Travaux Dirigés de Physique

Charles Tuchendler

MPSI 4 – Lycée Saint-Louis

Année 2019/2020

Table des matières

TD n° 6

Dynamique

Figure 6.1 – *L'Intimidator ! L'un des plus haut grand-huit du monde. De la mécanique a coupé le souffle.*

Exercice n° 1 - Principe des actions réciproques

La voiture d'Olivier est tombée en panne. Il se résout donc à la pousser, aidé de son ami Franck. Cependant, Franck est réticent car, selon lui : "d'après la troisième loi de Newton, la voiture devrait autant pousser sur nous que nous poussons sur elle. Nous n'arriverons donc pas à la faire avancer !".

Êtes-vous d'accord avec cette affirmation ? Quelle est l'erreur dans le raisonnement de Franck ?

Indication : pousserierez-vous la voiture en patins à roulettes ?

Exercice n° 2 - Centre de masse

1. Rappeler la définition du centre de masse d'un système matériel contenant n points matériels M_i de masse respectives m_i.
2. Quelle est la définition du centre de gravité ?
3. Que peut-on dire du centre de masse et du centre de gravité ?
4. On considère cinq points matériels M_1, M_2, M_3, M_4 et M_5 décrits dans le repère cartésien $(O, \overrightarrow{u_x}, \overrightarrow{u_y}, \overrightarrow{u_z})$. On donne $M_1(0,1,0)$ $M_2(1,1,1)$ et $M_3(1/2,0,1)$, $M_4(-1,-1,0)$ et $M_5(-1/2,1/4,-3)$.
   Déterminer les coordonnées du centre de masse G du système dans le repère $(O, \overrightarrow{u_x}, \overrightarrow{u_y}, \overrightarrow{u_z})$.
   On prendra $m_1 = 100$ g ; $m_2 = 200$ g ; $m_3 = 150$ g ; $m_4 = 50$ g et $m_5 = 250$ g

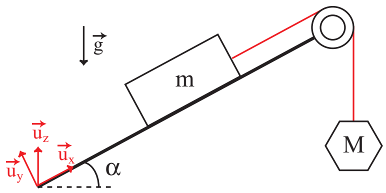
Exercice n° 3 - Décollement d'un solide sur un plateau oscillant

Un point matériel M de masse m est posé sur un plateau horizontal.

1. La plateau est fixe dans un premier temps. Un opérateur soulève brutalement la masse m suivant la verticale à l'aide d'une ficelle attachée au point M. Discuter l'affirmation suivante : "au moment où M quitte le sol, la force exercée par l'opérateur a pour norme $F_{op} = mg$".
2. On repose M sur le plateau et on retire la ficelle. Le plateau est maintenant animé d'un mouvement vibratoire de sorte que la position verticale du plateau est donnée par $z = A\cos(\omega t)$, où ω est la pulsation et A est l'amplitude des oscillations.
   Quelle relation doit lier A, ω et g (champ de pesanteur) pour que M reste toujours en contact avec le plateau ?

Exercice n° 4 - Masse sur un plan incliné

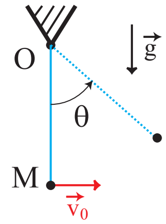
Une masse m est maintenue par un fil sur un plan incliné faisant un angle α avec l'horizontale. Le fil passant par une poulie sans frottement est tendu par une masse M.



1. Déterminer l'expression M_{eq} de la masse M qu'il faut suspendre pour que la masse m reste à l'équilibre :
   a. sans frottement entre m et le plan incliné.
   b. en présence de frottement solide de coefficient f.
2. Déterminer le mouvement de la masse m lorsque $M > M_{eq}$ et lorsque $M < M_{eq}$, sachant que le mobile est laché avec une vitesse nulle en O, origine du repère, à $t = 0$:
   a. sans frottement entre m et le plan incliné.
   b. en présence de frottement solide de coefficient f.

Exercice n° 5 - Pendule simple

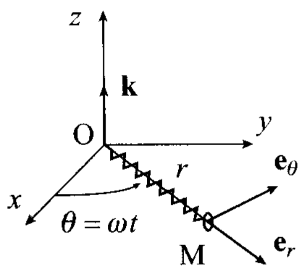
Un point matériel M de masse m est relié à un point fixe O par l'intermédiaire d'une tige rigide sans masse de longueur ℓ. À partir de sa position d'équilibre, on lui impose latéralement, de façon à initier un mouvement circulaire dans le plan vertical, une vitesse initiale de norme $v_0 = \sqrt{3g\ell}$.



1. Déterminer les expressions des vecteurs position, vitesse et accélération de la masse m, en utilisant les coordonnées cylindriques, pour une position quelconque de la masse. On repérera la position par l'angle θ formé entre le verticale descendante et la tige.
2. (a) Appliquer la relation fondamentale de la dynamique au point M dans le référentiel du laboratoire assimilé à un référentiel galiléen, pour une position quelconque θ.
   (b) Projeter cette relation sur $\vec{u}_\theta$ et en déduire l'équation différentielle vérifiée par θ.
3. (a) En multipliant l'équation obtenue par $\dot{\theta}$, et en intégrant la nouvelle relation, donner l'expression de v en fonction de m, g, ℓ, θ et v_0.
   (b) En déduire l'expression de θ_M, la valeur maximale de θ atteinte au cours du mouvement.
4. En utilisant le résultat précédent et en projetant la relation fondamentale de la dynamique sur $\vec{u}_r$, déduire l'expression de la réaction T de la tige en fonction de m, g, et θ.
5. On remplace maintenant la tige par un fil inextensible. Que se passe-t-il ? Quelle est la valeur limite θ_{lim} de θ jusqu'à laquelle les équations précédentes restent valables ? Esquisser la trajectoire de M.

Exercice n° 6 - Rotation d'un ressort lesté

Dans un référentiel galiléen Oxyz, une tige tourne à vitesse angulaire constante ω dans le plan horizontal. Un anneau de masse m enfilé sur la tige est astreint à se déplacer sans frottement le long de celle-ci. Il est également relié à un ressort de raideur k et de longueur à vide ℓ_0, dont l'autre extrémité est fixée en O. On utilisera les coordonnées polaires pour repérer la masse dans le plan.



1. Projeter la relation fondamentale de la dynamique dans la base $\left(\vec{e}_r, \vec{e}_\theta, \overrightarrow{k}\right)$.
2. Déterminer l'équation différentielle vérifiée par r
3. Expliquer pourquoi le modèle proposé ne reste valable que pour certaines valeurs de ω ; préciser la valeur maximale envisageable ω_m.
4. Lorsque $\omega < \omega_m$, calculer la distance d'équilibre r_{eq} en fonction de ω.
5. On considère que le ressort est initialement au repos (c'est à dire que $r = \ell_0$ à $t = 0$), et l'anneau lâché sans vitesse par rapport à la tige, toujours pour $\omega < \omega_m$. Résoudre l'équation du mouvement afin d'obtenir $r(t)$.

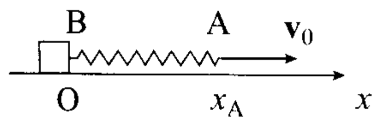
Exercice n° 7 - Oscilloscope

Cet exercice illustre le principe de fonctionnement de la déflexion des faisceaux d'électrons dans un tube cathodique (oscilloscope). Un électron de masse m arrive en O avec une vitesse $\overrightarrow{v_0}$ dirigée suivant l'axe Ox. A partir du point O, et sur une distance $\Delta x = d$, il est soumis à un champ électrique $\overrightarrow{E} = -E\,\overrightarrow{u_z}$ créé par deux plaques métalliques distantes de L et soumises à une différence de potentiel U ($E = U/L$). La force exercée sur l'électron est alors $\overrightarrow{F_e} = q\,\overrightarrow{E}$. On considérera le champ électrique nul à l'extérieur des plaques. On négligera les forces de frottement et le poids de l'électron.

1. Déterminer la trajectoire de l'électron pour x compris entre 0 et d.
2. Déterminer la position et la vitesse de l'électron à la sortie des plaques en $x = d$
3. Déterminer la trajectoire pour $x > d$ et notamment la position de l'électron sur l'écran ($x = D$).

Exercice n° 8 - Masse tirée par un ressort

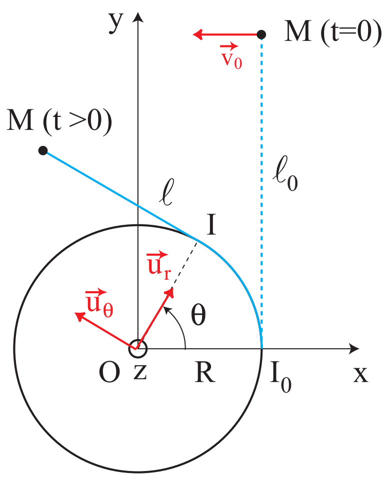
Une masse m est initialement immobile sur le sol horizontal. La masse est reliée à un ressort, de raideur k et de longueur à vide ℓ_0, au point B. L'autre extrémité A du ressort est déplacée à vitesse constante v_0. De plus, la masse est soumise à une force de frottement solide de coefficient statique f et de coefficient dynamique μ au niveau du sol.



1. Déterminer le temps t_0 au bout duquel la masse se met en mouvement. Le ressort est initialement au repos : $x_A = \ell_0$ et $x_B = 0$ à $t = 0$.
2. Comment évolue la position de la masse en fonction du temps une fois qu'elle s'est mise en mouvement ?

Exercice n° 9 - Enroulement d'un fil autour d'un cylindre

Un cylindre de révolution, d'axe vertical et de rayon R repose sur un plan horizontal. Il est fixe par rapport à un référentiel galiléen repéré par $(O,\, x,\, y,\, z)$.
On attache à la base du cylindre l'extrémité d'un fil parfaitement flexible, infiniment mince et de masse négligeable, et on l'enroule plusieurs fois dans le sens trigonométrique autour de cette base.
L'autre extrémité du fil est fixée à une particule matérielle M de masse m astreinte à glisser sans frottement sur le plan horizontal. La partie I_0M non enroulée du fil est tendue.
A l'instant initial $t = 0$, on communique à la particule M une vitesse $\vec{v}_0$ horizontale, perpendiculaire à I_0M, et orientée comme sur la figure ci-contre.
Données : $R = 0,2$ m, $m = 0,04$ kg, $\ell_0 = I_0M = 0,5$ m et $v_0 = 0,1$ m.s^{-1}.



On admet que le fil reste tendu au cours du mouvement. A l'instant t, on appelle θ l'angle dont s'est enroulé le fil et ℓ la longueur IM du fil non encore enroulé.

1. Le fil étant inextensible, donner la relation entre ℓ, ℓ_0, R et θ.
2. Exprimer les composantes du vecteur position $\overrightarrow{OM}$ dans la base $\vec{u}_r$, $\vec{u}_\theta$ en fonction de ℓ_0, R et θ.
3. En déduire les composantes de la vitesse dans la même base.
4. Appliquer la relation fondamentale de la dynamique au point matériel M dans le référentiel du laboratoire assimilé à un référentiel galiléen.
5. En faisant le produit scalaire de chaque membre de la relation précédente avec $\vec{v}$, montrer que le mouvement est *uniforme*.
6. En utilisant les questions précédentes, déduire une relation entre $\frac{d\theta}{dt}$, θ, ℓ_0, R et v_0.
7. En séparant les variables et en intégrant la relation obtenue, donner ensuite une nouvelle relation liant t, θ, ℓ_0, R et v_0.
8. (a) Que vaut θ lorsque le fil est complètement enroulé autour du cylindre ?
   (b) A quel instant t_f cela se produit-il ?
   (c) Montrer que $\dot{\theta}$ tend vers l'infini à cet instant.
9. (a) Déterminer l'expression de la tension du fil T en fonction de t, m, ℓ_0, R et v_0.
   (b) Pourquoi est-il raisonnable de considérer que le fil casse avant que le fil ne soit complètement enroulé ?
   (c) On considère qu'il y a rupture du fil dès que sa tension dépasse la valeur $T_{rup} = 5.10^{-3}$ N. Déterminer l'instant t_{rup} et l'angle θ_{rup} lorsqu'intervient cette rupture.
   (d) Après que le fil s'est rompu, la particule heurte-t-elle le cylindre ?

Exercice n° 10 - Glissement d'une chaîne

Une chaîne métallique AB de longueur $L = 1\,\text{m}$ et de masse M, est constituée d'un ensemble de maillons assimilés à des points matériels reliés les uns autres. On la pose sur une table horizontale, près d'un bord O, de telle sorte qu'une partie de la chaîne pende verticalement.

1. Sachant que le frottement solide de la table sur la chaîne est négligeable, établir l'équation différentielle à laquelle satisfait le mouvement de l'extrémité basse B de la chaîne.
2. Quelle est la nature du mouvement ? Initialement, $x = 1\,\text{cm}$; trouver la durée au bout de laquelle la longueur OB est égale à L.