## Projet : Salm : Poisson variation in dose-response study

Modélisation : Modèle de poisson à effets aléatoires.

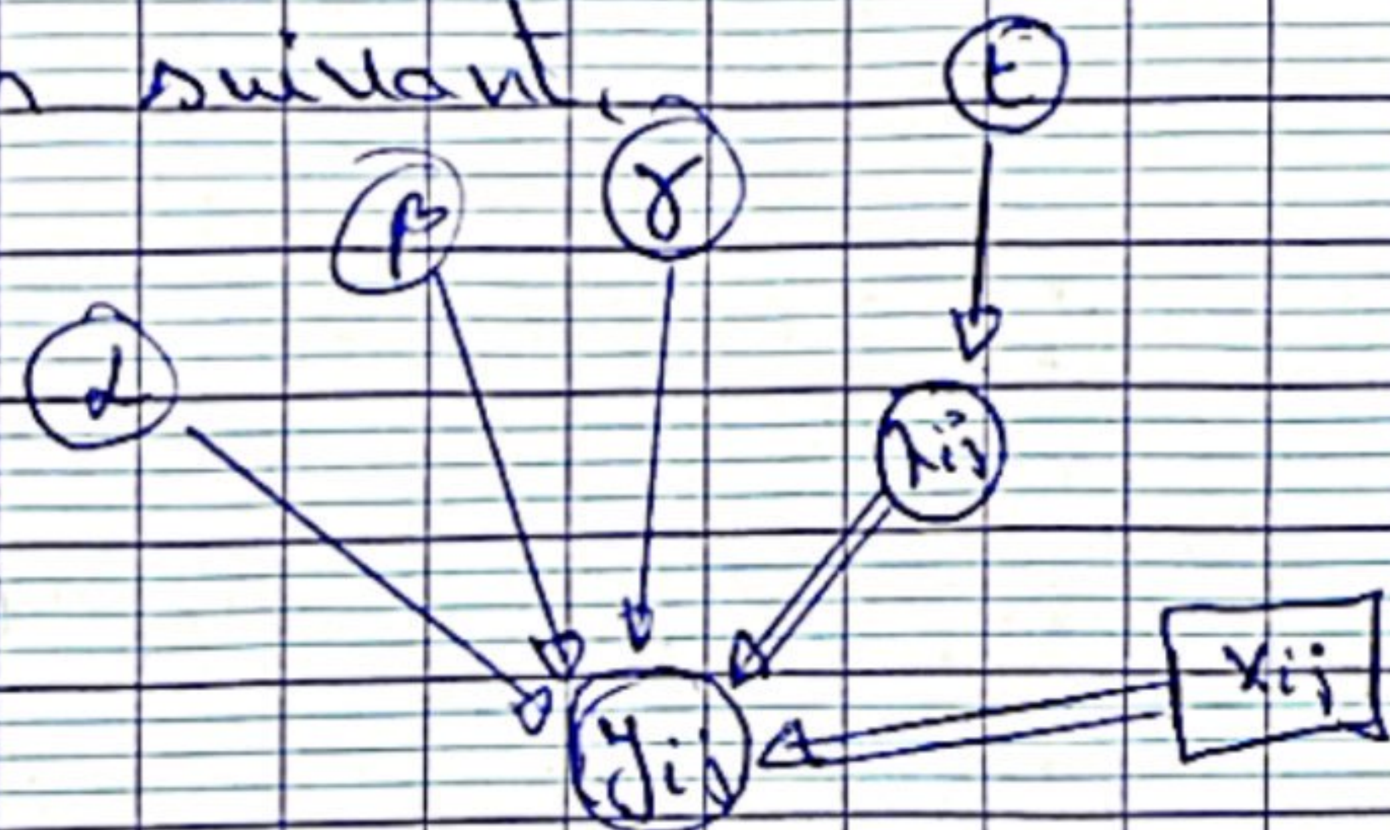
$y_{ij}$ : nombre de [illegible] doses de quinoline $i$ pour la plaque $j$

On a : $y_{ij} \sim Pois(\mu_{ij})$ et $\log(\mu_{ij}) = \alpha + \beta \log(x_i + 10) + \gamma x_i + \lambda_{ij}$

avec $\lambda_{ij} \sim \mathcal{N}(0, t)$

$\alpha, \beta, \gamma$ et $t$ sont des a priori indépendantes non informatives données.

Nous avons le réseau bayésien (DAG) après simplification suivant.




Nous avons $\alpha, \beta, \gamma$ et $t$, $+ y_{ij}$ à estimer par l'échantillonnage de Gibbs.

$$f(t|\alpha,\beta,\gamma,y_{ij}) \propto f(t) \cdot \prod_{i,j} f(\lambda_{ij}|t)$$

$$\propto t^{a-1} b^{a} e^{-bt} \, t^{\frac{n}{2}} e^{-\frac{1}{2t^{-1}} \sum_{ij} \lambda_{ij}^2}$$

$$\propto t^{a+\frac{n}{2}-1} e^{-t(b + \frac{1}{2} \sum_{ij} \lambda_{ij}^2)}$$

$$\boxed{f(t|\alpha,\beta,\gamma,y_{ij}) \propto \gamma\left(a + \frac{n}{2},\ b + \frac{1}{2} \sum_{ij} \lambda_{ij}^2\right)}$$

$$f(\alpha|\beta,\gamma,t,y_{ij}) \propto f(\alpha) \prod_{ij} f(y_{ij}|\alpha,\beta,\gamma,\lambda_{ij})$$

$$\boxed{f(\alpha|\beta,\gamma,t,y_{ij}) \propto e^{-\frac{1}{2\sigma_\alpha^2}\alpha^2} \prod_{ij} e^{-\mu_{ij}} (N_{ij})^{\gamma}}$$

Cette forme n'est pas explicite i.e n'est pas la densité d'une loi connue donc on utilise Metropolis-Hastings à l'intérieur de l'échantillonneur de Gibbs.

$$f(\beta|\alpha,\gamma,t,y_{ij}) \propto f(\beta) \prod_{ij} f(y_{ij}|\alpha,\beta,\gamma,t)$$

$$\propto e^{-\frac{1}{2\sigma_\beta^2}\beta^2} \prod_{ij} e^{-\mu_{ij}} (N_{ij})^{\beta}$$

$$\boxed{f(\beta|\alpha,\gamma,t,y_{ij}) \propto e^{-\frac{1}{2\sigma_\beta^2}\beta^2 - \sum_{ij}\mu_{ij}} \prod_{ij} (N_{ij})^{\beta}}$$

On fait la même remarque que précédemment
On utilise Métropolis-Hasting withing Gibbs

$$f(\gamma|\alpha,\beta,t,y_{ij}) \propto f(\gamma) \prod_{ij} f(y_{ij}|\alpha,\beta,\gamma,t)$$

$$\boxed{f(\gamma|\alpha,\beta,t,y_{ij}) \propto e^{-\frac{1}{2\sigma_\gamma^2}\gamma^2 - \sum_{ij}\mu_{ij}} \prod_{ij} (N_{ij})^{\gamma}}$$

Même raisonnement que précédemment.