

# – Correction du DS (9) de physique-chimie –

## Thermodynamique

### I Transformations subies par un gaz parfait

#### Première partie

1.  $m_0 = \frac{P_A^0 d_A^0 S}{r_0 T_A^0} = 2.6 \times 10^{-3} \text{ kg} = 2.6 \text{ g}$  et  $m_1 = \frac{P_A^1 d_A^1 S}{r_1 T_A^1} = 1.7 \times 10^{-3} \text{ kg} = 1.7 \text{ g}$
2. La transformation subie par le dioxygène est un chauffage quasistatique isochore et irréversible à cause du déséquilibre de température.  $d_B^0 = d_A^0$  et  $T_B^0 = T_S$ , d'où :  $P_B^0 = \frac{m_0 r_0 T_S}{S d_A^0} = 2 \times 10^5 \text{ Pa} = 2 \text{ bar}$ . C'est donc une compression.
3. La transformation subie par le diazote est un chauffage quasistatique isobare et irréversible à cause du déséquilibre de température.  $P_B^1 = P_A^1$  et  $T_B^1 = T_S$ , d'où :  $d_B^1 = \frac{m_1 r_1 T_S}{S P_A^1} = 0.3 \text{ m}$ . C'est donc une détente.
4.  $W_{A \rightarrow B}^0 = 0$  car la transformation est isochore.  
 $W_{A \rightarrow B}^1 = - \int P_{ext} dV = -P_{atm} S (d_B^1 - d_A^1) = -150 \text{ J} < 0$ . Ce travail est négatif car le diazote cède du travail vers l'extérieur au cours de la détente.
5.  $Q_{A \rightarrow B}^0 = \Delta U_{A \rightarrow B}^0 - W_{A \rightarrow B}^0 = \frac{m_0 r_0}{\gamma - 1} (T_S - T_A^0) = 507 \text{ J}$   
 $Q_{A \rightarrow B}^1 = \Delta U_{A \rightarrow B}^1 - W_{A \rightarrow B}^1 = \frac{m_1 r_1}{\gamma - 1} (T_S - T_A^1) + P_{atm} S (d_B^1 - d_A^1) = 529 \text{ J}$  On aurait également pu utiliser :  $Q_{A \rightarrow B}^1 = \Delta H_{A \rightarrow B}^1 = \frac{m_1 r_1 \gamma}{\gamma - 1} (T_S - T_A^1)$  qui donne le même résultat.  
Ces deux grandeurs sont positives car les deux compartiments reçoivent de l'énergie thermique de l'extérieur lors de leur réchauffement.
6. Afin de calculer les variations d'entropies, on envisage une transformation réversible des deux compartiments : le thermostat passe infiniment lentement de  $T_A^0$  à  $T_S$ .  
Pour le dioxygène, en utilisant l'identité thermodynamique  $dU = TdS - PdV$ , sachant que  $dV = 0$ ,  
 $\Delta S_{AB}^0 = \int \frac{dU}{T} = \frac{m_0 r_0}{\gamma - 1} \ln \left( \frac{T_S}{T_A^0} \right) = 1.17 \text{ J.K}^{-1}$ .  
L'entropie étant une fonction d'état, la valeur calculée s'identifie avec celle de la transformation irréversible.
7. Pour le diazote, de la même façon, en utilisant la seconde identité thermodynamique  $dH = TdS + VdP$ , sachant que  $dP = 0$ ,  $\Delta S_{AB}^1 = \int \frac{dH}{T} = \frac{m_1 r_1 \gamma}{\gamma - 1} \ln \left( \frac{T_S}{T_A^1} \right) = 1.22 \text{ J.K}^{-1}$ .
8.  $S_{A \rightarrow B}^c = S_{A \rightarrow B}^{c0} + S_{A \rightarrow B}^{c1} = \Delta S_{A \rightarrow B}^0 - S_{eA \rightarrow B}^0 + \Delta S_{A \rightarrow B}^1 - S_{eA \rightarrow B}^1$  où l'entropie n'est échangée qu'entre chaque compartiment et le thermostat car le piston séparant les deux compartiments est calorifugé.  
On en déduit :  $S_{A \rightarrow B}^c = \frac{m_0 r_0}{\gamma - 1} \left[ \ln \left( \frac{T_S}{T_A^0} \right) - \left( 1 - \frac{T_A^0}{T_S} \right) \right] + \frac{m_1 r_1 \gamma}{\gamma - 1} \left[ \ln \left( \frac{T_S}{T_A^1} \right) - \left( 1 - \frac{T_A^1}{T_S} \right) \right] = 0.67 \text{ J.K}^{-1} > 0$   
La transformation globale est bien irréversible car l'entropie créée est positive.

#### Deuxième partie

9. La transformation est irréversible à cause du déséquilibre de pression. A l'état final :  $T_C^0 = T_C^1 = T_S$  à cause de l'équilibre avec le thermostat et  $P_C^0 = P_C^1$  à cause de l'équilibre mécanique du piston.

10.  $d_C^0 = \frac{m_0 r_0 T_S}{S P_C^0}$  et  $d_C^1 = \frac{m_1 r_1 T_S}{S P_C^1}$

Or le piston  $\Pi_1$  étant bloqué, le volume global est constant et  $d_C^0 + d_C^1 = d_B^0 + d_B^1$ .

Donc  $d_C^0 = \frac{m_0 r_0}{m_0 r_0 + m_1 r_1} (d_B^0 + d_B^1) = 0.29 \text{ m}$  et  $d_C^1 = \frac{m_1 r_1}{m_0 r_0 + m_1 r_1} (d_B^0 + d_B^1) = 0.21 \text{ m}$ . On vérifie bien que  $d_C^0 + d_C^1 = d_B^0 + d_B^1 = 0.5 \text{ m}$ .

Et donc finalement  $P_C^0 = \frac{(m_0 r_0 + m_1 r_1) T_S}{S (d_B^0 + d_B^1)} = 1.42 \times 10^5 \text{ Pa} = 1.42 \text{ bar}$ . On vérifie bien que  $P_C^0 = P_C^1$  est compris entre  $P_B^0$  et  $P_B^1$ .

11.  $\Delta U_{B \rightarrow C} = \Delta U_{B \rightarrow C}^0 + \Delta U_{B \rightarrow C}^1 = 0$  car les températures initiales et finales sont identiques. On notera que la transformation est monotherme, mais pas isotherme car la température dans chacun des deux compartiments évoluent juste après avoir débloquent le piston  $\Pi_0$ .

$\Delta S_{B \rightarrow C} = \Delta S_{B \rightarrow C}^0 + \Delta S_{B \rightarrow C}^1$ . L'entropie étant une fonction d'état, on peut calculer cette variation d'entropie pour une transformation réversible pour laquelle on ferait bouger le piston  $\Pi_0$  infiniment lentement de sorte que la transformation serait isotherme et telle que  $dU = 0$ . D'après l'identité thermodynamique,  $dU = TdS - PdV$ ,  $dS = \frac{P}{T}dV = mr \frac{dV}{V}$  pour les deux gaz. On en déduit finalement :

$$\Delta S_{B \rightarrow C} = m_0 r_0 \ln \left( \frac{d_C^0}{d_B^0} \right) + m_1 r_1 \ln \left( \frac{d_C^1}{d_B^1} \right) = 0.07 \text{ J.L}^{-1}$$

12.  $S_{B \rightarrow C}^c = \Delta S_{B \rightarrow C} - S_{e_{B \rightarrow C}} = \Delta S_{B \rightarrow C} - \frac{Q_{B \rightarrow C}^0 + Q_{B \rightarrow C}^1}{T_S}$  où les transferts thermiques se font avec le thermostat. L'application du premier principe au système global conduit à  $Q_{B \rightarrow C}^0 + Q_{B \rightarrow C}^1 = 0$  car le volume total est constant et donc  $W_{B \rightarrow C}^0 + W_{B \rightarrow C}^1 = 0$ .

Donc finalement  $S_{B \rightarrow C}^c = \Delta S_{B \rightarrow C} = 0.07 \text{ J.L}^{-1} > 0$ . La transformation est bien irréversible car l'entropie créée est positive.

## II Évolution d'un mélange liquide-vapeur

1. Les parois sont perméables à la chaleur, d'où  $T_\alpha^0 = T_\alpha^1 = T_{ext} = T_\alpha = 380$  K. De plus le piston  $\Pi_0$  étant mobile, la pression  $P_\alpha^0$  dans le compartiment 0 est identique à la pression  $P_\alpha^1$  dans le compartiment 1. Dans l'état  $\alpha$ , l'eau est à l'équilibre liquide-vapeur, elle est à la pression de vapeur saturante :

$$P_\alpha^0 = P_\alpha^1 = P_\alpha = P_{sat} = P_0 \exp \left[ \frac{M_E \ell_v (T_0)}{RT_0^2} (t_\alpha - T_0) \right] = 1,28 \times 10^5 \text{ Pa}$$

2. Les gaz étant supposés parfait dans les deux compartiments :

$$P_\alpha V_{\alpha,E,vap}^0 = \frac{m_{E,vap}}{M_E} RT_\alpha \quad \text{et} \quad P_\alpha V_{\alpha,A,vap}^1 = \frac{m_{A,vap}}{M_A} RT_\alpha$$

soit

$$m_{E,vap} = \frac{M_E P_\alpha}{RT_\alpha} S (d_\alpha^0 - d_{\alpha,liq}^0) = 0,71 \text{ g}$$

et

$$m_{A,vap} = \frac{M_A P_\alpha}{RT_\alpha} S d_\alpha^1 = 1,17 \text{ g}$$

Le volume d'eau liquide donne sa masse :

$$m_{E,liq} = V_{\alpha,E,liq} \rho_{E,liq} = S d_{\alpha,liq} \rho_{E,liq} = 20,0 \text{ g}$$

On en déduit donc la masse totale d'eau dans le compartiment 0 ainsi que la fraction massique en vapeur :

$$m_E = m_{E,vap} + m_{E,liq} = 20,7 \text{ g} \quad \text{et} \quad x_\alpha = \frac{m_{E,vap}}{m_E} = 3,4\%$$

3. Dans l'état  $\beta$ ,  $T_\beta^0 = T_\beta^1 = 390$  K et  $P_\beta^0 = P_\beta^1$ . La pression de vapeur saturante à cette température vaut :

$$P_\beta^0 = P_\beta^1 = P_\beta = P_{sat}(T_\beta) = 1,81 \times 10^5 \text{ Pa}$$

Supposons que dans l'état  $\beta$  l'air et l'eau soient uniquement sous forme vapeur. On aurait alors :

$$\begin{cases} P_\beta S d_\beta^0 = \frac{m_E}{M_E} RT_\beta \\ P_\beta S d_\beta^1 = \frac{m_A}{M_A} RT_\beta \end{cases} \Rightarrow P_\beta S (d_\beta^0 + d_\beta^1) = \left( \frac{m_E}{M_E} + \frac{m_A}{M_A} \right) RT_\beta$$

On aurait donc  $P_\beta = \left( \frac{m_E}{M_E} + \frac{m_A}{M_A} \right) \frac{RT_\beta}{Sd} = 1,96 \times 10^6 \text{ Pa} > P_{sat}(T_\beta)$ . L'eau ne peut pas être uniquement sous forme de vapeur.

4. Supposons maintenant que dans l'état  $\beta$  l'eau dans le compartiment 0 se trouve uniquement sous forme liquide. La hauteur de l'eau liquide peut être négligée ( $\sim 2$  mm), le gaz dans le compartiment 1 occupe tout le volume et sa pression vaut alors :

$$P_\beta = \frac{m_A RT_\beta}{M_A S d_\beta^1} = 6,62 \times 10^4 \text{ Pa} < P_{sat}(T_\beta)$$

La pression obtenue  $P_\beta$  n'est pas supérieure à  $P_{sat}(T_\beta)$ , l'eau ne peut pas être uniquement sous forme liquide. Ainsi, dans l'état  $\beta$ , l'eau est obligatoirement en phase liquide-vapeur et la pression régnant dans les deux compartiments est égale à  $P_\beta = P_{sat}(T_\beta) = 1,81 \times 10^5 \text{ Pa}$ .

5. La hauteur du compartiment 1 vérifie alors :

$$P_\beta S d_\beta^1 = \frac{m_A}{M_A} RT_\beta \quad \text{soit} \quad d_\beta^1 = \frac{m_A RT_\beta}{M_A P_\beta S} = 0,072 \text{ m}$$

On en déduit la hauteur du compartiment 0 :

$$d_{\beta}^0 = d - d_{\beta}^1 = 0,128 \text{ m}$$

Le système « eau » du compartiment 0 étant fermé, la masse d'eau est constante :

$$m_E = m_{E,liq} + m_{E,vap} = (d_{\beta}^0 - d_{\beta,vap}^0) S \rho_{E,liq} + \frac{d_{\beta,vap}^0 S P_{\beta} M_E}{RT_{\beta}}$$

Il vient :

$$d_{\beta,vap}^0 = RT_{\beta} \frac{m_E - S \rho_{E,liq} d_{\beta}^0}{S(P_{\beta} M_E - \rho_{E,liq} RT_{\beta})} = 0,128 \text{ m}$$

et donc :

$$d_{\beta,liq}^0 = d_{\beta}^0 - d_{\beta,vap}^0 = 1,9 \times 10^{-3} \text{ m}$$

On déduit de ce qui précède les masses de liquide et de vapeur ainsi que la fraction massique en vapeur :

$$m_{E,liq} = d_{\beta,liq}^0 S \rho_{E,liq} = 19,4 \text{ g} \quad \text{et} \quad m_{E,vap} = m_E - m_{E,liq} = 1,28 \text{ g}$$

soit :

$$x_{\beta} = \frac{m_{E,vap}}{m_E} = 6,2\%$$

Une petite quantité d'eau est donc passée de l'état liquide à l'état gazeux.

Remarque : on aurait pu poser d'autres questions de thermodynamiques sur ce problème : bilan d'énergie, bilan d'entropie, ...

### III Étude d'un moteur Diesel

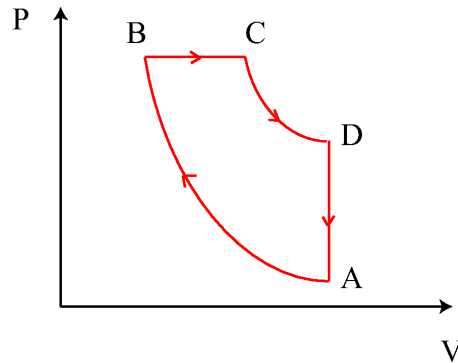
#### III. A Question préliminaire

1.

$$c_P = \frac{C_P}{m} = \frac{R\gamma}{M(\gamma-1)} = 1 \text{ kJ.K}^{-1}.\text{kg}^{-1} \quad \text{et} \quad c_V = \frac{R}{M(\gamma-1)} = 717 \text{ J.K}^{-1}.\text{kg}^{-1}$$

#### III. B Etude générale du cycle moteur

2. Cycle dans le diagramme de Clapeyron :



3. Les transformations AB et CD étant adiabatiques :

$$Q_{AB} = Q_{CD} = 0$$

La transformation BC étant isobare :

$$Q_{BC} = \Delta H = mc_P(T_C - T_B)$$

La transformation DA étant isochore,  $W_{DA} = 0$  et

$$Q_{DA} = \Delta U = mc_V(T_A - T_D)$$

4. Les transformations AB étant adiabatiques et réversibles :  $TV^{\gamma-1} = \text{cste}$  pour chacune des deux transformations.

On en déduit  $T_B = T_A \alpha^{\gamma-1}$  et  $T_C = T_D \beta^{\gamma-1}$

De plus, la transformation BC étant isobare :  $P_B = P_C$ , d'où  $T_C = T_B \frac{V_C}{V_B} = T_B \frac{V_C V_A}{V_A V_B} = T_B \frac{\alpha}{\beta}$  et

$$T_C = T_A \frac{\alpha^\gamma}{\beta} \quad \text{et donc} \quad T_D = T_C \beta^{1-\gamma} = T_A \left( \frac{\alpha}{\beta} \right)^\gamma$$

5. Sachant que la quantité de chaleur reçue de la source chaude correspond à  $Q_{BC}$ , le rendement  $r$  du cycle est défini par :

$$r = \frac{-W}{Q_{BC}} = 1 + \frac{Q_{DA}}{Q_{BC}} = 1 + \frac{(T_A - T_D)}{\gamma(T_C - T_B)} = 1 + \frac{1}{\gamma} \frac{1 - \left(\frac{\alpha}{\beta}\right)^\gamma}{\frac{\alpha^\gamma}{\beta} - \alpha^{\gamma-1}} = 1 + \frac{1}{\gamma} \frac{\beta}{\alpha^\gamma} \frac{1 - \left(\frac{\alpha}{\beta}\right)^\gamma}{1 - \frac{\beta}{\alpha}}$$

#### III. C Caractéristiques techniques

6. La température des gaz en fin de compression vaut  $T_B = T_A \alpha^{\gamma-1} = 1240 \text{ K}$ .

7. Le moteur effectue 5000 tours par minute, soit  $5000 \times 60 = 3 \times 10^5$  tours par heure, soit  $1.5 \times 10^5$  cycle par heure, pour parcourir une distance de 136 km, pour une consommation de  $11.4 \times \frac{136}{100} = 15.5 \text{ L}$ .

La masse de carburant injectée à chaque cycle vaut donc :

$$m = \rho V = 800 \times \frac{15.5 \times 10^{-3}}{1.5 \times 10^5} = 8 \times 10^{-5} \text{ kg.cycle}^{-1}$$

8. De l'air est admis à basse pression, lors d'une transformation isobare à la pression atmosphérique et à la température extérieure, juste après l'éjection des gaz, et le volume du cylindre passe de  $V_B$  à  $V_A$ . Le volume d'air admis à chaque cycle correspond donc à la cylindrée :  $V_a = V_A - V_B = 1.471 \times 10^{-3} \text{ m}^3$ . De plus, sachant que la masse volumique de l'air à pression atmosphérique  $P_A = P_0 = 10^5 \text{ Pa}$  et à température  $T_A = 77^\circ \text{C}$  est donné par  $\rho_a = \frac{P_0 M_a}{RT_A} = 1.0 \text{ kg.m}^{-3}$ , on la masse d'air admise à chaque cycle vaut :

$$m_a = V_a \rho_a = 1.47 \times 10^{-3} \text{ kg.cycle}^{-1}$$

9. La combustion du carburant dégage lors de chaque cycle une chaleur donnée par  $Q = 46.8 \times 10^6 \times 8 \times 10^{-5} = 3.74 \text{ kJ}$ .

Cette énergie est utilisée pour chauffer, à pression constante, l'ensemble (air+hydrocarbures) de la température  $T_B$  à la température  $T_C$ , donc :

$$Q = \Delta H_{BC} = (m_{\text{hydrocarbures}} + m_{\text{air}}) c_P (T_C - T_B)$$

On en déduit donc :  $T_C = T_B + \frac{Q}{(m_{\text{hydrocarbures}} + m_{\text{air}}) c_P} = 3650 \text{ K}$

Cette température très importante est bien en accord avec le fait que le carburant s'enflamme spontanément lors de son injection.

10. D'après les résultats de la partie précédente,  $\beta = \frac{V_A}{V_C} = \frac{T_A}{T_C} \alpha^\gamma = 7.8$ .
11. Toujours en utilisant la formule obtenue dans la partie précédente, on obtient :  $r = 0.48$ .
12. L'énergie mécanique motrice générée pendant un cycle est égale à  $\mathcal{E} = -W = r Q_{BC} = 0.48 \times 3.74 \times 10^3 = 1800 \text{ J}$ . Sachant que le moteur effectue 2500 cycles par minute, un cycle dure  $\Delta t = \frac{60}{2500} = 0.024 \text{ s}$ . La puissance de ce moteur correspondrait ainsi à  $\mathcal{P} = \frac{\mathcal{E}}{\Delta t} = 7.5 \text{ kW} = 102 \text{ chevaux}$ .
13. La valeur précédente est évidemment surestimée à cause de l'idéalisation du cycle (gaz parfait, transformation réversibles, frottements, forme du cycle,...). Il n'est donc pas surprenant d'obtenir ici une puissance deux fois trop importante par rapport au moteur réel.