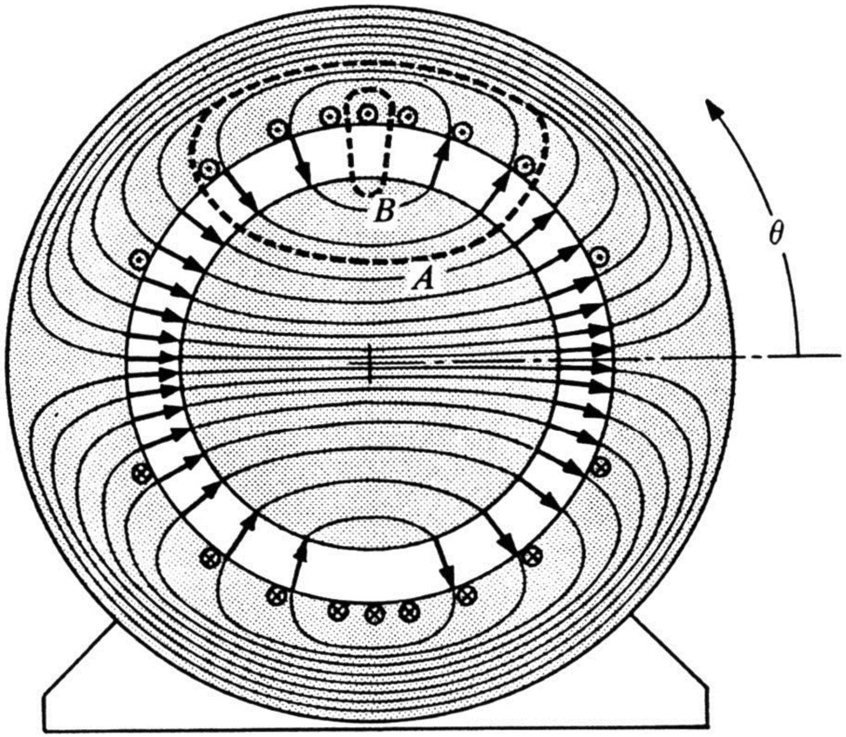
Chapter 3

Space Vector Representation

Representation of Sinusoidal Distribution by Space Vector

Sinusoidally-Distributed Magnetic Field in Uniform Airgap

ลักษณะการกระจายของเส้นแรงแม่เหล็กในช่องอากาศแบบฟังก์ชันไซน์ของตำแหน่งเชิงมุมที่พบในเครื่องจักรกลไฟฟ้ากระแสสลับ



Cosinusoidally varying air-gap field, produced by sinusoidally-distributed winding. Current flows through all coil-sides in series, in relative directions shown.

Note :

[1] เส้นแรงแม่เหล็กในช่องอากาศอาจจะเกิดจากกระแสที่ไหลในขดลวด หรือเกิดจากแม่เหล็กถาวร ที่อยู่ทางฝั่งสเตเตอร์หรือโรเตอร์ก็ได้ N cosθ

[2] การกระจายที่เป็นฟังก์ชันไซน์เกิดจากการพันขดลวดทางกายภาพ และจะเกิดขึ้นไม่ว่ากระแสไฟที่ไหลในขดลวดจะเป็นไฟตรงหรือไฟสลับก็ตาม

การกระจายของ flux เป็น Sinusoid ตามตำแหน่งเชิงมุม $\mathbb{B}(\theta)$, $\mathbb{H}(\theta)$

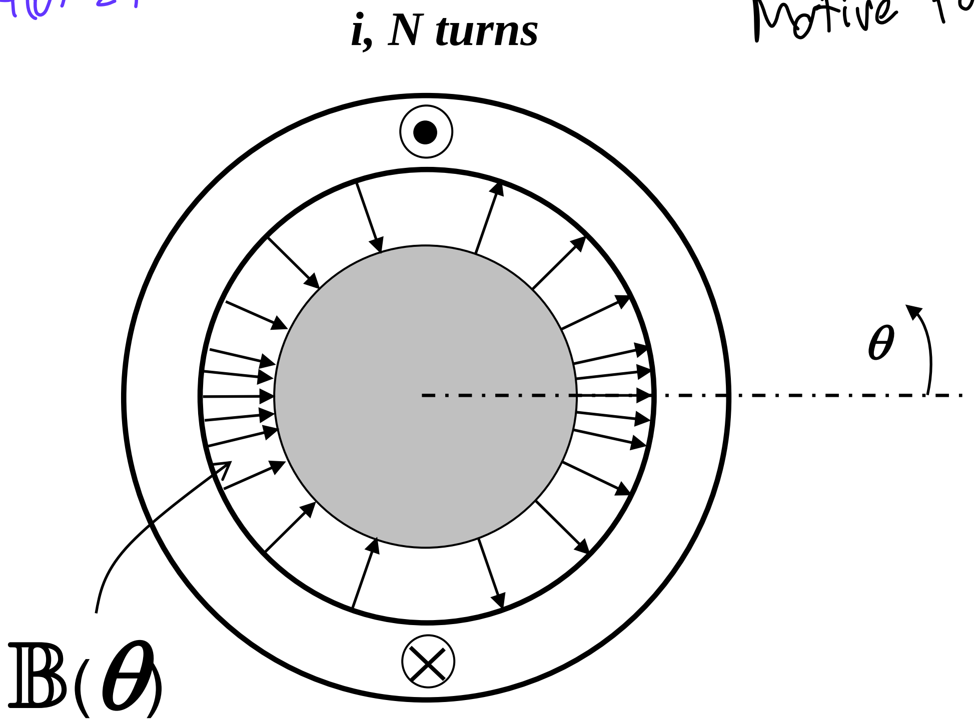
$\oint H\,dl = \Sigma i$

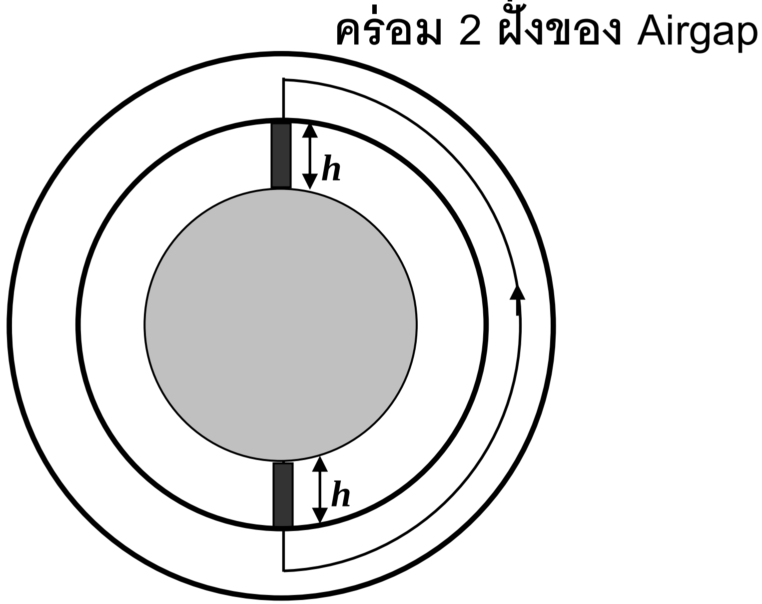
$H(\theta)\cdot 2h = Ni\cos\theta$

Magneto Motive Force

- $MMF(\theta) = Ni\cos\theta$
- $\mathbb{H}(\theta) = \dfrac{1}{2h} Ni\cos\theta$ ← Ampere's law
- $\mathbb{B}(\theta) = \dfrac{\mu_o}{2h} Ni\cos\theta$

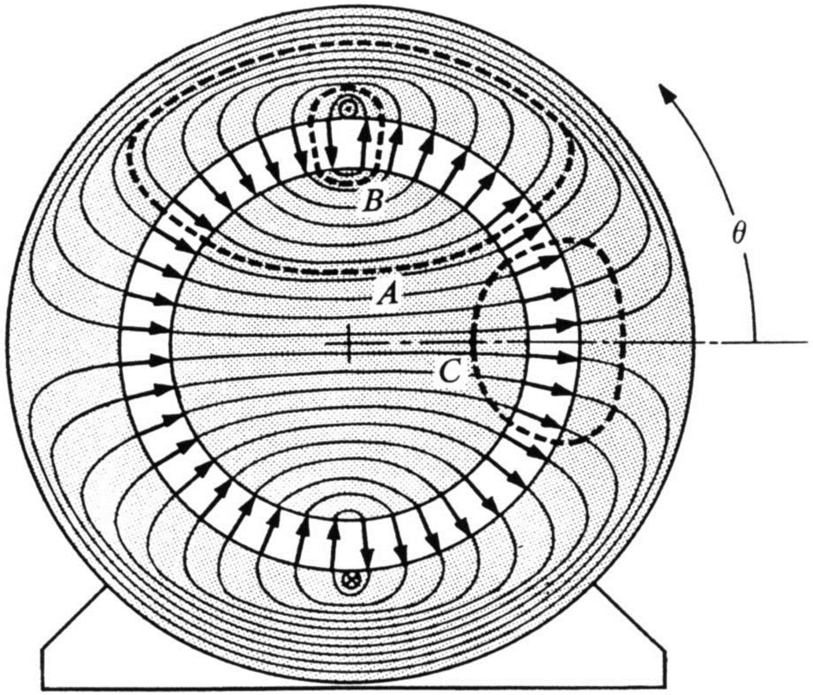
$B = \mu_o H$



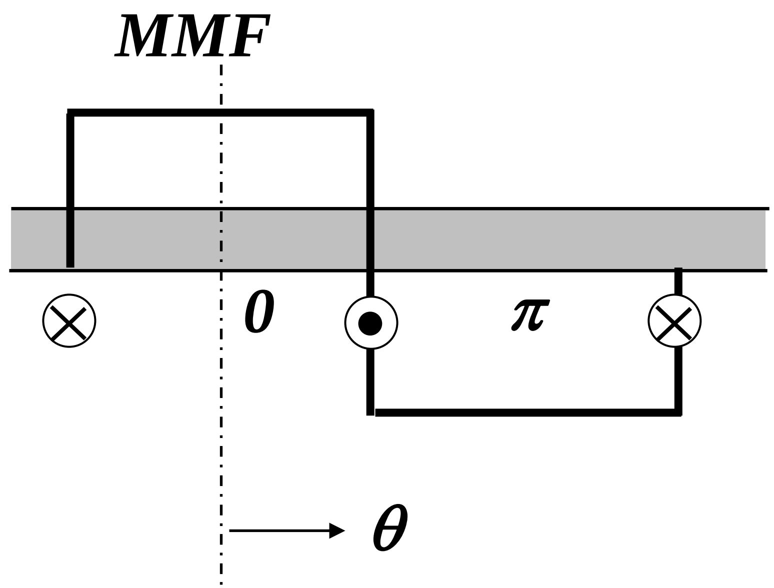


Uniform Magnetic Field in Uniform Airgap

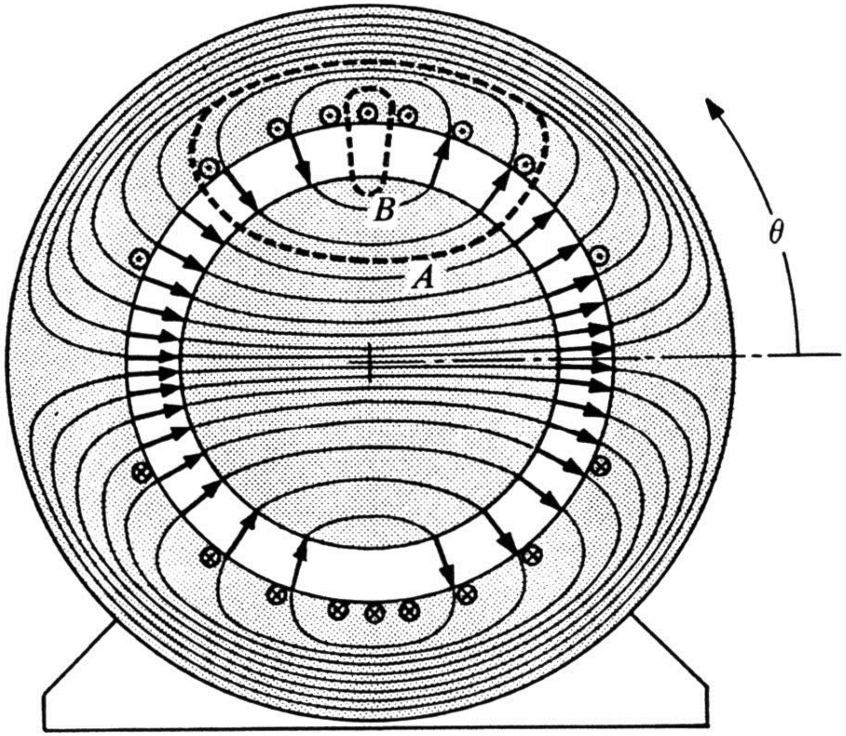
ลักษณะการกระจายของเส้นแรงแม่เหล็กในช่องอากาศแบบสม่ำเสมอ(Uniform Distribution) **ที่พบในเครื่องจักรกลไฟฟ้ากระแสตรง**

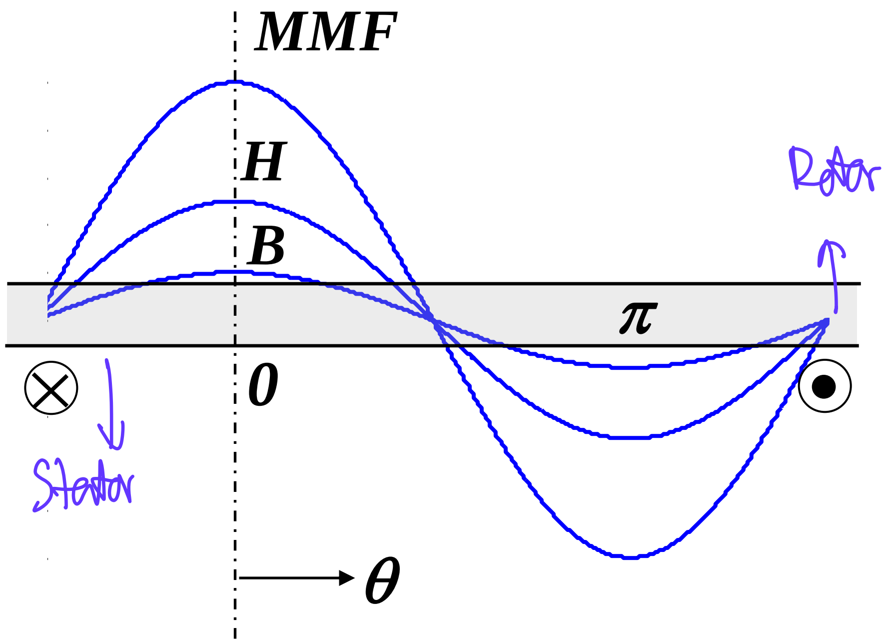


Uniform air-gap field produced by single current-carrying turn on stator. Equal spacing between field arrows indicates uniform field strength.



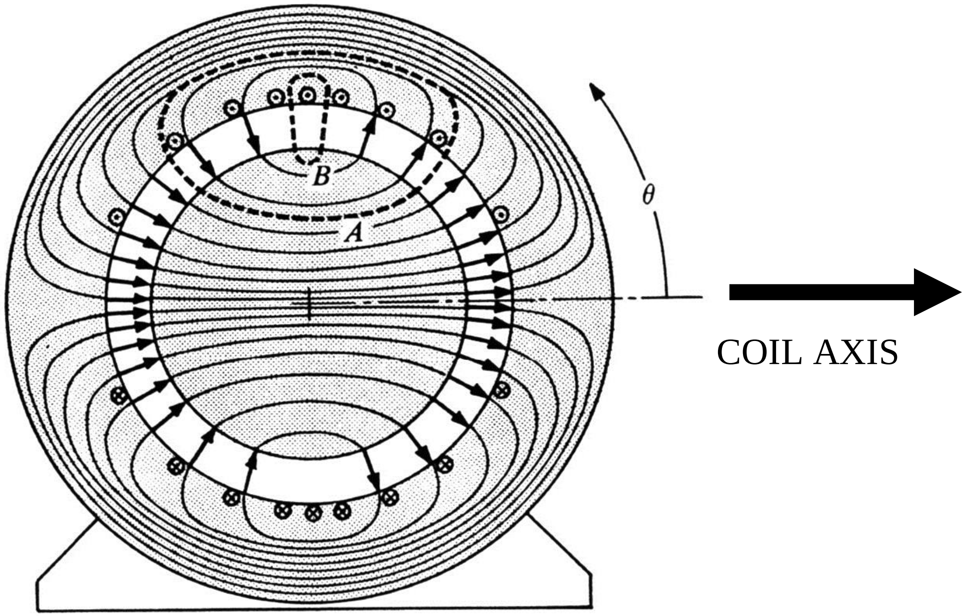
Sinusoidally-Distributed Magnetic Field in Uniform Airgap

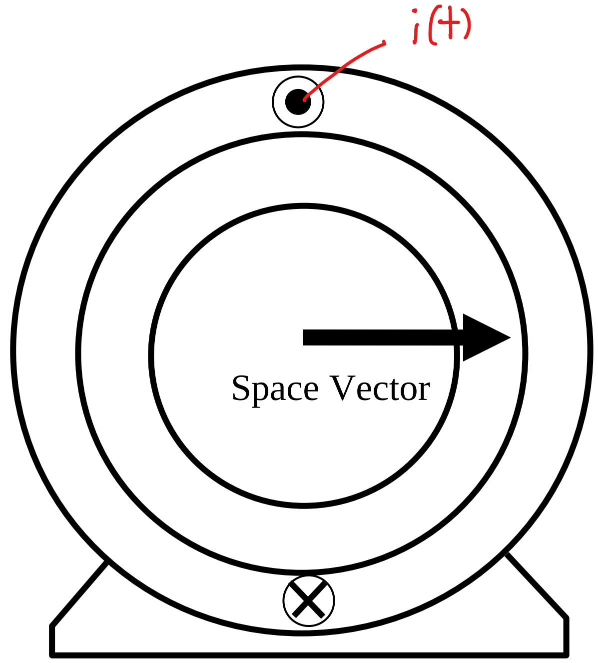




Cosinusoidally varying air-gap field, produced by sinusoidally-distributed winding. Current flows through all coil-sides in series, in relative directions shown.

<u>ตำแหน่งของขดลวดและค่ายอดของการกระจายของสนามแม่เหล็ก</u>



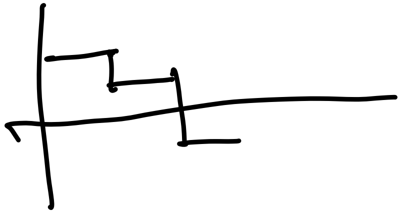


- เพื่อความสะดวกเราจะเขียนขดลวดเพียงรอบเดียวดังรูปขวามือ แทนขดลวดจริงทางด้านซ้ายมือซึ่งอาจจะมีการพันแบบกระจาย และขดลวดอาจพันอยู่บนสเตเตอร์หรือโรเตอร์ก็ได้
- ตำแหน่งของขดลวดจะมี Coil Axis ชี้ในทิศเดียวกัน และ
- ค่ายอดของการกระจายของสนามแม่เหล็กจะเกิดขึ้นที่มุมเดียวกันกับ Coil Axis และแปรตามค่ากระแสที่ไหลในขดลวด ณ เวลานั้น (instantaneous current : i(t))
- Space vector ของสนามแม่เหล็กในช่องอากาศจะชี้ในแนว Coil Axis ของขดลวดเสมอ

$i = 2A$

$i = 1A$

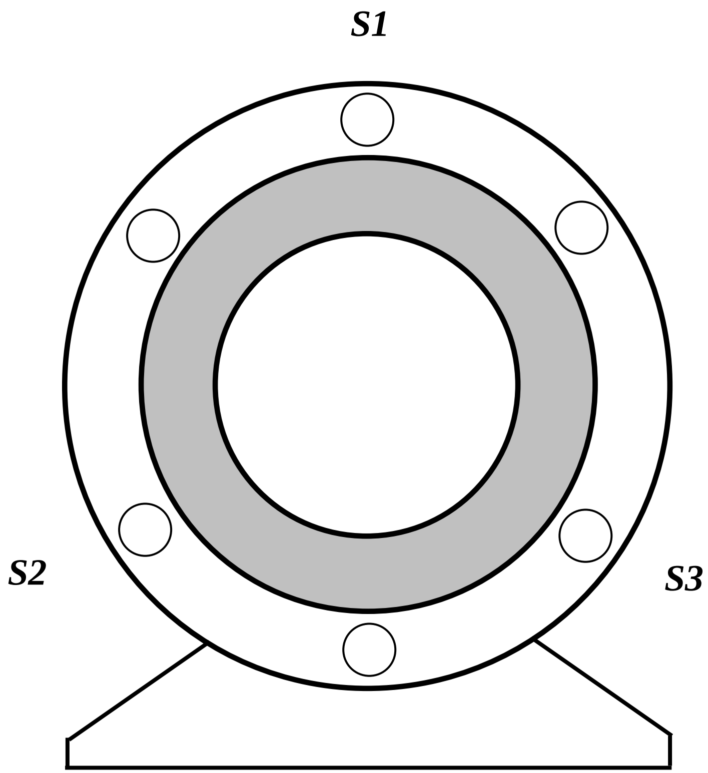
$i = -1A$

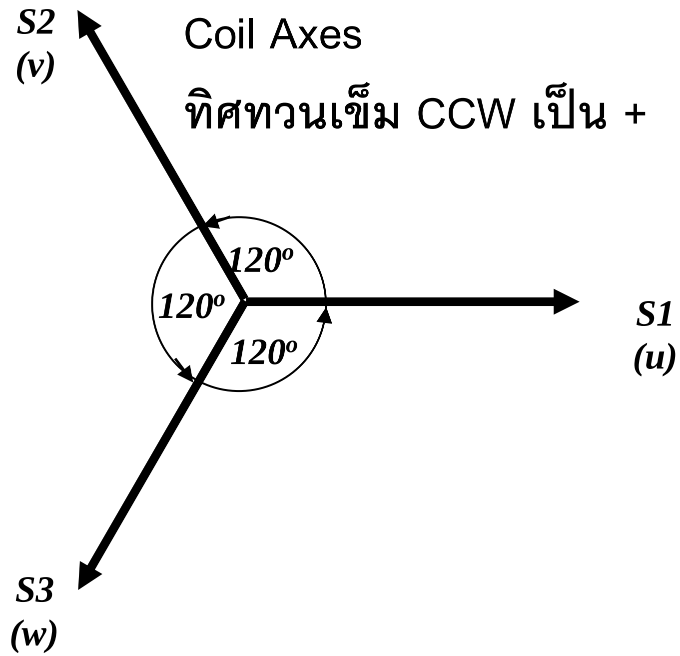


$N \cos\theta \; i(t)$

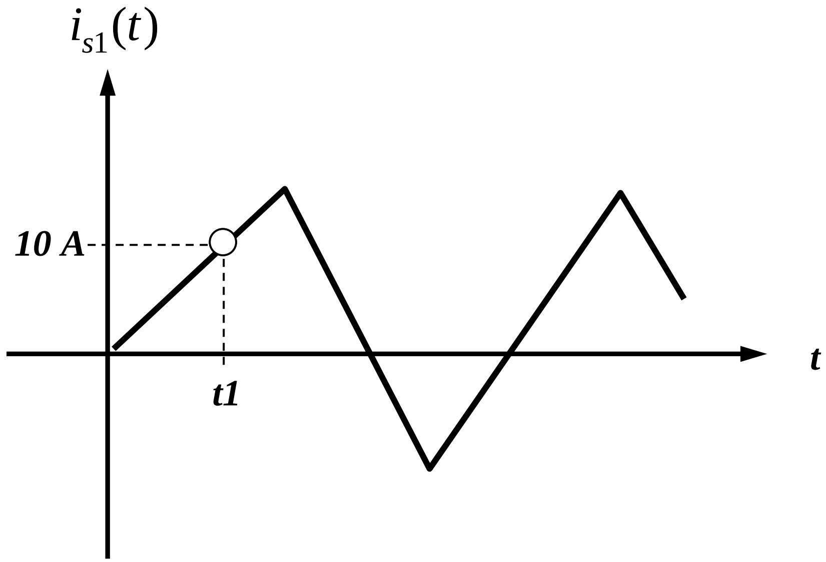
Three-Phase Winding

- 3 phase : S1, S2, S3
- Turns : Ns
- 3 phase ขดลวดพัน shift กัน 120° ทางไฟฟ้า





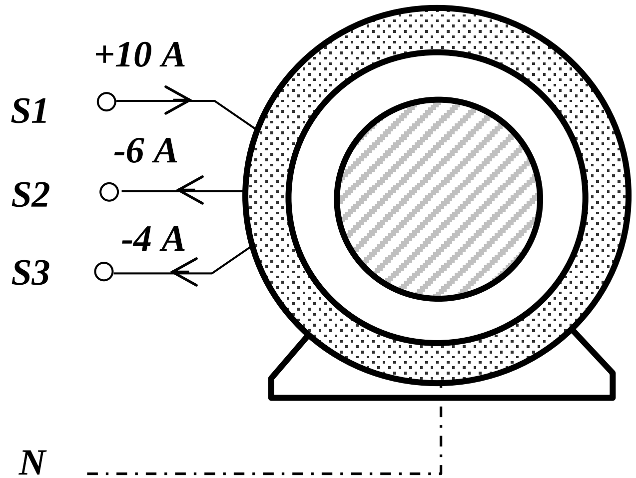
- ขดลวด S1, S2, S3 [u,v,w]
- มีกระแส $i_{s1}(t), i_{s2}(t), i_{s3}(t)$ Instantaneous Value (≠ R.M.S)



$$i_{s1}(t_1) = 10A$$
$$(\neq I_{s1} = 10A)$$

พิจารณากรณี 3 เฟส 3 สาย

$$i_{s1}(t) + i_{s2}(t) + i_{s3}(t) = 0$$



Representation of Sinusoidal Distribution by Space Vector

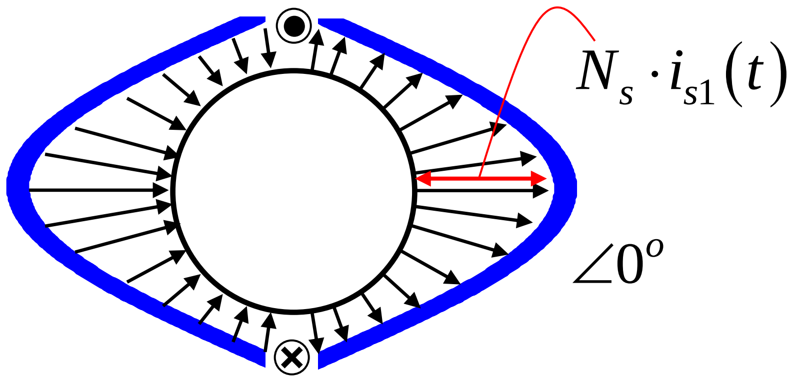
<u>นิยาม</u> Space Vector

Sinusoidal MMF in space

α

$e^{j\alpha}$

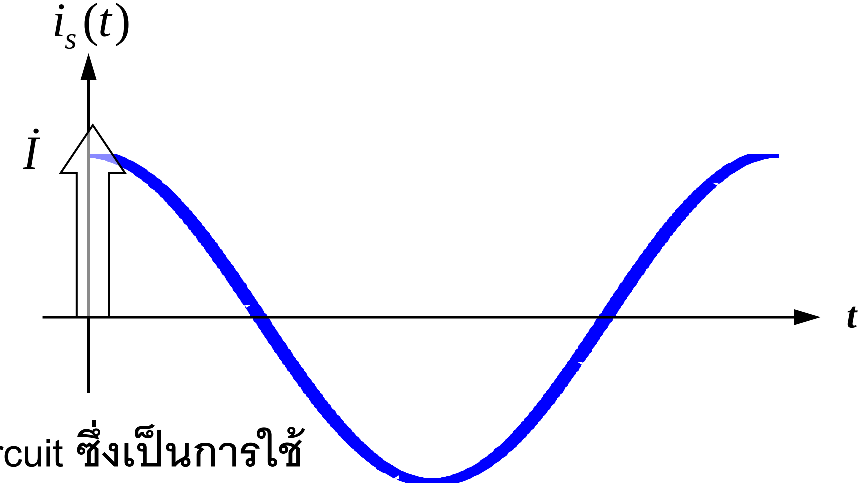
$$\theta_{s1}(\alpha,t) = N_s \cdot i_{s1}(t)\cdot\cos\alpha$$



<u>MMF Space Vector</u> $\underline{\theta}_{s1}(t) = N_s i_{s1}(t)\cdot e^{j0}$

$$\left(= N_s i_{s1}(t)\cdot\begin{bmatrix}1\\0\end{bmatrix}\right)$$

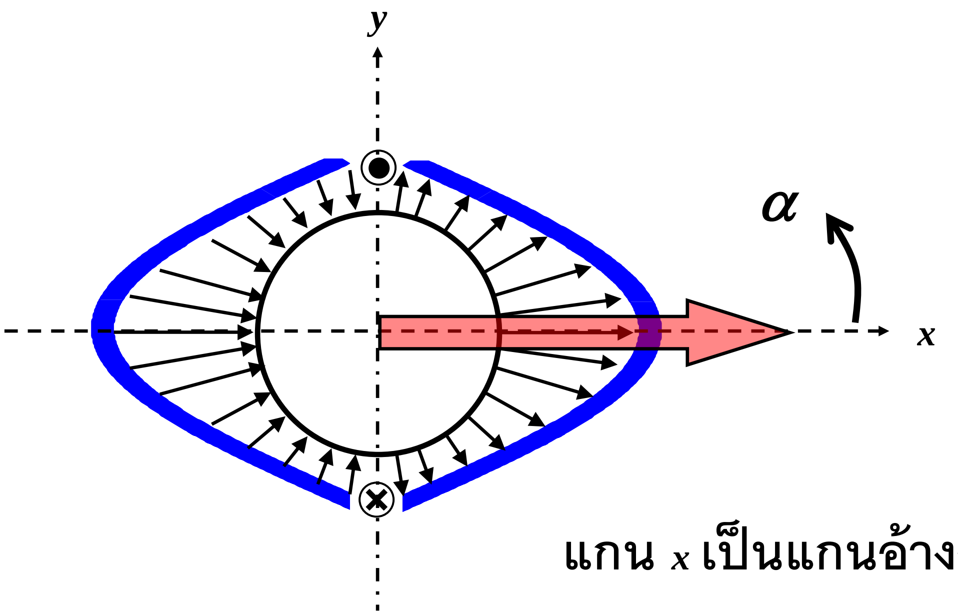
- เป็น Vector หรือ Complex Number
- ขนาด = ค่า peak ของ Sine
- มุม = ตำแหน่ง peak ของ Sine



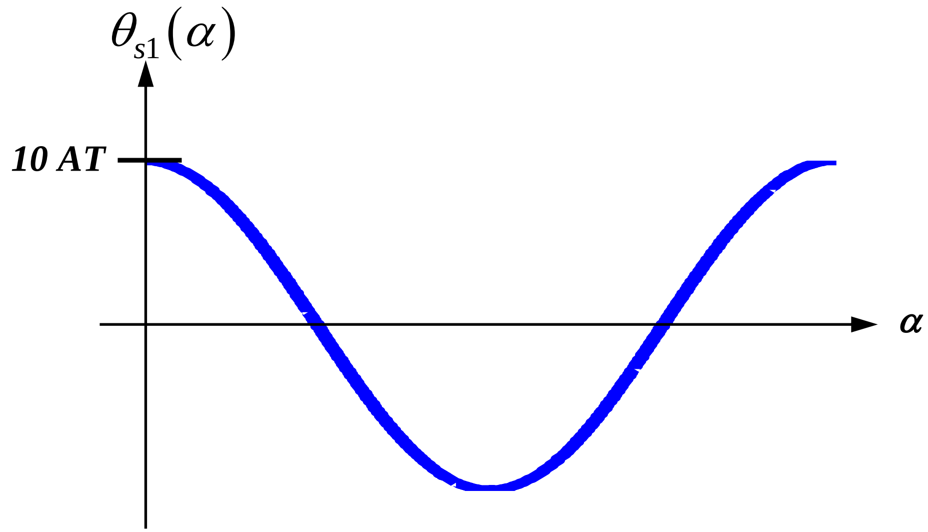
<u>Note:</u> Space Vector จะแตกต่างจาก Time Phasor ในวิชา Circuit ซึ่งเป็นการใช้ Vector/Complex Number แสดงการเปลี่ยนแปลงทางเวลาที่เป็น Sinusoidal

- ขนาด = R.M.S.
- มุม = peak ของ Sine

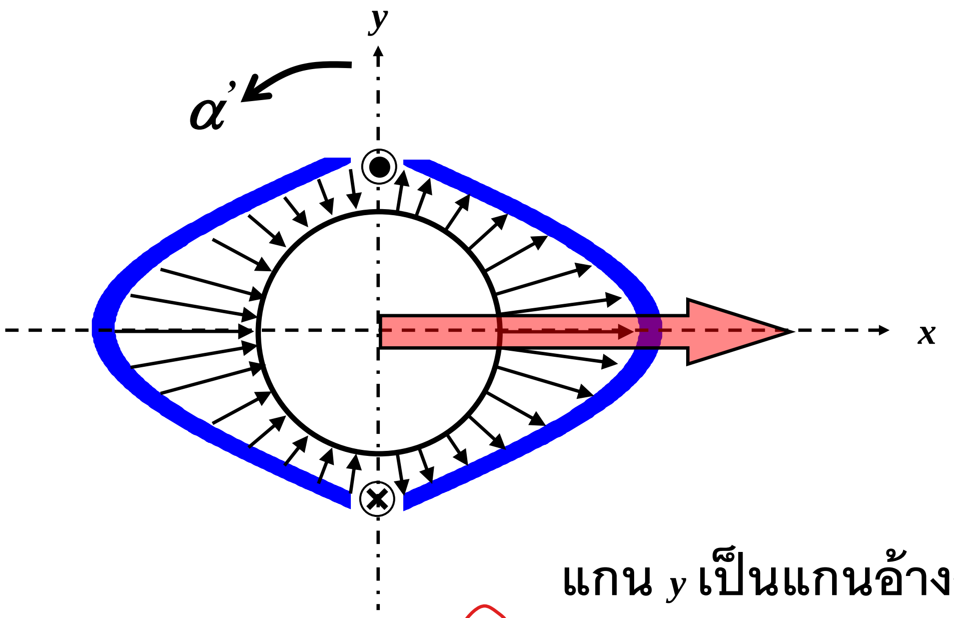
Note เวลานิยาม Space Vector ต้องมีแกนอ้างอิง [Reference Frame]

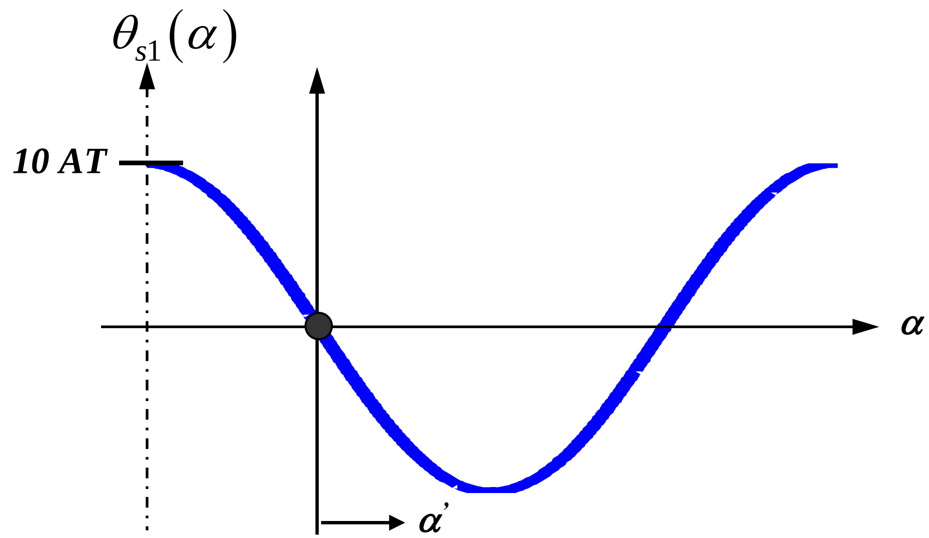


แกน x เป็นแกนอ้างอิง



$$\begin{cases} \underline{\theta}_{s1} = 10 \cdot e^{j0} \\ \underline{\theta}_{s1} = 10 \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \end{cases} \quad \longrightarrow \quad \theta_{s1}(\alpha) = 10 \cdot \cos\alpha$$



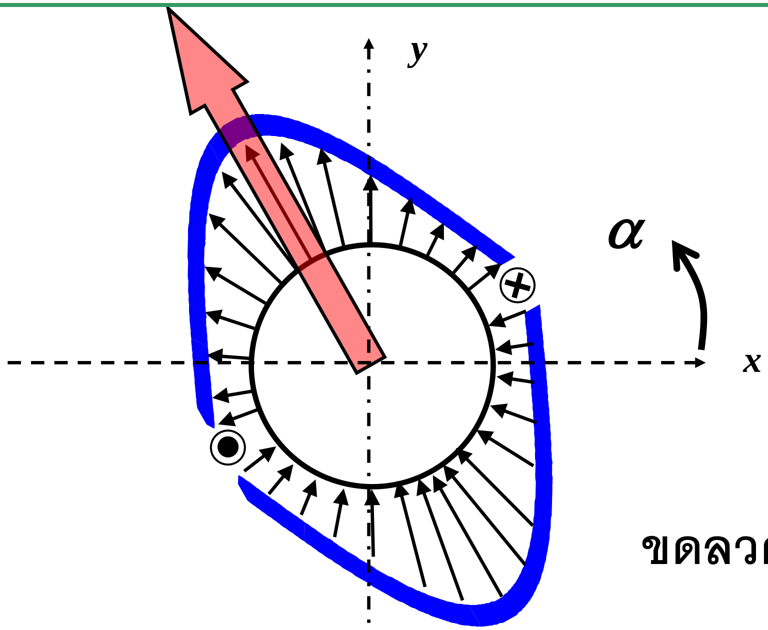


แกน y เป็นแกนอ้างอิง

$$\begin{cases} \underline{\theta}_{s1} = 10 \cdot e^{j\left(-\frac{\pi}{2}\right)} \\ \underline{\theta}_{s1} = 10 \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix} \end{cases}$$

$$\theta_{s1}(\alpha') = 10 \cdot \cos\left[\alpha' + \frac{\pi}{2}\right]$$
$$= -10 \sin \alpha'$$

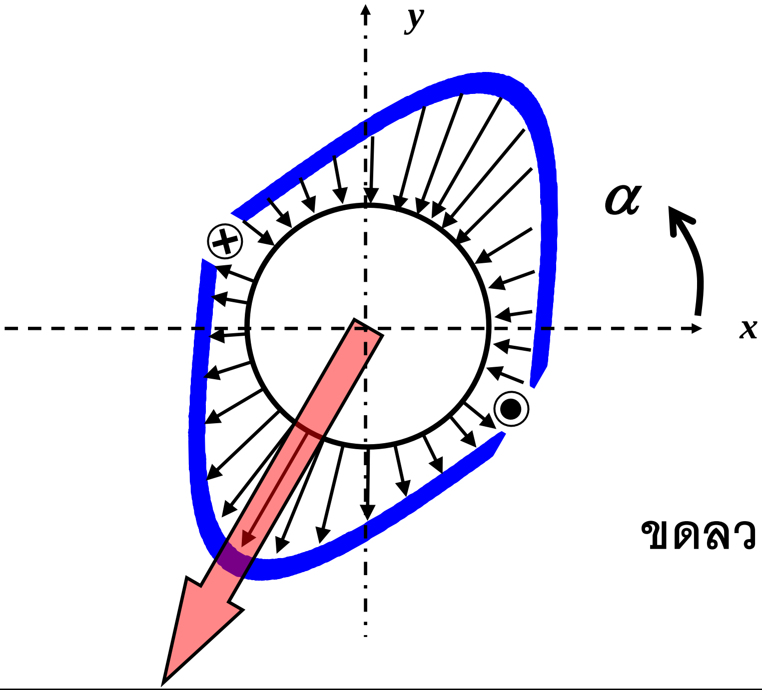
- Stator Reference Frame = Coil Axis ของขดลวด "S1" ซึ่งเป็นแกน X
- Operation +, -, ×, ÷, … กับ Space Vector ต้องอ้างอิง Frame เดียวกัน



ขดลวด S2

$$\underline{\theta}_{s2}(t) = N_s \cdot i_{s2}(t) \cdot e^{j\gamma}$$

$$(\gamma = 120^o)$$



ขดลวด S3

$$\underline{\theta}_{s3}(t) = N_s \cdot i_{s3}(t) \cdot e^{j2\gamma}$$

MMF รวม $\theta_s(\alpha,t)=\theta_{s1}(\alpha,t)+\theta_{s2}(\alpha,t)+\theta_{s3}(\alpha,t)$

$$= N_s i_{s1}\cos\alpha + N_s i_{s2}\cos(\alpha-\gamma) + N_s i_{s3}\cos(\alpha-2\gamma)$$

$$\begin{aligned}\underline{\theta}_s(t) &= \underline{\theta}_{s1}(t)+\underline{\theta}_{s2}(t)+\underline{\theta}_{s3}(t)\\ &= N_s\left[i_{s1}(t)e^{j0}+i_{s2}(t)e^{j\gamma}+i_{s3}(t)e^{j2\gamma}\right]\end{aligned}$$

<u>**นิยาม**</u> Current Space Vector

$$\boxed{\underline{i}_s = i_{s1}(t)\cdot e^{j0}+i_{s2}(t)\cdot e^{j\gamma}+i_{s3}(t)\cdot e^{j2\gamma}}$$

จะได้

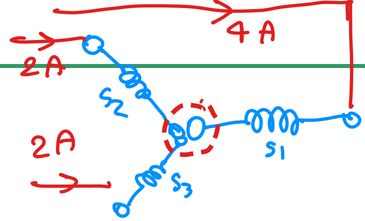
$$\boxed{\underline{\theta}_s = N_s\underline{i}_s}$$

ปริมาณ 3 ϕ สามารถแปลงเป็น Space Vector

$$\begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix} \Longrightarrow \begin{bmatrix} e^{j0} & e^{j\gamma} & e^{j2\gamma} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix}$$

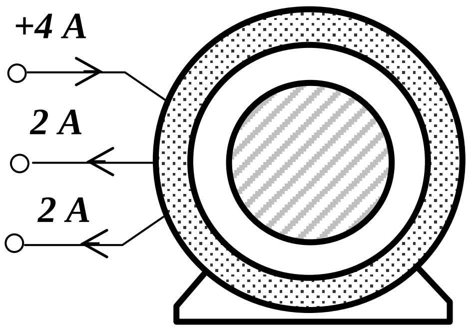
ปริมาณ 3 ϕ Space Vector

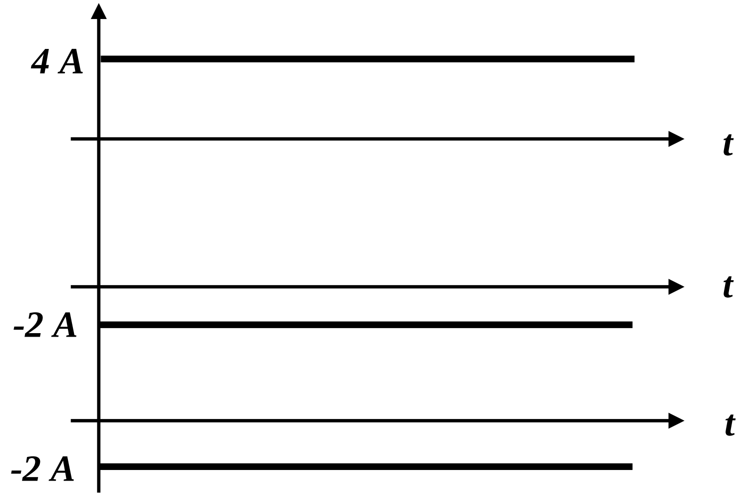
Note Space Vector ของกระแส ไม่เกี่ยวโยงกับ การเปลี่ยนแปลงทางเวลาที่เป็น Sinusoid ของ Time Phasor



ตัวอย่าง

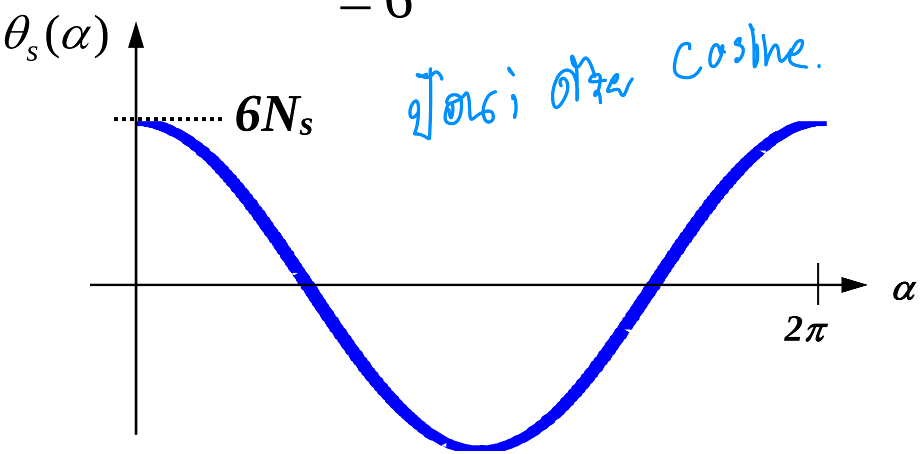
DC Current
$$\begin{cases} i_{s1}(t) = 4A \\ i_{s2}(t) = -2A \\ i_{s3}(t) = -2A \end{cases}$$



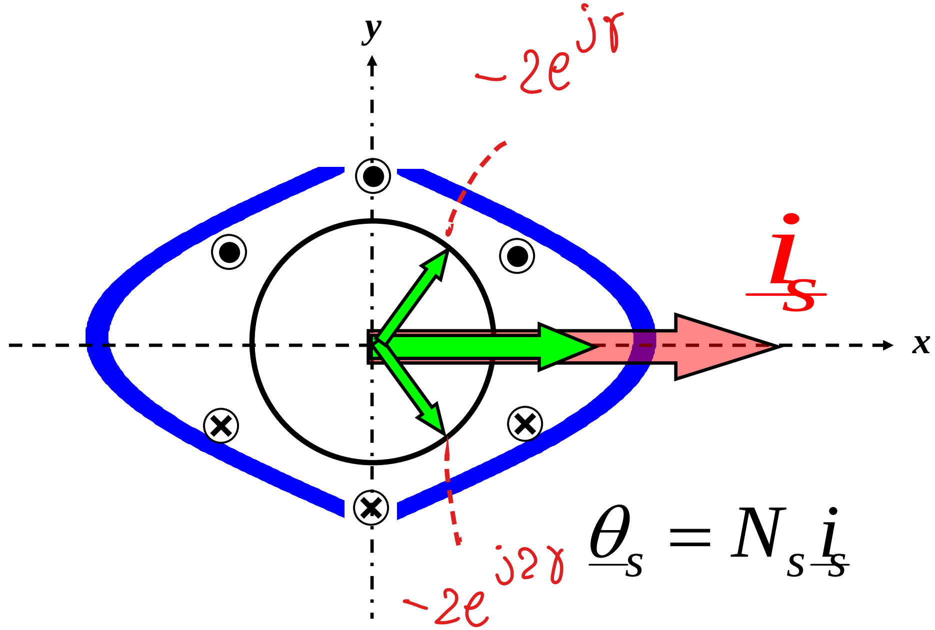


Current Space Vector

$$\underline{i}_s(t) = 4\cdot e^{j0} - 2\cdot e^{j\gamma} - 2\cdot e^{j2\gamma}$$
$$= 6\cdot e^{j0}$$
$$= 6$$



รูปร่าง คล้าย cosine.

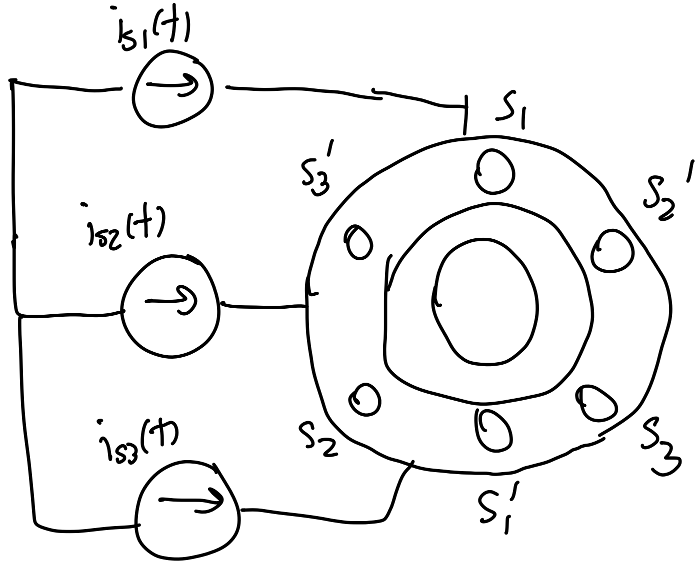


$$\underline{\theta}_s = N_s \underline{i}_s$$

$$\vec{i}_s = \left[e^{j0} \;\vdots\; e^{j\gamma} \;\vdots\; e^{j2\gamma} \right] \begin{bmatrix} i_{s1} \\ i_{s2} \\ i_{s3} \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 \\ -2 \\ -2 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 6 \\ 0 \end{bmatrix} A$$



$$\left.\begin{aligned} i_{s1}(t) &= 4\cos(2\pi 50t) \\ i_{s2}(t) &= 4\cos(2\pi 50t - 120^\circ) \\ i_{s3}(t) &= 4\cos(2\pi 50t - 240^\circ) \end{aligned}\right\} \text{positive sequence}$$

$$\vec{i}_s = \left[e^{j0} \quad e^{j\gamma} \quad e^{j2\gamma} \right] \begin{bmatrix} 4\cos(2\pi 50t) \\ 4\cos(2\pi 50t - 120^\circ) \\ 4\cos(2\pi 50t - 240^\circ) \end{bmatrix}$$

$$\vec{i}_s = \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \vdots \\ \vdots \end{bmatrix}$$

$$\vec{i}_s = \sqrt{\frac{2}{3}}\begin{bmatrix} e^{j0} & e^{j\frac{2\pi}{3}} & e^{j\frac{4\pi}{3}} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \frac{\sqrt{2}}{2}\left[\mathbb{I}e^{j\omega t} + \mathbb{I}^* e^{-j\omega t}\right] \\ \frac{\sqrt{2}}{2}\left[\mathbb{I}e^{j(\omega t-\frac{2\pi}{3})} + \mathbb{I}^* e^{-j(\omega t-\frac{2\pi}{3})}\right] \\ \frac{\sqrt{2}}{2}\left[\mathbb{I}e^{j(\omega t-\frac{4\pi}{3})} + \mathbb{I}^* e^{-j(\omega t-\frac{4\pi}{3})}\right] \end{bmatrix}$$

$$\vec{i}_s = \frac{1}{\sqrt{3}}\left(\left[\mathbb{I}e^{j\omega t} + \mathbb{I}^* e^{-j\omega t}\right) + \left(\mathbb{I}e^{j\omega t} + \mathbb{I}^* e^{-j(\omega t-\frac{4\pi}{3})}\right) + \left(\mathbb{I}e^{j\omega t} + \mathbb{I}^* e^{-j(\omega t-\frac{8\pi}{3})}\right)\right]$$

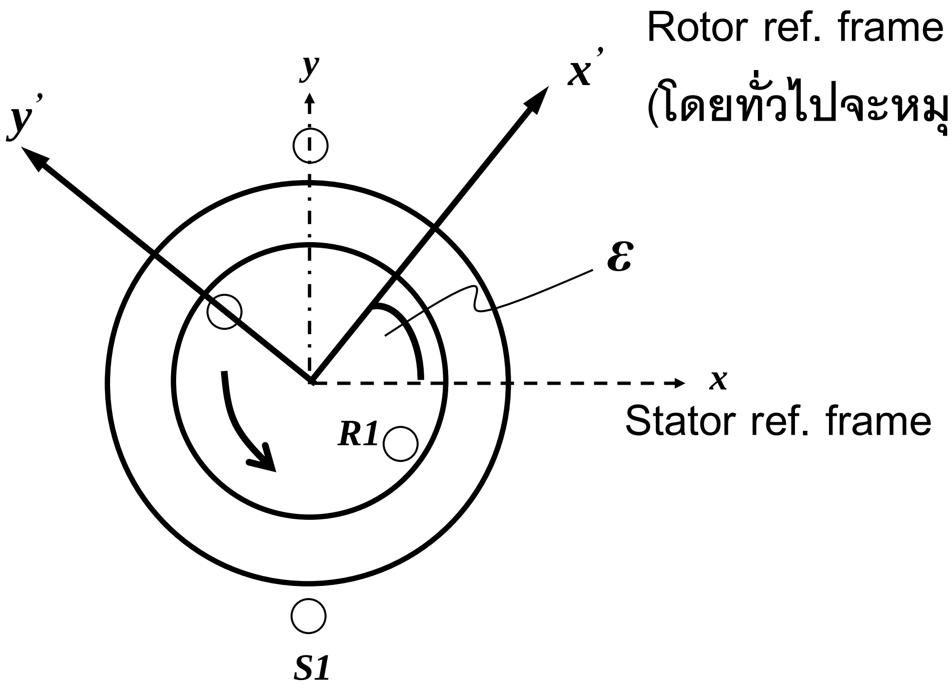
$$\vec{i}_s = \frac{1}{\sqrt{3}}\left(3\mathbb{I}e^{j\omega t} + \mathbb{I}^*\left(e^{-j\omega t} + e^{-j(\omega t-\frac{4\pi}{3})} + e^{-j(\omega t-\frac{8\pi}{3})}\right)\right)$$

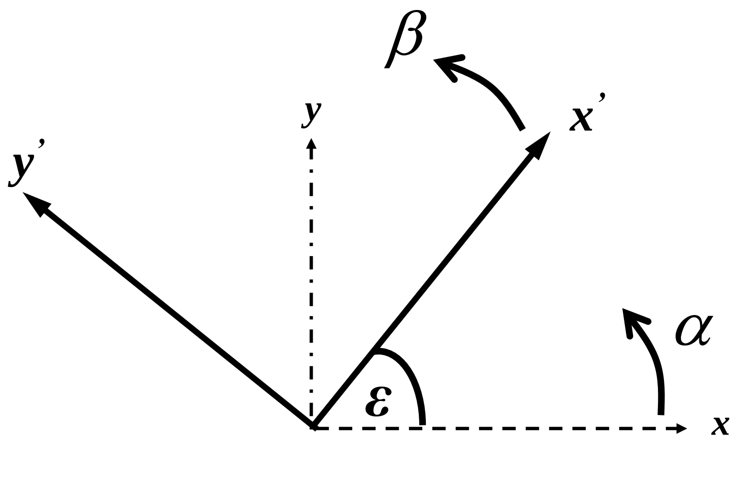
$$\vec{i}_s = \frac{1}{\sqrt{3}}\left(3\mathbb{I}e^{j\omega t} + \mathbb{I}^*\left(0\right)\right)$$

$$\vec{i}_s = \sqrt{3}\,\mathbb{I}e^{j\omega t} = \sqrt{3}\begin{bmatrix} I_m \cos(\omega t + \tau) \\ I_m \sin(\omega t + \tau) \end{bmatrix}$$

❖ การคิด MMF ที่เกิดจากกระแสโรเตอร์ 3 เฟส $i_{R1}(t), i_{R2}(t), i_{R3}(t)$ ก็คิดในทำนองเดียวกันกับ θ_s แต่ต้องระวังเรื่อง Reference Frame

❖ ซึ่งในกรณีที่เป็น Rotor Reference Frame แกน $\boldsymbol{x}$ ชี้ในแนว Coil Axis ของขดลวด R1





$$\beta = \alpha - \varepsilon$$

Ex. $\varepsilon = 30^o$ มุม $\beta = 60^o \rightarrow$ มุม $\alpha = 90^o$

จากนิยาม Space Vector $\theta_{s1}(\alpha,t)=N_s\cdot i_{s1}(t)\cdot\cos\alpha$

$$\begin{cases}\theta_{R1}(\beta,t) &= N_R i_{R1}(t)\cos\beta\\ \theta_{R2}(\beta,t) &= N_R i_{R2}(t)\cos(\beta-\gamma)\\ \theta_{R3}(\beta,t) &= N_R i_{R3}(t)\cos(\beta-2\gamma)\end{cases}$$

N_R : Turns ของขดลวดโรเตอร์

x'-y'

นิยาม $\underline{\theta}_R(t)=N_R\left[i_{R1}(t)e^{j0}+i_{R2}(t)e^{j\gamma}+i_{R3}(t)e^{j2\gamma}\right]$

$$\underline{i}_R(t)=i_{R1}(t)e^{j0}+i_{R2}(t)e^{j\gamma}+i_{R3}(t)e^{j2\gamma}$$

$$\therefore\ \underline{\theta}_R(t)=N_R\,\underline{i}_R(t)$$

ข้อควรระวัง

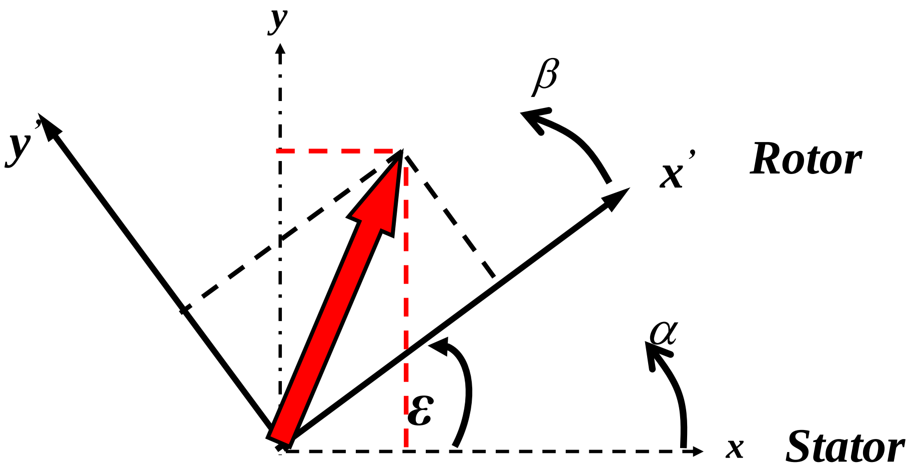
$$\begin{cases}\underline{\theta}_s,\ \underline{i}_s & :\ \text{อ้างอิงบน Stator Ref. Frame}\\ \underline{\theta}_R,\ \underline{i}_R & :\ \text{อ้างอิงบน Rotor Ref. Frame}\end{cases}$$

x-y α

x'-y' β

การย้าย Reference Frame

ก) ย้ายจาก Rotor Ref. Frame ไปยัง Stator Ref. Frame



$$\theta_{R1}(\beta,t) \text{ .... Rotor Ref.}$$

$$\beta = \alpha - \varepsilon$$

$$\theta_{R1}(\alpha,t) \text{ .... Stator Ref.}$$

$\cos\beta \Rightarrow \cos(\alpha-\varepsilon)$

$$\begin{cases} \theta_{R1}(\alpha,t) = N_R i_{R1}(t)\cos(\alpha-\varepsilon) \\ \theta_{R2}(\alpha,t) = N_R i_{R2}(t)\cos(\alpha-\varepsilon-\gamma) \\ \theta_{R3}(\alpha,t) = N_R i_{R3}(t)\cos(\alpha-\varepsilon-2\gamma) \end{cases}$$

Space Vector

$$\begin{cases} \underline{\theta}'_{R1}(t) = N_R i_{R1}(t)\cdot \boxed{e^{j\varepsilon}} \\ \underline{\theta}'_{R2}(t) = N_R i_{R2}(t)\cdot \boxed{e^{j\varepsilon}}\cdot e^{j\gamma} \\ \underline{\theta}'_{R3}(t) = N_R i_{R3}(t)\cdot \boxed{e^{j\varepsilon}}\cdot e^{j2\gamma} \end{cases}$$

$$\underline{\theta}'_R(t) = N_R\left[i_{R1}(t)e^{j0} + i_{R2}(t)e^{j\gamma} + i_{R3}(t)e^{j2\gamma}\right]\cdot \boxed{e^{j\varepsilon}}$$

$$= N_R \underline{i}_R(t)\cdot \boxed{e^{j\varepsilon}}$$

$$\underline{\theta}'_R(t) = \underline{\theta}_R(t)\cdot \boxed{e^{j\varepsilon}} = N_R \underline{i}_R'(t)$$

$$\underline{i}_R'(t) = \underline{i}_R(t)\cdot \boxed{e^{j\varepsilon}}$$

ปริมาณ Space Vector บน Rotor Ref. Frame → ปริมาณ Space Vector บน Stator Ref. Frame

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} \longrightarrow e^{j\varepsilon} \longrightarrow \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$$

$$\Updownarrow$$

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\varepsilon & -\sin\varepsilon \\ \sin\varepsilon & \cos\varepsilon \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix}$$

Axis Transformation Matrix

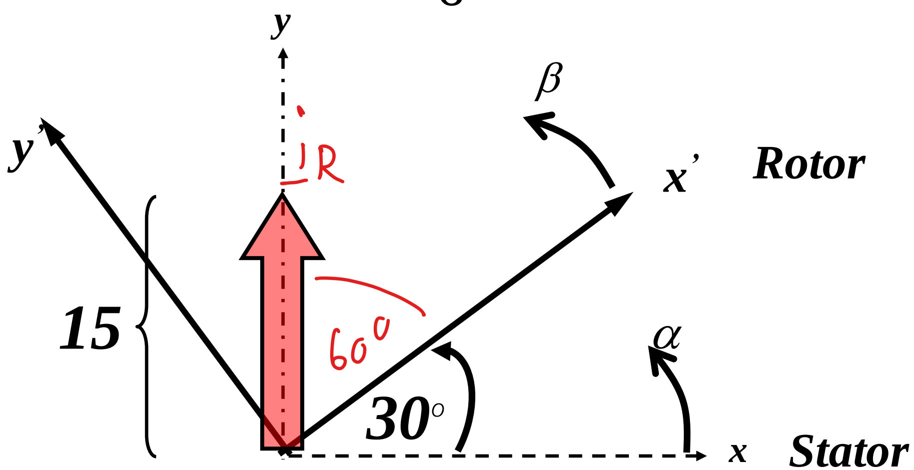
$x + jy = (\cos\varepsilon + j\sin\varepsilon)\cdot(x' + jy')$

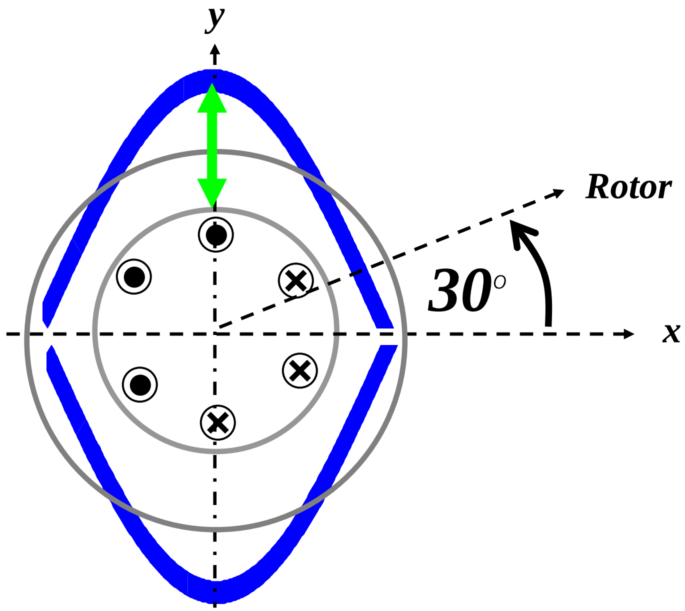
$= (\cos\varepsilon)x' - (\sin\varepsilon)y'$

$+ [(\sin\varepsilon)x' + (\cos\varepsilon)y']j$

ตัวอย่าง

$$\varepsilon = \frac{\pi}{6}\left(30^o\right)$$





$$\begin{cases} i_{R1}(t) = 5A \\ i_{R2}(t) = 5A \\ i_{R3}(t) = -10A \end{cases}$$

Rotor Current Space Vector

$$\underline{i}_R(t) = \frac{15}{2} + j\frac{15\sqrt{3}}{2} \quad = 15\cdot e^{j\frac{\pi}{3}}$$

60^o

ref rotor

$$= 15\begin{bmatrix} 1/2 \\ \sqrt{3}/2 \end{bmatrix}$$

$$\underline{i}_R'(t) = 15\cdot e^{j\frac{\pi}{3}}\cdot e^{j\frac{\pi}{6}} \quad = \quad 15\cdot e^{j\frac{\pi}{2}}$$

90^o

ref stator

$$= j15 \quad = \begin{bmatrix} 0 \\ 15 \end{bmatrix}$$

Record 01:16:47 8/2/22

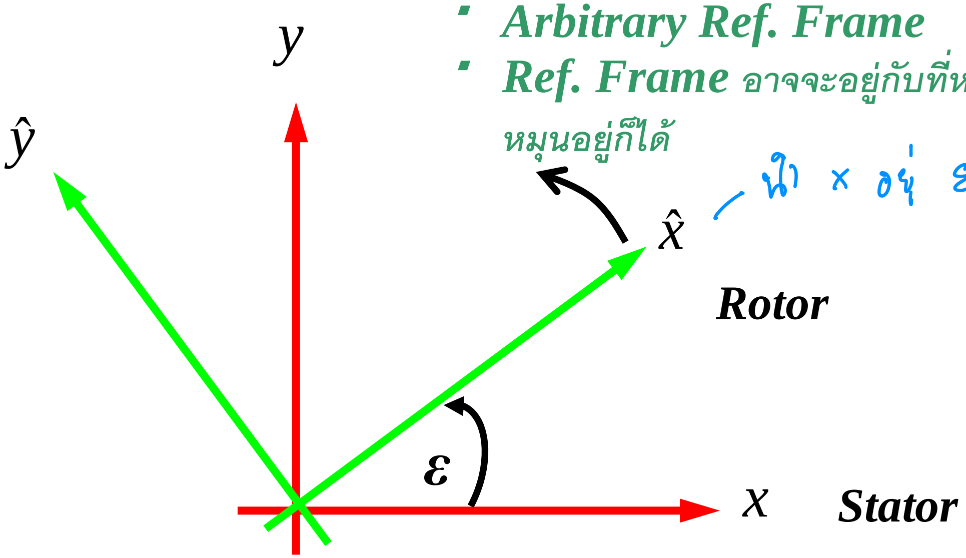
Inverse Axis Transformation

ข) Stator Ref. Frame $\longrightarrow$ Rotor Ref. Frame

$$x + jy \longrightarrow e^{-j\varepsilon} \longrightarrow x' + jy'$$

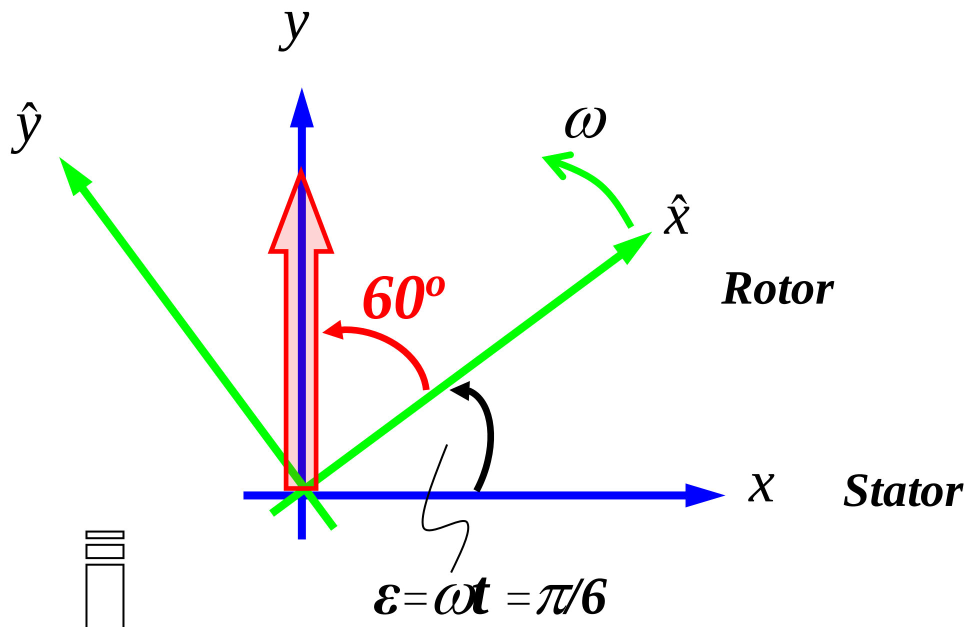
$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \longrightarrow \begin{bmatrix} \cos\varepsilon & +\sin\varepsilon \\ -\sin\varepsilon & \cos\varepsilon \end{bmatrix} \longrightarrow \begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix}$$

- *Arbitrary Ref. Frame*
- *Ref. Frame* อาจจะอยู่กับที่หรือหมุนอยู่ก็ได้



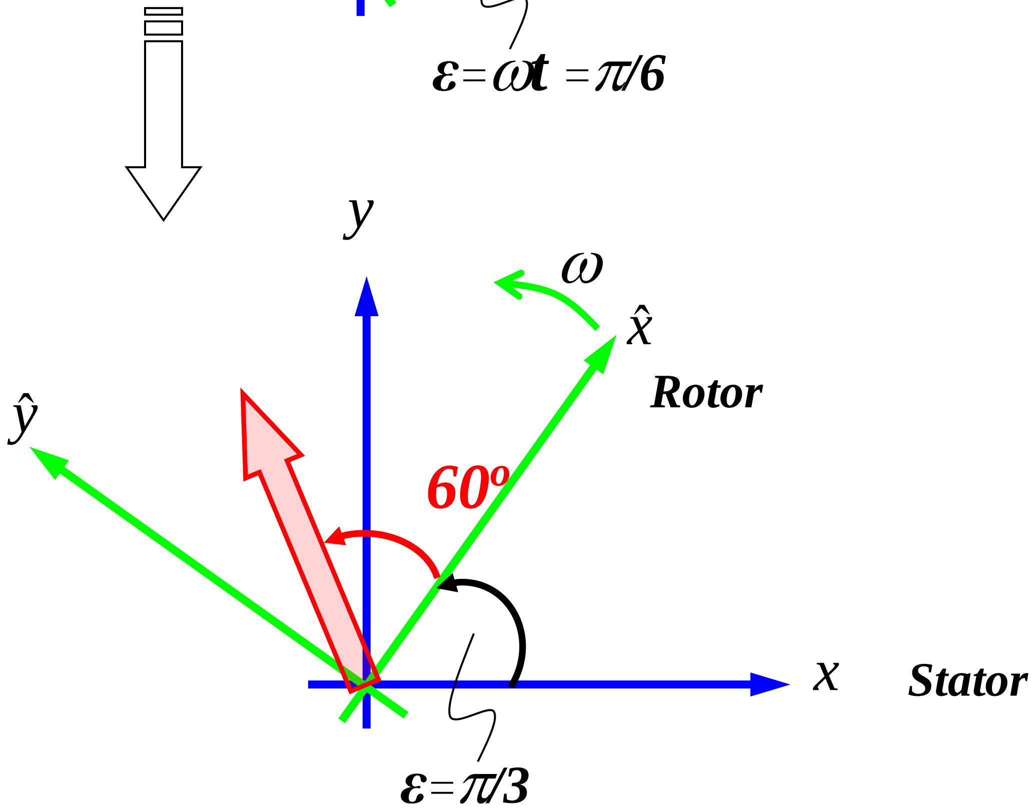
$$x' + jy' = e^{-j\varepsilon} \cdot (x + jy)$$

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\varepsilon & \sin\varepsilon \\ -\sin\varepsilon & \cos\varepsilon \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$$



$$\underline{i}_R(t) = 15e^{j\frac{\pi}{3}}$$

$$\underline{i}'_R(t) = 15e^{j\frac{\pi}{2}} = j15$$



$$\underline{i}_R(t) = 15e^{j\frac{\pi}{3}}$$

$$\underline{i}'_R(t) = \underline{i}_R(t)\cdot e^{j\frac{\pi}{3}} = 15e^{j\left(\frac{\pi}{3}+\frac{\pi}{3}\right)} = 15e^{j\frac{2\pi}{3}}$$

$$\underline{i}'_R(t) = \underline{i}_R(t)\cdot e^{j\varepsilon} = 15e^{j\frac{\pi}{3}}\cdot e^{j\omega t}$$

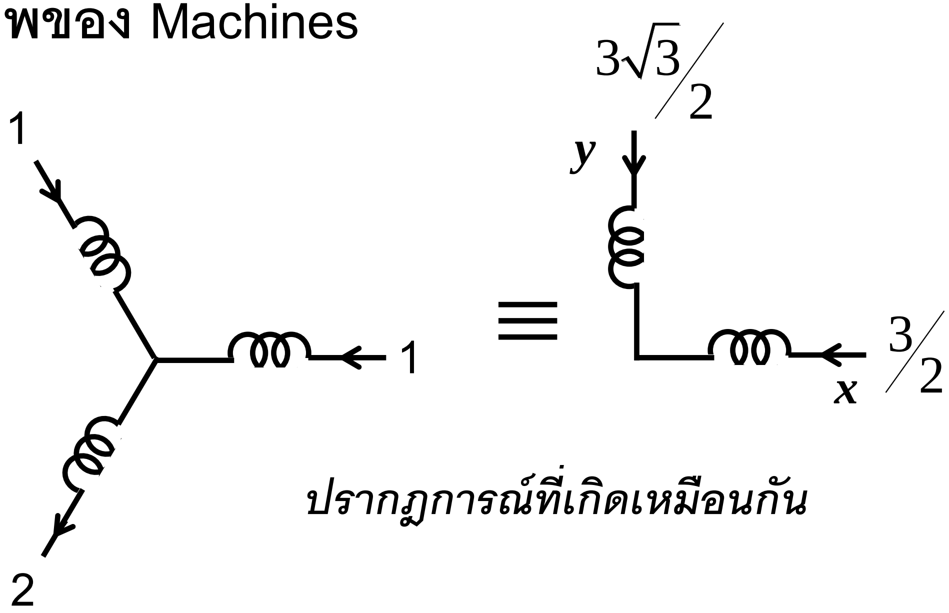
Transformation Matrix

Space Vector ← คุณสมบัติการกระจาย MMF, flux, (θ, B, H) ทางกายภาพของ Machines

$\Downarrow$

i*, *v (ขยายขอบเขตนิยาม)

$$\underline{\text{ex}} \quad \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ -2 \end{bmatrix} \rightarrow 3\begin{bmatrix} 1/2 \\ \sqrt{3}/2 \end{bmatrix} \quad , \quad 3e^{j\frac{\pi}{3}}$$

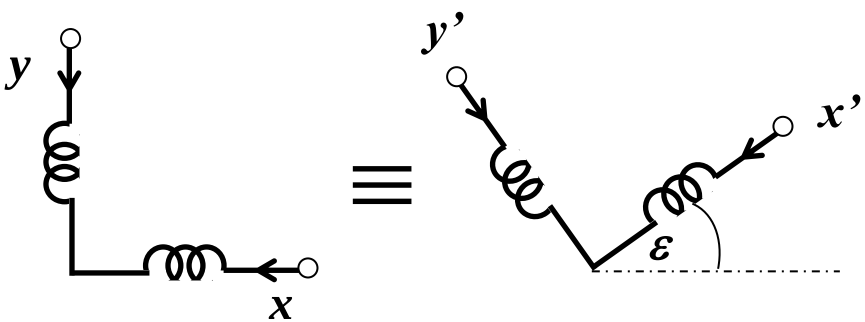


ปรากฏการณ์ที่เกิดเหมือนกัน

มองเสมือนเป็นการแปลงทางคณิตศาสตร์จาก

3 เฟส ⟶ **2 เฟส**

(s1, s2, s3) **(x, y)**



1) การแปลง 3 เฟสไปยัง 2 เฟส (Space Vector Transformation; 3/2 Trans.)

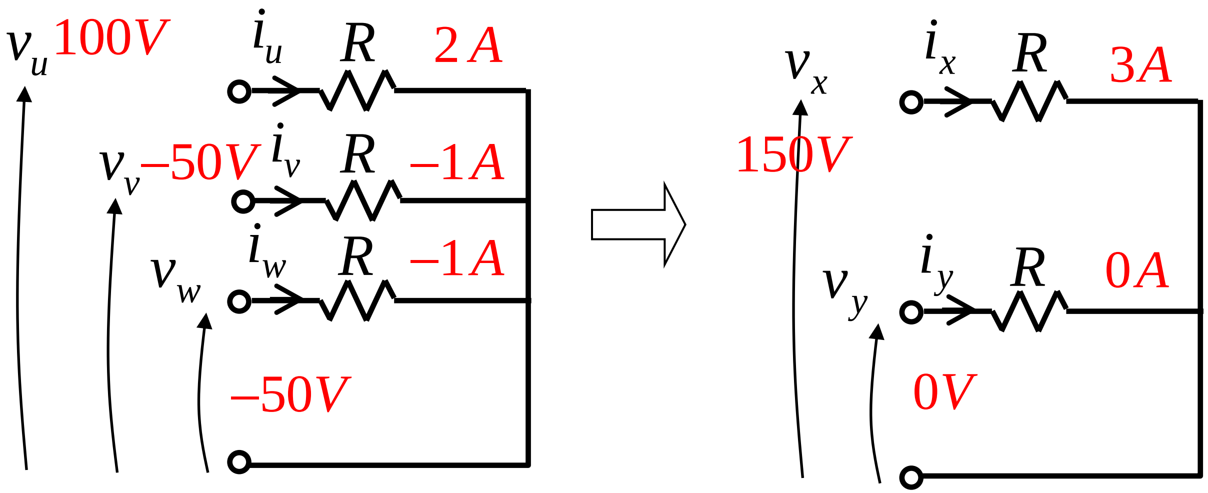
$$\begin{array}{c} \text{Re} \\ \text{Im} \end{array} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x \\ +jy \end{pmatrix} \quad \left(u \begin{pmatrix} 1 \\ j0 \end{pmatrix} + v \begin{pmatrix} -1/2 \\ +j\frac{\sqrt{3}}{2} \end{pmatrix} + w \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} \\ -j\frac{\sqrt{3}}{2} \end{pmatrix} \right)$$

- Inverse Transformation 2/3

$$\begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \\ -\frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$$

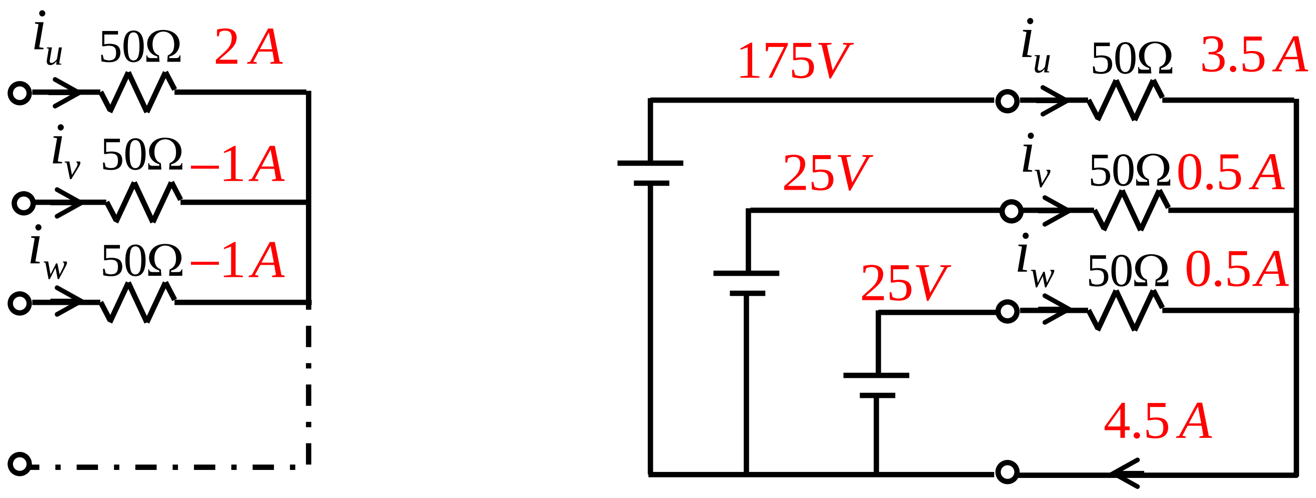
Ex



$$\begin{bmatrix} v_u \\ v_v \\ v_w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R & 0 & 0 \\ 0 & R & 0 \\ 0 & 0 & R \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_u \\ i_v \\ i_w \end{bmatrix} \Leftrightarrow \begin{bmatrix} v_x \\ v_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R & 0 \\ 0 & R \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_x \\ i_y \end{bmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 100 \\ -50 \\ -50 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} 150 \\ 0 \end{pmatrix} \xrightarrow{50\Omega} \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix}$$

Ex



$$\begin{pmatrix}175\\25\\25\end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix}150\\0\end{pmatrix} \xrightarrow{50\Omega} \begin{pmatrix}3\\0\end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix}2\\-1\\-1\end{pmatrix} \quad ???$$

2) การแปลง 3 เฟส ⟶ 3 เฟส Space Vector

3 ϕ 4 wires

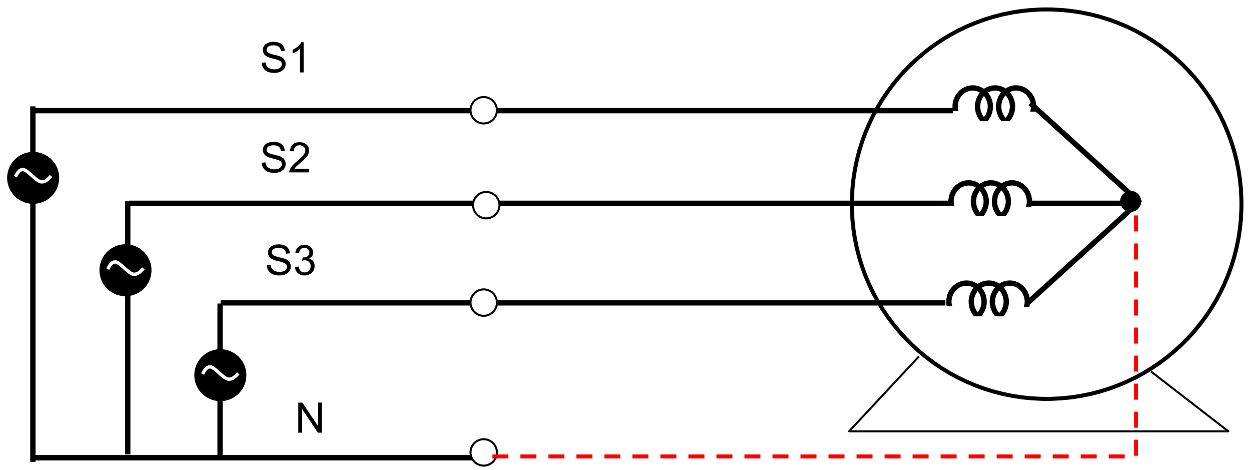
$$\begin{bmatrix}x\\y\\z\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}1 & -1/2 & -1/2\\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2}\\ 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}u\\v\\w\end{bmatrix}$$

Zero Sequence Component

$$\begin{bmatrix}u\\v\\w\end{bmatrix} = \frac{2}{3}\begin{bmatrix}1 & 0 & 1/\sqrt{2}\\ -1/2 & \frac{\sqrt{3}}{2} & 1/\sqrt{2}\\ -1/2 & -\frac{\sqrt{3}}{2} & 1/\sqrt{2}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x\\y\\z\end{bmatrix}$$

$$
\begin{aligned}
i_{s1}(t)+i_{s2}(t)+i_{s3}(t) &= 0 \\
i_{R1}(t)+i_{R2}(t)+i_{R3}(t) &= 0
\end{aligned}
$$

3 ϕ 4 wires $\longrightarrow$ ตัวแปรอิสระยังคงเป็น 3 เสมอ



คุณสมบัติการแปลง

1) Power-Invariant / Absolute Transformation

เดิม **ใหม่**

$$[e] = [Z][i] \xrightarrow{Transform} [e'] = [Z'][i']$$

$$[i]^{*}[e] = [i']^{*}[e']$$; $*$: Conjugate transpose

$\Rightarrow$ Power-Invariant or Absolute Transform

2) Relative Transformation

คือกรณีที่แปลง $[e],[i]$ **ด้วย** Transformation Matrix $[c]$ **ตัวเดียวกัน**

$$\begin{cases} [e'] = [c][e] \\ [i'] = [c][i] \end{cases} \rightarrow [i] = [c]^{-1}[i']$$

$$[e] = [z][i]$$

$$[e'] = [c][z][i] = [c][z][c]^{-1}[i']$$

$$[e'] = [z'][i'] \rightarrow \boxed{[z'] = [c][z][c]^{-1}}$$

$[z']$ สำหรับ Absolute Transform

กำหนดให้ $[i'] = [c][i]$

$$\text{Power} = [i']^*[e'] = [i]^*[c]^*[e'] = [i]^*[c]^*[z'][i']$$

$$= [i]^*\boxed{[c]^*[z'][c]}[i] = [i]^*[e]$$

$$= [i]^*\boxed{[z]}[i] \qquad \therefore \begin{cases} \boxed{[z] = [c]^*[z'][c]} \\ [e] = [c]^*[e'] \end{cases}$$

$$\begin{cases} [i'] = [c][i] \\ [e'] = \left\{[c]^*\right\}^{-1}[e] \\ [z'] = \left\{[c]^*\right\}^{-1}[z][c]^{-1} \end{cases}$$

ถ้าต้องการให้ Relative Transform เป็น Absolute Transform

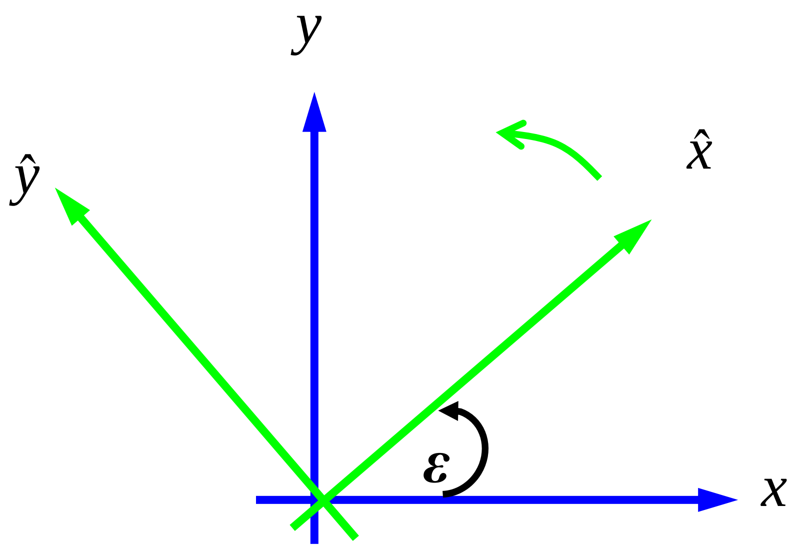
$$[c] = \left\{[c]^*\right\}^{-1}$$

or $\boxed{[c][c]^* = I}$

or $[c]$ เป็น Unitary Matrix (element $\in$ Complex)

Orthogonal Matrix (element $\in$ Real)

ตัวอย่าง d-q Transform (แปลงแกนที่หมุนไปเป็นแกนที่อยู่นิ่ง)



$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\varepsilon & -\sin\varepsilon \\ \sin\varepsilon & \cos\varepsilon \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix}$$

$$\left.\begin{aligned} \begin{bmatrix} i_x \\ i_y \end{bmatrix} &= [c] \begin{bmatrix} i'_x \\ i'_y \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} v_x \\ v_y \end{bmatrix} &= [c] \begin{bmatrix} v'_x \\ v'_y \end{bmatrix} \end{aligned}\right\} \text{Relative Transform}$$

Check $\begin{bmatrix} \cos\varepsilon & -\sin\varepsilon \\ \sin\varepsilon & \cos\varepsilon \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos\varepsilon & \sin\varepsilon \\ -\sin\varepsilon & \cos\varepsilon \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ **(Q.E.D)**

Power $i'_x v'_x + i'_y v'_y = i_x v_x + i_y v_y$ **(Q.E.D)**

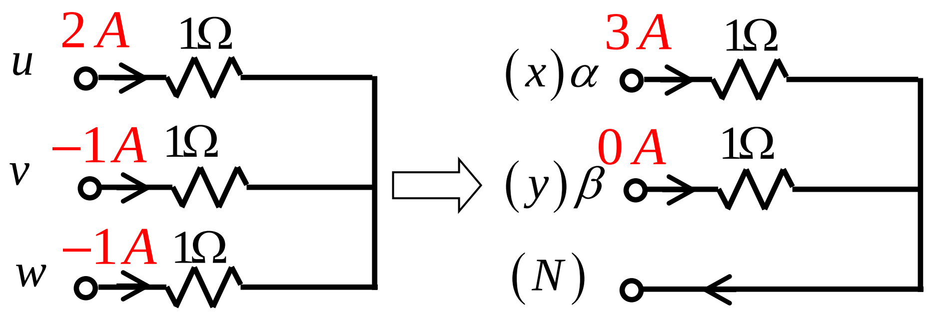
ตัวอย่าง Space Vector Transform (α-β-0)

$$\begin{bmatrix}x\\y\\z\end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix}1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2}\\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2}\\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}}\end{bmatrix}}_{[c]}\begin{bmatrix}u\\v\\w\end{bmatrix}$$

Check

$$\begin{bmatrix}1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2}\\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2}\\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1 & 0 & \frac{1}{\sqrt{2}}\\ -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{\sqrt{2}}\\ -\frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{\sqrt{2}}\end{bmatrix} = \frac{3}{2}\cdot I$$

ไม่ใช่ Absolute Transform !!!



Power 3 ϕ = 4+1+1

=6 Watts

$\neq$

Power $_{(\alpha\text{-}\beta\text{-}0)}$ = 9+0

= 9Watts

$$\boxed{Power_{[3\phi]} = \frac{2}{3}\times Power_{[\alpha\beta 0]}}$$

- สมการที่เกี่ยวข้องกับ Power & Torque จะมีสัมประสิทธิ์ $2/3$ เสมอ

ถ้าต้องการทำให้เป็น Absolute Transform

<u>**นิยามใหม่**</u>

$$\boxed{\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \sqrt{\frac{2}{3}} \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix}}_{[c]} \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix}}$$

$$\begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix} = \sqrt{\frac{2}{3}} \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ -\frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix}}_{[c]^*} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} i_u \\ i_v \\ i_w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sqrt{2} I_{rms} \cos(\omega t + \theta) \\ \text{〃} \quad -\frac{2\pi}{3} \\ \text{〃} \quad -\frac{4\pi}{3} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} i_x \\ i_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sqrt{3} I_{rms} \cos(\omega t + \theta) \\ \sqrt{3} I_{rms} \sin(\omega t + \theta) \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sqrt{3} I_{rms} \\ 0 \end{bmatrix}$$

1.54.26