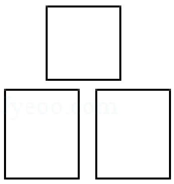
2021 北京门头沟初三二模

数　　学

一、选择题（本题共 16 分，每小题 2 分）第 1-8 题均有四个选项，符合题意的选项只有一个.

1.（2 分）如图，是某几何体的三视图，则该几何体是(　　)



A．长方体　　B．正方体　　C．三棱柱　　D．圆柱

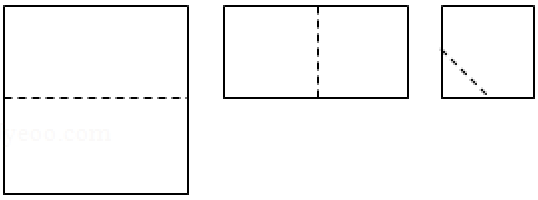
2.（2 分）在学习强国平台中，5 月 16 日发布的“第一观察——天问落火”栏目的阅读量截止到 5 月 17 日中午，就已经达到了 10895538 人次，将 10895538 精确到万，得(　　)

A．1089　　B．1090　　C．1089 万　　D．1090 万

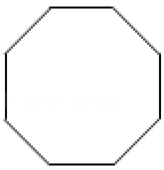
3.（2 分）若代数式$\dfrac{|x|-1}{x+1}$值为零，则(　　)

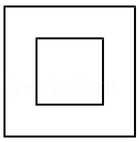
A．$x=-1$　　B．$x=1$　　C．$x=\pm 1$　　D．$x\neq 1$

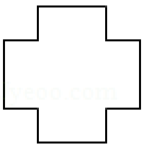
4.（2 分）有一正方形卡纸，如图①，沿虚线向上翻折，得到图②，再沿虚线向右翻折得到图③，沿虚线将一角剪掉后展开，得到的图形是(　　)

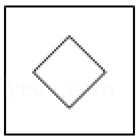


①　　②　　③

A．

B．

C．

D．

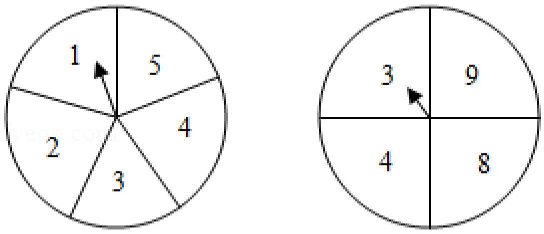
5.（2 分）方程组$\begin{cases}x+y=1\\x-y=3\end{cases}$的解为(　　)

A．$\begin{cases}x=4\\y=1\end{cases}$　　B．$\begin{cases}x=3\\y=-2\end{cases}$　　C．$\begin{cases}x=2\\y=-1\end{cases}$　　D．$\begin{cases}x=-2\\y=1\end{cases}$

6.（2 分）线段OA以点O为旋转中心，逆时针旋转60°，得到OA_1，再将OA_1以点O为旋转中心逆时针旋转60°得到OA_2，依此操作直到点A_n与点A重合为止，顺次连接点A、$A_1\ldots A_{n-1}$形成的多边形是(　　)

A．正四边形　　　B．正五边形　　　C．正六边形　　　D．正七边形

7．（2 分）如图所示的两个转盘分别被均匀地分成 5 个和 4 个扇形，每个扇形上都标有数字，同时自由转动两个转盘，转盘停止后，指针都落在奇数上的概率是(　　)



A．$\frac{1}{5}$　　　B．$\frac{3}{10}$　　　C．$\frac{2}{5}$　　　D．$\frac{1}{2}$

8．（2 分）如图，是函数 $y=(x-1)(x-2)(x-3)(0\leqslant x\leqslant 4)$ 的图象，通过观察图象得出了如下结论：

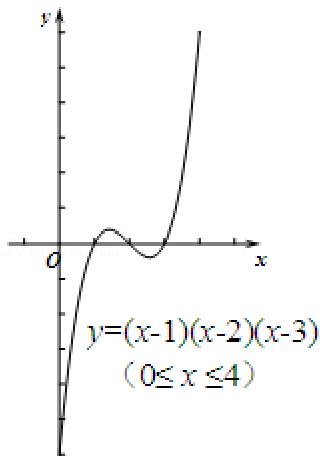
（1）当 $x>3$ 时，y 随 x 的增大而增大；

（2）该函数图象与 x 轴有三个交点；

（3）该函数的最大值是 6，最小值是 -6；

（4）当 $x>0$ 时，y 随 x 的增大而增大．

以上结论中正确的有(　　)个．



A．1　　　B．2　　　C．3　　　D．4

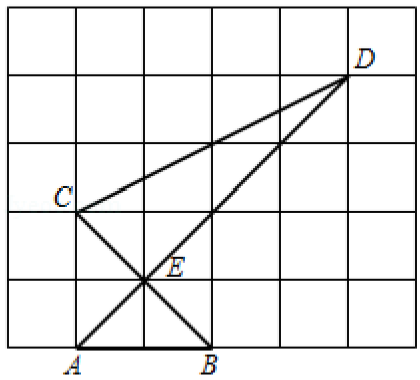
二、填空题（本题共 16 分，每小题 2 分）

9．（2 分）-3 的倒数是 ____．

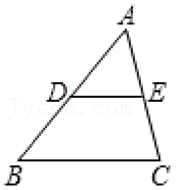
10．（2 分）若 $\sqrt{m-2}+(n+1)^2=0$，则 $m+n=$ ____．

11．（2 分）比 $\sqrt{7}$ 大的最小整数是____．

12．（2 分）如图所示的正方形网格内，点 A，B，C，D，E 是网格线交点，那么 $\angle ECD+\angle EDC=$ ____°．



13．（2 分）如图，在ΔABC中，D、E分别是AB、AC的中点，若$DE=2cm$，则$BC=$____cm．



14．（2 分）若两圆的半径分别是 1 和 3，且两圆的位置关系是相切，则圆心距为____．

15．（2 分）一个函数满足过点$(0,1)$，且当$x>0$时，y随x的增大而减小，该函数可以为____．

16．（2 分）某单位设有 6 个部门，共 153 人，如表：

部门	部门 1	部门 2	部门 3	部门 4	部门 5	部门 6
人数	25	16	23	32	43	14

参与了“学党史，名师德、促提升”建党 100 周年，“党史百题周周答活动”，一共十道题，每小题 10 分，满分 100 分；在某一周的前三天，由于特殊原因，有一个部门还没有参与答题，其余五个部门全部完成了答题，完成情况如表：

分数	100	90	80	70	60	50 及以下
比例	5	2	1	1	1	0

综上所述，未能及时参与答题的部门可能是____．

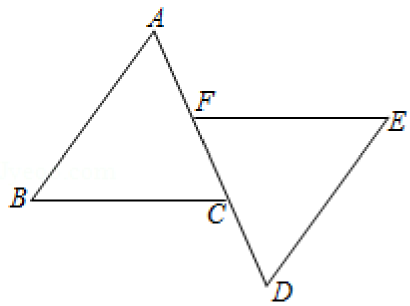
三、解答题（本题共 68 分，第 17～21 题每小题 5 分，第 22～24 题每小题 5 分，第 25 题 5 分，第 26 题 6 分，第 27～28 题每小题 5 分）解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤．

17．（5 分）计算：$|-\sqrt{3}|-(\pi+2021)^{0}-2\sin 60^{\circ}+(\frac{1}{3})^{-2}$．

18．（5 分）解分式方程：$\frac{1}{x-1}+\frac{2x}{x+1}=2$．

19．（5 分）已知：如图，$AB=DE$，$AF=DC$，请补充一个条件可以得到$BC=EF$．

补充的条件：____．



20．（5分）已知$x-2y=0$，求$\dfrac{2x+y}{x^2-2xy+y^2}\cdot(x-y)$的值．

21．（5分）已知，如图，直线l及直线外一点P．

求作：过点P，作直线l的平行线．

下面是一种方案的作法：①在直线l上取一点A，以点A为圆心，AP为半径作弧交直线于点B；

②分别以点B、点P为圆心，AP为半径作弧两弧交于点C；

③作直线PC；

直线PC为所求作的直线．

（1）利用直尺和圆规依作法补全图形（保留作图痕迹）；

（2）完成下面的证明．

证明：连接PA、PC、BC．

由①可得，$PA=AB$．

由②可得，$PC=BC=PA$．

$\therefore PC=BC=PA=AB$，

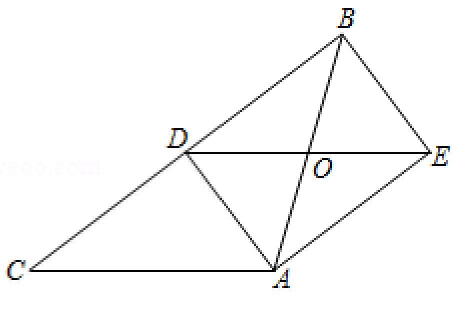
$\therefore$____，（填依据：____）

$\therefore PC//l$．

22．（6分）已知，如图，在ΔABC中，$AB=AC$，AD是BC边的中线，过点A作BC的平行线，过点B作AD的平行线，两线交于点E，连接DE交AB于点O．

（1）求证：四边形$ADBE$是矩形；

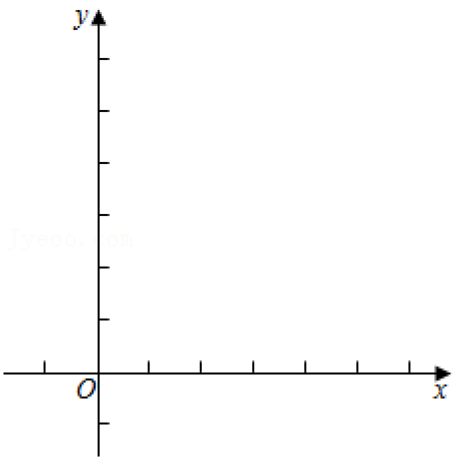
（2）若$BC=8$，$AO=\dfrac{5}{2}$，求四边形$AEBC$的面积．



23．（6分）在平面直角坐标系xOy中，反比例函数$y=\dfrac{k}{x}$的图象过点$P(2,2)$．

（1）求k的值；

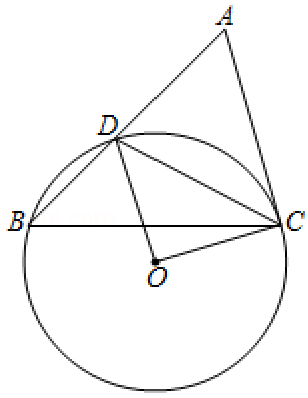
（2）一次函数$y=x+a$与y轴相交于点M，与反比例函数$y=\dfrac{k}{x}(x>0)$的图象交于点N，过点M作x轴的平行线，过点N作y轴的平行线，两平行线相交于点Q，当$\dfrac{1}{2}\leqslant S_{\Delta MNQ}\leqslant 2$时，通过画图，直接写出$a$的取值范围．



24.（6 分）已知，如图，在 ΔABC 中，D 是 AB 边上一点，$\odot O$ 过 D、B、C 三点，直线 AC 是 $\odot O$ 的切线，$OD//AC$．

（1）求 $\angle ACD$ 的度数；

（2）如果 $\angle ACB=75^{\circ}$，$\odot O$ 的半径为 2，求 BD 的长．



25.（5 分）2021 年是中国共产党建党 100 周年，为了让学生了解更多的党史知识，某中学举行了一次"党史知识竞赛"，为了了解本次竞赛情况，从中抽取了初一、初二两个年级各 50 名学生，对他们此次竞赛的成绩分别进行了整理、描述和分析．下面给出部分信息．a．初一年级学生竞赛成绩的频数分布直方图如图（数据分成 6 组：$40\leqslant x<50$，$50\leqslant x<60$，$60\leqslant x<70$，$70\leqslant x<80$，$80\leqslant x<90$，$90\leqslant x<100)$；

b．初一年级学生竞赛成绩在 $80\leqslant x<90$ 这一组的是：

80　81　81　82　82　84　86　86　86　88　88　89

c．这两个年级学生竞赛成绩的平均数、众数、中位数如表：

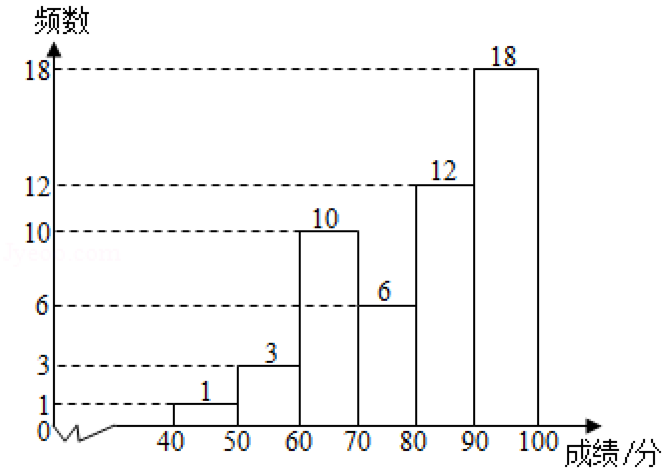
成绩	平均数	中位数	众数
初一年级学生	82	m	86
初二年级学生	83	85	84

根据以上信息，回答下列问题：

（1）写出表中 m 的值；

（2）在此次竞赛中，竞赛成绩更好的是____（填"初一"或"初二"），理由是____．

（3）已知该校初一年级有学生 400 人，估计该校初一年级学生竞赛成绩超过 85 的人数．



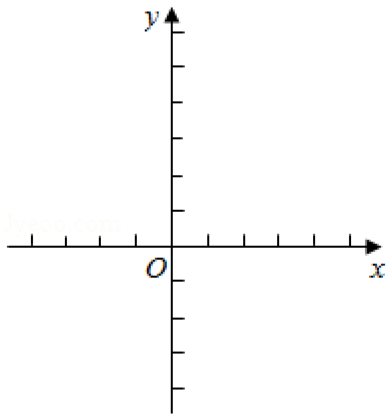
26．（6 分）在平面直角坐标系 xOy 中，抛物线 $y=x^2-bx+3$ 的对称轴为直线 $x=2$．

（1）求 b 的值；

（2）在 y 轴上有一动点 $P(0,n)$，过点 P 作垂直 y 轴的直线交抛物线于点 $A(x_1,\ y_1)$，$B(x_2,\ y_2)$，其中 $x_1<x_2$．

①当 $x_2-x_1=3$时，结合函数图象，求出 n 的值；

②把直线 PB 上方的函数图象，沿直线 PB 向下翻折，图象的其余部分保持不变，得到一个新的图象 W，新图象 W 在 $0\leqslant x\leqslant 5$ 时，满足 $-4\leqslant y\leqslant 4$，求 n 的取值范围．

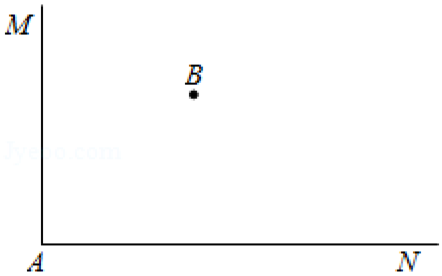


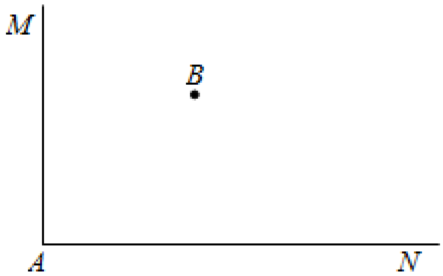
27．（7 分）已知，如图，$\angle MAN=90^\circ$，点 B 是 $\angle MAN$ 的内一点，且到 AM，AN 的距离相等．过点 B 做射线 BC 交 AM 于点 C，将射线 BC 绕点 B 逆时针旋转 90° 交 AN 于点 D．

（1）依题意补全图形；

（2）求证：$BC=BD$；

（3）连接 AB，用等式表示线段 AB，AC，AD 之间的数量关系，并证明．





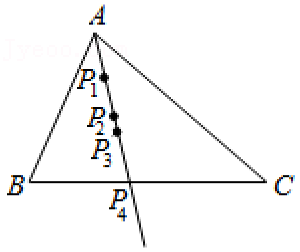
28．（7 分）在 ΔABC 中，点 P 是 $\angle BAC$ 的角平分线 AD 上的一点，若以点 P 为圆心，PA 为半径的 $\odot P$ 与 ΔABC 的交点不少于 4 个，点 P 称为 ΔABC 关于 $\angle BAC$ 的“劲度点”，线段 PA 的长度称为 ΔABC 关于 $\angle BAC$ 的“劲度距离”．

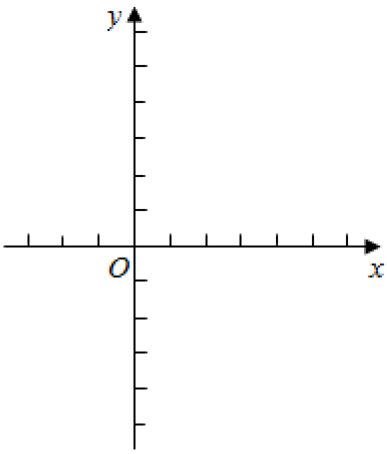
（1）如图，在 $\angle BAC$ 平分线 AD 上的四个点 P_1、P_2、P_3、P_4 中，连接点 A 和点 ____的线段长度是 ΔABC 关于 $\angle BAC$ 的"劲度距离".

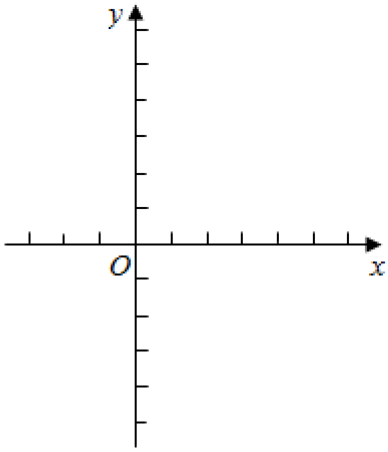
（2）在平面直角坐标系中，已知点 $M(0,t)$，$N(4,0)$.

①当 $t=5$ 时，求出 ΔMON 关于 $\angle MON$ 的"劲度距离" d_1 的最大值.

②如果 $\sqrt{2}\leqslant d\leqslant 2\sqrt{2}$ 内至少有一个值是 ΔMON 关于 $\angle MON$ 的"劲度距离"，请直接写出 t 的取值范围.







参考答案

一、选择题（本题共 16 分，每小题 2 分）第 1-8 题均有四个选项，符合题意的选项只有一个．

1．【分析】根据长方体，正方体，三棱柱，圆柱的三视图，逐一排除即可．

【解答】解：A．长方体的三视图可以为：主视图是长方形，左视图是长方形，俯视图是正方形，故该选项正确，符合题意；

B．正方体的三视图都是正方形，故该选项错误，不符合题意；

C．三棱柱的俯视图是三角形，故该选项错误，不符合题意；

D．圆柱的俯视图是圆，故该选项错误，不符合题意．

故选：A．

【点评】本题考查了由三视图判断几何体，解题的关键是熟悉常见几何体的三视图．

2．【分析】精确到万位数约是几万，就是用四舍五入法求近似数精确到万位，就是看万位后面的千位上的数进行四舍五入，再在数的后面写上“万”字，据此写出．

【解答】解：$10895538 \approx 1090$ 万，

故选：D．

【点评】本题主要考查整数的改写，注意改写要带计数单位．

3．【分析】根据分式值为 0 时分子为 0，分母不为 0 列式计算可求解．

【解答】解：由题意得$|x|-1=0$，$x+1\neq 0$，

解得 $x=1$，

故选：B．

【点评】本题主要考查分式值为零的条件，掌握分式值为零的条件是解题的关键．

4．【分析】严格按照图中的方法亲自动手操作一下，即可很直观地呈现出来．

【解答】解：图①和图②中的虚线折痕是正方形卡纸的两条水平和铅直的对称轴，由图 3 可知，正方形卡纸被分成了 4 个大小相同的小正方形，沿虚线将一角剪掉，表面看是剪掉了一个直角三角形，实际是剪掉了一个菱形．

故选：D．

【点评】本题主要考查了剪纸问题，考查学生的动手能力及空间想象能力．对于此类问题，学生只要亲自动手操作，答案就会很直观地呈现．

5．【分析】方程组利用加减消元法求出解即可．

【解答】解：方程组$\begin{cases} x+y=1① \\ x-y=3② \end{cases}$，

①$+$②得：$2x=4$，

解得：$x=2$，

①$-$②得：$2y=-2$，

解得：$y=-1$，

则方程组的解为$\begin{cases} x=2 \\ y=-1 \end{cases}$．

故选：C．

【点评】此题考查了解二元一次方程组，利用了消元的思想，消元的方法有：代入消元法与加减消元法．

6．【分析】由于每次的旋转角均为60°，因为$360^{\circ}\div 60^{\circ}=6$，所以操作 6 次后，$A_6$与$A$重合，操作停止．由于每次的旋转半径相同，都是$OA$．

故顺次连接点A、$A_1\ldots A_5$形成的多边形是正六边形．

【解答】解：由题意：每次的旋转角均为60°，

$\because 360^{\circ}\div 60^{\circ}=6$，

$\therefore$操作 6 次后，A_6与A重合．

$\because$每次的旋转半径均为OA，

$\therefore$顺次连接点A、$A_1\ldots A_5$形成的多边形是正六边形．

故选：C．

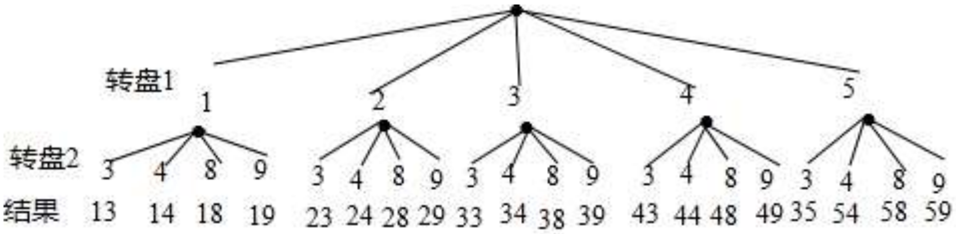
【点评】本题主要考查了图形的变化的规律，正多边形和圆．正确使用正多边形的概念是解题的关键．

7．【分析】利用列表法，列出表格指出所有的等可能性，利用计算概率的公式即可得出结论．

【解答】解：$\because$两个转盘分别被均匀地分成 5 个和 4 个扇形，自由转动两个转盘，

$\therefore$指针落在每个数字上的可能性是相同的．

依据题意列树状图如下：



$\because$从图中可以看出共有 20 中等可能，其中指针都落在奇数上的可能有 6 种，

$\therefore$指针都落在奇数上的概率是：$\dfrac{6}{20}=\dfrac{3}{10}$．

故选：B．

【点评】本题主要考查了用列表法或树状图求事件的概率．选择合适的方法正确找出所有的等可能是解题的关键．

8．【分析】利用函数的图象和函数的增减性的特征对每一个选项进行分析判断得出结论．

【解答】解：$\because$由图象可以看出在直线$x=3$的右侧，y随x的增大而增大，

$\therefore$（1）当$x>3$时，y随x的增大而增大，符合题意；

$\because$观察图象，该函数图象与x轴的交点有：$(1,0)$，$(2,0)$，$(3,0)$，

$\therefore$（2）该函数图象与x轴有三个交点，符合题意；

$\because 0\leqslant x\leqslant 4$，

$\therefore$当$x=0$时，函数取最小值-6，当$x=4$时，函数取最大值 6，

$\therefore$（3）该函数的最大值是 6，最小值是-6，符合题意；

$\because$观察图象可得：$1.5<x<2.5$时，y随x的增大而减小，

$\therefore$（4）当$x>0$时，y随x的增大而增大，不符合题意；

综上，以上结论正确的有：（1），（2），（3）．

故选：C．

【点评】本题主要考查了函数的图象，函数的增减性，图象与 x 轴的交点，函数的极值．充分利用函数的图象，利用数形结合的思想是解题的关键．

二、填空题（本题共 16 分，每小题 2 分）

9．【分析】根据倒数的定义：若两个数的乘积是 1，我们就称这两个数互为倒数．

【解答】解：-3 的倒数是 $-\frac{1}{3}$．

故答案为：$-\frac{1}{3}$．

【点评】本题主要考查了倒数的定义：若两个数的乘积是 1，我们就称这两个数互为倒数．

10．【分析】根据非负数的性质列出方程，解方程求出 m 、 n 的值，计算即可．

【解答】解：$\because \sqrt{m-2}+(n+1)^{2}=0$ ，而 $\sqrt{m-2}\geqslant 0$ ， $(n+1)^{2}\geqslant 0$ ，

$\therefore m-2=0$ ， $n+1=0$ ，

解得， $m=2$ ， $n=-1$ ，

则 $m+n=2-1=1$ ，

故答案为：1．

【点评】本题考查了算术平方根和完全平方的非负数性质，掌握非负数之和等于 0 时，各项都等于 0 是解题的关键．

11．【分析】估算出 $\sqrt{7}$ 的大小即可求解．

【解答】解：$\because 4<7<9$ ，

$\therefore 2<\sqrt{7}<3$

$\therefore$ 比 $\sqrt{7}$ 大的整数中，最小的是 3．

故答案为：3．

【点评】本题主要考查了估算无理数的大小，估算出 $\sqrt{7}$ 的范围是解答本题的关键．

12．【分析】根据正方形网格特征，判断 $\angle AEB=90^{\circ}$ ，利用对顶角相等，即可求解．

【解答】解：根据网格为正方形，

$\therefore \angle AEB=45^{\circ}+45^{\circ}=90^{\circ}$ ．

$\therefore \angle AEB=\angle CED=90^{\circ}$ ．

$\therefore \angle ECD+\angle EDC=90^{\circ}$

故答案为：90．

【点评】本题考查了直角三角形的判定和性质，关键在于利用直角三角形的两个锐角互余．属于基础题．

13．【分析】根据三角形的中位线定理“三角形的中位线等于第三边的一半”，有 $DE=\frac{1}{2}BC$ ，从而求出 BC ．

【解答】解：$\because D$ 、 E 分别是 AB 、 AC 的中点．

$\therefore DE$ 是 ΔABC 的中位线，

$\therefore BC=2DE$ ，

$\because DE=2cm$ ，

$\therefore BC=2\times 2=4cm$ ．

故答案为：4．

【点评】本题考查了三角形的中位线定理，中位线是三角形中的一条重要线段，由于它的性质与线段的中点及平行线紧密相连，因此，它在几何图形的计算及证明中有着广泛的应用．

14．【分析】若两圆相切，分内切和外切，若为内切，则圆心距为两半径之差；若为外切，则圆心距为两半径之和．

【解答】解：当为内切时，圆心距为$3-1=2$；

当两圆外切时，圆心距为$3+1=4$．

故答案为：2 或 4．

【点评】本题主要考查两圆的位置关系．两圆的位置关系有：外离$(d>R+r)$、内含$(d<R-r)$、相切（外切：$d=R+r$或内切：$d=R-r)$、相交$(R-r<d<R+r)$．

15．【分析】若函数为一次函数时，当$x>0$，y随x增大而减小，说明$k<0$，只要满足$k<0$的值即可，把$(0,1)$代入解析式可得函数解析式．

【解答】解：$\because$当$x>0$时，y随x的增大而减小，

$\therefore k<0$，

可设$k=-1$，

$\because$过点$(0,1)$，

$\therefore$设函数解析式为$y=kx+b(k\neq 0)$，

将$k=-1$，$(0,1)$代入得$b=1$，

$\therefore y=-x+1$，

故答案为$y=-x+1$（答案不唯一，需满足$k<0$即可）．

【点评】本题考查函数解析式，解本题的关键是掌握一次函数的性质．

16．【分析】各分数人数比为$5:2:1:1:1$，可以求出 100 分占总人数$\frac{1}{2}$，90 分占总人数$\frac{1}{5}$，80、70、60 分占总人数的$\frac{1}{10}$，即各分数人数为整数，总参与人数应该为 10 的倍数，6 个部门总有有 153 人，即未参加部分人数个位数有 3，即可求得结果．

【解答】解：各分数人数比为$5:2:1:1:1$，

即 100 分占总参与人数的$\frac{5}{5+2+1+1+1}=\frac{1}{2}$，

80、70、60 分占总参与人数的$\frac{1}{5+2+1+1+1}=\frac{1}{10}$，

各分数人数为整数，即$\frac{1}{10}\times$总参与人数$=$整数，

$\therefore$总参与人数是 10 的倍数，

6 个部门有 153 人，

即$25+16+23+32+43+14=153$人，

则未参与部门人数个位一定为 3，

$\therefore$未参与的可能是 3 或 5．

【点评】本题考查统计与概率，解本题的关键首先考虑人数为正整数，还要掌握统计的基本知识．

三、解答题（本题共 68 分，第 17～21 题每小题 5 分，第 22～24 题每小题 5 分，第 25 题 5 分，第 26 题 6 分，第 27～28 题每小题 5 分）解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17.【分析】首先计算绝对值、零指数幂、特殊的三角函数和负整数指数幂，然后计算加减法，最后从左向右依次计算，求出算式的值是多少即可.

【解答】解：$|-\sqrt{3}|-(\pi+2021)^{0}-2\sin 60^{\circ}+(\frac{1}{3})^{-2}$

$=\sqrt{3}-1-2\times\frac{\sqrt{3}}{2}+9$

$=8$.

【点评】此题主要考查了实数的运算，要熟练掌握，解答此题的关键是要明确：在进行实数运算时，和有理数运算一样，要从高级到低级，即先算乘方、开方，再算乘除，最后算加减，有括号的要先算括号里面的，同级运算要按照从左到右的顺序进行．另外，有理数的运算律在实数范围内仍然适用.

18.【分析】本题的最简公分母是$(x+1)(x-1)$，方程两边都乘最简公分母，可把分式方程转换为整式方程求解.

【解答】解：方程两边都乘$(x+1)(x-1)$，

得：$(x+1)+2x(x-1)=2(x+1)(x-1)$，

解得：$x=3$.

检验：当$x=3$时，$(x+1)(x-1)\neq 0$.

所以原方程的解是$x=3$.

【点评】（1）解分式方程的基本思想是“转化思想”，方程两边都乘最简公分母，把分式方程转化为整式方程求解.

（2）解分式方程一定注意要代入最简公分母验根.

（3）分式方程里单独的一个数和字母也必须乘最简公分母.

19.【分析】根据全等三角形的判定和性质，即可补充条件.

【解答】解：补充条件：$\angle A=\angle D$.

证明过程：

$\because AF=DC$.

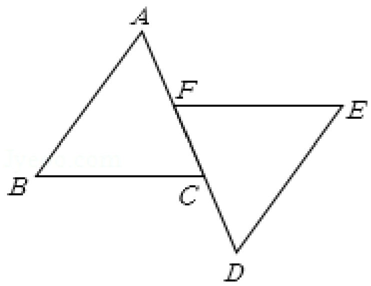
$\therefore AF+FC=DC+CF$ ．即：$AC=DF$.

在ΔABC 与ΔDEF 中，

$\begin{cases} AB=DE \\ \angle A=\angle D \\ AC=DF \end{cases}$.

$\therefore \Delta ABC\cong\Delta DEF(SAS)$.

$\therefore BC=EF$.



故答案为：$\angle A=\angle D$.

【点评】本题考查三角形的全等的判定和性质，关键在于熟悉全等三角形判定的条件.

20.【分析】先把分式的分子因式分解得到原式$=\dfrac{2x+y}{(x-y)^2}\cdot(x-y)$，约分后得$\dfrac{2x+y}{x-y}$，然后把$x=2y$代入计算即可.

【解答】解：原式$=\dfrac{2x+y}{(x-y)^2}\cdot(x-y)$

$=\dfrac{2x+y}{x-y}$，

$\because x-2y=0$，

$\therefore x=2y$，

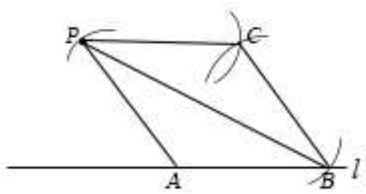
$\therefore$原式$=\dfrac{4y+y}{2y-y}=5$.

【点评】本题考查了分式的化简求值：先把分式的分子或分母因式分解，然后约分得到最简分式或整式，再把满足条件的字母的值代入（或整体代入）进行计算即可.

21.【分析】(1)根据要求作出图即可；

(2)根据四边相等的四边形是菱形即可判断.

【解答】解：(1)如图：



(2)证明：连接PA、PB、BC，

由①可得，$PA=PB$，

由②可得，$PC=BC=PA$，

$\therefore PC=BC=PA=AB$，

$\therefore$四边形$ABCP$为菱形（四边相等的四边形为菱形），

$\therefore PC//l$，

故答案为：(1)作图见解答；(2)四边形$ABCP$为菱形，（填依据：四边相等的四边形为菱形）.

【点评】本题考查作图，菱形的判定和性质等知识，解题的关键是熟练掌握基本知识，属于中考常考题型.

22.【分析】(1)只要证明四边形$ADBE$是平行四边形，且$\angle ADB=90^\circ$，即可；

(2)求BD、AB，利用三角形面积公式可得$S_{四边形AEBC}=S_{\Delta ABC}+S_{\Delta ABE}$.

【解答】解：(1)$\because AE//BC$，$BE//AD$，

$\therefore$ 四边形 $ADBE$ 是平行四边形，

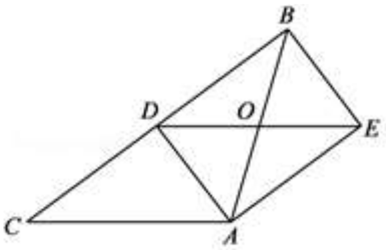
$\because AB = AC$， AD 是 BC 边的中线，

$\therefore AD \perp BC$，

即 $\angle ADB = 90^\circ$．

$\therefore$ 四边形 $ADBE$ 为矩形．

（2）$\because$ 在矩形 $ADBE$ 中， $AO = \dfrac{5}{2}$，



$\therefore DE = AB = 5$，

$\because D$ 是 BC 的中点，

$\therefore AE = DB = 4$，

$\because \angle ADB = 90^\circ$，

根据勾股定理 $AD = \sqrt{AB^2 - DB^2} = 3$，

$\therefore S_{\Delta ABC} = \dfrac{1}{2} \times BC \times AD = \dfrac{1}{2} \times 8 \times 3 = 12$，

$\therefore S_{\Delta ABE} = \dfrac{1}{2} \times AE \times BE = \dfrac{1}{2} \times 4 \times 3 = 6$，

$\therefore S_{\text{四边形}AEBC} = S_{\Delta ABC} + S_{\Delta ABE} = 12 + 6 = 18$，

即 $S_{\text{四边形}AEBC}$ 为 18．

【点评】本题考查矩形的判定和性质、等腰三角形的性质，平行四边形的判定和性质等知识，解题的关键是熟练掌握矩形的判定方法，属于中考常考题型．

23．【分析】（1）根据待定系数法即可求得；

（2）当 $S_{\Delta MNQ} = \dfrac{1}{2}$ 时，则 $MQ = NQ = 1$，则 N 的横坐标为 1，即 $N(1,4)$；当 $S_{\Delta MNQ} = 2$ 时，则 $MQ = NQ = 2$，则 N 的横坐标为 2，即 $N(2,2)$，据此即可得出 a 的取值范围．

【解答】解：（1）$\because$ 反比例函数 $y = \dfrac{k}{x}$ 的图象过点 $P(2,2)$．

$\therefore 2 = \dfrac{k}{2}$，

解得 $k = 4$；

（2）作图可知，

当 $S_{\Delta MNQ} = \dfrac{1}{2}$ 时，$\because \angle Q = 90^\circ$， $\angle NMQ = 45^\circ$，

$\therefore MQ = NQ$，

$\therefore \frac{1}{2}MQ \cdot NQ = \frac{1}{2}$，

$\therefore MQ = NQ = 1$，

$\therefore N(1, a+1)$，

$\therefore 1 \times (a+1) = 4$，

$\therefore a = 3$，

当 $S_{\Delta MNQ} = 2$ 时，$\because \angle MQN = 90^\circ$，$\angle NMQ = 45^\circ$，

$\therefore MQ = NQ$，

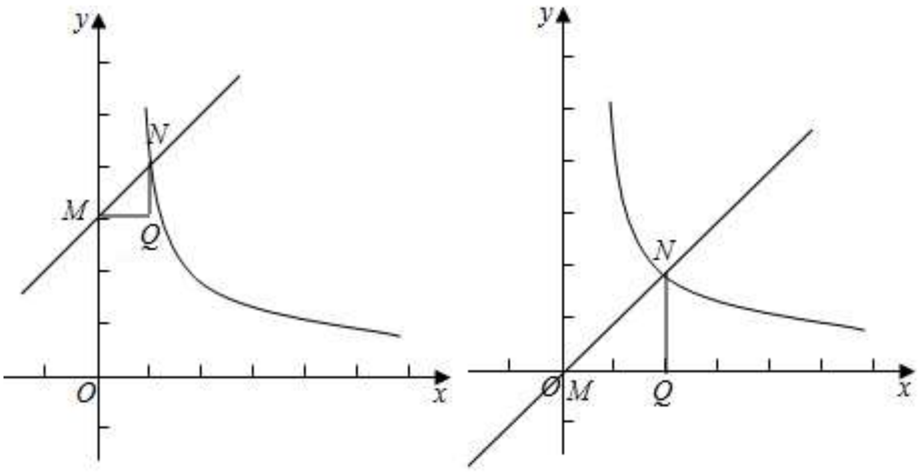
$\therefore \frac{1}{2}MQ \cdot NQ = 2$，

$\therefore MQ = NQ = 2$，

$\therefore N(2, a+2)$，

$\therefore 2 \times (a+2) = 4$，

$\therefore a = 0$，



综上所述 $0 \leqslant a \leqslant 3$．

【点评】本题是一次函数与反比例函数的交点问题，考查了待定系数法求反比例函数、一次函数的解析式，数形结合是解题的关键．

24．【分析】（1）由切线的性质可得 $\angle OCA = 90^\circ$，由等腰三角形的性质可求解；

（2）由等腰直角三角形的性质可求 DC，由直角三角形的性质可求 DE，即可求解．

【解答】解：（1）$\because$ 直线 AC 是 $\odot O$ 的切线，

$\therefore \angle OCA = 90^\circ$，

$\because OD // AC$，

$\therefore \angle DOC + \angle OCA = 180^\circ$，

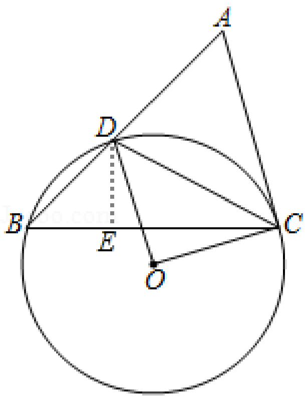
$\therefore \angle DOC = 90^\circ$，

$\because OD = OC$，

$\therefore \angle ODC = \angle OCD = 45^\circ$，

$\because \angle ACD = \angle ACO - \angle OCD = 45^\circ$；

（2）作 $DE \perp BC$ 于点 E．



$\because OD = OC = 2$， $\angle DOC = 90^\circ$，

$\therefore CD = 2\sqrt{2}$，

$\because \angle ACB = 75^\circ$， $\angle ACD = 45^\circ$，

$\therefore \angle BCD = 30^\circ$，

$\therefore \angle DEC = 90^\circ$，

$\therefore DE = \sqrt{2}$，

$\because \angle B = 45^\circ$，

$\therefore DB = 2$．

【点评】本题考查了切线的性质，圆的有关知识，等腰三角形的性质，锐角三角函数等知识，灵活运用这些性质解决问题是本题的关键．

25．【分析】（1）将一组数据按照从小到大（或从大到小）的顺序排列，这组数据的个数是偶数，则中间两个数据的平均数就是这组数据的中位数；

（2）在此次竞赛中，竞赛成绩更好的是初二，因为初二成绩平均数较高，中位数更大，说明初二学生竞赛水平普遍较高的了解更多的党史知识；

（3）从样本中可得初一年级学生竞赛成绩超过 85 的人数是 $6+18=24$，然后用样本去估计总体即可．

【解答】解：（1） $m=(82+84)\div 2=83$；

（2）在此次竞赛中，竞赛成绩更好的是初二．理由如下：

初二成绩平均数较高，中位数更大，说明初二学生竞赛水平普遍较高的了解更多的党史知识；

故答案为：初二，初二成绩平均数较高，中位数更大，说明初二学生竞赛水平普遍较高的了解更多的党史知识；

（3）解： $400\times\dfrac{24}{50}=192$（人）．

【点评】本题考查了频数分布直方图，用样本估计总体，加权平均数，中位数，众数，方差，解决本题的关键是掌握以上知识．

26．【分析】（1）由对称轴为直线 $x=-\dfrac{-b}{2}=2$，可求 b 的值；

（2）①由题意可得 $AB=3$，由对称性可求点 A，点 B 横坐标，代入解析式可求解；

②先求出顶点坐标，由图象和 x， y 的取值范围，可求解．

【解答】解：（1） $\because$ 抛物线 $y=x^2-bx+3$ 的对称轴为直线 $x=2$，

$\therefore 2=-\frac{-b}{2}$，

$\therefore b=4$；

（2）①$\because b=4$，

$\therefore$抛物线的表达式为$y=x^2-4x+3$，

$\because$直线$AB\perp y$轴，

$\therefore AB//x$轴，

$\because x_2-x_1=3$，

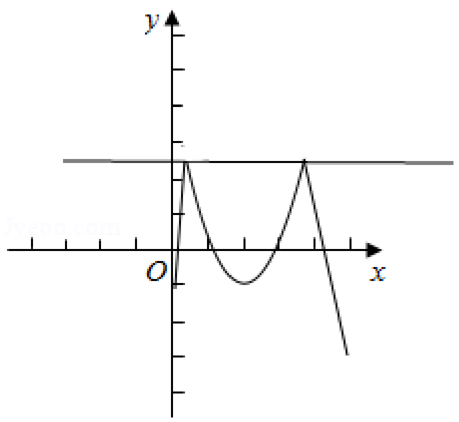
$\therefore AB=3$．

$\because$对称轴为直线$x=2$，

$\therefore$点A的横坐标为$\frac{1}{2}$，点B的横坐标为$\frac{7}{2}$，

$\therefore$当$x=\frac{1}{2}$时，$y=n=\frac{5}{4}$．

②如图，



$\because y=x^2-4x+3=(x-2)^2-1$，

$\therefore$顶点坐标为$(2,-1)$，

当$y=n=4$时，$0\leqslant x\leqslant 5$时，$-1\leqslant y\leqslant 4$；

当$y=n=2$时，$0\leqslant x\leqslant 5$时，$-4\leqslant y\leqslant 2$；

$\therefore n$的取值范围为$2\leqslant n\leqslant 4$．

【点评】本题是二次函数综合题，考查了二次函数的性质，图形的翻折变换等知识，利用数形结合思想解决问题是解决本题的关键．

27.【分析】(1）根据题意补全图形即可；

（2）证明线段相等，通常证明这两条线段所在的三角形全等，根据AAS证明$\Delta BEC\cong\Delta BFD$即可；

（3）过B作$BG\perp AB$交AN于点G，证明$\Delta ABC\cong\Delta GBD$就可以把$AC$转移到$DG$，$AC+AD=AG$，而$\Delta ABG$是等腰直角三角形，即可得出答案．

【解答】解：(1）依题意补全图形，如图所示；

（2）证明：过B作$BE\perp AM$，$BF\perp AN$，垂足分别为E，F，则$BE=BF$．

$\because\angle MAN=\angle CBD=90^{\circ}$，

$\therefore \angle ACB+\angle ADB=180^\circ$.

$\because \angle ACB+\angle BCE=180^\circ$,

$\therefore \angle BCE=\angle ADB$.

$\because BE\perp AM$， $BF\perp AN$，

$\therefore \angle BEC=\angle BFD=90^\circ$，

$\therefore \Delta BEC\cong \Delta BFD(AAS)$.

$\therefore BC=BD$.

（3） $AC+AD=\sqrt{2}AB$，

证明：如图，过 B 作 $BG\perp AB$ 交 AN 于点 G .

$\because BG\perp AB$

$\therefore \angle ABG=90^\circ$.

$\therefore \angle ABG=\angle CBD=90^\circ$，

$\therefore \angle ABC=\angle GBD$.

$\because \angle ACB+\angle ABD=180^\circ$， $\angle ABD+\angle GDB=180^\circ$，

$\therefore \angle ACB=\angle GDB$.

$\because BC=BD$，

$\therefore \Delta ABC\cong \Delta GBD$.

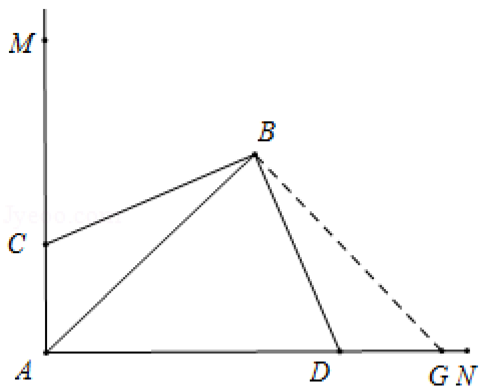
$\therefore AB=BG$， $AC=DG$.

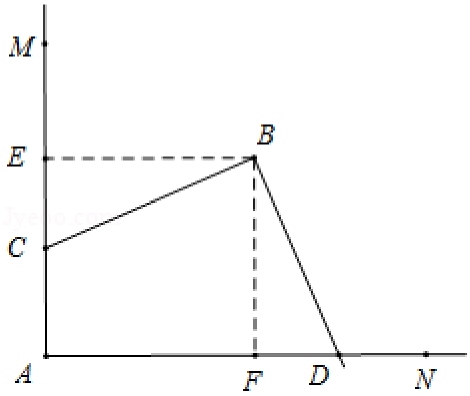
$\because$点 B 到 $\angle MAN$ 的两边 AM ， AN 的距离相等，

$\therefore \angle BAG=\dfrac{1}{2}\angle MAN=45^\circ$，

$\therefore AG=\sqrt{2}AB$，

$\therefore AC+AD=\sqrt{2}AB$.





【点评】本题主要考查了旋转的性质，三角形全等的判定与性质，解题的关键是利用三角形全等证明线段相等．

28．【分析】（1）根据“劲度点”，“劲度距离”的定义判断即可．

（2）①作$\angle MON$的角平分线OE，ON的垂直平分线PF，OE和PF相交于点P，此时$\odot P$过点N，线段OP的长度是ΔMON关于$\angle MON$的“劲度距离”最大值，求出OP即可．

②当$t>0$时，ΔMON关于$\angle MON$的“劲度距离”$=\sqrt{2}$时，求得$M'(0,2)$，观察图象可知，$t\geqslant 2$符合题意．$t<0$时，同法可求．

【解答】解：（1）如图，P_2、P_3是ΔABC关于$\angle BAC$的“劲度点”，P_2A，P_3A的长度是为ΔABC关于$\angle BAC$的“劲度距离”．

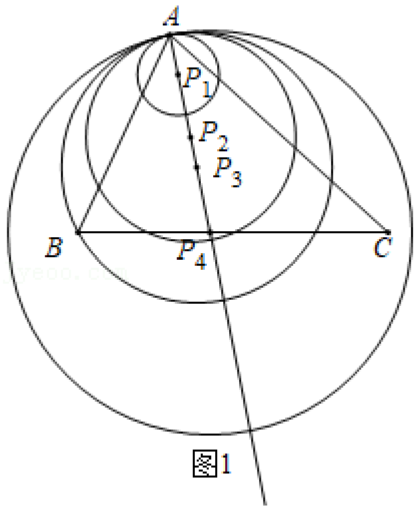


图1

故答案为：P_2，P_3．

（2）①作$\angle MON$的角平分线OE，ON的垂直平分线PF，OE和PF相交于点P，此时$\odot P$过点N，线段OP的长度是ΔMON关于$\angle MON$的“劲度距离”最大值，

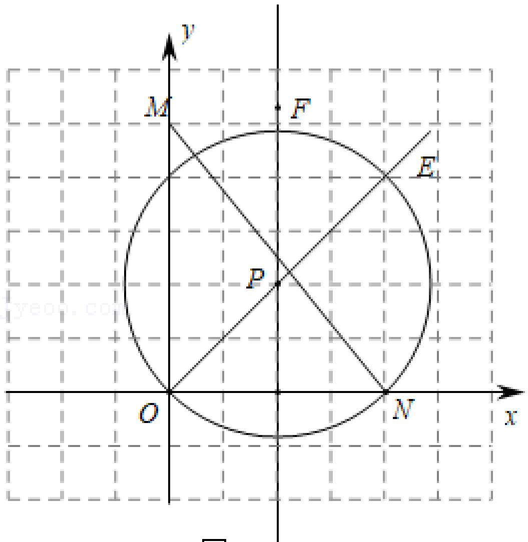


图2

$\because OE$ 的函数表达式为 $y=x$， PF 的函数表达式为 $x=2$

$\therefore$ 可得其交点坐标为 $P(2,2)$.

$\therefore d_1=OP=2\sqrt{2}$.

②当 $t>0$ 时，ΔMON 关于 $\angle MON$ 的"劲度距离" $=\sqrt{2}$ 时，

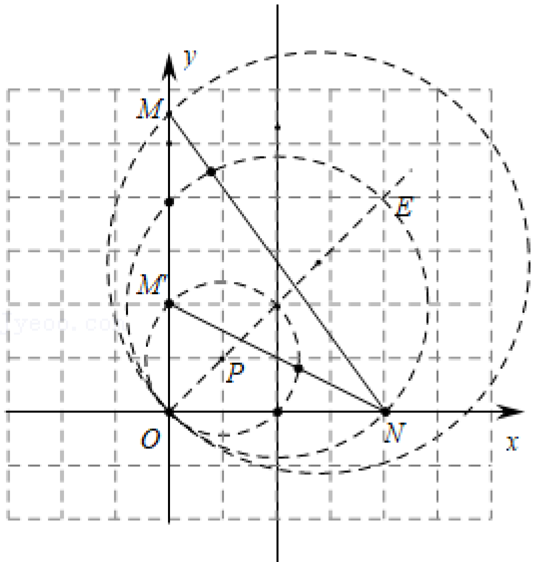


图3

此时 $OP=\sqrt{2}$ ， $P(1,1)$ ，点 P 在线段 OM' 的垂直平分线上，

$\therefore M'O=2$ ，

$\therefore M'(0,2)$

观察图象可知， $5>t\geqslant 2$ 时，符合题意.

同理当 $t<0$ 时，同法可得， $t\leqslant -2$ 时，符合题意

综上所述，满足条件的 t 的值为 $5>t\geqslant 2$ 或 $t\leqslant -2$.

【点评】本题属于圆综合题，考查了直线与圆的位置关系，三角形的角平分线，点 P 称为 ΔABC 关于 $\angle BAC$ 的"劲度点"，线段 PA 的长度称为 ΔABC 关于 $\angle BAC$ 的"劲度距离"的定义等知识，解题的关键是理解新定义，灵活运用所学知识解决问题，学会利用特殊位置结合图象解决问题，属于中考压轴题.