2022 北京燕山初三二模

数　　学

一、选择题（本题共 16 分，每小题 2 分）第 1－8 题均有四个选项，符合题意的选项只有一个．

1. 北京 2022 年冬奥会会徽是以汉字“冬”为灵感来源设计的．在下面的四个图中，由下图经过平移得到的是（　）

A. 　　B. 　　C. 　　D. 

2. 餐桌边的一蔬一饭，舌尖上的一饮一酌，实属来之不易，舌尖上的浪费让人触目惊心．据统计，中国每年浪费的食物总量折合粮食约 500 亿千克，这个数据用科学记数法表示为（　　）

A. 5×10^{10} 千克　　B. 50×10^{9} 千克　　C. 5×10^{9} 千克　　D. 0.5×10^{11} 千克

3. 中国有悠久的金石文化，印信是金石文化的代表之一．南北朝时期的官员独孤信的印信是迄今发现的中国古代唯一一枚楷书印．它的表面均由正方形和等边三角形组成（如图 1），可以看成图 2 所示的几何体．从正面看该几何体得到的平面图形是（　）

图 1

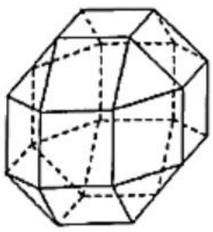
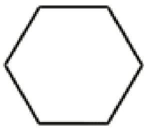
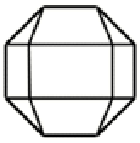
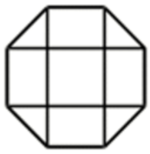
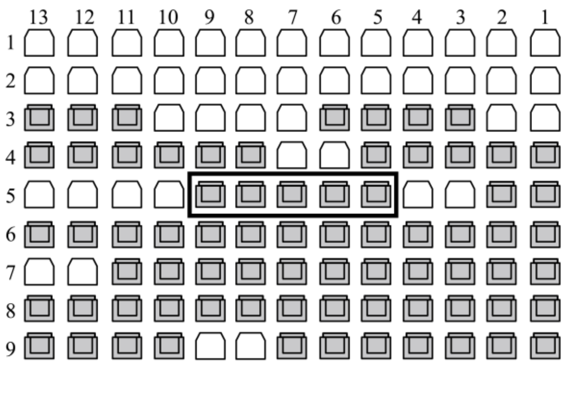


图 2

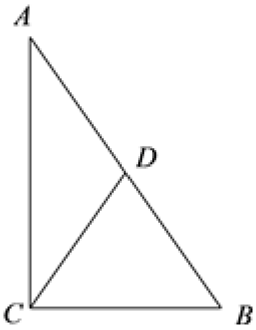
A. 　　B. 　　C. 　　D. 

4. 小鹏和同学相约去影院观看《厉害了，我的国》，在购票选座时，他们选定了方框所围区域内的座位（如图）．取票时，小鹏从这五张票中随机抽取一张，则恰好抽到这五个座位正中间的座位的概率是（　　）



A. $\frac{1}{2}$　　　　B. $\frac{4}{5}$　　　　C. $\frac{3}{5}$　　　　D. $\frac{1}{5}$

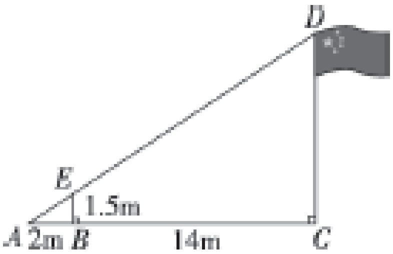
5. 如图，△*ABC* 中，∠*ACB*=90°，∠*B*=55°，点 *D* 是斜边 *AB* 的中点，那么∠*ACD* 的度数为(　)



A. 15°　　　　B. 25°

C. 35°　　　　D. 45°

6. 如图，小亮的数学兴趣小组利用标杆 *BE* 测量学校旗杆 *CD* 的高度，标杆 *BE* 高 1.m，测得 *AB*＝2m，*BC*＝14m，则旗杆 *CD* 高度是（　）

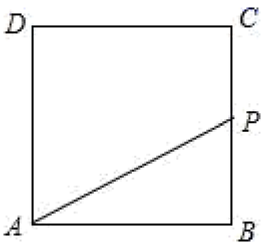


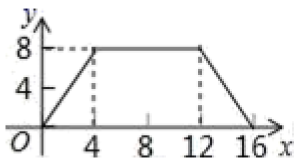
A. 9m　　　　B. 10.m　　　　C. 12m　　　　D. 16m

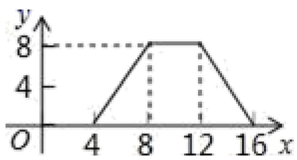
7. 已知二次函数 $y=(x-1)^2+1$，若点 $A(0, y_1)$ 和 $B(3, y_2)$ 在此函数图象上，则 y_1 与 y_2　大小关系是（　　）

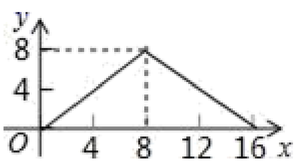
A. $y_1>y_2$　　　　B. $y_1<y_2$　　　　C. $y_1=y_2$　　　　D. 无法确定

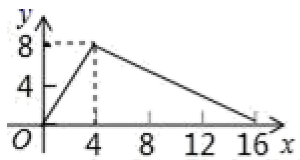
8. 如图，正方形 *ABCD* 的边长为 4，*P* 为正方形边上一动点，它沿 *A*→*D*→*C*→*B*→*A* 的路径匀速移动，设 *P* 点经过的路径长为 *x*，△*APD* 的面积是 *y*，则下列图象能大致反映变量 *y* 与变量 *x* 的关系图象的是(　)



A. 

B. 

C 

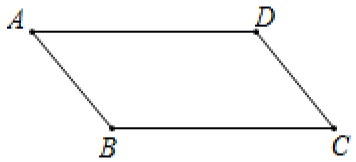
D. 

二、填空题（本题共 16 分，每小题 2 分）

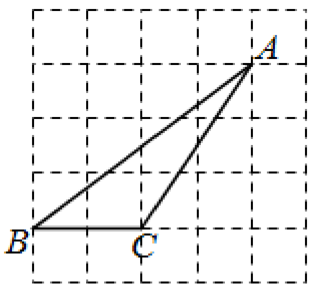
9. 若分式$\dfrac{x-1}{x}$的值为0，则x的值为______.

10. 如果一个多边形是轴对称图形，那么这个多边形可以是_____（写出一个即可）.

11. 如图，▱$ABCD$ 中两个邻角的度数比为1：3，则其中较小的内角的度数为 _______.

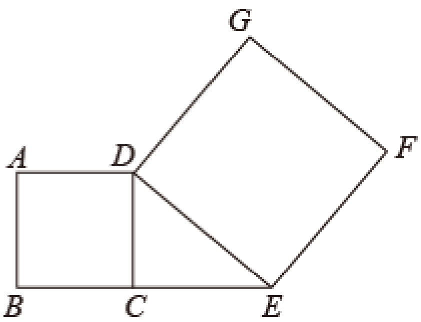


12. 如图所示的网格是边长为1的正方形网格，A，B，C是网格线交点，则$\cos\angle ABC=$____.

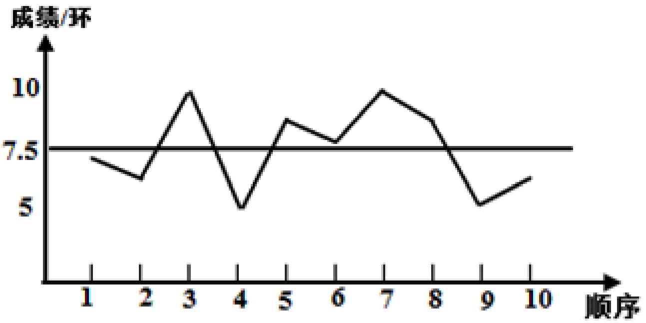


13. 历史上数学家欧拉最先把关于x的多项式用记号$f\left(x\right)$来表示，把x等于某数a时的多项式的值用$f\left(a\right)$表示．例如多项式$f\left(x\right)=x^2-x+1$，当$x=4$时，多项式的值为$f\left(4\right)=4^2-4+1=13$．已知多项式$f\left(x\right)=mx^3-nx+3$，若$f\left(1\right)=2022$，则$f\left(-1\right)$的值为______.

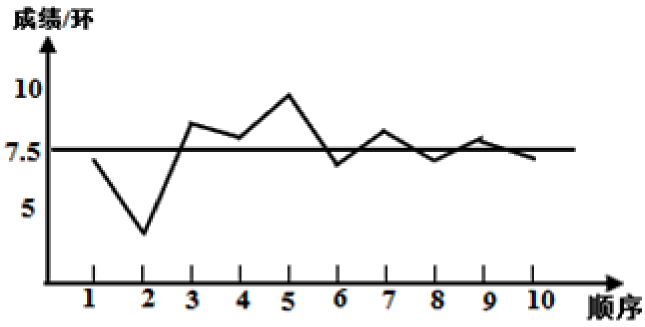
14. 图，线段CE的长为3cm，延长EC到B，以CB为一边作正方形$ABCD$，连接DE，以DE为一边作正方形$DEFG$，设正方形$ABCD$的面积为S_1，正方形$DEFG$的面积为S_2，则S_1-S_2的值为______.



15. 要从小华、小明两名射击运动员中选择一名运动员参加射击比赛，在赛前对他们进行了一次选拔赛，下图为小华、小明两人在选拔赛中各射击10次成绩的折线图和表示平均数的水平线．你认为应该选择______（填“小华”或“小明”）参加射击比赛；理由是__________.



小华成绩



小明成绩

16. “格于乘法”作为两个数相乘的一种计算方法，最早在 15 世纪由意大利数学家帕乔利提出，在明代数学家程大位著的《算法统宗》一书中被称为“铺地锦”．例如：如图 1，计算 46×71，将乘数 46 写在方格上边，乘数 71 写在方格右边，然后用乘数 46 的每位数字乘以乘数 71 的每位数字，将结果记入相应的方格中，最后沿斜线方向相加，得 3266．如图 2，用“格子乘法”计算两个两位数相乘，则 $k=$______．

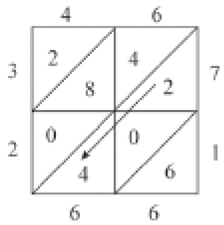


图 1

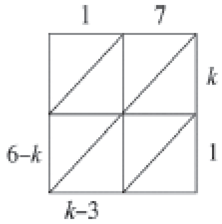


图 2

三、解答题（本题共 68 分，第 17－20 题，每小题 5 分，第 21－22 题，每小题 6 分，第 23－24 题，每小题 5 分，第 25－26 题，每小题 6 分，第 27－28 题，每小题 7 分）解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程．

17. 计算：$\left|\sqrt{2}-1\right|-2\sin45°-\tan60°+\left(\pi-2\right)^{0}$

18. 解不等式组：$\begin{cases}3(2-x)\le x+5\\ \dfrac{x+10}{3}>2x\end{cases}$

19. 已知：$\angle AOB$．

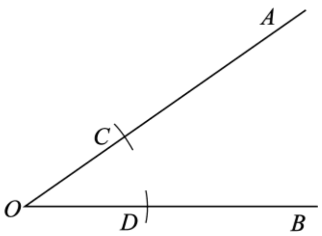
求作：$\angle AOB$ 的平分线．

作法：①以点 O 为圆心，适当长为半径画弧，交 OA 于点 C，交 OB 于点 D；

②分别以点 C，D 为圆心，OC 长为半径画弧，两弧在$\angle AOB$ 的内部相交于点 P；

③画射线 OP．

射线 OP 即为所求．



（1）使用直尺和圆规，依作法补全图形（保留作图痕迹）；

（2）完成下面的证明．

证明：连接 PC，PD．

由作法可知 $OC=OD=PC=PD$.

∴四边形 $OCPD$ 是___.

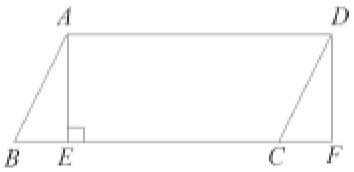
∴OP 平分 $\angle AOB$（___）（填推理的依据）.

20. 已知关于 x 的一元二次方程 $x^2+ax-5=0$.

（1）求证：方程总有两个不相等的实数根；

（2）若方程有一个根是 1，求方程另一个根.

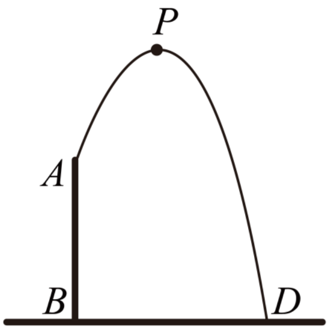
21. 如图，四边形 $ABCD$ 是平行四边形，过点 A 作 $AE\perp BC$ 交 BC 于点 E，点 F 在 BC 延长线上，且 $CF=BE$，连接 DF.



（1）求证：四边形 $AEFD$ 是矩形；

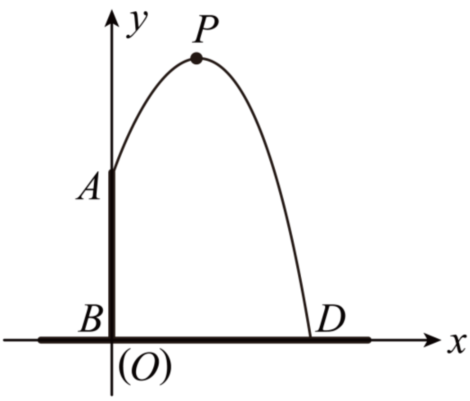
（2）连接 AC，若 $\angle ACD=90°$，$AE=4$，$CF=2$，求 EC 和 AC 的长.

22. 某社区文化广场修建了一个人工喷泉，人工喷泉有一个竖直的喷水枪 AB，喷水口为 A，喷水口 A 距地面 2m，喷出水流的轨迹是抛物线．水流最高点 P 到喷水枪 AB 所在直线的距离为 1m，水流落地点 C 距离喷水枪底部 B 的距离为 3m.



请解决以下问题：

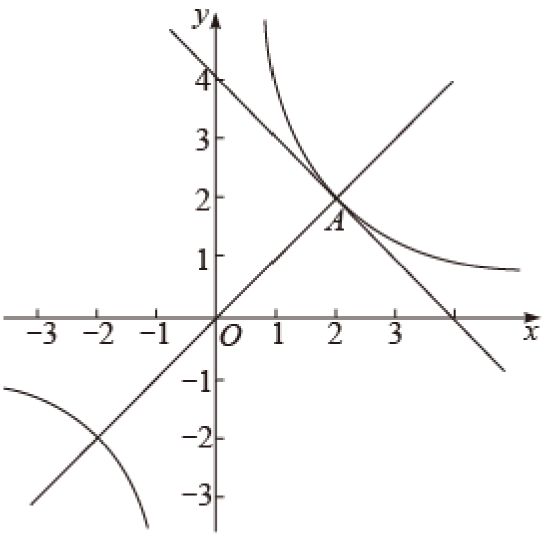
（1）如图，以 B 为原点，BC 所在的直线为 x 轴，AB 所在的直线为 y 轴，建立平面直角坐标系，则点 A 的坐标是______，点 C 的坐标是______，水流轨迹抛物线的对称轴是______.



（2）求出水柱最高点 P 到地面　距离.

（3）在线段 BC 上到喷水枪 AB 所在直线的距离为 2m 处放置一物体，为避免物体被水流淋到，物体的高度应小于多少米？请说明理由.

23. 图，在平面直角坐标系 xOy 中，反比例函数 $y_1=\dfrac{k}{x}\left(k\neq 0\right)$ 与一次函数 $y_2=ax+4\left(a\neq 0\right)$ 的图像只有一个公共点 A（2，2），直线 $y_3=mx\left(m\neq 0\right)$ 也过点 A.

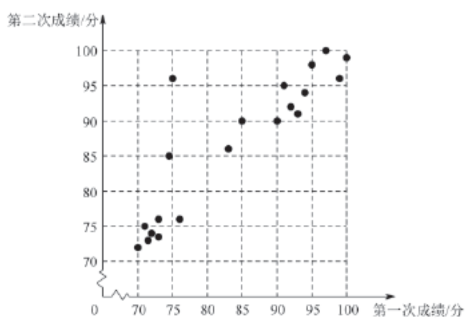


（1）求 k、a 及 m 的值；

（2）结合图像，写出 $y_1>y_2>y_3$ 时 x 的取值范围.

24. 某中学为增进学生对建党 100 周年知识的了解，开展了两次知识问答活动，从中随机抽取了 20 名学生两次活动的成绩（百分制），并对数据（成绩）进行整理、描述和分析.

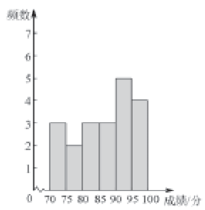
下图是这 20 名学生第一次活动和第二次活动成绩情况统计图.

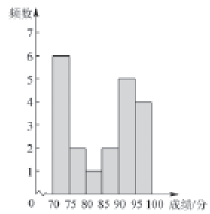


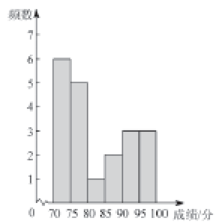
（1）①学生甲第一次成绩是 90 分，则该生第二次成绩是______分，他两次活动的平均成绩是______分；

②学生乙第一次成绩低于 80 分，第二次成绩高于 90 分，请在图中用“○”圈出代表乙的点；

（2）为了解每位学生两次活动平均成绩的情况，A，B，C 三人分别作出了每位学生两次活动平均成绩的频数分布直方图（数据分成 6 组：$70\le x<75$，$75\le x<80$，$80\le x<85$，$85\le x<90$，$90\le x<95$，$95\le x\le 100$）：

A. 

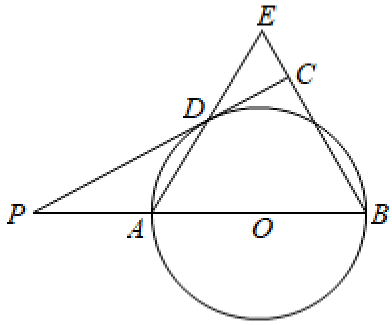
B. 

C. 

已知这三人中只有一人正确作出了统计图，则作图正确的是______；

（3）假设有 200 名学生参加此次活动，估计两次活动平均成绩不低于 90 分的学生人数为______.

25. 如图，已知 AB 是⊙O 直径，点 P 在 BA 的延长线上，$AB=BE$，PD 切⊙O 于点 D，交 EB 于点 C，连接 AE，点 D 在 AE 上.



（1）求证：$BE\perp PC$；

（2）连接 OC，如果 $PD=2\sqrt{3}$，$\angle ABC=60°$，求 OC 的长.

26. 在平面直角坐标系 xOy 中，抛物线 $y=x^2-2mx$.

（1）当抛物线过点（2，0）时，求抛物线的表达式；

（2）求这个二次函数的顶点坐标（用含 m 的式子表示）；

（3）若抛物线上存在两点 $A\left(m-1,y_1\right)$ 和 $B\left(m+2,y_2\right)$，其中 $m>0$. 当 $y_1\cdot y_2>0$ 时，求 m 的取值范围.

27. 在 $Rt\triangle ABC$ 中，$\angle ACB=90°$，CD 是 AB 边的中线，$DE\perp BC$ 于 E，连接 CD，点 P 在射线 CB 上（与 B，C 不重合）

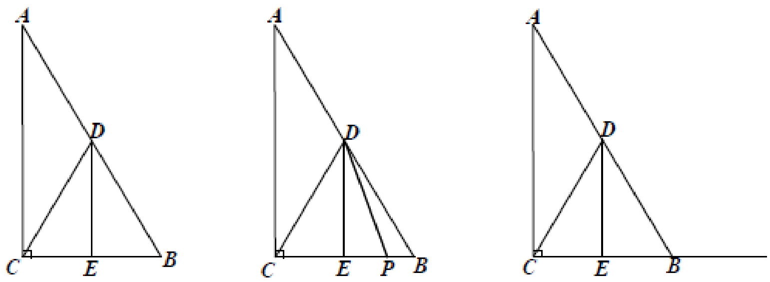


图 1　　图 2　　图 3

（1）如果 $\angle A=30°$

①如图 1，DE 与 BE 之间的数量关系是______

②如图 2，点 P 在线段 CB 上，连接 DP，将线段 DP 绕点 D 逆时针旋转 60°，得到线段 DF，连接 BF，补全图 2 猜想 CP、BF 之间的数量关系，并证明你的结论.

（2）如图 3，若点 P 在线段 CB 的延长线上，且 $\angle A=\alpha\left(0°<\alpha<90°\right)$，连接 DP，将线段 DP 绕点逆时针旋转 2α 得到线段 DF，连接 BF，请直接写出 DE、BF、BP 三者的数量关系（不需证明）.

28. 在平面直角坐标系 xOy 中，给出如下定义：若点 P 在图形 M 上，点 Q 在图形 N 上，如果 PQ 两点间的距离有最小值，那么称这个最小值为图形 M,N 的“近距离”，记为 $d(M,N)$. 特别地，当图形 M 与图形 N 有公共点时，$d(M,N)=0$.

已知 A（－4，0），B（0，4），C（4，0），D（0，－4），

（1）d（点 A，点 C）＝________，d（点 A，线段 BD）＝________；

（2）⊙O 半径为 r，

① 当 $r = 1$ 时，求 ⊙O 与正方形 ABCD 的“近距离”d（⊙O，正方形 ABCD）；

② 若 d（⊙O，正方形 ABCD）＝1，则 $r =$___________.

（3）M 为 x 轴上一点，⊙M 的半径为 1，⊙M 与正方形 ABCD 的“近距离”d（⊙M，正方形 ABCD）＜1，请直接写出圆心 M 的横坐标 m 的取值范围.

参考答案

一、选择题（本题共 16 分，每小题 2 分）第 1－8 题均有四个选项，符合题意的选项只有一个．

1. 北京 2022 年冬奥会会徽是以汉字“冬”为灵感来源设计的．在下面的四个图中，由下图经过平移得到的是（　）

A. 　　B. 　　C. 　　D. 

【答案】C

【解析】

【分析】根据平移只改变图形的位置，不改变形状和大小可得答案．

【详解】解：根据平移的性质可知：能由如图经过平移得到的是 C，

故选：C．

【点睛】本题主要考查了平移　性质，熟练掌握平移只改变图形的位置，不改变形状和大小是解题的关键．

2. 餐桌边的一蔬一饭，舌尖上的一饮一酌，实属来之不易，舌尖上的浪费让人触目惊心．据统计，中国每年浪费的食物总量折合粮食约 500 亿千克，这个数据用科学记数法表示为（　　）

A. 5×10^{10} 千克　　B. 50×10^{9} 千克　　C. 5×10^{9} 千克　　D. 0.5×10^{11} 千克

【答案】A

【解析】

【详解】试题分析：科学记数法的表示形式为 $a\times10^{n}$ 的形式，其中 $1\leq|a|<10$，n 为整数．

500 亿=50000000000=5×10^{10}．

故选：A．

考点：科学记数法

3. 中国有悠久的金石文化，印信是金石文化的代表之一．南北朝时期的官员独孤信的印信是迄今发现的中国古代唯一一枚楷书印．它的表面均由正方形和等边三角形组成（如图 1），可以看成图 2 所示的几何体．从正面看该几何体得到的平面图形是（　）

图 1

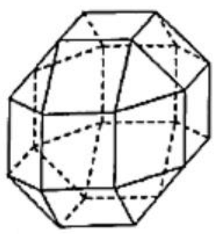
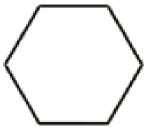
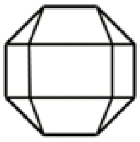
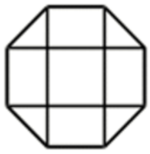


图 2

A. 　　B. 　　C. 　　D. 

【答案】D

【解析】

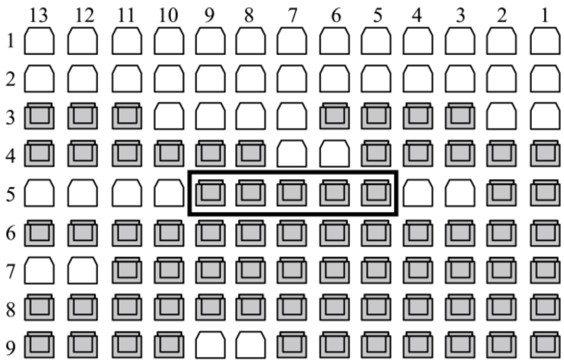
【分析】找到从正面看所得到的图形即可．

【详解】解：从正面看是一个正六边形，里面有 2 个矩形，

故选 D．

【点睛】本题灵活考查了三种视图之间的关系以及视图和实物之间的关系，同时还考查了对图形的想象力，难度适中．

4. 小鹏和同学相约去影院观看《厉害了，我的国》，在购票选座时，他们选定了方框所围区域内的座位（如图）．取票时，小鹏从这五张票中随机抽取一张，则恰好抽到这五个座位正中间的座位的概率是（　　）



A. $\frac{1}{2}$　　B. $\frac{4}{5}$　　C. $\frac{3}{5}$　　D. $\frac{1}{5}$

【答案】D

【解析】

【分析】小鹏从这五张票中随机抽取一张，直接利用概率公式求解即可得到答案．

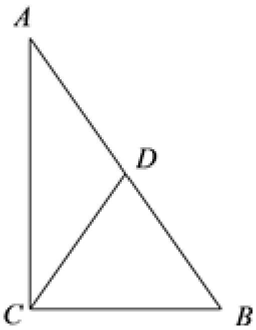
【详解】解：∵小鹏从这五张票中随机抽取一张，

∴恰好抽到这五个座位正中间的座位的概率是：$\frac{1}{5}$．

故选 D．

【点睛】此题考查了概率公式的应用．注意概率=所求情况数与总情况数之比．

5. 如图，△ABC 中，∠ACB=90°，∠B=55°，点 D 是斜边 AB 的中点，那么∠ACD 的度数为(　)



A. 15°　　B. 25°

C. 35° D. 45°

【答案】C

【解析】

【分析】由“直角三角形的两个锐角互余”得到∠A=35°．根据“直角三角形斜边上的中线等于斜边的一半”得到CD=AD，再根据则等边对等角即可求得答案．

【详解】∵在△ABC中，∠ACB=90°，∠B=55°，

∴∠A=35°．

∵D为线段AB的中点，

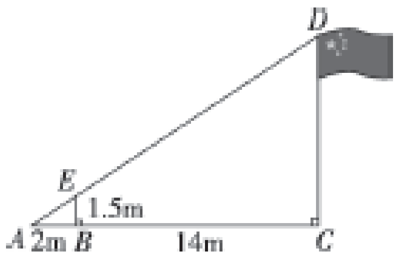
∴CD=AD，

∴∠ACD=∠A=35°．

故选C．

【点睛】本题考查了直角三角形的性质，在直角三角形中，斜边上的中线等于斜边的一半．

6. 如图，小亮的数学兴趣小组利用标杆BE测量学校旗杆CD的高度，标杆BE高1.m，测得AB＝2m，BC＝14m，则旗杆CD高度是（　）



A. 9m B. 10.m C. 12m D. 16m

【答案】C

【解析】

【分析】根据平行三角形的一边与另两边相交构成的三角形与原三角形相似和相似三角形对应边成比例，得出比例式去求CD的长即可．

【详解】解：依题意得$BE\parallel CD$，

∴△AEB∽△ADC，

∴$\dfrac{AB}{AC}=\dfrac{BE}{CD}$，

即$\dfrac{2}{2+14}=\dfrac{1.5}{CD}$，

解得CD=12．

故选：C．

【点睛】本题主要考查了相似三角形的判定和性质，相似三角形对应边成比例，牢固掌握以上知识点是做出本题的关键．

7. 已知二次函数y=（x﹣1）^{2}+1，若点A（0，y_1）和B（3，y_2）在此函数图象上，则y_1与y_2的大小关系是（　　）

A. $y_1>y_2$ B. $y_1<y_2$ C. $y_1=y_2$ D. 无法确定

【答案】B

【解析】

【分析】利用二次函数图象上点的坐标特征可求出 y_1 与 y_2 的值，再比较即可解题.

【详解】解：因为点 A（0，y_1）和 B（3，y_2）在此函数图象上，

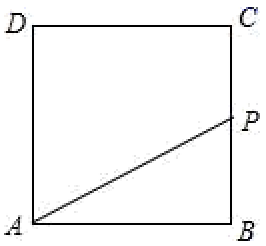
所以 $y_1=1+1=2$，$y_2=4+1=5$

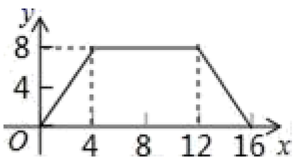
$y_1<y_2$

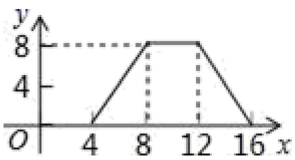
故选：B.

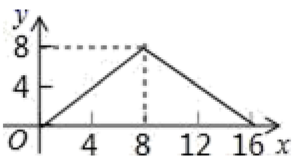
【点睛】本题考查二次函数图象上点的坐标特征，是基础考点，掌握相关知识是解题关键.

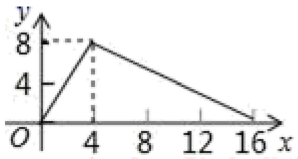
8. 如图，正方形 $ABCD$ 的边长为 4，P 为正方形边上一动点，它沿 $A\to D\to C\to B\to A$ 的路径匀速移动，设 P 点经过的路径长为 x，△APD 的面积是 y，则下列图象能大致反映变量 y 与变量 x 的关系图象的是(   )



A. 

B. 

C. 

D. 

【答案】B

【解析】

【分析】根据动点 P 的正方形各边上的运动状态分类讨论△APD 的面积即可；

【详解】由点 P 运动状态可知，当 $0\le x\le 4$ 时，点 P 在 AD 上运动，△APD 的面积为 0；

当 $4\le x\le 8$ 时，点 P 在 DC 上运动，△APD 的面积 $y=\frac{1}{2}\times 4\times(x-4)=2x-8$；

当 $8\le x\le 12$ 时，点 P 在 CB 上运动，△APD 的面积 $y=8$；

当 $12\le x\le 16$ 时，点 P 在 BA 上运动，△APD 的面积 $y=\frac{1}{2}\times 4\times(16-x)=-2x+32$；

故选 B.

【点睛】本题主要考查了正方形的性质，动点问题与函数图象结合，准确分析计算是解题的关键.

二、填空题（本题共 16 分，每小题 2 分）

9. 若分式 $\dfrac{x-1}{x}$ 的值为 0，则 x 的值为______.

【答案】1

【解析】

【分析】根据分式的值为零的条件即可得出.

【详解】解：∵分式$\dfrac{x-1}{x}$的值为 0，

∴x-1=0 且 x≠0，

∴x=1．

故答案为 1．

【点睛】本题考查了分式的值为零的条件：当分式的分母不为零，分子为零时，分式的值为零．

10. 如果一个多边形是轴对称图形，那么这个多边形可以是_____（写出一个即可）．

【答案】答案不唯一．如：正方形．

【解析】

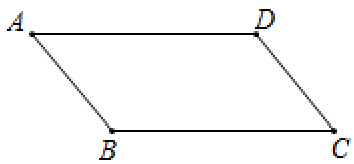
【详解】分析：根据轴对称的概念进行回答即可．

详解：如果一个多边形是轴对称图形，那么这个多边形可以是：答案不唯一．如：正方形．

故答案　答案不唯一．如：正方形．

点睛：此题主要考查了轴对称图形，关键是掌握轴对称图形的概念：如果一个图形沿一条直线折叠，直线两旁的部分能够互相重合，这个图形叫做轴对称图形，这条直线叫做对称轴．

11. 如图，▱$ABCD$ 中两个邻角的度数比为 1：3，则其中较小的内角的度数为 _______．



【答案】45°

【解析】

【分析】首先设平行四边形中两个内角分别为 x°，3x°，由平行四边形的邻角互补，即可得 x+3x=180，继而求得答案．

【详解】解：∵平行四边形中两个内角的度数之比为 1：3，

∴设平行四边形中两个内角分别为 x°，3x°，

∴x+3x=180，

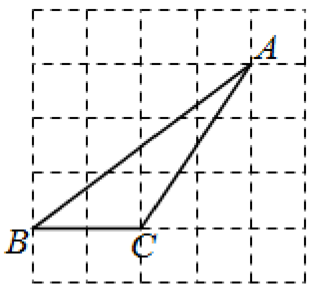
解得：x=45，

∴其中较小的内角是 45°．

故答案为：45°．

【点睛】此题考查了平行四边形的性质，熟知平行四边形的邻角互补是解答此题的关键．

12. 如图所示的网格是边长为 1 的正方形网格， A ， B， C 是网格线交点，则 $\cos\angle ABC=$____．



【答案】$\frac{4}{5}$

【解析】

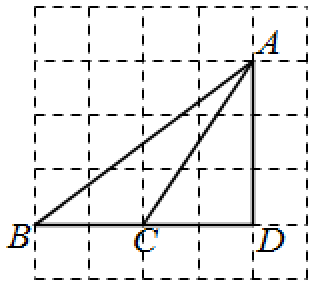
【分析】作 AD⊥BC 于 D 点，在 Rt△ABD 中根据余弦的定义求解即可.

【详解】如图，作 AD⊥BC 于 D 点，则△ABD 为直角三角形，

其中，AD=3，BD=4，由勾股定理可得 AB=5，

$\therefore cos\angle ABC=\frac{BD}{AB}=\frac{4}{5}$，

故答案为：$\frac{4}{5}$.



【点睛】本题考查求余弦值，根据余弦的定义构造合适的直角三角形是解题关键.

13. 历史上数学家欧拉最先把关于 x 的多项式用记号 $f\left(x\right)$ 来表示，把 x 等于某数 a 时的多项式的值用 $f\left(a\right)$ 表示．例如多项式 $f\left(x\right)=x^2-x+1$，当 $x=4$ 时，多项式的值为 $f\left(4\right)=4^2-4+1=13$．已知多项式 $f\left(x\right)=mx^3-nx+3$，若 $f\left(1\right)=2022$，则 $f\left(-1\right)$ 的值为______.

【答案】-2016

【解析】

【分析】根据定义，代入变形整理，计算即可.

【详解】∵ $f\left(x\right)=mx^3-nx+3$， $f\left(1\right)=2022$，

∴m-n+3=2022，

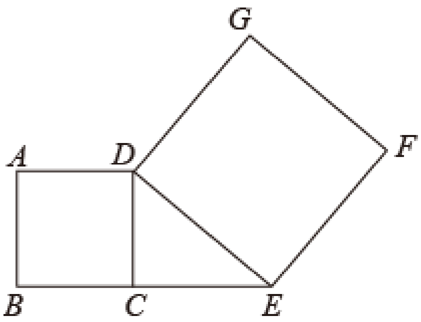
∴m-n=2019，

∴ $f\left(-1\right)=m(-1)^3-n\times(-1)+3=$ -(m-n)+3=-2019+3=-2016，

故答案为：-2016.

【点睛】本题考查了新定义问题，正确理解定义，灵活变形计算是解题的关键.

14. 图，线段 CE 的长为 3cm，延长 EC 到 B，以 CB 为一边作正方形 $ABCD$，连接 DE，以 DE 为一边作正方形 $DEFG$，设正方形 $ABCD$ 的面积为 S_1，正方形 $DEFG$ 的面积为 S_2，则 S_1-S_2 的值为______.



【答案】$-9cm^2$

【解析】

【分析】根据题意，得$\angle DCE=90°$，结合勾股定理的性质，计算得$CD^2+CE^2=DE^2$；再根据正方形的性质，得$S_1=CD^2$，$S_2=DE^2$，通过计算即可得到答案．

【详解】根据题意得：$\angle DCE=90°$，

$\therefore CD^2+CE^2=DE^2$

$\because$正方形$ABCD$的边长为CD，面积为S_1；正方形$DEFG$的边长为DE，面积为S_2，

$\therefore S_1=CD^2$，$S_2=DE^2$，

$\because CE$的长为$3cm$，

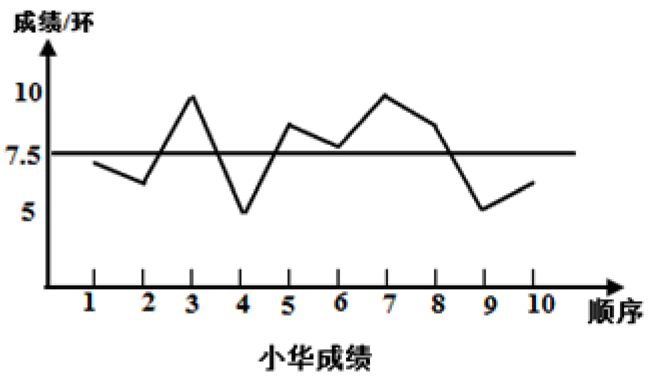
$\therefore S_1+3^2=S_2$，

$\therefore S_1-S_2=-9cm^2$，

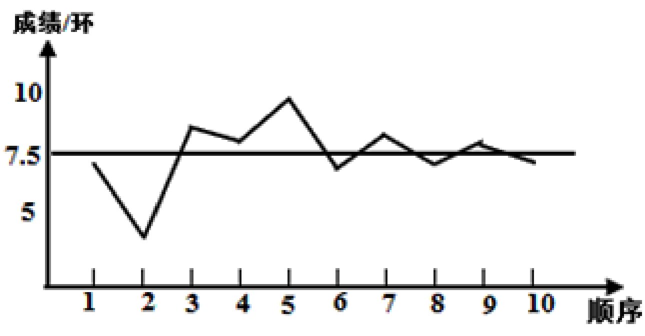
故答案为：$-9cm^2$．

【点睛】本题考查了勾股定理和正方形的知识，解题的关键是熟练掌握勾股定理、正方形的性质，从而完成求解．

15. 要从小华、小明两名射击运动员中选择一名运动员参加射击比赛，在赛前对他们进行了一次选拔赛，下图为小华、小明两人在选拔赛中各射击10次成绩的折线图和表示平均数的水平线．你认为应该选择______（填“小华”或“小明”）参加射击比赛；理由是__________．



小华成绩



小明成绩

【答案】 ①. 小明 ②. 小明的成绩更稳定

【解析】

【分析】根据两个折线统计图可以看出二人的平均成绩相同，但小明的成绩更稳定，即可做出选择．

【详解】解：由折线统计图可以看出，小华和小明的平均成绩相同，都是7.5，但小明的成绩比较稳定．

故答案为：小明；小明的成绩更稳定．

【点睛】本题考查了平均数与方差等知识，平均数反映了一组数据的集中趋势，方差反映了一组数据的离散程度，方差越小，成绩越稳定，方差可以通过计算，也可以通过统计图进行观察比较大小．

16.“格于乘法”作为两个数相乘的一种计算方法，最早在15世纪由意大利数学家帕乔利提出，在明代数学家程大位著的《算法统宗》一书中被称为“铺地锦”．例如：如图1，计算46×71，将乘数46写在方格上边，乘数71写在方格右边，然后用乘数46的每位数字乘以乘数71的每位数字，将结果记入相应的方格中，最后沿斜线方向相加，得3266．如图2，用“格子乘法”计算两个两位数相乘，则$k=$______．

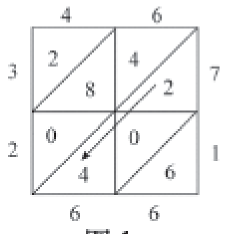


图1

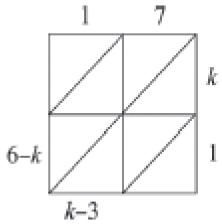


图2

【答案】6

【解析】

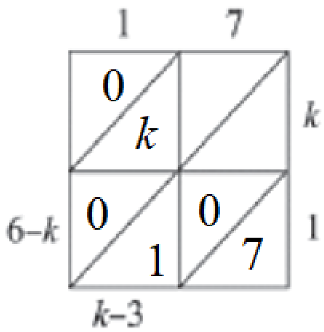
【分析】根据“格子乘法”可得10（10+6-k-k）+(k-3-1)=7k，解方程可得．

【详解】解：根据题意可得

10（10+6-k-k）+(k-3-1)=7k

解得k=6

故答案为：6．



【点睛】本题主要考查一元一次方程的应用，根据“格子乘法”分析图示，列出方程是关键．

三、解答题（本题共68分，第17－20题，每小题5分，第21－22题，每小题6分，第23－24题，每小题5分，第25－26题，每小题6分，第27－28题，每小题7分）解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程．

17. 计算：$\left|\sqrt{2}-1\right|-2\sin45^\circ-\tan60^\circ+\left(\pi-2\right)^0$

【答案】$-\sqrt{3}$

【解析】

【分析】根据绝对值、特殊锐角三角函数值、零指数幂进行计算即可；

【详解】解：原式=$\sqrt{2}-1-2\times\dfrac{\sqrt{2}}{2}-\sqrt{3}+1$

=$-\sqrt{3}$

【点睛】本题主要考查绝对值、特殊锐角三角函数值、零指数幂，掌握绝对值、特殊锐角三角函数值、零指数幂等知识是解题的关键.

18. 解不等式组：$\begin{cases}3(2-x)\le x+5\\ \dfrac{x+10}{3}>2x\end{cases}$

【答案】$\frac{1}{4}\le x<2$.

【解析】

【详解】分别解两个不等式得到$x\ge\frac{1}{4}$和$x<2$，利用大于小的，小于大的，取中间可确定不等式组的解集，再写出不等式组的整数解，然后对各选项进行判断.

解：$\begin{cases}3(2-x)\le x+5 & ①\\ \dfrac{x+10}{3}>2x & ②\end{cases}$

解不等式①，得$x\ge\frac{1}{4}$.

解不等式②，得$x<2$.

∴ 原不等式组的解集为$\frac{1}{4}\le x<2$.

【点睛】本题考查了一元一次不等式组的解法：解一元一次不等式组时，一般先求出其中各不等式的解集，再求出这些解集的公共部分，解集的规律：同大取大；同小取小；大小小大中间找；大大小小找不到.

19. 已知：∠*AOB*.

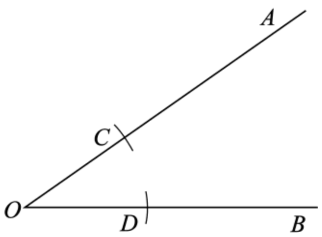
求作：∠*AOB* 的平分线.

作法：①以点 *O* 为圆心，适当长为半径画弧，交 *OA* 于点 *C*，交 *OB* 于点 *D*;

②分别以点 *C*，*D* 为圆心，*OC* 长为半径画弧，两弧在∠*AOB* 的内部相交于点 *P*;

③画射线 *OP*.

射线 *OP* 即为所求.



（1）使用直尺和圆规，依作法补全图形（保留作图痕迹）;

（2）完成下面的证明.

证明：连接 *PC*，*PD*.

由作法可知 *OC*=*OD*=*PC*=*PD*.

∴四边形 *OCPD* 是___.

∴*OP* 平分∠*AOB*（___）（填推理的依据）.

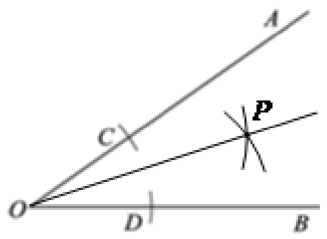
【答案】（1）图见解析；（2）见解析.

【解析】

【分析】（1）根据作法的步骤②和③补全图形即可；

（2）连接PC,PD，先根据作图可得$OC=OD=PC=PD$，再根据菱形的判定与性质即可得证.

【详解】解：（1）如图，射线OP即为所求.

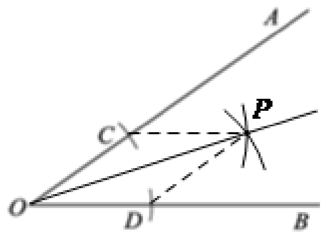


（2）证明：连接PC,PD.

由作法可知，$OC=OD=PC=PD$.

∴四边形$OCPD$是菱形.

∴OP平分$\angle AOB$（菱形的每条对角线平分一组对角）.



【点睛】本题考查了角平分线的尺规作图、菱形的判定与性质，熟练掌握菱形的判定与性质是解题关键.

20. 已知关于x的一元二次方程$x^2+ax-5=0$.

（1）求证：方程总有两个不相等的实数根；

（2）若方程有一个根是1，求方程另一个根.

【答案】（1）见解析　（2）-5

【解析】

【分析】(1)只需证明根的判别式△＞0即可.

(2)设另一个根为x_1，利用根与系数关系定理，x_1×1= -5，计算即可.

【小问1详解】

∵$x^2+ax-5=0$中，a=1，b=a，c=-5，

∴△=b^2-4ac=a^2+20＞0，

∴方程总有两个不相等的实数根.

【小问2详解】

设另一个根为x_1，

∵$x^2+ax-5=0$，

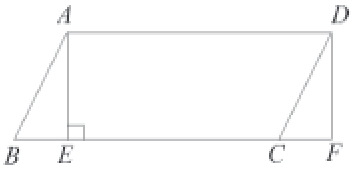
∴ $x_1\times1=-5$，

解得 $x_1=-5$，

故方程另一个根为-5.

【点睛】本题考查了一元二次方程根　判别式和根与系数关系定理，熟练掌握并灵活应用两个定理是解题的关键.

21. 如图，四边形 $ABCD$ 是平行四边形，过点 A 作 $AE\perp BC$ 交 BC 于点 E，点 F 在 BC 的延长线上，且 $CF=BE$，连接 DF.



（1）求证：四边形 $AEFD$ 是矩形；

（2）连接 AC，若 $\angle ACD=90°$，$AE=4$，$CF=2$，求 EC 和 AC 的长.

【答案】（1）见解析；

（2）EC 的长为 8，AC 的长为 $4\sqrt{5}$.

【解析】

【分析】（1）先证明四边形 $AEFD$ 是平行四边形，再证明 $\angle AEF=90°$即可；

（2）根据矩形的性质得到 $AE=DF=4$，$\angle AEC=\angle F=90°$，根据余角的性质得到$\angle EAC=\angle DCF$，得到$\triangle AEC\backsim\triangle CFD$，$\dfrac{AE}{CF}=\dfrac{EC}{DF}$，代入数值求得 $EC=8$，在 $Rt\triangle AEC$ 中，由勾股定理得到 $AC=4\sqrt{5}$.

【小问 1 详解】

证明：∵$CF=BE$，

∴$CF+EC=BE+EC$.

即 $EF=BC$.

∵四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

∴$AD\parallel BC$，$AD=BC$，

∴$AD\parallel EF$，$AD=EF$.

∴四边形 $AEFD$ 是平行四边形.

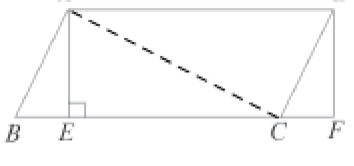
∵$AE\perp BC$，

∴$\angle AEF=90°$.

∴四边形 $AEFD$ 是矩形；

【小问 2 详解】

解：如图，连接 AC，



∵四边形 $AEFD$ 是矩形，

∴$AE=DF=4$，$\angle AEC=\angle F=90°$，

∵$\angle ACD=90°$，

∴$\angle EAC+\angle ACE=\angle ACE+\angle DCF=90°$，

∴$\angle EAC=\angle DCF$，

∴$\triangle AEC\backsim\triangle CFD$，

∴$\dfrac{AE}{CF}=\dfrac{EC}{DF}$，

∴$\dfrac{4}{2}=\dfrac{EC}{4}$，

∴$EC=8$，

在 $Rt\triangle AEC$ 中，$\angle AEC=90°$，$AE=4$，$EC=8$，

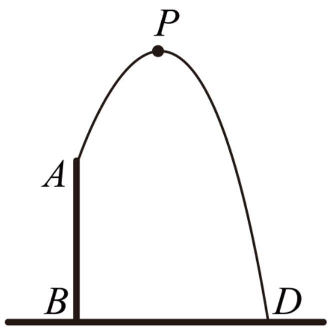
$AC^2=AE^2+EC^2$，

∴$AC=\sqrt{AE^2+EC^2}=\sqrt{4^2+8^2}=4\sqrt{5}$.

故 EC 的长为 8，AC 的长为 $4\sqrt{5}$.

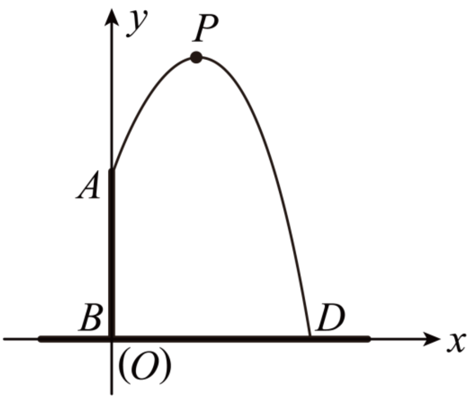
【点睛】此题考查了矩形的判定和性质，平行四边形的判定和性质，相似三角形的判定和性质，勾股定理等知识，正确的识别图形是解题的关键.

22. 某社区文化广场修建了一个人工喷泉，人工喷泉有一个竖直的喷水枪 AB，喷水口为 A，喷水口 A 距地面 2m，喷出水流的轨迹是抛物线．水流最高点 P 到喷水枪 AB 所在直线的距离为 1m，水流落地点 C 距离喷水枪底部 B 的距离为 3m.



请解决以下问题：

（1）如图，以 B 为原点，BC 所在的直线为 x 轴，AB 所在的直线为 y 轴，建立平面直角坐标系，则点 A 的坐标是______，点 C 的坐标是______，水流轨迹抛物线的对称轴是______.



（2）求出水柱最高点 P 到地面的距离.

（3）在线段 BC 上到喷水枪 AB 所在直线的距离为 2m 处放置一物体，为避免物体被水流淋到，物体的高度应小于多少米？请说明理由.

【答案】（1）$(0,2)$；$(3,0)$；$x=1$

（2）$\frac{8}{3}$m

（3）2

【解析】

【分析】（1）根据题意结合平面直角坐标系即可求得答案.

（2）根据（1）中点 A、点 C 的坐标及抛物线的对称轴即可求得抛物线的解析式，根据顶点式即可求得函数最大值，从而求得答案.

（3）由（2）中函数的表达式，当 $x=2$ 时求出函数的值，从而即可求得答案.

【小问 1 详解】

解：根据题意由坐标系可得，

点 A 的坐标为 $(0,2)$，

点 C 的坐标 $(3,0)$，

又由点 P 到喷水枪 AB 所在直线的距离为 1m，

$\therefore$ 水流轨迹抛物线的对称轴 $x=1$，

故答案为：$(0,2)$；$(3,0)$；$x=1$.

【小问 2 详解】

设抛物线的表达式为：$y=ax^2+bx+c(a\neq 0)$，由（1）可得，

$$\begin{cases} c=2 \\ 9a+3b+c=0 \\ -\dfrac{b}{2a}=1 \end{cases},$$

解得$\begin{cases} a=-\dfrac{2}{3} \\ b=\dfrac{4}{3} \\ c=2 \end{cases}$，

$\therefore y=-\frac{2}{3}x^2+\frac{4}{3}x+2=-\frac{2}{3}(x-1)^2+\frac{8}{3}$，

当$x=1$时，y有最大值为$\frac{8}{3}$，

$\therefore$水柱最高点P到地面的距离$\frac{8}{3}$m.

【小问3详解】

物体的高度应小于2米，

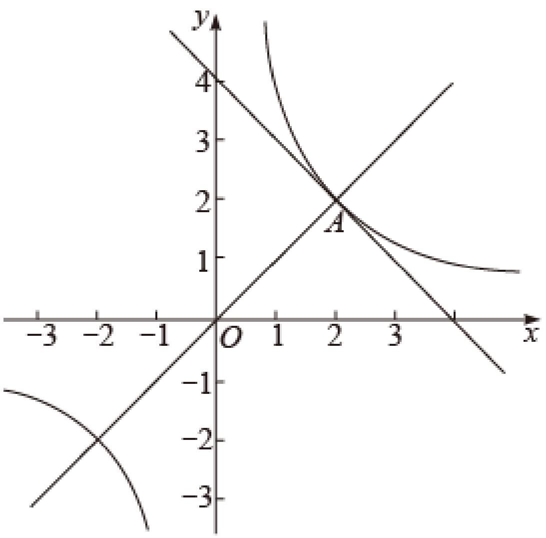
由（2）得$y=-\frac{2}{3}x^2+\frac{4}{3}x+2$，

当$x=2$时，$y=-\frac{2}{3}\times 2^2+\frac{4}{3}\times 2+2=2$，

$\therefore$物体的高度应小于2米.

【点睛】本题考查了二次函数的实际应用问题，利用待定系数法求出函数解析式是解题的关键.

23. 图，在平面直角坐标系xOy中，反比例函数$y_1=\frac{k}{x}\left(k\neq 0\right)$与一次函数$y_2=ax+4\left(a\neq 0\right)$的图像只有一个公共点$A$（2，2），直线$y_3=mx\left(m\neq 0\right)$也过点$A$.



（1）求k、a及m的值；

（2）结合图像，写出$y_1>y_2>y_3$时x的取值范围.

【答案】（1）k=4，a=-1，m=1

（2）0＜x＜2

【解析】

【分析】(1)把点 A（2，2）分别代入函数解析式 $y_1=\frac{k}{x}\left(k\neq 0\right)$， $y_2=ax+4\left(a\neq 0\right)$， $y_3=mx\left(m\neq 0\right)$计算即可.

(2)利用数形结合思想，结合交点的横坐标写出解集即可.

【小问 1 详解】

∵反比例函数 $y_1=\frac{k}{x}\left(k\neq 0\right)$与一次函数 $y_2=ax+4\left(a\neq 0\right)$的图像只有一个公共点 A（2，2），直线 $y_3=mx\left(m\neq 0\right)$也过点 A.

$\therefore 2=\frac{k}{2}$， $2=2a+4$， $2=2m$，

解得 k=2×2=4；a=-1，m=1.

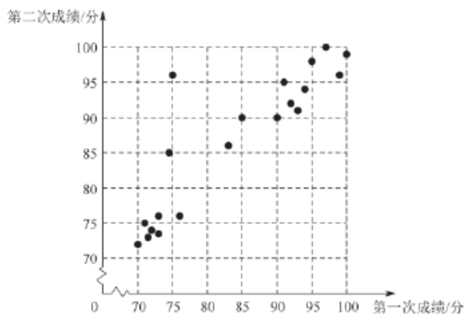
【小问 2 详解】

根据图像，得 0＜x＜2.

【点睛】本题考查了反比例函数与一次函数的综合，熟练掌握交点的意义是解题的关键.

24. 某中学为增进学生对建党 100 周年知识的了解，开展了两次知识问答活动，从中随机抽取了 20 名学生两次活动的成绩（百分制），并对数据（成绩）进行整理、描述和分析.

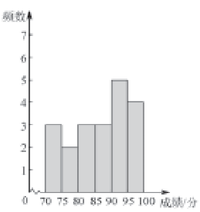
下图是这 20 名学生第一次活动和第二次活动成绩情况统计图.

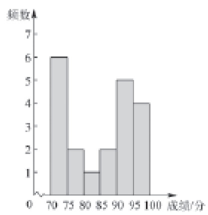


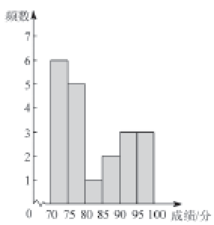
（1）①学生甲第一次成绩是 90 分，则该生第二次成绩是______分，他两次活动的平均成绩是______分；

②学生乙第一次成绩低于 80 分，第二次成绩高于 90 分，请在图中用“○”圈出代表乙的点；

（2）为了解每位学生两次活动平均成绩的情况，A，B，C 三人分别作出了每位学生两次活动平均成绩的频数分布直方图（数据分成 6 组：$70\le x<75$， $75\le x<80$， $80\le x<85$， $85\le x<90$， $90\le x<95$， $95\le x\le 100$）：

A. 

B. 

C. 

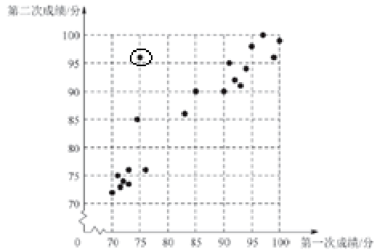
已知这三人中只有一人正确作出了统计图，则作图正确的是______；

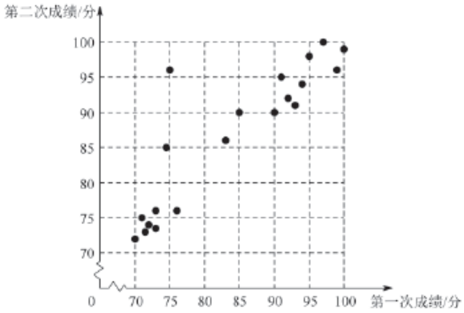
（3）假设有 200 名学生参加此次活动，估计两次活动平均成绩不低于 90 分的学生人数为______.

【答案】（1）①90，90；②见详解

（2）B　（3）90

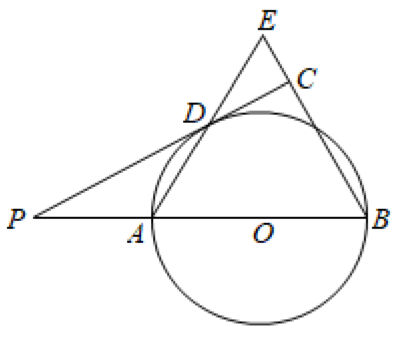
【解析】
分析】（1）根据统计图即可求解；
（2）根据统计图数据选择即可；
（3）根据频数估计总数占比；
【小问 1 详解】
解：①由统计图可知，学生甲第二次成绩是 90 分，他两次活动的平均成绩是 90 分；
②如图，





小问 2 详解】

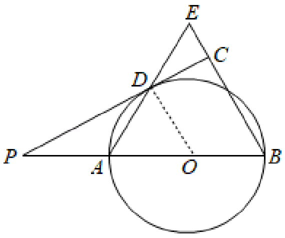
平均成绩在 $70 \le x < 75$ 的学生人数：6 人
平均成绩在 $95 \le x \le 100$ 的学生人数：4 人
则作图正确的是：B
【小问 3 详解】
由（2）两次活动平均成绩不低于 90 分的学生人数为：$200 \times \dfrac{5+4}{20} = 90$（人）
【点睛】本题主要考查条形统计数、平均数、样本估计总体，掌握相关知识是解题的关键.
25. 如图，已知 AB 是⊙O 的直径，点 P 在 BA 的延长线上，AB＝BE，PD 切⊙O 于点 D，交 EB 于点 C，连接 AE，点 D 在 AE 上.



（1）求证：$BE \perp PC$；
（2）连接 OC，如果 PD＝$2\sqrt{3}$，$\angle ABC$＝60°，求 OC 的长.
【答案】（1）见解析 （2）$\sqrt{7}$
【解析】
【分析】（1）连接 OD，由等腰三角形的性质得出 $\angle ODA$＝$\angle E$，证得 $OD /\!/ BE$，由 PD 切⊙O 于点 D，得到 $OD \perp PD$，则可得出结论；
（2）由（1）知，$OD /\!/ BE$，得到 $\angle POD$＝$\angle B$，根据三角函数的定义即可得 DC，OD 的长，再由勾股定理可求出 OC 的长.

【小问 1 详解】

证明：连接 OD，



∵$AB=BE$，

∴$\angle E=\angle BAE$，

∵$OA=OD$，

∴$\angle OAD=\angle ODA$，

∴$\angle ODA=\angle E$，

∴$OD\parallel BE$，

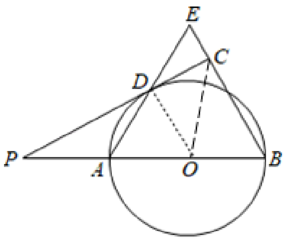
∵PD 切⊙O 于点 D，

∴$OD\perp PD$，

∴$BE\perp PC$；

【小问 2 详解】

解：如图,连接 OC，



∵$OD\parallel BE$，$\angle ABC=60°$，

∴$\angle DOP=\angle ABC=60°$，

∵$PD\perp OD$，

∴$\tan\angle DOP=\dfrac{DP}{OD}$，

∴$\dfrac{2\sqrt{3}}{OD}=\sqrt{3}$，

∴$OD=2$，

∴$OP=4$，

∴$PB=6$，

∴$\sin\angle ABC=\dfrac{PC}{PB}$，

∴$\dfrac{\sqrt{3}}{2}=\dfrac{PC}{6}$，

∴$PC=3\sqrt{3}$，

$\therefore DC=\sqrt{3}$，

$\therefore DC^2+OD^2=OC^2$，

$\therefore$（$\sqrt{3}$）$^2+2^2=OC^2$，

$\therefore OC=\sqrt{7}$．

【点睛】本题主要考查了切线的性质，等边三角形的判定和性质，解直角三角形，勾股定理等知识，熟练掌握切线的性质，等边三角形的判定和性质，解直角三角形，勾股定理等知识是解题的关键．

26. 在平面直角坐标系 xOy 中，抛物线 $y=x^2-2mx$．

（1）当抛物线过点（2，0）时，求抛物线的表达式；

（2）求这个二次函数的顶点坐标（用含 m 的式子表示）；

（3）若抛物线上存在两点 $A\left(m-1,y_1\right)$ 和 $B\left(m+2,y_2\right)$，其中 $m>0$．当 $y_1\cdot y_2>0$ 时，求 m 的取值范围．

【答案】（1）$y=x^2-2x$

（2）（m，$-m^2$）

（3）$m<-2$ 或 $m>2$ 或 $-1<m<1$．

【解析】

【分析】（1）将（2，0）代入解析式求得 m，即可得到解析式；

（2）由抛物线的顶点坐标公式即可求得；

（3）根据抛物线开口方向及点 A，B 到对称轴的距离可得 $y_1>0$，$y_2>0$ 或 $y_1<0$，$y_2<0$，将两点坐标代入解析式求解即可．

【小问 1 详解】

解：将（2，0）代入 $y=x^2-2mx$ 得 $0=2^2-2m\times2$，

解得 $m=1$，

$\therefore$抛物线的表达式为 $y=x^2-2x$．

【小问 2 详解】

解：$\because y=x^2-2mx$

$=(x-m)^2-m^2$，

$\therefore$这个二次函数的顶点坐标为（m，$-m^2$）．

【小问 3 详解】

解：$\because y=x^2-2mx$，

$\therefore$抛物线开口向上，对称轴为直线 $x=-\dfrac{b}{2a}=-\dfrac{-2m}{2\times1}=m$，

$\because m-(m-1)=1$，$m+2-m=2$

$\therefore m-(m-1)<m+2-m$，

$\therefore$点 A 与对称轴距离小于点 B 与对称轴距离，

$\therefore y_1<y_2$，

$\because m>0$，

∴ $-m^2<0$，

∴抛物线 $y=x^2-2mx$ 的顶点（m，$-m^2$）在第四象限，

∵y_1•y_2＞0，

∴y_1＜0，y_2＜0 或 y_1＞0，y_2＞0，

将（$m-1$，y_1）代入 $y=x^2-2mx$ 得 $y_1=(m-1)^2-2m(m-1)=-m^2+1<0$，

解得 $m<-1$ 或 $m>1$，

将（$m+2$，y_2）代入 $y=x^2-2mx$ 得 $y_2=(m+2)^2-2m(m+2)=-m^2+4<0$，

解得 $m<-2$ 或 $m>2$，

∴$m<-2$ 或 $m>2$ 满足题意．

将（$m-1$，y_1）代入 $y=x^2-2mx$ 得 $y_1=(m-1)^2-2m(m-1)=-m^2+1>0$，

解得 $-1<m<1$，

将（$m+2$，y_2）代入 $y=x^2-2mx$ 得 $y_2=(m+2)^2-2m(m+2)=-m^2+4>0$，

解得 $-2<m<2$，

∴ $-1<m<1$ 满足题意．

综上所述，m 的取值范围 $m<-2$ 或 $m>2$ 或 $-1<m<1$．

【点睛】此题考查二次函数的综合应用，解题关键是掌握二次函数的性质，掌握二次函数图象与系数的关系，掌握二次函数与方程及不等式的关系．

27. 在 $Rt\triangle ABC$ 中，$\angle ACB=90°$，CD 是 AB 边的中线，$DE\perp BC$ 于 E，连接 CD，点 P 在射线 CB 上（与 B，C 不重合）

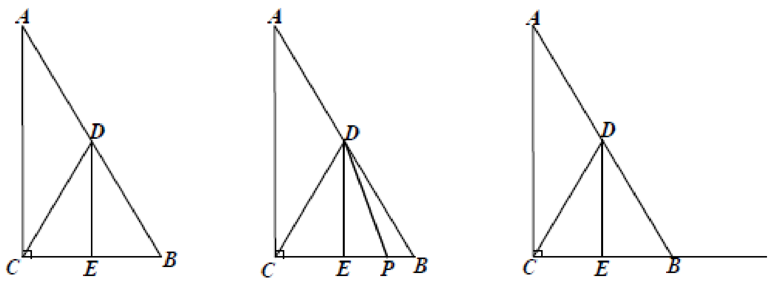


图 1　　图 2　　图 3

（1）如果 $\angle A=30°$

①如图 1，DE 与 BE 之间的数量关系是______

②如图 2，点 P 在线段 CB 上，连接 DP，将线段 DP 绕点 D 逆时针旋转 60°，得到线段 DF，连接 BF，补全图 2 猜想 CP、BF 之间的数量关系，并证明你的结论．

（2）如图 3，若点 P 在线段 CB 的延长线上，且 $\angle A=\alpha\left(0°<\alpha<90°\right)$，连接 DP，将线段 DP 绕点逆时针旋转 2α 得到线段 DF，连接 BF，请直接写出 DE、BF、BP 三者的数量关系（不需证明）．

【答案】（1）①$DE=\sqrt{3}BE$ ②$CP=BF$

（2）$BF-BP=2DE\tan\alpha$

【解析】

【分析】(1) ①利用 60°的角的正切值计算即可；②利用旋转的性质,直角三角形的性质,证明△CDP≌△BDF 即可；(2) 利用旋转的性质,直角三角形的性质,证明△CDP≌△BDF 即可．

【小问 1 详解】

①DE 与 BE 之间的数量关系是 $DE=\sqrt{3}BE$．理由如下：

如图，$\because\angle ACB=90^{\circ}$，$DE\perp BC$，$\angle A=30^{\circ}$，

$\therefore\angle B=60^{\circ}$，

$\therefore\tan60^{\circ}=\dfrac{DE}{BE}=\sqrt{3}$，

$\therefore DE$ 与 BE 之间的数量关系是 $DE=\sqrt{3}BE$，

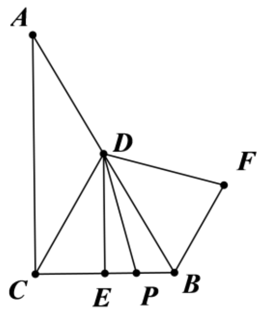
故答案为：$DE=\sqrt{3}BE$．

②CP、BF 之间的数量关系是 $CP=BF$．理由如下：

$\because\angle ACB=90^{\circ}$，$DE\perp BC$，$CD$ 是 AB 边的中线，$\angle A=30^{\circ}$，

$\therefore CD=AD=DB$，$\angle B=60^{\circ}$，

$\therefore\triangle CDB$ 是等边三角形，



$\therefore\angle CDB=60^{\circ}$，

根据旋转的性质，得$\angle PDF=60^{\circ}$，$DP=DF$，

$\because\angle CDB-\angle PDB=\angle PDF-\angle PDB$，

$\therefore\angle CDP=\angle BDF$，

$\because CD=BD$，$DP=DF$，

$\therefore\triangle CDP\cong\triangle BDF$，

$\therefore CP=BF$．

【小问 2 详解】

DE、BF、BP 三者的数量关系是 $BF-BP=2DE\tan\alpha$．理由如下：

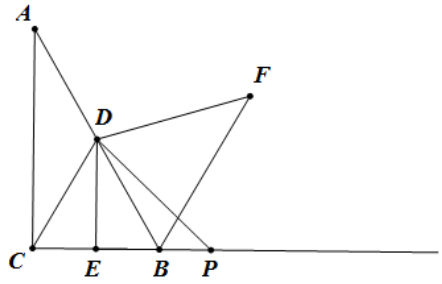
$\because\angle ACB=90^{\circ}$，$DE\perp BC$，$CD$ 是 AB 边的中线，$\angle A=\alpha$，

$\therefore CD=AD=DB$，$\angle CDB=2\alpha$，

根据旋转的性质，得$\angle PDF=2\alpha$，$DP=DF$，

$\therefore 2\alpha+\angle PDB=2\alpha+\angle PDB$，

故$\angle CDB+\angle PDB=\angle PDF+\angle PDB$，



∴ $\angle CDP=\angle BDF$，

∵ $CD=BD$，$DP=DF$，

∴ $\triangle CDP\cong\triangle BDF$，

∴ $CP=BF$，

∴ $BF=BC+BP$，

∵ $CD=DB$， $DE\perp BC$， $\angle A=\alpha$，

∴ $BC=2CE=2BE$，$DE\parallel AC$，

∴ $\angle EDB=\alpha$，

∴ $\tan\alpha=\dfrac{BE}{DE}$，即 $BE=DE\tan\alpha$，

∴ $BC=2BE=2DE\tan\alpha$，

∴ $BF-BP=2DE\tan\alpha$.

【点睛】本题考查了含30°角的直角三角形，特殊角的三角函数值，三角形全等的判定和性质，直角三角形的性质，熟练掌握直径上全等的判定和性质，灵活运用锐角三角函数是解题的关键.

28. 在平面直角坐标系 xOy 中，给出如下定义：若点 P 在图形 M 上，点 Q 在图形 N 上，如果 PQ 两点间的距离有最小值，那么称这个最小值为图形 M,N 的“近距离”，记为 $d(M,N)$．特别地，当图形 M 与图形 N 有公共点时，$d(M,N)=0$．

已知 A（－4，0），B（0，4），C（4，0），D（0，－4），

（1）d（点 A，点 C）＝________，d（点 A，线段 BD）＝________；

（2）⊙O 半径为 r，

① 当 r ＝ 1 时，求 ⊙O 与正方形 ABCD 的“近距离”d（⊙O，正方形 ABCD）；

② 若 d（⊙O，正方形 ABCD）＝1，则 r ＝___________.

（3）M 为 x 轴上一点，⊙M 的半径为 1，⊙M 与正方形 ABCD 的“近距离”d（⊙M，正方形 ABCD）＜1，请直接写出圆心 M 的横坐标 m 的取值范围.

【答案】（1）8；4；（2）①$2\sqrt{2}$-1；②$2\sqrt{2}$-1 或 5；（3）$-6<m<2\sqrt{2}-4$ 或 $4-2\sqrt{2}<m<6$.

【解析】

【分析】（1）图形 M，N 的“近距离”的定义可求解；

（2）①根据题意作图，根据“近距离”的定义即可求解；

②根据题意分圆在正方形 ABCD 内部和外部分别作图求解；

（3）由题意可求∠OCB＝45°，分点M在x轴正半轴且⊙M在正方形ABCD的外面与内部，及点M在x轴负半轴且⊙M在正方形ABCD的外面与内部，由题意列出不等式，即可求解.

【详解】（1）∵A（－4，0），C（4，0），

d（点A，点C）＝8；

∵B（0，4），D（0，－4），

∴线段BD在y轴上

∴d（点A，线段BD）为A点到y轴的距离，即4

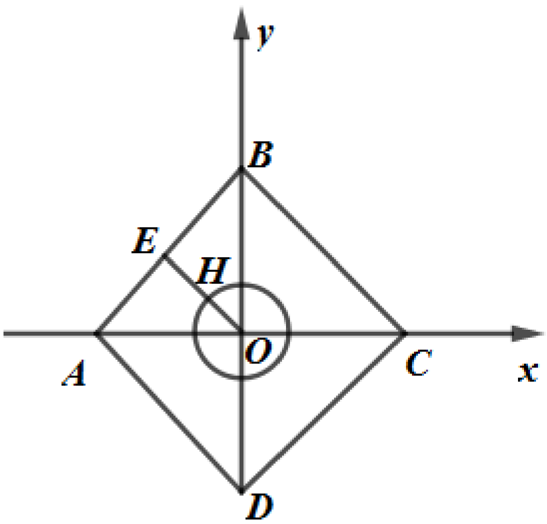
故答案为：8；4；

（2）①如图，当r＝1时，

过点O作OE⊥AB于E点，OE与⊙O交于H点，

则 OE=$\frac{1}{2}$AB=$\frac{1}{2}\times\sqrt{4^2+4^2}=2\sqrt{2}$

∴⊙O与正方形ABCD的“近距离”d（⊙O，正方形ABCD）=EH=OE-OH=2$\sqrt{2}$-1；



②如图，当⊙O在正方形ABCD内部时，d（⊙O，正方形ABCD）＝1

即 EH=OE-OH=1

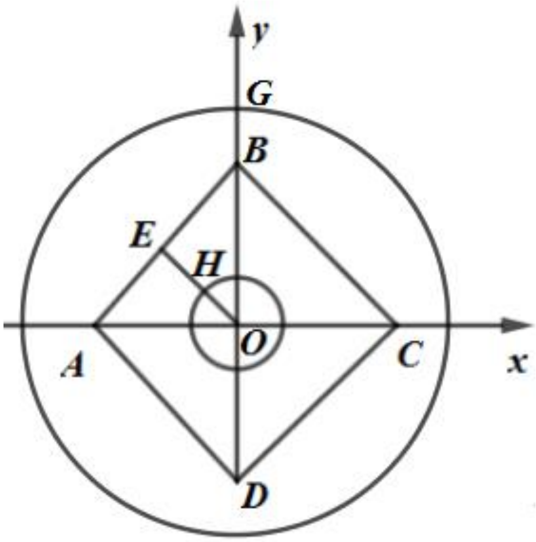
则 OH=OE-EH=2$\sqrt{2}$-1

当⊙O在正方形ABCD外部时，d（⊙O，正方形ABCD）＝1

即 BG=1

则 OG=OB+BG=5

故答案为：2$\sqrt{2}$-1或5；



（3）如图，∵OB=OC，

∴∠OCB＝45°，

当点 M 在 x 轴正半轴且⊙M 在正方形 ABCD 的外面时，⊙M 的半径为 1

∵d（⊙M，正方形 ABCD）＜1

由图可得 OM_2-OC-1＜1

即 OM_2-4-1＜1

∴OM_2＜6

即 m＜6；

当点 M 在 x 轴正半轴且⊙M 在正方形 ABCD 的内部时，⊙M 的半径为 1，

过点 M_1 作 M_1G⊥BC，

∵d（⊙M，正方形 ABCD）＜1

∴M_1G-r＜1

∵$M_1G=CM_1\cdot\sin45°=\frac{\sqrt{2}}{2}\left(4-m\right)$

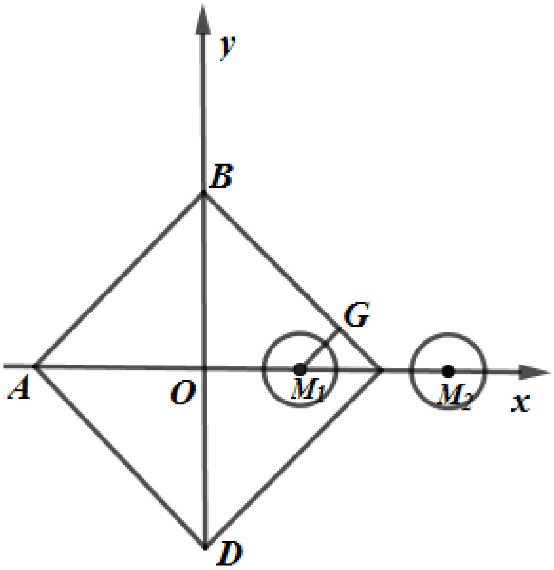
∴$\frac{\sqrt{2}}{2}\left(4-m\right)$-1＜1

解得 m＞$4-2\sqrt{2}$

∴$4-2\sqrt{2}<m<6$

当点 M 在 x 轴负半轴且⊙M 在正方形 ABCD 的外面与内部时，同理可得$-6<m<2\sqrt{2}-4$

综上，m 的取值范围为$-6<m<2\sqrt{2}-4$或$4-2\sqrt{2}<m<6$．



【点睛】本题属于圆的综合题，考查了点与圆的位置关系，直线与圆的位置关系，三角函数的运用等知识，解题的关键是理解题意，学会利用特殊位置解决问题，属于中考压轴题.