

DM n°2: Électricité en régime continu

A rendre pour le jeudi 24 septembre 2020

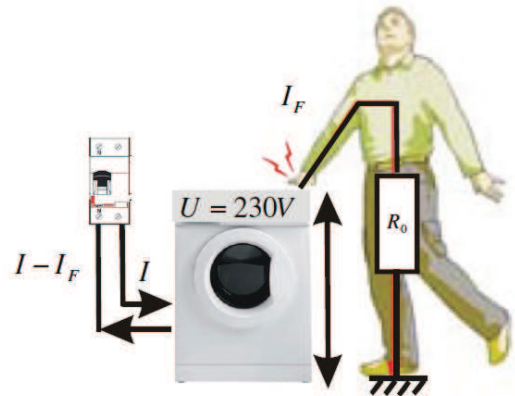
I Protection électrique d'une installation domestique

La carcasse de la plupart des appareils électroménagers présente des parties extérieures métalliques pouvant être touchées par l'utilisateur. Malgré une utilisation correcte de ces appareils, il n'est pas impossible qu'une de ces parties métalliques se retrouve accidentellement au contact du circuit d'alimentation électrique de l'appareil. La carcasse est alors portée au potentiel du réseau, appelé « phase », dont la valeur nominale est égale à 230 V.

Si un utilisateur en contact avec la sol touche dans ces conditions la carcasse de l'appareil (cf. figure ci-dessous), son corps peut être traversé par un courant électrique important pouvant entraîner une grave électrocution. Pour éviter cette situation, tout propriétaire doit installer un disjoncteur différentiel de 30 mA sur son installation électrique.

En effet, si un appareil électrique présente un défaut d'isolement, le courant d'intensité I qui entre dans la machine est différent du courant qui en ressort, d'intensité $I - I_f$.

Le courant de fuite d'intensité I_f passe alors à la terre via la personne dont la résistance électrique globale est notée R_0 . Le rôle du disjoncteur est de couper le courant si l'intensité du courant de fuite atteint la valeur seuil $I_{f,\text{seuil}} = 30 \text{ mA}$ pour laquelle il y a risque de téτανisation des muscles.



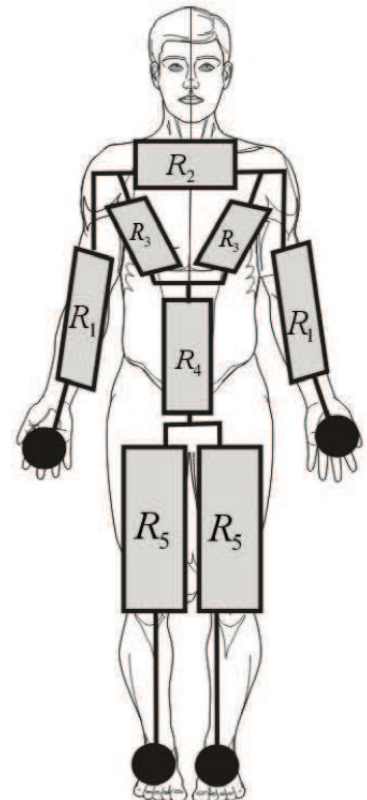
1. Quelle doit être la valeur maximale de la résistance R_0 pour qu'il y ait coupure de courant ?
2. (a) Démontrer que l'association série de deux conducteurs ohmiques (ou résistors) de résistances R et R' est équivalente à un conducteur ohmique unique de résistance $R_{\text{eq,s}}$ qu'on exprimera en fonction de R et R' .
(b) Donner, sans démonstration, l'expression de la résistance équivalente $R_{\text{eq,p}}$ à l'association parallèle de deux conducteurs ohmiques de résistances R et R' .

On peut modéliser le corps humain selon le schéma électrique représenté sur la figure ci-contre et on donne les valeurs suivantes :

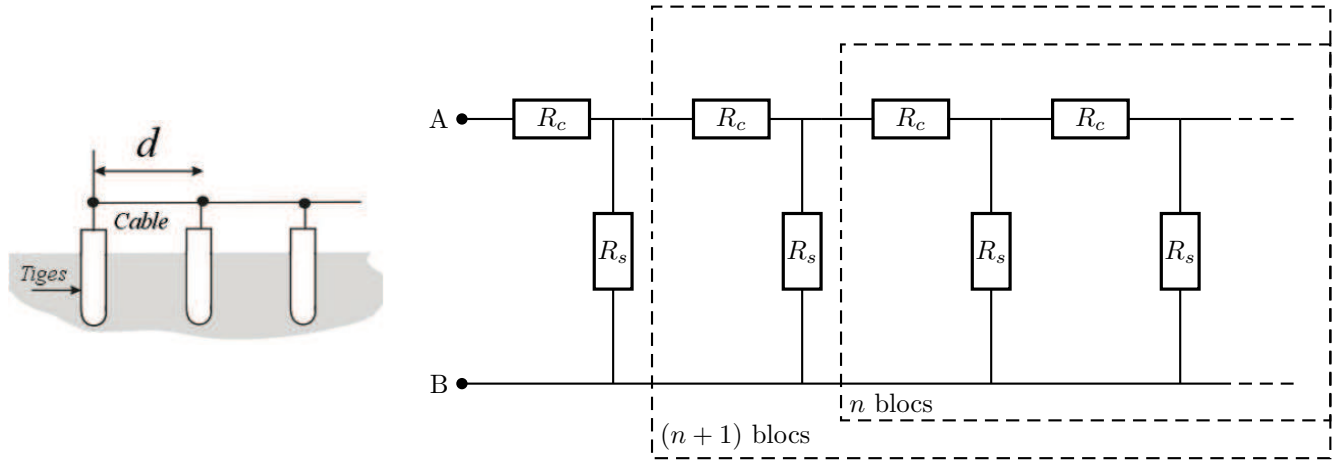
- $R_1 = 460 \, \Omega$
- $R_2 = 80 \, \Omega$
- $R_3 = 125 \, \Omega$
- $R_4 = 15 \, \Omega$
- $R_5 = 840 \, \Omega$

La résistance d'un conducteur de section de surface S et de longueur ℓ est donnée par $R = \frac{\rho \ell}{S}$, où ρ est une grandeur constante, appelée « résistivité électrique », dépendant uniquement du conducteur considéré.

3. Comment peut-on justifier la valeur élevée des résistances « bras » ou « jambe » et la faible valeur de R_4 ?
4. Déterminer l'intensité du courant traversant le corps humain dans les trois cas suivant et préciser si le disjoncteur différentiel coupe le courant ou non :
 - (a) les deux mains tiennent les deux pôles d'une prise 230 V et les chaussures sont isolantes ;
 - (b) les deux mains tiennent les rails d'un train de modélisme (16 V) et les chaussures sont isolantes ;
 - (c) une main tient une phase 230 V et les pieds sont nus par terre.



Afin de protéger l'installation et les utilisateurs, les propriétaires doivent ajouter à leur installation un fil de « terre » (jaune et vert) relié à une tige très conductrice de forme cylindrique plantée dans le sol. Le sol n'étant pas lui-même parfaitement conducteur, l'ensemble {tige+sol} présente une résistance électrique $R_s = 30\ \Omega$. Le code de l'électricité demande à ce que la résistance de mise à la terre soit inférieure à $25\ \Omega$. Pour arriver à cette valeur, une solution consiste à plonger plusieurs tiges en parallèle, séparées d'une distance $d = 5\text{ m}$ et reliées entre elles par un câble conducteur. On associe le schéma électrique ci-dessous à cette disposition.



R_c est la résistance du câble de diamètre $D = 8\text{ mm}$ et de conductivité $\gamma = \frac{1}{\rho} = 6 \times 10^7\text{ Sm}^{-1}$ reliant deux tiges voisines et $R_s = 30\ \Omega$ la résistance du sol.

5. Calculer la valeur de R_c et la comparer à celle de R_s .
6. On note R_n la résistance de n blocs ($R_c ; R_s$) tels qu'indiqués sur le schéma ci-dessus. Déterminer la récurrence entre R_n et R_{n+1} .
7. Lorsque n tend vers l'infini, la résistance entre A et B tend vers une limite finie qu'on notera R_∞ . Déterminer l'expression de cette limite en fonction de R_c et R_s .
8. Simplifier cette expression en tenant compte de la remarque de la question 5.
9. Calculer la valeur numérique de cette limite et proposer un commentaire.