Mobile Robotics - Übungsblatt 3

16. Mai 2012

Stefan Wrobel, Viktor Kurz
{wrobels,kurzv}@informatik.uni-freiburg.de

Aufgabe 1:

(a)(b)

siehe m-files

Aufgabe 2:

Gegeben:

$$p(app\_blue|blue) = 0.75$$

$$p(app\_green|blue) = 0.25$$

$$p(app\_blue|green) = 0.25$$

$$p(app\_green|green) = 0.75$$

Daraus ergibt sich:

$$p(blue|app\_blue) = \frac{p(app\_blue|blue) \cdot p(blue)}{p(app\_blue|blue) \cdot p(blue) + p(app\_blue|green) \cdot p(green)}$$

bzw.

$$p(green|app\_blue) = \frac{p(app\_blue|green) \cdot p(green)}{p(app\_blue|blue) \cdot p(blue) + p(app\_blue|green) \cdot p(green)}$$

(a)

Nein, es ist nicht möglich zu bestimmen, welche Farbe das Auto wahrscheinlich hat. Hierzu ist die Information notwendig, wie viele blaue bzw. grüne Autos es insgesamt gibt, also $P(green)$ und $P(blue)$. ✓

(b)

$p(blue) = 0.1$, $p(green) = 0.9$
Eingesetzt:
$p(blue|app\_blue) = \frac{0.75 \cdot 0.1}{0.75 \cdot 0.1 + 0.25 \cdot 0.9} = \frac{0.075}{0.075 + 0.225} = 0.25$
bzw.
$p(green|app\_blue) = \frac{0.25 \cdot 0.9}{0.75 \cdot 0.1 + 0.25 \cdot 0.9} = 0.75$
Das heiSSt, das Auto ist mit einer Wahrscheinlichkeit von 25% blau bzw. 75% grün. ✓

(c)

$p(blue) = 0.3$, $p(green) = 0.7$
Eingesetzt:
$p(blue|app\_blue) = \frac{0.75 \cdot 0.3}{0.25 \cdot 0.7 + 0.75 \cdot 0.3} = \frac{0.225}{0.175 + 0.225} = 0.56$
bzw.
$p(green|app\_blue) = \frac{0.25 \cdot 0.7}{0.25 \cdot 0.7 + 0.75 \cdot 0.3} = \frac{0.155}{0.175 + 0.225} = 0.44$
Das heiSSt, das Auto ist mit einer Wahrscheinlichkeit von 44% blau bzw. 56% grün.

correct calculations, just need to "reverse" the results in here

Aufgabe 3:

(a)(b)

Gesucht:

$$p(x_t = dirty | z_t = clean, u_{t-1} = vac - clean)$$

Das Ziel soll sein, dass der Raum durch den Roboter tatsächlich gereinigt wird.
Daher wird pessimistisch die Annahme getroffen, dass der Raum zum Zeitpunkt $t-1$ schmutzig war.
D.h.: $Bel(x_{t-1} = dirty) = 1$ bzw. $Bel(x_{t-1} = clean) = 0$.
Umso höher die Wahrscheinlichkeit angenommen wird, dass der Raum bereits zum Zeitpunkt $t-1$ bereits gereinigt war, desto geringer ist die Wahrscheinlichkeit, dass zum Zeitpunkt t der Raum noch schmutzig ist. Insbesondere wird bei $Bel(x_{t-1} = dirty) = 0$ bzw. $Bel(x_{t-1} = clean) = 1$ die Wahrschenlichkeit $p(x_t = dirty | z_t = clean, u_{t-1} = vac - clean) = 0$.
Rechnung mit $Bel(x_{t-1} = dirty) = 1$ ergibt:

$$\begin{aligned} p(x_t = dirty | z_t = clean, u_{t-1} = vac - clean) \\ = Bel(x_t = dirty) \end{aligned}$$

$$= \eta \cdot p(z_t = clean|x_t = dirty) \cdot (p(x_t = dirty|u_{t-1} = vac - clean, x_{t-1} = dirty)$$

$$\cdot Bel(x_t = dirty) + p(x_t = dirty|u_{t-1} = vac - clean, x_{t-1} = clean) \cdot Bel(x_t = clean))$$

$$= \eta \cdot 0.3 \cdot [0.3 \cdot 1 + 0 \cdot 0] = \eta \cdot 0.09$$

Analog:

$$p(x_t = clean|z_t = clean,\ u_{t-1} = vac - clean)$$
$$= Bel(x_t = clean)$$

$$= \eta \cdot p(z_t = clean|x_t = clean) \cdot p(x_t = clean|u_{t-1} = vac - clean, x_{t-1} = dirty)$$

$$\cdot Bel(x_t = dirty) + p(x_t = clean|u_{t-1} = vac - clean, x_{t-1} = clean) \cdot Bel(x_t = clean)$$

$$= \eta \cdot 0.9 \cdot [0.7 \cdot 1 + 1 \cdot 0] = \eta \cdot 0.63$$

Daraus ergibt sich für η:

$$\eta = \frac{1}{0.09 + 0.63} = 1.39$$

Somit ist $Bel(x_t = dirty) = 0.125$ und $Bel(x_t = clean) = 0.875$

Note that when no information is given about the prior,
it might be better/safer to assume constant prior, i.e.,
in this case P(room=dirty) = P(room=clean) = 0.5 at time-step t-1