2020 北京燕山初三一模

数　　学

2020 年 5 月

一、选择题（本题共 16 分，每小题 2 分）

第 1—8 题均有四个选项，符合题意的选项只有一个

1．2020 年 5 月 1 日起，北京市全面推行生活垃圾分类．下面图标分别为厨余垃圾、可回收物、有害垃圾、其他垃圾，其中不是轴对称图形的是


A.


B.


C.


D.

2．为解决延期开学期间全市初高三学生的学习需求，提升学生的实际获得，北京市教委打造了“答疑平台”，全市 144000 名初高三学生全部纳入在线答疑辅导范围．将 144000 用科学记数法表示应为

A．144×10^3　　B．14.4×10^4　　C．1.44×10^5　　D．1.44×10^6

3．方程组$\begin{cases}2m-n=-4,\\ m-2n=1\end{cases}$的解为

A．$\begin{cases}m=-3\\ n=-2\end{cases}$　　B．$\begin{cases}m=-3\\ n=2\end{cases}$　　C．$\begin{cases}m=3\\ n=-2\end{cases}$　　D．$\begin{cases}m=3\\ n=2\end{cases}$

4．在数轴上，点A，B分别表示实数a，b，将点A向左平移1个单位长度得到点C，若点C，B关于原点O对称，则下列列结论正确的是

A．$a+b=1$　　B．$a+b=-1$　　C．$a-b=1$　　D．$a-b=-1$

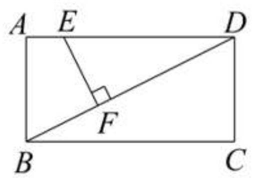
5．若一个多边形的内角和是$720°$，则该多边形的边数为

A．4　　B．5　　C．6　　D．7

6．若$a+b=1$，则代数式$(\frac{a^2}{b^2}-1)g\,\frac{2b^2}{a-b}$的值为

A．-2　　B．-1　　C．1　　D．2

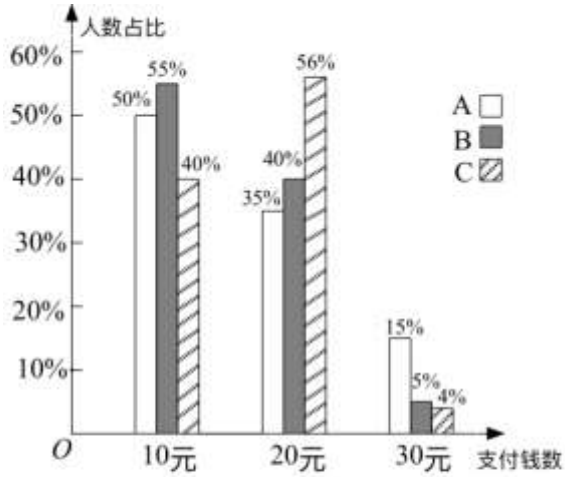
7．如图，矩形$ABCD$中，$BC=2AB$，点E在边AD上，$EF\perp BD$于点．若$EF=1$，则DE的长为



A．$\sqrt{3}$　　B．$\sqrt{5}$　　C．2　　D．3

8．为了解高校学生对 5G 移动通信网络的消费意愿，从在校大学生中随机抽取了 1000 人进行调查，下面是大学生用户分类情况统计表和大学生愿意为 5G 套餐多支付的费用情况统计图（例如，早期体验用户中愿意为 5G 套餐多支付 10 元的人数占所有早期体验用户的 50%）．

用户分类	人数
A：早期体验用户（目前已升级为5G用用户）	260 人
B：中期跟随用户（一年内将升级为5G用户）	540 人
C：后期用户（一年后才升级为5G用户）	200 人



下列推断中，不合理的是

A．早期体验用户中，愿意为 5G 套餐多支付 10 元，20 元，30 元的人数依次递减

B．后期用户中，愿意为 5G 套餐多支付 20 元的人数最多

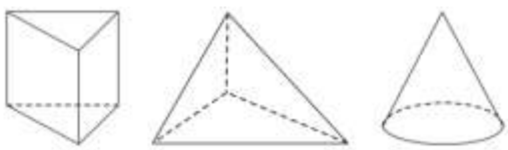
C．愿意为 5G 套餐多支付 10 元的用户中，中期跟随用户人数最多

D．愿意为 5G 套餐多支付 20 元的用户中，后期用户人数最多

二、填空题（本题共 16 分，每小题 2 分）

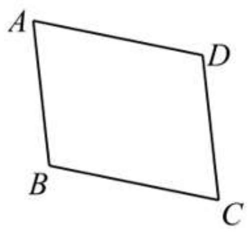
9．若分式$\frac{3}{x-2}$有意义，则x的取值范围是____________．

10．下列列几何体中，主视图是三角形的是____________．

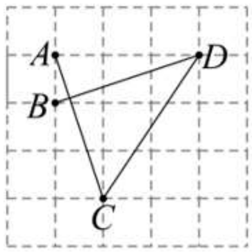


①　　②　　③

11．如图，已知▱$ABCD$，通过测量量，计算得▱$ABCD$的面面积约为__________cm^2．(结果保留一位小数)

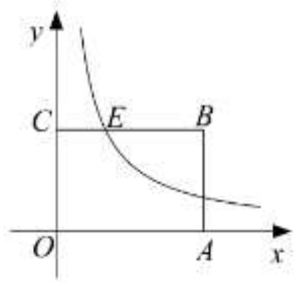


12．如图，正方形网格中，点A，B，C，D均在格点上，则$\angle ACD+\angle BDC=$____________°．



13．用四个不等式①$a>b$，②$ab>b^2$，③$a>0$，④$b>0$中的两个不等式作为题设，余下的两个不等式中选择一个作为结论，组成一个真命题：____________.

14．如图，在平面直角角坐标系xOy中，点A，C分别在x轴，y轴的正半轴上，以OA，OC为边作矩形$OABC$，双曲线$y=\frac{3}{x}(x>0)$与BC边交于点E，且CE：EB＝1：2，则矩形$OABC$的面积为____________.



15．某大学为了解学生在A，B两家餐厅用餐的满意度，从在A，B两家餐厅都用过餐的学生中随机抽取了100人，每人分别对这两家餐厅进行了评分，统计如下：

满意度评分 人数 餐厅	非常满意（20分）	较满意（15分）	一般（10分）	不太满意（5分）	非常不满意（0分）	合计
A	28	40	10	10	12	100
B	25	20	45	6	4	100

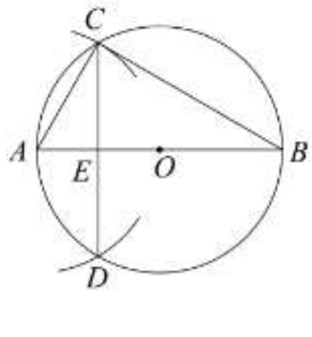
若小芸要在A，B两家餐厅中选择一家用用餐，根据表格中数据，你建议她去餐厅______(填A或B)，理由是__________________.

16．已知$\odot O$．如图，

(1)作$\odot O$的直径AB；

(2)以点A为圆心，AO长为半径画弧，交$\odot O$于C，D两点；

(3)连接CD交AB于点E，连接AC，BC．



根据以上作图过程及所作图形，有下面三个推断：

①$CE=DE$；②$BE=3AE$；③$BC=2CE$．所有正确推断的序号是__________.

三、解答题（本题共 68 分，第 17-22 题，每小题 5 分，第 23-26 题，每小题 6 分，第 27，28 题，每小题 7 分）

解答应写出文字说明，演算步骤或证明过程.

17．计算：.

$4sin30^{\circ}+\left|-\sqrt{2}\right|-\sqrt{8}-(\frac{1}{2})^{-1}$

18．解不等式组：

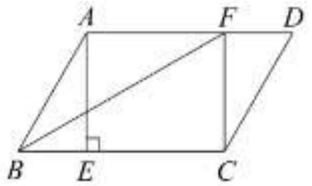
$\begin{cases}2(x-1)\le x, \\ \frac{x-1}{3}>-2.\end{cases}$

19．关于x的方程$x^2+4x+m+2=0$有两个不相等的实数根，且m为正整数，求m的值及此时方程的根.

20．如图，▱$ABCD$中，点E，F分别在边BC，AD上，$BE=DF$，$\angle AEC=90°$.

(1)求证：四边形$AECF$是矩形；

(2)连接BF，若$AB=4$，$\angle ABC=60°$，BF平分$\angle ABC$，求AD的长长.



21．抗击新冠肺炎期间，某小区为方便管理，为居民设计了一个身份识别图案系统：在4×4的正方形网格中，白色正方形表示数字 1，黑色正方形表示数字 0，将第i行第j列表示的数记为$a_{i,j}$(其中i，j都是不大于 4 的正整数)，例如，图 1 中，$a_{1,2}$．对第i行使用公式$A_i=a_{i,1}\times2^3+a_{i,2}\times2^2+a_{i,3}\times2^1+a_{i,4}\times2^0$进行计算，所得结果$A_1,A_2,A_3,A_4$分别表示居民楼号，单元号，楼层和房间号．例如，图 1 中，$A_3=a_{3,1}\times2^3+a_{3,2}\times2^2+a_{3,3}\times2^1+a_{3,4}\times2^0=1\times8+0\times4+0\times2+1\times1=9,A_4=0\times8+0\times4+1\times2+1\times1=3$,说明该居民住在 9 层，3 号房间，即 903 号．

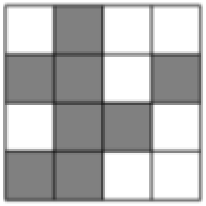


图 1

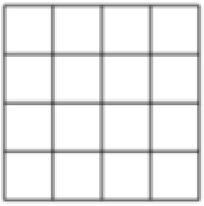


图 2

(1)图 1 中，$a_{1,3}=$________；

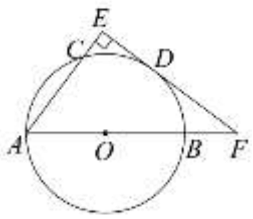
(2)图 1 代表的居民居住在________号楼____________单元；

(3)请仿照图 1，在图 2 中画出 8 号楼 4 单元 602 号居民的身份识别图案．

22．如图，AB为$\odot O$的直径，AC为弦，点D为$\widehat{BC}$中点，过点D作$DE\perp$直线AC，垂足为E，交AB的延长线于点F．

(1)求证：EF是$\odot O$的切线；

(2)若$EF=4$，$sin\angle F=\frac{3}{5}$，求$\odot O$的半径．

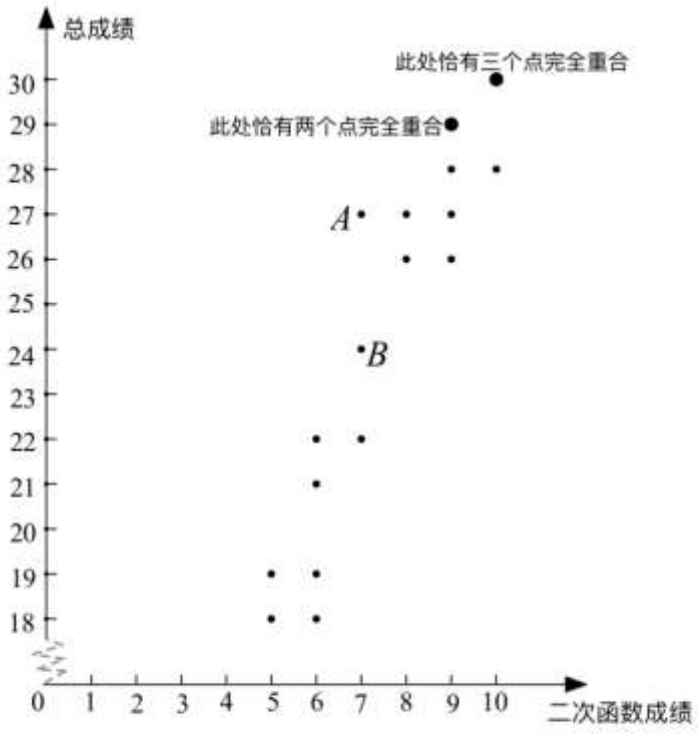


23．为了解学生居家学习期间对函数知识的掌握情况，某学校数学教师对九年级全体学生进行了一次摸底测试，测试含一次函数、二次函数和反比例函数三项内容，每项满分 10 分．现随机抽取 20 名学生的成绩（成绩均为整数）进行收集、整理、描述和分析，下面给出了部分信息：

a．该 20 名学生一次函数测试成绩如下：

7	9	10	9	7	6	8	10	10	8
6	10	10	9	10	9	9	9	10	10

b．该 20 名学生总成绩和二次函数测试成绩情况统计图：



c．该 20 名学生总成绩平均分为 25 分,一次函数测试平均分为 8.8 分．

根据以上信息，回答下列列问题:

(1)该 20 名学生一次函数测试成绩的中位数是________，众数是________．

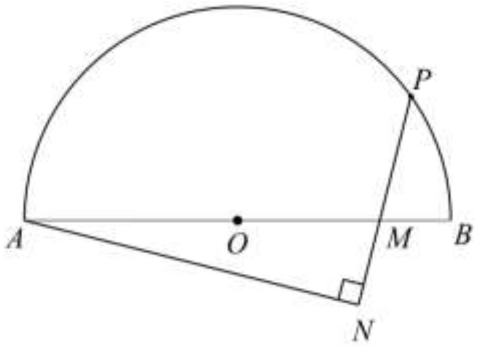
(2)若该校九年级共有 400 名学生，且总成绩不低于 26 分的学生成绩记为优秀，估计该校九年级本次测试总成绩优秀的约有________人．

(3)在总成绩和二次函数测试成绩情况统计图中，A 同学的一次函数测试成绩是________分；若 B 同学的反比例函数测试成绩是 8 分，则 B 同学的一次函数测试成绩是________分．

(4)一次函数、二次函数和反比例函数三项内容中，学生掌握情况最不好的是________．

24．如图，半圆O的直径$AB=6cm$，点M在线段AB上，且$BM=1cm$，点P是$\widehat{AB}$上的动点，过点A作$AN\perp$直线PM，垂足足为点N．

小东根据学习函数的经验，对线段AN，MN，PM的长长度之间的关系进行了探究．



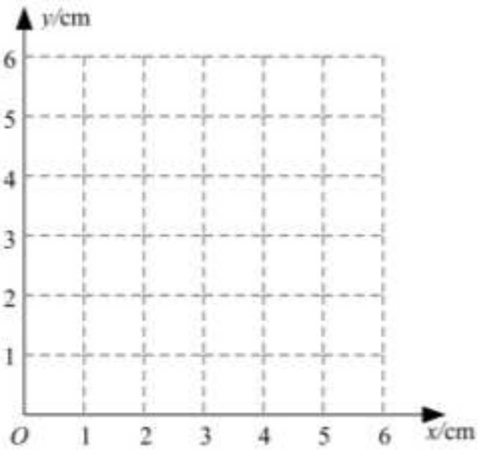
下面是小东的探究过程，请补充完整：

(1)对于点P在$\widehat{AB}$上的不同位置，画图、测量，得到了线段AN，MN，PM的长度的几组值，如下表：

	位置 1	位置 2	位置 3	位置 4	位置 5	位置 6	位置 7
AN/cm	0.00	3.53	4.58	5.00	4.58	4.00	0.00
MN/cm	5.00	3.53	2.00	0.00	2.00	3.00	5.00
PM/cm	1.00	1.23	1.57	2.24	3.18	3.74	5.00

在AN，MN，PM的长度这三个量中，确定________的长度是自变量，____________和____________的长度都是这个自变量的函数；

(2)在同一平面直角坐标系xOy中，画出(1)中所确定的函数的图象；



(3)结合函数图象，解决问题：当$AN=MN$时，PM的长度约为____________________cm．

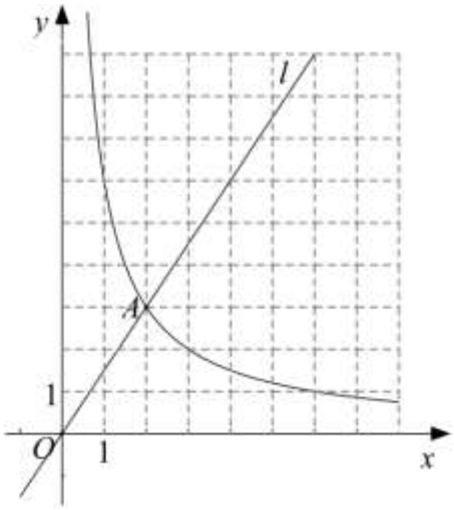
25．如图，在平面直角坐标系xOy中，直线l：$y=\frac{3}{2}x$与反比例函数$y=\frac{k}{x}(x>0)$的图象交于点$A(2，a)$．

(1)求a，k的值；

(2)横，纵坐标都是整数的点叫做整点．点$P(m，n)$为射线OA上一点，过点P作x轴，y轴的垂线，分别交函数$y=\frac{k}{x}(x>0)$的图象于点B，C．由线段PB，PC和函数$y=\frac{k}{x}(x>0)$的图象在点B，C之间的部分所围成的区域(不含边界)记为W．

①若$PA=OA$，求区域W内的整点个数；

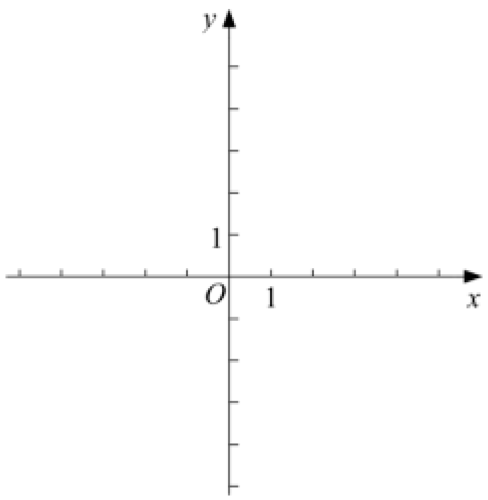
②若区域W内恰有 5 个整点，结合函数图象，直接写出m的取值范围．



26．在平面直角角坐标系xOy中，抛物线$y=ax^2+bx-3a(a\neq 0)$经过点$A(-1，0)$．

(1)求抛物线的顶点坐标；(用用含a的式子子表示)

(2)已知点$B(3，4)$，将点B向左平移 3 个单位长度，得到点C．若抛物线与线段BC恰有一个公共点，结合函数的图象，求a的取值范围．



27．$\triangle ABC$中，$\angle ACB=90°$，$AC=BC=\sqrt{2}$，M为BC边上的一个动点(不与点B，C重合)，连接AM，以点A为中心，将线段AM逆时针旋转$135°$，得到线段AN，连接BN.

(1)依题意补全图 1；

(2)求证：$\angle BAN=\angle AMB$；

(3)点P在线段BC的延长线上，点M关于点P的对称点为Q，写出一个PC的值，使得对于任意的点M，总有$AQ=BN$，并证明.

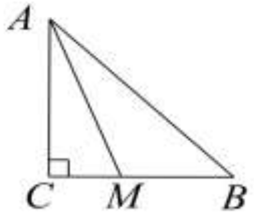
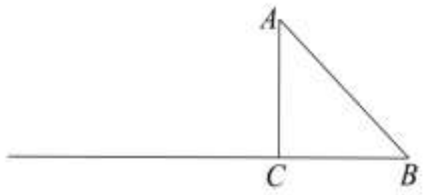


图 1



备用图

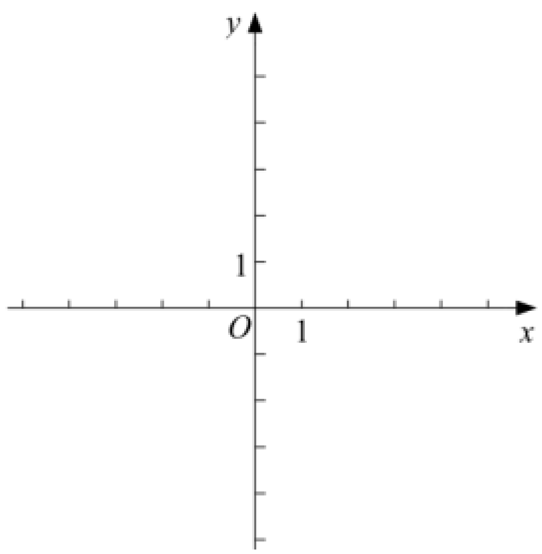
28．在平面直角角坐标系xOy中，过$\odot T$(半径为r)外一点P引它的一条切线，切点为Q，若$0<PQ\leq 2r$，则称点P为$\odot T$的伴随点.

(1)当$\odot O$的半径为 1 时，

①在点$A(4，0)$，$B(0，\sqrt{5})$，$C(1，\sqrt{3})$中，$\odot O$的伴随点是____________________；

②点D在直线$y=x+3$上，且点D是$\odot O$的伴随点，求点D的横坐标d的取值范围；

(2)$\odot M$的圆心为$M(m，0)$，半径为 2，直线$y=2x-2$与x轴，y轴分别交于点E，F．若线段EF上的所有点都是$\odot M$的伴随点，直接写出m的取值范围.



2020 北京燕山初三一模数学

参考答案

一、选择题（本题共 16 分，每小题 2 分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
选项	B	C	A	A	C	D	B	D

二、填空题（本题共 16 分，每小题 2 分）

9．$x \neq 2$；　　10．②③；　　11．3.2；

12．90；　　13．答案不唯一，如，$a>b$，$ab>b^2 \Rightarrow b>0$；　　14．9；

15．答案不唯一，如，选择 A 餐厅，理由是在 A 餐厅用餐非常满意和较满意的人员比例更大.

16．①②③.

三、解答题（本题共 68 分，第 17—22 题，每小题 5 分，第 23—26 题，每小题 6 分，第 27，28 题，每小题 7 分）

17．解：原式＝$4\times\frac{1}{2}+\sqrt{2}-2\sqrt{2}-2$ ·································4 分

$=2-\sqrt{2}-2=-\sqrt{2}$. ·································5 分

18．解：原不等式组为 $\begin{cases} 2(x-1)\le x, & ① \\ \frac{x-1}{3}>-2. & ② \end{cases}$

解不等式①，得　$x\le 2$， ·································2 分

解不等式②，得　$x>-5$， ·································4 分

∴原不等式组的解集为 $-5<x\le 2$. ·································5 分

19．解：由题意，得 $\Delta=4^2-4\times1\times(m+2)>0$， ·································1 分

解得 $m<2$. ·································2 分

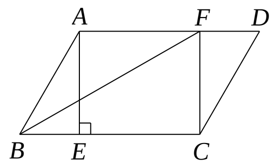
∵ m 为正整数，

∴ $m=1$， ·································3 分

此时，方程为 $x^2+4x+3=0$，

解得 $x_1=-3$，$x_2=-1$.　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　……………………………5 分

20．(1)证明：∵ ▱$ABCD$,



∴ $BC=AD$，$BC\parallel AD$.

又∵ $BE=DF$,

∴ $BC-BE=AD-DF$，即 $EC=AF$,

∴ $EC \underline{\underline{\parallel}} AF$,

∴四边形 $AECF$ 为平行四边形.　　　　　　　　　　　　　……………………………1 分

又∵ $\angle AEC=90°$，

∴四边形 $AECF$ 是矩形.　　　　　　　　　　　　　　　……………………………2 分

(2)解法一：

在 Rt△ABE 中，$\angle AEB=90°$，$\angle ABE=60°$，$AB=4$，

∴ $BE=2$，$AE=2\sqrt{3}$.　　　　　　　　　　　　　　　……………………………3 分

∵四边形 $AECF$ 是矩形，

∴ $FC\perp BC$，$FC=AE=2\sqrt{3}$.

∵ BF 平分 $\angle ABC$,

∴ $\angle FBC=\frac{1}{2}\angle ABC=30°$，

在 Rt△BCF 中，$\angle FCB=90°$，$\angle FBC=30°$，$FC=2\sqrt{3}$，

∴ $BC=6$，

∴ $AD=BC=6$.　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　……………………………5 分

解法二：∵ BF 平分 $\angle ABC$,

∴ $\angle ABF=\angle FBC$.

∵ $BC\parallel AD$,

∴$\angle AFB=\angle FBC$,

∴$\angle AFB=\angle ABF$,

∴$AF=AB=4$.　　　　　　　　　　　　　　……………………………3 分

在 Rt△ABE 中，$\angle AEB=90°$，$\angle ABE=60°$，$AB=4$，

∴$BE=2$，　　　　　　　　　　　　　　……………………………4 分

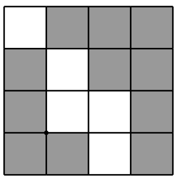
∴$FD=BE=2$，

∴$AD=AF+FD=6$.　　　　　　　　　　　……………………………5 分

21．解：(1) 图 1 中，$a_{1,3}=\underline{\ 1\ }$；　　　　　　　　……………………………1 分

(2) 图 1 代表的居民居住在<u> 11 </u>号楼<u> 2 </u>单元；　　　　……………………………3 分

(3) 8 号楼 4 单元 602 房间居民的身份识别图案如图．……………………………5 分



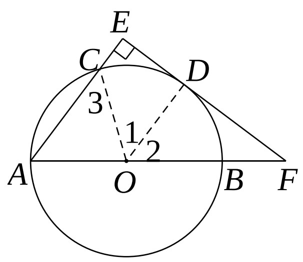
22．(1)证法 1：如图，连接 OC，OD,

∵点 D 为$\overset{\frown}{BC}$中点，

∴$\angle 1=\angle 2=\dfrac{1}{2}\angle BOC$.　　　　　　　　……………………………1 分

∵$OA=OC$,

∴$\angle A=\angle 3=\dfrac{1}{2}\angle BOC$.



∴$\angle 1=\angle 3$，

∴$OD\parallel AE$.

∵$EF\perp AE$,

∴$EF\perp OD$.

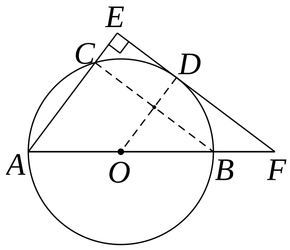
又∵OD 是⊙O 的半径，

∴EF是⊙O的切线. ……………………………………2 分

证法 2：如图，连接 BC，OD，

∵AB是⊙O的直径，

∴$\angle ACB=90°$. ……………………………………1 分



又∵$EF\perp AE$，

∴$BC\parallel EF$.

∵点 D为$\overset{\frown}{BC}$中点，

∴$OD\perp BC$，

∴$OD\perp EF$.

又∵OD是⊙O的半径，

∴EF是⊙O的切线. ……………………………………2 分

(2) 解：在 Rt△AEF中，$\angle AEF=90°$，$EF=4$，$\sin\angle F=\dfrac{3}{5}$，

∴$AE=3$，$AF=5$. ……………………………………3 分

∵$OD\parallel AE$，

∴$\triangle ODF\backsim\triangle AEF$，

∴$\dfrac{OD}{AE}=\dfrac{OF}{AF}$. ……………………………………4 分

设⊙O的半径为 r，则 $OD=r$，$OF=AF-AO=5-r$，

∴$\dfrac{r}{3}=\dfrac{5-r}{5}$.

解得 $r=\dfrac{15}{8}$，

∴⊙O的半径为$\dfrac{15}{8}$. ……………………………………5 分

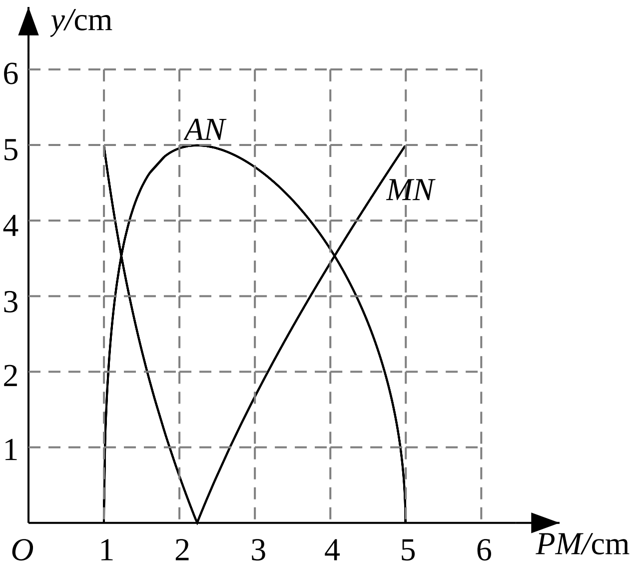
23．解：(1) 9，10. ……………………………………2 分

(2) 240. ……………………………………3 分

（3）10；9.　　　　　　　　　　　　　　　　………………………………5 分

（4）二次函数.　　　　　　　　　　　　　　　………………………………6 分

24．解：（1）*PM*，*AN*，*MN*.　　　　　　　　　　　………………………………2 分



（2）

………………………………4 分

（3）当 *AN*＝*MN* 时，*PM* 的长度约为 1.23 或 4.06 cm.　　………………………………6 分

25．解：（1）将点 *A*(2，*a*) 的坐标代入 $y=\frac{3}{2}x$ 中，得 $a=\frac{3}{2}\times 2=3$，

将点 *A*(2，3) 的坐标代入 $y=\frac{k}{x}$ 中，得 *k*＝3×2＝6.　　…………………………2 分

（2）① ∵点 *P* 为射线 *OA* 上一点，且 *PA*＝*OA*，

∴*A* 为 *OP* 中点，

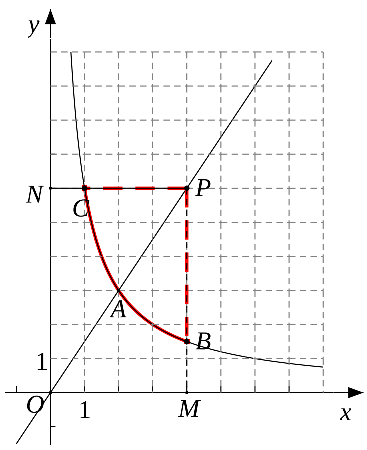
∵*A*(2，3)，

∴点 *P* 的坐标为(4，6).　……………………3 分

将 $x=4$ 代入 $y=\frac{6}{x}$ 中，得 $y=\frac{3}{2}$，

将 $y=6$ 代入 $y=\frac{6}{x}$ 中，得 $x=1$，

∵*PB*，*PC* 分别垂直于 *x* 轴和 *y* 轴，



$\therefore B(4,\ \dfrac{3}{2})$，$C(1,\ 6)$，

结合函数图象可知，区域 W 内有 5 个整点. ……………………………4 分

② $\dfrac{2}{3}\le m<1$，或 $\dfrac{10}{3}<m\le 4$. ……………………………6 分

26．解：(1) ∵点 $A(-1,\ 0)$ 在抛物线 $y=ax^2+bx-3a(a\ne 0)$ 上，

$\therefore a-b-3a=0$，

即 $b=-2a$， ……………………………1 分

$\therefore y=ax^2-2ax-3a=a(x^2-2x)-3a=a(x-1)^2-4a$，

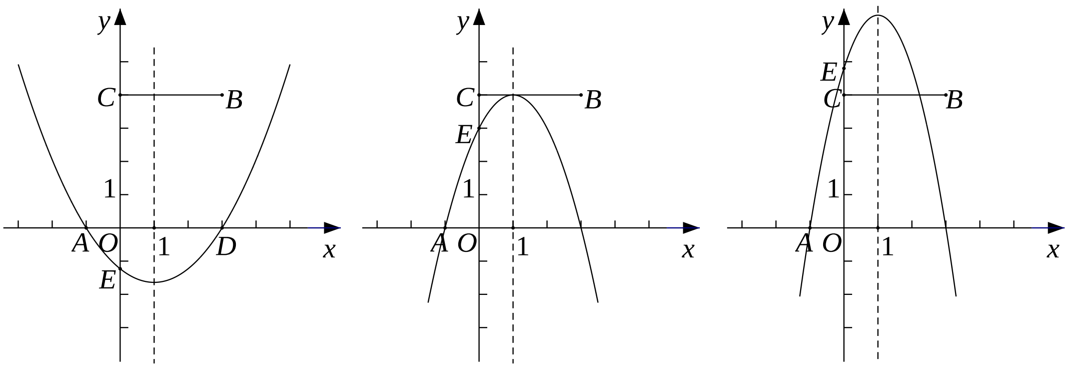
∴抛物线的顶点坐标为 $(1,\ -4a)$. ……………………………2 分

(2) $y=ax^2-2ax-3a=a(x^2-2x-3)=a(x+1)(x-3)$，

∴抛物线与 x 轴交于点 $A(-1,\ 0)$，$D(3,\ 0)$，与 y 轴交于点 $E(0,\ -3a)$.

由题意得点 $C(0,\ 4)$，又 $B(3,\ 4)$，

如图，当 $a>0$ 时，显然抛物线与线段 BC 无公共点.



当 $a<0$ 时，

若抛物线的顶点在线段 BC 上，则顶点坐标为 $(1,\ 4)$，

$\therefore -4a=4$，

$\therefore a=-1$.

若抛物线的顶点不在线段 BC 上，由抛物线与线段 BC 恰有一个公共点，

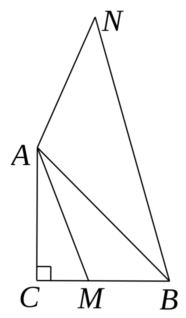
得 $-3a>4$，

$\therefore a<-\dfrac{4}{3}$，

综上，a 的取值范围是 $a<-\dfrac{4}{3}$，或 $a=-1$. ……………………………6 分

27．(1)补全图形，如图. ……………………………1 分

(2)证明：$\because \angle ACB=90°$，$AC=BC$，



$\therefore \angle ABM=45°$.

$\because \angle MAB+\angle ABM+\angle AMB=180°$，

$\therefore \angle AMB=135°-\angle MAB$.

又$\because \angle MAN=135°$，

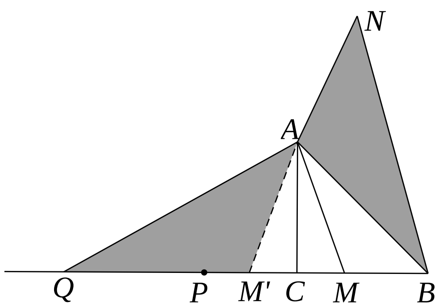
$\therefore \angle BAN=135°-\angle MAB$，

$\therefore \angle BAN=\angle AMB$. ……………………………3 分

(3) PC 的值为 1. ……………………………4 分

证明：$\because \angle ACB=90°$，$AC=BC=\sqrt{2}$，

$\therefore AB=2$.



如图，任取满足条件的点 M，作点 M 关于点 C 的对称点 M'，连接 AM'，

$\therefore AM'=AM=AN$，$MM'=2CM$，

$\therefore \angle AM'C=\angle AMC$，

$\therefore \angle AM'Q=\angle AMB=\angle BAN$.

$\because$点 M 关于点 P 的对称点为 Q，

$\therefore MQ=2MP$，

$\therefore M'Q=MQ-MM'=2MP-2MC=2PC=2$，

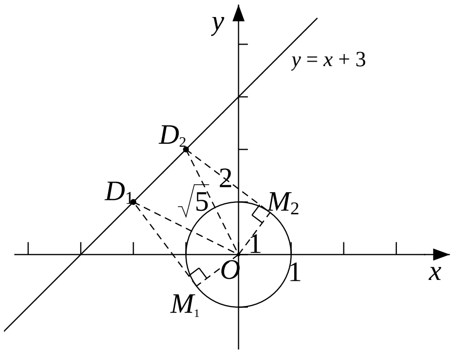
$\therefore M'Q=AB$，

$\therefore \triangle AM'Q\cong\triangle ANB$，

$\therefore AQ=BN$. ……………………………7 分

28．解：(1)①⊙O的伴随点是__B，C___；　　　　　　　　　　　　　　　　　…………………………………2分

②如图，设点D的坐标为$(d,\ d+3)$，



当过点D的切线长为$2r=2$时，

$OD=\sqrt{1^2+2^2}=\sqrt{5}$，

$\therefore d^2+(d+3)^2=5$，

解得 $d_1=-2$，$d_2=-1$．

结合图象可知，点D的横坐标d的取值范围是$-2\le d\le -1$．………………5分

(2) m的取值范围是$1-2\sqrt{5}\le m<1-\sqrt{5}$，或$3<m\le 4$．……………………………7分