FICHE DE COURS 8

CINÉMATIQUE DU POINT

Ce que je dois être capable de faire après avoir appris mon cours

- ❑ Connaître les propriétés du produit scalaire et du produit vectoriel.
- ❑ Utiliser les règles de la main droite pour orienter une base directe.
- ❑ Projeter tout vecteur dans une base orthonormée donnée.
- ❑ Définir un référentiel à l'aide d'un observateur.
- ❑ Repérer un point dans le temps grâce à une horloge et dans l'espace grâce à un repère fixe ou mobile dans le référentiel d'étude.
- ❑ Définir le repère associé à chacun des trois systèmes de coordonnées usuels à l'aide d'un schéma : cartésiennes, cylindriques et sphériques.
- ❑ Définir les notions d'équations horaires et de trajectoire.
- ❑ Décomposer les bases cylindrique et sphérique dans la base cartésienne.
- ❑ Établir les relations de passage entre les coordonnées cylindriques et cartésiennes d'une part et les coordonnées sphériques et cartésiennes d'autre part.
- ❑ Établir les expressions des vecteurs position, vitesse et accélération dans un repère cartésien ou cylindrique en fonction des variables d'espace associées.
- ❑ Établir les expressions des dérivées temporelles des vecteur des bases cylindrique et sphérique.
- ❑ Établir les expressions des vecteurs position et vitesse dans un repère sphérique en fonction des variables d'espace associées.
- ❑ Définir le vecteur déplacement élémentaire pour chaque système de coordonnées en lien avec la notion générale de différentielle.
- ❑ Établir les expressions du vecteur déplacement élémentaire dans chaque système de coordonnées à partir d'un schéma.
- ❑ Établir et utiliser les longueurs, surfaces ou volumes élémentaires pour étudier des objets de haute symétrie.
- ❑ Énoncer les propriétés des mouvements rectiligne, rectiligne uniforme et rectiligne et uniformément varié.
- ❑ Énoncer les propriétés des mouvements circulaire et circulaire uniforme.
- ❑ Définir la pulsation instantanée d'un mouvement circulaire et la période d'un mouvement circulaire uniforme.
- ❑ Définir un solide indéformable.
- ❑ Énoncer les propriétés associées aux mouvements de translation pure ou de rotation pure d'un solide indéformable.

Les relations sur lesquelles je m'appuie pour développer mes calculs

- Coordonnées cartésiennes dans le repère fixe $(O, \overrightarrow{u_x}, \overrightarrow{u_y}, \overrightarrow{u_z})$:

$$\boxed{\overrightarrow{OM} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}} \quad ; \quad \boxed{\overrightarrow{v(M/\mathcal{R})} = \begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{pmatrix}} \quad ; \quad \boxed{\overrightarrow{a(M/\mathcal{R})} = \begin{pmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{z} \end{pmatrix}}$$

où $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$. Un point M quelconque est repéré par M(x, y, z).

- Coordonnées cylindriques dans le repère mobile $(O, \overrightarrow{u_r}, \overrightarrow{u_\theta}, \overrightarrow{u_z})$:

$$\boxed{\overrightarrow{OM} = \begin{pmatrix} r \\ 0 \\ z \end{pmatrix}} \quad ; \quad \boxed{\overrightarrow{v(M/\mathcal{R})} = \begin{pmatrix} \dot{r} \\ r\dot{\theta} \\ \dot{z} \end{pmatrix}} \quad ; \quad \boxed{\overrightarrow{a(M/\mathcal{R})} = \begin{pmatrix} \ddot{r} - r\dot{\theta}^2 \\ 2\dot{r}\dot{\theta} + r\ddot{\theta} \\ \ddot{z} \end{pmatrix}}$$

où $r \in \mathbb{R}^+$, $\theta \in [0; 2\pi]$ et $z \in \mathbb{R}$. Un point M quelconque est repéré par M(r, θ, z).

- Coordonnées sphériques dans le repère mobile $(O, \overrightarrow{u_r}, \overrightarrow{u_\theta}, \overrightarrow{u_\varphi})$:

$$\boxed{\overrightarrow{OM} = \begin{pmatrix} r \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}} \quad ; \quad \boxed{\overrightarrow{v(M/\mathcal{R})} = \begin{pmatrix} \dot{r} \\ r\dot{\theta} \\ r\sin\theta\ \dot{\varphi} \end{pmatrix}}$$

où $r \in \mathbb{R}^+$, $\theta \in [0; \pi]$ et $\varphi \in [0; 2\pi]$. Un point M quelconque est repéré par M(r, θ, φ).

- Vecteur déplacement élémentaire :

$$\boxed{\overrightarrow{\mathrm{d}OM} \underset{cart.}{=} \begin{pmatrix} \mathrm{d}x \\ \mathrm{d}y \\ \mathrm{d}z \end{pmatrix}} \quad ; \quad \boxed{\overrightarrow{\mathrm{d}OM} \underset{cyl.}{=} \begin{pmatrix} \mathrm{d}r \\ r\mathrm{d}\theta \\ \mathrm{d}z \end{pmatrix}} \quad ; \quad \boxed{\overrightarrow{\mathrm{d}OM} \underset{sph.}{=} \begin{pmatrix} \mathrm{d}r \\ r\mathrm{d}\theta \\ r\sin\theta\mathrm{d}\varphi \end{pmatrix}}$$

- Longueur d'une courbe :

$$\boxed{\ell_{A\to B} = \int_A^B \|\overrightarrow{\mathrm{d}OM}\| = \int_{t_A}^{t_B} \|\overrightarrow{v}\|\mathrm{d}t}$$

- Mouvement uniforme :

$$\boxed{\|\overrightarrow{v(M/\mathcal{R}}\| = cste}$$

- Mouvement rectiligne uniforme :

$$\boxed{\overrightarrow{v(M/\mathcal{R}} = \overrightarrow{cste}}$$

- Mouvement circulaire uniforme :

$$\boxed{\overrightarrow{v(M/\mathcal{R}} = R\omega_0\overrightarrow{u_\theta}} \quad ; \quad \boxed{\overrightarrow{a(M/\mathcal{R}} = -R\omega_0^2\overrightarrow{u_r} = -\frac{\|v\|^2}{R}\overrightarrow{u_r}}$$

où R est le rayon de la trajectoire circulaire et $\omega_0 = \dot{\theta} = cste$ est la vitesse angulaire.