Travaux Dirigés de Physique

Charles Tuchendler

MPSI 4 – Lycée Saint-Louis

Année 2019/2020

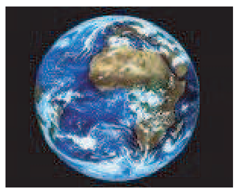
Table des matières

TD n° 5

Cinématique

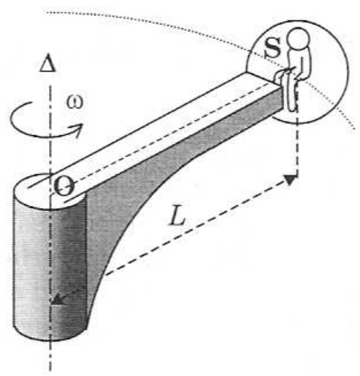
Exercice n° 1 - Calcul d'éléments de surface et de volume

Retrouver les expressions de la surface d'un disque, et de la surface et du volume d'une sphère à partir des éléments surfaciques et volumiques élémentaires.



Exercice n° 2 - Entraînement d'un spationaute

Un spationaute doit subir différents tests d'aptitude aux vols spatiaux, notamment le test des accélérations. Pour cela, on l'installe dans une capsule de centre S fixée au bout d'un bras métallique horizontal dont l'autre extrémité est rigidement liée à un arbre de rotation vertical Δ. La longueur du bras est notée L.



L'ensemble {capsule + bras + arbre} est mis en rotation avec une vitesse angulaire croissant progressivement selon la loi $\omega(t) = \omega_0\,[1 - \exp(-t/\tau)]$, où ω_0 est la vitesse angulaire nominale du simulateur et τ un temps caractéristique.

On assimilera le spationaute au point matériel S.

1. Dessiner la trajectoire du spationaute ainsi que son vecteur vitesse dans le référentiel du laboratoire en faisant figurer la base adaptée à l'étude de ce mouvement.
2. Donner l'expression des vecteurs position, vitesse et accélération du spationaute à un instant t quelconque dans le référentiel du laboratoire.
3. A partir de quelle durée peut-on supposer que le mouvement est circulaire et uniforme ? Que deviennent les expressions des vecteurs vitesse et accélération dans ce cas ? Calculer alors la norme de l'accélération subie par le spationaute.
4. Quelle doit être la valeur de ω_0 pour que l'accélération atteigne 10 g lors du régime de rotation uniforme (g est l'accélération de la pesanteur) ? On donnera le résultat en tours par seconde.

Application numérique : $L = 10{,}0$ m ; $g = 9{,}8$ m.s^{-2}.

Exercice n° 3 - Déplacement sur un manège

On considère un manège tournant à vitesse angulaire constante ω_0. Un observateur part du centre du manège, et marche à vitesse constante v_0 dans le référentiel du manège, le long d'un rayon du plateau du manège.

1. Déterminer la vitesse et l'accélération de l'observateur dans le référentiel du manège.
2. Déterminer la position de l'observateur dans le référentiel lié au sol, en coordonnées cylindriques, puis donner l'équation de la trajectoire et tracer son allure.
3. Déterminer l'expression de la vitesse et de l'accélération de l'observateur dans le référentiel lié au sol, en utilisant les coordonnées cylindriques.

Exercice n° 4 - Risque de collision au freinage

1. Une voiture roule à une vitesse constante V_1 en ligne droite. Au temps $t = 0$, le conducteur aperçoit un obstacle, mais il ne commence à freiner qu'au bout d'un temps $\varepsilon = 0,6$ s (temps de réaction du conducteur). La voiture possède alors une décélération constante $a = 7,5$ m.s^{-2}.

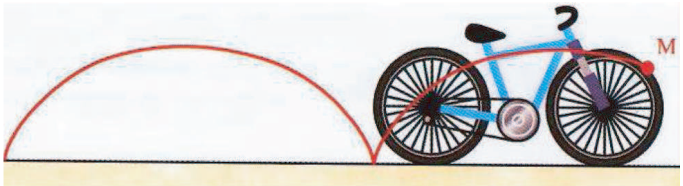
   Calculer la distance parcourue par le véhicule depuis l'instant initial jusqu'à l'arrêt dans les deux cas suivants : $V_1 = 54$ km.h^{-1}, puis $V_1 = 108$ km.h^{-1}.
2. Deux voitures se suivent sur une route droite, à une distance d, et roulent à la même vitesse constante V_2. A l'instant $t = 0$, la première voiture commence à freiner avec une décélération a, la seconde voiture ne commence à freiner qu'après un temps ε avec une décélération $b < a$.

   Quelle condition doit satisfaire d pour que la seconde voiture s'arrête avant de heurter la première ?

   Données : $V_2 = 108$ km.h^{-1} ; $b = 6$ m.s^{-2}.

Exercice n° 5 - Trajectoire cycloïdale

On s'intéresse au mouvement d'un point d'une roue de vélo de rayon R. On note C le point au centre de la roue et M le point de la périphérie de la roue qui coïncide avec le point de contact avec le sol à $t = 0$.



La roue roule sans glisser sur le sol (axe Ox), c'est-à-dire que lorsqu'un rayon de la roue tourne d'un angle θ, l'abscisse x_C du centre augmente de $R\,\theta$.
Soit $\mathcal{R}$ le référentiel lié au sol (repère spatial $(O\,x\,y\,z)$ avec O le point coïncidant avec M à $t = 0$). Soit $\mathcal{R}'$ le référentiel lié à la roue (repère spatial $(C\,x'\,y'\,z')$ dont les axes sont parallèles aux axes de $\mathcal{R}$).

1. Quelle est la trajectoire du point C dans le référentiel $\mathcal{R}$? Donner l'évolution de la position de C avec le temps. Mêmes questions dans le référentiel $\mathcal{R}'$.
2. Quelle est la trajectoire du point M dans le référentiel $\mathcal{R}'$? Donner l'évolution de la position de M avec le temps.
3. Montrer que les coordonnées (x_M, y_M) du point M s'écrivent, dans le référentiel $\mathcal{R}$ (équation paramétrique d'une cycloïde) :

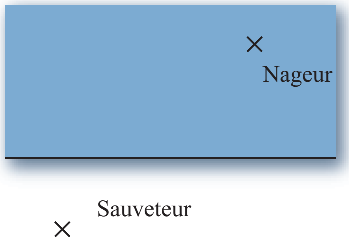
$$\begin{aligned} x_M &= R\,(\theta - \sin\theta) \\ y_M &= R\,(1 - \cos\theta) \end{aligned}$$

4. En déduire les composantes de la vitesse et de l'accélération de M dans $\mathcal{R}$ en fonction de R, θ et des dérivées de θ. En quels point la norme de la vitesse est-elle nulle ? maximale ?
5. Déterminer la longueur d'un arc de cycloïde.

Exercice n° 6 - Sauvetage en mer®

Un maître nageur doit secourir une personne en train de se noyer en mer.

1. Quelle est la trajectoire que le sauveteur doit suivre pour arriver sur le nageur le plus vite possible, sachant que l'axe sauveteur/nageur n'est pas perpendiculaire à la plage ?
2. Quel est le lien avec les Lois de Descartes ?



Exercice n° 7 - Quel est le chemin le plus court

1. On considère deux points distincts A et B à la surface de la Terre de même latitude λ. Est-il plus court de se déplacer de A à B selon le parallèle terrestre correspondant ou bien selon le grande cercle, c'est-à-dire le cercle de rayon égal au rayon terrestre R_T et de centre le centre de la Terre (supposée sphérique) ?
2. On montre en réalité que, sur une sphère de rayon R, le grand cercle est le plus court chemin entre deux points. λ étant la latitude et ψ étant la longitude, déterminer la longueur du chemin le plus court entre Paris ($\lambda_1 = 48°52'$ N ; $\psi_1 = 2°20'$ E) et Tokyo ($\lambda_1 = 35°42'$ N ; $\psi_1 = 139°30'$ E).

On donne $R_T = 6{,}37(1) \times 10^6\,\mathrm{m}$

Exercice n° 8 - Escalier en colimaçon

On s'intéresse au mouvement d'un objet ponctuel M se déplaçant sur la rampe d'un escalier en colimaçon. On modélise le mouvement de deux façons :
- en utilisant tout d'abord les coordonnées cartésiennes.
- puis avec les coordonnées cylindriques, mieux adaptées à la descritpion d'un tel mouvement.

• Coordonnées cartésiennes

Les coordonnées cartésiennes du point M sont données par : $x(t) = a\cos\theta(t)$, $y(t) = a\sin\theta(t)$ et $z(t) = b\,\theta(t)$ où $\theta(t)$ est l'angle usuel des coordonnées cylindriques.

1. En utilisant la photo, préciser l'orientation choisie pour l'angle θ.
2. Exprimer en fonction de θ, $\dot\theta$ et $\ddot\theta$ les composantes cartésiennes de la vitesse et de l'accélération de M.
3. Montrer que le point H, projeté de M sur le plan $z = 0$, a un mouvement de rotation circulaire. En déduire que le mouvement de M est la combinaison de deux mouvements dont on précisera la nature.
4. Déterminer le pas h de l'hélice.
5. A quelle condition sur $\theta(t)$ le mouvement est-il uniforme ?

• Coordonnées cylindriques

Les coordonnées cylindriques du point M sont données par : $r = R_0$, $\theta = \omega t$ et $z = h\,\frac{\omega t}{2\pi}$ où R_0, ω et h sont des constantes.

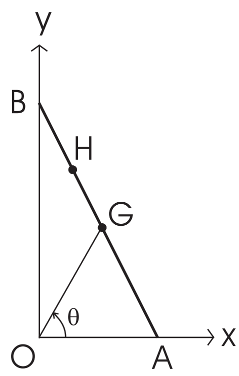
1. Déterminer les expressions de la position, la vitesse et l'accélération de M dans la base locale ($\overrightarrow{u_r}$, $\overrightarrow{u_\theta}$, $\overrightarrow{u_z}$).
2. Montrer que la norme de la vitesse est constante.
3. Montrer que le vecteur vitesse fait avec l'axe Oz un angle α constant. Exprimer $\tan\alpha$ en fonction de R_0 et h.

Exercice n° 9 - Particule freinée sur son axe

Une particule astreinte à évoluer sur un axe (Ox) a pour accélération $\overrightarrow{a} = -Kv^n\overrightarrow{e_x}$ avec K constante positive. A $t = 0$ elle est en O avec une vitesse $\overrightarrow{v}(0) = v_0\overrightarrow{e_x}$.

1. Quelle est la dimension de K ? Le mouvement est-il uniforme, accéléré ou freiné ?
2. Pour les cas $n = 1$ puis $n = 2$, déterminer la loi de vitesse en fonction du temps, l'équation horaire du mouvement et l'expression de la vitesse en fonction de x (trajectoire). Dans chaque cas, que peut-on dire de la distance parcourue par la particule avant immobilisation ?

Exercice n° 10 - Echelle



Un homme H monte à une échelle de hauteur $2L$. L'échelle est appuyée en A sur le sol et en B sur un mur vertical. Lorsque l'homme a monté les trois quarts de l'échelle, celle-ci se met à glisser. On pourra noter G le milieu de l'échelle, avec $R = OG$ et θ l'angle $(Ox, \overrightarrow{OG})$.

1. Exprimer $x_H(\theta)$ et $y_H(\theta)$, puis donner l'équation cartésienne de la trajectoire.
2. Déterminer la vitesse $\vec{v}_H$ de l'homme en fonction de $\omega = \dfrac{d\theta}{dt}$, et donner son expression au moment où il arrive au sol et la commenter.

Exercice n° 11 - Tige

On représente ci-dessous un système mécanique dont le mouvement s'effectue dans le plan (xOy). Ce système comporte deux roues tournant dans le sens trigonométrique à la vitesse angulaire ω autour de leurs axes respectifs $(O_1, \vec{u_z})$ et $(O_2, \vec{u_z})$. Elles sont reliées par une tige $\mathcal{T}$ homogène de longueur ℓ et de centre de masse C. les axes sont fixes et les liaisons en A et B sont articulées.

On pose $O_1A = O_2B = a$. À $t = 0$, les vecteurs $\overrightarrow{O_1A}$ et $\overrightarrow{O_2B}$ font un même angle θ_0 avec $\vec{u_x}$. On se place dans le référentiel terrestre $\mathcal{R}$ auquel on associe le repère fixe $(O, \vec{u_x}, \vec{u_y}, \vec{u_z})$.

1. Quelle est la nature du mouvement de la tige ?
2. Représenter graphiquement et déterminer les expressions de $\vec{v}(A/\mathcal{R})$, $\vec{v}(B/\mathcal{R})$ et $\vec{v}(C/\mathcal{R})$.