

Билет 1. Критерий непрерывности в терминах односторонних пределов (Предложение 1, Лекция 13). Доказательство локальных свойств непрерывных функций. Доказательство теоремы о композиции непрерывных функций.

Билет 2. Примеры устранимых разрывов и разрывов 1 и 2 рода. Пример функции, разрывной в каждой точке. Разрывы функции, монотонной на интервале (Предложения 4, Лекция 13).

Билет 3. Доказательство теоремы о нуле непрерывной на отрезке функции (Теорема 1, Лекция 13). Доказательство 1-й теоремы Вейерштрасса.

Билет 4. Доказательство 2-й теоремы Вейерштрасса. Примеры, демонстрирующие важность условий про непрерывность и отрезок в теоремах Вейерштрасса. Доказательство теоремы Больцано – Коши о промежуточном значении.

Билет 5. Примеры равномерно непрерывных и неравномерно непрерывных функций (Лекция 14). Доказательство теоремы Гейне – Кантора (любое).

Билет 6. Доказательство критерия непрерывности монотонной функции. Доказательство теоремы об обратной функции.

Билет 7. Доказательство непрерывности и монотонности функции $f(x) = x^n, n \in \mathbb{N}$. Построение иррациональной степени числа e .

Билет 8. Доказательство монотонности экспоненты и равенства $e^{x+y} = e^x e^y$. Доказательство непрерывности показательной функции на \mathbb{R} .

Билет 9. Непрерывность функции $f(x) = \sin x$. Построение функций

$$f(x) = \ln x, f(x) = \arctan x, f(x) = x^\alpha, \alpha \in \mathbb{R}. \quad (9.1)$$

Доказательство свойств этих функций.

Билет 10. Примеры вычисления дифференциала функции по определению. Доказательство равносильности дифференцируемости и наличия производной.

Билет 11. Уравнение касательной. Геометрическая интерпретация производной и дифференциала. Вывод производной $f(x) = e^x, f(x) = \cos x, f(x) = \sin x$.

Билет 12. Доказательство непрерывности дифференцируемой функции. Пример непрерывной и недифференцируемой в точке функции (с доказательством).

Билет 13. Доказательство правил дифференцирования. Запись этих правил с помощью дифференциалов. Вывод производных функций $f(x) = \operatorname{tg} x, f(x) = \operatorname{sh} x, f(x) = \operatorname{ch} x$.

Билет 14. Доказательство теоремы о производной сложной функции. Инвариантность формы первого дифференциала.

Билет 15. Доказательство теоремы о производной обратной функции. Выводы формул таблицы производных.

Билет 16. Доказательства теорем Ферма и Ролля. Примеры к невыполнению условий теоремы Ролля.

Билет 17. Доказательства теоремы Лагранжа и её следствий.

Билет 18. Доказательство теоремы Коши и её физический смысл.