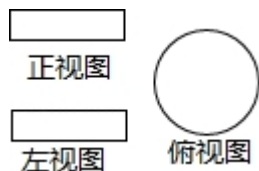


2020 北京市丰台中考评测卷

数 学

一、选择题（每题 2 分，满分 16 分）

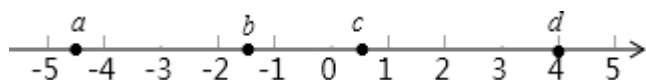
1. 某立体图形的三视图如图所示，则该立体图形的名称是（ ）



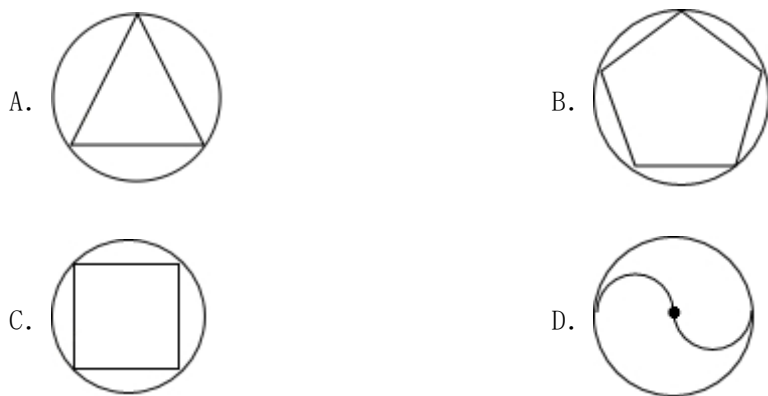
- A. 正方体 B. 长方体 C. 圆柱体 D. 圆锥体
2. 2019 年末到 2020 年 3 月 16 日截止，世界各国感染新冠肺炎病毒患者达到 15 万人，将数据 15 万用科学记数表示为（ ）

- A. 1.5×10^4 B. 1.5×10^3 C. 1.5×10^5 D. 1.5×10^2

3. 实数 a , b , c , d 在数轴上对应的点的位置如图所示，正确的结论是（ ）



- A. $a < -5$ B. $|a| > |d|$ C. $b+c > 0$ D. $bd > 0$
4. 下列图形中，既是轴对称图形又是中心对称图形的是（ ）



5. 若一个多边形的内角和是 1080 度，则这个多边形的边数为（ ）

- A. 6 B. 7 C. 8 D. 10

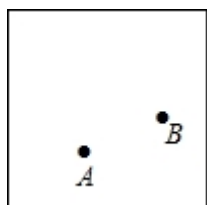
6. 化简 $\frac{a+b}{b^2-a^2}$ 的结果是（ ）

- A. $\frac{1}{a-b}$ B. $\frac{1}{b-a}$ C. $a-b$ D. $b-a$

7. 向空中发射一枚炮弹，第 x 秒时的高度为 y 米，且高度与时间的关系为 $y=ax^2+bx+c$ ($a \neq 0$)，若此炮弹在第 6 秒与第 17 秒时的高度相等，则在下列时间中炮弹所在高度最高的是 ()

- A. 第 8 秒 B. 第 10 秒 C. 第 12 秒 D. 第 15 秒

8. 在一次中学生野外生存训练活动中，每位队员都配发了一张地图，并接到训练任务：要求 36 小时之内到达目的地，但是，地图上并未标明目的地的具体位置，仅知道 A 、 B 两地坐标分别为 $A(-1, 2)$ 、 $B(3, 2)$ 且目的地离 A 、 B 两地距离分别为 5、3，如图所示，则目的地的具体位置的坐标为 ()



- A. $(3, 5)$ B. $(3, 5)$ 或 $(3, -1)$
C. $(-1, -1)$ 或 $(3, -1)$ D. $(3, -1)$

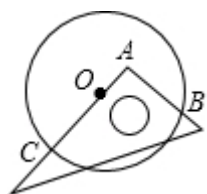
二. 填空题 (满分 16 分，每小题 2 分)

9. 若代数式 $\sqrt{3-2x}$ 在实数范围内有意义，则 x 的取值范围是_____.

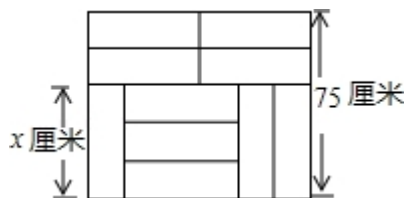
10. 在平面直角坐标系中， A 、 B 、 C 三点的坐标分别为： $A(1, 4)$ 、 $B(0, 3)$ 、 $C(3, 0)$ ，若 P 为 x 轴上一点，且 $\angle BPC = 2\angle ACB$ ，则点 P 的坐标为_____.

11. 已知一组数据 a 、 b 、 c 的平均数为 5，方差为 3，那么数据 $a+2$ 、 $b+2$ 、 $c+2$ 的平均数和方差分别是_____、_____.

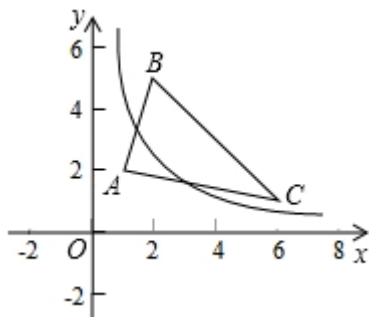
12. 如图，小杨将一个三角板放在 $\odot O$ 上，使三角板的一直角边经过圆心 O ，测得 $AC=5\text{cm}$ ， $AB=3\text{cm}$ ，则 $\odot O$ 的半径长为_____.



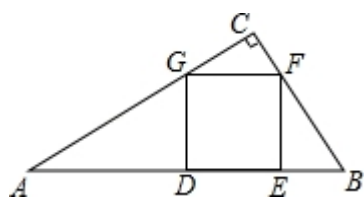
13. 如图，10 块相同的小长方形墙砖拼成一个大长方形，设小长方形墙砖的长和宽分别为 x 厘米和 y 厘米，则列出的方程组为_____.



14. 如图, $\triangle ABC$ 的三个顶点分别为 $A(1, 2)$, $B(2, 5)$, $C(6, 1)$. 若函数 $y = \frac{k}{x}$ 在第一象限内的图象与 $\triangle ABC$ 有交点, 则 k 的取值范围是_____.



15. 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $AC = 2$, $BC = 1$, 正方形 $DEFG$ 内接于 $\triangle ABC$, 点 G 、 F 分别在边 AC 、 BC 上, 点 D 、 E 在斜边 AB 上, 那么正方形 $DEFG$ 的边长是_____.

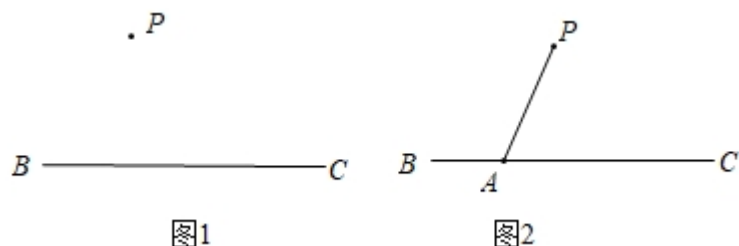


16. 一个不透明的口袋中有四个完全相同的小球, 把它们分别标号为 1、2、3、4. 随机摸取一个小球然后放回, 再随机摸出一个小球, 两次取出的小球标号的和等于 5 的概率是_____.

三. 解答题

17. (5 分) 下面是小明设计的“过直线外一点作这条直线的平行线”的尺规作图过程.

已知: 如图 1, 直线 BC 及直线 BC 外一点 P .



求作: 直线 PE , 使得 $PE \parallel BC$.

作法: 如图 2.

- ①在直线 BC 上取一点 A ，连接 PA ；
- ②作 $\angle PAC$ 的平分线 AD ；
- ③以点 P 为圆心， PA 长为半径画弧，交射线 AD 于点 E ；
- ④作直线 PE 。

所以直线 PE 就是所求作的直线。根据小明设计的尺规作图过程。

- (1) 使用直尺和圆规，补全图形（保留作图痕迹）；
- (2) 完成下面的证明。

证明： $\because AD$ 平分 $\angle PAC$,

$$\therefore \angle PAD = \angle CAD.$$

$$\because PA = PE,$$

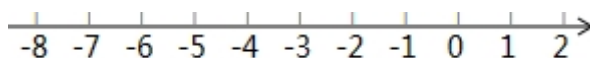
$$\therefore \angle PAD = \underline{\hspace{2cm}},$$

$$\therefore \angle PEA = \underline{\hspace{2cm}},$$

$$\therefore PE \parallel BC. \quad (\underline{\hspace{2cm}}) \quad (\text{填推理依据}).$$

18. (5 分) 计算: $2\cos 45^\circ - (\pi - 3)^0 + \sqrt{\frac{1}{4}} - |\sqrt{2} - 1|.$

19. (5 分) 解不等式组:
$$\begin{cases} \frac{1}{2}x + 2 \geq 0, \\ 1 - \frac{x+5}{2} < -1 - x \end{cases}$$
 并将解集在数轴上表示.



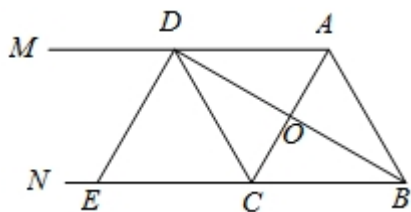
20. (5 分) 关于 x 的一元二次方程 $x^2 - x - (m+2) = 0$ 有两个不相等的实数根。

- (1) 求 m 的取值范围；
- (2) 若 m 为符合条件的最小整数，求此方程的根。

21. (5 分) 如图， $AM \parallel BN$ ， C 是 BN 上一点， BD 平分 $\angle ABN$ 且过 AC 的中点 O ，交 AM 于点 D ， $DE \perp BD$ ，交 BN 于点 E 。

- (1) 求证: $\triangle ADO \cong \triangle CBO$ 。
- (2) 求证: 四边形 $ABCD$ 是菱形。

(3) 若 $DE=AB=2$ ，求菱形 $ABCD$ 的面积.



22. (6分) 某校为了解八年级学生课外阅读情况，随机抽取 20 名学生平均每周用于课外阅读的时间（单位： min ），过程如表；

【收集数据】

30	60	81	50	40	110	130	146	90	100
60	81	120	140	70	81	10	20	100	81

【整理数据】

课外阅读时间 x (min)	$0 \leq x < 40$	$40 \leq x < 80$	$80 \leq x < 120$	$120 \leq x < 160$
等级	D	C	B	A
人数	3	a	8	b

【分析数据】

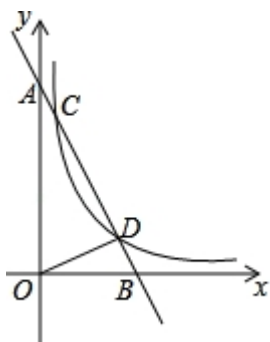
平均数	中位数	众数
80	m	n

请根据以上提供的信息，解答下列问题：

- (1) 填空： $a= \rule{1cm}{0.4pt}$ ， $b= \rule{1cm}{0.4pt}$ ， $m= \rule{1cm}{0.4pt}$ ， $n= \rule{1cm}{0.4pt}$ ；
- (2) 如果每周用于课外阅读的时间不少于 $80min$ 为达标，该校八年级现有学生 200 人，估计八年级达标的学生有多少人？

23. (6分) 如图，在平面直角坐标系中，直线 AB 与 x 轴交于点 B ，与 y 轴交于点 A ，直线 AB 与反比例函数 $y= \frac{m}{x}$ ($m>0$) 在第一象限的图象交于点 C 、点 D ，其中点 C 的坐标为 $(1, 8)$ ，点 D 的坐标为 $(4, n)$ 。

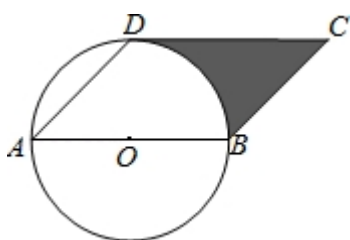
- (1) 分别求 m 、 n 的值；
- (2) 连接 OD ，求 $\triangle ADO$ 的面积。



24. (6分) 如图, 已知 AB 是 $\odot O$ 的直径, 点 D 在 $\odot O$ 上, $\angle DAB = 45^\circ$, $BC \parallel AD$, $CD \parallel AB$.

(1) 判断直线 CD 与 $\odot O$ 的位置关系, 并说明理由;

(2) 若 $\odot O$ 的半径为 1, 求图中阴影部分的周长.



25. (5分) 如图, A, B, C, D 四点都在 $\odot O$ 上, 弧 $AC =$ 弧 BC , 连接 AB, CD, AD , $\angle ADC = 45^\circ$.

(1) 如图 1, AB 是 $\odot O$ 的直径;

(2) 如图 2, 过点 B 作 $BE \perp CD$ 于点 E , 点 F 在弧 AC 上, 连接 BF 交 CD 于点 G , $\angle FGC = 2\angle BAD$, 求证: BA 平分 $\angle FBE$;

(3) 如图 3, 在 (2) 的条件下, MN 与 $\odot O$ 相切于点 M , 交 EB 的延长线于点 N , 连接 AM , 若 $2\angle MAD + \angle FBA = 135^\circ$, $MN = \frac{10}{13}AB$, $EN = 26$, 求线段 CD 的长.

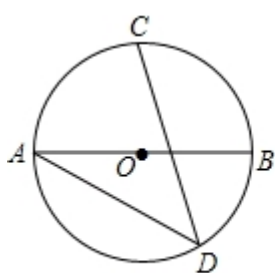


图1

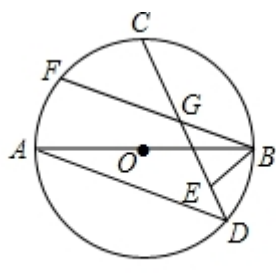


图2

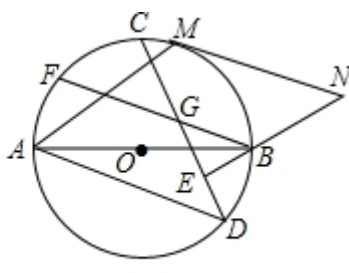


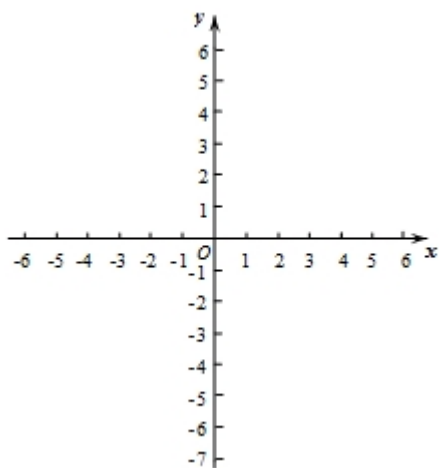
图3

26. (6分) 在平面直角坐标系 xOy 中, 抛物线 $y = mx^2 + (m-3)x - 3$ ($m > 0$) 与 x 轴交于 A, B 两点 (点 A 在点 B 左侧), 与 y 轴交于点 C , $AB = 4$, 点 D 为抛物线的顶点.

(1) 求点 A 和顶点 D 的坐标;

(2) 将点 D 向左平移 4 个单位长度, 得到点 E , 求直线 BE 的表达式;

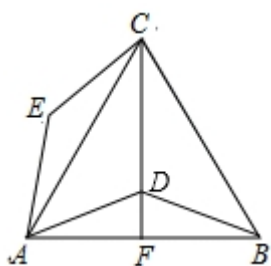
(3) 若抛物线 $y = ax^2 - 6$ 与线段 DE 恰有一个公共点，结合函数图象，求 a 的取值范围.



27. (7分) 如图，点 D 是等边 $\triangle ABC$ 内一点，将线段 AD 绕着点 A 逆时针旋转 60° 得到线段 AE ，连结 CD 并延长交 AB 于点 F ，连结 BD ， CE 。

(1) 求证： $\triangle ACE \cong \triangle ABD$ ；

(2) 当 $CF \perp AB$ 时， $\angle ADB = 140^\circ$ ，求 $\angle ECD$ 的度数。

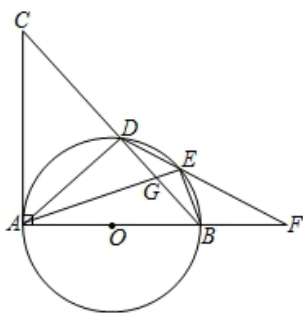


28. (7分) 如图， AB 是 $\odot O$ 的直径， $AC \perp AB$ ， BC 交 $\odot O$ 于点 D ，点 E 在劣弧 BD 上， DE 的延长线交 AB 的延长线于点 F ，连接 AE 交 BD 于点 G 。

(1) 求证： $\angle AED = \angle CAD$ ；

(2) 若点 E 是劣弧 BD 的中点，求证： $ED^2 = EG \cdot EA$ ；

(3) 在 (2) 的条件下，若 $BO = BF$ ， $DE = 2$ ，求 EF 的长。



2020 北京市丰台中考评测卷数学

参考答案

一、选择题

1. 解：俯视图是圆形，说明这个几何体的上下有两个面是圆形的，左视图、左视图都是长方形的，于是可以判断这个几何体是圆柱体.

故选：C.

2. 解：15 万 $=15\times 10^4=1.5\times 10^5$.

故选：C.

3. 解：由图可知： $-4>a>-5$ ， $|a|>|d|$ ， $b<0$ ， $d>0$ ，

$$\therefore bd<0,$$

故选：B.

4. 解：A、是轴对称图形，不是中心对称图形. 故错误；

B、是轴对称图形，不是中心对称图形. 故错误；

C、是轴对称图形，也是中心对称图形. 故正确；

D、不是轴对称图形，是中心对称图形. 故错误.

故选：C.

5. 解：根据 n 边形的内角和公式，得

$$(n-2)\cdot 180=1080,$$

解得 $n=8$.

\therefore 这个多边形的边数是 8.

故选：C.

$$6. \text{解：原式}=\frac{a+b}{(b+a)(b-a)}=\frac{1}{b-a}.$$

故选：B.

7. 解： \because 此炮弹在第 6 秒与第 17 秒时的高度相等，

∴ 抛物线的对称轴是： $x = \frac{6+17}{2} = 11.5$,

∴ 炮弹所在高度最高时：

时间是第 12 秒.

故选： C.

8. 解： 设目的地确切位置的坐标为 (x, y) ,

$$\text{根据题意有} \begin{cases} \sqrt{(x+1)^2 + (y-2)^2} = 5 \\ \sqrt{(x-3)^2 + (y-2)^2} = 3 \end{cases},$$

$$\text{解可得} \begin{cases} x=3 \\ y=5 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} x=3 \\ y=-1 \end{cases}$$

故所求点的坐标为 $(3, 5)$ 或 $(3, -1)$.

故选： B.

二. 填空

9. 解： 根据题意得： $3 - 2x \geq 0$ ， 解得： $x \leq \frac{3}{2}$.

故答案为： $x \leq \frac{3}{2}$.

10. 解： 如图， ∵ $A(1, 4)$ 、 $B(0, 3)$ 、 $C(3, 0)$,

∴ $AB = \sqrt{2}$, $BC = 3\sqrt{2}$, $AC = 2\sqrt{5}$, $\triangle ABC$ 是直角三角形, $\angle ABC = 90^\circ$,

作 $\triangle ABC$ 关于 BC 的轴对称图形, 得到 $\triangle BCN$, 过点 A 作 $AM \perp NC$,

由三角形 ANC 面积关系, 可得

$$\frac{1}{2} AM \cdot NC = \frac{1}{2} \times 2AB \cdot BC,$$

$$\therefore 2\sqrt{5}AM = 2 \times \sqrt{2} \times 3\sqrt{2},$$

$$\therefore AM = \frac{6\sqrt{5}}{5},$$

$$\therefore MC = \frac{8\sqrt{5}}{5},$$

$$\therefore \tan \angle ACN = \tan 2 \angle ACB = \frac{3}{4},$$

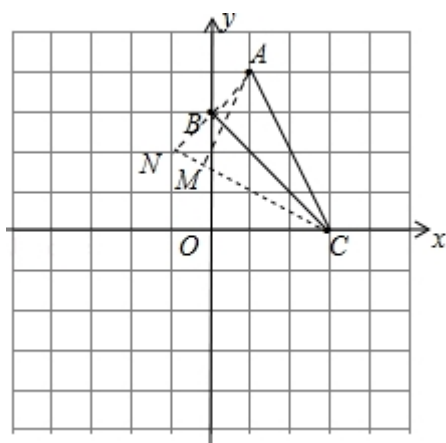
$$\because \angle BPC = 2 \angle ACB,$$

$$\therefore \tan \angle BPC = \frac{3}{4},$$

$$\therefore PO = 4,$$

$$\therefore P(-4, 0) \text{ 或 } P(4, 0),$$

故答案为 $(-4, 0)$ 或 $(4, 0)$.



11. 解: \because 数据 a, b, c 的平均数为 5,

$$\therefore \frac{1}{3}(a+b+c) = 5,$$

$$\therefore \frac{1}{3}(a+2+b+2+c+2) = \frac{1}{3}(a+b+c) + 2 = 5+2=7,$$

\therefore 数据 $a+2, b+2, c+2$ 的平均数是 7;

\because 数据 a, b, c 的方差为 3,

$$\therefore \frac{1}{3}[(a-5)^2 + (b-5)^2 + (c-5)^2] = 3,$$

$$\therefore a+2, b+2, c+2 \text{ 的方差} = \frac{1}{3}[(a+2-7)^2 + (b+2-7)^2 + (c+2-7)^2] = \frac{1}{3}[(a-5)^2 + (b-5)^2 + (c-5)^2] = 3.$$

故答案为: 7、3.

12. 解: 连接 BC , 作 $OH \perp BC$ 于 H ,

则 $CH = BH$,

在 $\text{Rt}\triangle ACB$ 中, $BC = \sqrt{AC^2 + AB^2} = \sqrt{34}$,

$$\therefore CH = \frac{1}{2}BC = \frac{\sqrt{34}}{2},$$

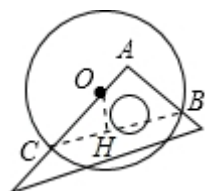
$$\because \angle OCH = \angle BCA,$$

$$\therefore \text{Rt}\triangle COH \sim \text{Rt}\triangle CBA,$$

$$\therefore \frac{OC}{CB} = \frac{CH}{CA}, \text{ 即 } \frac{OC}{\sqrt{34}} = \frac{\frac{\sqrt{34}}{2}}{5},$$

解得, $OC = 3.4$.

故答案为: 3.4cm .



13. 解: 根据图示可得 $\begin{cases} x+2y=75 \\ x=3y \end{cases}$,

故答案是: $\begin{cases} x+2y=75 \\ x=3y \end{cases}$.

14. 解: 反比例函数和三角形有交点的第一个临界点是交点为 A ,

$$\because \text{过点 } A(1, 2) \text{ 的反比例函数解析式为 } y = \frac{2}{x},$$

$$\therefore k \geq 2.$$

随着 k 值的增大, 反比例函数的图象必须和线段 BC 有交点才能满足题意,

经过 $B(2, 5)$, $C(6, 1)$ 的直线解析式为 $y = -x + 7$,

$$\begin{cases} y = -x + 7 \\ y = \frac{k}{x} \end{cases}, \text{ 得 } x^2 - 7x + k = 0$$

根据 $\Delta \geq 0$, 得 $k \leq \frac{49}{4}$,

又因为反比例函数经过点 B 时, $k = 10$, 经过点 C 时, $k = 6$,

综上可知 $2 \leq k \leq \frac{49}{4}$.

故答案为 $2 \leq k \leq \frac{49}{4}$.

15. 解：作 $CM \perp AB$ 于 M ，交 GF 于 N ，如图所示：

$\because \text{Rt} \triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， $AC = 2$ ， $BC = 1$ ，

$$\therefore AB = \sqrt{2^2 + 1^2} = \sqrt{5},$$

$$\therefore CM = \frac{AC \times BC}{AB} = \frac{2 \times 1}{\sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{5}}{5},$$

\because 正方形 $DEFG$ 内接于 $\triangle ABC$ ，

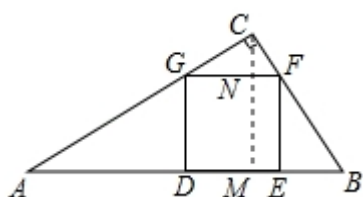
$\therefore GF = EF = MN$ ， $GF \parallel AB$ ，

$\therefore \triangle CGF \sim \triangle CAB$ ，

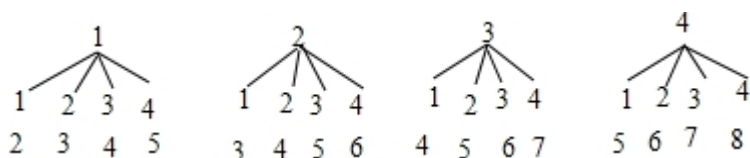
$$\therefore \frac{CN}{CM} = \frac{GF}{AB}, \text{ 即 } \frac{\frac{2\sqrt{5}}{5} - EF}{\frac{2\sqrt{5}}{5}} = \frac{EF}{\sqrt{5}},$$

$$\text{解得：} EF = \frac{2\sqrt{5}}{7};$$

故答案为： $\frac{2\sqrt{5}}{7}$.



16. 解：画树状图如下：



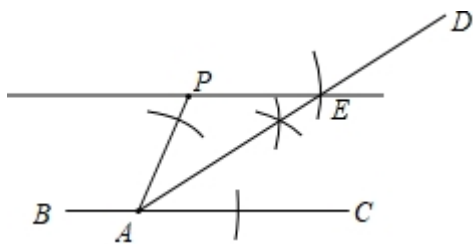
随机地摸出一个小球，然后放回，再随机地摸出一个小球，共有 16 种等可能的结果数，其中两次摸出的小球标号的和等于 5 的占 4 种，

所有两次摸出的小球标号的和等于 5 的概率为 $\frac{4}{16} = \frac{1}{4}$ ，

故答案为: $\frac{1}{4}$.

三. 解答

17. 解: (1) 如图所示: 直线 PE 即为所求.



(2) 证明: $\because AD$ 平分 $\angle PAC$,

$$\therefore \angle PAD = \angle CAD.$$

$$\because PA = PE,$$

$$\therefore \angle PAD = \angle PEA,$$

$$\therefore \angle PEA = \angle CAD,$$

$$\therefore PE \parallel BC. \quad (\text{内错角相等两直线平行}).$$

故答案为: $\angle PEA$, $\angle CAD$, 内错角相等两直线平行.

18. 解: 原式 $= 2 \times \frac{\sqrt{2}}{2} - 1 + \frac{1}{2} - (\sqrt{2} - 1),$

$$= \sqrt{2} - 1 + \frac{1}{2} - (\sqrt{2} - 1),$$

$$= \frac{1}{2}.$$

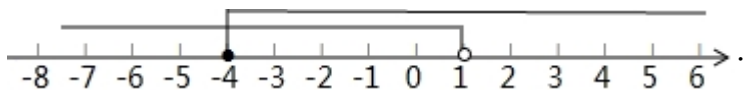
19. 解:
$$\begin{cases} \frac{1}{2}x + 2 \geq 0 \text{ ①} \\ 1 - \frac{x+5}{2} < -1 - x \text{ ②} \end{cases},$$

解①得 $x \geq -4$,

解②得 $x < 1$,

所以不等式组的解集为 $-4 \leq x < 1$,

用数轴表示为



20. 解:

(1) \because 方程 $x^2 - x - (m+2) = 0$ 有两个不相等的实数根,

$$\therefore (-1)^2 + 4(m+2) > 0,$$

$$\text{解得 } m > -\frac{9}{4};$$

$$(2) \because m > -\frac{9}{4},$$

$\therefore m$ 的最小整数为 -2 ,

\therefore 方程为 $x^2 - x = 0$,

解得 $x=0$ 或 $x=1$.

21. 解: (1) 证明: \because 点 O 是 AC 的中点,

$$\therefore AO = CO,$$

$$\because AM \parallel BN,$$

$$\therefore \angle DAC = \angle ACB,$$

$$\text{在 } \triangle AOD \text{ 和 } \triangle COB \text{ 中, } \begin{cases} \angle DAO = \angle BCO \\ AO = CO \\ \angle AOD = \angle COB \end{cases},$$

$$\therefore \triangle ADO \cong \triangle CBO \text{ (ASA)};$$

(2) 证明: 由 (1) 得 $\triangle ADO \cong \triangle CBO$,

$$\therefore AD = CB,$$

$$\text{又 } \because AM \parallel BN,$$

\therefore 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

$$\because AM \parallel BN,$$

$$\therefore \angle ADB = \angle CBD,$$

$\therefore BD$ 平分 $\angle ABN$,

$$\therefore \angle ABD = \angle CBD,$$

$$\therefore \angle ABD = \angle ADB,$$

$$\therefore AD = AB,$$

\therefore 平行四边形 $ABCD$ 是菱形;

(3) 解: 由 (2) 得四边形 $ABCD$ 是菱形,

$$\therefore AC \perp BD, AD = CB,$$

$$\text{又 } DE \perp BD,$$

$$\therefore AC \parallel DE,$$

$$\therefore AM \parallel BN,$$

\therefore 四边形 $ACED$ 是平行四边形,

$$\therefore AC = DE = 2, AD = EC,$$

$$\therefore EC = CB,$$

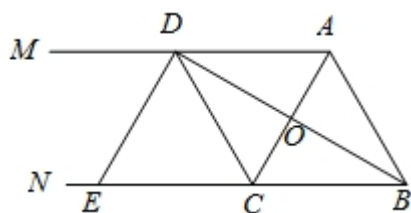
\therefore 四边形 $ABCD$ 是菱形,

$$\therefore EC = CB = AB = 2,$$

$$\therefore EB = 4,$$

$$\text{在 Rt} \triangle DEB \text{ 中, 由勾股定理得 } BD = \sqrt{BE^2 - DE^2} = \sqrt{4^2 - 2^2} = 2\sqrt{3},$$

$$\therefore S_{\text{菱形}ABCD} = \frac{1}{2} AC \cdot BD = \frac{1}{2} \times 2 \times 2\sqrt{3} = 2\sqrt{3}.$$



22. 解: (1) 由统计表收集数据可知 $a=5$, $b=4$, $m=81$, $n=81$;

$$(2) 200 \times \frac{8+4}{20} = 120 \text{ (人)},$$

所以估计八年级达标的学生有 120 人.

23. 解：（1） \because 反比例函数 $y=\frac{m}{x}$ ($m>0$) 在第一象限的图象交于点 $C(1, 8)$,

$$\therefore 8=\frac{m}{1},$$

$$\therefore m=8,$$

$$\therefore \text{函数解析式为 } y=\frac{8}{x},$$

将 $D(4, n)$ 代入 $y=\frac{8}{x}$ 得, $n=\frac{8}{4}=2$.

$$(2) \text{ 设直线 } AB \text{ 的解析式为 } y=kx+b, \text{ 由题意得 } \begin{cases} k+b=8 \\ 4k+b=2 \end{cases},$$

$$\text{解得 } \begin{cases} k=-2 \\ b=10 \end{cases},$$

$$\therefore \text{直线 } AB \text{ 的函数解析式为 } y=-2x+10,$$

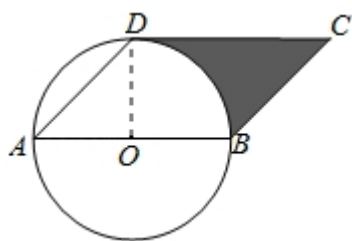
令 $x=0$, 则 $y=10$,

$$\therefore A(0, 10),$$

$$\therefore \triangle ADO \text{ 的面积} = \frac{1}{2} \times 10 \times 4 = 20 = 20.$$

24. 解：（1）直线 CD 与 $\odot O$ 相切. 理由如下:

如图, 连接 OD ,



$$\because OA=OD, \angle DAB=45^\circ,$$

$$\therefore \angle ODA=45^\circ,$$

$$\therefore \angle AOD=90^\circ,$$

$$\because CD \parallel AB,$$

$$\therefore \angle ODC = \angle AOD = 90^\circ, \text{ 即 } OD \perp CD,$$

又 \because 点 D 在 $\odot O$ 上,

\therefore 直线 CD 与 $\odot O$ 相切;

(2) $\because \odot O$ 的半径为 1, AB 是 $\odot O$ 的直径,

$\therefore AB=2$,

$\because BC \parallel AD, CD \parallel AB$,

\therefore 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

$\therefore CD=AB=2$,

由 (1) 知: $\triangle AOD$ 是等腰直角三角形,

$\therefore OA=OD=1$,

$\therefore BC=AD=\sqrt{2}$,

\therefore 图中阴影部分的周长 $= CD+BC+\frac{90\pi \times 1}{180}=2+\sqrt{2}+\frac{\pi}{2}$.

25. 解 (1) 如图 1, 连接 BD .

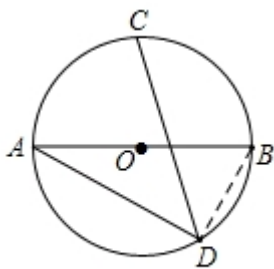


图1

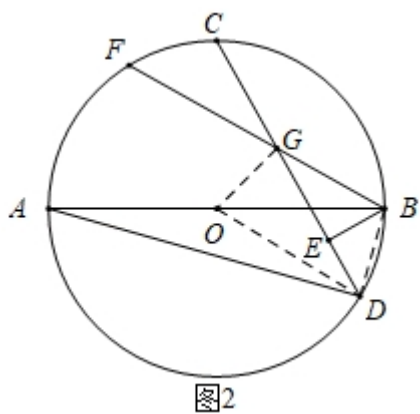
$\because \widehat{AC} = \widehat{BC}$,

$\therefore \angle BDC = \angle ADC = 45^\circ$,

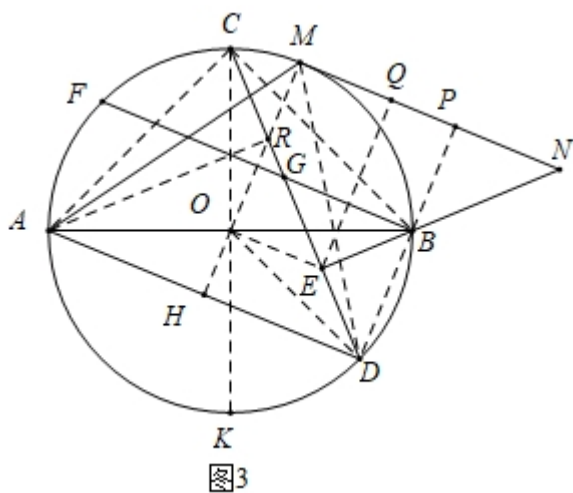
$\therefore \angle ADB = 90^\circ$,

$\therefore AB$ 是圆 O 的直径.

(2) 如图 2, 连接 OG 、 OD 、 BD .

 $\therefore BA$ 平分 $\angle FBE$.

(3) 如图 3, 连接 AC 、 BC 、 CO 、 DO 、 EO 、 BD .



18 / 23

$$\therefore AC=BC,$$

$\because AB$ 为直径,

$$\therefore \angle ACB=90^{\circ}, \quad \angle CAB=\angle CBA=45^{\circ}, \quad CO \perp AB,$$

延长 CO 交圆 O 于点 K , 则 $\angle DOK=\angle OCD+\angle ODC=2\angle ODC=2\angle OBE=2\angle FBA$,

连接 DM 、 OM , 则 $\angle MOD=2\angle MAD$,

$$\because 2\angle MAD+\angle FBA=135^{\circ},$$

$$\therefore \angle MOD+\angle FBA=135^{\circ},$$

$$\therefore 2\angle MOD+2\angle FBA=270^{\circ},$$

$$\therefore 2\angle MOD+\angle DOK=270^{\circ},$$

$$\because \angle AOM+\angle DOM+\angle KOK=270^{\circ},$$

$$\therefore \angle AOM=\angle DOM,$$

$$\therefore AM=DM,$$

连接 MO 并延长交 AD 于 H , 则 $\angle MHA=\angle MHD=90^{\circ}$, $AH=DH$,

设 MH 与 BC 交于点 R , 连接 AR , 则 $AR=DR$,

$$\because \angle ADC=45^{\circ},$$

$$\therefore \angle ARD=\angle ARC=90^{\circ}, \quad \triangle ADR \text{ 是等腰直角三角形},$$

$$\therefore \angle BRH=\angle ARH=45^{\circ}$$

$$\because \angle ACR+\angle BCE=\angle BCE+\angle CBE=90^{\circ},$$

$$\therefore \angle ACR=\angle CBE,$$

$$\therefore \triangle ACR \cong \triangle CBE \text{ (AAS)},$$

$$\therefore CR=BE=ED,$$

作 $EQ \perp MN$ 于 Q , 则 $\angle EQN=\angle EQM=90^{\circ}$,

连接 OE , 则 OE 垂直平分 BD ,

$$\therefore OE \parallel AD \parallel MN,$$

\therefore 四边形 $OEQM$ 是矩形,

$$\therefore OM = EQ, OE = MQ,$$

延长 DB 交 MN 于点 P ,

$$\because \angle PBN = \angle EBD = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle BNP = 45^\circ,$$

$\therefore \triangle EQN$ 是等腰直角三角形,

$$\therefore EQ = QN = \frac{\sqrt{2}}{2} EN = 13\sqrt{2},$$

$$\therefore OA = OB = OC = OD = OM = 13\sqrt{2}, AB = 2OA = 26\sqrt{2},$$

$$\therefore BC = \sqrt{2}OC = 26,$$

$$\therefore MN = \frac{10}{13}AB = 20\sqrt{2},$$

$$\therefore OE = MQ = MN - QN = 20\sqrt{2} - 13\sqrt{2} = 7\sqrt{2},$$

$$\because \angle ORE = 45^\circ, \angle EOR = 90^\circ,$$

$\therefore \triangle OER$ 是等腰直角三角形,

$$\therefore RE = \sqrt{2}OE = 14,$$

设 $BE = CR = x$, 则 $CE = 14 + x$,

在 $\text{Rt}\triangle CBE$ 中: $BC^2 = CE^2 + BE^2$,

$$\therefore 26^2 = (x+14)^2 + x^2, \text{ 解得 } x=10,$$

$$\therefore CD = CR + RE + DE = 10 + 14 + 10 = 34.$$

26. 解: (1) $y = mx^2 + (m-3)x - 3$ 与 y 轴交于点 $C(0, -3)$,

令 $y=0$, 则 $mx^2 + (m-3)x - 3 = 0$,

$$\text{可得 } x_1 = -1, x_2 = \frac{3}{m},$$

由于点 A 在点 B 左侧, $m > 0$ 可知点 $A(-1, 0)$,

$$\text{又 } \because AB = 4,$$

$$\therefore \text{点 } B(3, 0),$$

$$\therefore m = 1,$$

$$\therefore y = x^2 - 2x - 3,$$

$$\therefore y = x^2 - 2x - 3 = (x - 1)^2 - 4,$$

$$\therefore \text{点 } D(1, -4);$$

$$(2) \text{ 依题意可知点 } E(-3, -4),$$

设直线 BE 的表达式为 $y = kx + b$,

$$\therefore \begin{cases} -4 = -3k + b \\ 0 = 3k + b \end{cases},$$

$$\text{解得, } \begin{cases} k = \frac{2}{3} \\ b = -2 \end{cases}$$

$$\therefore \text{直线 } BE \text{ 的表达式为 } y = \frac{2}{3}x - 2;$$

$$(3) \text{ 点 } D(1, -4), E(-3, -4) \text{ 分别代入 } y = ax^2 - 6,$$

$$\text{可得 } a = \frac{2}{9} \text{ 或 } a = 2,$$

$$\therefore a \text{ 的取值范围为 } \frac{2}{9} \leq a < 2.$$

27. 解: (1) $\because \triangle ABC$ 是等边三角形

$$\therefore AC = AB, \angle CAB = 60^\circ$$

\therefore 将线段 AD 绕着点 A 逆时针旋转 60° 得到线段 AE

$$\therefore AE = AD, \angle EAD = \angle CAB = 60^\circ$$

$$\therefore \angle EAC = \angle DAB, \text{ 且 } AC = AB, AE = AD$$

$$\therefore \triangle ACE \cong \triangle ABD \text{ (SAS)}$$

$$(2) \because CF \perp AB, AC = BC$$

$$\therefore DF \text{ 垂直平分 } AB, \angle ACF = \frac{1}{2} \angle ACB = 30^\circ$$

$$\therefore AD = DB, \text{ 且 } DF \perp AB$$

$$\therefore \angle ADF = \angle BDF = \frac{1}{2} \angle ADB = 70^\circ$$

\because 点 E 是劣弧 BD 的中点,

$$\therefore \angle DAE = \angle EAB,$$

$$\because OA = OE,$$

$$\therefore \angle OAE = \angle AEO,$$

$$\therefore \angle AEO = \angle DAE,$$

$$\therefore OE \parallel AD,$$

$$\therefore \frac{OF}{OA} = \frac{EF}{DE},$$

$$\because BO = BF = OA, \quad DE = 2,$$

$$\therefore \frac{2}{1} = \frac{EF}{2},$$

$$\therefore EF = 4.$$