FICHE DE COURS 23

Système de points matériels et Solide en rotation pure

Ce que je dois être capable de faire après avoir appris mon cours

- ❑ Donner la définition mathématique d'un solide indéformable.
- ❑ Décomposer le mouvement d'un solide en un mouvement de translation et un mouvement de rotation.
- ❑ Énoncer les propriétés d'un mouvement de translation pure et d'un mouvement de rotation pure.
- ❑ Déterminer mathématiquement la position du centre de masse d'un système de N points matériels.
- ❑ Relier la quantité de mouvement totale d'un système de points matériels à la masse totale et à la vitesse du centre de masse.
- ❑ Définir le moment d'inertie par rapport à un axe fixe d'un système de points matériels ou d'un solide.
- ❑ Relier le moment cinétique d'un solide en rotation au moment d'inertie et à la vitesse angulaire.
- ❑ Démontrer la loi de Huygens.
- ❑ Relier l'énergie cinétique d'un solide en rotation pure au moment cinétique et à la vitesse angulaire.
- ❑ Distinguer les forces intérieures des forces extérieures s'exerçant sur un ensemble de points matériels. et montrer que la résultante des forces intérieures est nulle.
- ❑ Montrer que le moment résultant des forces intérieures est nul.
- ❑ Définir la notion de couple.
- ❑ Exprimer le moment du poids d'un système de points matériels et savoir que son point d'application est le centre de masse du système.
- ❑ Définir puis énoncer les propriétés d'une liaison idéale.
- ❑ Énoncer et utiliser le théorème de la résultante cinétique pour un système de points matériels ou un solide en rotation pure.
- ❑ Énoncer et utiliser le théorème du moment cinétique pour un système de points matériels ou un solide en rotation pure.
- ❑ Énoncer et utiliser les théorèmes de la puissance et de l'énergie cinétique pour un système de points matériels ou un solide en rotation pure.
- ❑ Montrer que dans le cas d'un solide indéformable la puissance des forces intérieures est nulle.
- ❑ Relier la puissance des forces extérieures au moment des forces extérieures et à la vitesse angulaire dans le cas d'un solide en rotation pure.
- ❑ Établir l'expression de l'énergie potentielle associée à un couple de torsion.

Les relations sur lesquelles je m'appuie pour développer mes calculs

- Centre de masse :

$$\boxed{\overrightarrow{OG} = \frac{1}{m_{\text{tot}}}\sum_{i=1}^{N} m_i \overrightarrow{OM_i}}$$

- Quantité de mouvement totale :

$$\boxed{\overrightarrow{p_{\text{tot}}} = m_{\text{tot}}\,\overrightarrow{v}(G/\mathcal{R})}$$

- Moment cinétique et moment d'inertie pour un solide en rotation pure :

$$\boxed{\mathcal{L}_\Delta = J_\Delta \dot{\theta}} \quad \text{et} \quad \boxed{J_\Delta = \sum_{i=1}^{N} m_i r_i^2 = \int_{P\in\mathcal{S}} r^2(P)\mathrm{d}m(P)}$$

- Formule de Huygens :

$$\boxed{J_\Delta = J_{\Delta_G} + md^2}$$

- Énergie cinétique et moment cinétique :

$$\boxed{E_c = \frac{1}{2}J_\Delta\dot{\theta}^2} \quad \text{et} \quad \boxed{E_c = \frac{1}{2}\mathcal{L}_\Delta\dot{\theta}}$$

- Théorème de la résultante cinétique (TRC) :

$$\boxed{\left.\frac{\mathrm{d}\overrightarrow{p}_{\text{tot}}}{\mathrm{d}t}\right|_{\mathcal{R}_g} = \overrightarrow{F_{\text{ext}}}}$$

- Théorème du moment cinétique (TMC) :

$$\boxed{\left.\frac{\mathrm{d}\overrightarrow{\mathcal{L}_A}}{\mathrm{d}t}\right|_{\mathcal{R}_g} = \overrightarrow{\mathcal{M}_{A,\text{ext}}}} \quad \text{ou} \quad \boxed{\left.\frac{\mathrm{d}\mathcal{L}_\Delta}{\mathrm{d}t}\right|_{\mathcal{R}_g} = \mathcal{M}_{\Delta,\text{ext}}}$$

- Théorème de la puissance cinétique (TPC) et de l'énergie cinétique (TEC) :

$$\boxed{\left.\frac{\mathrm{d}E_c}{\mathrm{d}t}\right|_{\mathcal{R}_g} = \mathcal{P}_{\text{int}} + \mathcal{P}_{\text{ext}}} \quad \text{et} \quad \boxed{\left.\underset{I\to F}{\Delta E_c}\right|_{\mathcal{R}_g} = \underset{I\to F}{W_{int}} + \underset{I\to F}{W_{ext}}}$$

- Lien entre moment et puissance d'une force extérieure pour un solide en rotation autour d'un axe fixe :

$$\boxed{\mathcal{P}_{ext} = \mathcal{M}_{\Delta,ext} \times \dot{\theta}}$$