Travaux Dirigés de Physique

Charles Tuchendler

MPSI 4 – Lycée Saint-Louis

Année 2018/2019

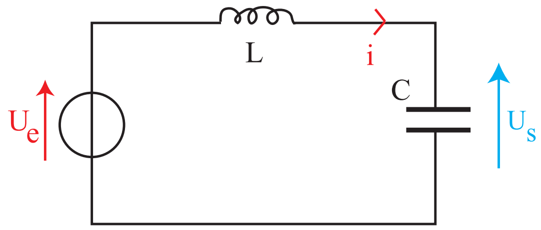
Table des matières

TD N° 9

Oscillateurs électromécaniques du second ordre en régime sinusoïdal forcé

Exercice n° 1 - Résonance dans un circuit LC

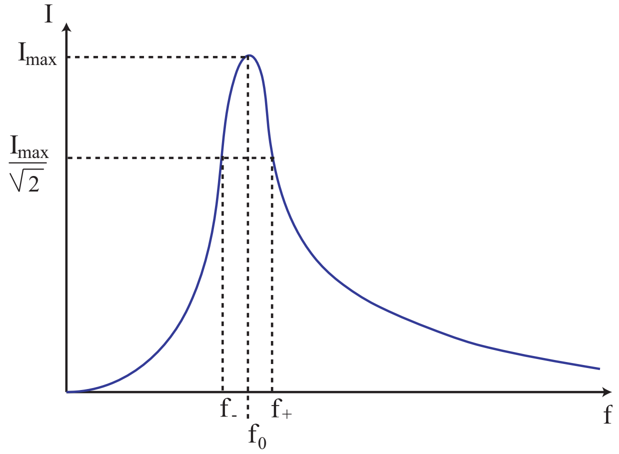
On s'intéresse à la réponse en régime permanent du circuit LC ci-contre, alimenté par un générateur idéal de tension délivrant la tension : $U_e = E\cos(\omega t)$.



1. Déterminer la fonction de transfert du circuit : $\underline{H} = \frac{\underline{U_s}}{\underline{U_e}}$. En déduire le gain $G = |\underline{H}|$ et la phase $\varphi = Arg(\underline{H})$. On introduira la pulsation caractéristique du système ω_0.
2. Etudier le comportement asymptotique du circuit.
3. Expliquer pourquoi il est nécessaire de tenir compte de la résistance interne du circuit afin de reproduire les résultats expérimentaux au voisinage de la résonance.
4. Déterminer la nouvelle fonction de transfert $\underline{H'}$ ainsi que son gain et sa phase en considérant que l'inductance réelle est composée d'une petite résistance r en série avec une inductance idéale L. On introduira les paramètres $x = \frac{\omega}{\omega_0}$ et le facteur de qualité Q'.
5. On justifiera pourquoi le facteur de qualité Q' du circuit est grand, puis on déterminera les caractéristiques de la résonance et on tracera le gain G' et la phase φ' dans ce cas.

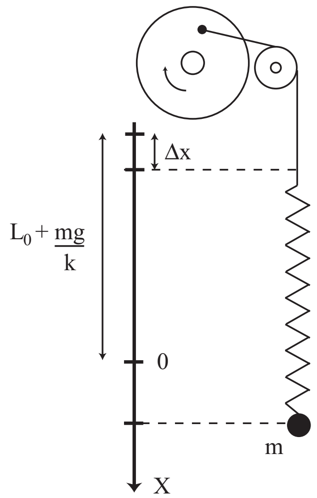
Exercice n° 2 - Identification des paramètres d'un circuit RLC série à partir d'une courbe de résonance

L'étude expérimentale de la résonance en intensité d'un circuit RLC série en régime forcé avec un GBF délivrant une tension sinusoïdale d'amplitude $E = 10V$ et de fréquence variable f a permis d'obtenir la courbe ci dessous. Déterminer les paramètres R, L et C à partir de l'étude de cette courbe.



On donne : $I_{max} = 100\ mA$, $f_0 = 500\ Hz$, $\Delta f = f_+ - f_- = 200\ Hz$.

Exercice n° 3 - Oscillations forcées d'une masse



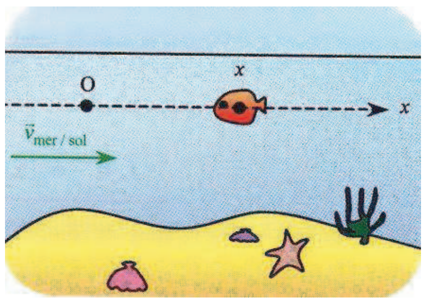
On considère un oscillateur constitué d'une masse m suspendue au bout d'un ressort de longueur à vide L_0 et de constante de raideur k. Les forces de frottement fluide peuvent être modélisées par $\vec{f} = -\lambda\vec{v}$.

L'origine de l'axe OX est pris pour la position d'équilibre du ressort.

Le pendule étant en équilibre, le fil auquel est fixé le ressort est animé d'un mouvement sinusoïdal d'amplitude a du type $\Delta x = a\cos(\omega t)$.

1. Déterminer l'équation différentielle à laquelle obéit l'abscisse x de la masse m. On posera $\omega_0^2 = \frac{k}{m}$.
2. Calculer l'amplitude $A(\omega)$ d'oscillation de m en régime permanent en fonction de a, ω_0, ω et $Q = \frac{m\omega_0}{\lambda}$.
3. Tracer l'allure de la courbe $A(\omega)$ dans le cas où $2Q^2 \gg 1$.
4. Etudier la résonance en vitesse de l'oscillateur et tracer l'allure de la courbe $V(\omega)$ de cette résonance.

Exercice n° 4 - Dérive d'un poisson



Un petit poisson de masse m se laisse dériver entre deux eaux. Sa masse volumique est égale à celle de l'eau de mer, de sorte que la poussée d'Archimède compense le poids et que le mouvement du poisson a lieu uniquement dans la direction horizontale. On travaille dans le référentiel terrestre supposé galiléen, en notant Ox l'axe horizontal, x l'abscisse du poisson et O sa position initiale.

La mer est parcourue par des vagues que l'on modélisera de la façon suivante : l'eau qui environne le poisson est animée d'un mouvement d'ensemble de vecteur vitesse porté par un vecteur unitaire $\vec{u}_x$ de sorte que :

$$\vec{v}_{\text{mer/sol}} = v_0 cos(\omega t)\vec{u}_x$$

La mer exerce une force de frottement proportionnelle à la vitesse relative du poisson par rapport à l'eau. On note α_F le coefficient de frottement fluide et donc :

$$\vec{f} = -\alpha_F \vec{v}_{\text{poisson/mer}}$$

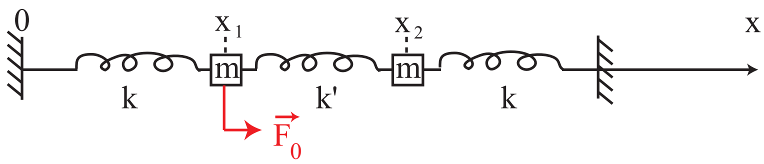
Le poisson se laisse porter par le courant.

Données : $m = 200\ g$; $v_0 = 2\ m.s^{-1}$; $\alpha_F = 4.10^{-2}\ N.m^{-1}.s$.

1. (a) Ecrire les vecteurs position, vitesse et accélération du poisson dans le référentiel terrestre, en fonction de x et de ses dérivées par rapport au temps.
   (b) Exprimer $\vec{v}_{\text{poisson/mer}}$ en fonction de $\vec{v}_{\text{poisson/sol}}$ et de $\vec{v}_{\text{mer/sol}}$. En déduire l'expression de la force de frottement exercée par la mer sur le poisson en fonction de α_F, v_0, ω, t et $\dot{x}$.
2. Montrer que l'équation différentielle vérifiée par le poisson peut se mettre sous la forme suivante, dans laquelle on calculera les constantes λ et τ : $\ddot{x} + \frac{\dot{x}}{\tau} = \lambda cos(\omega t)$.
3. Etablir la solution générale de l'équation sans second membre en choisissant des constantes d'intégration homogènes à des longueurs.
4. On recherche à présent une solution particulière de l'équation complète. On propose une solution de la forme : $x = X cos(\omega t + \varphi)$.
   (a) Etablir l'expression de l'amplitude X et celle de la phase φ du mouvement du poisson en fonction de la pulsation ω des vagues et des constantes λ et τ.
   (b) Quel comportement du poisson peut-on prévoir si la période des vagues est très élevée ? Même question si cette période est très faible. L'amplitude $X(\omega)$ présente-t-elle un maximum ?
   (c) Calculer numériquement l'amplitude X et la phase φ des mouvements du poisson si la période des vagues est $T = 16s$.
5. (a) Le poisson étant initialement immobile en O, montrer que la solution complète de l'équation différentielle peut s'écrire : $x(t) = X\left[cos(\omega t + \varphi) - cos\varphi e^{-\frac{t}{\tau}}\right]$.
   (b) Tracer l'allure de cette solution en faisant apparaître sur ce graphe la période T des vagues et l'amplitude X des oscillations.

Exercice n° 5 - Oscillateurs couplés

On considère le dispositif mécanique ci-contre dans lequel deux masselottes reliées par des ressorts de longueurs à vide nulles coulissent sans frottement sur un tige horizontale.



Pour simplifier, on considère que les deux masses sont identiques et que deux des ressorts le sont également. La première masse repérée par rapport à sa position d'équilibre par x_1 est soumise à une force excitatrice

$$\overrightarrow{F_0} = F_0 cos(\omega t)\vec{u}_x$$

La seconde masse est repérée par rapport à sa position d'équilibre par x_2.

1. Déterminer les équations différentielles du mouvement de chacune des deux masses sur l'axe horizontal.
2. Déterminer l'amplitude X_1 et X_2 des oscillations de chacune des deux masses en fonction de F_0, ω, et ω_a et ω_b, où ω_a et ω_b sont des pulsations caractéristiques du dispositif dont on précisera l'expression en fonction de k, k' et m.
3. Tracer l'allure de X_1 et X_2 en fonction de la pulsation ω de la force excitatrice.
4. Mettre en évidence l'existence de deux résonances pour chacune des masses. Que faudrait-il rajouter pour que le système soit plus réaliste ? Comment cela modifierait-il les courbes de résonance ?
5. Expliquer pourquoi on peut également parler de phénomène d'anti-résonance pour un tel système. A quoi ce type d'anti-résonance peut-il servir ?