fiche de cours 22

Champ newtonien

Ce que je dois être capable de faire après avoir appris mon cours

- ❑ Définir un mouvement à champ de force newtonien.
- ❑ Montrer que pour un tel mouvement l'énergie mécanique et le moment cinétique du système sont conservés.
- ❑ Montrer que la trajectoire est plane.
- ❑ Établir l'expression de la constante des aires.
- ❑ Établir l'expression de l'énergie potentielle du système dans le cas d'un champ newtonien.
- ❑ Établir l'expression de l'énergie potentielle effective du système dans le cas d'un champ newtonien.
- ❑ Discuter graphiquement et quantitativement en fonction de $E_m = E_0 = cte$ les différents types de trajectoire envisageables.
- ❑ Distinguer les cas attractif et répulsif.
- ❑ Étudier la fonction $E_{p,\text{eff}}(r)$ dans le cas attractif.
- ❑ Énoncer les lois de Kepler.
- ❑ Établir les relations vitesse-rayon, période-rayon et énergies-rayon dans le cas d'une trajectoire circulaire.
- ❑ Connaître l'expression de l'énergie mécanique pour une trajectoire circulaire et savoir la généraliser au cas d'une trajectoire elliptique.
- ❑ Définir la notion de satellite géostationnaire.
- ❑ Montrer qu'un tel satellite décrit une trajectoire circulaire uniforme dans le plan de l'équateur.
- ❑ Établir l'expression de son altitude et connaître la valeur numérique associée.
- ❑ Définir, établir les expressions, et connaître les valeurs numériques, des deux vitesses cosmiques terrestres.

Les relations sur lesquelles je m'appuie pour développer mes calculs

- Force centrale newtonienne :

$$\boxed{\overrightarrow{F} = -\frac{k}{r^2}\overrightarrow{u_r}} \quad \text{et} \quad \boxed{E_p = -\frac{k}{r}}$$

où k est une constante positive si la force est attractive et négative si elle est répulsive.

- Constante des aires :

$$\boxed{C = r^2\dot{\theta} = \frac{L_0}{m}} \quad \text{où} \quad \overrightarrow{\mathcal{L}_O(M)} = L_0\overrightarrow{u_z} \quad \text{avec} \quad L_0 = cte$$

- Vitesse aréolaire (aire algébrique couverte par unité de temps) :

$$\boxed{\mathcal{V} = \frac{C}{2}}$$

- Energie mécanique (expression générale) :

$$\boxed{E_m = \underbrace{\overbrace{\frac{1}{2}m\dot{r}^2}^{\text{énergie cinétique radiale}}}_{\text{énergie cinétique effective } E_{c_{\text{eff}}}} + \underbrace{\overbrace{\frac{1}{2}m\frac{C^2}{r^2}}^{\text{énergie cinétique de rotation}} + \overbrace{E_p(r)}^{\text{énergie potentielle}}}_{\text{énergie potentielle effective } E_{p_{\text{eff}}}}}$$

- Energie mécanique (cas particuliers) :

$$\boxed{\begin{array}{ll} E_{m_{\text{circ}}} = -\dfrac{k}{2R} & \text{(trajectoire circulaire)} \\[2em] E_{m_{\text{ellipse}}} = -\dfrac{k}{2a} & \text{(trajectoire elliptique)} \end{array}}$$

- Trajectoire circulaire :

$$\boxed{R_0 = \frac{mC^2}{k}} \quad \text{et} \quad \boxed{v = \sqrt{\frac{GM}{R_0}}} \quad \text{et} \quad \boxed{\frac{T^2}{R_0^3} = \frac{4\pi^2}{GM}}$$

- Vitesses cosmiques terrestres :

$$\boxed{v_1 = \sqrt{\frac{GM_T}{R_T}} = 7{,}9\,\mathrm{km\,s^{-1}} \quad \text{(satellisation)}} \quad \text{et} \quad \boxed{v_2 = \sqrt{\frac{2GM_T}{R_T}} = 11{,}2\,\mathrm{km\,s^{-1}} \quad \text{(libération)}}$$

- Équation polaire d'une conique - parabole ($e = 1$), hyperbole ($e > 1$), ellipse ($0 < e < 1$), cercle ($e = 0$) :

$$\boxed{r = \frac{p}{1 + e\cos\theta}}$$

avec $p = R_0 = \dfrac{mC^2}{k}$ le paramètre de la conique et e l'excentricité.