

Algorithmique – écriture de programmes efficaces et sûrs

Romain Gille

08/02/2016

Rappel : Tri par sélection (TS)

Propriété sur laquelle TS est construit

Initialisation : $k = 0$

Condition d'arrêt : $k = n$ (ou $k = n-1$)

Progression : $I(k)$ et $k \neq n$ et $a = \arg \min T[k:n]$ et $T[k] = t_a$ et

$t[a] = t_k$ (permutation)

$\Rightarrow I(k + 1)$

Notation :

$\arg \min T[0:k]$ est la première valeur d'indice, a , telle que $T[a] = \min T[0:k]$

De façon générale, $\arg \min f(x)$ est la plus petite valeur, a , telle que

$f(a) = \min f(x)$

On reprend le programme du cours précédent

```
void triSelection(int[] T){
    int n = T.length;
    int k = 0; // I(k)
    while(k != n){ // I(k) et k != n
        int m = indiceMin(T, k, n);
        int x = T[k];
        T[k] = T[m];
        T[m] = x; // I(k + 1)
        k = k + 1; // I(k)
    } // I(n) donc T[0:n] trié dans l'ordre croissant
}
```

Propriété de $I(a, k') : a = \arg \min T[k:k']$

Initialisation : $a = k$ et $k' = k + 1$

Condition d'arrêt : $k' = n$

Progression :

$I(a, k')$ et $k' \neq n$ et $T[k'] \geq T[a] \Rightarrow I(a, k' + 1)$

$I(a, k')$ et $k' \neq n$ et $T[k'] < T[a] \Rightarrow I(k', k' + 1)$

```
int indiceMin(int[] T, int k, int n){ // retourne a = arg min T[k:n]
    int a = k, kp = k + 1; // I(a, k')
    while(kp != n){ // I(a, k') et k' != n
        if(T[kp] >= T[a]){ // I(a, k' + 1)
            kp++; // I(a, k')
        }
        else{ // I(k', k' + 1)
            a = kp; // I(a, k' + 1)
            kp++; // I(a, k')
        } // I(a, n) donc a = arg min T[k:n]
    }
}
```

Temps de calcul de l'appel `indiceMin(T, k, n)`

L'initialisation est en temps constant, α .

Le corps de boucle s'exécute en temps compté, β .

Le corps de boucle est exécuté $n - k - 1$ fois le test $kp \neq n$ est en temps constant, γ . Il évalue $n - k$ fois.

D'où

$$\begin{aligned} T_{\text{indiceMin}}(k) &= \alpha + (n - k - 1)\beta + (n - k)\gamma \\ &= (\alpha - \beta) + (n - k)(\beta + \gamma) \\ &= A + B(n - k) \\ &= \Theta(n - k) \end{aligned}$$

```
void triSelection(int[] T){
    int n = T.length; // temps constant : delta
    int k = 0; // I(k) // temps constant : delta
    while(k != n){ // I(k) et k != n // A' + B(n - k)
        int m = indiceMin(T, k, n); // A' + B(n - k)
        int x = T[k]; // A' + B(n - k)
        T[k] = T[m]; // A' + B(n - k)
        T[m] = x; // I(k + 1) // A' + B(n - k)
        k = k + 1; // I(k) // A' + B(n - k)
    } // I(n) donc T[0:n] trié dans l'ordre croissant // A' + B(n - k)
}
```

$$T_{TS}(n) = \delta + n(A' + \frac{B}{2}) + n^2 * \frac{B}{2}$$

Tri par segmentation (CA Hoare)

Trier $T[i:j]$

1. “Installer” $T[i:k] \leq T[k] < T[k+1:n]$
2. Si $T[i:k]$ est trié et $T[k + 1, j]$ est trié. Alors $T[i:j]$ est trié

```
void quickSort(int[] T){
    int m = T.length;
    qS(T, 0, n);
}

void qS(int[] T, int i, int j){ // si  $j-i \leq 1$  :  $T[i:j]$  est déjà trié
    if(j - i > 1){
        int k = segmenter(T, i, j); //  $T[i:k] \leq T[k] < T[k+1:j]$ 
        qS(T, i, k); //  $T[i:k] \leq T[k] < T[k+1:j]$  et  $T[i:k]$  croissant
        qS(T, k + 1, j); //  $T[i:k] \leq T[k] < T[k+1:j]$  et  $T[i:k]$  croissant et  $T[k+1:j]$  croissant
        // Donc  $T[i:j]$  croissant
    }
}
```

“DIVISER POUR REGNER”