

程式設計（112-1）

期中考

題目設計：孔令傑
國立臺灣大學資訊管理學系

繳交時，請至 PDOGS (<http://pdogs.ntu.im>) 為每題各上傳一份 C++ 原始碼（以複製貼上原始碼的方式上傳）。此次期中考的所有題目都可以使用任何方法。所有成績都由程式正確性決定，每筆測試資料皆為兩分。

這次的考試時間為 **2023 年 10 月 24 日下午 14 點 20 分**至當日 **下午 17 點 20 分**，共 180 分鐘。

第一題

（20 分）給定三個日期，請計算第一個日期和第二個日期的天數差距（不包含這兩個日期）的絕對值、第二個日期和第三個日期的天數差距（不包含這兩個日期）的絕對值，並輸出這兩個天數差距的絕對值中比較小的那個。第二個日期不一定晚於第一個日期，第三個日期不一定晚於第二個日期。這三個日期都屬於同一年，且該年是平年（沒有 2 月 29 日）。

舉例來說，如果三個日期分別是 10/5、10/19 和 11/1，則前兩者的天數差距是 13、後兩者的天數差距是 12，所以應該輸出 12。

輸入輸出格式

系統會提供數組測試資料，每組測試資料裝在一個檔案裡。在每個檔案中有一列，包含六個整數，前兩個整數依序是第一個日期的月、日，中間兩個整數依序是第二個日期的月、日，最後兩個整數依序是第三個日期的月、日。已知這些整數可以組成一個平年裡的合理日期（例如不會出現 2/29 或 18/22 這種錯誤日期），並且相鄰的兩個日期不會是相同的。數字兩兩以一個空白隔開。讀入這些資訊後，請依上述規則，輸出兩個天數差距的絕對值中比較小的。

舉例來說，如果輸入是

10 5 10 19 11 1

則輸出應該是

12

如果輸入是

12 5 11 1 12 4

則輸出應該是

32

第二題

(30 分) 給定 n 個日期，請計算任兩個相鄰日期間的天數差距（計算差距時，不包含頭尾這兩個日期）的絕對值，並輸出這 $n - 1$ 個天數差距的絕對值中最小的那個。這些日期未必有排序，但都屬於同一年，且該年是平年（沒有 2 月 29 日）。請注意「相鄰」是指讀入資料的順序上相鄰，不是日期先後順序上相鄰。

舉例來說，如果四個日期分別是 10/5、10/19、11/1、9/28，則 10/5 和 10/19 差 13 天、10/19 和 11/1 差 12 天、11/1 和 9/28 差 33 天，因此應該輸出 12。

輸入輸出格式

系統會提供數組測試資料，每組測試資料裝在一個檔案裡。在每個檔案中有兩列，第一列包含一個整數 n ，第二列包含 $2n$ 個整數，第 $2i$ 個和第 $2i + 1$ 個分別為第 i 個日期的月與日。已知 $2 \leq n \leq 20$ ，且這些整數可以組成一個平年裡的合理日期（例如不會出現 2/29 或 18/22 這種錯誤日期），並且相鄰的兩個日期不會是相同的。數字兩兩以一個空白隔開。讀入這些資訊後，請依上述規則，輸出這 $n - 1$ 個天數差距的絕對值中最小的那個。

舉例來說，如果輸入是

```
3
10 5 10 19 11 1
```

則輸出應該是

```
12
```

如果輸入是

```
4
12 5 11 1 12 4 9 28
```

則輸出應該是

```
32
```

第三題

(20 分) 某人從國外進口 n 種商品，其中商品 i 的進口數量為 x_i 單位、每單位的進口成本為 c_i 元、賣到國內市場的零售價為 p_i 元，且最終需求為 y_i 單位。如果沒有緊急追加進口，則商品 i 的最終銷售量為 x_i 和 y_i 中比較小的量。當他看到最終需求後，他可以挑最多一種商品緊急追加進口最多 K 個。根據以上資訊，請計算此人在最佳追加方案下的利潤。

舉例來說，若商品 1 的相關資訊為 $x_1 = 10$ 、 $y_1 = 12$ 、 $c_1 = 2$ 、 $p_1 = 5$ ，而商品 2 的相關資訊為 $x_2 = 10$ 、 $y_2 = 20$ 、 $c_2 = 3$ 、 $p_2 = 5$ ，則若 $K = 0$ ，亦即他不能追加任何商品，他的利潤是

$$5 \min\{10, 12\} - 2 \times 10 + 5 \min\{10, 20\} - 3 \times 10 = 50 \text{ 元}。$$

若 $K = 3$ ，則他應該追加 2 單位的商品 1（請注意他不能再追加 1 單位的商品 2，因為他只能追加最多一種商品），利潤是

$$5 \min\{10 + 2, 12\} - 2 \times (10 + 2) + 5 \min\{10, 20\} - 3 \times 10 = 56 \text{ 元}。$$

請注意追加 3 單位的商品 1 並非最佳，因為第三個單位賣不掉，追加 2 單位的利潤更大。或是他也可以追加 3 單位的商品 2，利潤是

$$5 \min\{10, 12\} - 2 \times 10 + 5 \min\{10 + 3, 20\} - 3 \times (10 + 3) = 56 \text{ 元}。$$

因為以上兩種方案的利潤相同，不影響最終的輸出結果。最後，若 $K = 20$ ，則他應該追加第二種商品 10 單位，利潤是

$$5 \min\{10, 12\} - 2 \times 10 + 5 \min\{10 + 10, 20\} - 3 \times (10 + 10) = 70 \text{ 元}。$$

輸入輸出格式

系統會提供數組測試資料，每組測試資料裝在一個檔案裡。在每個檔案中有 $n + 1$ 行，第一行依序含有兩個整數 n 和 K ，而在第二行到第 $n + 1$ 行中，第 $i + 1$ 行有四個整數，依序是 x_i 、 y_i 、 c_i 和 p_i ，每行中的兩個整數之間被一個空白字元隔開。已知 $1 \leq n \leq 20$ 、 $0 \leq K \leq 10000$ 、 $0 \leq x_i \leq 100$ 、 $0 \leq y_i \leq 100$ 、 $0 \leq c_i \leq p_i \leq 100$ 。

讀入這些資訊後，請依題目指定的規則輸出一個整數，是最佳商品追加方案下的總利潤（可能為負數）。舉例來說，如果輸入是

```
2 3
10 12 2 5
10 20 3 5
```

則應該追加 2 單位的商品 1 或 3 單位的商品 2，輸出應該是

```
56
```

如果輸入是

```
3 0
10 12 2 5
10 20 3 5
1 1 1 2
```

則反正也不能追加，就直接計算總利潤即可，輸出應該是

```
51
```

如果輸入是

```
3 100
10 0 2 5
10 0 3 5
10 0 1 2
```

則即使可以追加也沒意義，因為需求量都已經小於進口量了。此時輸出應該是

-60

第四題

(30 分) 給定 n 座城市，每一座城市的通勤時間（以小時計）由一個 $n \times n$ 大小的矩陣來表示，如表 1 所示，其中第 i 列的第 j 個數值存著 d_{ij} ，代表從第 i 號城市直接前往第 j 號城市的通勤時間。已知 $d_{ii} = 0$ （自己到自己的通勤時間會是 0）以及 $d_{ij} = d_{ji}$ （甲地到乙地的通勤時間等於乙地到甲地的通勤時間）。

起點城市編號	終點城市標號				
	1	2	3	4	5
1	0	4	7	6	2
2	4	0	5	8	3
3	7	5	0	9	4
4	6	8	9	0	4
5	2	3	4	4	0

表 1: 城市通勤時間矩陣範例

任意三個城市之間的通勤時間不一定滿足三角不等式，例如表 1 中 $d_{13} > d_{15} + d_{53}$ ，這可能表示從城市 1 要到城市 3 的話，與其直接過去，還不如從城市 1 先到城市 5，再從城市 5 走到城市 3。會發生這種現象，可能是城市 1 和城市 5 之間以及城市 5 和城市 3 之間有高鐵，但城市 1 和城市 3 之間則只有客運。

給定如表 1 的通勤時間矩陣，我們要請你找出在 $\frac{n(n-1)}{2}$ 組起迄組合中，有多少組違反三角不等式，以及透過多經過一個城市能省下的時間合計有多少。如果發生三角形的兩邊和恰好等於第三邊（表示特地去經過第三個城市不會省下時間），例如表 1 中 $d_{15} + d_{54} = d_{14}$ ，在本題中我們認為這不違反三角不等式。如果一個起迄組合可以透過經過數個城市的其中之一省下時間，我們只計算這個組合為一個違反三角不等式的組合而非數個，且該組合能省下的時間是各個中繼城市中能省下的時間中最多的。

再次以表 1 為例，一共有三組起迄組合違反三角不等式，分別是城市 1 與城市 3 與其直接通勤不如經過城市 5（因為 $d_{13} > d_{15} + d_{53}$ ），經過城市 5 可以省下 $d_{13} - (d_{15} + d_{53}) = 1$ 小時；城市 2 與城市 4 與其直接通勤不如經過城市 5（因為 $d_{24} > d_{25} + d_{54}$ ），經過城市 5 可以省下 $d_{24} - (d_{25} + d_{54}) = 1$ 小時；城市 3 和城市 4 與其直接通勤不如經過城市 5（因為 $d_{34} > d_{35} + d_{54}$ ），經過城市 5 可以省下 $d_{34} - (d_{35} + d_{54}) = 1$ 小時。透過多經過一個城市，能省下的時間總共有 3 小時。

在本題中，請針對所有起迄組計算「透過多經過一個城市，可以省下的時間最多是多少」（可能會是 0），並輸出違反三角不等式的起迄組數，以及所有可以省下的時間的總和。

輸入輸出格式

系統會提供數組測試資料，每組測試資料裝在一個檔案裡。在每個檔案中有 $n + 2$ 列，第一列存著一個整數 n ，第二列到第 $n + 1$ 列分別存著 n 個整數，其中第 $i + 1$ 列依序存放 $d_{i,1}$ 、 $d_{i,2}$ 直到 $d_{i,n}$ 。已知

$3 \leq n \leq 20$ 、 $0 \leq d_{ij} \leq 1000$ ，數字兩兩以一個空白隔開。

讀入這些資訊後，請依上述規則，先輸出違反三角不等式的起迄組數，接著輸出一個逗點，再輸出所有可以省下的時間的總和。舉例來說，如果輸入是

```
5
0 4 7 6 2
4 0 5 8 3
7 5 0 9 4
6 8 9 0 4
2 3 4 4 0
```

則輸出應該是

```
3,3
```

如果輸入是

```
3
0 1 4
1 0 1
4 1 0
```

則輸出應該是

```
1,2
```

如果輸入是

```
4
0 1 2 9
1 0 1 3
2 1 0 4
9 3 4 0
```

則輸出應該是

```
1,5
```

請留意城市 1 和城市 3 不算違反三角不等式（經過城市 2 並不會節省時間），在本範例中只有城市 1 和城市 4 違反三角不等式。在計算城市 1 和城市 4 能透過中間經過一個城市省下多少時間時，城市 1 和城市 4 若中間經過城市 2 可以省下 5 小時、若中間經過城市 3 則可以省下 3 小時，兩個選項中比較多的是經過城市 2 去省下 5 小時，所以對於城市 1 和城市 4 這個組合我們能透過中間經過一個城市省下的時間就是 $\max\{3, 5\} = 5$ 小時。