Travaux Dirigés de Physique

Charles Tuchendler

MPSI 4 – Lycée Saint-Louis

Année 2019/2020

Table des matières

TD n° 17

Solide en rotation autour d'un axe fixe

Figure 17.1 – *La magie n'a rien à voir là dedans.*

Exercice n° 1 - Puissance d'un couple moteur

Un hélicoptère Robinson R44 nécessite au décollage une puissance de 180 cv avec des pales tournant à 7 tours par seconde.

Sachant que 1 cv correspond à 736 W, quel est le couple exercé par le moteur sur les pales.

Exercice n° 2 - Volant d'inertie

Pour mettre en rotation un volant assimilé à un cylindre homoène de rayon $R = 50$ cm et de masse $m = 200$ kg,n on utilise un moteur fournissant une puissance constante $\mathcal{P} = 2,0$ kW..

Quelle est la durée minimale nécessaire pour que le volant atteigne une vitesse de rotation de 2000 tours minute depuis une position immobile ?

Exercice n° 3 - Glissement d'une tige

On considère une barre homogène de longueur L, de centre d'inertie G qui repose sur deux axes perpendiculaires en deux points A (à l'horizontale) et B (à la verticale).

On suppose qu'il n'y a pas de frottements en B et qu'il existe un coefficient de frottement f en A. On note α l'angle entre OA et OG.

1. Quelle est la trajectoire du point G si la tige glisse ?
2. Trouver la condition sur l'angle α pour que la barre reste immobile.

Exercice n° 4 - Chute d'un arbre

On modélise un arbre que l'on souhaite abattre par une tige AB de longueur ℓ et de masse m. On note $J_{A_z} = \dfrac{m\ell^2}{3}$ son moment d'inertie par rapport à l'axe Az.

A $t = 0$, la tige est abandonnée sans vitesse à la position repérée par $\theta_0 \simeq 0$. Pendant la chute, le point A reste immobile.

1. Calculer l'accélération du point G, centre de masse de la tige.
2. Montrer que l'énergie mécanique de la tige est constante.
3. Calculer l'énergie cinétique et l'énergie potentielle de AB.
4. Quelle est l'équation différentielle vérifiée par θ au cours de la chute de la tige.
5. Exprimer la résultante des efforts du sol sur la tige.

Exercice n° 5 - Dipôle électrostatique rigide dans un champ électrique uniforme

Un dipôle électrostatique est un couple de points matériels N et P portant les charges respectives $-q < 0$ et $q > 0$. Le dipôle est supposé rigide, c'est-à-dire qu'il existe des forces, autre que la force électrostatique, qui permettent de maintenir la distance $\ell = NP$ constante (ceci permet de modéliser par exemple une molécule polaire comme HCl). On appelle $\overrightarrow{p} = q\overrightarrow{NP}$ le moment dipolaire électrique et on supposera de plus que $m_N m_P = m$. Le dipôle est placé dans un champ électrique $\overrightarrow{E}$ uniforme, le dipôle étant initialement immobile.

1. Montrer que le torseur des forces est un couple. Exprimer le moment des forces en fonction de $\overrightarrow{p}$ et de $\overrightarrow{E}$.
2. Quel est le mouvement du barycentre G du dipôle ?
3. On note θ l'angle entre $\overrightarrow{E}$ et $\overrightarrow{p}$. En appliquant le théorème du moment cinétique par rapport à un axe passant par G, déterminer l'équation différentielle vérifiée par θ. Discuter la stabilité des positions d'équilibre. Déterminer la période des petites oscillations autour de la position stable.

Exercice n° 6 - Mesure du champ de pesanteur

Une tige métallique homogène de masse m, de longueur ℓ, et de moment d'inertie J_Δ par rapport à l'axe (Ox), est en rotation autour de l'axe (Ox). On suppose la liaison idéale. La tige est soumise à un couple de torsion $\Gamma_{Ox} = -C\theta$, où θ est l'angle entre la verticale ascendante et la tige.

1. Déterminer l'équation du mouvement.
2. Montrer que $\theta = 0$ est une position d'équilibre stable et déterminer la période T des petites oscillations de la tige autour de l'équilibre.
3. Lorsque g varie de δg, T varie de δT. Exprimer le rapport $\frac{\delta T}{T}$. Comparer les résultats obtenus au cas du pendule simple et commenter.

Exercice n° 7 - Toupie

Un enfant joue avec une toupie qu'il veut faire tourner à l'aide d'un fil inextensible entourée sur le corps de la toupie. Celle-ci est assimilable à un cylindre de masse m et de rayon R. Une pointe métallique de masse négligeable permet à la toupie de tenir sur le sol horizontal.

L'enfant enroule le fil sur quatre tours puis tire le fil avec une force de norme F constante. On note $\omega(t)$ la vitesse angulaire instantanée de la toupie. L'enfant commence à exercer la force à la date $t = 0$ alors que la toupie est initialement immobile.

1. Exprimer la puissance instantanée de la force $\overrightarrow{F}$.
2. Appliquer le théorème de l'énergie cinétique et en déduire l'accélération angulaire de la toupie.
3. Quelle est la vitesse angulaire de la toupie quand tout le fil a été déroulé ?

Exercice n° 8 - Expérience de Cavendish

1. Méthode statique

La première détermination de la constante de gravitation G est due à Cavendish en 1798 par une expérience dont le principe est le suivant :

⋆ deux petites sphères de platine A_1, A_2 de masse $m = 50$ g sont placées aux extrémités d'un fléau horizontal de longueur $2\ell = 20$ cm et de masse négligeable suspendu à un fil de torsion de constante de torsion $C = 5 \times 10^{-7}$ N m rad^{-1} ;

⋆ deux sphères de plomb identiques B_1, B_2 de masse $M = 30$ kg ont leur centre dans un plan horizontal du fléau à une distance $d = 15$ cm du centre des petites sphères.

Lorsque l'on place les sphères de plomb dans une nouvelle position symétrique de la précédente et indiquée en pointillés sur la figure, le fléau tourne d'un angle ϕ. On négligera l'action de chaque grosse sphère sur la petite sphère la plus éloignée. Le fléau est pratiquement perpendiculaire aux directions A_1B_1, A_2B_2.

1. Exprimer G en fonction de ϕ et des autres données du problème.
2. L'angle de rotation est mesuré grâce à un miroir fixé au fléau. La déviation d'un spot lumineux sur une échelle placée à $b = 5$ m de distance est alors $a = 3,5$ cm. En déduire la valeur de la constante G.

2. Méthode dynamique

1. On reprend le dispositif précédent et on enlève les deux grosses sphères B_1 et B_2. Le pendule de torsion ainsi constitué oscille dans un plan horizontal.
   Exprimer la période T_0 des petites oscillations en fonction de C, m et ℓ.
2. On place ensuite, de part et d'autre du centre O du fléau, les deux grosses sphères B_1 et B_2. La direction B_1B_2 coincide avec la position d'équilibre du fléau : $OB_1 = OB_2 = 2\ell$. On fait à nouveau osciller le pendule, l'angle θ dont tourne le fléau par rapport à sa position d'équilibre étant petit. Dans ces conditions $\alpha \simeq \theta$ (α est défini sur le schéma).
   (a) Exprimer G en fonction de M, m, ℓ, T_0 et T la période des petites oscillations de la nouvelle configuration.
   (b) Calculer numériquement $(T - T_0)/T_0$ avec la valeur de G trouvée dans la première partie.