

## Effet non-linéaires dans un puits de potentiel anharmonique

### Lien avec le programme

Cette approche documentaire fait partie du bloc 2.2 "Approche énergétique du mouvement d'un point matériel" de la partie "Mécanique 1", traitée au premier semestre. L'intitulé est le suivant : *"Utiliser les résultats fournis par une méthode numérique pour mettre en évidence des effets non-linéaires."*

Elle prolonge la travail réalisé en cours sur l'étude du mouvement d'un système conservatif au travers d'une discussion graphique de l'énergie potentielle.

L'étude que nous allons mener s'appuie sur un unique document. Il s'agit d'un extrait de la thèse de doctorat de Benoît Darquié, soutenue en novembre 2005 au Laboratoire Charles Fabry de l'Institut d'Optique, qui s'intitule :

*"MANIPULATION D'ATOMES DANS DES PIÈGES DIPOLAIRES MICROSCOPIQUES  
ET ÉMISSION CONTRÔLÉE DE PHOTONS PAR UN ATOME UNIQUE"*

L'extrait en question évoque une méthode expérimentale permettant d'avoir accès à la courbure de l'énergie potentielle créée par un faisceau laser au voisinage immédiat de son point de focalisation et ressentie par un atome qui s'y trouve piégé.

L'intérêt de cet extrait est de présenter et de développer une simulation numérique complète permettant de tenir compte des caractéristiques réelles de l'énergie potentielle ressentie par les atomes pour rendre compte de résultats observés expérimentalement.

### Travail à réaliser

Après avoir pris connaissance de ce document, il est demandé à chaque étudiant de réaliser un travail personnel de synthèse.

L'objectif de cette approche documentaire est de résumer l'ensemble de la partie "3.1.3 Mesure de fréquence d'oscillation du piège" en s'appropriant les différentes étapes de l'expérience et de la simulation numérique qui lui est associée.

On cherchera notamment à rendre compte :

- ★ du principe de l'expérience décrit sur la figure 3.12,
- ★ des résultats des figures 3.13 (a) et 3.14,
- ★ de la pertinence de la dernière équation de la page 76 du document,
- ★ de la méthode mise en oeuvre pour obtenir les figures 3.15 et 3.16, et de l'interprétation de celles-ci.

Dans ce dernier cas, on justifiera autant que possible l'évolution des différentes courbes présentées en s'appuyant sur les résultats du cours et sur les explications fournies dans le document. Il est tout à fait envisageable et **vivement encouragé** d'écrire un script de programmation permettant de rendre compte d'une façon simplifiée du rôle des non-linéarités sur la forme et l'évolution du portrait de phase d'un système conservatif.

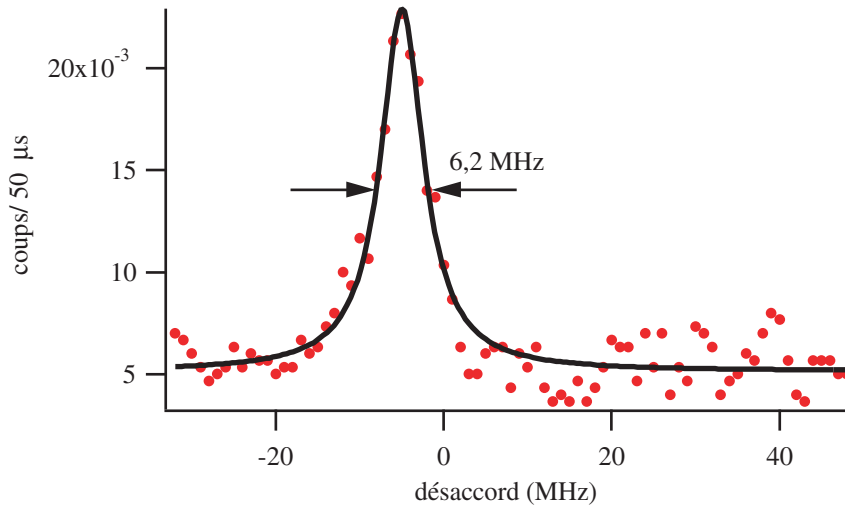


FIG. 3.10 – *Signal de fluorescence d'atomes libres. La courbe obtenue est ajustée à l'aide d'une lorentzienne de largeur 6,2 MHz. La résolution est de 1 MHz.*

- nous indique que l'atome est refroidi *au fond* du piège dipolaire, par les faisceaux de la mélasse, malgré les déplacements lumineux ;
- nous donne un moyen d'évaluer le col du faisceau.

Nous avons pu ainsi confirmer la taille microscopique du point de focalisation en mesurant un col aussi petit que  $0,95 \mu\text{m}$ .

Le faible élargissement des courbes de résonance nous donne aussi une première évaluation de la température des atomes inférieure à  $100 \mu\text{K}$ . Précisons que cette évaluation est une majoration car il existe d'autres phénomènes que le mouvement thermique des atomes pouvant élargir la résonance.

### 3.1.3 Mesure des fréquences d'oscillation du piège

Nous allons montrer dans cette partie que nous sommes aussi capables de mesurer les fréquences d'oscillation du piège dipolaire [82]. Nous avons vu dans la partie précédente qu'il était possible d'évaluer la taille  $w_0$  du col du faisceau piège à partir de la mesure des déplacements lumineux. Or la connaissance des fréquences d'oscillation nous donne aussi accès à  $w_0$ . Leur mesure permettra donc de valider ou d'invalider les résultats précédents. La valeur de  $w_0$  étant de l'ordre de  $1 \mu\text{m}$ , on en déduit que la fréquence d'oscillation radiale sera de l'ordre d'une centaine de kHz, ce qui nous guidera pour démarrer l'expérience. Une partie de nos résultats est exposée dans les références [56, 89, 109, 110].

#### Le principe de la mesure

Le principe de la mesure des fréquences d'oscillation est exposé dans la thèse de Georges-Olivier Reymond [82]. La séquence temporelle utilisée est décrite sur la figure 3.11. Tentons d'avoir une intuition de ce qui se passe durant cette séquence. Elle est réalisée en régime de blocage collisionnel afin de n'avoir qu'un seul atome. Elle consiste à effectuer, une fois les faisceaux de la mélasse éteints, deux cycles de *lâcher-recapture* (*i.e.* le laser piège est coupé puis rallumé) consécutifs. Au début de la séquence, on s'assure de la présence d'un atome. celui-ci oscille dans

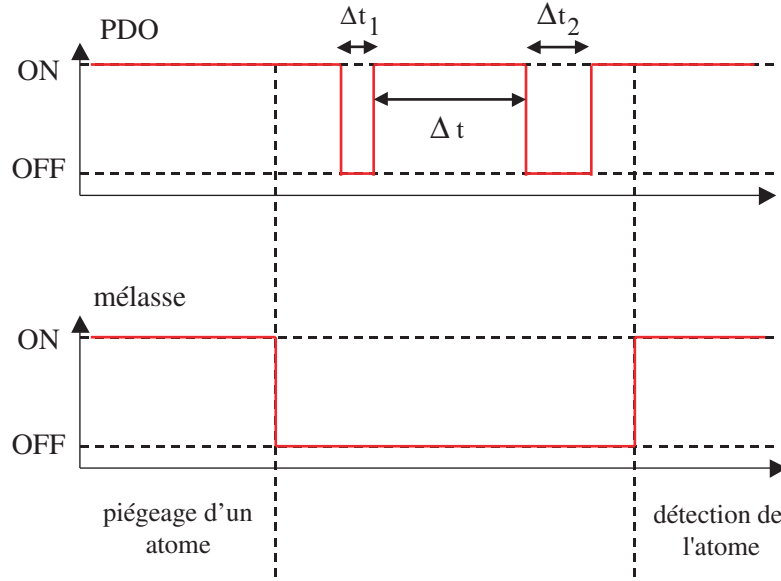


FIG. 3.11 – Séquence temporelle utilisée pour la mesure des fréquences d'oscillation. La première séquence de lâcher-recapture du piège dipolaire provoque l'oscillation de l'atome dans le potentiel. Le piège magnéto-optique est allumé en fin de séquence pour vérifier si l'atome est toujours là.

le piège. Pendant la première coupure de durée  $\Delta t_1$ , l'atome effectue un vol balistique. S'il est recapturé, il va osciller avec une amplitude plus forte qu'au début. Cette amplitude dépend de la durée  $\Delta t_1$  de la coupure : plus elle est longue, plus l'atome sera recapturé loin du centre du piège, et plus l'amplitude de son mouvement sera grande.

Après le deuxième cycle de lâcher-recapture de durée  $\Delta t_2$ , la probabilité de recapturer l'atome va dépendre de la phase de son mouvement au moment de la coupure. Cette phase est liée à la durée  $\Delta t$  qui sépare les deux cycles. On peut alors comprendre que la probabilité  $P(\Delta t)$  de conserver l'atome à la fin de toute la séquence oscille avec  $\Delta t$  à  $2f_{osc}$  où  $f_{osc}$  est la fréquence d'oscillation du piège. Sur le schéma 3.12 sont représentées en parallèle la position de l'atome dans le piège à l'instant où l'on coupe le potentiel dipolaire pour la deuxième fois (sa phase) et la probabilité de recapture correspondante. Supposons par exemple que pour  $\Delta t = t_0$  l'atome passe par le centre du potentiel (situation (a)). Sa vitesse sera alors maximale ce qui signifie que au bout de  $\Delta t_2$  il sera loin du centre du piège. La probabilité de recapture sera alors faible. En revanche, un quart de période d'oscillation plus tard (situation (b),  $\Delta t = t_0 + \frac{1}{4f_{osc}}$ ), l'atome est en haut de sa trajectoire avec une vitesse nulle. Il ne bougera donc pas pendant  $\Delta t_2$ . La probabilité de recapture sera alors maximale.

A la fin des deux cycles, on rebranche les faisceaux de la mélasse afin de vérifier si l'atome est toujours là, ou s'il n'a pu être recapturé. En pratique, on compare la fluorescence mesurée au seuil de fluorescence qui nous assure la présence d'un atome (voir paragraphe 1.4.4 du chapitre 1). Pour chaque valeur de  $\Delta t$ , l'expérience est répétée 200 fois (cela prend environ deux minutes). On en déduit  $P(\Delta t)$  par la formule suivante :

$$P(\Delta t) = \frac{N_{après}}{200} \quad (3.3)$$

$N_{après}$  est le nombre de fois où l'atome est effectivement recapturé en fin de séquence. Cette façon de mesurer la probabilité de recapture introduit cependant un biais et donne uniquement

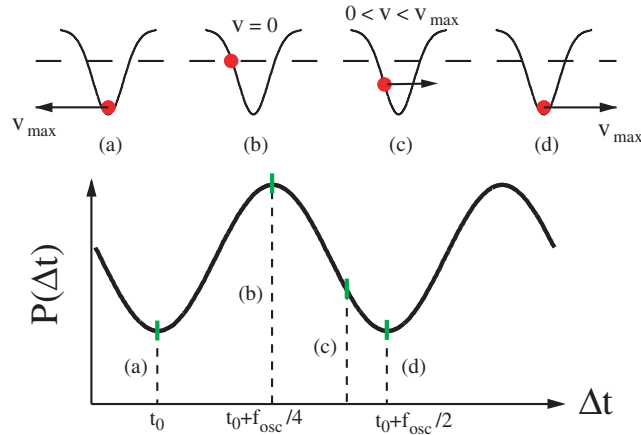


FIG. 3.12 – *Haut* : représentation la position et la vitesse de l'atome dans le piège à l'instant où l'on coupe le potentiel dipolaire pour la deuxième fois. *Bas* : probabilité de recapture correspondante  $P(\Delta t)$  en fonction de  $\Delta t$ . Elle oscille à  $2f_{\text{osc}}$ .

une borne inférieure (voir paragraphe 1.4.4 du chapitre 1. Suivant la statistique de la lumière collectée, il existe une certaine probabilité pour que la fluorescence enregistrée en fin de séquence soit en dessous du seuil, bien qu'un atome soit présent dans le piège dipolaire. Ultérieurement, nous utiliserons une autre méthode plus précise.

### Les résultats expérimentaux

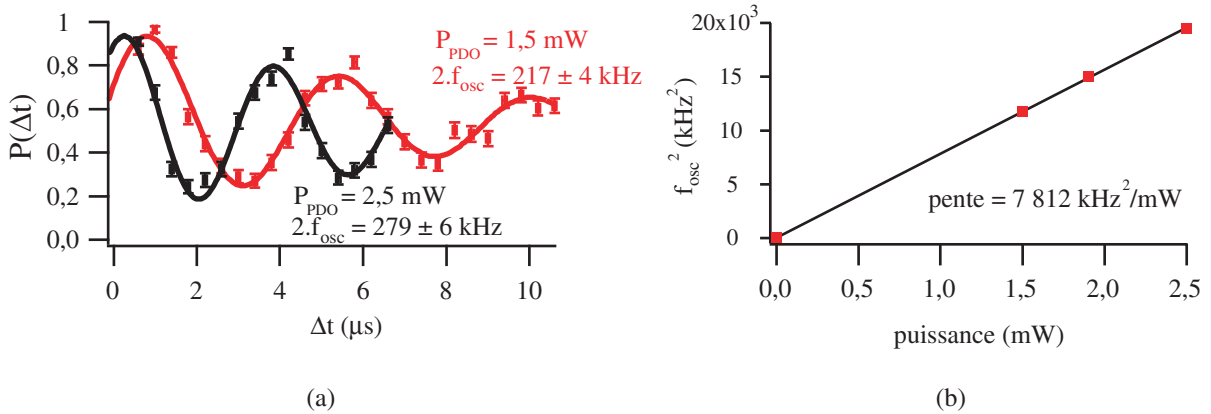


FIG. 3.13 – (a) Probabilité de recapter l'atome après les deux cycles de lâcher-recapture ( $\Delta t_1 = 2,5 \mu\text{s}$  et  $\Delta t_2 = 5 \mu\text{s}$ ) pour  $P_{\text{PDO}} = 1,5 \text{ mW}$  et  $P_{\text{PDO}} = 2,5 \text{ mW}$ . Les ajustements en trait-plein sont des sinusoïdes amorties. (b) Carrée de la fréquence d'oscillation en fonction de  $P_{\text{PDO}}$ . Les points expérimentaux s'ajustent très bien par une droite passant par l'origine.

Deux courbes expérimentales sont représentées sur la figure 3.13 (a). Nous avons réalisé ces mesures avec  $\Delta t_1 = 2,5 \mu\text{s}$  et  $\Delta t_2 = 5 \mu\text{s}$ . Comme on s'y attend, la probabilité de recapture oscille en fonction de  $\Delta t$ . En ajustant les points expérimentaux par une sinusoïde amortie, on trouve une fréquence d'oscillation de 108,5 kHz lorsque la puissance piège vaut 1,5 mW, et 139,5 kHz lorsque la puissance piège vaut 2,5 mW. Une troisième mesure effectuée dans les mêmes conditions nous permet de vérifier (la figure 3.13 (b)) que les fréquences mesurées sont proportionnelles à la racine

carrée de la puissance de piégeage (voir formule 1.1.2 du chapitre 1). Un fois de plus, la pente de la droite ajustant ces données nous permet de remonter au col du faisceau piège. Une pente de  $7812 \text{ kHz}^2/\text{mW}$  implique un col de  $1,00 \text{ }\mu\text{m}$ .

Les données expérimentales de la figure 3.13 (a) s'amortissent typiquement en  $10 \text{ }\mu\text{s}$ . Une façon d'expliquer cet effet est d'invoquer l'anharmonicité du piège gaussien. Pour des mouvements de large amplitude, l'atome n'oscille pas à une fréquence bien définie. Ceci brouille le signal rapidement. Toutefois si l'atome n'explore que le fond du piège, son mouvement sera harmonique en première approximation et l'amortissement sera moins visible. Or, d'après les explications fournies dans le paragraphe précédent, on comprend que l'amplitude des oscillations de l'atome pendant  $\Delta t$  croît avec  $\Delta t_1$ . Diminuer  $\Delta t_1$  doit faire disparaître l'amortissement. C'est effectivement ce que nous observons sur les données expérimentales de la figure 3.14, pour lesquelles  $\Delta t_1 = 1 \text{ }\mu\text{s}$  et  $\Delta t_2 = 5 \text{ }\mu\text{s}$ . Le mouvement des atomes est alors bien harmonique. Par ailleurs si diminuer  $\Delta t_1$  se traduit par une plus faible amplitude des oscillations de l'atome dans le piège, alors, à  $\Delta t_2$  fixé, cela se traduira aussi par une probabilité de recapture plus grande quelque soit  $\Delta t$ . Autrement dit, si  $\Delta t_1$  diminue à  $\Delta t_2$  fixé, le contraste des oscillations de  $P(\Delta t)$  sera réduit ce qui est confirmé par la comparaison des figures 3.13 et 3.14. En outre, la dernière courbe nous donne une fréquence  $f_{\text{osc}}$  de  $133,5 \text{ kHz}$  pour une puissance piège  $P_{PDO}$  de  $1,8 \text{ mW}$ . On déduit ainsi un col de faisceau de  $0,94 \text{ }\mu\text{m}$  correspondant par conséquent à un alignement meilleur du faisceau piège à travers MIGOU. Le réglage du faisceau piège n'était, en effet, pas le même que pour les courbes de la figure 3.13.

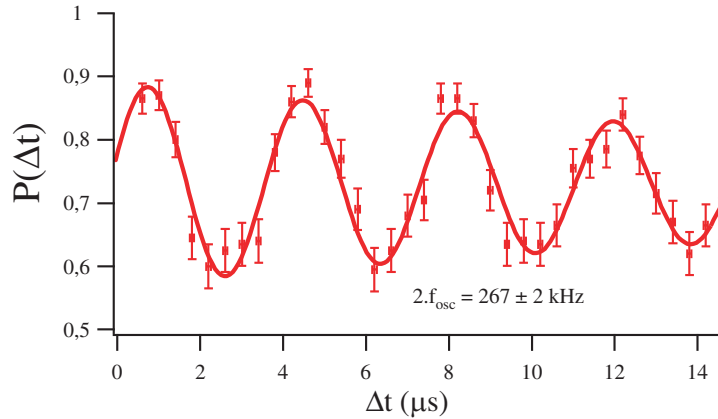


FIG. 3.14 – Probabilité de recapter l'atome pour  $\Delta t_1 = 1 \text{ }\mu\text{s}$  et  $P_{PDO} = 1,8 \text{ mW}$ . Le signal n'est quasiment plus amorti car le mouvement des atomes est harmonique.

Le potentiel de piégeage, créé par un faisceau gaussien, n'est pas sphérique mais possède deux fréquences d'oscillation, l'une radiale  $f_r$ , l'autre longitudinale  $f_z$ . Pourquoi ne voit-on pas apparaître deux fréquences distinctes sur les courbes expérimentales ? La fréquence longitudinale est évaluée à environ  $25 \text{ kHz}$  (voir plus loin). L'échelle de temps de nos mesures est donc trop courte devant la période longitudinale de  $40 \text{ }\mu\text{s}$ . Il est cependant possible, une fois  $f_r$  connue, de remonter à  $f_z$ , à l'aide des formules 1.5 du chapitre 1. En effet :

$$\frac{f_z}{f_r} = \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{w_0}{Z_r} = \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{\lambda}{\pi w_0} \quad (3.4)$$

Le calcul de  $f_z$  apparaît dans le tableau 3.1 qui récapitule l'ensemble des résultats obtenus pour les trois courbes présentées dans ce paragraphe.

	$P_{PDO}$	$f_r$	$f_z$	$w_0$
courbes de la figure 3.13	1,5 mW	108,5 kHz	20 kHz	1,00 $\mu\text{m}$
	2,5 mW	139,5 kHz	26 kHz	1,00 $\mu\text{m}$
courbe de la figure 3.14	1,8 mW	133,5 kHz	26 kHz	0,94 $\mu\text{m}$

TAB. 3.1 – Résumé des informations obtenues à partir des mesures des figures 3.13 et 3.14.

### Simulation numérique

L'explication fournie au paragraphe précédent permet d'avoir une intuition de ce qui se passe au cours de la séquence temporelle décrite sur la figure 3.11. Toutefois elle n'est pas suffisante pour en avoir une compréhension détaillée. On peut même soulever quelques objections. En effet, le raisonnement que nous avons fait est bien valable pour un unique événement (on regarde ce qui se passe pour un seul atome). Si maintenant on moyenne plusieurs de ces événements à un atome, comme on le fait réellement pour obtenir les données expérimentales des figures 3.13 et 3.14, on a tout d'abord l'impression qu'il n'y a aucune raison pour que la phase de l'oscillation des atomes dans le piège pendant  $\Delta t$  soit constante d'un atome à l'autre. L'intuition est que d'une séquence sur l'autre, celle-ci va varier aléatoirement suivant la position de l'atome dans le potentiel, au moment où l'on coupe le faisceau piège pour la première fois. Cependant, dans ces conditions, la phase de l'oscillation du taux de recapture  $P(\Delta t)$  variera elle aussi aléatoirement, conduisant à un brouillage très rapide de la sinusoïde. Or, nous observons bel et bien ces oscillations (figure 3.13 et 3.14). Notre intuition semble mise en défaut.

**Principe de la simulation.** Nous avons donc décidé de simuler numériquement notre mesure. Nous supposons tout d'abord que les atomes uniques ont une température  $T$ . Les détails sur la manière dont nous définissons la température d'un atome unique sont développés dans le paragraphe 3.2. Pour un atome unique à suffisamment basse température, le potentiel de piégeage peut être considéré comme harmonique. Si l'on ne considère qu'une seule dimension spatiale, la densité de probabilité de trouver l'atome unique dans un état de l'espace des phases est alors le produit d'une gaussienne en position ( $x$ ) et d'une gaussienne en vitesse ( $v$ ) (voir paragraphe 3.2) :

$$P(x, v) = \frac{1}{2\pi\sigma_x\sigma_v} \exp\left[-\frac{x^2}{2\sigma_x^2}\right] \exp\left[-\frac{v^2}{2\sigma_v^2}\right] \quad (3.5)$$

où  $\sigma_v = \sqrt{k_B T/m}$  et  $\sigma_x = \sigma_v/\omega$ , avec  $k_B$ , la constante de Boltzmann,  $m$  la masse atomique du  $^{87}\text{Rb}$  et  $\omega/2\pi$ , la fréquence d'oscillation du piège harmonique. Le déroulement de notre simulation est alors le suivant :

1. Après avoir choisi la fréquence d'oscillation du piège et la température de l'atome unique, on tire au hasard sa position et sa vitesse initiale ( $x_0, v_0$ ) à l'aide de la densité de probabilité de la formule 3.5 ;
2. Après le premier cycle de *lâcher-recapture* de durée  $\Delta t_1$ , l'atome est à la position  $x_0 + \Delta t_1 v_0$  à la vitesse  $v$  ;
3. Pendant la durée  $\Delta t$  pendant laquelle le piège dipolaire est allumé à nouveau, on décrit l'évolution de l'atome dans l'espace des phases (il oscille dans le piège) en résolvant l'équation du mouvement  $m \ddot{x} = -dU(x)/dt$ , les conditions initiales étant celle de l'étape

précédente; le potentiel de piégeage  $U(x)$  est ici une gaussienne de profondeur (négative)  $-U_0$  et de largeur définie par le col du faisceau  $w_0$  (on ne peut plus utiliser l'approximation du potentiel harmonique ici car l'atome peut être loin de l'origine); au bout de  $\Delta t$ , l'atome a une vitesse  $v_{\Delta t}$  à la position  $x_{\Delta t}$ ;

4. Après le second cycle de *lâcher-recapture* de durée  $\Delta t_2$ , l'atome est à la position  $x_{\Delta t} + \Delta t_2 v_{\Delta t}$  à la vitesse  $v_{\Delta t}$ ;
5. L'atome est recapturé uniquement si son énergie cinétique  $mv_{\Delta t}^2/2$  est inférieure à  $|U(x_{\Delta t} + \Delta t_2 v_{\Delta t})|$  la valeur (absolue) du potentiel à la position  $x_{\Delta t} + \Delta t_2 v_{\Delta t}$ ;
6. On recommence la même séquence plusieurs fois (pour chaque valeur de  $\Delta t$ ) et on évalue  $P(\Delta t)$ .

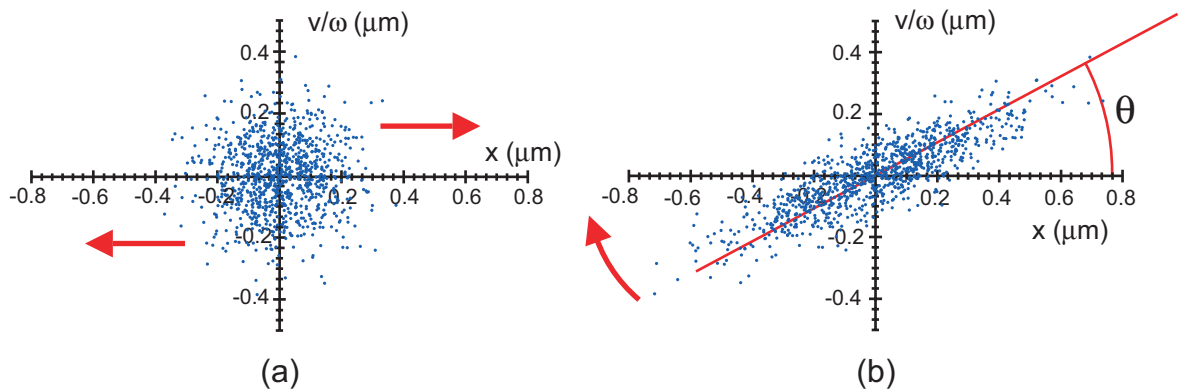


FIG. 3.15 – (a) Distribution initiale d'atomes dans l'espace des phases pour un piège de profondeur 36 MHz, de fréquence d'oscillation 133.5 kHz et un col de faisceau de 0.94  $\mu\text{m}$  (conditions de la figure 3.14). Les atomes à la température de 100  $\mu\text{K}$  sont répartis de façon isotrope. (b) « Mise en phase » des atomes après un premier cycle de lâcher-recapture de durée  $\Delta t_1 = 2 \mu\text{s}$  pour les mêmes paramètres de piégeage. Les flèches indiquent les directions dans lesquelles le mouvement du nuage va se produire à l'étape suivante.

**Résultats de la simulation.** Tentons maintenant de comprendre ce qui se passe à chaque étape à l'aide de la simulation numérique. Sur la figure 3.15 (a) sont représentées 1000 conditions initiales différentes. Il s'agit de 1000 atomes uniques dont les positions et vitesses sont choisies aléatoirement à l'aide de la densité de probabilité donnée par la formule 3.5. Cette répartition possède bien évidemment une symétrie circulaire. Sur la figure 3.15 (b) est reproduite la distribution dans l'espace des phases après un premier temps de vol de durée  $\Delta t_1 = 2 \mu\text{s}$ . Les atomes ayant initialement des vitesses élevées se retrouvent éloignés du centre du piège. Les états initialement distribués de façon symétrique se retrouvent alors quasiment alignés sur une droite faisant un angle  $\theta$  avec l'axe des abscisses défini par  $\tan(\theta) = 1/\omega\Delta t_1$ . C'est ici que se résout le problème soulevé en début de paragraphe. Ce premier cycle de *lâcher-recapture* a pour effet de mettre en phase le mouvement des atomes dans le piège. Si l'on suppose le potentiel de piégeage harmonique, l'évolution de la distribution de la figure 3.15 (b), une fois le faisceau piège rallumé est très simple. Pendant  $\Delta t$  chaque point va se déplacer dans l'espace des phases sur un cercle de centre l'origine, avec une vitesse angulaire  $\omega$ . La nébuleuse de points quasiment alignés va simplement subir une rotation dans le sens de la flèche dessinée sur la figure 3.15 (b) et l'ensemble des états tournera en phase. Si la nébuleuse est plus ou moins alignée avec l'axe des abscisses

au moment du deuxième temps de vol, les atomes, tous quasiment immobiles seront en grande partie recapturés. Si la nébuleuse est plus ou moins alignée avec l'axe des ordonnées au moment du deuxième temps de vol, certains atomes ont alors une vitesse importante et la probabilité de recapture chute. On retrouve alors l'explication intuitive de l'oscillation de la probabilité de recapture en fonction de  $\Delta t$  donnée au paragraphe précédent. Cette oscillation se produit à la fréquence  $2f_{osc} = \omega/\pi$ .

L'angle  $\theta$  de la figure 3.15 (b) imposé par  $\Delta t_1$  fixe en fait la phase de ces oscillations. Plus  $\Delta t_1$  est petit, plus  $\theta$  se rapproche de  $90^\circ$  (axe des ordonnées).  $P(\Delta t)$  commencera alors par un minimum (toutefois, si  $\theta$  est trop petit, la *mise en phase* des atomes n'aura pas eu lieu). Plus  $\Delta t_1$  est grand, plus  $\theta$  se rapproche de  $0^\circ$  (axe des abscisse).  $P(\Delta t)$  commencera alors par un maximum. Pour  $\omega \sim 140$  kHz et  $\Delta t_1 = 2 \mu s$  correspondant à la figure 3.15 (b),  $\theta \sim 30^\circ$ .

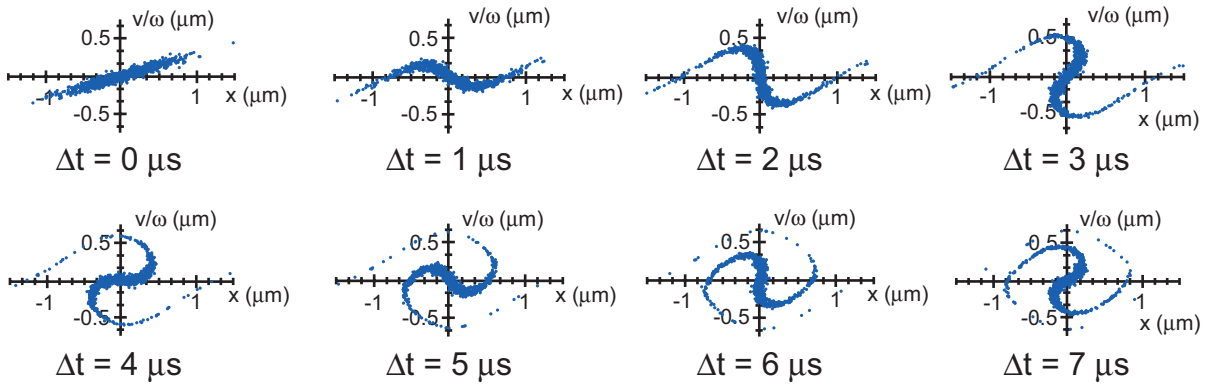


FIG. 3.16 – Évolution de la distribution des atomes dans l'espace des phases une fois le piège dipolaire rebranché (pour une durée  $\Delta t$  variant de 0 à  $7 \mu s$ ), à la suite d'un premier cycle de lâcher-recapture de durée  $\Delta t_1 = 3,5 \mu s$ . La profondeur du piège est de 40 MHz, sa fréquence d'oscillation de 139,5 kHz et le col du faisceau piège de  $1,00 \mu m$  correspondant aux conditions de la figure 3.13 (a). Du fait de l'anharmonicité du piège, la nébuleuse de points prend une allure de spirale.

Comment expliquer maintenant l'amortissement observé sur la figure 3.13 (a)? Il suffit pour cela de visualiser l'évolution de la distribution des états dans l'espace des phases pendant  $\Delta t$  (une fois le piège dipolaire rebranché). Une telle évolution à la suite d'un premier temps de vol de durée  $\Delta t_1 = 3,5 \mu s$  est représentée sur la figure 3.16. Plus  $\Delta t_1$  est grand, plus la nébuleuse à la suite du premier cycle de *lâcher-recapture* est étendue. Certains atomes éloignés du centre, une fois recapturés, explorent les régions anharmoniques du potentiel de piégeage où les fréquences d'oscillation effectives diminuent. Ils oscilleront donc dans l'espace des phases avec une vitesse angulaire plus faible donnant ainsi une allure de spirale à la distribution. La multiplication des fréquences d'oscillation effectives brouille l'oscillation de  $P(\Delta t)$  faisant ainsi chuter son contraste avec  $\Delta t$ .

La dernière étape de notre simulation numérique est le calcul de  $P(\Delta t)$ . Nous avons tenté de reproduire les observations expérimentales des figures 3.13 et 3.14. En fixant la température à  $100 \mu K$  (valeur typique pour l'atome unique, comme on le verra), il s'avère difficile de reproduire nos observations avec les valeurs de  $\Delta t_1$  et  $\Delta t_2$  que nous pensons avoir utilisées ( $\Delta t_1 = 2,5 \mu s$  et  $\Delta t_2 = 5 \mu s$  pour la figure 3.13,  $\Delta t_1 = 1 \mu s$  et  $\Delta t_2 = 5 \mu s$  pour la figure 3.14). En utilisant ces valeurs, l'amortissement est par exemple moins prononcé. Il faut systématiquement ajouter environ  $1 \mu s$  à ces durées pour coller à l'expérience. L'explication la plus probable est que, du fait



des temps de réponse des modulateurs acousto-optiques (de l'ordre de  $1 \mu s$ ), nous sous-estimons les durées effectives de coupure du piège dipolaire. Les fréquences d'oscillation et les tailles de faisceau  $w_0$  utilisés dans la simulation sont celles déduites des mesures du paragraphe précédent.

Pour reproduire les courbes de la figure 3.13, nous avons fait tourner notre simulation avec  $\Delta t_1 = 3,5 \mu s$  et  $\Delta t_2 = 7 \mu s$ . Pour la courbe faite à  $P_{PDO} = 1,5 \text{ mW}$ , nous avons utilisé :

- $U_0 = 25 \text{ MHz}$  (profondeur de piège typique déduite des mesures de déplacement lumineux) ;
- $f_r = 108,5 \text{ kHz}$  ;
- $w_0 = 1,00 \mu m$ .

Pour la courbe faite à  $P_{PDO} = 2,5 \text{ mW}$ , nous avons utilisé :

- $U_0 = 40 \text{ MHz}$  ;
- $f_r = 139,5 \text{ kHz}$  ;
- $w_0 = 1,00 \mu m$ .

Pour reproduire la courbe de la figure 3.14 faite à  $P_{PDO} = 1,8 \text{ mW}$ , nous avons lancé la simulation avec  $\Delta t_1 = 2 \mu s$ ,  $\Delta t_2 = 6 \mu s$ , et utilisé :

- $U_0 = 36 \text{ MHz}$  ;
- $f_r = 133,5 \text{ kHz}$  ;
- $w_0 = 0,94 \mu m$ .

Les résultats sont donnés sur la figure 3.17. Pour copier au mieux la façon dont nous avons dépouillé les données au paragraphe précédent, nous ajustons ensuite ces courbes à l'aide de sinusoides amorties.

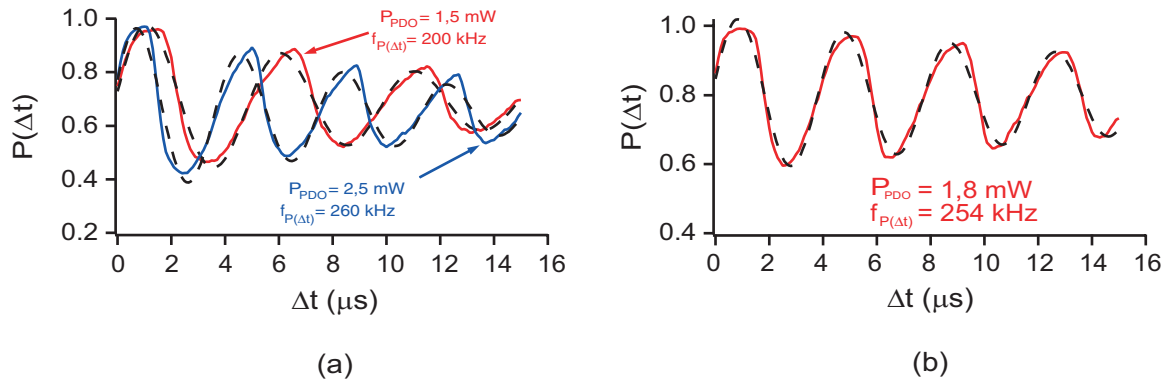


FIG. 3.17 – (a) Simulations des expériences de la figure 3.13. L'une des courbes simule un piège pour lequel  $U_0 = 40 \text{ MHz}$  ( $P_{PDO} = 2,5 \text{ mW}$ ),  $f_r = 139,5 \text{ kHz}$  et  $w_0 = 1 \mu m$  ; l'autre simule un piège pour lequel  $U_0 = 25 \text{ MHz}$  ( $P_{PDO} = 1,5 \text{ mW}$ ),  $f_r = 108,5 \text{ kHz}$  et  $w_0 = 1 \mu m$ . (b) Simulations de l'expérience de la figure 3.14. La courbe simule un piège pour lequel  $U_0 = 36 \text{ MHz}$  ( $P_{PDO} = 1,5 \text{ mW}$ ),  $f_r = 133,5 \text{ kHz}$  et  $w_0 = 0,94 \mu m$ . Les courbes en pointillés sont des ajustements par une sinusoïde amortie. Elles oscillent à  $2f_{osc}$ .

**Discussion.** De les grandes lignes, les simulations reproduisent bien les expériences.  $P(\Delta t)$  oscille de façon très nette à une fréquence que nous noterons  $f_{P(\Delta t)}$  et subit un amortissement d'autant plus important que  $\Delta t_1$  est grand. Si on regarde maintenant dans le détail, on se rend compte que l'ajustement de  $P(\Delta t)$  donne une fréquence d'oscillation  $f_{P(\Delta t)}/2$  de 6 à 10 kHz plus faible que la fréquence d'oscillation dont on se sert dans la simulation (celle déduite de l'analyse des mesures du paragraphe précédent). Les différences observées pour les simulations de la figure 3.17 sont consignées dans le tableau 3.2.

	courbes de la figure 3.17 (a)		courbe de la figure 3.17 (b)
$f_r$ utilisée pour la simulation	108,5 kHz	139,5 kHz	133,5 kHz
$f_{P(\Delta t)}/2$ déduite de l'ajustement	100 kHz	130 kHz	127 kHz

TAB. 3.2 – Différences observées entre la fréquence d'oscillation  $f_r$  dont on se sert dans la simulation et  $f_{P(\Delta t)}/2$  déduite de l'analyse des courbes simulées de la figure 3.17.

Cet écart vient sans doute du fait que de façon assez évidente,  $P(\Delta t)$  n'est pas une sinusoïde. Les arches semblent par exemple toutes *pencher* légèrement vers la droite. Ceci peut venir du fait que nous ne simulons l'expérience qu'à une dimension et pas trois dimensions. Toutefois le léger décalage vers la droite des maxima de  $P(\Delta t)$  par rapport aux maxima de la sinusoïde d'ajustement est observé aussi de façon assez systématique sur les données expérimentales (figures 3.13 et 3.14).

La conséquence de l'étude précédente est que nous avons sous-estimé les fréquences d'oscillation lors de l'analyse de nos mesures et donc surestimé les cols de faisceaux piège de  $3 \times 10^{-2}$  à  $4 \times 10^{-2} \mu\text{m}$ . L'analyse des données expérimentales nous donne, non pas  $f_r$ , mais  $f_{P(\Delta t)}/2$ . Il faut ensuite ajouter environ 8 kHz à  $f_{P(\Delta t)}/2$  pour obtenir  $f_r$ . Le résultat de la réévaluation des fréquences d'oscillation et des cols des faisceaux pour les trois configurations mesurées est donné dans le tableau 3.3.

	$U_0$ (MHz)	$P_{PDO}$ (mW)	$f_{P(\Delta t)}/2$ (kHz)	$f_r$ (kHz)	$f_z$ (kHz)	$w_0$ ( $\mu\text{m}$ )
courbes de la figure 3.13	1,5	25	108,5	116,5	22	0,96
	2,5	40	139,5	147,5	28	0,97
courbe de la figure 3.14	1,8	36	133,5	141,5	28	0,91

TAB. 3.3 – Réévaluation des fréquences d'oscillation et des cols de faisceaux pour les trois configurations mesurées. Le dépouillement des données expérimentales nous donne  $f_{P(\Delta t)}/2$ , puis on ajoute 8 kHz pour obtenir  $f_r$ , à partir de laquelle on calcule  $f_z$  et  $w_0$ .

D'autres différences existent entre les données expérimentales et la simulation. On remarque par exemple que pour les données expérimentales sans amortissement (figure 3.14),  $P(\Delta t)$  ne dépasse pas 0,9, contrairement à la simulation. Ceci pourrait venir du fait que l'on perde déjà des atomes après le premier cycle de *lâcher-recapture*, ce que nous n'avons pas pris en compte dans notre simulation. Toutefois, ce problème n'apparaît pas sur les données amorties, et lorsque l'on estime le taux de perte après le premier cycle de *lâcher-recapture* en introduisant dans la simulation une étape 2bis équivalente à l'étape 5 (voir description de la simulation plus haut), on trouve moins de 0,2 % de perte après le premier cycle de *lâcher-recapture* lorsque  $\Delta t_1 = 2 \mu\text{s}$  et moins de 1,3 % de perte lorsque  $\Delta t_1 = 3,5 \mu\text{s}$ . Tout ceci semble parfaitement négligeable.

Une autre différence entre simulation et expérience apparaît dans l'amplitude des courbes

amorties. Les données expérimentales (figure 3.13 (a)) descendent plus bas que la simulation (3.17 (a)). Là encore ceci semble dû à un mécanisme de perte inexpliqué. Une hypothèse expliquant l'ensemble de ces pertes serait un mauvais contrôle de la puissance du faisceau piège au moment où celui-ci est rallumé après chaque cycle de *lâcher-recapture*. Des rebonds pourraient par exemple provoquer des pertes par chauffage paramétrique. Rappelons que notre modèle n'est qu'approximatif car unidimensionnel, ce qui conduit en particulier à ignorer complètement l'effet du mouvement longitudinal.

### 3.1.4 Conclusion

Les deux types d'expériences exposées dans cette partie permettent donc de caractériser complètement la forme de notre potentiel de piégeage. En outre, on en déduit deux estimations indépendantes du col du faisceau piège. Or ces deux estimations concordent vers une valeur du paramètre de confinement autour de  $0,95 \mu\text{m}$ . Ceci nous conforte quant à la fiabilité de nos mesures.

Par ailleurs les simulations de séquences expérimentales effectuées sont toutes compatibles avec une température de l'atome unique inférieure ou égale à  $100 \mu\text{K}$ . Nous avons cependant effectué des mesures directes de la température des atomes dans le piège dipolaire. Cette étude est détaillée dans la partie suivante.

## 3.2 La température des atomes dans le piège dipolaire

D'après ce qui précède, nous sommes capable d'effectuer un certains nombre de mesures qui nous permettent de déterminer entièrement la géométrie de notre potentiel de piégeage. La question est maintenant de savoir comment les atomes se comportent dans ce piège. Un paramètre crucial nous renseigne sur l'état externe des atomes, à savoir leur mouvement dans le piège : il s'agit de leur température. Un moyen commode de mesurer la température de nuages d'atomes est d'effectuer des expériences de temps de vol. Nous allons d'abord montrer comment nous avons adapté ces techniques à la mesure de la température d'un atome unique, puis, en ce qui concerne le régime de fort chargement, nous allons exposer deux variantes d'une expérience de temps de vol. Une partie de nos résultats est exposée dans les références [56, 89, 109, 110].

### 3.2.1 Généralités sur les temps de vol

Considérons un nuage d'atomes à l'équilibre thermodynamique à la température  $T$  dans un potentiel harmonique sphérique de fréquence d'oscillation  $\omega/2\pi$ . La densité du nuage possède alors la forme d'une gaussienne, et la densité de probabilité de trouver un atome à la position  $\vec{r}$  obéit à la formule :

$$P(\vec{r}) = \frac{1}{(2\pi\sigma_0^2)^{(3/2)}} \exp \left[ -\frac{r^2}{2\sigma_0^2} \right]$$

où  $\sigma_0$ , la largeur caractéristique du nuage s'écrit :

$$\sigma_0 = \sqrt{\frac{k_B T}{m\omega^2}} \quad (3.6)$$

$k_B$  étant la constante de Boltzmann, et  $m$ , la masse atomique.

La taille du nuage nous renseigne donc sur sa température. Toutefois, la résolution du système d'imagerie ne permet pas une détermination précise de la taille du nuage piégé. L'idée est alors