

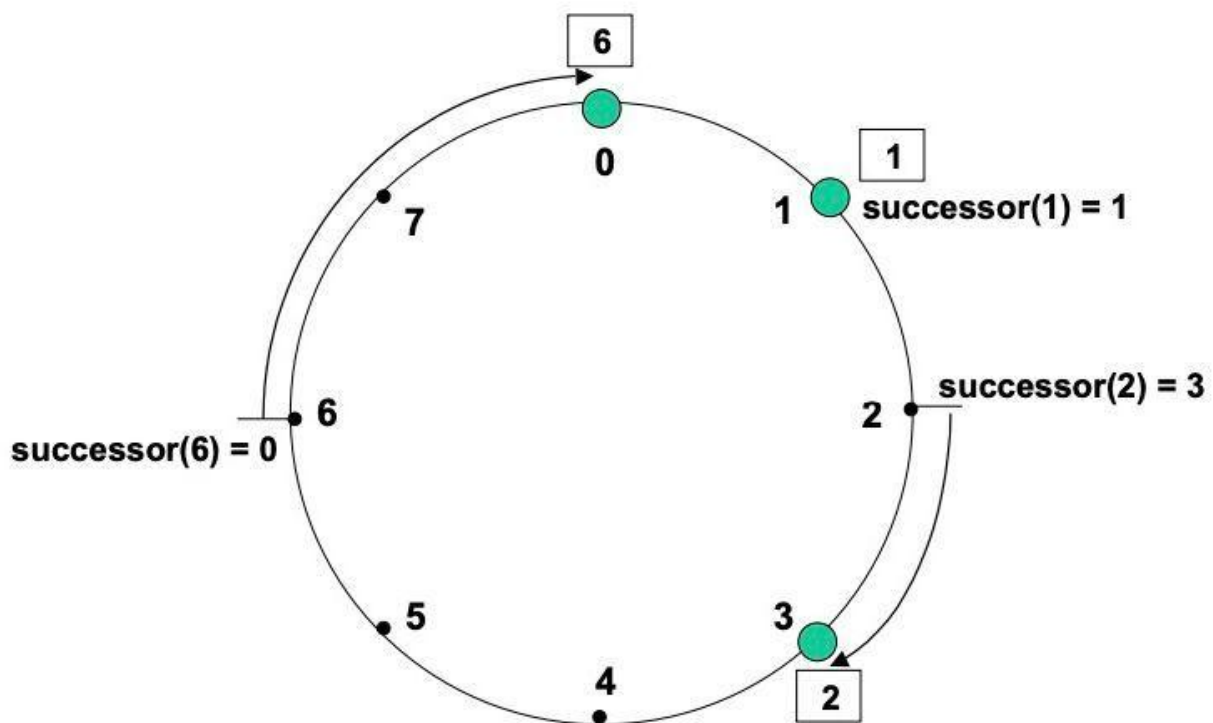
# Chord: A Scalable Peer-to-peer Lookup Service for Internet Applications

Драганов Александр Андреевич БПМИ 203

Итак, в данной статье описывается Chord-алгоритм дизайна p2p системы, где демонстрируется децентрализованная хеш-таблица, {key, value} хранилище. Со следующими свойствами:

- Все узлы у нас равноправны, нет каких-то особенных узлов
- Чтобы найти какой-то ключ нам максимум понадобится  $O(\log(N))$  шагов, где  $N$  - количество узлов
- При добавление / удаления узла нам понадобится  $O(\log^2(N))$  шагов

Где хеш-таблица - там и хеш-функция, поэтому для подробного понимания процесса предоставим пример: пусть наша хеш-функция  $H$  является отображением из  $key \rightarrow m$ -битное число. Тогда давайте представим нашу систему в виде  $2^m$  вершин, выглядеть она будет следующим образом:

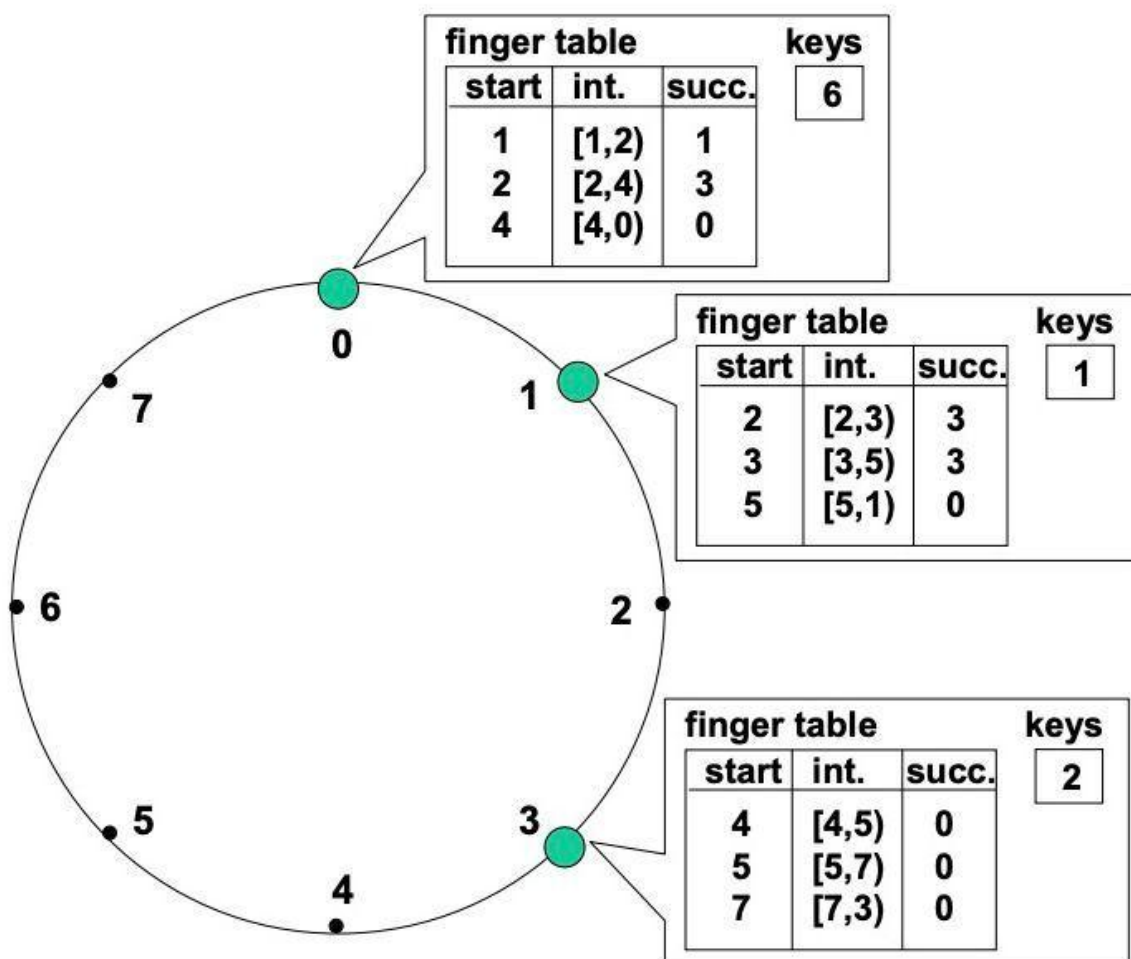


В данном случае у нас хеш-функция возвращает трех-битное число. Мы видим на картинке 8 вершин, зеленые вершины символизируют node, где что-то лежит, а черные - фиктивные. В момент когда к нам приходит ключ  $key$  (для простоты будем считать что это уже хеш от ключа), мы хотим найти ближайшую к нему

node (по часовой стрелке) и засунуть его туда, таким образом у нас в node-0 лежит ключ 6, в node 1 лежит ключ 1, в node 3 лежит ключ 2.

Понятно, что запросы найти ключ key будут приходить только в зеленые вершины (черные у нас фиктивные). Тогда самый простой вариант для каждой node сохранять следующую по-порядку, таким образом каждая node будет уметь общаться только с соседней, и поиск нужной под-ы у нас будет занимать в худшем случае  $O(N)$ , где  $N$  - количество node.

Попробуем это ускорить, давайте в каждой node хранить  $m$  значений (напоминаю,  $2^m$  - размер хеш-функции), пусть мы сейчас в node под номером  $i$ ,  $i$ -е значение говорит нам номер ближайшей по часовой стрелке вершины от вершины  $(2^i + i) \bmod 2^m$ . Тогда картинка уже будет выглядеть следующим образом:



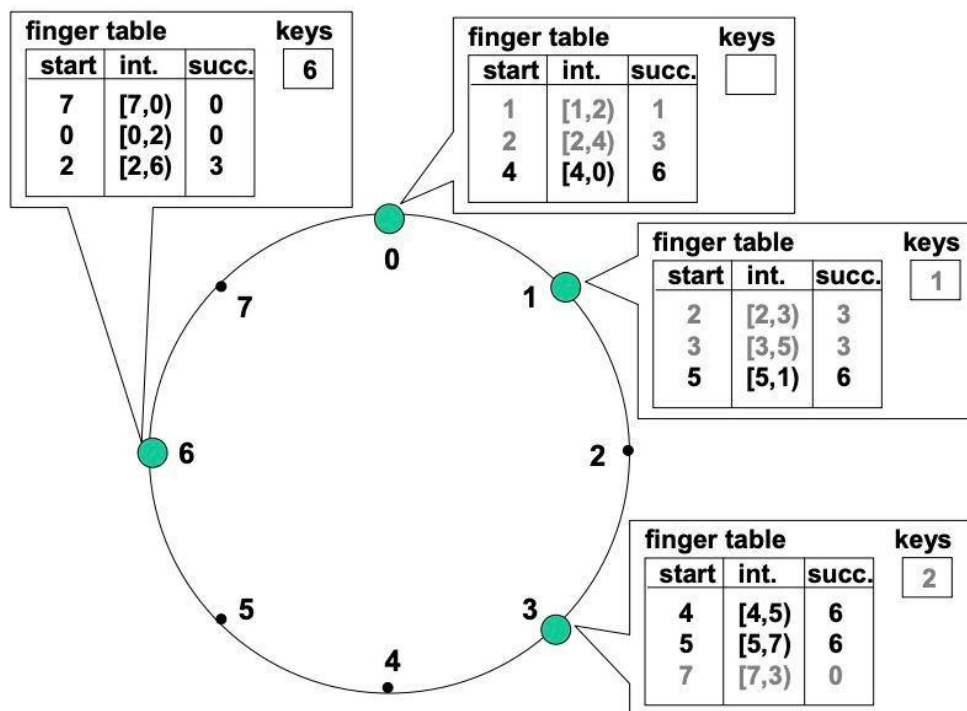
Для вершины 0:

- Если мы отойдем на расстояние  $2^0$  окажемся в вершине  $\text{start} = 1 \Rightarrow$  ближайшая к нам node будет 1
- Если мы отойдем на расстояние  $2^1$  окажемся в вершине  $\text{start} = 2 \Rightarrow$  ближайшая к нам node будет 3
- Если мы отойдем на расстояние  $2^2$  окажемся в вершине  $\text{start} = 4 \Rightarrow$  ближайшая к нам node будет 0

Аналогично и для других вершин. Далее будем опираться на равномерность хеш-функции и считать что  $m \sim O(\log(N))$ .

Теперь давайте промоделируем запрос поиска ключа из какой либо вершины. Пусть запрос пришел в вершину  $u$  с ключом  $\text{key}$ , тогда мы должны посмотреть в нашу таблицу из  $m$  значений и найти максимальное расстояние на которое мы можем сдвинуться, чтобы мы не прошли вершину, в которой может лежать  $\text{key}$ . Тогда расстояние между вершиной  $u$  и вершиной  $\text{key}$  будет равно:  $(\text{key} - u + 2^m) \bmod 2^m$ , давайте найдем СТАРШИЙ бит в этом расстоянии, пусть он будет под номером  $i$ . Тогда мы можем за  $O(1)$  перейти из вершины  $u$  в вершину с номером, не меньше чем  $(u + 2^i) \bmod 2^m$ . Таким образом мы МИНИМУМ сократим наше расстояние в два раза. Отсюда и появляется оценка на количество таких переходов -  $O(\log(N))$ .

Рассмотрим как добавлять узел в нашу систему.



Пусть мы хотим сделать вершину  $u$  ( $= 6$ ) зеленой, давайте тогда за  $O(\log(N))$  найдем ближайшую по часовой стрелки зеленую вершину запросом поиска ключа  $key$  ( $= u$ ). Нам выдаст вершину  $0$ , действительно, если бы ключ  $6$  лежал где-то  $\Rightarrow$  он лежал бы в вершине  $0$ . Теперь давайте построим нашу таблицу для вершины  $6$ , используя таблицу для вершины  $0$ . Очевидно все значения, которые меньше нашего расстояния между вершиной  $0$  - мы заполним  $0$ , ведь это ближайшая к нам вершина. Как тогда заполнить остальные значения? Возьмем первый такой  $i$ , что мы перепрыгнем через вершину где мы должны были бы лежать, тогда найдем к нему ближайший справа просто запросом поиска ключа  $key = (u + 2^i) \bmod 2^m$ . За  $O(\log(N))$ . Таким образом для того чтобы построить таблицу для вершины  $u$  которую мы хотим добавить в систему нам будет стоить  $O(\log^2(N))$ . Вопрос о переносе некоторых ключей из вершины  $0$  остается незакрытым в статье, поэтому сложность этого вопроса я не стал считать, очевидно что в реальном мире это не  $O(1)$ , но видимо мы опираемся что у нас хорошая хеш-функция и распределение равномерное.

Теперь рассмотрим как мы будем менять остальные таблицы? Тут мы будем тоже обходиться запросами поиска ближайшей зеленой node.

- 1) Пройдемся циклом от  $i = [0; m)$ , сделаем запрос поиска ближайшей зеленой node с ключом равным  $(u - 2^i + 2^m) \bmod 2^m$  (просто отступим против часовой стрелки на расстояние  $2^i$ ). Если ближайшая будет вершина в которой мы бы лежали  $\Rightarrow$  значит наше добавление изменит все значения в табличке под индексами  $j = [0; i]$ . Работать это будет за  $O(\log^2(N))$
- 2) Как только мы нашли первую такую вершину - переходим в нее, пусть это вершина  $v$ . Давайте тогда подумаем, какие вершины могли бы смотреть на нашу вершину  $u$ ? Очевидно такие вершины  $x$ , что  $(x + 2^i) \bmod 2^m > v$  и  $(x + 2^i) \bmod 2^m < u$  для какого-либо  $i$ . Так как шагаты мы можем только на  $2^{(m-1)}$  таких вершин не больше  $m \Rightarrow$  не больше  $O(\log(N))$ . Для того чтобы найти каждую такую вершину будем честно от текущей вершины  $v$  шагаты назад к ближайшей, согласно шагу 1 (как в нем и описывается, за  $O(\log^2(N))$ ). В статье уверяют если у нас хорошая хеш-функция и равномерное распределение  $\Rightarrow$  таких вершин будет немного, поэтому асимптотика этого пункта  $O(\log^2(N))$ .

Операция удаления очень похожа на операцию добавления, только в инверс-порядке, так как мы явно обходим все node которые с нами соседи - будем также их обходить но совершать другие действия. Таким образом мы построили систему, о которой было оговорено в самом начале.

## Мое впечатление от статьи

Статья мне понравилась, но честно сказать я в ней не нашел все ответы на вопросы которые оговаривались в самом начале.

- 1) В статье не сказано как оптимально перемещать ключи, конечно я понимаю что опираясь на равномерное распределение хеш-функции как-будто бы в нашей системе не может быть в одной вершине много ключей, но я могу сделать очень много контр-примеров когда могут, к примеру чтобы изначально сеть была из одного компьютера, и после множества запросов я начал добавлять остальные => тогда ключи будут шагать туда сюда
- 2) Опираясь на пункт 1 мне стало грустно, так как в моей голове решение этой проблемы => добавить какой-то еще node, которые будет все это балансировать, но тогда система уже не децентрализованная
- 3) В статье вообще много тезисов о том что вот мы можем найти вершину за  $O(\log^2(N))$ , но то что вершин не слишком много (их к примеру не  $N$ ), которые надо обновить, опять же не доказывается а говорится о хорошей вероятности.
- 4) В целом мне очень понравилось, я бы даже взял себе такой проект, а то я не очень понял в конечном итоге хорошая это технология или нет, если алгоритм децентрализованный, поэтому хотелось бы разобраться

Статью брал отсюда:

<https://docs.google.com/document/d/18NZKPBIvNFthc99ANPymzVfMDnrPOoDliyCVN8hHMt0/edit>