Travaux Dirigés de Physique

Charles Tuchendler

MPSI 4 – Lycée Saint-Louis

Année 2019/2020

Table des matières

TD n° 4 Circuits Linéaires du Deuxième Ordre en Régime Transitoire 1

Exercice n° 1 - Analyse d'un chronogramme 1

Exercice n° 2 - Représentation d'une solution 1

Exercice n° 3 - Circuit RLC parallèle 2

Exercice n° 4 - Cellule double RC 2

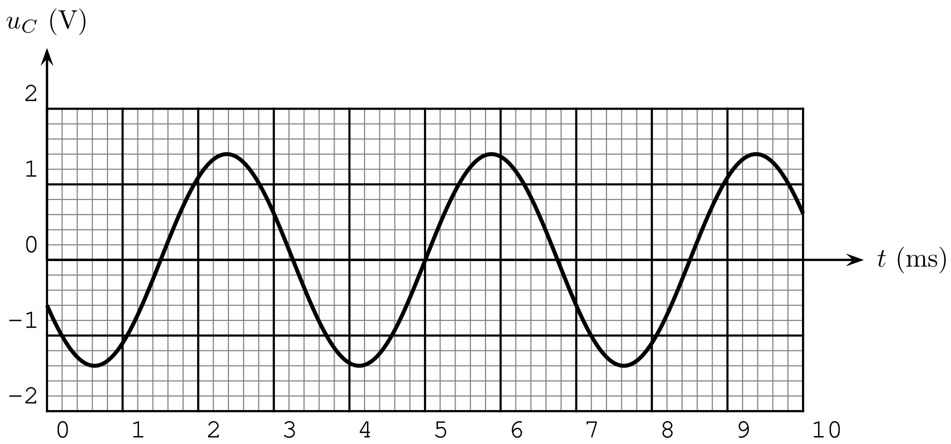
Exercice n° 5 - Étude de circuits couplés 2

Exercice n° 6 - Circuit LC réel 3

TD n° 4

Circuits Linéaires du Deuxième Ordre en Régime Transitoire

Exercice n° 1 - Analyse d'un chronogramme



On relève informatiquement la tension $u_C(t)$ aux bornes du condensateur d'un circuit LC série idéal. Le chronogramme obtenu est représenté ci-dessus.

1. Déterminer les caractéristiques de l'oscillation : amplitude, pulsation propre, phase à l'origine.
2. Quelle est l'unité dans le système international de la capacité d'un condensateur ?
3. Le coefficient d'auto-inductance L de la bobine utilisée vaut $1,00$ mH. En déduire la valeur de C.
4. Pourrait-on modifier l'amplitude des oscillations en changeant uniquement la valeur de L ? On justifiera proprement la réponse.

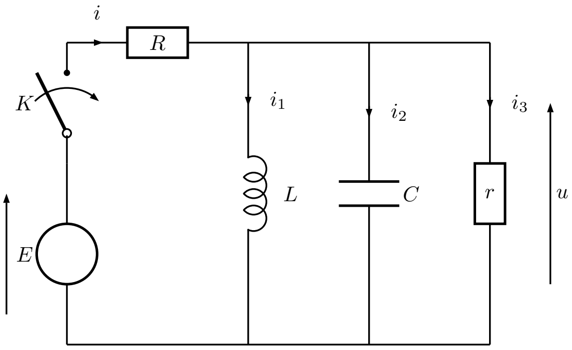
Exercice n° 2 - Représentation d'une solution

On considère un oscillateur harmonique de pulsation propre $\omega_0 = 1,0\,\text{rad.s}^{-1}$ ayant pour solution $x(t) = a\cos(\omega_0 t) - a\sin(\omega_0 t)$ avec $a = 1,0$ cm.

1. Mettre cette solution sous la forme $x(t) = X_m \cos(\omega_0 t + \varphi)$, en déterminant les valeurs des constantes X_m et φ.
2. Tracer le graphe de $x(t)$ sur l'intervalle de temps [0 s , 12 s].
3. Tracer le portrait de phase de cet oscillateur. Quelle(s) propriété(s) de l'oscillateur harmonique retrouvez vous ?

Exercice n° 3 - Circuit RLC parallèle

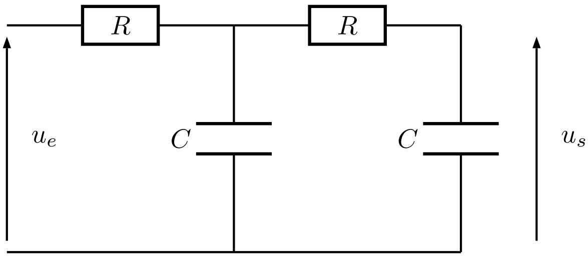
Au départ, le condensateur C est déchargé et tous les courants sont nuls. On ferme l'interrupteur en $t = 0$.



1. Déterminer u, i_1, i_2, i_3 juste après la fermeture de l'interrupteur et au bout d'un temps très grand. On présentera les résultats sous forme d'un tableau.
2. (a) Etablir l'équation différentielle vérifiée par $i_3\left(t\right)$.
   (b) Ecrire cette équation sous forme canonique, exprimer puis calculer la pulsation propre ω_0 et le facteur de qualité Q. *Données* : $R = 2,5$ kΩ ; $r = 1,25$ kΩ ; $C = 1$ μF ; $L = 20$ mH ; $E = 6$ V.
   (c) Montrer que la solution de l'équation différentielle correspond à un régime pseudopériodique.
3. (a) Calculer la pseudo-pulsation Ω et le temps caractéristique d'amortissement τ.
   (b) Déterminer l'expression de $u\left(t\right)$.
4. Calculer le temps t_0 au bout duquel U atteint son premier maximum. En déduire la valeur maximale de U.

Exercice n° 4 - Cellule double RC

On considère le circuit ci-contre :

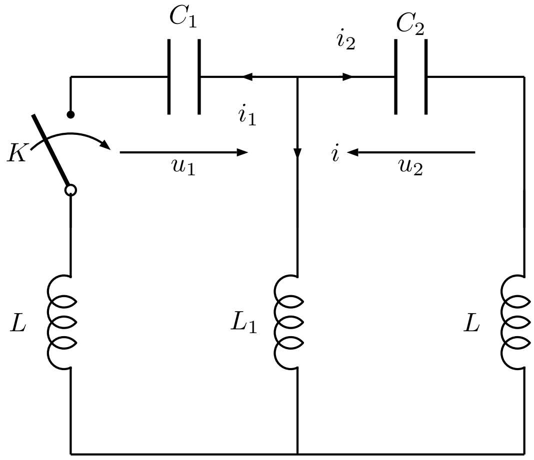


1. Établir l'équation différentielle vérifiée par la tension u_s en fonction de u_e, R et C.
2. Mettre cette équation sous forme canonique dans le cas d'un échelon montant. En déduire les valeurs de la pulsation propre et du facteur de qualité. Commenter.
3. Tracer l'allure du portrait de phase associé à u_s.

Exercice n° 5 - Étude de circuits couplés

À l'instant $t = 0$, on ferme l'interrupteur K du montage de la figure ci-contre. Le condensateur C_1 étant initialement chargé (tension u_0, charge Q_0) et le condensateur C_2 étant déchargé.

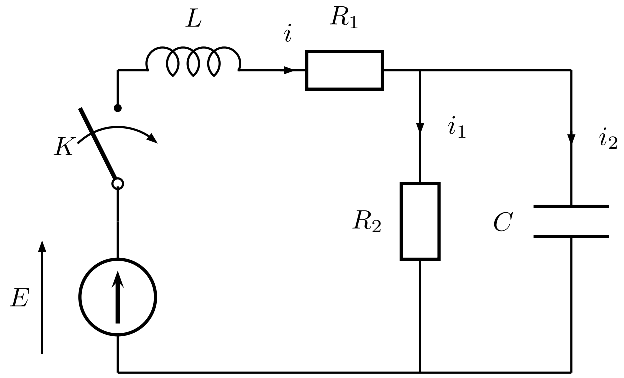
Les capacités C_1 et C_2 sont supposées égales.



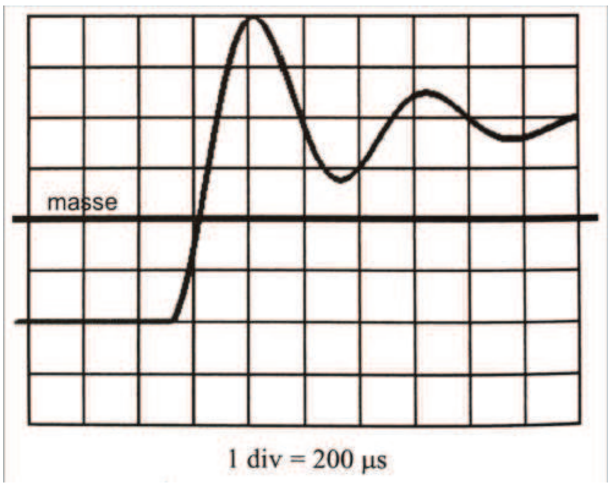
1. Établir les équations différentielles vérifiées par les tensions u_1 et u_2.
2. On pose $S = u_1 + u_2$ et $D = u_1 - u_2$. Quelles sont les équations différentielles vérifiées par S et D ?
3. On note respectivement $\dfrac{1}{LC} = \omega_0^2$, $\dfrac{1}{(L+2L_1)C} = \omega_1^2$ et $\dfrac{L_1}{L} = k$. déterminer les solutions $S(t)$ et $D(t)$, puis $u_1(t)$ et $u_2(t)$.
4. Exprimer $u_1(t)$ et $u_2(t)$ dans le cas d'un couplage faible $k \ll 1$ en faisant intervenir la pulsation $\omega = \dfrac{k}{2}\omega_0$.
5. Sachant que $T_0 = \dfrac{2\pi}{\omega_0}$, représenter l'allure du graphe de $\dfrac{u_2}{u_0}$ en fonction de $\dfrac{t}{T_0}$ pour $k = 0,1$ puis commenter le graphe obtenu.

Exercice n° 6 - Circuit LC réel

On étudie la réponse $u(t)$ aux bornes du condensateur à un échelon de tension $e(t)$ dans le circuit ci-dessous.



1. Déterminer la valeur $u(\infty)$ vers laquelle tend $u(t)$ lorsque la valeur de $e(t)$ est E, en dessinant un schéma en régime permanent.
2. Démontrer que $\frac{\mathrm{d}^2u}{\mathrm{d}t^2} + 2\lambda\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t} + \omega_0^2 u = \omega_0^2 u(\infty)$.
   Exprimer λ et ω_0 en fonction de L, C, R_1 et R_2.
3. On observe sur un oscilloscope la courbe $u(t)$ ci-dessous :



   (a) Déterminer la valeur numérique de la pseudo-période T.
   (b) Déterminer la valeur numérique du décrément logarithmique :

$$\delta = \frac{1}{n}\ln\left[\frac{u(t)-u(\infty)}{u(t+nT)-u(\infty)}\right]$$

4. Exprimer la forme mathématique de $u(t)$ en fonction de λ, ω_0, $u(\infty)$ et t.
   On déterminera les constantes d'intégration en sachant que le condensateur est initialement déchargé et que tous les courants sont nuls .
5. Déterminer la relation entre δ, λ et T. En déduire la valeur numérique de λ.
6. Sachant que $R_1 = 200\ \Omega$, $R_2 = 5\ \mathrm{k}\Omega$ et $L = 100$ mH, déterminer la valeur numérique de C.