．6　　B．8　　C．10　　D．12

5．（2 分）不透明的袋子中装有 2 个红球，3 个黑球，这些球除颜色外无其他差别．从袋子中随机摸出一个球，则摸出红球的概率是(　　)

A．$\dfrac{2}{5}$　　B．$\dfrac{3}{5}$　　C．$\dfrac{2}{3}$　　D．$\dfrac{1}{2}$

6．（2 分）实数 a，b 在数轴上的对应点的位置如图所示，下列结论中正确的是(　　)



A．$a<-1$　　B．$|a|<|b|$　　C．$a+b<0$　　D．$b-a<0$

7.（2 分）北京 2022 年冬奥会的开幕式上，各个国家和地区代表团入场所持的引导牌是中国结和雪花融合的造型，如图 1 是中国体育代表团的引导牌．观察发现，图 2 中的图案可以由图 3 中的图案经过对称、旋转等变换得到．下列关于图 2 和图 3 的说法中，不正确的是（　　）

图1

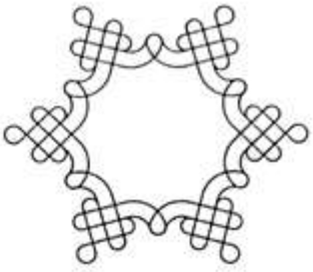


图2


图3

A．图 2 中的图案是轴对称图形

B．图 2 中的图案是中心对称图形

C．图 2 中的图案绕某个固定点旋转60°，可以与自身重合

D．将图 3 中的图案绕某个固定点连续旋转若干次，每次旋转120°，可以设计出图 2 中的图案

8.（2 分）某校举办校庆晚会，其主舞台为一圆形舞台，圆心为O．A，B是舞台边缘上两个固定位置，由线段AB及优弧AB围成的区域是表演区．若在A处安装一台某种型号的灯光装置，其照亮区域如图 1 中阴影所示．若在B处再安装一台同种型号的灯光装置，恰好可以照亮整个表演区，如图 2 中阴影所示．

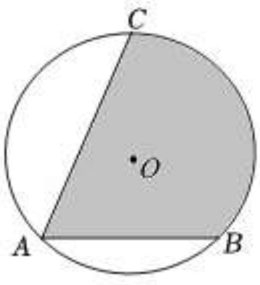


图1

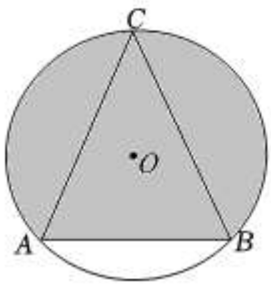


图2

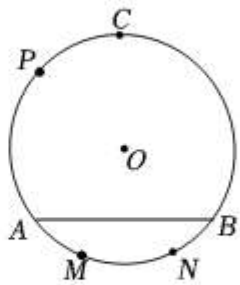


图3

若将灯光装置改放在如图 3 所示的点M，N或P处，能使表演区完全照亮的方案可能是(　　)

①在M处放置 2 台该型号的灯光装置

②在M，N处各放置 1 台该型号的灯光装置

③在P处放置 2 台该型号的灯光装置

A．①②　　B．①③　　C．②③　　D．①②③

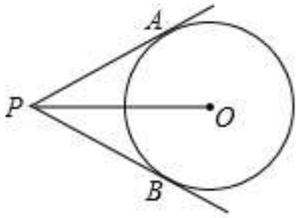
二、填空题（共 16 分，每题 2 分）

9.（2 分）若代数式$\dfrac{2}{x-3}$有意义，则实数x的取值范围是 ____．

10.（2 分）已知$\sqrt{2}<m<\sqrt{11}$，且m是整数，请写出一个符合要求的m的值 ____．

11.（2 分）分解因式：$3m^{2}-3n^{2}=$____．

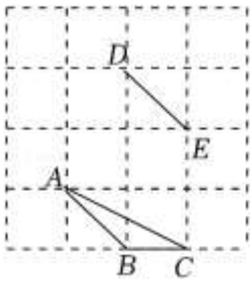
12.（2 分）如图，PA，PB是$\odot O$的切线，A，B为切点．若$\angle APB=60^{\circ}$，则$\angle AOP$的大小为 ____．



13．（2 分）若关于 x 的一元二次方程 $x^2-4x+m=0$ 没有实数根，则 m 的取值范围是____．

14．（2 分）在平面直角坐标系 xOy 中，直线 $y=ax$ 与双曲线 $y=\frac{k}{x}$ 交于点 $A(-1,2)$ 和点 B，则点 B 的坐标为 ____．

15．（2 分）如图，在 4×4 的正方形网格中，A，B，C，D，E 是网格线交点，请画出一个 ΔDEF，使得 ΔDEF 与 ΔABC 全等．



16．（2 分）甲、乙在如下所示的表格中从左至右依次填数．已知表中第一个数字是 1，甲、乙轮流从 2，3，4，5，6，7，8，9 中选出一个数字填入表中（表中已出现的数字不再重复使用）．每次填数时，甲会选择填入后使表中数据方差最大的数字，乙会选择填入后使表中数据方差最小的数字．甲先填，请你在表中空白处填出一种符合要求的填数结果．

1				

三、解答题（共 68 分，第 17-20 题，每题 5 分，第 21 题 6 分，第 22 题 5 分，第 23-24 题，每题 6 分，第 25 题 5 分，第 26 题 6 分，第 27-28 题，每题 7 分）解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程。

17．（5 分）计算：$\sqrt{3}\tan60^\circ-\sqrt{8}+|-\sqrt{2}|-(1-\pi)^0$．

18．（5 分）解不等式组：$\begin{cases}4(x-1)<3x\\ \frac{5x+3}{2}>x\end{cases}$．

19．（5 分）已知 $m^2-2mn-3=0$．求代数式 $(m-n)^2+(m+n)(m-n)-m^2$ 的值．

20．（5 分）《元史·天文志》中记载了元朝名天文学家郭守敬主持的一次大规模观测，称为“四海测验”、这次观测主要使用了“立杆测影”的方法，在二十七个观测点测量出的各地的“北极出地”与现在人们所说的“北线”完全吻合，利用类似的原理，我们也可以测量出所在地的纬度．如图 1 所示．

①春分时，太阳光直射赤道，此时在 M 地直立一根杆子 MN，在太阳光照射下，杆子 MN 会在地面上形成影子，通过测量杆子与它的影子的长度，可以计算出太阳光与杆子 MN 所成的夹角 α；

②由于同一时刻的太阳光线可以近似看成是平行的．所以根据太阳光与杆子 MN 所成的夹角 α 可以推算得到 M 地的纬度，即 $\angle MOB$ 的大小．

（1）图 2 是①中在 M 地测算太阳光与杆子 MN 所成夹角 α 的示意图．过点 M 作 MN 的垂线与直线 CD 交于点 Q，则线段 MQ 可以看成是杆子 MN 在地面上形成的影子．使用直尺和圆规，在图 2 中作出影子 MQ（保留作图痕迹）；

（2）依据图 1 完成如下证明．

证明：$\because AB//CD$，

$\therefore \angle MOB=$____$=\alpha($____$)$（填推理的依据）

$\therefore M$ 地的纬度为α．

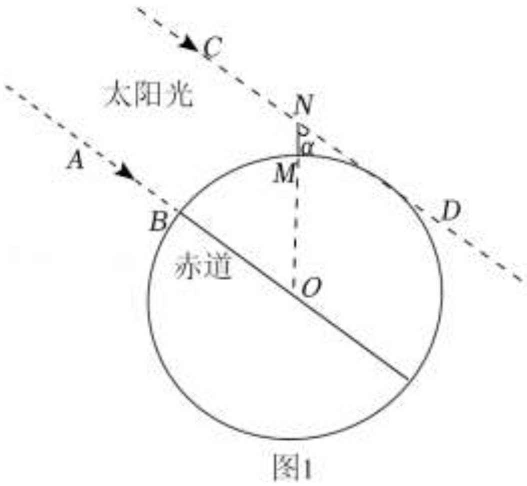


图1

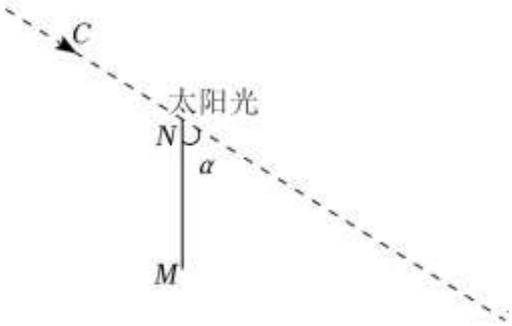
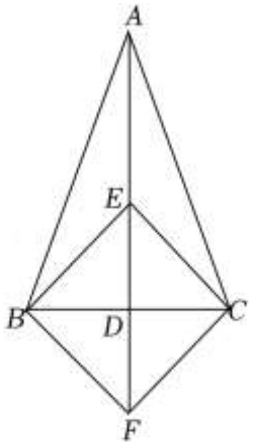


图2

21．（6分）如图，在ΔABC中，$AB=AC$，D是BC的中点，点E，F在射线AD上，且$DE=DF$．

（1）求证：四边形$BECF$是菱形；

（2）若$AD=BC=6$，$AE=BE$，求菱形$BECF$的面积．



22．（5分）在平面直角坐标系xOy中，一次函数$y=kx+b(k\neq 0)$的图象由函数$y=\frac{1}{2}x$的图象平移得到，且经过点$(-2,0)$．

（1）求这个一次函数的解析式；

（2）当$x>m$时，对于x的每一个值，函数$y=3x-4$的值大于一次函数$y=kx+b$的值，直接写出m的取值范围．

23．（6分）数学学习小组的同学共同探究体积为$330mL$圆柱形有盖容器（如图所示）的设计方案．他们想探究容器表面积与底面半径的关系．

具体研究过程如下，请补充完整：

（1）建立模型：设该容器的表面积为$S\ cm^2$，底面半径为$x\ cm$，高为$y\ cm$，则

$330=\pi x^2 y$，①

$S=2\pi x^2+2\pi xy$，②

由①式得 $y=\dfrac{330}{\pi x^{2}}$，代入②式得

$S=2\pi x^{2}+\dfrac{660}{x}$，③

可知，S 是 x 的函数，自变量 x 的取值范围是 $x>0$.

（2）探究函数：

根据函数解析式③，按照如表中自变量 x 的值计算（精确到个位），得到了 S 与 x 的几组对应值：

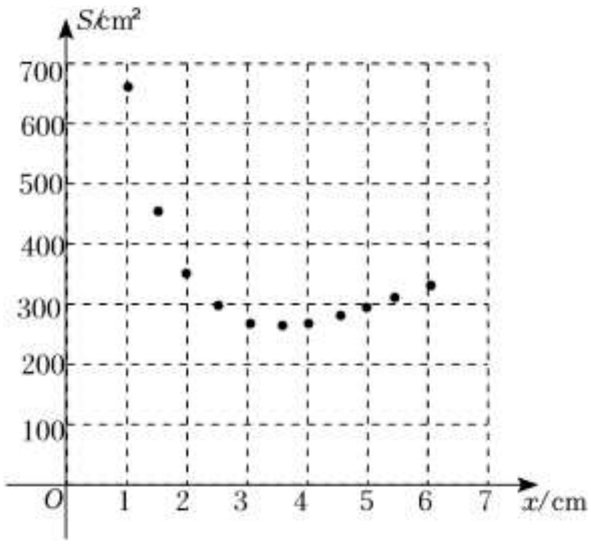
x/cm	…	1	1.5	2	2.5	3	3.5	4	4.5	5	5.5	6	…
S/cm^{2}	…	666	454	355	303	277	266	266	274	289	310	336	…

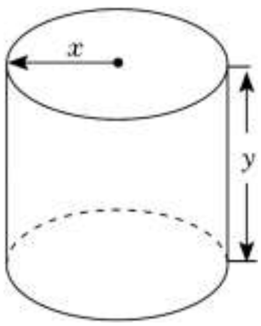
在下面平面直角坐标系中，描出了以上表中各对对应值为坐标的点，根据描出的点，画出该函数的图象；

（3）解决问题：根据图表回答，

①半径为 $2.4cm$ 的圆柱形容器比半径为 $4.4cm$ 的圆柱形容器表面积 ____（填"大"或"小"）；

②若容器的表面积为 $300cm^{2}$，容器底面半径约为 ____ cm（精确到 0.1）.

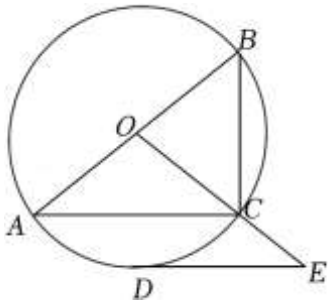




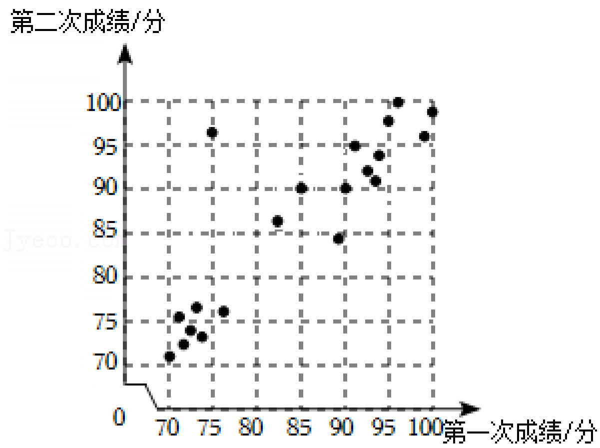
24.（6 分）如图，$\odot O$ 是 ΔABC 的外接圆，AB 是 $\odot O$ 的直径，点 D 为 AC 的中点，$\odot O$ 的切线 DE 交 OC 的延长线于点 E .

（1）求证：$DE//AC$；

（2）连接 BD 交 AC 于点 P，若 $AC=8$，$\cos A=\dfrac{4}{5}$，求 DE 和 BP 的长.



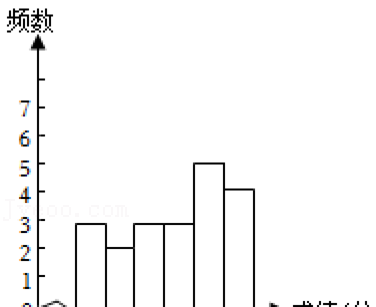
25．（5 分）为增进学生对营养与健康知识的了解，某校开展了两次知识问答活动，从中随机抽取了 20 名学生两次活动的成绩（百分制），并对数据（成绩）进行整理、描述和分析．如图是这 20 名学生第一次活动和第二次活动成绩情况统计图．



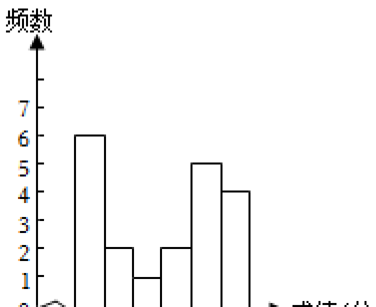
（1）①学生甲第一次成绩是 85 分，则该生第二次成绩是 ____分，他两次活动的平均成绩是 ____分；

②学生乙第一次成绩低于 80 分，第二次成绩高于 90 分，请在图中用“○”圈出代表乙的点；

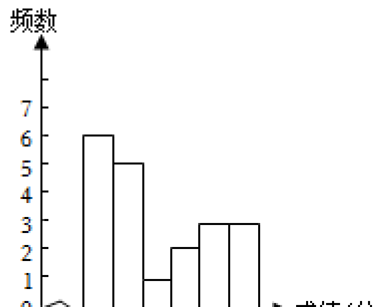
（2）为了解每位学生两次活动平均成绩的情况，A，B，C 三人分别作出了每位学生两次活动平均成绩的频数分布直方图（数据分成 6 组：$70\leqslant x<75$，$75\leqslant x<80$，$80\leqslant x<85$，$85\leqslant x<90$，$90\leqslant x<95$，$95\leqslant x\leqslant 100$）：



A



B



C

已知这三人中只有一人正确作出了统计图，则作图正确的是 ____；

（3）假设有 400 名学生参加此次活动，估计两次活动平均成绩不低于 90 分的学生人数为 ____.

26．（6 分）在平面直角坐标系 xOy 中，二次函数 $y=ax^2-2ax(a\neq 0)$ 的图象经过点 $A(-1,3)$．

（1）求该二次函数的解析式以及图象顶点的坐标；

（2）一次函数 $y=2x+b$ 的图象经过点 A，点 (m,y_1) 在一次函数 $y=2x+b$ 的图象上，点 $(m+4,y_2)$ 在二次函数 $y=ax^2-2ax$ 的图象上．若 $y_1>y_2$，求 m 的取值范围．

27．（7 分）在 RtΔABC 中，$\angle ABC=90^\circ$，$\angle BAC=30^\circ$，D 为边 BC 上一动点，点 E 在边 AC 上，$CE=CD$．点 D 关于点 B 的对称点为点 F，连接 AD，P 为 AD 的中点，连接 PE，PF，EF．

（1）如图 1，当点 D 与点 B 重合时，写出线段 PE 与 PF 之间的位置关系与数量关系；

（2）如图 2，当点 D 与点 B，C 不重合时，判断（1）中所得的结论是否仍然成立？若成立，请给出证明，若不成立，请举出反例．

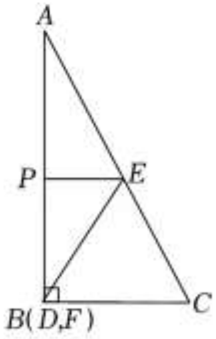


图1

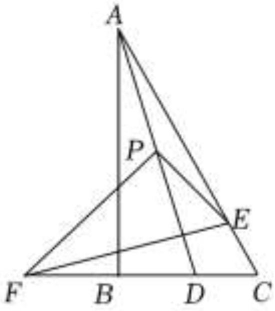


图2

28．（7 分）在平面直角坐标系 xOy 中，对于点 $P(x_1, y_1)$，给出如下定义：当点 $Q(x_2, y_2)$ 满足 $x_1+x_2=y_1+y_2$ 时，称点 Q 是点 P 的等和点．

已知点 $P(2,0)$．

（1）在 $Q_1(0,2)$，$Q_2(-2,-1)$，$Q_3(1,3)$ 中，点 P 的等和点有 ____；

（2）点 A 在直线 $y=-x+4$ 上，若点 P 的等和点也是点 A 的等和点，求点 A 的坐标；

（3）已知点 $B(b,0)$ 和线段 MN，对于所有满足 $BC=1$ 的点 C，线段 MN 上总存在线段 PC 上每个点的等和点．若 MN 的最小值为 5，直接写出 b 的取值范围．

参考答案

一、选择题（共 16 分，每题 2 分）第 1-8 题均有四个选项，符合题意的选项只有一个。

1．【分析】从正面观察得到的图形是主视图．

【解答】解：从正面看得到的图形是下面有一半圆的图形．

故选：C．

【点评】本题考查了简单组合体的三视图的知识，从正面看所得到的图形是主视图．

2．【分析】科学记数法的表示形式为$a\times 10^n$的形式，其中$1\leqslant |a|<10$，n为整数．确定n的值时，要看把原数变成a时，小数点移动了多少位，n的绝对值与小数点移动的位数相同．当原数绝对值$\geqslant 10$时，n是正整数，当原数绝对值<1时，n是负整数．

【解答】解：$250000=2.5\times 10^5$．

故选：B．

【点评】此题考查科学记数法的表示方法．科学记数法的表示形式为$a\times 10^n$的形式，其中$1\leqslant |a|<10$，n为整数，表示时关键要正确确定a的值以及n的值．

3．【分析】由$\angle AOB=160^\circ$，$\angle COB=20^\circ$，得$\angle AOC=\angle AOB-\angle BOC=140^\circ$，又$OD$平分$\angle AOC$，即得$\angle AOD=\dfrac{1}{2}\angle AOC=70^\circ$．

【解答】解：$\because \angle AOB=160^\circ$，$\angle COB=20^\circ$，

$\therefore \angle AOC=\angle AOB-\angle BOC=140^\circ$，

$\because OD$平分$\angle AOC$，

$\therefore \angle AOD=\dfrac{1}{2}\angle AOC=70^\circ$，

故选：B．

【点评】本题考查角的和差，解题的关键是掌握角平分线的定义及角的加减．

4．【分析】利用任何多边形的外角和是360°除以外角度数即可求出答案．

【解答】解：多边形的外角的个数是$360\div 30=12$，所以多边形的边数是 12．

故答案为：D．

【点评】本题主要考查了多边形的外角和定理，已知外角求边数的这种方法是需要熟记的内容．

5．【分析】用红球的个数除以球的总数即可．

【解答】解：$\because$不透明的袋子中装有 2 个红球，3 个黑球，共 5 个球，

$\therefore$从袋子中随机摸出一个球是红球的概率是$\dfrac{2}{5}$，

故选A．

【点评】考查了概率的基本计算，用到的知识点为：概率等于所求情况数与总情况数之比．

6．【分析】由数轴知：$-1<a<0$，$1<b<2$，进而解决此题．

【解答】解：由数轴知：$-1<a<0$，$1<b<2$．

$\therefore a<-1$，$|a|<|b|$，$a+b>0$，$b-a>0$，

$\therefore B$符合题意.

故选： B .

【点评】本题主要考查数轴上的点表示的实数以及绝对值，熟练掌握数轴上的点表示的实数以及绝对值是解决本题的关键.

7.【分析】根据中心对称图形，轴对称图形的定义一一判断即可.

【解答】解：图 2 是中心对称图形，原式轴对称图形，图 2 绕对称中心性质$60°$可以与自身重合，故选项A， B， C正确，

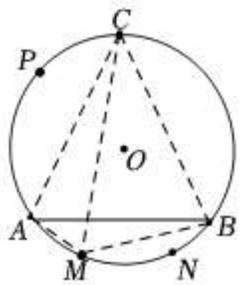
将图 3 中的图案绕某个固定点连续旋转若干次，每次旋转$60°$，可以设计出图 2 中的图案，故D错误，

故选D .

【点评】本题考查作图利用旋转设计图案，中心对称图形，轴对称图形的定义等知识，解题的关键是理解题意中心对称图形，轴对称图形的定义，属于中考常考题型.

8.【分析】由摄像装置的视角，画出图形观察可得答案.

【解答】解：①在M处放置 2 台该型号的灯光装置，如图：

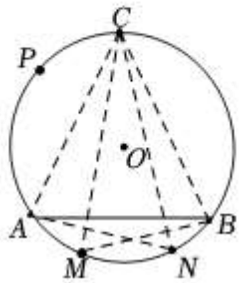


摄像装置的视角为$\angle CAB$， $\angle CBA$，

$\because \angle CAB = \angle CMB$， $\angle AMC = \angle CBA$，

$\therefore$在M处放置 2 台该型号的灯光装置，能使表演区完全照亮；

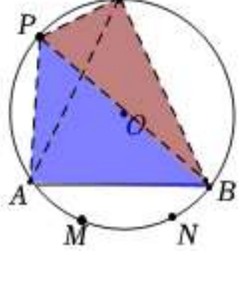
②在M， N处各放置 1 台该型号的灯光装置，如图：



$\because \angle CMB = \angle CAB$， $\angle ANC = \angle ABC$，

$\therefore$在M， N处各放置 1 台该型号的灯光装置，能使表演区完全照亮；

③在P处放置 2 台该型号的灯光装置，如图：



$\because \angle CPB = CAB$，

$\therefore$ 由图可知，在 P 处放置 2 台该型号的灯光装置，不能使表演区完全照亮；

故选：A．

【点评】本题考查圆周角定理，解题的关键是理解题意，学会添加常用辅助线，借助图形解决问题．

二、填空题（共 16 分，每题 2 分）

9．【分析】根据分式有意义的条件：分母不等于 0 即可得出答案．

【解答】解：根据题意得 $x-3\neq 0$，

解得 $x\neq 3$，

故答案为：$x\neq 3$．

【点评】本题考查了分式有意义的条件，掌握分式有意义的条件：分母不等于 0 是解题的关键．

10．【分析】按要求写出一个符合条件的 m 的值即可．

【解答】解：$\because 1<\sqrt{2}<2$，$3<\sqrt{11}<4$，又 $\sqrt{2}<m<\sqrt{11}$，且 m 是整数，

$\therefore m=2$ 或 $m=3$，

故答案为：2 或 3（写一个即可）．

【点评】本题考查无理数大小的估算，解题的关键是能能正确估算 $\sqrt{2}$ 、$\sqrt{11}$ 的近似值．

11．【分析】首先提取公因式 3，进而利用平方差公式进行分解即可．

【解答】解：$3m^2-3n^2=3(m^2-n^2)=3(m+n)(m-n)$．

故答案为：$3(m+n)(m-n)$．

【点评】此题主要考查了提取公因式法和公式法分解因式，熟练运用平方差公式是解题关键．

12．【分析】根据切线长定理得到 OP 平分 $\angle APB$，根据切线的性质得到 $OA\perp PA$，则利用角平分线的定义得到 $\angle APO=30^\circ$，然后利用互余计算出 $\angle AOP$ 的度数．

【解答】解：$\because PA$，PB 是 $\odot O$ 的切线，A，B 为切点，

$\therefore OP$ 平分 $\angle APB$，$OA\perp PA$，

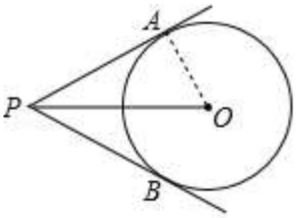
$\therefore \angle OAP=90^\circ$，

$\because \angle APB=60^\circ$，

$\therefore \angle APO=30^\circ$，

$\therefore \angle AOP=90^\circ-\angle APO=60^\circ$．

故答案为：60°．



【点评】本题考查了切线的性质：圆的切线垂直于经过切点的半径．也考查了切线长定理．

13．【分析】根据根的判别式即可求出答案．

【解答】解：由题意可知：$\triangle<0$，

$\therefore 16-4m<0$，

$\therefore m>4$

故答案为： $m>4$

【点评】本题考查根的判别式，解题的关键是熟练运用根的判别式，本题属于基础题型．

14．【分析】根据双曲线的中心对称性即可求得点 B 的坐标．

【解答】解： $\because$ 直线 $y=ax$ 与双曲线 $y=\dfrac{k}{x}$ 交于点 $A(-1,2)$ 和点 B ，

$\because$ 点 A 、 B 关于原点对称，

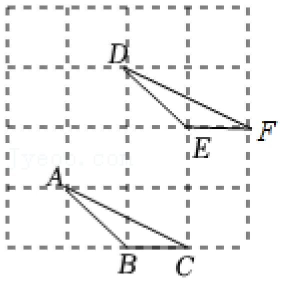
$\therefore B(1,-2)$ ，

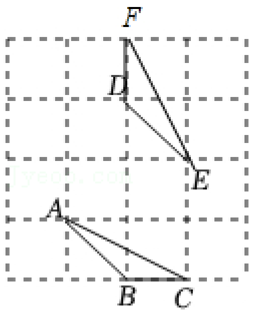
故答案为： $(1,-2)$ ．

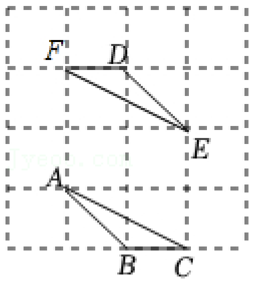
【点评】本题是正比例函数与反比例函数的交点问题，考查了反比例函数的性质，应用反比例函数的中心对称性是解题的关键．

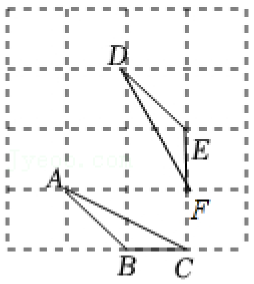
15．【分析】利用全等三角形的判定方法画图．

【解答】解：如图， ΔDEF 为所作．









【点评】本题考查了作图 – 复杂作图：解决此类题目的关键是熟悉基本几何图形的性质，结合几何图形的基本性质把复杂作图拆解成基本作图，逐步操作．也考查了全等三角形的判定．

16．【分析】根据开始数是 1，甲填入后数据方差最大，结合方差的公式可知，填入的数据距离平均数越远越好，可以判断甲填 9，乙填入后数据方差最小，结合方差的公式可知，填入的数据越接近平均数越好，可以判断乙填 5，依此类推即可．

【解答】解：根据题意，开始数字是 1，

$\because$ 甲填入后数据方差最大，结合方差的公式可知，填入的数据距离平均数越远越好，

$\therefore$ 甲填入的是 9，即第 2 个方格填 9，

$\because$ 乙填入后数据方差最小，结合方差的公式可知，填入的数据越接近平均数越好，

$\therefore$ 乙应该填入 5，即第 3 个方格填 5，

$\therefore$ 甲需要再填入 2，即第 4 个方格填 2 或 8，

此时的四位数为$1-9-5-2$，或$1-9-5-8$，

$\therefore$ 乙需要再填入 4 或 6，即第 4 个方格填 4 或 6，

$\therefore$ 依次填入的数字是$9-5-2-4$ 或$9-5-8-6$

故答案为：$9-5-2-4$ 或$9-5-8-6$．

【点评】本题主要考查方差的概念及应用，熟练掌握方差公式是解答此题的关键．

三、解答题（共 68 分，第 17-20 题，每题 5 分，第 21 题 6 分，第 22 题 5 分，第 23-24 题，每题 6 分，第 25 题 5 分，第 26 题 6 分，第 27-28 题，每题 7 分）解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程。

17．【分析】代入特殊角的三角函数值，化简算术平方根，绝对值，零指数幂，然后算乘法，再算加减．

【解答】解：原式$=\sqrt{3}\times\sqrt{3}-2\sqrt{2}+\sqrt{2}-1$

$=3-2\sqrt{2}+\sqrt{2}-1$

$=2-\sqrt{2}$．

【点评】本题考查实数的混合运算，理解$a^0=1(a\neq 0)$，熟记特殊角的三角函数值是解题关键．

18．【分析】分别求出每一个不等式的解集，根据口诀：同大取大、同小取小、大小小大中间找、大大小小找不到确定不等式组的解集．

【解答】解：解不等式$4(x-1)<3x$，得：$x<4$，

解不等式$\dfrac{5x+3}{2}>x$，得：$x>-1$，

则不等式组的解集为$-1<x<4$．

【点评】本题考查的是解一元一次不等式组，正确求出每一个不等式解集是基础，熟知“同大取大；同小取小；大小小大中间找；大大小小找不到”的原则是解答此题的关键．

19．【分析】先根据完全平方公式和平方差公式进行计算，再合并同类项，求出$m^2-2mn=3$，最后代入求出答案即可．

【解答】解：$(m-n)^2+(m+n)(m-n)-m^2$

$=m^2-2mn+n^2+m^2-n^2-m^2$

$=m^2-2mn$，

$\because m^2-2mn-3=0$，

$\therefore m^2-2mn=3$，

当 $m^2-2mn=3$ 时，原式 $=3$.

【点评】本题考查了整式的化简求值，能正确根据整式的运算法则进行化简是解此题的关键，注意运算顺序.

20.【分析】(1) 过点 M 作 $MQ\perp MN$ 交 ND 于点 Q ，线段 MQ 可即为所求；

（2）利用平行线的性质求解即可.

【解答】(1) 解：如图 2 中，线段 MQ 即为所求；

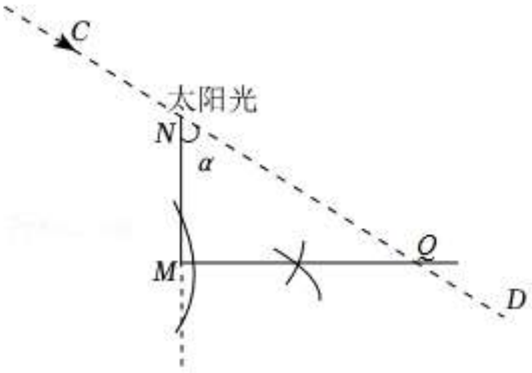


图2

（2）证明：$\because AB//CD$ ，

$\therefore \angle MOB=\angle OND=\alpha$ （两直线平行，内错角相等），

$\therefore M$ 地的纬度为 α .

故答案为：$\angle OND$ ，两直线平行，内错角相等.

【点评】本题考查作图 – 应用与设计作图，平行投影等知识，解题的关键是理解题意，灵活运用所学知识解决问题，属于中考常考题型.

21.【分析】(1) 根据对角线互相平分且垂直即可证明四边形 $AECF$ 是菱形；

（2）设 $DE=x$ ，则 $AE=BE=AD-DE=6-x$ ，根据勾股定理列式 $3^2+x^2=(6-x)^2$ ，计算可得 x 的值，然后利用菱形面积等于对角线乘积的一半即可解决问题.

【解答】(1) 证明：$\because AB=AC$ ，D 是 BC 的中点，

$\therefore AD\perp BC$ ，$BD=CD$ ，

$\because DE=DF$ ，

$\therefore$ 四边形 $BECF$ 是菱形；

（2）解：设 $DE=x$ ，则 $AE=BE=AD-DE=6-x$ ，

$\because BD=CD=\frac{1}{2}BC=3$ ，

$\therefore BD^2+DE^2=BE^2$ ，

$\therefore 3^2+x^2=(6-x)^2$ ，

$\therefore x=\frac{9}{4}$ ，

$\therefore EF=2DE=\frac{9}{2}$ ，

$\therefore$ 菱形 $BECF$ 的面积 $=\frac{1}{2}\times BC\cdot EF=\frac{1}{2}\times 6\times\frac{9}{2}=\frac{27}{2}$.

【点评】本题考查了菱形的判定与性质，全等三角形的判定与性质，等腰三角形的性质，勾股定理，解决本题的关键是掌握菱形的性质.

22.【分析】(1) 先根据直线平移时 k 的值不变得出 $k=1$ ，再将点 $A(1,2)$ 代入 $y=x+b$ ，求出 b 的值，即可得到一次函数的解析式；

(2) 根据点 $(1,2)$ 结合图象即可求得.

【解答】解：(1) $\because$ 一次函数 $y=kx+b(k\neq 0)$ 的图象由函数 $y=\frac{1}{2}x$ 的图象平移得到，

$\therefore k=\frac{1}{2}$ ，

又 $\because$ 一次函数 $y=\frac{1}{2}x+b$ 的图象经过点 $(-2,0)$ ，

$\therefore -1+b=0$.

$\therefore b=1$ ，

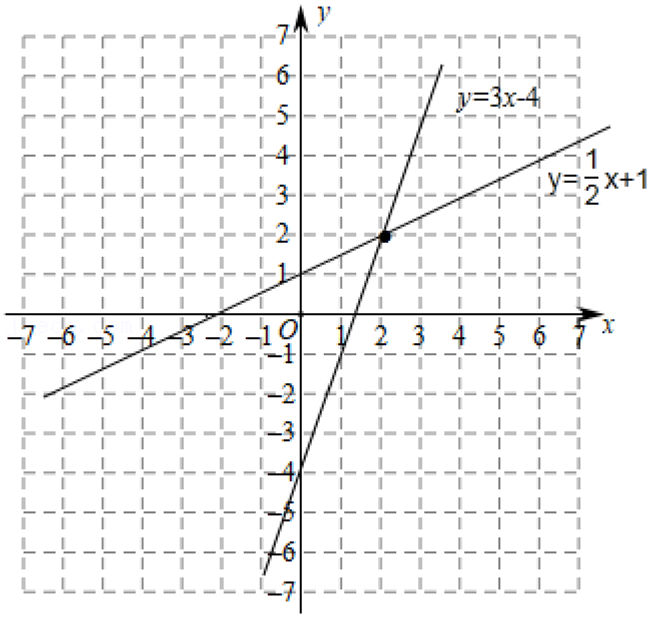
$\therefore$ 这个一次函数的表达式为 $y=\frac{1}{2}x+1$ ；

(2) 解 $\begin{cases}y=\frac{1}{2}x+1\\y=3x-4\end{cases}$ 得 $\begin{cases}x=2\\y=2\end{cases}$ ，

$\therefore$ 直线 $y=3x-4$ 与直线 $y=\frac{1}{2}x+1$ 的交点为 $(2,2)$ ，

$\because$ 当 $x>m$ 时，对于 x 的每一个值，函数 $y=3x-4$ 的值大于一次函数 $y=kx+b$ 的值，

$\therefore m\geqslant 2$.

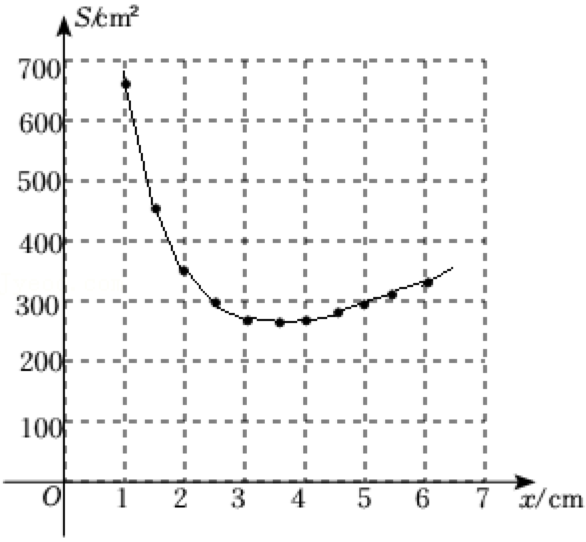


【点评】本题考查了一次函数图象与几何变换，一次函数与系数的关系，数形结合是解题的关键.

23.【分析】(2) 根据图象上点连线即可；

（3）根据图表即可求出答案．

【解答】解：（2）函数图象如图所示：



（3）①根据图表可知，半径为$2.4cm$的圆柱形容器比半径为$4.4cm$的圆柱形容器表面积大，

故答案为：大．

②根据图表可知，当$s=300cm^{2}$，$x\approx 2.5cm$或$x\approx 5.3cm$，

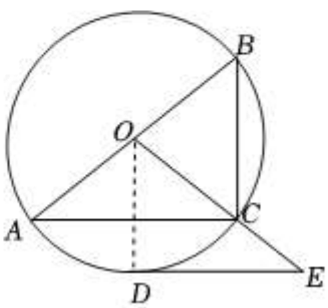
故答案为：2.5或5.3．

【点评】本题考查了函数图象，根据结合图象和表格信息是解题的关键．

24．【分析】（1）连接OD，根据切线的性质得$OD\perp DE$，根据垂径定理的推论得$OD\perp AC$，便可得$AC//DE$；

（2）连接OD与AC交于点H，连接AD，在ΔABC中，解直角三角形得AB，进而由勾股定理求得BC，再由中位线定理求得OH，在ΔADH中由勾股定理求得AB，在ΔABD中由勾股定理求得BD，最后由$\Delta PDO\backsim\Delta PCB$求得$BP$，由$\Delta OHC\backsim\Delta ODE$求得$DE$．

【解答】（1）证明：连接OD，



$\because DE$与$\odot O$相切于点D，

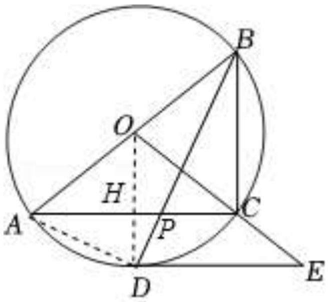
$\therefore OD\perp DE$，

$\because$点D为AC的中点，

$\therefore OD\perp AC$，

$\therefore DE//AC$；

（2）解：连接OD与AC交于点H，连接AD，



$\because AB$是直径，

$\therefore \angle ACB = 90^{\circ}$，

$\therefore AB = \dfrac{AC}{\cos A} = \dfrac{8}{\frac{4}{5}} = 10$，

$\therefore BC = \sqrt{AB^2 - AC^2} = 6$，

$\because$点D为AC的中点，

$\therefore AH = CH = 4$， $OD//BC$，

$\therefore OH = \dfrac{1}{2}BC = 3$，

$\because OD = \dfrac{1}{2}AB = 5$，

$\therefore DH = OD - OH = 5 - 3 = 2$，

$\therefore AD = \sqrt{AH^2 + DH^2} = \sqrt{4^2 + 2^2} = 2\sqrt{5}$，

$\because AB$为直径，

$\therefore \angle ADB = 90^{\circ}$，

$\therefore BD = \sqrt{AB^2 - AD^2} = \sqrt{10^2 - (2\sqrt{5})^2} = 4\sqrt{5}$，

$\because OD//BC$，

$\therefore \Delta HPD \backsim \Delta CBP$，

$\therefore \dfrac{DP}{BP} = \dfrac{DH}{BC}$，即$\dfrac{4\sqrt{5} - BP}{BP} = \dfrac{2}{6}$，

$\therefore BP = 3\sqrt{5}$，

$\because HC//DE$，

$\therefore \Delta OHC \backsim \Delta ODE$，

$\therefore \dfrac{OH}{OD} = \dfrac{CH}{DE}$，即$\dfrac{3}{5} = \dfrac{4}{DE}$，

$\therefore DE = \dfrac{20}{3}$.

【点评】本题是圆的综合题，主要考查了垂径定理的推论，相似三角形的性质与判定，勾股定理，关键是运用相似三角形的知识解题.

25.【分析】（1）①根据图象直接得到，再求平均即可；

②符合题目要求的范围在直线$x = 80$的左边，直线$y = 90$以上，圈出即可；

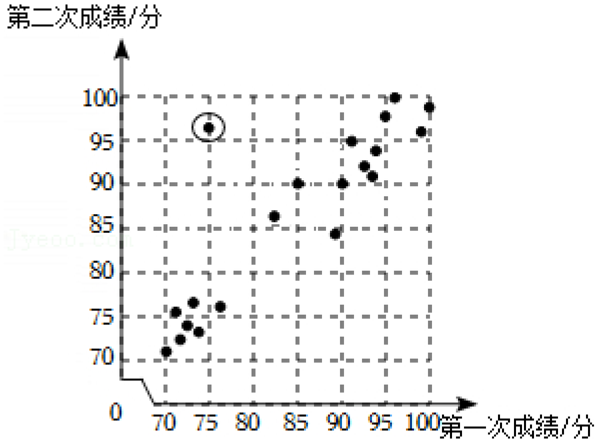
（2）根据统计图数出落在各区间的频数，再与在直方图上表示的数对照即可求解；

（3）用总人数乘以抽样中两次活动平均成绩不低于 90 分的占比即可．

【解答】解：（1）①由统计图可以看出横坐标为 85 的直线上只有一个点，其纵坐标为 90，因此这两次的平均分是 $(85+90)\div 2=87.5$，

故答案为：90，87.5；

②如图所示，符合题目要求的范围在直线 $x=80$ 的左边，直线 $y=90$ 以上，在图中圈出的就是所求．



（2）由统计图可以看出，第一次成绩 $70\leqslant x<75$ 的点有 6 个，$75\leqslant x<80$ 的点有 2 个，$80\leqslant x<85$ 的点有 2 个，$85\leqslant x<90$ 的点有 2 个，$90\leqslant x<95$ 的点有 5 个，$95\leqslant x\leqslant 100$ 的点有 4 个，

第二次成绩 $70\leqslant x<75$ 的点有 4 个，$75\leqslant x<80$ 的点有 3 个，$80\leqslant x<85$ 的点有 1 个，$85\leqslant x<90$ 的点有 1 个，$90\leqslant x<95$ 的点有 5 个，$95\leqslant x\leqslant 100$ 的点有 6 个，

$\therefore B$ 作图正确．

故答案为：B；

（3）400 名学生参加此次活动，估计两次活动平均成绩不低于 90 分的学生人数为：$400\times\dfrac{9}{20}=180$（人）．

故答案为：180．

【点评】本题考查了看图知识，求平均数，频数分布直方图，解题的关键是掌握频数分布直方图知识．

26．【分析】（1）把点 $A(-1,3)$ 代入 $y=ax^2-2ax$ 得出关于 a 的方程，解方程求出 a 的值，进而求出二次函数的解析式，将二次函数的解析式化为顶点式，即可求出顶点坐标；

（2）先求出一次函数的解析式，把点 (m,y_1) 代入一次函数解析式得出 $y_1=2m+5$，把点 $(m+4,y_2)$ 代入二次函数解析式得出 $y_2=m^2+6m+8$，再由 $y_1>y_2$ 得出 $2m+5>m^2+6m+8$，即 $m^2+4m+3<0$，利用二次函数的性质求出不等式的解集，即可得出 m 的取值范围．

【解答】解：（1）将点 $A(-1,3)$ 代入 $y=ax^2-2ax$ 得：$a+2a=3$，

解得：$a=1$，

$\therefore y=x^2-2x=(x-1)^2-1$，

$\therefore$ 图象顶点的坐标为 $(1,-1)$；

（2）$\because$ 一次函数 $y=2x+b$ 的图象经过点 A，

$\therefore -2+b=3$，

$\therefore b=5$，

$\therefore y=2x+5$，

$\because$ 点 (m, y_1) 在一次函数 $y=2x+5$ 的图象上，

$\therefore y_1=2m+5$，

$\because$ 点 $(m+4, y_2)$ 在二次函数 $y=x^2-2x$ 的图象上，

$\therefore y_2=(m+4)^2-2(m+4)=m^2+6m+8$，

$\because y_1>y_2$，

$\therefore 2m+5>m^2+6m+8$，即 $m^2+4m+3<0$，

令 $y=m^2+4m+3$，

当 $y=0$ 时，$m^2+4m+3=0$，

解得：$x_1=-1$，$x_2=-3$，

$\therefore$ 抛物线与 x 轴交点为 $(-1,0)$ 和 $(-3,0)$，

$\because$ 抛物线开口项上，

$\therefore m^2+4m+3<0$ 的解为：$-3<m<-1$，

$\therefore m$ 的取值范围是 $-3<m<-1$.

【点评】本题考查了待定系数法求二次函数解析式，二次函数的性质，掌握待定系数法，利用二次函数的性质求一元二次不等式的解集是解决问题的关键.

27.【分析】（1）由题意知 D，B，F 三点重合，则 $CD=BC$，$PF=PD=PB$，含 $30°$ 的直角三角形中 $BC=\frac{1}{2}AC$，由 $CE=CD$，可知 $CE=CD=BC=\frac{1}{2}AC$，PE 是 ΔADC 的中位线，有 $PE\perp PF$，$PE=\frac{1}{2}CD=\frac{1}{2}BC$，$PF=\frac{1}{2}AB=\frac{\sqrt{3}}{2}BC$，然后求出比值即可；

（2）如图 2，连接 DE，作 $PM\perp BC$ 于 M，$PG//x$ 轴，过 E 作 $GN\perp BC$ 交 BC 于 N，交 PG 于 G，由题意知，PM 是 ΔABD 的中位线，$BD=FB$，ΔCDE 是等边三角形，四边形 $PMNG$ 是矩形，设 $DC=c$，$FB=BD=b$，则 $BC=BD+DC=b+c$，$AB=\sqrt{3}(b+c)$，$PM=\frac{\sqrt{3}}{2}(b+c)$，$BM=\frac{b}{2}$，$FM=\frac{3}{2}b$，$DN=\frac{1}{2}DC=\frac{1}{2}c$，$EN=\frac{\sqrt{3}}{2}c$，$GE=PM-EN=\frac{\sqrt{3}}{2}b$，$PG=MN=\frac{1}{2}(b+c)$，$FN=FB+BD+DN=2b+\frac{1}{2}c$，在 Rt$\Delta$PFM 中，由勾股定理得 $PF^2=FM^2+PM^2$，求出用 a，b 表示的 PF^2 的值，在 RtΔPEG 中，由勾股定理得 $PE^2=GE^2+PG^2$，求出用 a，b 表示的 PE^2 的值，在 RtΔEFN 中，由勾股定理得 $EF^2=EN^2+FN^2$，求出用 a.，b 表示的 EF^2 的值，求出可得 $\frac{PE^2}{PF^2}$ 的值，进而可得 $\frac{PE}{PF}$ 的值，根据 PE^2+PF^2 与 EF^2 的数量关系判断 PE 与 PF 的位置关系即可.

【解答】解：（1）$PE\perp PF$，$\frac{PE}{PF}=\frac{\sqrt{3}}{3}$. 理由如下:

由题意知，D，B，F 三点重合，

$\therefore CD=BC$， $PF=PD=PB$，

$\because \angle ABC=90^{\circ}$， $\angle BAC=30^{\circ}$，

$\therefore \angle ACB=60^{\circ}$， $BC=\dfrac{1}{2}AC$，

$\because CE=CD$，

$\therefore CE=CD=BC=\dfrac{1}{2}AC$，

$\therefore$ 点 E 为线段 AC 的中点，

$\because$ 点 P 是 AD 的中点，

$\therefore PE$ 是 ΔADC 的中位线，

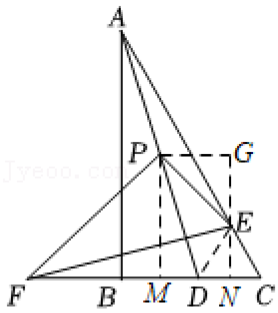
$\therefore PE\perp PF$， $PE=\dfrac{1}{2}CD=\dfrac{1}{2}BC$，

$\therefore PF=\dfrac{1}{2}AB=\dfrac{\sqrt{3}}{2}BC$，

$\therefore$， $\dfrac{PE}{PF}=\dfrac{\frac{1}{2}BC}{\frac{\sqrt{3}}{2}BC}=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$.

（2） $PE\perp PF$， $\dfrac{PE}{PF}=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$ 的关系仍成立.

证明：如图，连接 DE，作 $PM\perp\perp BC$ 于 M， $PG//x$ 轴，过 E 作 $GN\perp BC$ 交 BC 于 N，交 PG 于 G，



由题意可知， PM 是 ΔABD 的中位线， $BD=FB$， ΔCDE 是等边三角形，四边形 $PMNG$ 是矩形，

设 $DC=c$， $FB=BD=b$，

$\therefore BC=BD+DC=b+c$， $AB=\sqrt{3}(b+c)$， $PM=\dfrac{\sqrt{3}}{2}(b+c)$， $BM=\dfrac{b}{2}$， $FM=\dfrac{3}{2}b$， $DN=\dfrac{1}{2}DC=\dfrac{1}{2}c$， $EN=\dfrac{\sqrt{3}}{2}c$，

$GE=PM-EN=\dfrac{\sqrt{3}}{2}b$， $PG=MN=\dfrac{1}{2}(b+c)$， $FN=FB+BD+DN=2b+\dfrac{1}{2}c$，

在 RtΔPFM 中，由勾股定理得 $PF^2=FM^2+PM^2=(\dfrac{3}{2}b)^2+[\dfrac{\sqrt{3}}{2}(b+c)]^2=\dfrac{9}{4}b^2+\dfrac{3}{4}(b+c)^2$，

在 RtΔPEG 中，由勾股定理得 $PE^2=GE^2+PG^2=(\dfrac{\sqrt{3}}{2}b)^2+[\dfrac{1}{2}(b+c)]^2=\dfrac{3}{4}b^2+\dfrac{1}{4}(b+c)^2$，

在 RtΔEFN 中，由勾股定理得 $EF^2=EN^2+FN^2=(\dfrac{\sqrt{3}}{2}c)^2+[2b+\dfrac{1}{2}c)]^2=3b^2+(b+c)^2$，

$\therefore \dfrac{PE^2}{PF^2}=\dfrac{\frac{3}{4}b^2+\frac{1}{4}(b+c)^2}{\frac{9}{4}b^2+\frac{3}{4}(b+c)^2}=\dfrac{1}{3}$，

$\therefore \dfrac{PE}{PF}=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$，

$\because PE^2+PF^2=\frac{3}{4}b^2+\frac{1}{4}(b+c)^2+\frac{9}{4}b^2+\frac{3}{4}(b+c)^2=3b^2+(b+c)^2=EF^2$，

$\therefore \angle EPF=90^\circ$．

【点评】本题属于三角形综合题，涉及勾股定理，中位线定理，等边三角形的性质与判定，含30°角的直角三角形等知识．计算比较复杂，作出正确的辅助线是解题关键．

28．【分析】（1）根据定义判断即可；

（2）设点$P(2,0)$的等和点为(m,n)，则$2+m=n$，设$A(t,-t+4)$，则A点的等和点为(m,n)，则$t+m=-t+4+n$，即可求$A(3,1)$；

（3）由题意可得P点的等和点在直线$y=x+2$上，B点的等和点在直线$y=x+b$上，设直线$y=x+b$与y轴的交点为$B'(0,b)$，再由$BC=1$，可得C点在以B为圆心，半径为 1 的圆上，则点C的等和点是两条直线，以B'为圆心，1 为半径作圆，过点B'作$y=x+2$的垂线交圆与N点，交直线于M点，由MN的最小值为 5，可得$B'M$最小值为 4，在$Rt\triangle B'MP'$中，$B'P=PB=4\sqrt{2}$，可求$OB=4\sqrt{2}+2$，同理当B点在y轴左侧时$OB=2-4\sqrt{2}$，

【解答】解：（1）$Q_1(0,2)$，则$2+0=0+2$，

$\therefore Q_1(0,2)$是点P的等和点；

$Q_2(-2,-1)$，则$2+(-2)\neq 0+(-1)$，

$\therefore Q_2(-2,-1)$不是点P的等和点；

$Q_3(1,3)$，则$2+1=0+3$，

$\therefore Q_3(1,3)$是点P的等和点；

故答案为：Q_1，Q_3；

（2）设点$P(2,0)$的等和点为(m,n)，

$\therefore 2+m=n$，

设$A(t,-t+4)$，则A点的等和点为(m,n)，

$\therefore t+m=-t+4+n$，

$\therefore t=3$，

$\therefore A(3,1)$；

（3）$\because P(2,0)$，

$\therefore P$点的等和点在直线$y=x+2$上，

$\because B(b,0)$，

$\therefore B$点的等和点在直线$y=x+b$上，

设直线$y=x+b$与y轴的交点为$B'(0,b)$，

$\because BC=1$，

$\therefore C$ 点在以 B 为圆心，半径为 1 的圆上，

$\therefore$ 点 C 的等和点是两条直线，

以 B' 为圆心，1 为半径作圆，过点 B' 作 $y=x+2$ 的垂线交圆与 N 点，交直线于 M 点，

$\because MN$ 的最小值为 5，

$\therefore B'M$ 最小值为 4，

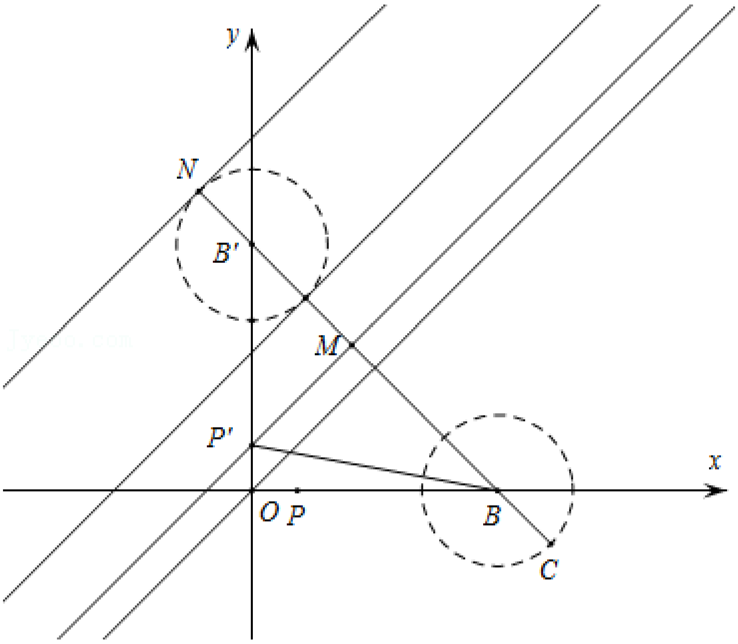
在 $Rt\triangle B'MP'$ 中，$B'P=4\sqrt{2}$，

$\therefore PB=4\sqrt{2}$，

$\therefore OB=4\sqrt{2}+2$，

同理当 B 点在 y 轴左侧时 $OB=2-4\sqrt{2}$，

$\therefore 2-4\sqrt{2}\leqslant b\leqslant 2+4\sqrt{2}$.



【点评】本题考查一次函数的综合应用，熟练掌握一次函数的图象及性质，理解新定义，将所求问题与圆相结合是解题的关键.