Capitolo 1

Analisi dei cluster

1.1 clustering via K-means

1.1.1 Scelta degli attributi e della funzione distanza

Si sono scelti gli attributi quantitativi (*satisfaction_level*, *last_evaluation*, *average_montly_hours*, *time_spend_company*) e l'attributo numerico ordinale *number_project*. La scelta degli attributi quantitivi è giustificata dal fatto che l'algoritmo K-means richiede di calcolare la media, la quale è definita solo per gli attributi quantitiativi. L'unica eccezione è stata fatta per l'attributo *number_project* essendo oridinale. L'interpretazione è stata che se *number_project* ha valore frazionario $d.f$ (con d parte intera, f parte float) per un dato centroide, allora il cluster da lui rappresentato contiene gli impiegati che in media hanno fatto tra d e $d+1$ progetti.

La funzione distanza scelta è stata la distanza Euclidea perché i centroidi sono medie nello spazio Euclideo in $\Re^n$, dove n è il numero di attributi. [TODO: spiega meglio]

1.1.2 Identificazione del miglior valore di k

Identificare il numero di clusters è importante per trovare un compromesso tra pochi grandi clusters e molti piccoli, e spesso insignificanti, clusters. Per indentificare il miglior valore di k per l'algoritmo K-means si è monitorato l'andamento della *Sum of Squared Error* (SSE) e la *silhouette score* al variare di k, il cui grafico è riportato in Figura 1.1. Il grafico della SSE ha un andamento non-crescente e diminuisce in maniera smooth, mentre la silhouette presenta molti picchi.

Figura 1.1: Andamento della SSE e silhouette al variare di k. Il punto di gomito è scelto per $k = 8$, cui corrisponde $SSE = 1474$ e $silhouette = 0.27$.

Sucessivamente si è scelto il punto di gomito della SSE combinando un approccio visivo ad uno quantitativo, analizzando i punti k in cui era presente un maggior calo di SSE. La scelta finale per il valore di k ha preso in considerazione anche il corrispondente valore della *silhouette*. La *silhouette* assumeva valori nel range $[0.18, 0.28]$ con minimo per $k = 47$ e massimo per $k = 3$, mentre la SSE assumeva valori tra $[640, 3315]$ con minimo per $k = 50$ e massimo per $k = 2$. Inoltre, sono stati presi in considerazione i top 10 valori di k corrispondenti a un maggiore calo della SSE (top_diffs), e, analogamente i top 10 k con maggiore *silhouette* (top_silho). Si sono ottenuti i seguenti insiemi di valori di k, candidati ad essere punti di gomito: $top\_diffs = \{3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12\}$

and $top\_silho\{3, 8, 14, 7, 6, 10, 5, 9, 4, 18\}$. Mettendo insieme tutte le precendenti informazioni e considerando l'insieme $top\_diffs \cap top\_silho$, si è scelto il punto di gomito $k = 8$, corrispondente a $SSE = 1474$ and $silhouette = 0.27$.

Alternativamente, scegliendo il punto del grafico della SSE più vicino all'origine in norma Euclidea, si era ottenuto il punto $k = 12$, con $SSE = 1210$ e $silhouette = 0.27$.

1.1.3 Caratterizzazione dei clusters ottenuti

La caratterizzazione dei cluster ottenuti è stata svolta per mezzo dell'analisi dei centroidi, e confrontando le distribuzioni degli attributi dei singoli cluster con quelle dell'intero dataset.

analisi dei k centroidi

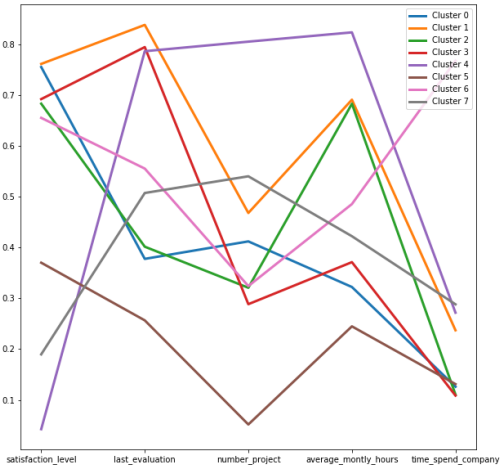
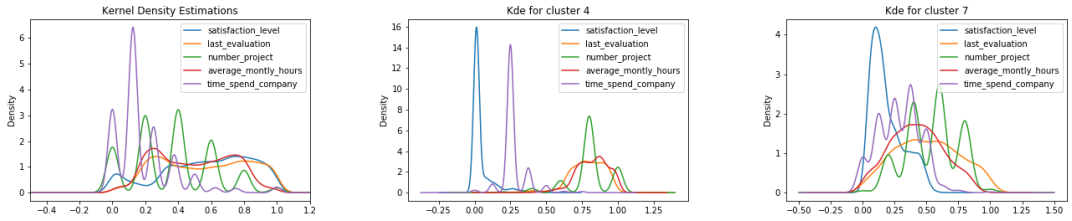


Figura 1.2: Analisi dei valori degli attributi dei centroidi ottenuti. Ogni centroide è rappresentato da un insieme di segmenti, i cui estremi marcano i valori degli attributi. Gli attributi dei clusters 1 e 3 seguono lo stesso andamento.

La Figura 1.2 riporta l'analisi per centroidi. Gli attributi dei centroidi dei clusters 1 e 3 hanno relativamente lo stesso andamento. In particolare i valori di *average_montly_hours* differiscono di poco. Questo significa che per valori più piccoli di k i due clusters potrebbero unirsi. I clusters 4, 5 e 7 sono caratterizzati da un basso valore di $satisfaction\_level$, mentre lo stesso attributo assume valori elevati nei clusters 0, 1, 3 e 6. Il cluster 6 è l'unico con un alto valore di *time_spend_company*, mentre per il resto dei clusters l'attributo assume valori bassi. Questo ci dice che i due attributi non sono correlati, altrimenti anche i clusters 0, 1 e 3 avrebbero avuto un alto valore di *time_spend_company*. Il cluster 4 ha il più basso valore di $satisfaction\_level$ e il più alto valore di *average_montly_hours*. Inoltre, il cluster 4 ha il più alto valore di *number_projects* e un relativamente basso valore di *time_spend_company*. Questo significa che il sovraccarico di lavoro dovuto ad una grande quantità di progetti, svolti in poco tempo, porta gli impiegati ad essere infelici.

In Figura 1.3 viene fatto un confronto tra le distribuzioni degli attributi dell'intero dataset e quelle dei singoli clusters, in particolare i cluster 4 e 7. L'attributo *number_project* assume una distribuizione multi-modale per tutte le kernel density estimation, essendo un attributo intero. Gli attributi *last_evaluation* e *average_montly_hours* hanno una distribuzione simile alla normale, ma leggermente schiacciata. Gli stessi attributi assumono una simile forma per il cluster 4. Invece per l'intero dataset i due attributi hanno una distribuzione bi-modale con picchi poco pronunciati, divisi da un lungo plateau. In entrambe le figure 1.3b e 1.3c è presente un picco molto acuto per l'attributo $satisfaction\_level$. Entrambi i picchi sono quasi simmetrici, se non per lo scalino nella parte finale a destra del punto medio. Questo comportamento non è ripetuto per l'intero dataset. L'attributo *time_spend_company* assume una distribuzione multi-modale per il cluster 7, con 5 picchi nell'intervallo $[0, 0.5]$. Mentre per il cluster 4, *time_spend_company* ha meno variabilità riportando un picco relativamente acuto centrato in 0.25, e altri due picchi meno pronunciati.



(a) (b) (c)

Figura 1.3: Kernel density estimation degli attributi (a) per l'intero dataset, (b) per il cluster 4, e (c) per il cluster 7. Gli acuti picchi dell'attributo $satisfaction\_level$ per i cluster 4 e 7 non sono così pronunciati anche nell'intero dataset.

1.1.4 Visualizzazione del clustering via Principal Component Analysis

I risultati ottenuti dal clustering via K-means sono stati combinati con la PCA per visualizzare la proiezione di ogni punto di dati in due dimensioni. Il dataset ha una forma globulare allungata, simile ad un ellisse. I punti di dati sono molto vicini gli uni agli altri formando un dataset molto denso, in cui i cluster 4 e 5 sono molto definiti, mentre i punti degli altri clusters tendono a mischiarsi. In basso a sinistra è presente una zona di bassa densità di punti appartenenti al cluster 0, mentre in alto a destra vi è un chiaro outlier assegnato al cluster 7. La natura dell'outlier in termini di attributi non è stata approfondita.

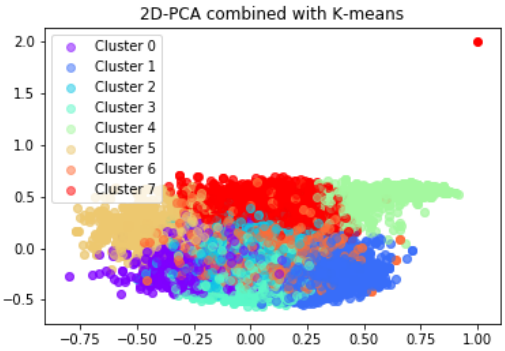


Figura 1.4: visualizzazione del clustering in 2D. Ad ogni punto di dati è associata una label. Ogni label è rappresentata con un colore. Dataset denso a forma di ellisse. Un outlier è chiaramente presente in alto a destra.

1.2 Clustering via DBSCAN

L'analisi dei cluster con il metodo DBSCAN è stata svolta per identificare clusters con forma arbitraria. Con lo scopo di confrontare i risultati ottenuti con K-means, sono stati scelti gli attributi quantitativi e ordinali, e la distanza euclidea per funzione distanza.

1.2.1 Studio dei parametri minPoints ed epsilon

La scelta dei parametri $minPoints$ ed ϵ è stata ispirata dal metodo proposto da Ester et Al. in [1]. Figura 1.5 riporta il grafico delle distanze di ogni punto dati al $k-esimo$ punto dati più vicino, or-

dinate in modo decrescente. [1] I grafici, per valori diversi di k, avevano la stessa forma, e i valori delle ascisse erano uguali per almeno 7 punti decimali. Inoltre, dal momento che i valori di $minPoints$ ed ϵ giocano sullo stesso compromesso, l'analisi è stata portata avanti fissando $minPoints = k + 1$, escludendo il punto dati stesso dal calcolo dei punti vicini.

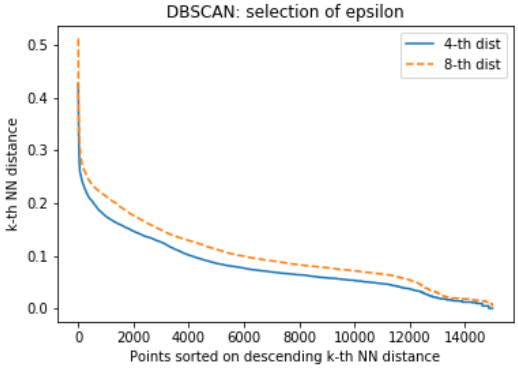


Figura 1.5: Distanza decrescente al $k - th$ punto più vicino per ogni punto dati. La linea continua rappresenta la curva delle distanze per $k = 4$, mentre la linea tratteggiata per $k = 8$. Le curve hanno la stessa forma.

Per la scelta di ϵ, l'idea era quella di trovare il punto di gomito inFigura 1.5. Dalla figura si vede chiaramente che il punto di gomito giace nell'intervallo di valori $\epsilon \in [0.1, 0.3]$. Usando un metodo analogo utilizzato in sottosezione 1.1.2, si è ottenuto come risultato $\epsilon = 0.297$ e $silhouette = 0.301$. Dal momento che il valore ϵ ottenuto era ai margini dell'intervallo di valori predetto visualmente, è stata svolta un'indagine più approfondita per scoprire come variava il valore della *silhouette* al variare di $\epsilon \in [0.1, 0.3]$. L'intervallo è stato diviso arbitrariamente in 30 punti. L'andamento della *silhouette* è mostrato in Figura 1.6. Il grafico assume un plateau a partire da $\epsilon \cong 0.26$, in cui la *silhouette* rimane quasi constante. Selezionando $\epsilon = 0.26$ si è ottenuto un insieme di due clusters rispettivamente di 14958 e 6 elementi, con valore di $silhouette = 0.344$. I rimanenti 35 punti dati sono stati classificati come noise-points.

[1] Per visibilità sono riportate soltanto le curve per $k = 4$ e $k = 8$. Le curve per valori intermedi di k giacciono tra le due curve mostrate in figura.

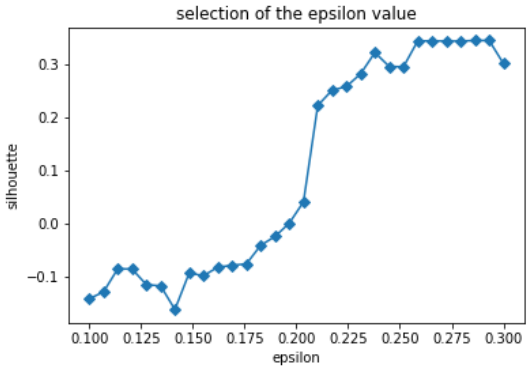


Figura 1.6: Andamento della silhouette per epsilon che varia nell'intervallo $[0.1, 0.3]$. Prima di $\epsilon = 0.2$ la silhouette è negativa, mentre è presente un grande incremento per $\epsilon \cong 0.225$. Dopo $\epsilon \cong 0.26$ è presente un plateau. Si è scelto $\epsilon = 0.26$, ottenendo $silhouette = 0.344$.

1.2.2 Caratterizzazione ed interpretazione dei clusters

I clustering ottenuti per diversi valori di ϵ sono stati caratterizzati analizzando la curva in Figura 1.6. Nell'intervallo di valori $epsilon \in [0.1, 0.2]$ (primi 15 punti sulla curva) il numero di clusters formati varia da 105 fino a 12, in cui sono presenti circa 6 clusters di medie dimensioni, e il resto di dimensioni molto piccole. I noise-points variano da 3278 fino a 281. In questo intervallo si ha $silhouette \leq 0$, il che significa che mediamente i punti di un cluster sono più vicini ai punti di un altro cluster, piuttosto che ai punti del cluster di appartenenza, o che sono presenti troppi clusters. Nella seconda metà del grafico, per $\epsilon \in (0.2, 0.3]$ si inizia a formare un unico grande cluster contenente almeno il 97% dei dati, con il rimanente 3% diviso tra pochi piccoli clusters e noise-points. In particolare, nell'intervallo $[0.26, 0.3)$ la *silhouette* forma un plateau, e sono presenti solo 2 clusters. Investigando i clusters ottenuti nei punti formanti il plateau si è scoperto che i noise-points gradualemente si uniscono ad uno dei 2 clusters. Infine, per $\epsilon = 0.3$ alcuni noise-points si uniscono per formare un piccolo cluster, diminuendo la *silhouette*.

Bibliografia

[1] *Ester, Martin, et al. "A density-based algorithm for discovering clusters in large spatial databases with noise." Kdd. Vol. 96. No. 34. 1996.*