

TP ME1 : Évaluation expérimentale d'une grandeur et prise en compte des incertitudes de mesure

Objectifs

Estimer expérimentalement la valeur d'une grandeur est un travail plutôt aisé et rapide. Il est en revanche beaucoup plus compliqué et long, bien que tout aussi indispensable, d'évaluer l'incertitude associée à cette estimation. Qu'il s'agisse d'une manipulation délicate, de variations aléatoires, du rôle de l'instrument ou d'erreurs systématiques, les sources d'erreurs à l'origine de l'incertitude de mesure sont nombreuses et difficilement quantifiables. Réaliser en travaux pratiques un mesurage correct semble ainsi très souvent irréaliste aux étudiants scientifiques. C'est pourtant un travail nécessaire.

L'objectif de ce TP d'introduction, à travers des expériences simples, est d'établir des méthodes permettant à chacun de gérer sereinement un calcul d'incertitude lors d'une épreuve en fonction des situations qu'il rencontre.

Nous prendrons comme support expérimental la détermination de la masse volumique ρ de corps supposés homogènes. Sous cette hypothèse, un modèle théorique classique permet de relier la masse volumique d'un corps à la masse m et au volume V d'un échantillon de ce corps selon l'équation :

$$\rho = \frac{m}{V}$$

Durant tout le TP, on adoptera les notations suivantes : lors de la mesure d'une grandeur X , on notera x_i la valeur du i -ème mesurage de X et $s(x_i)$ l'incertitude-type associée. Le résultat obtenu pour le i -ème mesurage s'écrira donc de la manière suivante :

$$X = x_i \pm s(x_i)$$

I. Présentation du matériel

Le matériel utilisé pour ce TP est, par poste élève :

- ☐ un bloc de bois parallélépipédique ;
- ☐ un jeu d'écrous métalliques ;
- ☐ unè règle ;
- ☐ un pied à coulisse ;
- ☐ un mètre ruban ;
- ☐ de la ficelle ;
- ☐ une balance et sa documentation technique ;
- ☐ une éprouvette graduée ;
- ☐ un ordinateur muni des logiciels Regressi et GUM.

Le professeur disposera du même matériel, ainsi que d'un vidéoprojecteur relié à l'ordinateur.

II. Mesure unique d'une grandeur : évaluation de type B

Il s'agit ici de déterminer la masse volumique du bloc de bois présent sur la paillasse. Cette mesure peut-être notamment réalisée par la mesure de quatre grandeurs dites « d'entrée » : les longueurs a , b et c des trois côtés du bloc ainsi que sa masse m . La masse volumique du bloc s'écrit en effet :

$$\rho = \frac{m}{a \times b \times c}$$

On dit alors que ρ est la grandeur de « sortie » du mesurage.

1. Mesure de la masse

On dispose ici d'une balance numérique c'est-à-dire d'un instrument à afficheur sur lequel on lit directement la valeur indiquée et dont le constructeur indique la précision.

☞ Schématiser l'ensemble du dispositif de mesure ainsi que le bloc de bois.

🔍 Rechercher dans la notice de la balance, **avant de faire la mesure de masse**, l'indication permettant d'établir la valeur de l'incertitude associée. Expliquer ce calcul sur le compte-rendu de TP.

☞ Noter la valeur m_{exp} indiquée par la balance et en déduire l'incertitude associée $s(m_{\text{exp}})$. On rappelle que toute incertitude est elle-même assortie d'une incertitude d'environ 10%. On ne gardera donc par conséquent qu'un seul chiffre significatif pour $s(m_{\text{exp}})$. Vérifier la cohérence du résultat.

2. Mesure de longueur à la règle

On dispose cette fois d'un instrument gradué. On doit tenir compte des graduations mais aussi de la manipulation de l'opérateur pour déterminer l'incertitude expérimentale. Dans le cas d'une mesure de longueur à la règle, il y a deux positions à relever.

☞ Schématiser le principe de la mesure de longueur de l'un des côtés en faisant figurer les positions a_1 et a_2 des deux faces sur la règle ainsi que la distance a qui les séparent.

☞ Estimer séparément, **avant de faire la mesure**, l'incertitude de manipulation et l'incertitude de lecture sur la règle. Peut-on considérer que l'une de ces deux sources domine l'autre ? En déduire l'incertitude-type que l'on prendra en compte pour la mesure de longueur de chacun des côtés. On pourra s'aider du tableau ci-dessous.

Loi mathématique	Incertitude-type composée
$c = a + b$ ou $c = a - b$	$s_c = \sqrt{(s_a)^2 + (s_b)^2}$
$c = ab$ ou $c = \frac{a}{b}$	$\frac{s_c}{c} = \sqrt{\left(\frac{s_a}{a}\right)^2 + \left(\frac{s_b}{b}\right)^2}$
$c = ka$ (k constante)	$s_c = ks_a$
$c = a^p b^q$ ou $c = \frac{a^p}{b^q}$	$\frac{s_c}{c} = \sqrt{\left(p \frac{s_a}{a}\right)^2 + \left(q \frac{s_b}{b}\right)^2}$

- ✎ Expliquer la démarche qui a été suivie et reporter les résultats sur le compte rendu.
- ✎ Mesurer puis noter sur le compte-rendu les valeurs obtenues pour les longueurs a , b et c .
- ✎ Quels avantages ou inconvénients y aurait-il à utiliser un pied à coulisse ? Un mètre ruban ?

3. Exploitation

- ✎ Utiliser le tableau précédent pour propager les incertitudes et établir le résultat expérimental de la mesure de masse volumique du bloc de bois.
- ✎ Vérifier le résultat à l'aide du logiciel GUM. Discuter des situations où ce logiciel est vraiment utile.

III. Vérification d'une loi physique : utilisation d'une régression linéaire

Une méthode très répandue permettant d'accéder à la valeur d'une grandeur X quelconque assortie d'une incertitude expérimentale consiste à faire varier une grandeur d'entrée Y et à suivre l'évolution d'une grandeur de sortie Z reliée à la grandeur d'entrée par une loi théorique linéaire ou affine :

$$Z = X \times Y \quad \text{ou} \quad Z = X \times Y + K$$

le coefficient directeur de la loi théorique correspondant à la grandeur X recherchée.

1. Remplissage d'un tableau de valeurs et réalisation d'une courbe expérimentale

- ✎ Reporter le résultat de votre mesure (avec incertitude) au tableau et récupérer les mesures des autres groupes.¹
- ✎ Lancer le logiciel Regressi et entrer les données de masse et de volume ainsi que leurs incertitudes.
- ✎ Afficher la courbe $m = f(V)$.

2. Ajustement et exploitation des données expérimentales

- ✎ Utiliser l'outil de modélisation pour ajuster cette courbe par une fonction linéaire. Imprimer et coller la courbe $m = f(V)$ ainsi que son ajustement. Ajouter titre et légende afin que ce qui a été fait apparaisse clairement. Noter les résultats de l'ajustement sur le compte-rendu.

Pour que cette méthode soit validée, il faut s'assurer que l'ajustement utilisé est convenable. Pour cela, on effectue l'« analyse des résidus » où l'on cherche à vérifier deux critères :

- Aucun point n'est à plus de deux fois l'incertitude-type de la courbe d'ajustement.
- La répartition des points autour de la courbe d'ajustement semble aléatoire.

- ✎ Indiquer, en justifiant la réponse, si le résultat obtenu est valide.

- ✎ Utiliser l'outil de modélisation pour ajuster la courbe par une fonction affine. L'ajustement est-il meilleur ou moins bon ? Que peut-on alors dire de la qualité du protocole de mesurage ?

1. Si le temps vous le permet, vous pouvez aussi reprendre quelques mesures pour d'autres blocs.

⚡ Quel(s) avantage(s) apporte(nt) la méthode de régression linéaire par rapport au calcul d'une simple moyenne des valeurs mesurées de ρ pour chaque bloc de bois ?

IV. Nombreuses répétitions d'une même mesure : évaluation de type A de l'incertitude et indice de confiance

Utiliser un moyen statistique pour quantifier une erreur de mesure constitue une évaluation de type A. Un opérateur doit alors reproduire un grand nombre de fois sa mesure dans des conditions identiques. Il existe des laboratoires de métrologie spécialisés dans ce type d'analyse. Ils cherchent le plus souvent à établir ou à affiner les valeurs de constantes fondamentales. Il est cependant rare qu'un expérimentateur quelconque est la capacité physique de réaliser ce type d'évaluation convenablement.

Dans le cadre du TP d'aujourd'hui, une analyse statistique peut être réalisée en mutualisant l'ensemble des mesures obtenues par l'ensemble des groupes de TP des cinq classes de MPSI. Cette analyse est certes imparfaite car elle ne vérifie pas totalement les conditions de répétabilité mais elle reste assez fiable car elle fait appel à des opérateurs indépendants, ce qui réduit l'introduction d'erreurs systématiques.

⚡ Une fois la mesure de masse volumique effectuée pour le plus petit bloc de bois, ajouter le résultat à la feuille de calcul qu'aura préparée le professeur.

✉ Dès que le professeur fera parvenir à la classe l'ensemble des résultats des cinq classes de MPSI, déterminer la valeur moyenne et l'écart-type de ces données.

⚡ Proposer une méthode pour tenir compte de ce résultat dans l'évaluation de la masse volumique des blocs de bois.

Remarque : une analyse statistique expérimentale plus complète sera menée lors du prochain TP.

V. Ouverture : recherche d'un protocole minimisant les incertitudes de mesure

Dans cette dernière partie, c'est en autonomie que le travail devra être réalisé. L'objectif est de déterminer la masse volumique des écrous présents sur la paillasse à l'aide de la liste de matériel fournie.

✉ Proposer et mettre en œuvre un protocole expérimental permettant la mesure la plus précise de la masse volumique des écrous. On attend que la démarche expérimentale soit correctement décrite et que les résultats soient tous justifiés.

VI. Ce qu'il faut retenir

Rédiger sur le cahier de laboratoire, à la suite des notes de TP, une fiche-bilan rappelant :

- * *les méthodes expérimentales qui ont été acquises,*
- * *les lois physiques qui ont été démontrées ou utilisées,*
- * *les nouvelles fonctions des appareils auxquelles on a fait appel. Pour ces dernières, préciser leur rôle et les moyens de les activer.*

R 417

Français

KERN	PCB 3500-2	PCB 6000-1	PCB 6000-0	PCB 10000-1
Lisibilité (d)	0,01 g	0,1 g	1 g	0,1 g
Plage de pesée (max) (d)	3500 g	6 kg	6 kg	10 kg
Plage de tarage (par soustraction)	3500 g	6 kg	6 kg	10 kg
Reproductibilité	0,02 g	0,1 g	1 g	0,1 g
Linéarité	0,04 g	± 0,3 g	± 2 g	± 0,3 g
Poids minimum à la pièce en comptage	0,02 g	0,2 g	2 g	0,2 g
Temps de préchauffage	2 heures	2 heures	30 minutes	2 heures
Quantités de pièces de référence en comptage du nombre de pièces	5, 10, 20, 25, 50			
Unités de pesage	Détails « unités de pesée » voir au chap. 9.3			
Poids d'ajustage recommandé n'est pas joint (catégorie) Détails concernant „Sélection du poids de calibrage“ au chap. 9.3	3000 g (F1)	5000 g (F2)	5000 g (M2)	10 kg (F1)
Essai de stabilité (typique)	3 sec.			
Température de fonctionnement	+ 5° C + 35° C			
Degré hygrométrique	max. 80 % (non condensant)			
Boîtier (larg x prof x haut) mm	163 x 245 x 79			
Plateau de balance mm	130 x 130	150 x 170	150 x 170	150 x 170
Poids kg (net)	1.4	2.0	2.0	2.0
Contrôleur alimentation en courant	220V-240V AC, 50 Hz / 9 V, 300 mA			
Fonctionnement à piles	Batterie monobloc de 9 V			
Accu (optionnel)	Durée de fonctionnement 24 h avec éclairage d'arrière-plan de l'affichage / Durée de fonctionnement 48 h sans éclairage d'arrière-plan de l'affichage/temps de charge 8 h			
Interface	RS 232			
Installation de pesage en sous-sol	en série			