

Задача 2.1

Вариант разностного оператора, аппроксимирующего соответствующую производную на равномерной сетке с шагом h :

$$y_{x,i} = \frac{y_{i+1} - y_i}{h} \approx y'(x_i)$$

Требуется написать программу, демонстрирующую, стремится ли погрешность аппроксимации к 0 при $h \rightarrow 0$ при работе с числами с плавающей точкой. Кроме того, необходимо написать отчет, который должен включать следующее:

- Вывод погрешности аппроксимации дифференциального оператора разностным с учетом того, что значение функции в точке $f(x_i)$ вычисляется с абсолютной погрешностью α_i .
- Вывод оптимального значения шага h_{min} , при котором погрешность аппроксимации минимальна.
- Обоснование выбора функции $f(x)$, для которой будет проводиться численный эксперимент (для удобства $f(x)$ можно подобрать так, чтобы значение только в одной точке считалось с некоторой ошибкой).
- Величина относительной погрешности округления чисел с плавающей точкой ε_1 на ЭВМ, используемом для проведения численного эксперимента (см. стандарт IEEE 754). Оценка на h_{min} через ε_1 .
- Результаты численных экспериментов по поиску \hat{h}_{min} , начиная с которого погрешность аппроксимации начинает расти (или демонстрация того, что ошибка все время падает). Сравнение \hat{h}_{min} и h_{min} .