
ÉLECTROCINÉTIQUE

PARTIE 1

CHARLES TUCHENDLER



MPSI 4 – LYCÉE SAINT-LOUIS

ANNÉE 2020/2021

Table des matières

CHAPITRE VI	CIRCUITS LINÉAIRES DU 2 ^{ÈME} ORDRE EN RÉGIME TRANSITOIRE	1
Introduction		2
I Circuit LC - oscillateur harmonique électrique		2
I.1 Etude théorique du circuit - Equation différentielle		2
I.2 Caractéristiques d'un oscillateur harmonique (OH)		3
I.2.a Equation différentielle		3
I.2.b Equation du mouvement		3
I.2.c Représentation graphique de l'équation horaire		5
I.2.d Paramètres de l'oscillateur harmonique		6
I.3 Bilan énergétique		6
I.4 Portrait de phase		8
II Oscillateur libre en régime amorti		9
II.1 Equation différentielle d'un oscillateur harmonique amorti		9
II.2 Résolution de l'équation - Régimes d'évolution		10
II.2.a Apériodique : $\Delta > 0$ et $Q < \frac{1}{2}$		11
II.2.b Pseudo-périodique : $\Delta < 0$ et $Q > \frac{1}{2}$		12
II.2.c Critique : $\Delta = 0$ et $Q = \frac{1}{2}$		14
II.2.d Comparaison		15
II.3 Bilan énergétique		15
II.4 Portrait de phase		16
III Etude expérimentale du circuit RLC série		18
III.1 Modélisation théorique		18
III.2 Prise en compte du caractère réel des différents dipôles		18
III.3 Montage du circuit		20
III.4 Paramétrage de l'acquisition		21
III.5 Mesures et validation du modèle		21
III.6 Portrait de phase		21

CHAPITRE VI

CIRCUITS LINÉAIRES DU 2^{ÈME} ORDRE EN RÉGIME TRANSITOIRE

Sommaire

Introduction	2
I Circuit LC - oscillateur harmonique électrique	2
I.1 Etude théorique du circuit - Equation différentielle	2
I.2 Caractéristiques d'un oscillateur harmonique (OH)	3
I.2.a Equation différentielle	3
I.2.b Equation du mouvement	3
I.2.c Représentation graphique de l'équation horaire	5
I.2.d Paramètres de l'oscillateur harmonique	6
I.3 Bilan énergétique	6
I.4 Portrait de phase	8
II Oscillateur libre en régime amorti	9
II.1 Equation différentielle d'un oscillateur harmonique amorti	9
II.2 Résolution de l'équation - Régimes d'évolution	10
II.2.a Apériodique : $\Delta > 0$ et $Q < \frac{1}{2}$	11
II.2.b Pseudo-périodique : $\Delta < 0$ et $Q > \frac{1}{2}$	12
II.2.c Critique : $\Delta = 0$ et $Q = \frac{1}{2}$	14
II.2.d Comparaison	15
II.3 Bilan énergétique	15
II.4 Portrait de phase	16
III Etude expérimentale du circuit RLC série	18
III.1 Modélisation théorique	18
III.2 Prise en compte du caractère réel des différents dipôles	18
III.3 Montage du circuit	20
III.4 Paramétrage de l'acquisition	21
III.5 Mesures et validation du modèle	21
III.6 Portrait de phase	21

Introduction

Dans le chapitre précédent, nous avons étudié des circuits électriques en régime transitoire. Ces circuits étaient caractérisés par une EDLCC du 1^{er} ordre. Ces systèmes évoluaient depuis un régime permanent selon un régime transitoire tendant vers une valeur stationnaire correspondant à un nouveau régime permanent.

Nous allons maintenant nous intéresser à des circuits électriques dont l'évolution temporelle est régie par une EDLCC du 2^{ème} ordre et soumis à un échelon de tension.

Remarque : on limitera ici notre étude à celle de l'*évolution libre* d'un oscillateur, c'est-à-dire l'évolution qu'adopte un système lorsqu'il est livré à lui-même à partir d'une contrainte initiale fixe dans le temps. Nous consacrerons plus tard un chapitre complet à l'étude des oscillations dites *forcées* ou *entretenues* pour lesquelles le système est en permanence excité par un opérateur.

I Circuit LC - oscillateur harmonique électrique

I.1 Etude théorique du circuit - Equation différentielle

Nous nous intéressons ici à un circuit LC série connecté à une source idéale de tension délivrant un échelon de tension $e(t)$ passant à $t = 0$ de 0 et E . Il s'agit de la seule association de deux dipôles linéaires passifs parmi R, L et C que nous n'avons pas encore évoquée.

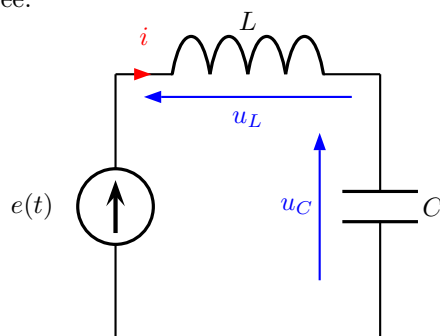


FIGURE VI.1 – Oscillateur non amorti : circuit LC série.

Exercice VI.1 – Équation différentielle vérifiée par un oscillateur harmonique

Établir les équations différentielles vérifiées par la tension u_C , par la charge q portée par l'armature du condensateur et de l'intensité du courant i circulant dans le circuit ci-dessus.

I.2 Caractéristiques d'un oscillateur harmonique (OH)

I.2.a Equation différentielle

Définition VI.1 – Equation différentielle

L'équation différentielle d'un oscillateur harmonique, quelle que soit sa nature, est définie par :

$$\ddot{X} + \omega_0^2 X = 0$$

où X correspond à la grandeur physique oscillant au cours du temps autour de sa valeur en régime continu. Dans le cas d'un circuit LC série, on peut par exemple poser $X = u_C - E$

Définition VI.2 – Pulsation propre

L'évolution du système est caractérisé par sa *pulsation propre* ω_0 , s'exprimant en fonction des paramètres de celui-ci.

Sa dimension est : $[\omega_0] = T^{-1}$.

Exemple : dans le cas d'un circuit LC série

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

I.2.b Equation du mouvement

Propriété VI.1 – Equation horaire des oscillations

La solution générale de l'équation précédente correspond à une évolution périodique sinusoïdale de la forme :

$$X(t) = A \cos(\omega_0 t) + B \sin(\omega_0 t) \quad (\text{VI.1})$$

ou

$$X(t) = X_m \cos(\omega_0 t + \varphi) \quad (\text{VI.2})$$

où les constantes X_m et φ , ou A et B , sont appelées **constantes d'intégration**.

Remarques :

- ★ la valeur moyenne de l'oscillateur correspond à $X = 0$, ie à la valeur stationnaire.
- ★ la première écriture (VI.1) est préférable lorsque l'une des deux conditions initiales est nulle ou lorsqu'on cherche à représenter la fonction X , la seconde écriture (VI.2) est préférable dans la plupart des autres cas, notamment lorsqu'on aborde une étude énergétique du système ou une étude en régime sinusoïdal forcé.

Exercice VI.2 – Vérification de la solution

■ Montrons que la fonction $X(t) = X_m \cos(\omega_0 t + \varphi)$ est bien solution de l'équation de l'oscillateur harmonique.

Exercice VI.3 – Passage d'un type de solutions à l'autre

■ Montrer que les deux solutions sont équivalentes en utilisant les propriétés de la fonction cosinus.

Propriété VI.2 – Deux cas particuliers

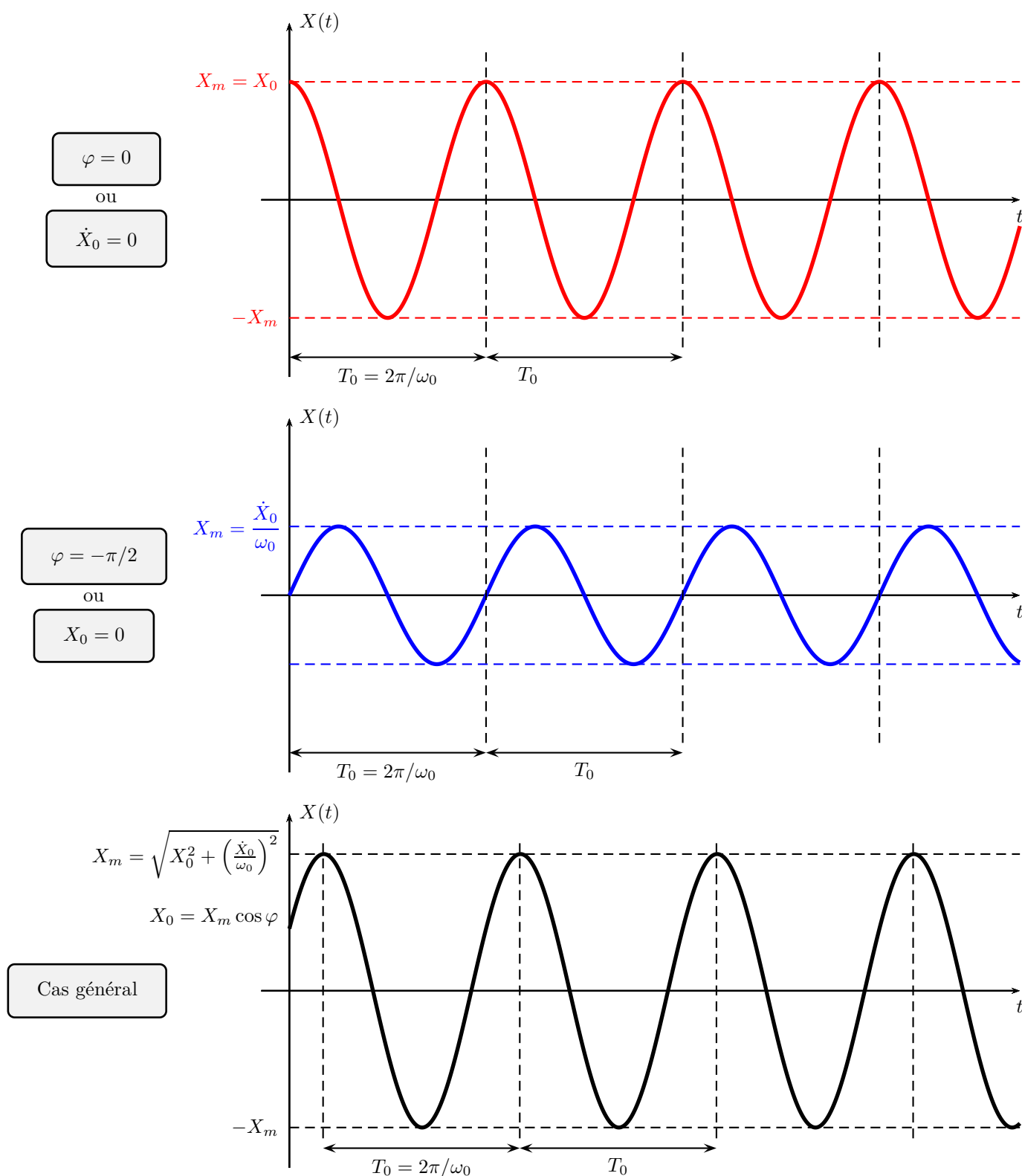
★ $\varphi = 0$: $X_1 = X_m$ et $X_2 = 0$: la valeur initiale $X(0)$ vaut X_m , on la note traditionnellement X_0 et $\dot{X}(0) = 0$.

★ $\varphi = -\pi/2$: $X_1 = 0$ et $X_2 = X_m$: $X_0 = 0$ et $X_m = \frac{\dot{X}(0)}{\omega_0}$.

Exercice VI.4 – Solution dans le cas général

■ Exprimer la solution complète de l'équation dans le cas général.

I.2.c Représentation graphique de l'équation horaire



Sur ces courbes, on retrouve les différentes grandeurs intervenant dans l'équation horaire du système :

- ★ X_m l'amplitude.
- ★ φ la phase.
- ★ X_0 et \dot{X}_0 les valeurs initiales de $X(t)$ et $\dot{X}(t)$.
- ★ T_0 et ω_0 les période et pulsation propres du système.

Précisons un peu les définitions de ces grandeurs.

I.2.d Paramètres de l'oscillateur harmonique

Définition VI.3 – Grandeurs intervenant dans l'équation horaire

- ★ $X_m > 0$ correspond à l'**amplitude** des oscillations.
Elle se définit comme la valeur maximale atteinte par $X(t)$.
On appelle **amplitude crête-à crête**, l'excursion totale réalisée par $X(t)$ au cours du temps soit $2X_m$.
- ★ On appelle **phase initiale** la grandeur notée φ . Elle impose la valeur de $X(0)$. On appelle plus généralement **phase instantanée** l'argument de la fonction transcendante : $\phi = \omega_0 t + \varphi$.
- ★ On note T_0 la **période propre** des oscillations, durée la plus courte durée au bout de laquelle $X(t)$ se répète identiquement. D'un point de vue mathématique, on dit qu'une fonction quelconque $s(t)$ est T -périodique lorsque :

$$\forall t_0, s(t_0 + T) = s(t_0)$$

Appliqué à la fonction $X(t)$, il résulte que :

$$X_m \cos(\omega_0(t_0 + T_0) + \varphi) = X_m \cos(\omega_0 t_0 + \varphi + 2\pi)$$

ce qui équivaut à $\omega_0 T_0 = 2\pi$ ou

$$T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0}$$

ou encore

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0}$$

Cette dernière équation permet de donner l'unité S.I. pour les pulsations : le rad.s^{-1} .

Propriété VI.3 – Isochronisme des oscillations de l'oscillateur harmonique

La période propre de l'oscillateur harmonique ne dépend ni de l'amplitude X_m du mouvement, ni de sa phase à l'origine : on parle d'**isochronisme** des oscillations.

Remarque : on peut aussi introduire la notion de fréquence propre $f_0 = \omega_0/2\pi$ en notant qu'à chaque fois, l'indice "0" ne renvoie pas à l'instant initial mais signifie simplement que la grandeur définie est caractéristique du système lorsqu'on le laisse évoluer librement comme c'est le cas ici : sans excitation et sans source d'amortissement.

I.3 Bilan énergétique

Définition VI.4 – Valeur moyenne d'une grandeur périodique

Soit $f(t)$ une fonction T -périodique, on définit sa **valeur moyenne** comme :

$$\langle f \rangle_T = \frac{1}{T} \int_t^{t+T} f(t) dt = \frac{1}{T} \int_0^T f(t) dt$$

Propriété VI.4 – Expressions et répartition des différentes formes d'énergie

★ Stockage électrostatique dans C - charge q :

$$E_{\text{elec}}(t) = \frac{1}{2} \frac{q^2(t)}{C}$$

et

$$\langle E_{\text{elec}} \rangle_{T_0} = \frac{1}{T_0} \int_0^{T_0} E_{\text{elec}}(X) dt = \frac{1}{4} \frac{Q_m^2}{C}$$

★ Stockage magnétique dans L - intensité $i = \dot{q}$:

$$E_{\text{mag}} = \frac{1}{2} L \dot{q}^2$$

et

$$\langle E_{\text{mag}} \rangle_{T_0} = \frac{1}{T_0} \int_0^{T_0} E_{\text{mag}}(X) dt = \frac{1}{4} \frac{Q_m^2}{C}$$

★ Energie totale :

$$E_{\text{tot}} = \frac{1}{2} L \dot{q}^2 + \frac{1}{2} \frac{q^2}{C}$$

On peut calculer sa valeur :

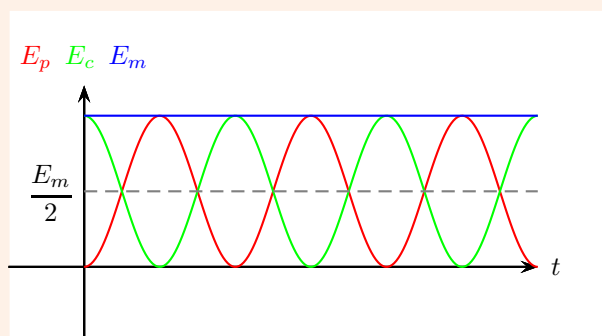
$$E_{\text{tot}} = \frac{1}{2} L \omega_0^2 Q_m^2 \sin^2(\omega_0 t + \varphi) + \frac{1}{2} \frac{X_m^2 \cos^2(\omega_0 t + \varphi)}{C}$$

soit :

$$E_{\text{tot}} = \frac{1}{2} \frac{X_m^2}{C}$$

Propriété VI.5 – Equipartition de l'énergie

Pendant les oscillations du système, bien que E_c et E_p varient, *leur somme reste constante*. Ceci traduit bien la *conservation de l'énergie* pour ce système conservatif.



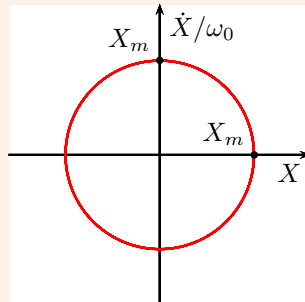
On dit qu'il y a *équipartition de l'énergie* dans un tel mouvement car, au cours d'une période T_0 :

$$\langle E_{\text{elec}} \rangle_{T_0} = \langle E_{\text{mag}} \rangle_{T_0} = \frac{E_m}{2}$$

I.4 Portrait de phase

Propriété VI.6 – Portrait de phase

Dans le cas d'un oscillateur harmonique, en utilisant les variable X et $\frac{\dot{X}}{\omega_0}$, le portrait de phase est un cercle de centre $\left(X = 0, \frac{\dot{X}}{\omega_0} = 0\right)$ et de rayon $X_m = \sqrt{\frac{2E_m}{k}}$, parcouru dans le sens horaire.



II Oscillateur libre en régime amorti

II.1 Equation différentielle d'un oscillateur harmonique amorti

On reprend l'exemple des sections précédentes sur l'oscillateur électrique en y ajoutant un terme *dissipatif*, c'est-à-dire un terme qui conduit à l'*amortissement* des oscillations du système. Ainsi pour l'oscillateur électrique, on ajoute au circuit un résistor de résistance R , limitant l'intensité du courant électrique dans le circuit - cf figure VI.2.

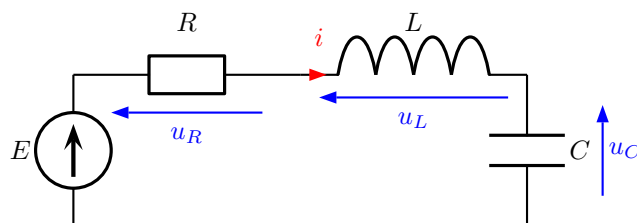


FIGURE VI.2 – Oscillateur harmonique électrique amorti : circuit RLC série.

Exercice VI.5 – Équation différentielle vérifiée par un oscillateur harmonique amorti

Établir l'équation différentielle vérifiée par la charge q portée par l'armature du condensateur de capacité C .

Définition VI.5 – Oscillateur harmonique amorti

L'équation différentielle d'un oscillateur harmonique amorti est définie par :

$$\ddot{X} + \frac{\omega_0}{Q} \dot{X} + \omega_0^2 X = 0$$

où X correspond à la situation de l'oscillateur au cours du temps par rapport à sa position d'équilibre. La **pulsation propre** du système ω_0 correspond à celle qu'on observerait en l'absence de dissipation. Le **facteur de qualité** Q est sans dimension et toujours positif. d'amortissement est faible.

Exemple : dans l'exemple du circuit RLC série précédent on retiendra que

$$Q = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}$$

II.2 Résolution de l'équation - Régimes d'évolution

A titre d'exemple, nous allons nous intéresser au cas concret de la tension aux bornes du condensateur dans le circuit RLC série présenté plus haut. L'équation différentielle vérifiée par $u_C(t)$ est la suivante :

$$\ddot{u}_C + \frac{\omega_0}{Q} \dot{u}_C + \omega_0^2 u_C = \omega_0^2 E$$

Méthode VI.1 – Etude d'un régime d'évolution

- ★ La première étape de la résolution de cette ED est de déterminer la solution particulière correspondant à la valeur atteinte dans le régime permanent final. Ici, $u_{C_{part.}} = E$.
- ★ La seconde étape est de déterminer la solution générale de l'équation homogène en cherchant les solutions sous la forme $u_{C_{hom.}} = A \exp(rt)$. Ceci conduit au polynôme caractéristique suivant :

$$r^2 + \frac{\omega_0}{Q} r + \omega_0^2 = 0$$

Le discriminant de cette équation du second degré est donné par :

$$\Delta = \frac{\omega_0^2}{Q^2} - 4\omega_0^2 = \frac{\omega_0^2}{Q^2} (1 - 4Q^2)$$

- ★ Une fois extraite(s) la (les) racine(s) du polynôme caractéristique, on obtient la solution générale :

$$u_{C_{gén.}} = u_{C_{hom.}} + u_{C_{part.}}$$

- ★ On détermine alors les constantes d'intégration grâce à des conditions initiales, limites ou particulières.
- ★ On cherchera enfin à représenter l'allure des solutions en s'intéressant précisant aux temps caractéristiques, aux temps d'amortissement, d'évolution ainsi qu'aux pulsations des oscillations.

Définition VI.6 – Régimes d'évolution d'un système du deuxième ordre

Trois cas se présentent selon la valeur du discriminant Δ :

- ★ $\Delta > 0$ ie $Q < 0,5$:
Il y a deux racines réelles, l'évolution a lieu sans oscillations et le régime est dit **apériodique**.
- ★ $\Delta < 0$ ie $Q > 0,5$:
Il y a deux racines complexes, il se produit des oscillations et le régime est dit **pseudo-périodique**.
- ★ $\Delta = 0$ ie $Q = 0,5$:
Il y a une racine double, l'évolution a lieu sans oscillations et le régime est dit **critique**.

II.2.a Apériodique : $\Delta > 0$ et $Q < \frac{1}{2}$ **Exercice VI.6 – Etude détaillée du régime apériodique**

Déterminer $u_C(t)$ dans le cas du circuit RLC série soumis à un échelon de tension avec $Q < 1/2$.

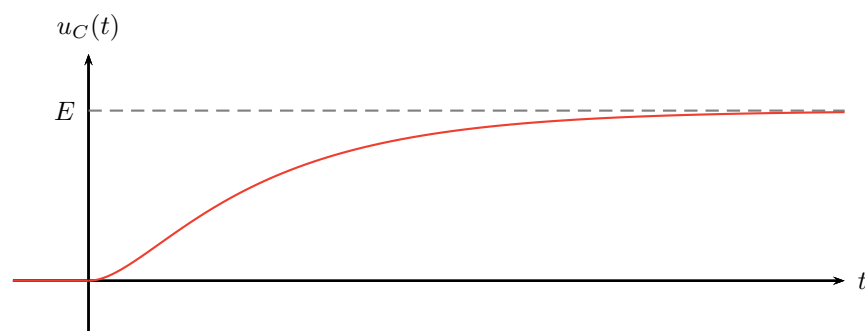


FIGURE VI.3 – Allure de l'évolution temporelle de $u_C(t)$ en régime apériodique.

II.2.b Pseudo-périodique : $\Delta < 0$ et $Q > \frac{1}{2}$ **Exercice VI.7 – Etude détaillée du régime pseudo-périodique**

Déterminer $u_C(t)$ dans le cas du circuit RLC série soumis à un échelon de tension avec $Q > 1/2$.

Remarque : ceci correspond à nouveau au fait que la pente de la tangente à l'origine est horizontale dans la figure ci-dessous.

Définition VI.7 – Grandeurs caractéristiques du régime pseudo-périodique

★ la durée caractéristique de l'amortissement (ou *temps de relaxation*) τ .

Définition VI.7 – Grandeurs caractéristiques du régime pseudo-périodique (suite)

★ la *pseudo-pulsation* Ω du terme sinusoïdal, associé à la pseudo-période T .

$$\tau = \frac{2Q}{\omega_0} \quad , \quad \Omega = \frac{\omega_0}{2Q} \sqrt{4Q^2 - 1} < \omega_0 \quad \text{et} \quad T = \frac{2\pi}{\Omega} = \frac{T_0}{\sqrt{1 - \frac{1}{4Q^2}}} \quad \text{avec} \quad T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0}$$

τ est d'autant plus grand que R est faible, c'est-à-dire que le terme de dissipation est faible (ou que Q est élevé).

T est d'autant plus proche de T_0 , c'est-à-dire Ω plus proche de ω_0 , que Q est élevé.

Pour tracer l'allure de la courbe, on peut remarquer que le terme en cosinus s'inscrit dans une enveloppe exponentielle. Le régime est qualifié de pseudo-périodique car u_C ne revient pas à la même valeur après chaque oscillation.

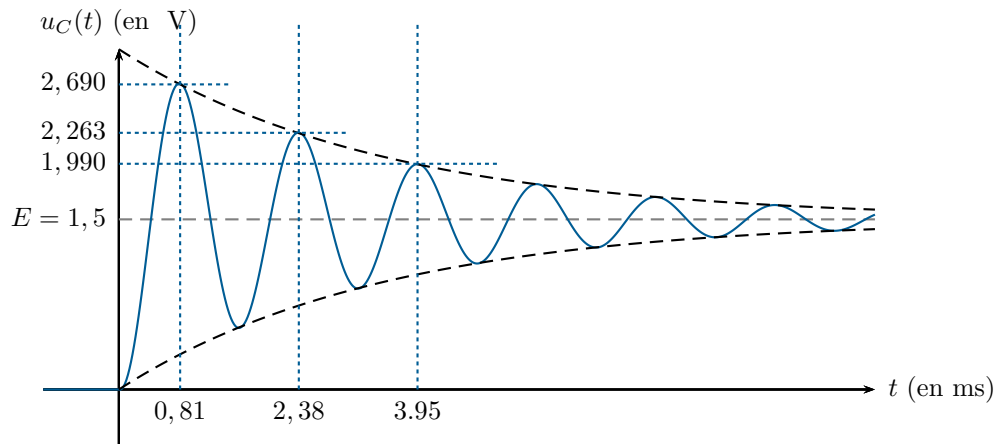


FIGURE VI.4 – Allure de l'évolution temporelle de $u_C(t)$ en régime pseudo-périodique.

Cas limite : lorsque le système n'est pas amorti, c'est-à-dire lorsque $R = 0$, l'équation différentielle n'a pas de terme du premier ordre et son équation homogène est une équation harmonique dont les solutions sont purement sinusoïdales.

Définition VI.8 – Décrément logarithmique

Afin de caractériser l'amortissement, on utilise aussi le **décrément logarithmique** qui correspond au logarithme du rapport d'amplitude, rapportée à la valeur stationnaire, entre deux valeurs extrêmes successives :

$$\delta = \ln \left(\frac{u_C(t) - u_C(t \rightarrow \infty)}{u_C(t + T) - u_C(t \rightarrow \infty)} \right) = \frac{T}{\tau} = \frac{\omega_0 T}{2Q} = \frac{2\pi}{\sqrt{4Q^2 - 1}} \quad \text{ou encore}$$

$$Q = \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{\pi^2}{\delta^2}}$$

Exercice VI.8 – Détermination de δ , Q , T et τ

Etablir les relations entre ces quatre grandeurs.

II.2.c Critique : $\Delta = 0$ et $Q = \frac{1}{2}$ **Exercice VI.9 – Etude détaillée du régime critique et détermination de R_{critique}**

Remarque : ceci correspond à nouveau au fait que la pente de la tangente à l'origine est nulle dans la figure ci-dessous.

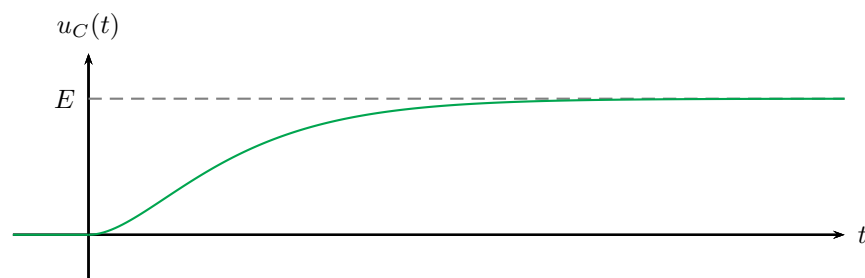


FIGURE VI.5 – Allure de l'évolution temporelle de $u_C(t)$ en régime critique.

II.2.d Comparaison

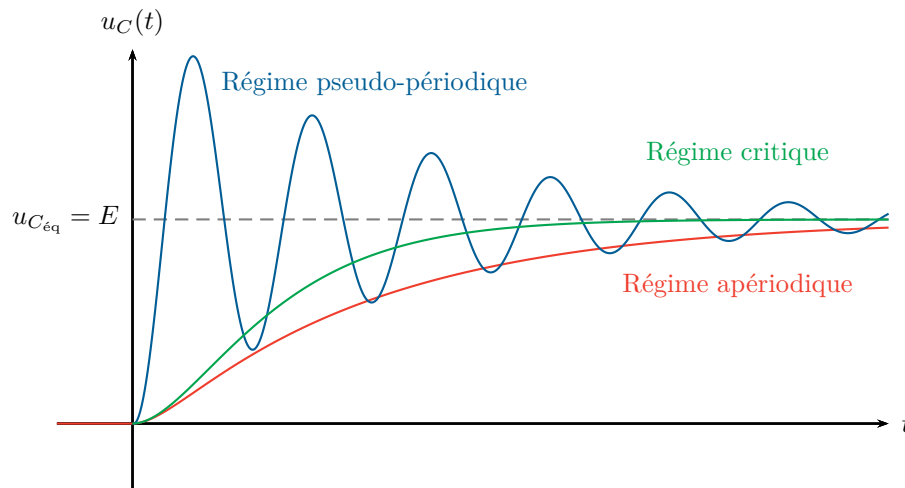


FIGURE VI.6 – Comparaison entre les différents régimes d'un oscillateur harmonique amorti.

Propriété VI.7 – Comparaison des différents régimes d'évolution

- ★ Tous les régimes tendent vers la même position, qui est la position d'équilibre $u_{C_{eq}}$.
- ★ Le retour à l'équilibre, c'est-à-dire au régime permanent, le plus rapide a lieu lors du régime critique.

II.3 Bilan énergétique

Méthode VI.2 – Intégrale première de l'équation du système

Les expressions des différentes grandeurs énergétiques d'un système d'un oscillateur harmonique amorti sont compliquées à établir et nous nous contenterons donc d'effectuer un simple bilan d'énergie. Celui-ci peut en revanche être facilement obtenu en multipliant l'équation différentielle :

- ★ soit par $mv = m \frac{dx}{dt} = m \frac{d(x - x_{eq})}{dt} = m\dot{X}$ pour un oscillateur mécanique,
- ★ soit par $Li = L \frac{dq}{dt} = L \frac{d(q - q_{perm})}{dt} = L\dot{X}$ pour un oscillateur électrique.

Exercice VI.10 – Bilan énergétique de l'oscillateur électrique RLC série

Pour un circuit RLC soumis à un échelon montant de tension, l'équation différentielle est :

$$L\ddot{X}\dot{X} + R\dot{X}^2 + \frac{1}{C}\dot{X}X = 0 \Rightarrow \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2}L\dot{X}^2 + \frac{1}{2C}X^2 \right) = -R\dot{X}^2$$

soit :

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2}Li^2 + \frac{1}{2C}(q - q_{perm})^2 \right) = -Ri^2 < 0$$

ou encore

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2}Li^2 + \frac{1}{2C}(u_C - E)^2 \right) = -Ri^2 < 0$$

On constate donc que la variation d'énergie de la bobine et du condensateur est égale à la puissance dissipée par effet Joule au niveau du résistor.

Exercice VI.11 – Bilan énergétique de l'oscillateur mécanique masse-ressort

Dans le cas d'un oscillateur mécanique comme le système masse-ressort amorti par frottements fluides, et lâché depuis une position quelconque sans vitesse initiale, oscillant autour de sa position d'équilibre, cela donne :

$$m\ddot{X}\dot{X} + \alpha\dot{X}^2 + kX\dot{X} = 0 \Rightarrow \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2}m\dot{x}^2 + \frac{1}{2}k(x - x_{\text{eq}})^2 \right) = -\alpha\dot{x}^2 \Rightarrow \boxed{\frac{dE_m}{dt} = \mathcal{P}(\vec{F}_{nc}) < 0}$$

Nous verrons dans le cours de mécanique que cette expression est celle du théorème de l'énergie mécanique : par intégration sur un intervalle de temps donné, on retrouve que la variation d'énergie mécanique - c'est à dire d'énergie cinétique et d'énergie potentielle - est égale au travail des forces non conservatives.

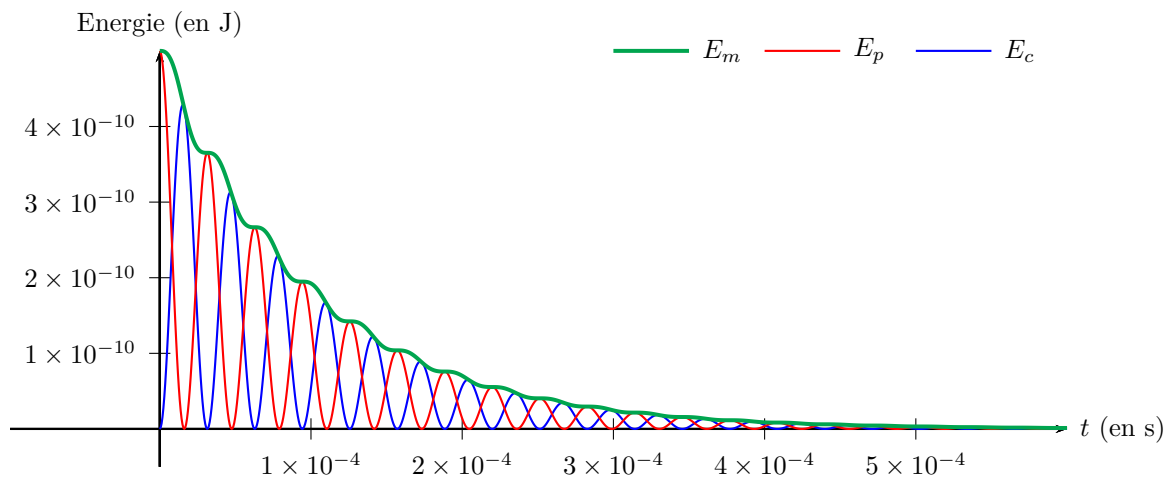


FIGURE VI.7 – Représentation de l'évolution des énergies mécanique (énergie stockée globalement), cinétique (ie magnétique), et potentielle (ie électrostatique), au cours du mouvement d'un oscillateur harmonique amorti en régime pseudo-périodique. Qu'il s'agisse d'un échelon montant ou d'un échelon descendant, l'évolution est la même. On a pris ici $E = 1 \text{ V}$, $R = 1 \text{ k}\Omega$, $L = 100 \text{ mH}$ et $C = 1 \text{ nF}$.

II.4 Portrait de phase**Propriété VI.8 – Portrait de phase d'un oscillateur harmonique amorti**

- ★ Dans le cas d'un oscillateur amorti, la trajectoire ne correspond plus à une énergie donnée car une partie de cette énergie est dissipée par frottements : ***l'oscillateur harmonique amorti est un système non conservatif.***
- ★ La durée des pseudo-oscillations étant limitée, le mouvement n'est plus périodique, et la trajectoire n'est donc plus fermée.
- ★ Le portrait de phase "s'enroule" - plus ou moins vite en fonction du régime considéré - et aboutit au niveau de la position d'équilibre, $X = 0$ et $\dot{X} = 0$.
- ★ Si le portrait de phase relatif à l'**élongation** du système traverse au moins une fois l'axe des ordonnées du portrait de phase, le système évolue selon le régime pseudo-périodique.
- ★ L'analyse du portrait de phase permet de remonter aux caractéristiques du système si l'on dispose d'une modélisation de ce dernier.

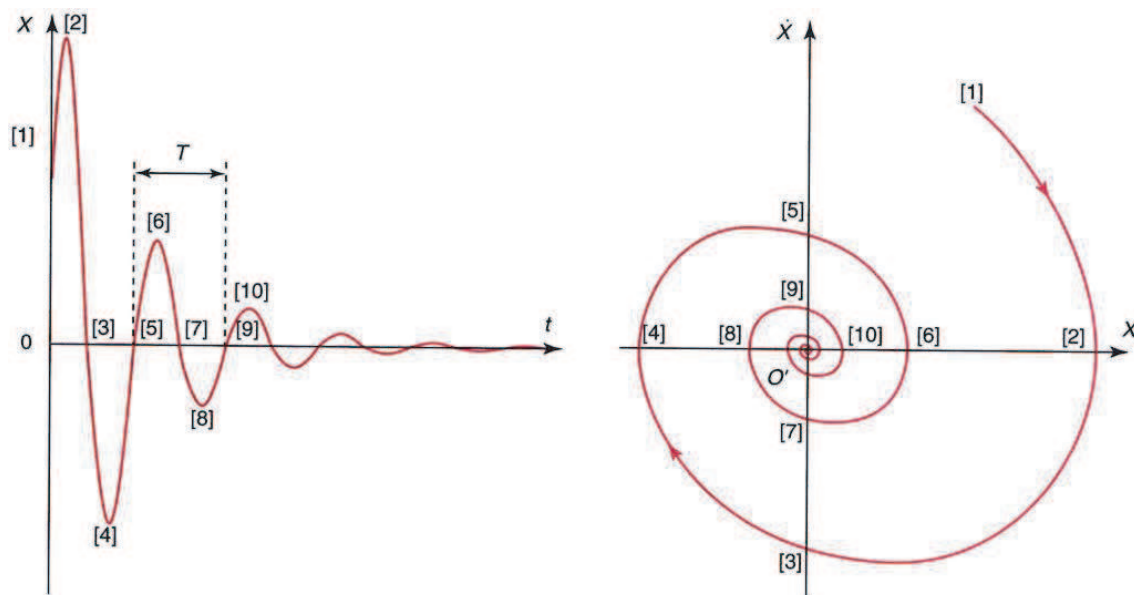


FIGURE VI.8 – Evolution temporelle de l'élongation et portrait de phase correspondant pour un oscillateur harmonique amorti en régime pseudo-périodique. Les conditions initiales sont ici quelconques.

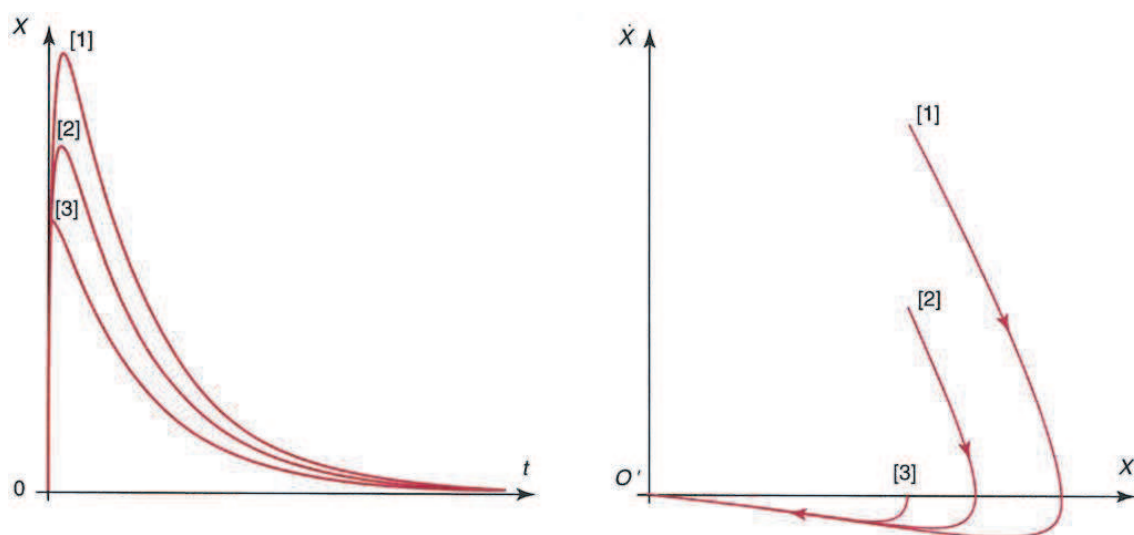


FIGURE VI.9 – Evolution temporelle de l'élongation et portrait de phase correspondant d'un oscillateur harmonique amorti en régime critique, pour trois positions initiales différentes.

III Etude expérimentale du circuit RLC série

III.1 Modélisation théorique

On s'intéresse donc au circuit théorique suivant :

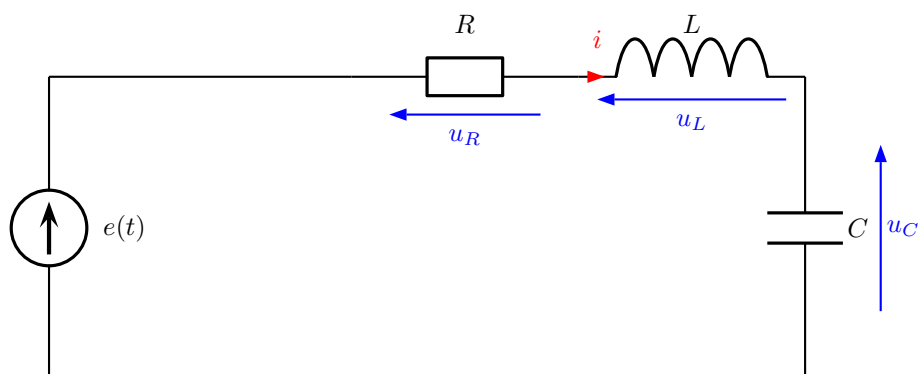


FIGURE VI.10 – Circuit RLC série.

Pour réaliser une succession d'échelons montant et descendant, on souhaite disposer d'une source de tension délivrant une tension $e(t)$ telle que :

$$e(t) = \begin{cases} E & \text{si } nT \leq t < nT + T/2 \\ 0 & \text{si } nT + T/2 \leq t < (n+1)T \end{cases}$$

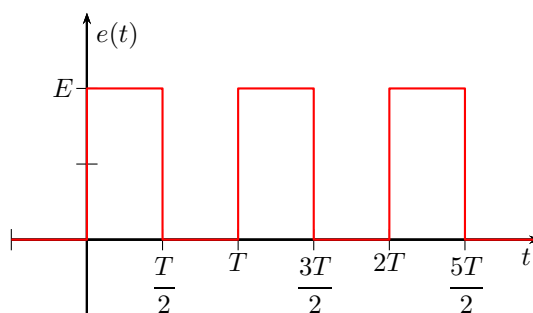


FIGURE VI.11 – Signal créneau délivré par la source idéale afin d'étudier le régime transitoire.

III.2 Prise en compte du caractère réel des différents dipôles

Expérience VI.1 – Configuration expérimentale

- ★ Le résistor et le condensateur peuvent être supposés idéaux.
- ★ La résistance tout comme la capacité et l'inductance du circuit peuvent être modifiées grâce à des boîtes à décades.
- ★ La bobine d'inductance L est réelle et possède une résistance interne r qui dépend de la valeur de L d'après le constructeur.
- ★ La source de tension variable utilisée est un GBF de résistance de sortie $R_S = 50 \, \Omega$ qui peut être modélisée par un générateur de Thévenin.
- ★ On prend les valeurs suivantes : $R = 300 \, \Omega$, $C = 6 \, \text{nF}$, $L = 31 \, \text{mH}$.
- ★ On mesure r à l'ohmmètre aux bornes de la bobine en dehors du circuit.

Le schéma modèle du circuit est donc le suivant :

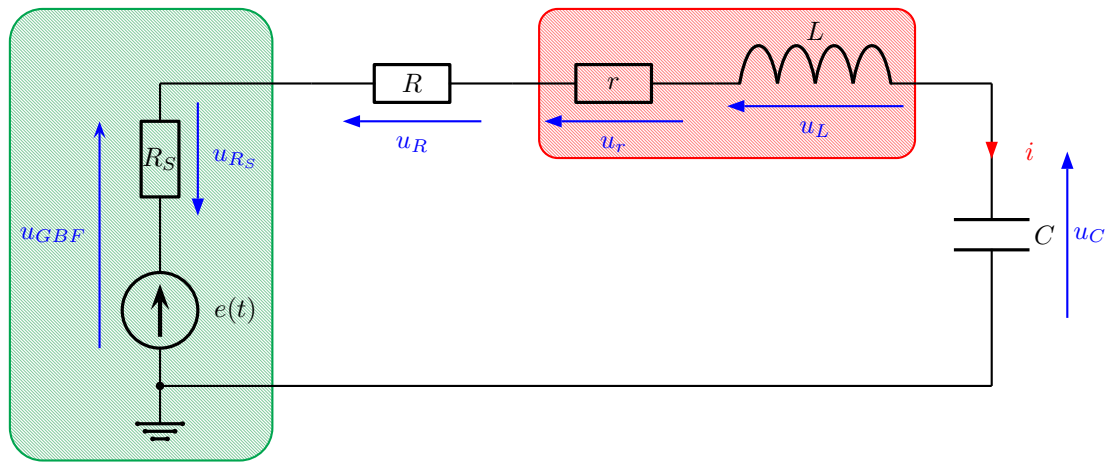


FIGURE VI.12 – Schéma modèle du circuit RLC série tenant compte du caractère réel de la source et de la bobine.

Remarque : afin de rendre la source idéale, nous allons utiliser un montage suiveur. Il s'agit d'un circuit électronique à amplificateur opérationnel dont on ne cherche pas ici à étudier le fonctionnement. Nous nous contenterons simplement de vérifier qu'il joue correctement son rôle et de préciser qu'il doit être alimenté par une alimentation stabilisée -15V/0V/15V.

Le schéma équivalent au montage du circuit RLC série complet est donc le suivant :

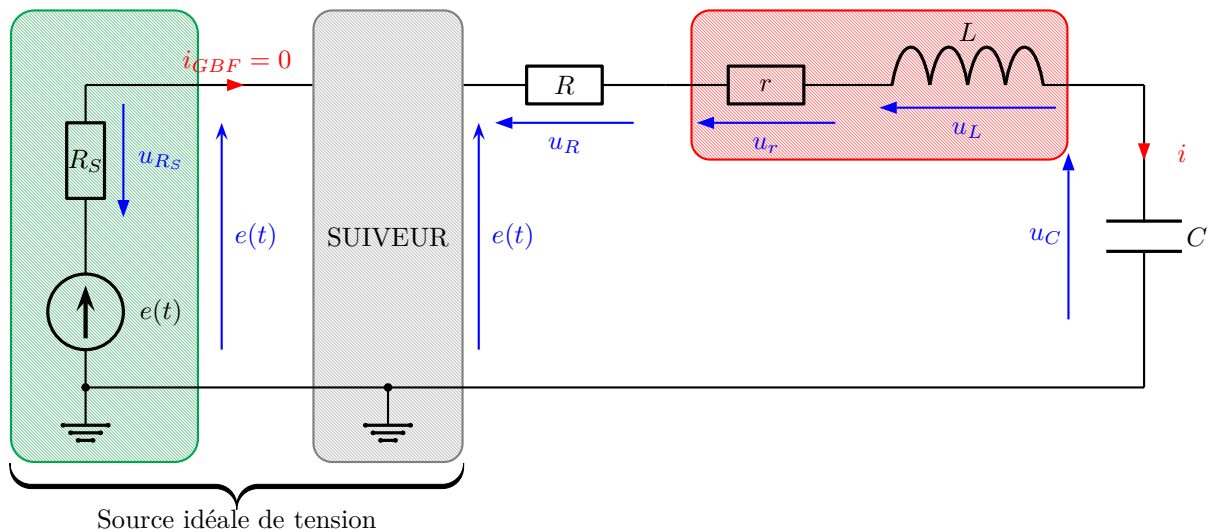


FIGURE VI.13 – Schéma modèle du circuit RLC série permettant de rendre la source idéale.

L'objectif de cette étude expérimentale est de valider les modèles utilisés dans le cours. Parmi les différentes situations à mettre en évidence, nous chercherons notamment à observer un portrait de phase, comme par exemple $\left(q, \frac{dq}{dt}\right)$.

III.3 Montage du circuit

Pour tracer le portrait de phase choisi, il est nécessaire de mesurer les grandeurs $q(t)$ et $\frac{dq}{dt}(t) = i(t)$ simultanément. Nous pourrions avoir accès à $i(t)$ en mesurant la tension aux bornes de R et à $q(t)$ en mesurant la tension aux bornes de C . Ceci n'est pas possible de façon simple en raison des contraintes liées aux masses des différents appareils.

Expérience VI.2 – Sonde différentielle - Carte d'acquisition

Pour circonvenir cette difficulté, nous allons utiliser la carte d'acquisition associée à Latis Pro. Elle permet d'effectuer une mesure de tension différentielle qui n'ajoute pas de masse supplémentaire au circuit. Les connexions vers la carte d'acquisition sont représentées sur le circuit suivant.

"EA" signifie entrée analogique et indique les différentes voies d'entrée de la carte d'acquisition.

"_D" indique que la mesure n'est pas effectuée par rapport à la masse mais correspond à la différence de potentiel directe entre deux voies d'entrée.

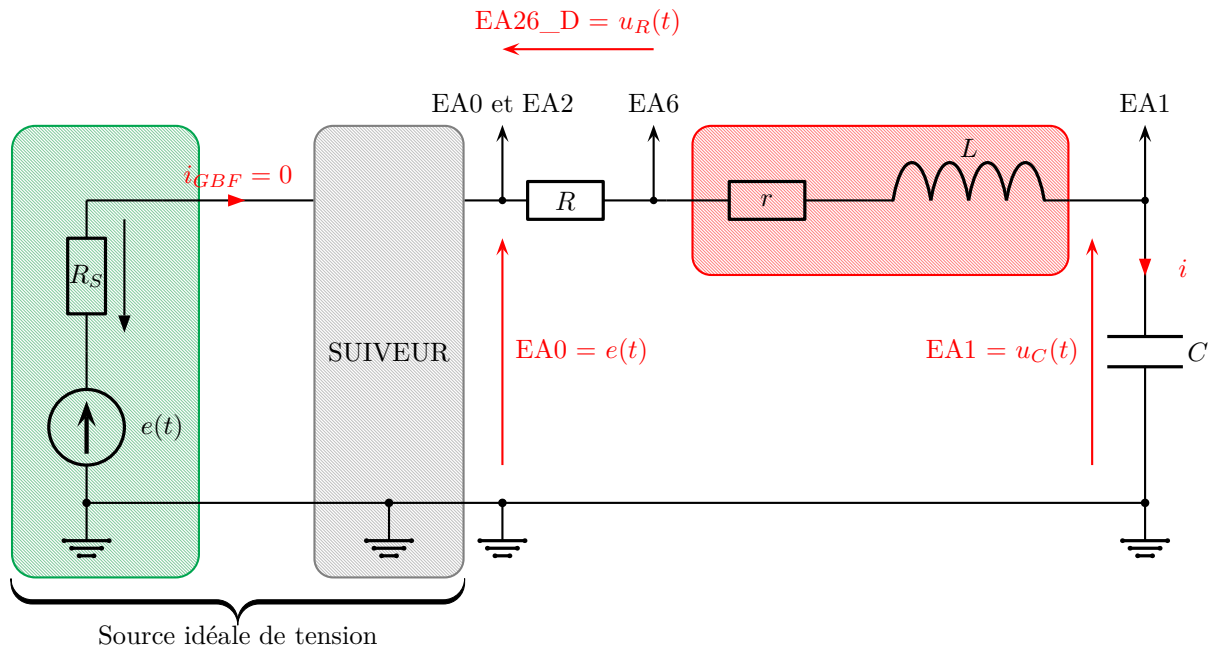


FIGURE VI.14 – Branchements vers la carte d'acquisition.

Les connexions étant maintenant réalisées, nous pouvons paramétrer l'acquisition par la carte des signaux souhaités au moyen de LatisPro.

III.4 Paramétrage de l'acquisition

Nous allons maintenant évoquer les étapes du paramétrage de l'acquisition. Nous allons donc préciser les actions successives à effectuer pour visualiser les signaux choisis.

Expérience VI.3 – Sélection, déclenchement et acquisition

- ★ Menu Acquisition : on commence par cliquer sur les voies d'acquisition pour les activer. Concernant les entrées différentielles, on clique sur la case située entre les voies pour les faire fonctionner.
- ★ Onglet Suivi Temporel : on entre le nombre de points d'échantillonnage "Points" et la période d'échantillonnage "Te" de manière à avoir suffisamment de points pour visualiser correctement l'intégralité des phénomènes auxquels on s'intéresse. La durée totale de l'acquisition doit donc elle aussi être bien paramétrée.
- ★ Menu Déclenchement : comme pour un oscilloscope, il faut choisir une source de déclenchement pour l'acquisition. Ici, comme le plus souvent, on choisit le signal du générateur comme source de déclenchement. On définit un sens pour la pente au moment du déclenchement. On peut, en plus, définir un seuil de déclenchement et un "pré-trig" de 25% qui nous permettra de visualiser le signal avant l'échelon de tension.
- ★ Reste à cliquer sur "F10" pour lancer l'acquisition.

III.5 Mesures et validation du modèle

Latis Pro dispose de tous les outils (réticule, modélisation, feuille de calculs, mesures automatiques...) pour déterminer les valeurs des paramètres expérimentaux du circuit et permettant de valider les modèles théoriques développés. Nous verrons comment utiliser la plupart de ces outils lors de l'étude des régimes transitoires, de la mesure d'impédance et de l'étude de résonance. Elle complètera les notions déjà abordées sur l'analyse spectrale en début d'année.

III.6 Portrait de phase

L'utilisation du "glisser-déposer" sous LatisPro permet de facilement manipuler les signaux pour réaliser des portraits de phase et montrer avec efficacité le passage d'un régime aperiodique à un régime pseudo-periodique et vice-versa.

Expérience VI.4 – Obtention du portrait de phase de l'oscillateur harmonique amorti