UE STR

Comment classer les joueurs de caps ?

Classement ELO à la caps

Auteur :
Nawak

2 février 2025

Table des matières

Introduction

Le système de classement a pour objectif de classer les joueurs à l'aide d'un score représentatif de leur niveau de tel sorte que deux joueurs ayant le même score aient sensiblement le même niveau. La proposition qui est détaillée dans ce rapport s'inspire grandement de ce qui se fait aux échecs.

Cependant, quelques modifications et propositions ont été faites pour tenir compte de la réalité statistique de la caps et de ses différentes variantes.

1 Théorie mathématiques du classement

1.1 Notion de force relative

Soit q la probabilité que le joueur A batte le joueur B.

$$q = P(A/B)$$

Cette probabilité peut être approchée en observant le taux de victoire du joueur A sur un grand nombre de parties contre le joueur B.

On définit alors la force relative de A contre B, notée $f_{A/B}(q)$, comme

$$f_{A/B}(q) = \frac{q}{1-q}$$

La force relative de A contre B correspond donc à la probabilité que A gagne contre B sur la probabilité que A perde contre B.

Si $f_{A/B}(q) = 1$, chaque joueur a autant de chance de gagner.
Si $f_{A/B}(q) = 2$, le joueur A a 2 fois plus de chance de gagner que B.

1.2 Probabilité de gain contre un joueur inconnu

On a vu que la force relative dépendait de la probabilité de gain d'un joueur contre un autre.

Cependant, cette probabilité nécessite un grand nombre de parties pour être correctement approchée.

On rajoute donc une hypothèse d'indépendance entre les probabilités de gains des joueurs. Ainsi, si on note :

$$q = P(A/B)$$
$$r = P(B/C)$$
$$s = P(A/C)$$

Alors,

$$f_{A/C}(s) = f_{A/B}(q) * f_{B/C}(r)(1)$$

d'où

$$s = \frac{f(s)}{1 + f(s)}$$

Donc on a un moyen d'évaluer la force relative de deux adversaires qui ne se sont jamais affrontés mais qui ont affronté un adversaire commun.

1.3 Classement et score ELO

L'intérêt du classement et du score ELO est de créer une bijection entre l'ensemble des probabilités de gain de A contre B et les entiers naturels

On cherche donc à définir une fonction $D(q)$:

$$[0;1] \to N$$
$$q \mapsto elo$$

On souhaite transformer la propriété (1) en égalité additive :

$$D(s) = D(q) + D(r)$$

D'où $D(q) = 400 * log(f(q))$ avec 400 qui permet d'étendre la plage de valeur prise par D.

On dispose également de la fonction réciproque :

$$p(D) = \frac{1}{1 + 10^{\frac{-D}{400}}}$$

C'est cette fonction qu'on utilise pour calculer l'elo.

Méthode de calcul :

Soit E_n le score elo à un instant donné, alors on a :

$$E_{n+1} = E_n + K[W - p(D)]$$

Avec :

W : le résulat de la partie (1 : victoire ; 0 : défaite)
K : le coefficient de développement qui permet d'accélérer la convergence vers score elo réel pour les nouveaux joueurs.

2 Ajustements et propositions pour le jeu de la caps

2.1 Initialisation des classements

On propose que chaque nouveau joueur commence à un elo de 400. Il faut ensuite réaliser un choix de K judicieux qui permet à chaque joueur de converger rapidement vers son élo réel.

2.2 Gestion des différents modes de jeu

Il serait judicieux d'ajouter un coefficient α dans la formule du calcul d'elo. Ce coefficient varierait en fonction du mode de jeu (ex : capax, 16 evolve, CD, etc).

La formule devient alors :

$$E_{n+1} = E_n + \alpha K[W - p(D)]$$

En effet, certains modes de jeu présentent une variance plus forte dans les issues des matchs et afin de ne pas introduire de biais il serait intéressant d'ajouter ce coefficient α.

Pour déterminer ce coefficient, il faudrait dans un premier temps séparer les classements elos des différents modes de jeu. Ensuite calculer, la variance de chacun afin de décider de calculer un α adapté.

Cas des modes de jeu à N joueurs (N $>$ 2) :

Une proposition est de considérer la probabilité que chaque joueur a de battre individuellement chaque membre de l'équipe adverse mais de conserver un K adapté à chaque joueur dans le calcul final de l'elo.

Soit A_1,A_2,B_1 et B_2 quatres joueurs dans 2 équipes différentes, on a :

$$\begin{aligned} q_{11} &= P(A_1/B_1) \\ q_{12} &= P(A_1/B_2) \\ q_{21} &= P(A_2/B_1) \\ q_{22} &= P(A_2/B_2) \end{aligned}$$

On fait le choix de dire que la probabilité que l'équipe A gagne contre l'équipe B est :

$$q_A = \frac{q_{11} + q_{12} + q_{21} + q_{22}}{4}$$

On définit par suite, la force relative de l'équipe A contre l'équipe B par :

$$f_{A/B} = \frac{q_A}{1 - q_A}$$

2.3 Évolutivité du modèle et méthodes de calcul

Comme le dispositif repose en grande partie sur des probabilités, il ne sera pas rare de constater des anomalies statistiques pour des nombres de parties faibles.

Il y a aussi de nombreux coefficients qui seront déterminés empiriquement après un nombre de parties importantes. Une 1ère phase de test aura donc lieu. Nous effectuerons un traitement statistique de ces données afin de garantir un classement sans biais et sans abbération.

Notre modèle est aussi sujet à de possibles modifications et ce document n'est qu'une première ébauche d'un système de classement. Il est tout à fait envisageable de l'améliorer au fur et à mesure des retours des joueurs.

Pour toute question ou proposition de modifications, vous pouvez m'envoyer un mail à l'adresse suivante :

robin.audebert@etu.ec-lyon.fr