
OPTIQUE

CHARLES TUCHENDLER



MPSI 4 – LYCÉE SAINT-LOUIS

ANNÉE 2019/2020

Table des matières

CHAPITRE XVIII	FORMATION DES IMAGES	1
Introduction		2
I Système optique		2
II Objet ou image ponctuels - Stigmatisme		3
II.1 Objet ponctuel		3
II.2 Image ponctuelle		4
II.3 Stigmatisme		5
II.3.a Stigmatisme rigoureux		5
II.3.b Stigmatisme approché		6
II.4 Effet de la dispersion		7
III Objet et image étendus - Aplanétisme		8
III.1 Objet et image étendus		8
III.2 Aplanétisme		9
IV Relations quantitatives entre objet et image		9
IV.1 Algébrisation en optique		9
IV.2 Relations mathématiques entre objet et image		10
V Objet ou image à l'infini - Foyers d'un système optique		11
V.1 Notions d'objet et d'image à l'infini		11
V.2 Objet ou image étendu à l'infini		12
V.3 Notion de foyers et de plan focal		13

CHAPITRE XVIII

FORMATION DES IMAGES

Sommaire

Introduction	2
I Système optique	2
II Objet ou image ponctuels - Stigmatisme	3
II.1 Objet ponctuel	3
II.2 Image ponctuelle	4
II.3 Stigmatisme	5
II.3.a Stigmatisme rigoureux	5
II.3.b Stigmatisme approché	6
II.4 Effet de la dispersion	7
III Objet et image étendus - Aplanétisme	8
III.1 Objet et image étendus	8
III.2 Aplanétisme	9
IV Relations quantitatives entre objet et image	9
IV.1 Algébrisation en optique	9
IV.2 Relations mathématiques entre objet et image	10
V Objet ou image à l'infini - Foyers d'un système optique	11
V.1 Notions d'objet et d'image à l'infini	11
V.2 Objet ou image étendu à l'infini	12
V.3 Notion de foyers et de plan focal	13

Introduction

Les lois de l'optique géométrique permettent de comprendre le fonctionnement des instruments d'optique, d'en concevoir de nouveaux et d'optimiser leur fonctionnement.

Définition XVIII.1 – Instrument d'optique

Tous les instruments d'optique suivent un même schéma général : la lumière issue d'un objet (source lumineuse primaire ou secondaire) ponctuel ou étendu traverse un système optique avant d'atteindre une surface sur laquelle se forme l'image.

Exemples de surface : pellicule d'appareil photo argentique, écran d'une salle de cinéma, capteur CCD d'une caméra ou d'un appareil photo numérique, rétine, ...

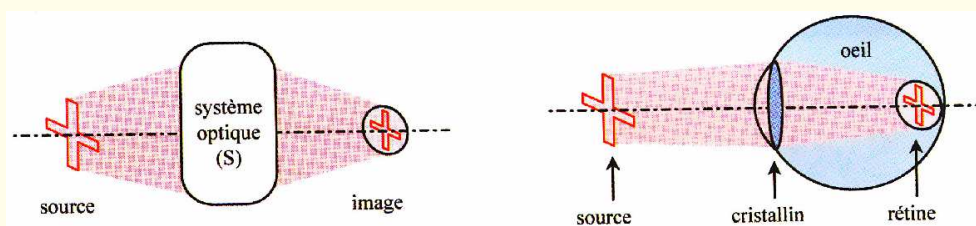


FIGURE XVIII.1 – (à gauche) Schéma général d'un système optique qui "conjugue" une source et une image. (à droite) Un exemple de système optique : le cristallin de l'œil qui forme l'image d'un objet sur la rétine.

On va maintenant définir les notions relatives aux systèmes optiques.

I Système optique

Définition XVIII.2 – Systèmes optiques centrés

★ SYSTÈME OPTIQUE :

On le note « SO », il s'agit d'un ensemble de milieux séparés par des surfaces **réfractantes** (des dioptries) ou **réfléchissantes** (catadioptries et miroirs) que les rayons lumineux rencontrent successivement.

Exemples : loupe, lunette, télescope, ...

★ SYSTÈME CENTRÉ :

Un SO est dit **centré** s'il possède **une symétrie de révolution** (on se limitera à l'étude de tels systèmes). Son axe de révolution est appelé **axe optique** (Δ) et est orienté dans le sens de propagation de la lumière. On supposera dans ce qui suit que la lumière se propage de la gauche vers la droite tant qu'elle ne rencontre pas de surfaces réfléchissantes.

★ PLANS MÉRIDIENS ET TRANSVERSAUX :

On appellera **plan méridien** tout plan contenant l'axe optique Δ et on appellera **plan transversal** tout plan perpendiculaire à Δ .

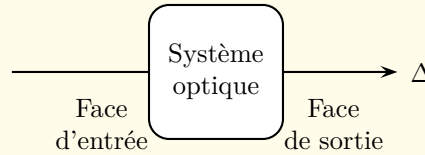
Propriété XVIII.1 – Propagation selon l'axe optique

Un rayon lumineux (RL) arrivant selon l'axe optique d'un SO centré émerge selon l'axe optique.

Définition XVIII.3 – Faces d'entrée et de sortie

Un SO est limité par 2 surfaces :

- ★ la **face d'entrée** est la face sur laquelle les RL arrivent, on parle de **RL incidents**
- ★ la **face de sortie** est celle par laquelle ils repartent, on parle de **RL émergents**.



Remarque : les deux faces peuvent, en pratique, correspondre à la même surface.

Propriété XVIII.2 – Structure granulaire des récepteurs photosensibles

Tout récepteur photosensible possède une structure granulaire définissant sa résolution :

- ★ cônes et bâtonnets de la rétine : $d \sim 1 \mu\text{m}$
- ★ grains d'émulsion des pellicules argentiques : $d \sim 20 \mu\text{m}$
- ★ photodiode des capteurs CMOS des appareils photographiques numériques : $d \sim 10 \mu\text{m}$

II Objet ou image ponctuels - Stigmatisme**II.1 Objet ponctuel****Définition XVIII.4 – Caractère réel ou virtuel d'un point objet**★ POINT OBJET :

On appelle **point objet** ou **objet ponctuel** l'intersection des RL ou de leurs prolongements issus d'un même faisceau lumineux incident sur la face d'entrée d'un SO.

★ OBJET RÉEL :

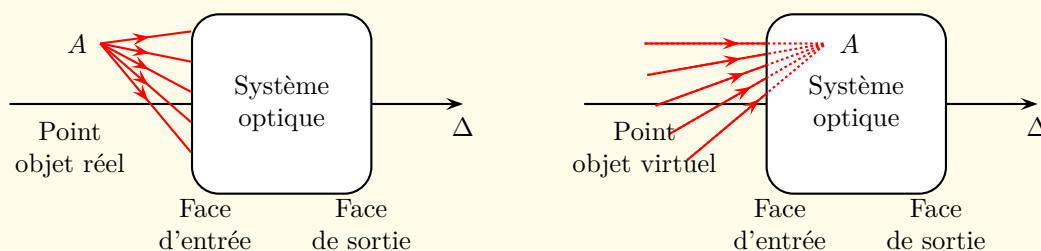
Si ce faisceau est **divergent** juste avant la face d'entrée du SO, le point objet est dit **réel**. L'intersection des RL se situe alors **avant la face d'entrée**.

★ OBJET VIRTUEL :

Si ce faisceau est **convergent** au niveau de la face d'entrée du SO, le point objet est dit **virtuel**. Un objet virtuel ne peut donc pas être touché puisque l'énergie lumineuse ne l'atteint jamais réellement.

Dans ce cas, **ce sont les prolongements des RL qui possèdent une intersection derrière la face d'entrée**, avant ou après la face de sortie, et non les RL eux-mêmes.

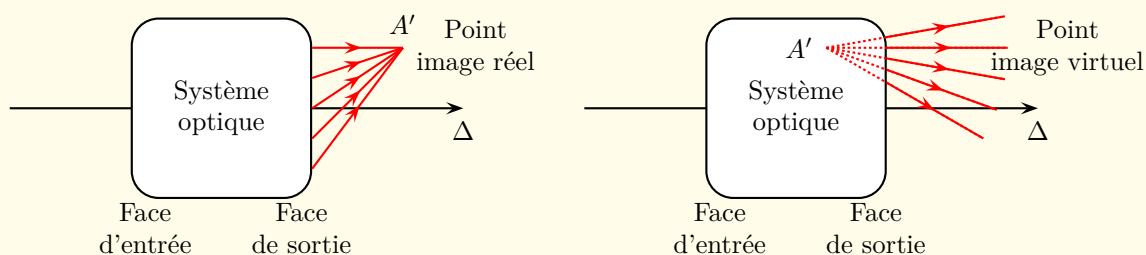
On représente ces prolongements en traits pointillés pour les distinguer des RL.



II.2 Image ponctuelle

Définition XVIII.5 – Caractère réel ou virtuel d'un point image

- ★ POINT IMAGE : pour un SO donné et un faisceau de RL donné, on appelle *point image* ou *image ponctuelle* l'intersection des RL émergents ou de leurs prolongements.
- ★ IMAGE RÉELLE : si le faisceau émergent est convergent après la face de sortie du SO, on dit que l'image est réelle. Les RL se croisent réellement en ce point.
- ★ IMAGE VIRTUELLE : en revanche, si le faisceau émergent est divergent juste après la face de sortie du SO, on dit que l'image est virtuelle. Ce sont les prolongements des RL du faisceau qui possèdent une intersection.



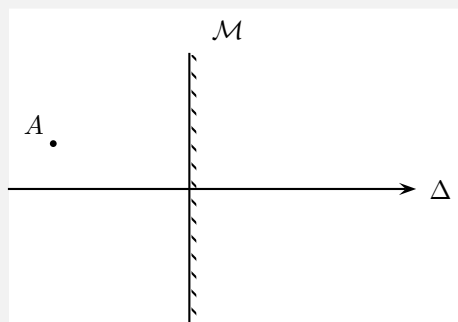
Attention ! On peut parfaitement observer l'image virtuelle obtenue par un premier système optique à l'aide d'un autre système optique, comme l'œil par exemple.

Exemple : on peut obtenir une image réelle avec un miroir plan en utilisant un objet virtuel.

Exercice XVIII.1 – Point image dans le cas d'un miroir plan

On considère un miroir plan \mathcal{M} modélisée par une surface plane circulaire parfaitement réfléchissante de rayon $R = 3\text{ cm}$. On s'intéresse à un point objet A situé à $d_1 = 0,5\text{ cm}$ de Δ et à $d_2 = 2\text{ cm}$ du miroir plan.

- ★ Indiquer la nature réelle ou virtuelle du point A .
- ★ Déterminer par une construction graphique la position de l'image A' de A par le miroir plan.
- ★ En déduire la nature de l'image.



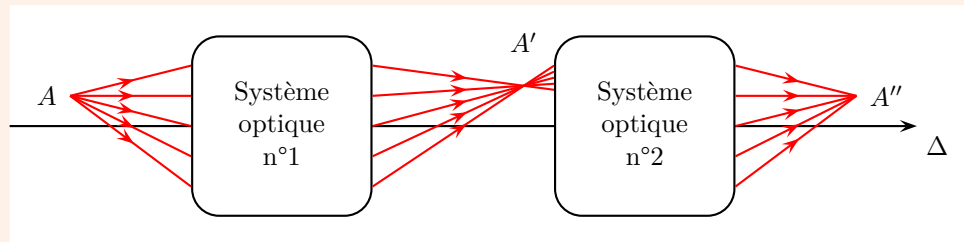
Les notions d'objet et d'image utilisées en optique sont différentes de celles que nous manipulons dans notre vie quotidienne. Un objet en optique n'est pas forcément concret ou matériels et le caractère réel ou virtuel d'une image est parfois trompeur.

Propriété XVIII.3 – Associations de systèmes optiques

On retiendra que :

- ★ les notions d'objet et d'image sont toujours définies par rapport à un SO donné.
- ★ l'image d'un objet par un système optique peut servir d'objet pour un autre système optique.

Sur la figure ci-dessus, A' est à la fois image de A par le SO n°1, et objet pour le système SO n°2.



II.3 Stigmatisme

II.3.a Stigmatisme rigoureux

Dans le cas du miroir plan, on a vu qu'à un point objet correspondait un unique point image. Cette caractéristique du miroir plan n'est pas vraie pour tous les systèmes optiques (miroir sphérique et dioptre plan).

Définition XVIII.6 – Stigmatisme rigoureux et conjugaison

- ★ Un système optique est dit **rigoureusement stigmatique** si, à tout point objet A donné, il associe **un unique point image** A' . On dit alors que **A et A' sont conjugués** par le système optique et on note :

$$A \xrightarrow{\text{SO}} A'$$

Un système optique stigmatique forme une image nette.

- ★ Un système optique est dit **astigmatique** s'il donne d'un unique point objet une tâche image. On dit que l'image est floue et que le SO présente des **aberrations géométriques**.

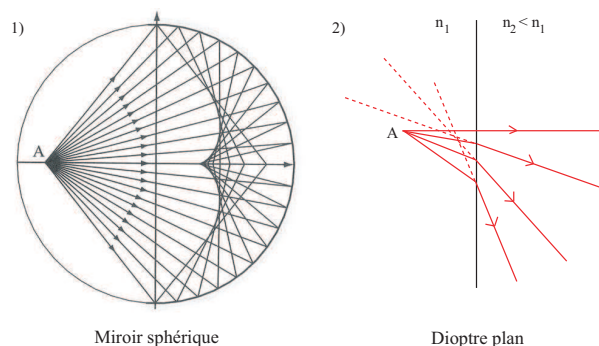


FIGURE XVIII.2 – Astigmatisme de deux systèmes optiques simples.

Propriété XVIII.4 – Miroir plan

Le seul système optique rigoureusement stigmatique pour tout couple de points (A, A') est le miroir plan.

II.3.b Stigmatisme approché

Définition XVIII.7 – Stigmatisme approché

Lorsque la tache image d'un point objet A par un système non stigmatique ne recouvre qu'un seul grain du récepteur utilisé, ce récepteur ne permet pas de mettre en évidence le défaut de stigmatisme du SO.

On considère alors que la tache image est ponctuelle et on la note A' : c'est le **stigmatisme approché**.

On garde alors la notation :

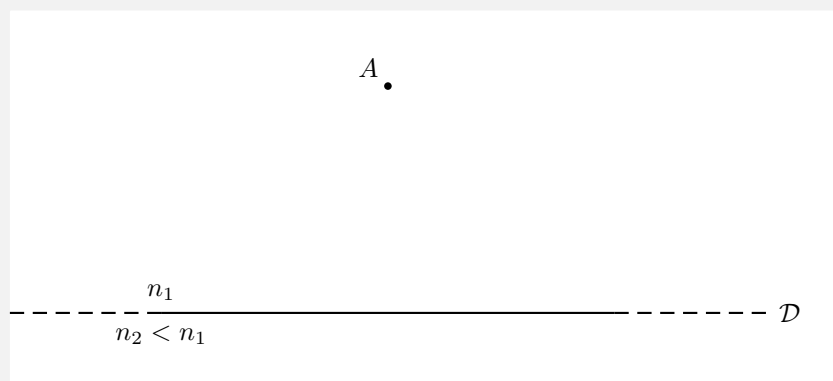
$$A \xrightarrow{\text{SO}} A'$$

Dans quelles conditions faut-il se placer pour qu'un système non stigmatique possède malgré tout un stigmatisme approché ? La taille du grain d'un récepteur étant fixe pour un système optique donné, se placer dans les conditions d'un stigmatisme approché revient souvent à réduire la tache image issue d'un point objet.

Exercice XVIII.2 – Cas du dioptre plan

On considère un dioptre plan \mathcal{D} séparant deux MHTI d'indice n_1 et $n_2 < n_1$. Un point objet A émet un faisceau de rayon lumineux depuis le MHTI n°1 vers \mathcal{D} . On note H le projeté orthogonal de A sur \mathcal{D} et on considère deux rayons lumineux particuliers : l'un arrive sur \mathcal{D} sous incidence normale, le second arrive sur \mathcal{D} selon un angle i par rapport à la normale.

1. Les deux rayons étudiés sont-ils toujours réfractés par \mathcal{D} ?
2. On suppose que ces deux rayons sont réfractés. Construire l'intersection A'_i des deux rayons réfractés.
3. En supposant qu'il s'agit de l'image de A , quelle est la nature de A'_i ?
4. Déterminer la position de A'_i en exprimant la longueur $A'_i H$ en fonction de AH , n_1 , n_2 et i .
5. Peut-on parler de stigmatisme rigoureux dans le cas du dioptre plan ?
6. On limite à présent la taille du dioptre \mathcal{D} de sorte que $i_1 \ll 1$. Montrer que la position de A'_i ne dépend plus, au premier ordre, de i .
7. Quelle conclusion peut-on en tirer du point de vue du stigmatisme ?



Définition XVIII.8 – Conditions de Gauss

- ★ Se placer dans les **conditions de Gauss** (CG) consiste à limiter l'étude d'un SO centré à la propagation des RL dits **paraxiaux**, c'est-à-dire peu inclinés et peu éloignés de l'axe optique. Les autres RL sont dits marginaux.
- ★ Tout SO centré vérifiant les conditions de Gauss sera considéré comme stigmatique de manière approchée.
- ★ Les conditions de Gauss sont obtenues en limitant l'ouverture du faisceau incident, c'est-à-dire en diaphragmant le SO et en observant des objets petits et éloignés.

Remarque : les angles manipulés dans les conditions de Gauss étant faibles, on pourra se limiter dans les calculs à l'utilisation de développements limités à l'ordre 1 :

$$\sin \alpha \simeq \alpha$$

$$\sin^2 \alpha \simeq 0$$

$$\tan \alpha \simeq \alpha$$

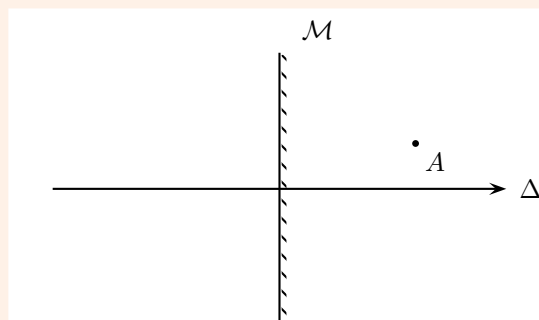
$$\cos \alpha \simeq 1$$

Propriété XVIII.5 – SO stigmatique approché

- ★ Tout RL incident passant par un point objet A émerge du SO en passant par l'image ponctuelle A' de A.
- ★ Si le point objet A est situé sur l'axe optique, son image A' est aussi située sur l'axe optique (le rayon issu de A suivant l'axe optique n'est pas dévié).

Remarque :

- ★ Pour représenter un RL émergent, il est particulièrement utile d'utiliser la propriété de stigmatisme. Avec un miroir plan, on peut par exemple utiliser l'image ponctuelle unique A' symétrique d'un objet ponctuel A pour construire un rayon réfléchi quelconque.



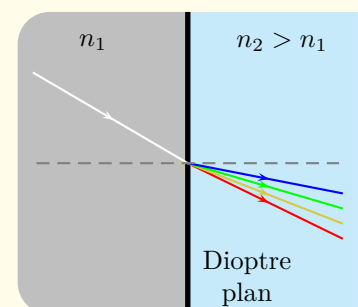
- ★ le système optique est absolument nécessaire afin d'obtenir un système stigmatique. L'image d'un objet lumineux ne peut être observée nettement qu'à l'aide d'un outil de projection.

II.4 Effet de la dispersion**Définition XVIII.9 – Achromatisme ou chromatisme**

Un système optique est **achromatique** s'il donne d'un point objet A donné une image A' dont la position est indépendante de la longueur d'onde émise par le point A.

Exemple : le miroir plan est achromatique car les lois de la réflexion sont indépendantes de la longueur d'onde du rayonnement.

En revanche, un dioptré plan est chromatique (il possède des aberrations chromatiques), car les lois de la réfraction dépendent de la longueur d'onde par l'intermédiaire de l'indice.

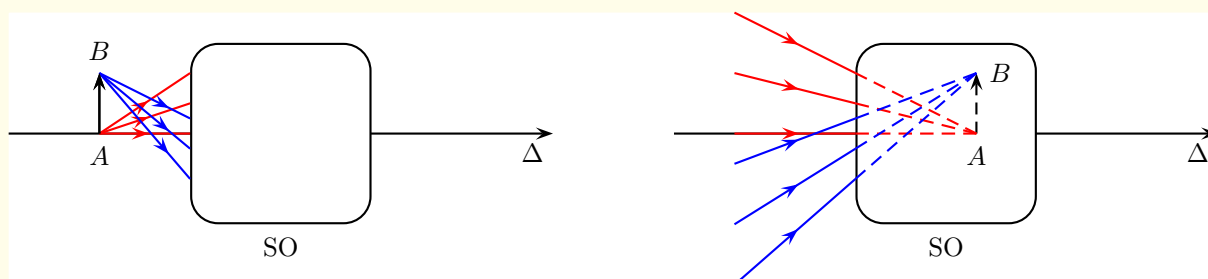


III Objet et image étendus - Aplanétisme

III.1 Objet et image étendus

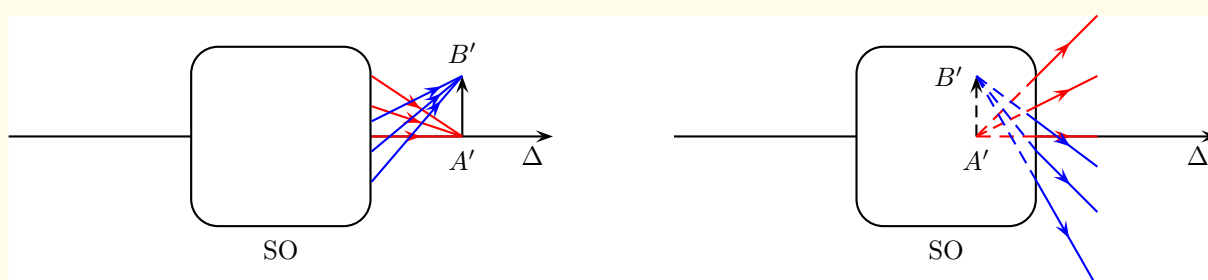
Définition XVIII.10 – Objet étendu

- ★ On appelle **objet étendu** tout ensemble de **points objets conjoints** émettant chacun des RL indépendants.
- ★ On symbolise un objet étendu par une **flèche** indiquant sa taille transversale maximale. On note :
 - B le point symbolisant l'extrémité transversale de l'objet
 - A le projeté orthogonal de B sur l'axe optique
- ★ Si l'objet étendu est réel, la flèche est représentée par un trait plein. Si l'objet étendu est virtuel, on la représente par un trait en pointillé.

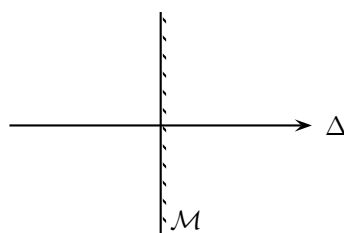


Définition XVIII.11 – Image étendue

- ★ On appelle **image étendue** l'ensemble des **points images conjugués** d'un objet étendu.
- ★ On symbolise une image étendue par une **flèche** indiquant sa taille transversale maximale. On note :
 - B' le point symbolisant l'extrémité transversale de l'image
 - A' le projeté orthogonal de B' sur l'axe optique
- ★ Si l'image étendue est réelle, la flèche est représentée par un trait plein. Si l'image étendue est virtuelle, on la représente par un trait en pointillé.



Exemple XVIII.1 – Construction d'une image étendue sur l'exemple d'un miroir plan



III.2 Aplanétisme

Dans le cas du miroir plan, on vient de voir qu'à un objet étendu orthogonal à l'axe optique correspondait une image étendue orthogonale à l'axe optique. Cette caractéristique du miroir plan n'est pas vraie pour tous les systèmes optiques.

Définition XVIII.12 – Aplanétisme rigoureux

- ★ Un SO est dit **rigoureusement aplanétique** s'il forme de tout objet plan orthogonal à l'axe optique une image plane orthogonale à l'axe optique.
- ★ Un SO qui n'est pas aplanétique présente des aberrations géométriques (aberrations de sphéricité notamment).

Propriété XVIII.6 – Miroir plan

Le seul système optique rigoureusement aplanétique pour tout couple de points (A, A') est le miroir plan.

Définition XVIII.13 – Aplanétisme approché

- ★ Tout SO centré vérifiant les conditions de Gauss sera considéré comme aplanétique de manière approchée.
- ★ Cette propriété permet de construire l'image d'un objet étendu à partir du seul point objet B.

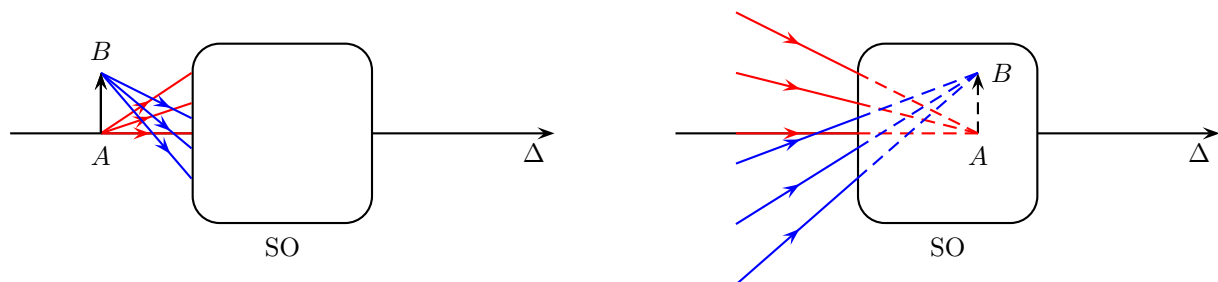


FIGURE XVIII.3 – À gauche, le SO est rigoureusement aplanétique. À droite, le SO présente des aberrations géométriques.

IV Relations quantitatives entre objet et image

IV.1 Algébrisation en optique

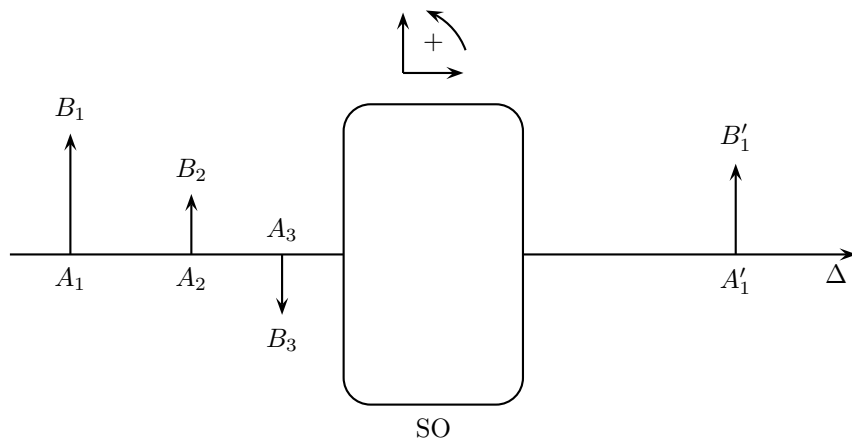
La plupart des problèmes d'optique géométrique nécessite d'orienter l'espace. Comme souvent, on fixe conventionnellement cette orientation.

Définition XVIII.14 – Convention d'algébrisation

- ★ On fait référence à une distance algébrique en ajoutant une barre au dessus de la notation usuelle de distance : \overline{AB} .
- ★ Les distances algébriques longitudinales sont comptées positivement dans le sens de l'axe optique, c'est-à-dire de gauche à droite. Les distances algébriques transversales sont comptées positivement de bas en haut.
- ★ Les angles orientés sont fléchés depuis l'axe optique vers le RL étudié et comptés positivement dans le sens trigonométrique.
- ★ On indiquera toujours la convention d'orientation sur le schéma de travail.
- ★ La relation de Chasles s'applique aux distances algébriques longitudinales comme aux distances algébriques transversales. Elle ne s'applique pas en revanche à la composition d'une distance longitudinale et d'une

Définition XVIII.14 – Convention d'algébrisation (suite)

distance transversale.

Exemple XVIII.2 – Distances algébriques et angles orientés**IV.2 Relations mathématiques entre objet et image****Définition XVIII.15 – Relation de conjugaison - Etude des positions**

- ★ La **relation de conjugaison** est l'équation reliant la position du plan transversal contenant l'objet à celle du plan transversal contenant l'image conjuguée de cet objet par un SO stigmatique et aplanétique.
- ★ En pratique, il s'agit donc de relier les positions de A et de A'.

Exemple : dans le cas du miroir plan, on a établi la relation de conjugaison suivante :

$$\overline{AH} + \overline{A'H} = 0$$

où H est le projeté orthogonal de A sur le miroir.

Définition XVIII.16 – Grandissement transversal - Etude des tailles

- ★ Soit AB un objet transversal et A'B' son image conjuguée par un SO stigmatique et aplanétique. On définit le **grandissement transversal** comme le rapport algébrique de la taille $\overline{A'B'}$ de l'image sur celle de l'objet \overline{AB} :

$$\gamma = \frac{\text{Taille image}}{\text{Taille objet}} = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}}$$

- ★ Si $|\gamma| > 1$, l'image est **agrandie** et si $|\gamma| < 1$ l'image est dite **rétrécie**.
- ★ Si $\gamma > 0$, l'image est dite **droite** et si $\gamma < 0$ l'image est dite **renversée**.

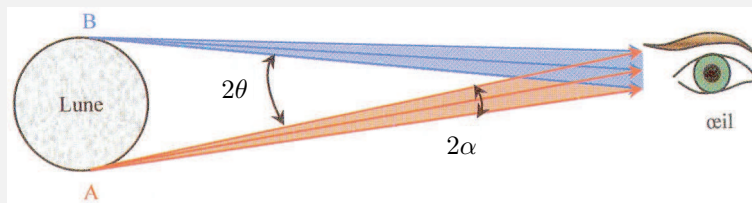
Remarques :

- ★ Dans le cas du miroir plan, on a établi que $\gamma = +1$ pour tout couple $A \xrightarrow{\mathcal{M}} A'$.
- ★ **Attention ! En général, la valeur d'un grandissement transversal n'est valable que pour la conjugaison étudiée !**

V Objet ou image à l'infini - Foyers d'un système optique

V.1 Notions d'objet et d'image à l'infini

Exercice XVIII.3 – La Lune observée à l'œil : objet à l'infini ?



Définition XVIII.17 – Objet ponctuel à l'infini

On considère qu'un point objet est à l'infini lorsque sa distance au SO est grande par rapport aux longueurs caractéristiques de ce SO. On le note A_∞ s'il est sur l'axe optique et B_∞ s'il est en dehors de l'axe optique.

Remarque : un point objet à l'infini n'est ni réel, ni virtuel mais seulement à l'infini.

Propriété XVIII.7 – Parallélisme des RL d'un objet ponctuel à l'infini

Le faisceau de RL émis par un objet ponctuel à l'infini est assimilable à un ensemble de RL parallèles entre eux dont l'angle α par rapport à Δ permet de caractériser la direction.

Si $\alpha = 0$, A_∞ est situé
à l'infini sur l'axe optique

Si $\alpha \neq 0$, B_∞ est situé
à l'infini hors de l'axe optique

Définition XVIII.18 – Image ponctuelle à l’infini

On considère qu’un point image est à l’infini lorsque sa distance au SO est grande par rapport aux longueurs caractéristiques de ce SO. On le note A'_∞ s’il est sur l’axe optique et B'_∞ s’il est en dehors de l’axe optique.

Remarque : un point image à l’infini n’est ni réel, ni virtuel mais seulement à l’infini.

Propriété XVIII.8 – Parallélisme des RL d’une image ponctuelle à l’infini

Le faisceau de RL émergent associée à une image ponctuelle à l’infini est assimilable à un ensemble de RL parallèles entre eux dont l’angle α' par rapport à Δ permet de caractériser la direction.

Si $\alpha' = 0$, A'_∞ est situé
à l’infini sur l’axe optique

Si $\alpha' \neq 0$, B'_∞ est situé
à l’infini hors de l’axe optique

V.2 Objet ou image étendu à l’infini

Dans l’exemple de la Lune observée à l’œil nu, bien que l’astre puisse être considéré à l’infini, il n’en reste pas moins étendu ($2\theta > \alpha_{\text{lim}}$). La Lune étant considéré à l’infini, il est cependant impossible d’utiliser une relation de grossissement pour déterminer sa taille. On utilise dans ce cas les angles orientés et la notion de grossissement.

Définition XVIII.19 – Diamètre angulaire apparent

- ★ Lorsqu’un objet étendu centré B_1B_2 , plan et transversal, est situé à l’infini, on note α l’angle par rapport à l’axe optique que font les RL extrêmes émis par B_1 et B_2 . On dit alors que cet objet possède un **diamètre apparent objet** 2α .
- ★ On définit réciproquement pour une image étendue, centrée, plane et transversale, le diamètre apparent image $2\alpha'$.

Diamètre angulaire objet

Diamètre angulaire image

Définition XVIII.20 – Grossissement

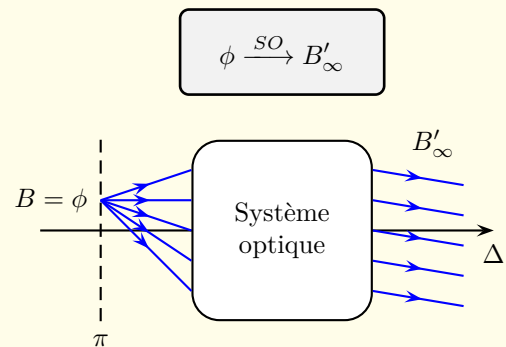
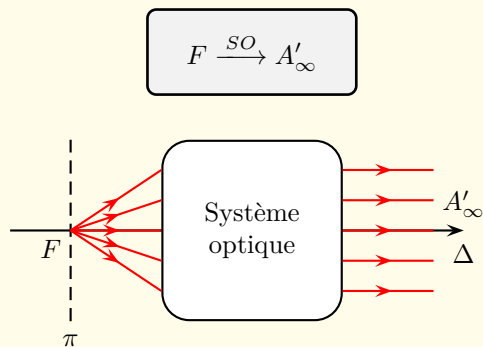
Lorsqu’on compare les tailles d’un objet et de son image en se servant des angles orientés, on définit le grossissement algébrique G de la conjugaison :

$$G = \frac{\alpha'}{\alpha}$$

V.3 Notion de foyers et de plan focal

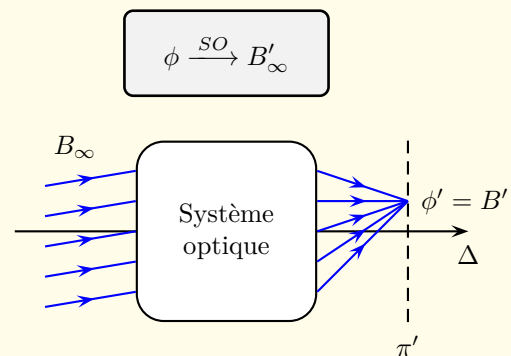
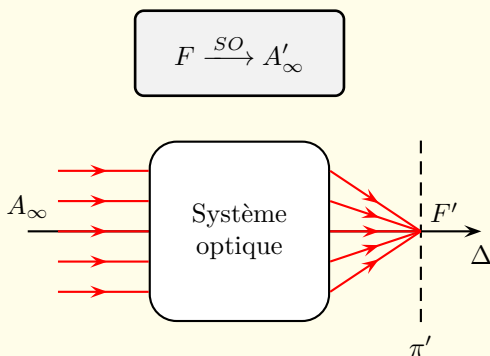
Définition XVIII.21 – Foyers objet et plan focal objet

- ★ Le **foyer objet** F d'un SO est le point objet dont l'image est à l'infini sur l'axe optique.
- ★ Tout rayon passant par F émerge donc parallèlement à Δ .
- ★ Le **plan focal objet**, noté π , est le plan perpendiculaire à Δ passant par le foyer objet F .
- ★ On appelle **foyer secondaire objet** et on note ϕ tout point du plan focal objet en dehors de Δ . Pour un SO utilisé dans les conditions de Gauss, l'image d'un foyer secondaire objet est donc à l'infini hors de Δ .



Définition XVIII.22 – Foyer image et plan focal image

- ★ Le **foyer image** F' d'un SO est l'image d'un point objet à l'infini sur l'axe.
- ★ Tout rayon incident parallèle à l'axe optique émerge donc en passant par F' .
- ★ Le **plan focal image**, noté π' , est le plan perpendiculaire à Δ passant par le foyer image F' .
- ★ On appelle **foyer secondaire image** et on note ϕ' tout point du plan focal image en dehors de Δ . Pour un SO utilisé dans les conditions de Gauss, l'objet d'un foyer secondaire image est donc à l'infini hors de Δ .



Propriété XVIII.9 – Existence des foyers

- ★ Tout système optique centré, utilisé dans les conditions de Gauss, possède un foyer objet et un foyer image.
- ★ Lorsqu'on observe des objets éloignés, il est souvent utile de rejeter F et F' à l'infini : on dit alors que le système est **afocal**. L'image d'un objet à l'infini est alors à l'infini.

$$A_\infty \xrightarrow{SO} A'_\infty$$