

# Free dom | คณิตศาสตร์

สอบกลางภาค 2 / 2567

( สรุปลัดทัก IG : d3w4r\_zz )

## คำเตือน

เนื้อหาทั้งหมดเป็นเนื้อหาที่สรุปเอง  
เนื้อหาจาก หนังสือ / สมุด / ชีท / ครู  
สรุปนี้อาจมีข้อผิดพลาดได้



ONLINE PDF

[poomp5.com/freedom](http://poomp5.com/freedom)



## กฎการคูณ

### การทำงานต่อเนื่องกัน

เหรียญบาท 3 เหรียญ โยน 1 ครั้ง  
จะออกหน้าต่าง ๆ ได้กี่วิธี

เหรียญ 1      ได้      2 แบบ (หัว, ก้อย)  
เหรียญ 2      ได้      2 แบบ (หัว, ก้อย)  
เหรียญ 3      ได้      2 แบบ (หัว, ก้อย)

$\therefore$  ออกได้  $2 \times 2 \times 2 = 8$  วิธี

อ่านสิ่งที่โจทย์ให้ทำดี ๆ

## กฎการบวก

### การทำงานไม่ต่อเนื่องกัน

สร้างจำนวนคู่ที่มี 3 หลัก โดยสร้างเลข  
0,1,2,3,4,5 แต่ละเลขไม่ซ้ำกัน  
จะสร้างได้ที่จำนวน

	ร้อย	สิบ	หน่วย	
หลักหน่วยเป็น 0	5 วิธี	4 วิธี	1 วิธี	$5 \times 4 \times 1 = 20$
หลักหน่วยเป็น 2	4 วิธี	4 วิธี	1 วิธี	$4 \times 4 \times 1 = 16$
หลักหน่วยเป็น 4	4 วิธี	4 วิธี	1 วิธี	$4 \times 4 \times 1 = 16$

$\therefore$  จะสร้างได้  $20 + 16 + 16 = 52$  วิธี

## การแก้สมการแฟกทอเรียล

$$\frac{n!}{(n-2)!} = 132$$

$$\frac{n(n-1)\cancel{(n-2)!}}{\cancel{(n-2)!}} = 132$$

$$n(n-1) = 12 \times 11$$

$$\therefore n = 12$$

$$\frac{n!}{(n-6)!6!} = \frac{n!}{(n-8)!8!}$$

$$\frac{\cancel{n!} 8!}{6! \cancel{n!}} = \frac{(n-6)!}{(n-8)!}$$

$$\frac{8 \times 7 \times \cancel{6!}}{\cancel{6!}} = \frac{(n-6)(n-7)\cancel{(n-8)!}}{\cancel{(n-8)!}}$$

$$8 \times 7 = (n-6)(n-7)$$

$$\therefore n = 14$$

$$7 \frac{n!}{(n-2)!} = 6 \frac{(n+1)!}{(n-2)!}$$

$$\frac{7(n-2)!}{(n-3)!} = \frac{6(n+1)!}{n!}$$

$$7 \times \frac{(n-2)\cancel{(n-3)!}}{\cancel{(n-3)!}} = \frac{6 \times (n+1)\cancel{(n)!}}{\cancel{n!}}$$

$$7(n-2) = 6(n+1)$$

$$7n - 14 = 6n + 6$$

$$7n - 6n = 6 + 14$$

$$n = 20$$

$$\therefore n = 20$$

$$\begin{array}{lcl} 1! & = & 1 \\ 2! & = & 2 \\ 3! & = & 6 \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl} 4! & = & 24 \\ 5! & = & 120 \\ 6! & = & 720 \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl} 7! & = & 5,040 \\ 8! & = & 40,320 \\ 9! & = & 362,880 \end{array}$$

## สูตร 1

**n! วิธี**

**n คือสิ่งที่ต่างกันทั้งหมด**

เรียงหนังสือ 12 เล่มบนชั้นหนังสือได้กี่วิธี

∴ จะเรียงได้ **12!** วิธี ( 479,001,600 วิธี )

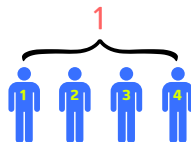
จัดเรียงตัวอักษรคำว่า "FREEDOM" ได้กี่วิธี โดยไม่คำนึงถึงความหมาย

∴ จะเรียงได้ **7!** วิธี ( 5,040 วิธี )

มีชาย 4 คน หญิง 3 คน นำมายืนเรียงแถว จะจัดได้กี่วิธี **เมื่อ**

**เมื่อ**ชายยืนติดกัน

: ชายยืนติดกันมัดรวมเป็นหนึ่ง



: ชายหญิงสลับกันได้

$$4! = 24 \text{ วิธี}$$



: ชายสลับกันเองได้

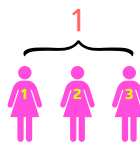
$$4! = 24 \text{ วิธี}$$



∴ จะจัดได้ **4!4! = 576 วิธี**

**เมื่อ**หญิงยืนติดกัน

: หญิงยืนติดกันมัดรวมเป็นหนึ่ง



: หญิงชายสลับกันได้

$$5! = 120 \text{ วิธี}$$



: หญิงสลับกันเองได้

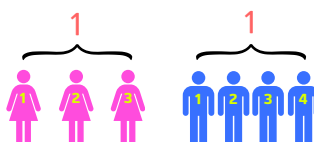
$$3! = 6 \text{ วิธี}$$



∴ จะจัดได้ **5!3! = 720 วิธี**

**เมื่อ**หญิงและชายยืนติดกัน

: หญิงและชายยืนติดกันมัดรวมเป็นหนึ่ง



: จัดหญิงชายสลับได้

$$2! = 4 \text{ วิธี}$$



: ชายสลับกันได้

$$4! = 24 \text{ วิธี}$$



: หญิงสลับกันได้

$$3! = 6 \text{ วิธี}$$



∴ จะจัดได้ **4!3!2! = 288 วิธี**

มีหนังสือ คณิต 6 เล่ม ไทย 6 เล่ม อังกฤษ 6 เล่ม สังคม 6 เล่ม หนังสือทุกเล่มต่างกัน  
ถ้าจะจัดหนังสือเรียงแถวบนชั้นหนังสือจะได้กี่วิธี **เมื่อ**

**เมื่อ** เรียงหนังสือสลับกันวิชากันทีละ 1 เล่ม

: หนังสือวิชาเดียวกันสลับที่กันได้  $6!6!6!6!$

=  $(6!)^4$  วิธี

: แต่ละชุดสลับกันเองได้ =  $4!$  วิธี

$\therefore$  จะจัดได้  $4!(6!)^4$

หนังสือแตกต่างกัน 4 ประเภท

หนังสือแต่ละชุดมี 6 เล่ม

**เมื่อ** เรียงหนังสือสลับกันวิชากันทีละ 2 เล่ม

: หนังสือวิชาเดียวกันสลับที่กันได้  $6!6!6!6!$

=  $(6!)^4$  วิธี

: แต่ละชุดสลับกันเองได้ =  $4!$  วิธี

$\therefore$  จะจัดได้  $4!(6!)^4$

**เมื่อ** เรียงหนังสือสลับกันวิชากันทีละ 3 เล่ม

: หนังสือวิชาเดียวกันสลับที่กันได้  $6!6!6!6!$

=  $(6!)^4$  วิธี

: แต่ละชุดสลับกันเองได้ =  $4!$  วิธี

$\therefore$  จะจัดได้  $4!(6!)^4$

เรียงหนังสือสลับวิชากันทีละ 1, 2, 3 ได้คำตอบแบบเดียวกัน

**เมื่อ** เรียงหนังสือคณิตกับไทย สลับกันทีละเล่ม

เรียงหนังสืออังกฤษกับสังคม สลับกันทีละเล่ม

: เรียงคณิตกับไทยได้ =

$2!(6!)^2$

หนังสือต่างกัน 2 ประเภท

: เรียงอังกฤษกับสังคมได้ =

$2!(6!)^2$

หนังสือแต่ละชุดมี 6 เล่ม

$\therefore$  จะเรียงได้  $2!(6!)^2 + 2!(6!)^2$  วิธี

**เมื่อ** เรียงหนังสือคณิตกับไทย สลับวิชากันทีละ 2 เล่ม

เรียงหนังสืออังกฤษกับสังคม สลับวิชากันทีละ 3 เล่ม

: เรียงคณิตกับไทยได้ =

$2!(6!)^2$

: เรียงอังกฤษกับสังคมได้ =

$2!(6!)^2$

$\therefore$  จะเรียงได้  $2!(6!)^2 + 2!(6!)^2$  วิธี

สลับวิชาละทีละเล่มก็ตามไม่  
เกี่ยวข้องจากโจทย์และสูตร

**สูตร 3**

$P_{n,r}$

**n คือสิ่งที่ต่างกัน , r เป็นสิ่งเพื่อเรียง**

$$\frac{n!}{(n-r)!} \text{ วิธี}$$

คนกลุ่มหนึ่งมี 6 คน จะนำคนในกลุ่มนี้มา 3 คน เพื่อมาจัดเข้าแถวตรง จะจัดได้ที่วิธี

: คน 6 คน เรียง 3 คน ได้  $P_{6,3}$

$$\begin{aligned}
 : P_{6,3} &= \frac{6!}{(6-3)!} = \frac{6!}{3!} \\
 &= \frac{6 \times 5 \times 4 \times \cancel{3!}}{\cancel{3!}} = 120 \text{ วิธี}
 \end{aligned}$$

∴ จะเรียงได้ 120 วิธี

ถ้าจะสร้างคำซึ่งมีอักษร 5 ตัว ไม่ซ้ำกัน โดยเลือกตัวอักษรมาจากคำว่า "MATHEMATICS" จะสร้างได้ที่คำโดยไม่คำนึงถึงความหมาย **เมื่อ**

**เมื่อ** อักษรตัวแรกเป็นพยัญชนะ

: มีพยัญชนะ M , T , H , C , S โดยเลือกได้  $P_{5,1}$  ได้ 5 วิธี

: เหลืออีก 7 ตัว เลือก 4 ตัว จะได้  $P_{7,4}$

$$\begin{aligned}
 : P_{7,4} &= \frac{7!}{(7-4)!} = \frac{7!}{3!} \\
 &= \frac{7 \times 6 \times 5 \times 4 \times \cancel{3!}}{\cancel{3!}} = 840 \times 5 = 4,200 \text{ วิธี}
 \end{aligned}$$

∴ จะเรียงได้ 4,200 วิธี

**เมื่อ** ตัวกลางเป็นสระ

: มีสระ A , E , I 3 ตัว โดยใส่ตรงกลางได้ 3 วิธี

: เหลืออีก 7 ตัว เลือก 4 ตัว จะได้  $P_{7,4}$

$$: P_{7,4} = \frac{3 \times 7!}{(7-4)!} = \frac{3 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times \cancel{3!}}{\cancel{3!}}$$

∴ จะเรียงได้ 2,520 วิธี

**เมื่อ** ไม่มีเงื่อนไขเพิ่มเติม ( มีอักษรที่ต่างกัน 8 ตัว )

: จัดเรียงทีละ 5 ตัวได้  $P_{8,5}$

$$= \frac{8!}{(8-5)!} = \frac{8!}{3!} = \frac{8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times \cancel{3!}}{\cancel{3!}}$$

∴ จะเรียงได้ 6,720 วิธี

ตัวอักษรในคำว่า "SUCCESS" จะเรียงได้กี่วิธี

$$\begin{aligned}
 : \quad \underset{3}{SSS}, \underset{1}{U}, \underset{2}{CC}, \underset{1}{E} &= \frac{7!}{3!2!} \\
 &= \frac{7 \times 6 \times 5 \times \cancel{4} \times \cancel{3}}{(\cancel{3})2 \times 1} \\
 &= 420 \text{ วิธี}
 \end{aligned}$$

∴ จะเรียงได้ 420 วิธี

มีแจกันอยู่ 10 ใบ แจกันสีฟ้าที่ต่างกัน 2 ใบ สีเขียวที่ต่างกัน 3 ใบ และสีชมพูเหมือนกัน 5 ใบ ซึ่งจะนำแจกันมาเรียงบนโต๊ะ จะเรียงได้กี่วิธี **เมื่อ**

**เมื่อ**ไม่มีเงื่อนไขเพิ่มเติม

$$\begin{aligned}
 : \quad \text{มีแจกัน } & \begin{array}{c} \text{1} \quad \text{2} \quad \text{1} \quad \text{2} \quad \text{3} \quad \text{5 ใบ} \\ \text{1} \quad \text{2} \quad \text{1} \quad \text{2} \quad \text{3} \quad \text{5} \end{array} &= \frac{10!}{5!} \\
 & &= 10 \times 9 \times 8 \times 7 \\
 & &= 30,240 \text{ วิธี}
 \end{aligned}$$

∴ จะเรียงได้ 30,240 วิธี

**เมื่อ**แจกันสีเขียวอยู่ติดกัน

$$\begin{aligned}
 : \quad \text{มีแจกัน } & \begin{array}{c} \text{1} \quad \text{2} \quad \text{1} \quad \text{2} \quad \text{3} \quad \text{5 ใบ} \\ \text{1} \quad \text{2} \quad \text{1} \quad \text{2} \quad \text{3} \quad \text{5} \end{array} &= \frac{8!3!}{5!} \\
 & &= \frac{8 \times 7 \times 6 \times \cancel{5!} \times 3 \times 2}{\cancel{5!}} \\
 & &= 2,016 \text{ วิธี}
 \end{aligned}$$

∴ จะเรียงได้ 2,016 วิธี

**เมื่อ**แจกันสีฟ้าอยู่แยกกัน

$$\begin{aligned}
 : \quad \text{มีแจกัน } & \begin{array}{c} \text{1} \quad \text{1} \quad \text{2} \quad \text{3} \quad \text{5 ใบ} \quad \text{2} \\ \text{1} \quad \text{1} \quad \text{2} \quad \text{3} \quad \text{5} \quad \text{2} \end{array} &= \text{ไม่มีเงื่อนไข} - \text{สีฟ้าติดกัน} \\
 & &= 30,240 - \frac{9!2!}{5!} \\
 & &= 30,240 - \frac{9 \times 8 \times 7 \times 6 \times \cancel{5!} \times 2 \times 1}{\cancel{5!}} \\
 & &= 30,240 - 6,048 \\
 & &= 24,192 \text{ วิธี}
 \end{aligned}$$

∴ จะเรียงได้ 420 วิธี

## การจัดหมู่ 1

$$\frac{n!}{r!(n-r)!} \text{ วิธี}$$

$n$  คือสิ่งที่ต่างกัน , โดยจัดครั้งละ  $r$

$$\binom{5}{5} = 1$$

$$\binom{5}{0} = 1$$

$$\binom{5}{1} = 5$$

$$\binom{5}{4} = 5$$

ถ้าเลข 2 ตัวเหมือน  
กันจะได้คำตอบ  
เท่ากับ 1

ถ้าเลขตัวล่างเป็น 0  
คำตอบจะมีค่า  
เท่ากับ 1

ถ้าเลขตัวล่าง  
เป็น 1 จะได้คำตอบ  
เท่ากับตัวบน

ถ้าเลขตัวล่าง  
ต่างจากตัวบนอยู่ 1  
คำตอบจะเท่ากับตัวบน

$$\binom{3}{0} + \binom{3}{1} + \binom{3}{2} + \binom{3}{3} = 2^3 = 8$$

นับจำนวนตรงนี้ และนำไป  
ใส่ตรงเลขยกกำลัง

นับจำนวนตั้งแต่  
หลังจำนวนแรก  
จนถึงจำนวนสุดท้าย

จะเลือกเด็ก 4 คน จากเด็กกลุ่มหนึ่งซึ่งมี 10 คน จะได้วิธี

เลือกเด็ก 4 คน จาก 10 คน

$$\begin{aligned} : \binom{10}{4} &= \frac{10!}{4!(10-4)!} \\ &= \frac{10 \times 9 \times 8 \times 7 \times 6!}{4 \times 3 \times 2 \times 1 \times 6!} \\ &= 210 \text{ วิธี} \end{aligned}$$

∴ จะเรียงได้ 210 วิธี

คนกลุ่มหนึ่งมี 8 คน ในนั้นมีพี่น้อง 2 คน ต้องการคัดคนจากกลุ่ม จะได้วิธี เมื่อ

เมื่อเลือกได้พี่น้องทั้ง 2 คน

$$\begin{aligned} : \text{เลือกพี่น้องได้ } \binom{2}{2} &= 1 \text{ วิธี} \\ : \text{เลือกอีกสองได้ } \binom{6}{2} &= \frac{6!}{2!(6-2)!} = \frac{6 \times 5 \times 4!}{2 \times 1 \times 4!} = 15 \text{ วิธี} \end{aligned}$$

∴ จะเลือกได้  $1 \times 15 = 15$  วิธี

เมื่อเลือกแล้วมีพี่น้องอย่างน้อย 1 คน

$$\begin{aligned} : \text{เลือกพี่น้องอย่างน้อย 1 คน} &= (4 \text{ คนจากทั้งหมด}) - (4 \text{ คนที่ไม่มีพี่น้อง}) \\ &= \binom{8}{4} - \binom{6}{4} \\ &= \frac{8!}{4!(8-4)!} - \frac{6!}{4!(6-4)!} \\ &= 70 - 15 \end{aligned}$$

∴ จะเลือกได้ 55 วิธี

จะใช้สูตร  $\frac{n!}{r!(n-r)!}$  เลยไม่ได้จะต้อง จัดหมู่ของซ้ำบางส่วนก่อนและค่อยเรียง

นำอักษรคำว่า "BANANA" มาสร้างเป็นคำใหม่คราวละ 3 ตัวจะทำได้กี่วิธี

จากอักษรมี B, AAA, NN

$$: \text{เหมือนกัน } 3 \text{ ตัว} = \binom{1}{1} = 1 \text{ วิธี}$$

$$: \text{เหมือนกัน } 2 \text{ ต่างกัน } 1 \text{ ตัว} = \binom{2}{1} \binom{2}{1} = 4 \text{ วิธี}$$

$$: \text{นำ 3 ตัวมาเรียงกันได้} \frac{3!}{2!} \times 4 = \frac{6 \times 4}{2} = 12 \text{ วิธี}$$

$$: \text{ต่างกัน } 3 \text{ ตัว} = \binom{3}{3} = 1 \text{ วิธี}$$

$$: \text{นำ 3 ตัวมาเรียงกันได้} = 3! = 6 \text{ วิธี}$$

∴ จะเรียงได้  $12 + 1 + 6 = 19$  วิธี

ในการคัดเลือกผู้แทนของจังหวัดหนึ่ง ซึ่งมีผู้แทนได้ 3 คน มีพรรคการเมืองส่ง 5 พรรค พรรคละ 3 คน จะมีวิธีเลือกผู้แทนทั้ง 3 คน ได้กี่วิธี เมื่อ

เมื่อผู้แทน 3 คนมาจากต่างพรรค

$$= \binom{5}{3} \times 3 \times 3 \times 3$$

$$= \frac{5!}{2!(5-2)!} \times 3 \times 3 \times 3$$

$$= \frac{5 \times 4 \times 3}{2 \times 1 \times 3} \times 27$$

$$= 270 \text{ วิธี}$$

∴ จะได้ 270 วิธี

สามี-ภรรยา 6 คู่ ถ้าต้องการเลือกออกมา 4 คน ได้กี่วิธี เมื่อ

เมื่อทั้ง 4 คน ไม่มีใครเป็นสามีภรรยากัน

$$= \binom{6}{4} \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$$

$$= \frac{6!}{4!(6-4)!} \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$$

$$= \frac{6 \times 5 \times 4}{4! \times 2 \times 1} \times 16$$

$$= 240 \text{ วิธี}$$

∴ จะได้ 240 วิธี



ในข้อสอบอาจมีโจทย์จากแบบฝึกหัดหน้า 27 - 35 ( เล่มนอก )



**สู้ๆ น้า**  
**ตั้งใจทำสอบเด้อ!**