

# Spatial Convolution



# Lọc không gian (*Spatial Filtering*)

Gọi **I** và **J** là các ảnh sao cho  $\mathbf{J} = T[\mathbf{I}]$ . Trong đó  $T[.]$  là một phép biến đổi sao cho:

$$\mathbf{J}(r, c) = T[\mathbf{I}](r, c) = f(\{\mathbf{I}(\rho, \chi) | \rho \in \{r-s, \dots, r, \dots, r+s\}, \chi \in \{c-d, \dots, c, \dots, c+d\}\})$$

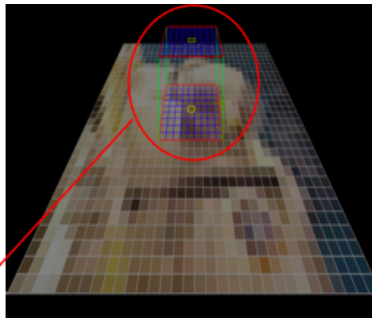
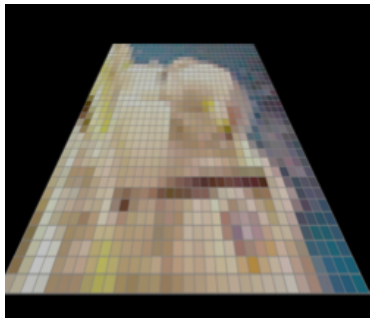
Hay giá trị của ảnh biến đổi **J** tại vị trí pixel  $(r, c)$  là một hàm các giá trị của các pixels của ảnh **I** mà nằm trong hình chữ nhật kích thước  $2s + 1 \times 2d + 1$  và tâm của hình chữ nhật tại vị trí  $(r, c)$ .

# Cửa sổ dịch chuyển (*Moving Windows*)

- Giá trị  $J(r, c) = T[I](r, c)$  là một hàm của các pixel trong hình chữ nhật hàng xóm có tâm tại vị trí  $(r, c)$
- Tại mỗi vị trí pixel thì có các hàng xóm khác nhau. Trong trường hợp kích thước của các hàng xóm là giống nhau tại mỗi vị trí, thì phép biến đổi  $T$  được gọi là *phép biến đổi cửa sổ dịch chuyển*

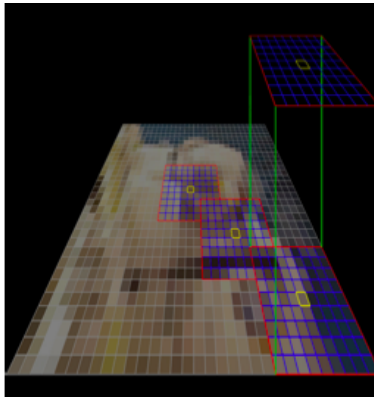
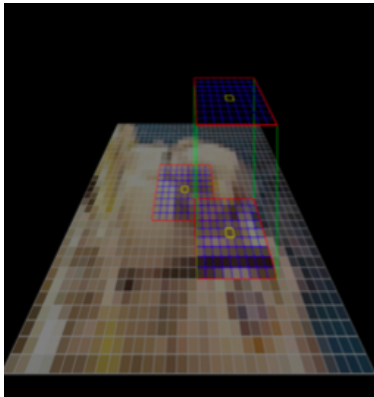
# Cửa sổ dịch chuyển - minh hoạ

Hàng xóm được định nghĩa bởi một ma trận có trọng số



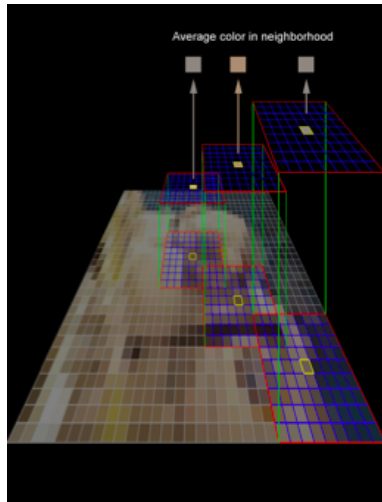
# Cửa sổ dịch chuyển - minh hoạ

Hàng xóm tại các vị trí pixel khác



# Biến đổi cửa sổ dịch chuyển tuyến tính

Đầu ra (*output*) của phép biến đổi tại mỗi pixel là giá trị trung bình (có trọng số) của các pixel trong hàng xóm



# Tích chập (*convolution*): Biểu diễn toán học

Nếu phép biến đổi cửa sổ dịch chuyển là tuyến tính thì nó là một tích chập:

$$\mathbf{J}(r, c) = [\mathbf{I} * \mathbf{H}](r, c) = \sum_{\rho=-s}^s \sum_{\chi=-d}^d \mathbf{I}(r-\rho, c-\chi) \mathbf{H}(\rho, \chi)$$

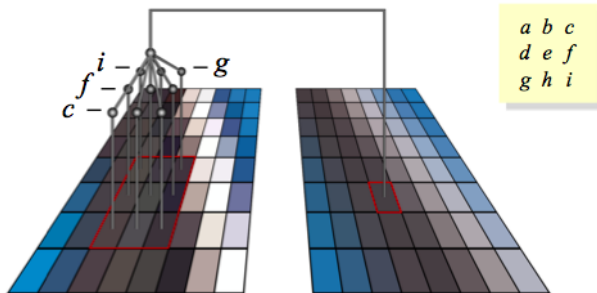
với  $\mathbf{I}$  là ảnh số  $\mathbf{I} : Z \times Z \rightarrow Z$

# Mặt nạ Convolution (Ma trận trọng số)

- **H** trong phương trình là một ma trận chữ nhật các số
- Ma trận là cửa sổ dịch chuyển
- Pixel  $(r, c)$  trong ảnh đầu ra là tổng có trọng số các pixel từ ảnh ban đầu trong hàng xóm của  $(r, c)$  theo vết bởi ma trận
- Mỗi pixel trong hàng xóm tâm tại  $(r, c)$  được nhân với giá trị ma trận tương ứng - sau khi ma trận được quay một góc 180 độ
- Tổng các tích này là giá trị của pixel  $(r, c)$  của ảnh đầu ra

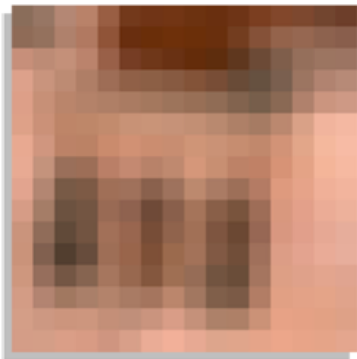


# Convolution bởi cửa sổ dịch chuyển<sup>2</sup>



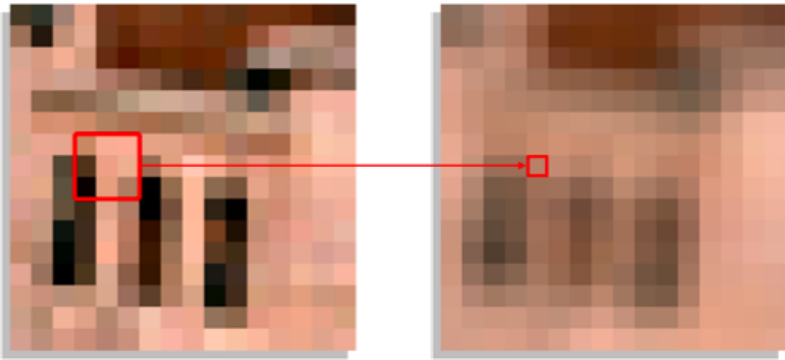
# Biến đổi cửa sổ dịch chuyển - Ví dụ

Ảnh ban đầu và ảnh đầu ra sử dụng cửa sổ  $\mathbf{H} = \frac{1}{9} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$

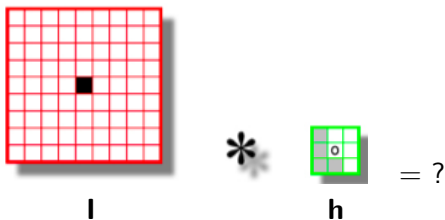


# Biến đổi cửa sổ dịch chuyển - Ví dụ

Ảnh ban đầu và ảnh đầu ra sử dụng cửa sổ  $\mathbf{H} = \frac{1}{9} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$



# Tích chập bằng cách quay và dịch chuyển ma trận trọng số



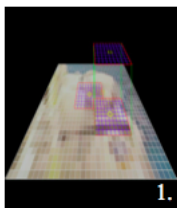
# Ma trận trọng số đối xứng

|          |          |          |          |          |
|----------|----------|----------|----------|----------|
| <i>f</i> | <i>e</i> | <i>d</i> | <i>e</i> | <i>f</i> |
| <i>e</i> | <i>c</i> | <i>b</i> | <i>c</i> | <i>e</i> |
| <i>d</i> | <i>b</i> | <i>a</i> | <i>b</i> | <i>d</i> |
| <i>e</i> | <i>c</i> | <i>b</i> | <i>c</i> | <i>e</i> |
| <i>f</i> | <i>e</i> | <i>d</i> | <i>e</i> | <i>f</i> |

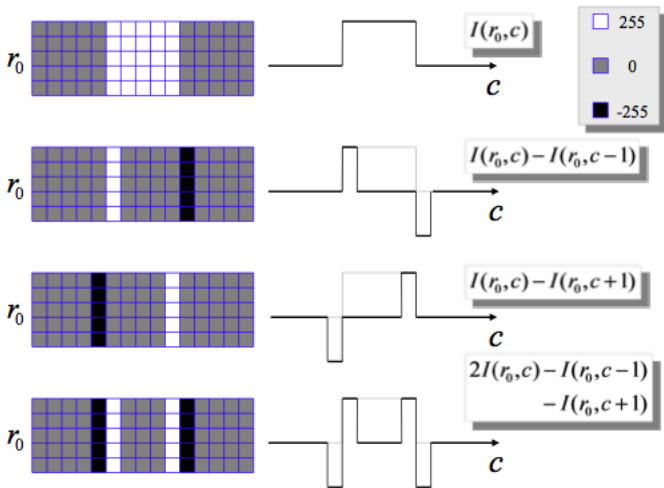
Nếu **H** là ma trận trọng số đối xứng thì không cần thiết phải quay 180 độ

# Có 3 cách để tính tích chập

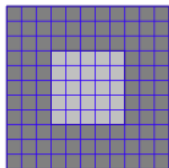
- Sử dụng biến đổi cửa sổ dịch chuyển (vừa giới thiệu)
- Sử dụng phương pháp Cộng-nhân-dịch chuyển (sẽ không học trong khoá học này)
- Sử dụng biến đổi Fourier (sẽ không học trong khoá học này)



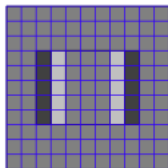
# Phát hiện cạnh



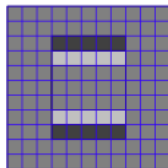
# Phát hiện cạnh



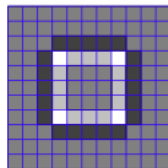
$I(r,c)$



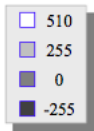
$$2I(r,c) - I(r,c-1) - I(r,c+1)$$



$$2I(r,c) - I(r-1,c) - I(r+1,c)$$

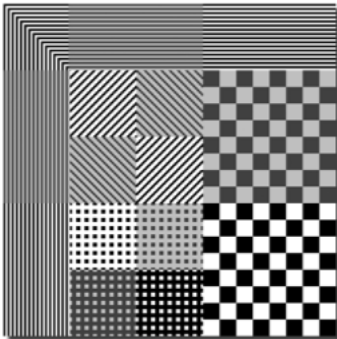


$$4I(r,c) - I(r-1,c) - I(r+1,c) - I(r,c-1) - I(r,c+1)$$





# Tích chập: Ví dụ



# Tích chập: Sự khác nhau theo chiều dọc

$$\mathbf{h} = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

