# Optique

Charles Tuchendler

MPSI 4 – Lycée Saint-Louis

Année 2019/2020

# Table des matières

# chapitre XIX

# Lentilles sphériques minces

## Sommaire

## Description

**Définition XIX.1 – Lentille sphérique**

Une *lentille sphérique* est un milieu transparent délimité par deux dioptres sphériques, qui permet de conjuguer un couple de points en exploitant le phénomène de *réfraction* et non la réflexion comme dans le cas du miroir plan.

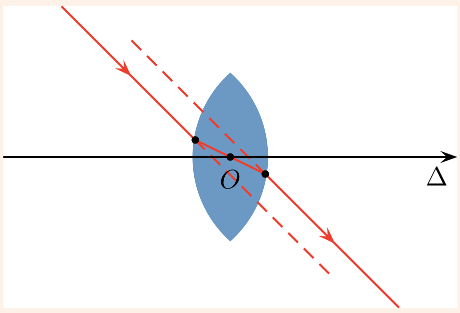
L'indice de réfraction du verre dépendant, en général, de la longueur d'onde de la lumière, *les lentilles ne sont donc pas achromatiques* contrairement au miroir plan.

Remarque : sur la figure ci-dessus est représentée une lentille à symétrie de révolution autour de l'axe optique $\Delta$, et pour laquelle $C_1$ et $C_2$ sont les centres des deux dioptres sphériques de rayons respectifs et $R_1$ et $R_2$. On note $S_1$ et $S_2$ les sommets de la lentille, intersections avec l'axe optique de chacun des dioptres formant la lentille.

N.B. : les points $C_1$ et $C_2$ ne sont pas nécessairement de part et d'autre de la lentille, et peuvent même être à l'infini (lentille plate d'un côté).

**Propriété XIX.1 – Lentille sphérique**

Il existe un point $O$ entre $S_1$ et $S_2$ tel que tout rayon incident réfracté en passant par $O$ émerge de la lentille parallèlement à la direction incidente.
On dit alors de ce rayon qu'il n'est pas dévié.



**Définition XIX.2 – Lentilles convergentes et divergentes**

⋆ Les lentilles *convergentes* sont plus *minces* aux bords qu'au niveau de $\Delta$ :

⋆ Les lentilles *divergentes* sont plus *épaisses* aux bords qu'au niveau de $\Delta$ :

Remarque : le caractère convergent ou divergent est obtenu par application des lois de Snell-Descartes. Pour des lentilles d'indice $n > 1$ plongées dans l'air, on a :

**Définition XIX.3 – Lentille mince**

Une lentille sphérique, d'épaisseur $S_1S_2 = e$, est mince si :

$$\boxed{e \ll R_1 \quad ; \quad e \ll R_2 \quad \text{et} \quad e \ll C_1C_2}$$

Remarque : $S_1$ et $S_2$ sont alors supposés *confondus* avec $O$, le centre de la lentille.

# I Stigmatisme approché des lentilles minces

## I.1 Utilisation dans les conditions de Gauss

L'expérience XIX.1 montre qu'en règle générale, une lentille mince n'est pas stigmatique. On peut cependant obtenir un stigmatisme approché en se rapprochant des conditions de Gauss.

De la même manière, un SO utilisé dans les conditions de Gauss possède un aplanétisme approché.

**Expérience XIX.1 – Stigmatisme approché dans les conditions de Gauss**

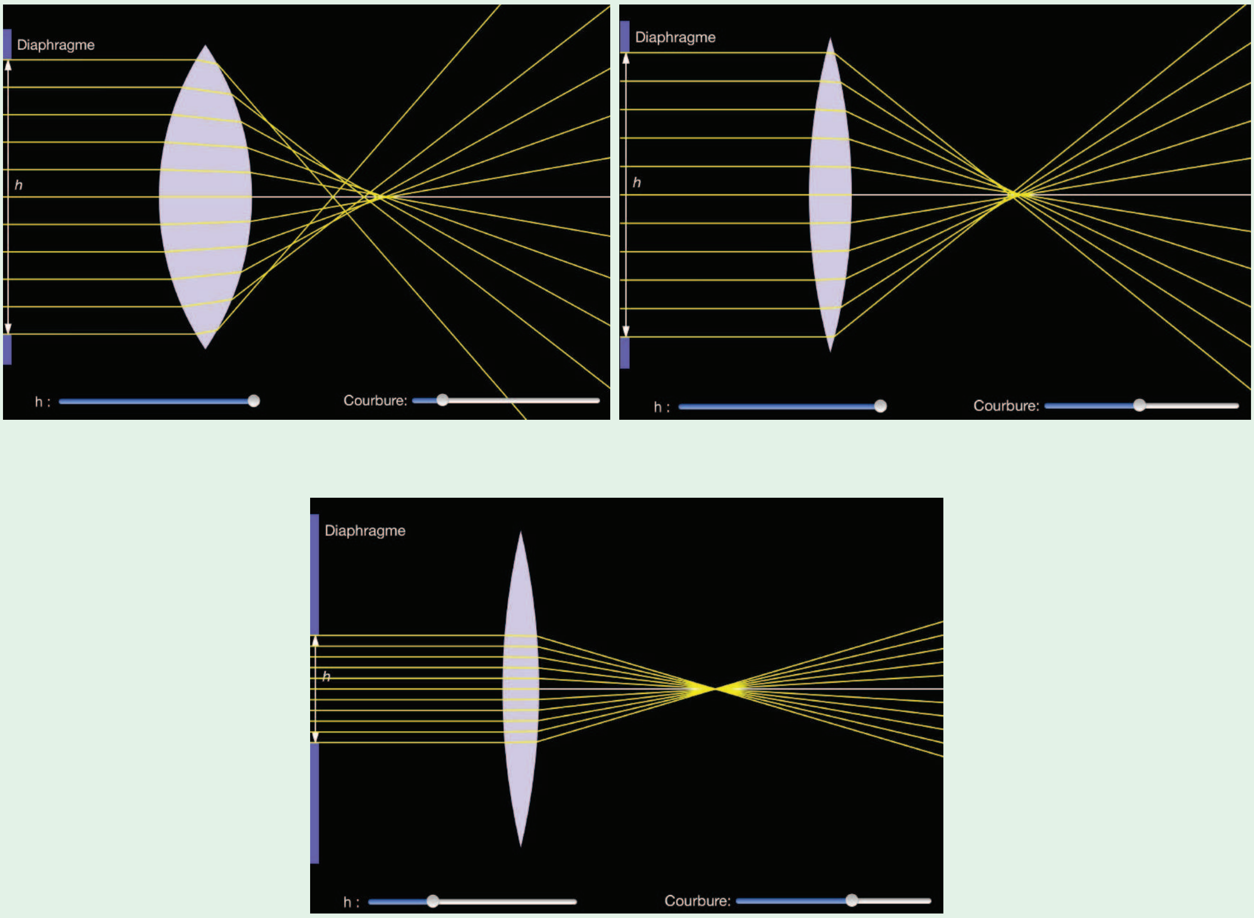



FIGURE XIX.1 – *En haut à gauche, une lentille épaisse hors des conditions de Gauss. En haut à droite, une lentille mince se rapproche d'un SO stigmatique. En bas, une lentille mince utilisée dans les conditions de Gauss est stigmatique.*

**Propriété XIX.2 – Stigmatisme et aplanétisme**

Nous admettrons que les lentilles sphériques minces utilisées dans les conditions de Gauss permettent d'obtenir un stigmatisme et un aplanétisme approchés.

Nous nous limiterons par la suite à ces conditions d'utilisation.

---

Remarque : puisqu'un rayon passant par $O$ n'est pas dévié, et que l'image d'un point objet est unique pour un système stigmatique, le centre $O$ est donc sa propre image.

## I.2 Modélisation

**Définition XIX.4 – Modèle idéal des lentilles minces**

On modélise traditionnellement une lentille mince travaillant dans les conditions de Gauss par une double flèche dont l'orientation dépend du caractère convergent ou divergent.

## I.3 Notions de foyers et de distance focale

**Définition XIX.5 – Foyers et focale**

En plus de son centre optique $O$, une lentille mince possède :

- ⋆ **un foyer objet** $F$, conjugué d'une image située à l'infini sur l'axe optique. Il se trouve avant la lentille lorsque celle-ci est convergente et après la lentille dans le cas contraire. Le plan focal objet (ensemble des points qui donnent une image à l'infini) est défini comme le plan perpendiculaire à l'axe optique et contenant $F$.

- ⋆ **un foyer image** $F'$, conjugué d'un objet situé à l'infini sur l'axe optique. Nous admettrons qu'il est le symétrique du foyer objet $F$ par rapport au centre de la lentille. Le plan focal image est défini similairement au plan focal objet.

**Définition XIX.5 – Foyers et focale (suite)**

On caractérise cette lentille :

* par sa **distance focale**, c'est-à-dire la distance algébrique notée $f'$ qui sépare le centre $O$ du foyer image $F'$ de la lentille :

$$\boxed{f' = \overline{OF'} = -\overline{OF}} \quad \text{avec} \quad [f'] = L \quad \text{(en mètre notés "m")}$$

* ou par sa **vergence** $v$ définie comme :

$$\boxed{v = \frac{1}{f'}} \quad \text{et} \quad [v] = L^{-1} \quad \text{(en dioptries notées "}\delta\text{")}$$

Remarque : la distance focale $f'$ est positive pour une lentille convergente, et négative pour une lentille divergente.

$$\boxed{f'_{\text{CV}} > 0} \quad \text{et} \quad \boxed{f'_{\text{DV}} < 0}$$

## II Construction graphique d'une image

**Propriété XIX.3 – Conjugaison - Rappel**

Pour construire l'image $B'$ d'un point $B$, on utilise la propriété de conjugaison des points $B$ et $B'$.

Tous les rayons passant par $B$ doivent passer par $B'$ après la traversée de la lentille.

**Méthode XIX.1 – Rayons de construction**

Parmi tous les rayons possibles, trois rayons particuliers appelés *rayons de construction* vont nous permettre de construire $B'$ :

* **Le rayon incident parallèle à $\Delta$** ressort de la lentille en coupant l'axe optique au foyer image $F'$ de la lentille.

**Méthode XIX.1 – Rayons de construction (suite)**

⋆ **Le rayon incident qui passe par le foyer $\boldsymbol{F}$** ressort de la lentille parallèlement à l'axe optique.

⋆ **Le rayon incident qui passe par le centre $\boldsymbol{O}$** de la lentille n'est pas dévié.

Remarques :

⋆ Seuls deux rayons suffisent pour construire l'image d'un point, **mais il est souvent utile de tracer les trois pour vérifier la position de l'image.**

⋆ Il est également souvent utile de prolonger certains rayons afin d'obtenir le point image (cas de virtualité) ou les intersections avec l'axe optique.

⋆ Le trajet de n'importe quel autre rayon passant par $B$ peut être construit en utilisant la propriété de stigmatisme : tout rayon incident sur la lentille ressort nécessairement dans la direction de $B'$ (préalablement déterminé à partir des rayons de construction).

⋆ Pour obtenir l'image $A'B'$ d'un objet étendu $AB$, perpendiculaire à l'axe optique, **où $\boldsymbol{A}$ appartient à l'axe optique**, il suffit de déterminer la position de $B'$ et d'utiliser les propriétés l'aplanétisme du système.

# III Construction d'un rayon transmis quelconque

On peut parfois être amené à construire le rayon transmis par une lentille, correspondant à un rayon incident donné, et ne passant ni par $O$, ni par $F$, ni par $F'$.

**Méthode XIX.2 – Construction de rayons quelconques**

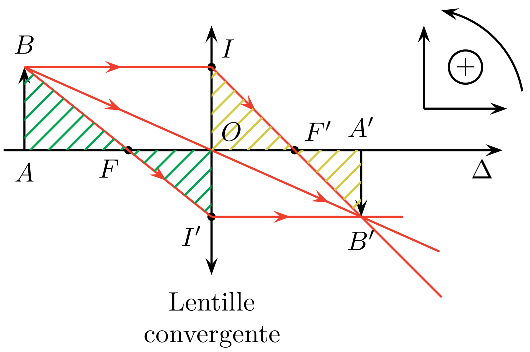
- ⋆ Pour obtenir la direction du rayon émergent, on suppose que le rayon incident provient d'un point $B$ à l'infini.
- ⋆ Par définition du plan focal image, celui-ci contient l'image $B'$ de $B$ à l'infini. De plus, comme tout rayon parallèle au rayon initial semble provenir de la même source $B$, le rayon passant par $O$ et n'étant pas dévié par la lentille provient lui aussi de $B$. $B'$ est donc à l'intersection de ce dernier rayon et du plan focal image.

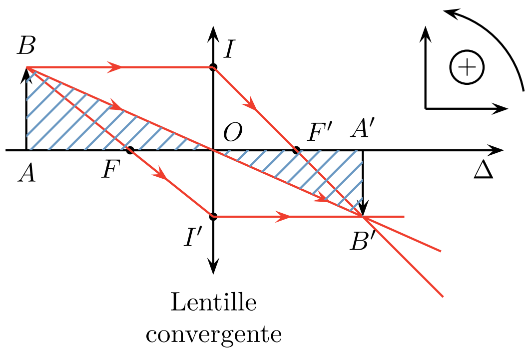
Remarque : Un raisonnement analogue peut être appliqué afin de construire l'antécédent d'un rayon quelconque émergent de la lentille.

# IV Relations de conjugaison et grandissement

Nous allons appuyer sur les deux figures ci-dessous pour établir graphiquement les différentes relations de conjugaison d'une lentille ainsi que les expressions des grandissement et grossissement.

On considère ici, pour l'exemple, une lentille sphérique mince convergente et un objet étendu $AB$ situé avant le foyer principal objet de la lentille.



## IV.1 Relations avec origine aux foyers - Formule de Newton

**Théorème XIX.1 – Relations avec origine aux foyers - Formule de Newton**

Pour une lentille mince, on peut établir les relations suivantes faisant intervenir les foyers :

$$\boxed{\gamma = \frac{f'}{\overline{FA}} = -\frac{\overline{F'A'}}{f'}} \quad \text{et donc} \quad \boxed{\overline{FA}.\overline{F'A'} = -f'^2}$$

## IV.2 Relations avec origine au centre - Formule de Descartes

**Théorème XIX.2 – Relations avec origine au centre - Formule de Descartes**

Pour une lentille mince, on peut établir les relations suivantes faisant intervenir le centre :

$$\boxed{\gamma = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}}} \quad \text{et} \quad \boxed{\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{f'}}$$

### IV.3 Distance minimale entre objet réel et image réelle

**Exercice XIX.1 – Condition de Bessel - Focométrie par la méthode de Bessel et Silbermann**

### IV.4 Grossissement

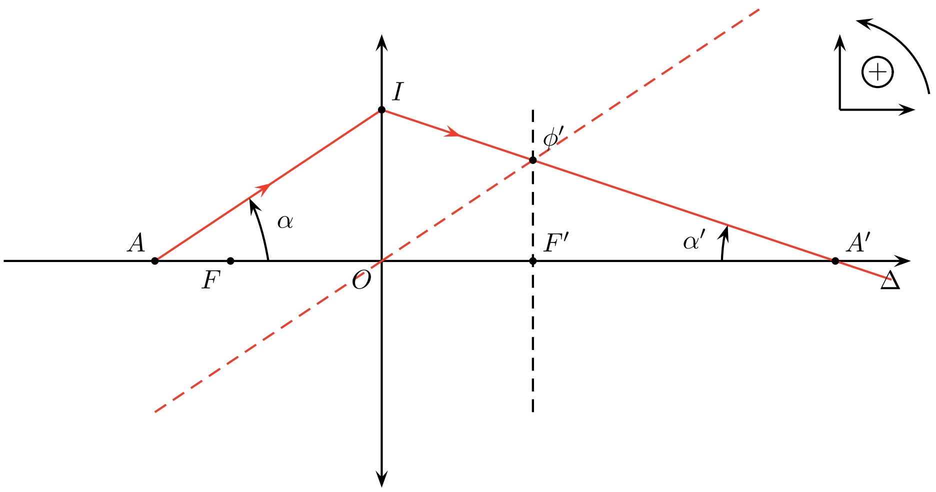
Il peut aussi être intéressant de déterminer le ***grossissement*** d'une conjugaison donnée.

**Définition XIX.6 – Grossissement**

On définit le grossissement d'une conjugaison donnée, pour un RL quelconque, par le rapport de l'angle que fait le RL avec $\Delta$ après la traversée de la lentille sur celui qu'il fait avec $\Delta$ avant la traversée de la lentille. On a donc par définition :

$$\boxed{G = \frac{\alpha'}{\alpha}}$$

Remarque : l'oeil n'est, par exemple, sensible qu'à l'angle sous lequel l'objet ou son image sont vus.




**Théorème XIX.3 – Lien entre grandissement et grossissement**

Le grossissement est égal à l'inverse du grandissement transverse, pour une lentille utilisée dans les conditions de Gauss :

$$\boxed{G = \frac{1}{\gamma}}$$