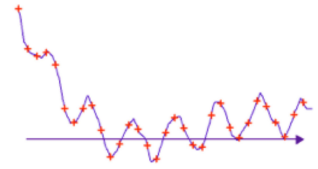


## Annexe : Analyse spectrale

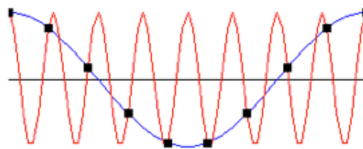
### I. Problèmes liés à la réalisation numérique de spectres

La détermination du spectre d'un signal nécessite son acquisition numérique. Cette acquisition se fait par l'intermédiaire d'un échantillonnage c'est-à-dire la sélection d'un nombre discret de points  $N$  sur le signal physique réel. Notons  $T$  la période du signal étudié et  $T_{\text{aq}}$  la durée totale que dure l'acquisition. Le pas temporel d'échantillonnage (durée séparant deux points d'acquisition) s'écrit alors  $\delta t = T_{\text{aq}}/N$ .



#### 1. Critère de Shannon

Intéressons-nous tout d'abord à un signal sinusoïdal. Pour rendre compte convenablement de la fréquence de ce signal lors de son analyse, le *critère de Shannon* nous apprend qu'il est nécessaire d'attribuer au moins deux points d'acquisition par période de ce signal. Sur le graphe ci-dessous, où le critère de Shannon n'est pas respecté, le nombre de points d'acquisition par période est inférieur à deux et il est alors possible de sous-évaluer la fréquence du signal harmonique étudié :



*signal rouge : signal réel / signal bleu : signal interprété*

On assiste au phénomène dit de « repliement de spectre » : des fréquences qui ne sont pas représentées dans le signal original sont introduites par erreur dans le spectre calculé numériquement. Pour un signal périodique, non sinusoïdal, la généralisation de ce critère est évidente. Il est nécessaire de posséder au moins deux points d'acquisition par période de l'harmonique de rang le plus élevé présent dans le spectre du signal. En notant  $f_{\text{max}}$  la fréquence la plus haute présente dans le spectre d'un signal, le critère de Shannon se généralise donc ainsi :

$$\frac{1}{\delta t} > 2f_{\text{max}}$$

Il faudrait donc réduire au maximum la durée d'acquisition (puisque  $\delta t = T_{\text{aq}}/N$ ) pour maximiser le nombre de points d'acquisition décrivant chaque période du signal, et rendre compte des hautes fréquences présentes dans le spectre du signal.

#### 2. Résolution fréquentielle

Malheureusement, ce n'est pas aussi simple : réduire la durée temporelle d'acquisition nuit à la qualité du spectre obtenu. En effet, le spectre affiché est lui aussi discret et est également décrit par  $N$  points discrets. Or on peut montrer que le pas fréquentiel de ce spectre (sa résolution en quelque sorte) s'écrit :

$$\delta f = \frac{1}{T_{\text{aq}}}$$

Il faudrait donc maximiser la durée d'acquisition pour être en mesure de déterminer avec précision les fréquences contenues dans le spectre du signal.

### 3. Possibilité d'un compromis ?

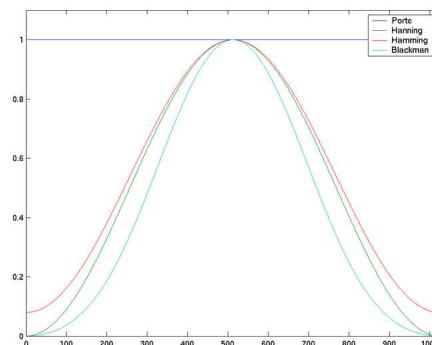
En réalité, tout serait simple si  $N$  pouvait prendre des valeurs aussi grandes qu'on le souhaitait. On pourrait alors avoir  $\delta t$  suffisamment petit pour rendre compte des hautes fréquences en respectant le critère de Shannon, et  $T_{\text{aq}}$  suffisamment grand pour avoir un spectre suffisamment précis. Hélas, beaucoup de dispositifs d'analyse numérique sont limitatifs de ce point de vue : la plupart des oscilloscopes ne permettent pas par exemple de choisir le nombre de points d'acquisition. Lorsqu'on aura le choix, on choisira la plus grande valeur de  $N$  proposée (même si cela augmente évidemment le temps de calcul du spectre).

### 4. Un mot sur la fenêtre d'acquisition

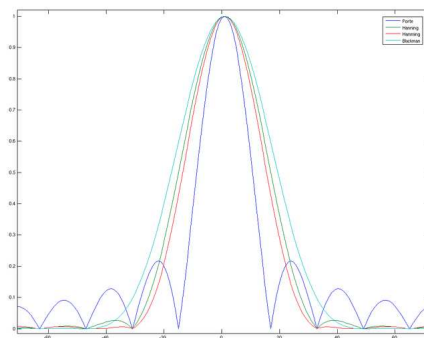
Lors de l'acquisition, le signal réel est tronqué et on ne garde ce signal que sur une durée finie  $T_{\text{aq}}$ . Pour observer un signal sur une durée finie, l'opération effectuée est la multiplication du signal réel par une fonction fenêtre d'observation. La plus simple de ces fenêtres est la fenêtre rectangulaire (ou porte), définie telle que :

$$\begin{aligned} h(t) &= 0 & \text{si } t \in [0, T_{\text{aq}}] \\ h(t) &= 1 & \text{sinon} \end{aligned}$$

Ainsi, quand on multiplie un signal  $s(t)$  par cette fenêtre, on n'obtient plus que les  $T_{\text{aq}}$  premières secondes de ce signal : on l'observe donc que sur la durée finie  $T_{\text{aq}}$ . Il existe d'autres types de fenêtres, qui « coupent » le signal de manière moins brutale :



En effectuant l'acquisition d'un signal monochromatique à l'aide de ces différentes fenêtres, on obtient les spectres ci-dessous :

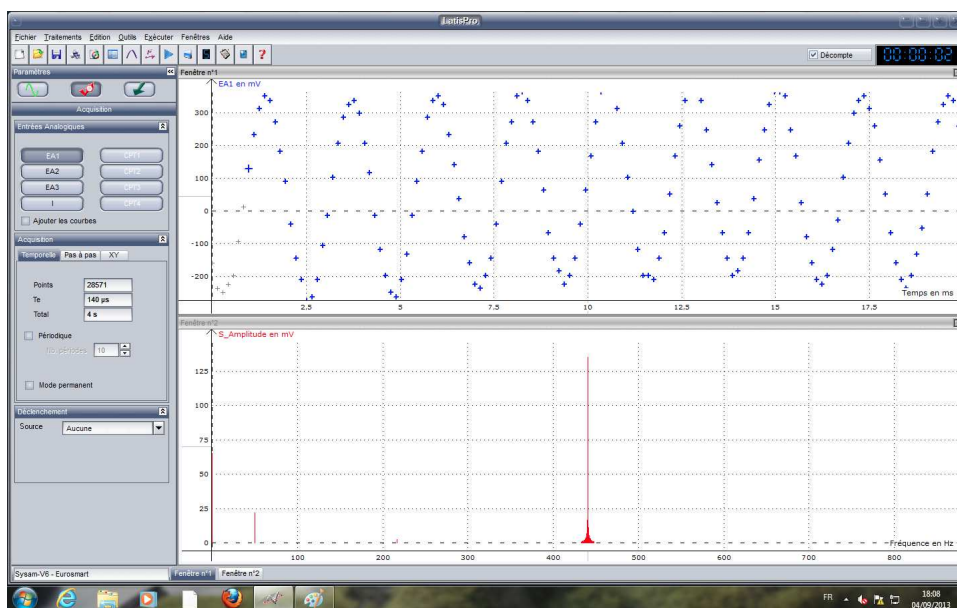


On constate que si la fenêtre rectangulaire conduit à la raie spectrale la plus étroite, elle fait apparaître des lobes secondaires parasites d'amplitude importante. La fenêtre de Blackman a les plus faibles lobes secondaires, mais un lobe principal plus large. Le type de fenêtre est à choisir selon ce qu'on souhaite observer d'un spectre : la localisation des maximums, la valeur des maximums, ...

## II. Application à l'étude de signaux simples

On enregistre les sons à analyser à l'aide d'un micro, relié à l'ordinateur par l'intermédiaire d'une carte d'acquisition.

L'enregistrement et le traitement des signaux est effectué à l'aide du logiciel Latis Pro, dont un exemple de fenêtre est donné ci-dessous :



### Pour utiliser Latis Pro :

1. Lancer le logiciel, dont l'icône est présente sur le bureau
2. Cliquer sur le logo Latis Pro qui apparaît lors du lancement pour le faire disparaître.
3. Sélectionner à gauche de l'écran, dans le menu paramètre, l'entrée analogique *EA1* (en s'assurant que le micro a bien été relié à cette entrée de la carte d'acquisition).
4. Sélectionner les paramètres d'acquisition souhaités, toujours à gauche de l'écran : nombre de points d'acquisition, pas d'acquisition et durée de l'enregistrement.
5. Pour lancer l'enregistrement, appuyer sur la touche *F10* du clavier.
6. Pour faire apparaître la courbe, cliquer sur l'onglet représentant une portion de sinusoïde verte, sélectionner la courbe souhaitée et utiliser un cliqué-déplacé pour la faire apparaître sur l'écran.
7. Eventuellement, sélectionner calibrage à l'aide d'un clic droit sur la courbe pour remettre à l'échelle la courbe.
8. Pour calculer le spectre de la courbe, aller dans le menu traitement, puis sélectionner « spécifique » et enfin choisir « analyse de fourier » (ou appuyer sur la touche *F6*).
9. Pour faire apparaître le résultat du calcul, utiliser éventuellement le cliqué-déplacé (déjà utilisé précédemment) sur les nouvelles données à afficher.