定位

一道纯数学题,算法实现难度低,但数学的思想还是需要一定思考的。不过总体来说还是较容易实现的。读者可以根据自身的水平从任意地方开始阅读。

目录

- 1. 数学常识
- 1.1 菱形
- 1.2 平面直角坐标系
- 2. 分析
- 2.1 坐标问题
- 2.2 思路
- 2.2.1 分类讨论1
- 2.2.2 分类讨论2
- 2.2.3 分类讨论3
- 2.3 算法
- 3. 总结

1. 数学常识

由于这道题是一道纯数学题,因此我们需要进行一定的普及——大佬可以直接跳过!

1.1 菱形

【定义】有一组邻边相等的平行四边形是菱形。

【判定】

- 1. 定义法判定
- 2. 对角线互相垂直的平行四边形是菱形
- 3. 对角线互相垂直平分的四边形是菱形
- 4. 四边相等的四边形是菱形

1.2 平面直角坐标系

【定义】在同一个平面上互相垂直且有公共原点的两条数轴构成平面直角坐标系。

【用法】在平面直角坐标系中,我们可以涉及到很多的类型的题目,例如一次函数、二次函数、圆等。

2. 分析

有了前面的铺垫,我们可以来开始分析这道题目。

【突破口】既然是菱形,那么四边必定相等。我们可以通过找相等边的方式入手。

2.1 坐标问题

现在有一条直线:

$$y = kx + b$$

我们要设法求出A、B两点的坐标。由于A、B是上述直线分别与x轴、y轴的交点,因此:

$$y_A = 0$$

 $x_B = 0$

(注:本文用上述方式表示一个点的横坐标或纵坐标。)

代入得到:

$$y_A = kx_A + b \ kx_A + b = 0$$

$$kx_A = -b \ x_A = -rac{b}{k}$$

同理可得:

$$y_B = kx_B + b$$

 $y_B = b$

因此:

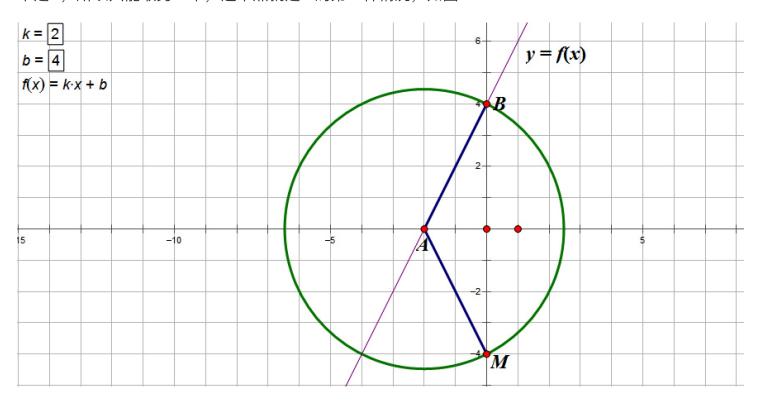
$$A(-\frac{b}{k},0) \\ B(0,b)$$

2.2 思路

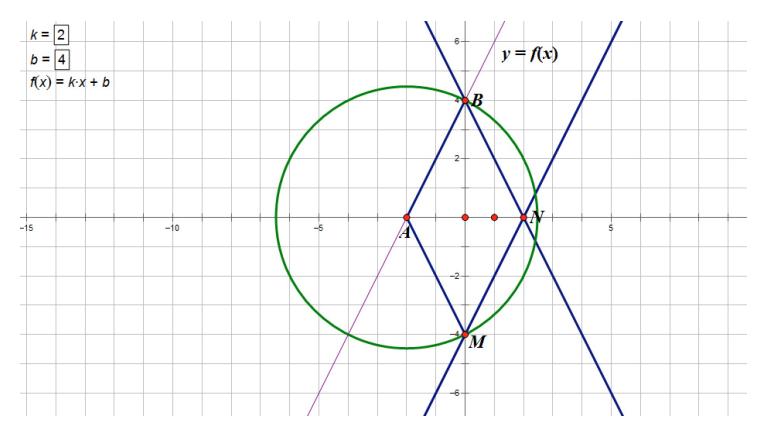
通过样例可知,这道题需要分类讨论。因此我们必须要注意,要考虑全面。

2.2.1 分类讨论1

先考虑最简单的情况。我们不妨以点A为圆心,AB长为半径画弧。此时圆与y轴有两个交点,但其中一个是B,所以只能取另一个,这个点就是M的第一种情况,如图:



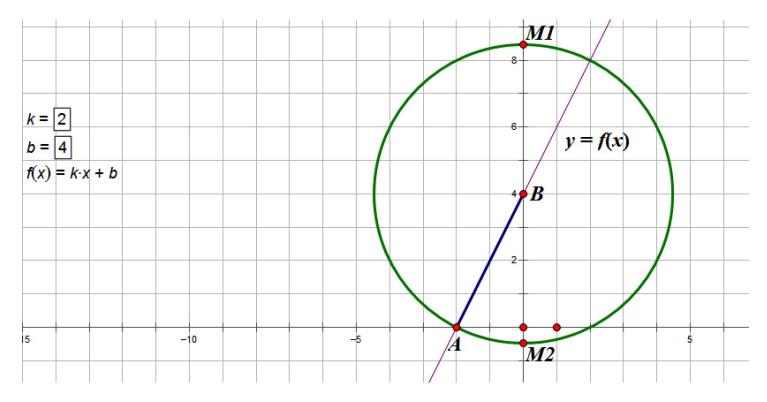
在这种情况,我们得到了菱形的其中两条边——AB和AM。接着,我们只需要过M作AB,过B作AM的平行线,这两条线交于菱形的另一个顶点,也就是符合条件的N。即:



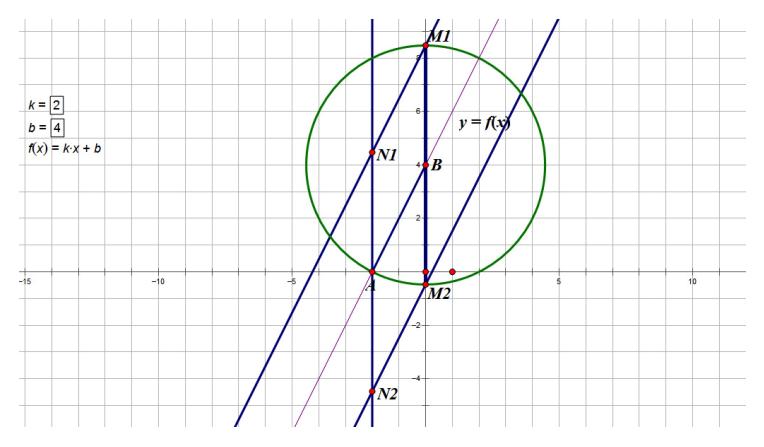
【原理与可行性】两条平行线构造了平行四边形,而邻边相等提供了菱形的条件。

2.2.2 分类讨论2

接着是第二种情况——以B为圆心,BA长为半径画弧。这个时候有两个交点——我们用M1、M2表示:



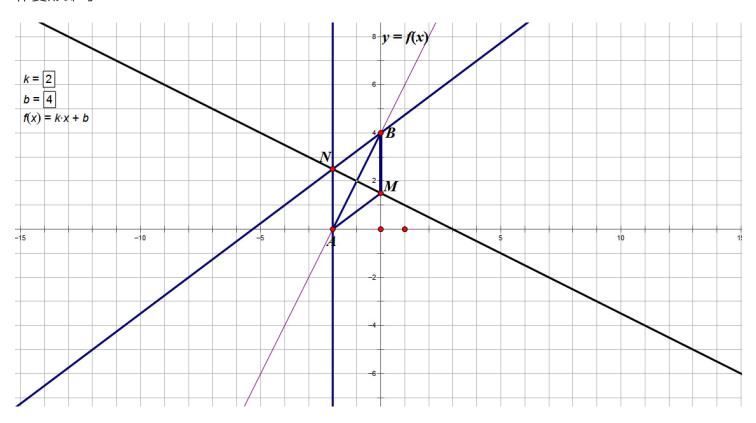
接着以第1种分类讨论同法作菱形:



在这个条件下,有两种情况的M和N。

2.2.3 分类讨论3

然后我们作AB的垂直平分线交y轴与一个点,这个点也是M的一个答案。这时就有AM=BM,然后继续作菱形即可:



这是第三种情况(共四个满足条件)。

2.3 算法

我们可以从特殊入手,就假定k=2,b=4,这样的话算法就是这样的:

特殊情况

对于详细的分析,请看这里:

一般分析

除此以外还有正解代码:

题解代码

总结

经过分析,这道题目就可以很容易地解决了! 虽然具体过程较为复杂。