Travaux Dirigés de Physique

Charles Tuchendler

MPSI 4 – Lycée Saint-Louis

Année 2018/2019

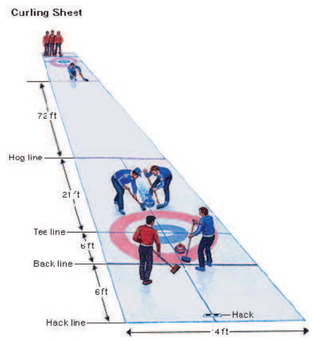
Table des matières

TD n° 7

Approche énergétique de la mécanique du point

Exercice n° 1 - Curling olympique

Le curling est un sport de précision pratiqué sur la glace avec des pierres lourdes en granite poli. Le but est de placer les pierres le plus près possible d'une cible dessinée sur la glace, appelée maison. Ce sport est présent aux jeux olympiques depuis 1998.



La pierre de curling, d'une masse m de 20 kg est lancée avec une vitesse initiale v_0 sur la piste horizontale. La force de frottement solide exercée par la piste est constante :

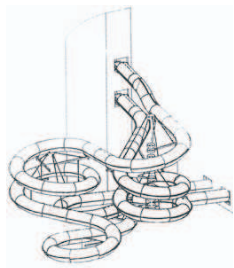
$$\overrightarrow{F_f} = -\mu\, m\, g\, \overrightarrow{u}$$

où $\overrightarrow{u}$ est un vecteur unitaire dirigé dans le sens du mouvement.

1. Justifier l'expression de la force de frottement. Comment appelle-t-on le coefficient μ ? Quelle est sa dimension ?
2. Pourquoi les joueurs de curling balayent-ils frénétiquement devant la pierre ?
3. En appliquant le principe fondamental de la dynamique à la pierre, et en le projetant sur l'axe horizontal, en déduire l'expression de la distance D parcourue par la pierre jusqu'à ce qu'elle s'arrête.
4. Calculer le travail de la force de frottement et le comparer à la variation d'énergie cinétique au cours du mouvement.
   Commenter.
5. Entre quelles valeurs doit être comprise la vitesse initiale pour que la pierre s'arrête dans le cercle qui permet de marquer des points, situé à une distance comprise entre 26.84 et 29.89 m de l'endroit du lancer ?
   Données : $\mu = 0{,}05$; $g = 9{,}8$ m.s^{-2}

Exercice n° 2 - Toboggan aquatique

Une personne assimilable à un point matériel M de masse m se lance sur un toboggan aquatique depuis une hauteur H mesurée par rapport au niveau du plan d'eau (Oxy). Elle démarre la descente sans vitesse initiale, et on considérera que le glissement a lieu sans frottement. Le toboggan a une forme d'hélice, inscrite sur un cylindre de rayon R et d'axe vertical (Oz). La cote z de tout point de l'hélice est reliée à l'angle θ des coordonnées cylindriques par la relation $z = k\theta$, où k est une constante positive.



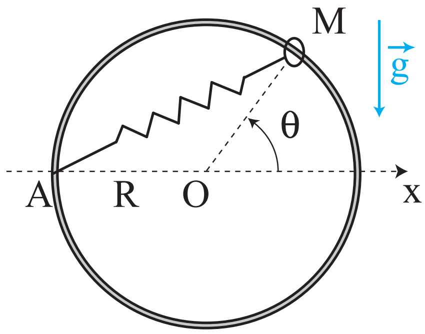
1. Déterminer l'expression de la vitesse v_f atteinte par la personne lorsqu'elle arrive dans l'eau. Quelle différence y a-t-il par rapport à une chute libre depuis la même hauteur H ?
2. Exprimer l'énergie mécanique instantanée $\mathcal{E}_m$ de la personne de fonction de $\theta(t)$ et de $\dot{\theta}(t)$.
3. En déduire que le mouvement de chute a lieu à accélération angulaire $\ddot{\theta}$ constante.

Exercice n° 3 - Position d'équilibre d'un anneau sur un cercle

Un anneau assimilable à un point matériel M de masse m peut glisser sans frottement sur une glissière circulaire de rayon R et de centre O. Cette glissière est placée dans un plan vertical, de sorte que l'anneau est soumis au champ de pesanteur terrestre.

En outre, l'anneau est attaché à un ressort de raideur k dont une extrémité est fixée à la glissière au point A. Sa position est repérée par l'angle θ entre le rayon OM et l'axe horizontal Ox. Pour simplifier les expressions, on considérera que la longueur au repos ℓ_0 du ressort est nulle.

1. Exprimer la longueur ℓ du ressort en fonction de l'angle θ.
2. Exprimer l'énergie potentielle E_p du système constitué de l'anneau et du ressort en fonction de l'angle θ.
3. Déterminer les positions d'équilibre de l'anneau.
4. Préciser si les positions d'équilibre obtenues sont stables.



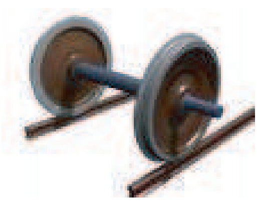
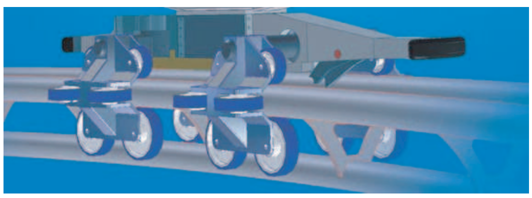
Exercice n° 4 - Looping

On s'intéresse au mouvement d'un wagonnet de parc d'attraction arrivant sur un looping après une grande descente.

Le wagonnet est assimilé à un point matériel M de masse m, et on considère que celui-ci roule sans frottement sur le rail constitué d'une grande descente de hauteur h, et d'un looping circulaire de rayon R et de centre C situé dans un plan vertical.

On repère la position du point M lorsque sa trajectoire est à l'intérieur du cercle par l'angle θ. A l'instant $t = 0$, le mobile est libéré sans vitesse initiale à une hauteur h par rapport au point I le plus bas du cercle.

1. On considère dans un premier temps que le roulement du wagonnet est réalisé à l'aide de roues similaires à des roues de train, comme celles représentées sur la figure a) ci-dessous.

a)  b) 

   (a) Comment qualifie-t-on le type de liaison s'exerçant entre les rails et les roues du wagonnet dans le cas a) ? Quelle conséquence cela a-t-il sur la force de réaction exercée sur le wagonnet par les rails ?

   (b) En utilisant le théorème de l'énergie cinétique, exprimer la norme v du point M lorsqu'il est à l'intérieur du demi-cercle.

   (c) En utilisant le principe fondamental de la dynamique, donner l'expression de la norme de la réaction $\vec{N}$ exercée par le rail sur M à l'intérieur du demi-cercle en fonction des variables θ et $\dot{\theta}$.

   (d) En exprimant la vitesse en fonction de $\dot{\theta}$, en déduire l'expression de N en fonction de la seule variable θ.

   (e) En déduire de quelle hauteur minimale h_{min} le wagonnet doit-il s'élancer sans vitesse initiale pour qu'il puisse passer le looping ? Que se passe-t-il dans le cas particulier où $h = 2R$?

   (f) Quelle est pour $h = h_{min}$ la norme de la vitesse alors atteinte juste à la fin du looping ? Quel est le mouvement ultérieur de la masse ?

   Données : $m = 200\ kg$, $R = 10\ m$, $g = 10\ m.s^{-1}$

2. On considère maintenant que le roulement du wagonnet est réalisé à l'aide de plusieurs jeux de roues comme celles représentées sur la figure b) précédente.

(a) Comment qualifie-t-on le type de liaison dans ce cas b) ? Quelle conséquence cela a-t-il sur la force de réaction exercée sur le wagonnet par les rails ?

(b) Exprimer la norme v' du point M lorsqu'il est à l'intérieur du demi-cercle.

(c) Donner l'expression de la norme la réaction $\overrightarrow{N}'$ exercée par le rail sur le wagonnet à l'intérieur du looping.

(d) De quelle hauteur minimale h'_{min} le wagonnet doit-il s'élancer sans vitesse initiale pour qu'il puisse passer le looping ?

3. Comparer les deux cas.

Exercice n° 5 - Trampoline

On considère un homme assimilé à un objet ponctuel de masse m, lâché sans vitesse initiale depuis une hauteur H par rapport à la surface d'un trampoline. On modélisera le trampoline par une plate-forme rigide et sans masse liée à un ressort vertical sans masse de raideur k attaché au sol. Le ressort a une longueur à vide ℓ_0.

Le mouvement se déroule dans le champ de pesanteur terrestre uniforme $g = 9,8$ m.s^{-2}. On néglige les forces de frottement. Le ressort du trampoline ne peut qu'être comprimé, sa longueur n'est en aucun cas supérieure à ℓ_0. On choisira comme origine des altitudes la position de la surface du trampoline lorsque celui-ci est au repos.

1. Faire un schéma du problème.
2. Déterminer la vitesse v_1 de l'homme juste avant de rentrer en contact avec le trampoline.
3. Déterminer l'énergie potentielle du système { homme + trampoline }, lorsque l'homme est dans les régions $z > 0$ et $z < 0$. On prendra $E_p(z = 0) = 0$. Tracer l'allure de la fonction $E_p(z)$.
4. En déduire la ou les position(s) d'équilibre possibles et sa(leur) stabilité(s).
5. Décrire le mouvement effectué par l'homme. Quelle est la relation vérifiee par $z_{\min}$? Que doit vérifier $z_{\min}$ pour que la plate-forme du trampoline ne touche jamais le sol ? En déduire une inégalité portant sur k, ℓ_0 et mgH et l'interpréter.
6. Montrer que l'énergie mécanique du système { homme + trampoline } se conserve.
   item En quel point la vitesse de l'homme est-elle maximale ?
7. Comment expliquer que dans la réalité l'athlète augmente son altitude H. Quel travail doit-il fournir pour l'augmenter de 5 m ? (on donne $m = 50$ kg)

Exercice n° 6 - Descente en luge au printemps

Un enfant descend une pente sur sa luge. La pente n'est enneigée que sur sa première partie, de sorte que la fin de la glisse se fait sur l'herbe. Il s'élance sans vitesse initiale du haut de la pente en O.

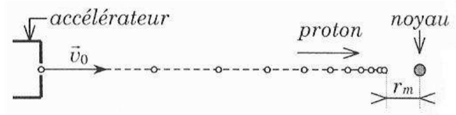
On assimile l'enfant à un point matériel M de masse m, qui glisse sur un support constitué de deux parties. La première (pente recouverte de neige) est un segment de longueur L incliné d'un angle α avec l'horizontale, et n'exerçant aucune force de frottement.

1. On considère dans un premier temps que la seconde partie (pente herbeuse) est un segment horizontal qui exerce une force de frottement solide de coefficients statique et dynamique f et μ. On notera O' l'intersection des deux segments.
   (a) Exprimer la vitesse de l'enfant à la fin de la pente enneigée en O'. La vitesse se conserve-t-elle au niveau de la rupture de pente en O' ? Que devient l'énergie "manquante" si la vitesse ne se conserve pas ?
   (b) Exprimer la distance D parcourue sur l'herbe, segment horizontal, jusqu'à l'arrêt de la luge, en faisant l'hypothèse que la vitesse se conserve au niveau de la rupture de pente.
2. On considère maintenant que la seconde partie herbeuse remonte en faisant un angle β avec l'horizontale.
   (a) Déterminer la distance D' parcourue sur la pente herbeuse. La luge remonte-t-elle jusqu'à son altitude initiale ?
   (b) A quelle condition sur β la luge restera immobile sur la pente en herbe ?

Exercice n° 7 - Fusion nucléaire

On cherche à calculer les conditions qui permettraient de réaliser la fusion de deux protons.

L'énergie potentielle dont dérive la force électrique exercée sur une particule de charge q est : $E_{p_1} = qU$ où U est la différence de potentiel à laquelle est soumise la particule.



1. Quelle est la vitesse v_0 communiquée par un accélérateur de particule à un proton de masse m_p et de vitesse initiale nulle soumis à une différence de potentiel U ?
2. La trajectoire rectiligne du proton ainsi accéléré quitte l'accélérateur et est envoyé sur le noyau d'un atome appartenant à une cible immobile.
   (a) Quelle est l'expression de la force qu'exerce le noyau de l'atome sur le proton, sachant que le noyau a une charge $+Z\,e$? On appellera r la distance entre le proton et le noyau.
   (b) Cette force est-elle conservative ? En déduire l'énergie potentielle E_{p_2} du proton dans cette phase du mouvement.
   (c) Quelle est la distance minimale r_m à laquelle le proton peut approcher du noyau de charge $+Z\,e$? On considérera que le proton vient de l'infini avec la vitesse v_0 déterminée auparavant.
   (d) Quelle devrait être la tension accélératrice U pour qu'un proton projectile puisse fusionner avec un proton cible immobile, ce qui nécessite une distance d'approche minimale $d \simeq 2.10^{-15}$ m ?

   Données : $e = 1.6 \times 10^{-19} C$, et $\frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 9 \times 10^9$ S.I.