TD n°24: Force de Laplace et induction

I Aiguille aimantée en équilibre

Une aiguille aimantée, très allongée et très fine, assimilable à une tige rigide, possède un moment magnétique noté $\overrightarrow{\mathscr{M}}$ et une masse m. Elle repose sur une pointe en un point O, différent de son centre de masse G. L'équilibre de la tige est maintenu grâce à l'application d'un champ magnétique stationnaire et uniforme dirigé dans le sens opposé à $\overrightarrow{g}$.

1. Représenter la situation sur un schéma.
   Quelles sont les propriétés des lignes de champ magnétique dans le cas considéré ici ?
2. Indiquer sur le schéma l'orientation du moment magnétique de l'aiguille
3. Evaluer la distance $d = OG$, pour que l'aiguille reste à l'équilibre horizontalement.

II Action mécanique sur un cadre rectangulaire suspendu

On considère, dans le référentiel terrestre supposé galiléen, un cadre conducteur, de forme rectangulaire avec a sa largeur et b sa longueur, pouvant pivoter sans frottement selon sa longueur autour d'un axe Δ horizontal. On note m la masse de ce cadre et J son moment d'inertie par rapport à Δ.

Au moyen d'un dispositif annexe, on fait circuler un courant d'intensité constante i dans le cadre alors que celui-ci est plongé dans un champ magnétique horizontal perpendiculaire à Δ.

On repère la position du cadre par rapport à la verticale descendante grâce à l'angle noté θ

1. Quelle est la position d'équilibre $\theta_{\text{éq}}$ du cadre ?
2. Quelle est la pulsation des petites oscillations observées lorsque le cadre est lâché d'un angle θ_0 proche de $\theta_{\text{éq}}$?

On reprend la situation expérimentale précédente en appliquant cette fois le champ magnétique verticalement et dans le sens opposé à $\overrightarrow{g}$.

1. Quelle est la nouvelle position d'équilibre $\theta_{\text{éq}}$ du cadre ?
2. Quelle est la nouvelle pulsation des petites oscillations observées lorsque le cadre est lâché d'un angle θ_0 proche de $\theta_{\text{éq}}$?

III Rotation d'une spire rectangulaire

Une spire rectangulaire de section S est mise en rotation par l'entrainement d'un moteur, autour de l'axe médiateur reliant les milieux de ces deux plus petits segments, noté Δ. On suppose la vitesse angulaire ω de cette rotation constante. On place cette spire dans un champ magnétique $\overrightarrow{B}$ orthogonal à Δ

1. Représenter la situation expérimentale.
2. Etablir l'expression littérale de la force électromotrice e induite dans la spire
3. On pose R la résistance de la spire telle que le courant induit vaut $i = e/R$. Etablir l'expression du moment magnétique de la spire.
4. Quel est le couple instantané qui s'exerce sur la spire à un instant t quelconque de son évolution.
   En déduire la valeur moyenne du couple subi. Quelle est l'action mécanique entrainée par l'exercice d'un tel couple.

IV Etude harmonique de deux circuits couplés par induction mutuelle

On reprend le point du cours laissé en suspend dans lequel deux circuits électriques sont couplés par une inductance mutuelle. Le premier circuit alimenté par une source idéale de tension $u_1(t)$ est composé d'une bobine d'auto-inductance L_1 et d'un résistor de résistance R_1. Le second circuit ne possède aucune source et ne comporte qu'une bobine d'auto-inductance L_2 et d'un résistor de résistance R_2. On note M le coefficient d'induction mutuelle entre les deux bobines.

1 Etablir les équations électriques des deux circuits.

On se place en régime sinusoïdal forcé à la pulsation ω : $u_1(t) = U_0 \cos \omega t$.

2. Exprimer l'amplitude complexe de l'intensité du courant circulant dans le second circuit en fonction de l'amplitude complexe de l'intensité du courant circulant dans le premier circuit.
3. Etablir l'expression $\underline{Z}$ de l'impédance complexe du dipôle équivalent vu par la source de tension.

V Plaque à induction

Le fonctionnement des plaques à induction de cuisine est basé sur l'induction de courants de Foucault dans un matériel de cuisson. Ces courants sont eux-mêmes obtenus par application d'un champ magnétique dont l'origine est la circulation d'un courant dans un bobinage situé dans la plaque à induction.

Ce bobinage en cuivre, appelé *inducteur*, est alimenté directement par le secteur par un courant sinusoïdal. Le transfert vers le récipient, l'*induit*, s'effectue au moyen d'un couplage par induction mutuelle M. On supposera que ce récipient est bien modélisé par une unique spire circulaire parallèle au bobinage de la plaque.

Données :

⋆ **Bobinage** : $r = 5$ cm son rayon, $N = 20$ spires, $R_1 = 1,8.10^{-2}$ Ω, $L_1 = 30$ μH. On note $u_1(t)$ la tension d'alimentation appliquée au bornes de l'inducteur.

⋆ **Récipient** : $R_2 = 8,3.10^{-3}$ Ω, $L_2 = 0,24$ μH son inductance propre.

1. Ecrire les équations électriques relatives aux deux systèmes. On introduira pour cela les intensités des courants dans l'inducteur et l'induit et on précisera clairement la convention d'orientation choisie pour chacun d'entre eux.
2. Exprimer le rapport des amplitudes complexes $\dfrac{\underline{I}_2}{\underline{I}_1}$des intensités i_1 et i_2 parcourant inducteur et induit.
3. En déduire l'expression littérale de l'impédance d'entrée complexe $\underline{Z}_e = \dfrac{\underline{V}_1}{\underline{I}_1}$.
4. Simplifier les expressions précédentes dans le cas où les termes inductifs dominent les termes résistifs. Effectuer les applications numériques du module de ces expressions pour $M = 2$ μF.
5. Comment évolue l'amplitude du courant dans l'inducteur si l'on décide de retirer tout à coup le récipient de la plaque ? On attend un raisonnement uniquement qualitatif.

VI Oscillateurs électriques couplés par induction mutuelle

On considère deux circuits LC couplés par mutuelle induction. On choisit explicitement $L_1 = L_2 = L$ et $C_1 = C_2 = C$ pour faciliter les calculs. Initialement, le circuit 2 est totalement déchargé et fermé, alors que le circuit à son condensateur chargé sous une tension U_0 et le circuit 1 est ouvert.

1. Etablir les équations différentielles vérifiées par les condensateurs C_1 et C_2.
   En quoi peut-on affirmer qu'il y a couplage entre les deux circuits ?
2. Déterminer les solutions $u_{C_1}(t)$ et $u_{C_2}(t)$ de ce jeu d'équations différentielles couplées.

3. On prend le cas réaliste pour lequel $M \ll L$. Représenter l'allure de $u_{C_1}(t)$.
   Qu'observe-t-on ?
4. Exprimer $u_{C_1}(t)$ en fonction de U, de $\omega_0 = \dfrac{1}{\sqrt{LC}}$, de L et de M, toujours dans l'approximation $M \ll L$.
5. Proposer une méthode expérimentale du rapport M/L.

VII Alternateur

Une bobine plate de $N = 200$ spires, d'aire $S = 20$ cm^2, tourne avec une vitesse angulaire constante $\omega = 10$ rad.s^{-1} entre les pôles d'un aimant en U, qui produit un champ magnétique $B = 0,2$ T, supposé uniforme et normal à l'axe de rotation. La bobine, dont les bornes sont reliées, possèdent une résistance $R = 1\ \Omega$. Le champ qu'elle crée est négligeable devant celui de l'aimant.

1 Calculer la fém d'induction induite par le mouvement de la bobine.

2 Déterminer le moment Γ par rapport à l'axe qu'il faut exercer pour entretenir la rotation (on pourra proposer plusieurs méthodes).

VIII Chute d'un cadre conducteur dans un champ magnétique

Un cadre conducteur de forme carrée, de longueur a, tombe sous l'effet de la pesanteur. On note R sa résistance et L son coefficient d'auto-inductance. Pour $z < 0$ le cadre pénètre dans une zone où règne un champ magnétique horizontal uniforme et stationnaire.

Etablir les équations régissant la vitesse du cadre en fonction du temps et de la position de celui-ci.

IX Tige, vas-tu me rattraper ? - Résolution de problème

On considère deux tiges posées sur des rails de Laplace et soumises à l'action d'un champ magnétique stationnaire et uniforme dirigé vers selon la vertical ascendante. Initialement la tige 2 est fixe et la tige 1 se dirige vers elle à la vitesse initiale v_0.

Expliquer, qualitativement puis quantitativement ce qui se passe. On calculera notamment la variation d'énergie mécanique du système constitué de l'ensemble des deux tiges.