# มุมและเส้นขนาน

Angles & Parallel Lines — ชนิดของมุม, มุมตรงข้าม, มุมภายใน, เส้นขนาน

None W. (Yuan)

# สารบัญ (Outline)


1. ชนิดของมุม (Types of Angles)
2. มุมคู่และเส้นตัดกัน (Angle Pairs)
3. เส้นขนานกับเส้นตัด (Parallel Lines & Transversal)
4. มุมในรูปสามเหลี่ยม (Angles in Triangles)
5. สรุป

# ก่อนเรียน (Prerequisites)

## สิ่งที่ควรรู้ก่อนเรียน

- **เรขาคณิตพื้นฐาน** — จุด, เส้นตรง, ส่วนของเส้นตรง, รังสี
- **การวัด** — องศา (°), มุมฉาก $= 90^\circ$

## มุมคืออะไร?

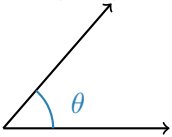
**มุม** เกิดจากรังสีสองเส้นที่มีจุดปลายร่วมกัน (จุดยอดมุม) วัดขนาดเป็นองศา (°) — วงกลมเต็ม $= 360^\circ$

# ชนิดของมุม (Types of Angles)

# ชนิดของมุม

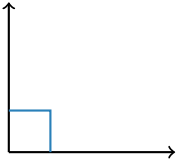
**มุมแหลม (Acute)**

$$0^\circ < \theta < 90^\circ$$



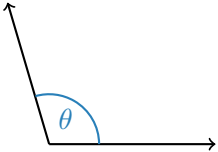

**มุมฉาก (Right)**

$$\theta = 90^\circ$$



**มุมป้าน (Obtuse)**

$$90^\circ < \theta < 180^\circ$$



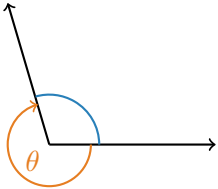
# ชนิดของมุม (ต่อ)

**มุมตรง (Straight)**

$$\theta = 180^\circ$$

**มุมกลับ (Reflex)**

$$180^\circ < \theta < 360^\circ$$

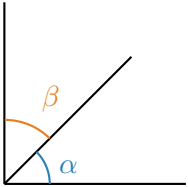


# มุมคู่และเส้นตัดกัน (Angle Pairs)

# มุมประกอบฉากและมุมประกอบสองฉาก

**มุมประกอบฉาก (Complementary)**

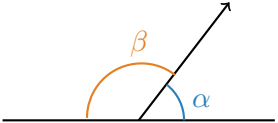
$$\alpha + \beta = 90^\circ$$




$$\alpha + \beta = 90^\circ$$

**มุมประกอบสองฉาก (Supplementary)**

$$\alpha + \beta = 180^\circ$$

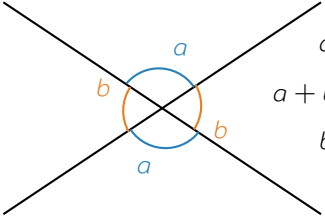



$$\alpha + \beta = 180^\circ$$

# มุมตรงข้าม (Vertical / Opposite Angles)

**สมบัติ**

เมื่อเส้นตรงสองเส้นตัดกัน **มุมที่อยู่ตรงข้ามกันจะมีขนาดเท่ากัน**




$$a = a$$

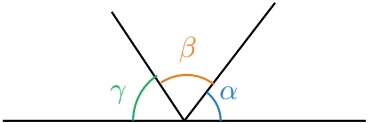
$$a + b = 180^\circ$$

$$b = b$$

# มุมบนเส้นตรงและรอบจุด

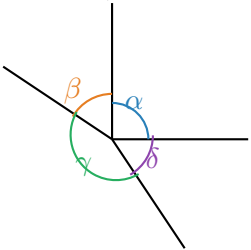
**มุมบนเส้นตรง**

$$\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$$




**มุมรอบจุด**

$$\alpha + \beta + \gamma + \delta = 360^\circ$$

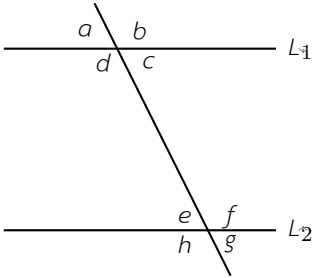


# เส้นขนานกับเส้นตัด (Parallel Lines & Transversal)

# เส้นขนานตัดด้วยเส้นตัดขวาง

**คำศัพท์**

เมื่อเส้นตรงเส้นหนึ่ง (**เส้นตัดขวาง** — Transversal) ตัดเส้นขนานคู่หนึ่ง:

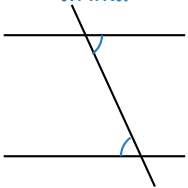



- **มุมภายใน:** $c, d, e, f$
- **มุมภายนอก:** $a, b, g, h$

# สมบัติของมุมในเส้นขนาน

**มุมแย้ง (Alternate)**

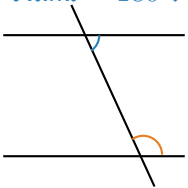
เท่ากัน!



มุมแย้งมีขนาดเท่ากัน

**มุมภายใน (Co-Interior)**

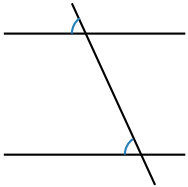
รวมกัน $= 180^\circ$!



มุมภายในรวมกัน $= 180^\circ$

**มุมสมนัย (Corresponding)**

เท่ากัน!



มุมสมนัยมีขนาดเท่ากัน

# สรุปสมบัติมุมในเส้นขนาน

**จำง่าย ๆ**

ถ้าเส้นตรง 2 เส้น **ขนานกัน** แล้ว:

1. **มุมแย้ง** (Alternate) — **เท่ากัน**
2. **มุมสมนัย** (Corresponding) — **เท่ากัน**
3. **มุมภายใน** (Co-Interior) — **รวมกัน** $= 180^\circ$

**กลับกันก็ได้!**

ในทางกลับกัน ถ้าสมบัติข้อใดข้อหนึ่งเป็นจริง แสดงว่าเส้นตรงสองเส้นนั้น **ขนานกัน**

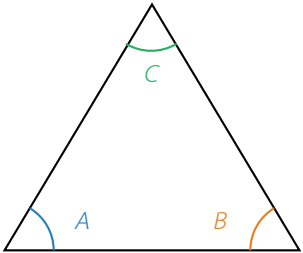
# มุมในรูปสามเหลี่ยม (Angles in Triangles)

# ผลรวมมุมภายในของรูปสามเหลี่ยม

**ทฤษฎีบท**

**ผลรวมของมุมภายในทั้งสามของรูปสามเหลี่ยมใด ๆ** $= 180^\circ$

$$\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$$




**ตัวอย่าง**

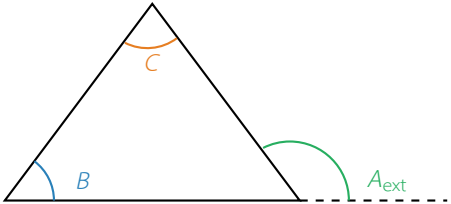
ถ้า $\angle A = 50^\circ$, $\angle B = 60^\circ$ แล้ว $\angle C = 180^\circ - 50^\circ - 60^\circ = 70^\circ$

# มุมภายนอกของรูปสามเหลี่ยม

**ทฤษฎีบทมุมภายนอก**

**มุมภายนอก** = ผลรวมของมุมภายในสองมุมที่ไม่ใช่มุมประชิด

$$\angle A_{\text{ext}} = \angle B + \angle C$$




**ตัวอย่าง**

$\angle B = 50^\circ, \angle C = 60^\circ$ มุมภายนอกที่ $A = 50^\circ + 60^\circ = 110^\circ$

# สรุป

# สรุปเนื้อหา

## สิ่งที่ได้เรียนรู้

1. **ชนิดของมุม**: แหลม ($< 90^\circ$), ฉาก ($= 90^\circ$), ป้าน ($> 90^\circ$), ตรง ($= 180^\circ$), กลับ ($> 180^\circ$)
2. **มุมประกอบฉาก**: $\alpha + \beta = 90^\circ$ **มุมประกอบสองฉาก**: $\alpha + \beta = 180^\circ$
3. **มุมตรงข้าม**: เส้นตรงตัดกัน $\rightarrow$ มุมตรงข้ามเท่ากัน
4. **เส้นขนาน**: มุมแย้ง $\updownarrow$ เท่ากัน, มุมสมนัย $\rightleftarrows$ เท่ากัน, มุมภายในรวมกัน $= 180^\circ$
5. **สามเหลี่ยม**: มุมภายในรวมกัน $= 180^\circ$, มุมภายนอก $=$ ผลรวมของสองมุมภายในที่ไม่ประชิด

เอกสารนี้เป็นส่วนหนึ่งของเนื้อหาเตรียมสอบ **สอวน. คอมพิวเตอร์**