# Table des matières

# Chapitre 5

# Limites et équivalents

## 5.1 Limites

**Définition 5.1.1.** Soit $a \in \overline{\mathbb{R}} = \mathbb{R} \cup \{\pm\infty\}$. On appelle ***voisinage*** $\mathcal{V}$ ***de*** $a$ une partie de $\mathbb{R}$ contenant un intervalle de la forme :
- $(a - \delta, a + \delta)$ avec $\delta > 0$ si $a \in \mathbb{R}$ ;
- $(A, +\infty)$ si $a = +\infty$ ;
- $(-\infty, A)$ si $a = -\infty$.

### 5.1.1 Limite finie

Soit $f$ une fonction de $I$ dans $\mathbb{R}$. Soit $a$ un réel, élément ou extrémité de $I$. Soit $l \in \mathbb{R}$.

**Définition 5.1.2.** On dit que $f$ admet une ***limite finie*** $l$ ***en*** $a$ si $f$ est définie au voisinage de $a$ et

$$\forall \varepsilon > 0 \ \exists \delta > 0 \ \forall x \in I \quad |x - a| \leq \delta \Rightarrow |f(x) - l| \leq \varepsilon$$

**Définition 5.1.3.** On dit que $f$ admet une ***limite finie*** $l$ ***en*** $+\infty$ si

$$\forall \varepsilon > 0 \ \exists B \in \mathbb{R} \ \forall x \in I \quad x \geq B \Rightarrow |f(x) - l| \leq \varepsilon$$

**Définition 5.1.4.** On dit que $f$ admet une ***limite finie*** $l$ ***en*** $-\infty$ si

$$\forall \varepsilon > 0 \ \exists B \in \mathbb{R} \ \forall x \in I \quad x \leq B \Rightarrow |f(x) - l| \leq \varepsilon$$

Si $f$ admet une limite finie $l$ en $a \in \overline{\mathbb{R}}$ on note $\lim\limits_{x \to a} f(x) = l$ ou $\lim\limits_{a} f = l$ ou $f(x) \underset{x \to a}{\to} l$

**Proposition 5.1.1.** Si $f$ admet une limite finie $l$ en $a \in \overline{\mathbb{R}} = \mathbb{R} \cup \pm\infty$, celle-ci est unique.

### 5.1.2 Limite infinie

**Définition 5.1.5.** Soit $a$ un réel. On dit que
- $f$ tend vers $+\infty$ en $a$ si

$$\forall A \in \mathbb{R} \ \exists \delta > 0 \ \forall x \in I \quad |x - a| \leq \delta \Rightarrow f(x) \geq A$$

- $f$ tend vers $-\infty$ en $a$ si

$$\forall A \in \mathbb{R} \ \exists \delta > 0 \ \forall x \in I \quad |x - a| \leq \delta \Rightarrow f(x) \leq A$$

- $f$ tend vers $+\infty$ en $+\infty$ si
$$\forall A\in\mathbb{R}\ \exists B\in\mathbb{R}\ \forall x\in I\quad x\geq B\Rightarrow f(x)\geq A$$
- $f$ tend vers $+\infty$ en $-\infty$ si
$$\forall A\in\mathbb{R}\ \exists B\in\mathbb{R}\ \forall x\in I\quad x\leq B\Rightarrow f(x)\geq A$$
- $f$ tend vers $-\infty$ en $+\infty$ si
$$\forall A\in\mathbb{R}\ \exists B\in\mathbb{R}\ \forall x\in I\quad x\geq B\Rightarrow f(x)\leq A$$
- $f$ tend vers $-\infty$ en $-\infty$ si
$$\forall A\in\mathbb{R}\ \exists B\in\mathbb{R}\ \forall x\in I\quad x\leq B\Rightarrow f(x)\leq A$$

Si $f$ admet une limite infinie $\pm\infty$ en $a\in\overline{\mathbb{R}}$ on note $\lim\limits_{x\to a}f(x)=\pm\infty$ ou $\lim\limits_{a}f=\pm\infty$ ou $f(x)\underset{x\to a}{\to}\pm\infty$

**Limites classiques**

Pour tout $n\geq 0$ on a :

- $\lim\limits_{x\to+\infty}x^n=+\infty$ et $\lim\limits_{x\to-\infty}x^n=\begin{cases}+\infty & \text{si } n \text{ est pair}\\ -\infty & \text{si } n \text{ est impair}\end{cases}$
- $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{1}{x^n}=0$ et $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{1}{x^n}=0$
- Soit $P(x)=a_nx^n+a_{n-1}x^{n-1}+\ldots+a_1x+a_0$ avec $a_n>0$ et $Q(x)=b_mx^m+b_{m-1}x^{m-1}+\ldots+b_1x+b_0$ avec $b_m>0$.
$$\lim_{x\to+\infty}\frac{P(x)}{Q(x)}=\begin{cases}+\infty & \text{si } n>m\\ \dfrac{a_n}{b_m} & \text{si } n=m\\ 0 & \text{si } n<m\end{cases}$$

### 5.1.3 Limite à gauche et limite à droite

**Définition 5.1.6.** Soit $f$ une fonction définie sur $I$ et soit $a$ un réel.
La ***limite à gauche*** de $f$ en $a$ est la limite en $a$ de la restriction de $f$ à $I\cap(-\infty,a)$.
On la note
$$\lim_{x\to a^-}f(x)$$
La ***limite à droite*** de $f$ en $a$ est la limite en $a$ de la restriction de $f$ à $I\cap(a,+\infty)$.
On la note
$$\lim_{x\to a^+}f(x)$$
Dire que $f:I\to\mathbb{R}$ admet une limite $l\in\mathbb{R}$ à droite en $a$ signifie donc :
$$\forall\varepsilon>0\ \exists\delta>0\quad a\leq x\leq a+\delta\Rightarrow|f(x)-l|\leq\varepsilon$$

**Théorème 5.1.1.** Si $f$ est définie sur $[a-\delta,a)\cup(a,a+\delta]$
$$\lim_{x\to a}f(x)=l\Leftrightarrow\lim_{x\to a^+}f(x)=\lim_{x\to a^-}f(x)=l$$

**Théorème 5.1.2.** Toute fonction admettant une limite finie en $a\in\overline{\mathbb{R}}$ est bornée au voisinage de $a$.

### 5.1.4 Opérations avec les limites

**Proposition 5.1.2.** Si $\lim_a f = l$ et $\lim_a g = l'$ avec $l, l' \in \mathbb{R}$, alors

- $\lim_a (\lambda f) = \lambda l$, pour tout $\lambda \in \mathbb{R}$
- $\lim_a f + g = l + l'$
- $\lim_a f \cdot g = l \cdot l'$
- $\lim_a \frac{1}{f} = \frac{1}{l}$ si $l \neq 0$. De plus si $\lim_a f = \pm\infty$ alors $\lim_a \frac{1}{f} = 0$
- $\lim_a (g \circ f) = l'$ si $\lim_a f = l$ et $\lim_l g = l'$

### 5.1.5 Forme indéterminée

$$+\infty - \infty, \quad 0 \cdot \infty, \quad \frac{\infty}{\infty}, \quad \frac{0}{0}, \quad 1^\infty, \quad 0^0, \quad \infty^0$$

**Proposition 5.1.3.** Soit $f$ bien définie au voisinage du réel $a$. Alors :

$$\lim_{x \to a} f(x) = l \Leftrightarrow \lim_{h \to 0} f(a+h) = l$$

**Théorème 5.1.3.** (Théorème De L'Hôpital)
Soient $f$ et $g$ deux fonctions continues sur un intervalle $I$ contenant $a$. On suppose que $f$ et $g$ sont dérivables sur $I \setminus \{a\}$, avec $a \in \overline{\mathbb{R}}$ et que $g'(x) \neq 0$ pour $x \neq a$. Si $\lim_{x \to a} f(x) = \lim_{x \to a} g(x) = 0$ ou si $\lim_{x \to a} f(x) = \lim_{x \to a} g(x) = \pm\infty$, alors

$$\lim_{x \to a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \to a} \frac{f'(x)}{g'(x)}$$

sous condition que cette dernière existe ou est infinie.

### 5.1.6 Théorème de la limite monotone

**Théorème 5.1.4.** Soit $f$ définie sur $I = (a, b)$ avec $a, b \in \overline{\mathbb{R}}$. Si $f$ est monotone sur $I$, alors elle admet une limite (finie ou infinie) en $a$ et $b$.

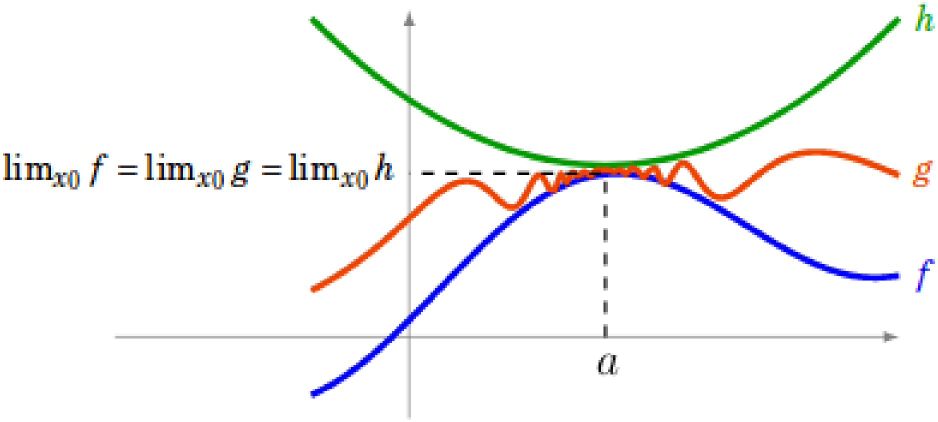
1. Si $f$ est croissante sur $I$, alors
   - Si $f$ est majorée sur $I$, $f$ admet une limite finie en $b$, sinon $\lim_{x \to b^-} f(x) = +\infty$.
   - Si $f$ est minorée sur $I$, $f$ admet une limite finie en $a$, sinon $\lim_{x \to a^+} f(x) = -\infty$.
2. Si $f$ est décroissante sur $I$, alors
   - Si $f$ est minorée sur $I$, $f$ admet une limite finie en $b$, sinon $\lim_{x \to b^-} f(x) = -\infty$.
   - Si $f$ est majorée sur $I$, $f$ admet une limite finie en $a$, sinon $\lim_{x \to a^+} f(x) = +\infty$.

### 5.1.7 Théorème d'encadrement/gendarmes

**Théorème 5.1.5.** Soit trois fonctions $f$, $g$ et $h$ et $a \in \overline{\mathbb{R}}$.

Si $f(x) \leq g(x) \leq h(x)$ et $\lim_{x \to a} f(x) = \lim_{x \to a} h(x) = l$, alors $\lim_{x \to a} g(x) = l$

**Corollaire 5.1.1.** Le produit d'une fonction de limite nulle et d'une fonction bornée a pour limite zéro.



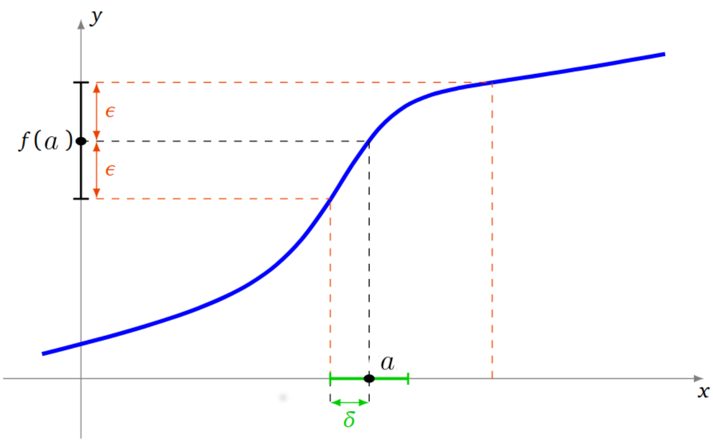

### 5.1.8 Continuité

**Définition 5.1.7.** Une fonction $f : I \to \mathbb{R}$ est

- ***continue en un point*** $a \in I$ si

$$\forall \varepsilon > 0 \; \exists \delta > 0 \; \forall x \in I \quad |x - a| \leq \delta \Rightarrow |f(x) - f(a)| \leq \varepsilon$$

  c'est-à-dire si $f$ admet une limite en $a$ et cette limite vaut nécessairement $f(a)$.
- ***continue sur*** $I$ si $f$ est continue en tout point de $I$.



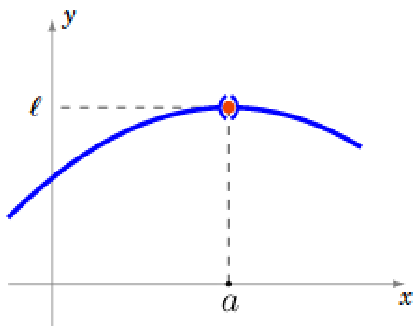

**Prolongement par continuité**

**Définition 5.1.8.** Soit $I$ un intervalle, $a$ un point de $I$ et $f : I \setminus \{a\} \to \mathbb{R}$ une fonction.

- On dit que $f$ est ***prolongeable par continuité en*** $a$ si $f$ admet une limite finie en $a$. Notons alors $l = \lim_{a} f$.
- On définit alors la fonction $\tilde{f} : I \to \mathbb{R}$ en posant $\forall x \in I$

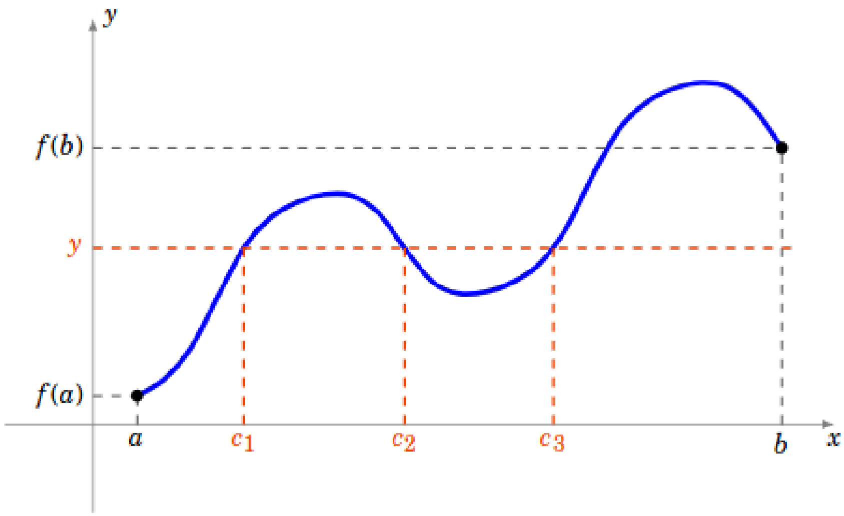
$$\tilde{f}(x) = \begin{cases} f(x) & \text{si } x \neq a \\ l & \text{si } x = a \end{cases}$$

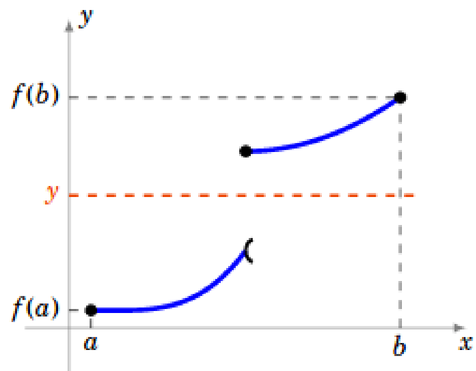
  Alors $\tilde{f}$ est continue en $a$ et on l'appelle le ***prolongement par continuité*** de $f$ en $a$.



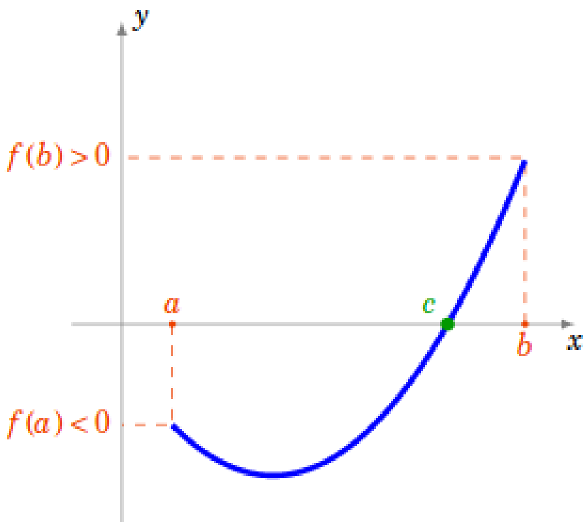

**Continuité sur un intervalle**

**Théorème 5.1.6.** (Théorème des valeurs intermédiaires)
Soit $f : [a, b] \to \mathbb{R}$ une fonction continue sur un segment.
Pour tout réel $y$ compris entre $f(a)$ et $f(b)$, il existe $c \in [a, b]$ tel que $f(c) = y$.




**Corollaire 5.1.2.** Soit $f : [a, b] \to \mathbb{R}$ une fonction continue sur un segment.
Si $f(a) \cdot f(b) < 0$, alors il existe $c \in (a, b)$ tel que $f(c) = 0$.



## 5.2 Fonctions équivalentes

**Définition 5.2.1.** Soient $f$ et $g$ deux fonctions définies dans un voisinage $\mathcal{V}$ de $a$ (éventuellement privé de $a$ si $f$ ou $g$ n'est pas définie en $a$).

On dit que $f$ est ***équivalente à*** $g$ s'il existe une fonction $\varepsilon : \mathcal{V} \to \mathbb{R}$ telle que

- $f(x) = g(x)\varepsilon(x)$ pour tout $x \in \mathcal{V}$
- $\lim\limits_{x\to a} \varepsilon(x) = 1$

On note alors $f \underset{a}{\sim} g$ ou encore $f(x) \underset{a}{\sim} g(x)$, c'est-à-dire "$f$ est équivalente à $g$ au voisinage de $a$".

Cette écriture équivaut à $\lim\limits_{x\to a} \dfrac{f(x)}{g(x)} = 1$.

<u>Remarque</u> : $\lim\limits_{x\to a} f(x) = \lim\limits_{x\to a} g(x) \;\not\Rightarrow\; f \underset{a}{\sim} g$, mais $f \underset{a}{\sim} g \;\Rightarrow\; \lim\limits_{x\to a} f(x) = \lim\limits_{x\to a} g(x)$

### 5.2.1 Équivalents usuels

**Proposition 5.2.1.** Soit $f$ une fonction définie sur $I$. Supposons que $f$ soit dérivable en un point $a$ de $I$ et que $f'(a) \neq 0$. Alors, au voisinage de $a$ :

$$f(x) - f(a) \sim f'(a)(x-a)$$

**Équivalents usuels au voisinage de 0**

$$\ln(1+x) \underset{0}{\sim} x \qquad \sin x \underset{0}{\sim} x$$
$$e^x - 1 \underset{0}{\sim} x \qquad \tan x \underset{0}{\sim} x$$
$$(1+x)^\alpha - 1 \underset{0}{\sim} \alpha x \qquad \arctan x \underset{0}{\sim} x$$

<u>Remarque</u> : Une fonction polynomiale non nulle est :

- au voisinage de 0, équivalente à son terme de plus bas degré ;
- au voisinage de $+\infty$ ou $-\infty$, équivalente à son terme de plus haut degré.

**Proposition 5.2.2.** Si $f \underset{a}{\sim} g$, alors $f$ et $g$ sont de même signe au voisinage de $a$.

### 5.2.2 Opérations sur les équivalents

**Proposition 5.2.3.** La relation $\sim$ est une relation d'équivalence. Elle est :

- *réflexive* : $f \underset{a}{\sim} f$
- *symétrique* : si $f \underset{a}{\sim} g$, alors $g \underset{a}{\sim} f$
- *transitive* : si $f \underset{a}{\sim} g$ et $g \underset{a}{\sim} h$, alors $f \underset{a}{\sim} h$

**Proposition 5.2.4.**

- *Multiplication* : si $f_1 \underset{a}{\sim} f_2$ et $g_1 \underset{a}{\sim} g_2$, alors $f_1 g_1 \underset{a}{\sim} f_2 g_2$.

- *Inverse* : si $f \underset{a}{\sim} g$ et si $f$ et $g$ ne s'annulent pas au voisinage de $a$, alors $\frac{1}{f} \underset{a}{\sim} \frac{1}{g}$
- *Division* : si $f_1 \underset{a}{\sim} f_2$ et $g_1 \underset{a}{\sim} g_2$ et si $g_1$ et $g_2$ ne s'annulent pas au voisinage de $a$, $f_1/g_1 \underset{a}{\sim} f_2/g_2$.
- *Puissance* : si $f \underset{a}{\sim} g$ et si $f, g > 0$ au voisinage de $a$, alors $f^\alpha \underset{a}{\sim} g^\alpha$, $\forall \alpha \in \mathbb{R}$

Remarque : Le symbole $\sim$ ne se manipule pas comme le signe $=$, notamment lorsqu'on a une somme. On n'additionne pas les équivalents :

$$si\ f_1 \underset{a}{\sim} g_1 \text{ et } f_2 \underset{a}{\sim} g_2 \;\not\Rightarrow\; f_1 + f_2 \underset{a}{\sim} g_1 + g_2$$

**Composition de fonctions équivalentes**

**Proposition 5.2.5. Composition à droite**
Soient $f$ et $g$ deux fonctions définies au voisinage de $a \in \overline{\mathbb{R}}$. Soit $h$ une fonction définie au voisinage de $b \in \overline{\mathbb{R}}$. On a :

$$f(t) \underset{a}{\sim} g(t) \quad \text{et} \quad \lim_{x \to b} h(x) = a \;\Rightarrow\; f(h(x)) \underset{b}{\sim} g(h(x))$$

**Proposition 5.2.6. Composition à gauche d'un logarithme**
Soient $f$ et $g$ deux fonctions définies au voisinage de $a \in \overline{\mathbb{R}}$.
Si $f \underset{a}{\sim} g$ et $\lim\limits_{a} g(x) = l$ avec $l \in \overline{\mathbb{R}_+} \setminus \{1\}$, alors $\ln(f) \underset{a}{\sim} \ln(g)$

**Proposition 5.2.7. Composition à gauche d'une exponentielle**
Soient $f$ et $g$ deux fonctions définies au voisinage de $a \in \overline{\mathbb{R}}$.
Si $f \underset{a}{\sim} g$ et $\lim\limits_{a} f(x) - g(x) = 0$, alors $e^f \underset{a}{\sim} e^g$

### 5.2.3 Applications des équivalents

- *Un équivalent donne une idée de l'allure de la courbe au voisinage d'un point.*

  **Proposition 5.2.8.** Soient deux fonctions $f, g : I \to \mathbb{R}$ et $a \in \overline{\mathbb{R}}$.
  Si au voisinage du point $a$, $f \underset{a}{\sim} g$, alors $C_f$ et $C_g$ ont la même allure.

- *Un équivalent donne localement le signe de la fonction.*

  **Proposition 5.2.9.** Soient deux fonctions $f, g : I \to \mathbb{R}$ et $a \in \overline{\mathbb{R}}$.
  Si au voisinage du point $a$, $f \underset{a}{\sim} g$, alors il existe un voisinage $\mathcal{V}$ de $a$ sur lequel $f$ et $g$ ont même signe.

- *Un équivalent donne la limite.*

  **Théorème 5.2.1.** Soient deux fonctions $f, g : I \to \mathbb{R}$ et $a \in \overline{\mathbb{R}}$.
  Si $f \underset{a}{\sim} g$ et $g(x) \underset{x \to a}{\to} l$, alors $f(x) \underset{x \to a}{\to} l$

Remarques :

- Pour déterminer la limite d'une fonction, on pourra ainsi rechercher un équivalent simple de la fonction.
- Lorsqu'on cherche un équivalent au voisinage de $a \in \mathbb{R}^*$, on pourra se ramener en 0, en posant $t = x - a$.

## 5.3 Négligeabilité

**Définition 5.3.1.** Soient $f$ et $g$ deux fonctions définies dans un voisinage $\mathcal{V}$ de $a$ (éventuellement privé de $a$ si $f$ ou $g$ n'est pas définie en $a$).

On dit que $f$ est ***négligeable devant*** $g$ s'il existe une fonction $\varepsilon : \mathcal{V} \to \mathbb{R}$ telle que

- $f(x) = g(x)\varepsilon(x)$, pour tout $x \in \mathcal{V}$
- $\lim\limits_{x\to a} \varepsilon(x) = 0$

On note alors $f \underset{a}{=} o(g)$ ou encore $f(x) \underset{a}{=} o(g(x))$, c'est-à-dire "$f$ est un petit-o de $g$ au voisinage de $a$".

Cette écriture équivaut à $\lim\limits_{x\to a} \dfrac{f(x)}{g(x)} = 0$.

### 5.3.1 Croissances comparées

**Théorème 5.3.1.** Soient $a, b, \alpha, \beta \in \mathbb{R}$.

- Si $\alpha < \beta$ : $x^\alpha \underset{+\infty}{=} o(x^\beta)$
- Si $0 < a < b$ : $a^x \underset{+\infty}{=} o(b^x)$
- Si $\alpha, \beta > 1$ : $x^\alpha \underset{+\infty}{=} o(e^{\beta x})$
- Si $\alpha > 0$ : $(\ln x)^\beta \underset{+\infty}{=} o(x^\alpha)$

**Théorème 5.3.2.** Soient $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$.

- Si $\alpha < \beta$ : $x^\beta \underset{0}{=} o(x^\alpha)$
- Si $\alpha > 0$ : $|\ln x|^\beta \underset{0}{=} o(x^{-\alpha})$

### 5.3.2 Opérations sur les petits o

**Proposition 5.3.1.**

- *Transitivité* : si $f \underset{a}{=} o(g)$ et $g \underset{a}{=} o(h)$, alors $f \underset{a}{=} o(h)$
- *Multiplication par un réel non nul* : si $f \underset{a}{=} o(g)$ et $\lambda \neq 0$, alors
$$f \underset{a}{=} o(\lambda g) \quad \text{et } \lambda f \underset{a}{=} o(g)$$
- *Somme* : si $f_1 \underset{a}{=} o(g)$ et $f_2 \underset{a}{=} o(g)$, alors pour tout $(\lambda_1, \lambda_2) \in \mathbb{R}^2$
$$\lambda_1 f_1 + \lambda_2 f_2 \underset{a}{=} o(g)$$
- *Multiplication* : si $f_1 \underset{a}{=} o(g_1)$ et $f_2 \underset{a}{=} o(g_2)$, alors
$$f_1 f_2 \underset{a}{=} o(g_1 g_2)$$
- *Composition à droite* : si $f \underset{a}{=} o(g)$ et $\lim\limits_{b} \varphi = a$, alors
$$f \circ \varphi \underset{b}{=} o(g \circ \varphi)$$

Remarque : On n'additionne pas des relations de négligeabilité membre à membre :

$$f_1 \underset{a}{=} o(g_1) \text{ et } f_2 \underset{a}{=} o(g_2) \;\not\Rightarrow\; f_1 + f_2 \underset{a}{=} o(g_1 + g_2)$$

### 5.3.3 Équivalence et négligeabilité

**Proposition 5.3.2.** Soient $f$ et $g$ deux fonctions définies dans un voisinage $\mathcal{V}$ de $a$ (éventuellement privé de $a$ si $f$ ou $g$ n'est pas définie en $a$). Alors :

$$f \underset{a}{=} o(g) \Leftrightarrow f + g \underset{a}{\sim} g$$

Remarques : Si $\lim\limits_{x \to a} \varepsilon(x) = 0$ de manière équivalente on a au voisinage de $a$ :

- Si $f(x) \underset{a}{\sim} g(x) \Leftrightarrow f(x) = g(x)(1 + \varepsilon(x))$
- Si $f(x) = o(g(x)) \Leftrightarrow f(x) = g(x)\varepsilon(x)$

## 5.4 Domination

**Définition 5.4.1.** Soient $f$ et $g$ deux fonctions définies dans un voisinage $\mathcal{V}$ de $a$ (éventuellement privé de $a$ si $f$ ou $g$ n'est pas définie en $a$).

On dit que $f$ est ***dominée par*** $g$ s'il existe une constante $k$ telle que telle que $|f(x)| \leq k|g(x)|$ pour tout $x \in \mathcal{V}$.

On note $f \underset{a}{=} \mathcal{O}(g)$ ou encore $f(x) \underset{a}{=} \mathcal{O}(g(x))$, c'est-à-dire "$f$ est un grand-$\mathcal{O}$ de $g$ au voisinage de $a$".

Cette écriture équivaut à $\lim\limits_{x \to a} \dfrac{f(x)}{g(x)} = l$, donc $\dfrac{f}{g}$ est bornée au voisinage de $a$.

**Proposition 5.4.1.** La négligeabilité et l'équivalence impliquent la domination.

$$\text{Si } f \underset{a}{=} o(g) \text{ ou si } f \underset{a}{\sim} g, \text{ alors } f \underset{a}{=} \mathcal{O}(g)$$

Remarque : La réciproque est fausse.

**Opérations sur les grands $\mathcal{O}$**

**Proposition 5.4.2.**

- *Transitivité* : si $f \underset{a}{=} \mathcal{O}(g)$ et $g \underset{a}{=} \mathcal{O}(h)$, alors $f \underset{a}{=} \mathcal{O}(h)$
- *Multiplication par un réel non nul* : si $f \underset{a}{=} \mathcal{O}(g)$ et $\lambda \neq 0$, alors
$$f \underset{a}{=} \mathcal{O}(\lambda g)$$
- *Multiplication* : si $f_1 \underset{a}{=} \mathcal{O}(g_1)$ et $f_2 \underset{a}{=} \mathcal{O}(g_2)$, alors
$$f_1 f_2 \underset{a}{=} \mathcal{O}(g_1 g_2)$$
- *Somme* : si $f_1 \underset{a}{=} \mathcal{O}(g)$ et $f_2 \underset{a}{=} \mathcal{O}(g)$, alors pour tout $(\lambda_1, \lambda_2) \in \mathbb{R}^2$,
$$\lambda_1 f_1 + \lambda_2 f_2 \underset{a}{=} \mathcal{O}(g)$$

- *Composition à droite* : si $f \underset{a}{=} \mathcal{O}(g)$ et $\lim\limits_{b} \varphi = a$, alors

$$f \circ \varphi \underset{b}{=} \mathcal{O}(g \circ \varphi)$$

Remarque : On n'additionne pas des relations de domination membre à membre :

$$f_1 \underset{a}{=} \mathcal{O}(g_1) \text{ et } f_2 \underset{a}{=} \mathcal{O}(g_2) \quad \not\Rightarrow \quad f_1 + f_2 \underset{a}{=} \mathcal{O}(g_1 + g_2)$$