ลำดับ (Sequences)

ลำดับเลขคณิต • ลำดับเรขาคณิต • ลำดับฟีโบนักชี

None W. (Yuan)

สารบัญ (Outline)

1. ลำดับเลขคณิต (Arithmetic Sequence)
2. ลำดับเรขาคณิต (Geometric Sequence)
3. ลำดับฟิโบนักชี (Fibonacci Sequence)
4. สรุป

ก่อนเรียน (Prerequisites)

สิ่งที่ควรรู้ก่อนเรียน

- **จำนวนจริง** — การดำเนินการพื้นฐาน, เลขยกกำลัง
- **ฟังก์ชัน** — แนวคิดของฟังก์ชันที่มีโดเมนเป็นจำนวนนับ

ลำดับคืออะไร?

ลำดับ คือฟังก์ชันที่มีโดเมนเป็นจำนวนเต็มบวก $\{1, 2, 3, \ldots\}$ เรียก a_n ว่า **พจน์ที่** n ของลำดับ

เขียนแทนด้วย $a_1, a_2, a_3, \ldots$ หรือ $\{a_n\}$

ลำดับเลขคณิต

Arithmetic Sequence

ลำดับเลขคณิตคืออะไร?

นิยาม

ลำดับเลขคณิต คือลำดับที่ **ผลต่างระหว่างพจน์ที่อยู่ติดกันมีค่าคงที่** เรียกค่าคงที่นี้ว่า **ผลต่างร่วม** (common difference) เขียนแทนด้วย d

$d = a_{n+1} - a_n$ (ค่าคงที่ สำหรับทุก n)

ตัวอย่าง

$2, 5, 8, 11, 14, \ldots$

$d = 5 - 2 = 3, \quad 8 - 5 = 3, \quad 11 - 8 = 3, \ldots$

เป็นลำดับเลขคณิตที่มี $a_1 = 2$, $d = 3$

เลขคณิต vs เรขาคณิต: จำง่าย ๆ

จำง่าย ๆ

- **เลขคณิต** = **บวกเพิ่มทีละเท่า ๆ กัน** (หรือลบออก)

  เช่น $3, 7, 11, 15, \ldots$ (บวก 4 ตลอด)

- **เรขาคณิต** = **คูณเพิ่มทีละเท่า ๆ กัน** (หรือหาร)

  เช่น $3, 6, 12, 24, \ldots$ (คูณ 2 ตลอด)

พจน์ทั่วไปของลำดับเลขคณิต

สูตรพจน์ที่ n

$$a_n = a_1 + (n-1)d$$

ความหมาย: เริ่มจาก a_1 แล้วบวก d เพิ่มอีก $(n-1)$ ครั้ง

ตัวอย่าง: หาพจน์ที่ 20

จงหาพจน์ที่ 20 ของลำดับ $3, 7, 11, 15, \ldots$

$a_1 = 3, d = 4$

$a_{20} = 3 + (20-1) \times 4 = 3 + 76 = 79$

ลำดับเรขาคณิต

Geometric Sequence

ลำดับเรขาคณิตคืออะไร?

นิยาม

ลำดับเรขาคณิต คือลำดับที่ **อัตราส่วนระหว่างพจน์ที่อยู่ติดกันมีค่าคงที่** เรียกค่าคงที่นี้ว่า **อัตราส่วนร่วม** (common ratio) เขียนแทนด้วย r

$$r = \frac{a_{n+1}}{a_n} \quad \text{(ค่าคงที่ สำหรับทุก n)}$$

ตัวอย่าง

$3, 6, 12, 24, 48, \ldots$

$$r = \frac{6}{3} = 2, \quad \frac{12}{6} = 2, \quad \frac{24}{12} = 2, \ldots$$

เป็นลำดับเรขาคณิตที่มี $a_1 = 3, r = 2$

พจน์ทั่วไปของลำดับเรขาคณิต

สูตรพจน์ที่ n

$$a_n = a_1 \cdot r^{n-1}$$

ความหมาย: เริ่มจาก a_1 แล้วคูณด้วย r อีก $(n-1)$ ครั้ง

ตัวอย่าง: หาพจน์ที่ 6

จงหาพจน์ที่ 6 ของลำดับ $2, 6, 18, 54, \ldots$

$a_1 = 2, r = 3$

$a_6 = 2 \times 3^5 = 2 \times 243 = 486$

เปรียบเทียบ: เลขคณิต vs เรขาคณิต

ลำดับเลขคณิต (Arithmetic)

- **บวก** เพิ่มทีละ d
- $a_n = a_1 + (n-1)d$
- เช่น $2, 5, 8, 11, \ldots$

ลำดับเรขาคณิต (Geometric)

- **คูณ** เพิ่มทีละ r
- $a_n = a_1 \cdot r^{n-1}$
- เช่น $2, 6, 18, 54, \ldots$

จุดแตกต่างสำคัญ

เลขคณิต = เพิ่มแบบ **เส้นตรง** (linear) เรขาคณิต = เพิ่มแบบ **เอกซ์โพเนนเชียล** (exponential)

ลำดับฟิโบนักชี

Fibonacci Sequence

ลำดับฟิโบนักชีคืออะไร?

นิยาม

ลำดับฟิโบนักชี คือลำดับที่แต่ละพจน์ (ตั้งแต่พจน์ที่ 3 เป็นต้นไป) เท่ากับ **ผลบวกของสองพจน์ก่อนหน้า**

$F_1 = 1, \quad F_2 = 1$

$F_n = F_{n-1} + F_{n-2}$ สำหรับ $n \geq 3$

10 พจน์แรกของลำดับฟิโบนักชี

$$1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, \ldots$$

- $F_3 = F_2 + F_1 = 1 + 1 = 2$
- $F_4 = F_3 + F_2 = 2 + 1 = 3$
- $F_5 = F_4 + F_3 = 3 + 2 = 5$

สรุป

สรุปเนื้อหา

สิ่งที่ได้เรียนรู้

1. **ลำดับเลขคณิต**: ผลต่างร่วม d คงที่ $a_n = a_1 + (n-1)d$
2. **ลำดับเรขาคณิต**: อัตราส่วนร่วม r คงที่ $a_n = a_1 \cdot r^{n-1}$
3. **ลำดับฟิโบนักชี**: $F_1 = 1, F_2 = 1, F_n = F_{n-1} + F_{n-2}$

เอกสารนี้เป็นส่วนหนึ่งของเนื้อหาเตรียมสอบ **สอวน. คอมพิวเตอร์**