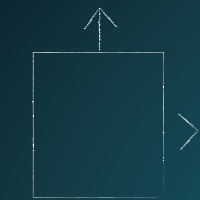
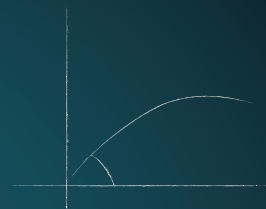


MPEC - MAHIDOL PHYSICS EDUCATION CENTRE



มีน้ำใจ ไม่อวดตัว มัวไม่ทำ



ปูพื้นฐานที่ถูกต้อง ช่วงให้มองเห็นภาพ
สอนหลักการแก้ปัญหา มีปัญญางงของตนเอง

เฉลยข้อสอบเข้าฟิสิกส์สอบน. 2560

ปิยพงษ์ สิริคอง

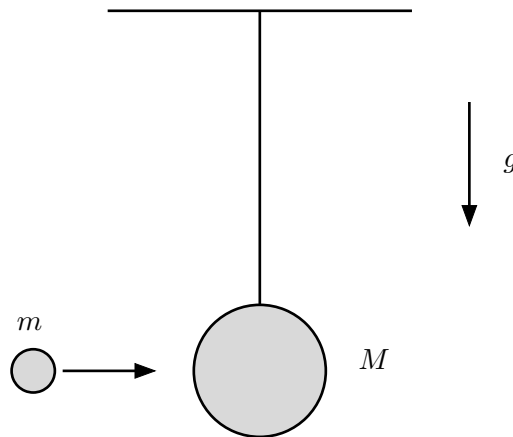
คำแนะนำ

- สัญลักษณ์ g ในข้อสอบหมายถึงขนาดของความเร่งเนื่องจากแรงโน้มถ่วงของโลก
- ข้อที่คำตอบเป็นสัญลักษณ์ไม่ต้องแทนค่า g แต่ข้อที่เป็นตัวเลขให้ใช้ค่า $g = 9.8 \text{ m/s}^2$
- $\sin 37^\circ = \frac{3}{5}$
- เลขอาโวกาโดร : 6.02×10^{23}
- ค่าคงตัวของแก๊ส : $R = 8.31 \text{ J/(mol K)}$
- ความดัน 1 บรรยากาศ = $1.013 \times 10^5 \text{ N/m}^2$

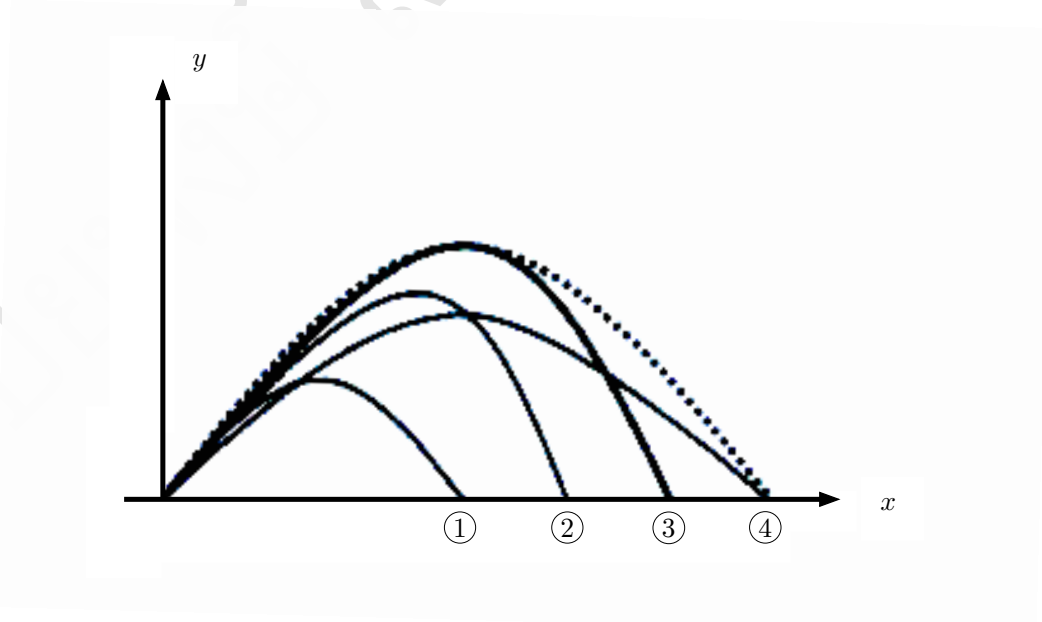
ตอนที่ 1 ข้อสอบแบบเลือกคำตอบ จำนวน 20 ข้อ (50 คะแนน)

- เมื่อวัตถุเคลื่อนที่ด้วยความเร็วสูงในของไหลจะมีแรงต้านที่มีขนาดตั้งสมการ $F = kv^2A$ เมื่อ v คือขนาดความเร็วของวัตถุ และ A คือพื้นที่หน้าตัดของวัตถุ จากสมการนี้ k ควรจะเป็นปริมาณใด
(A) ความหนาแน่น (B) ความหนืด
(C) มวล (D) อัตราการไหล
- กระดานลื่นเป็นเครื่องเล่น โดยทั่วไปมักออกแบบให้ช่วงบนของกระดานมีความชันมาก แล้วค่อย ๆ ลดความชันลงที่ปลายด้านล่างของกระดาน ขนาดของความเร็วและขนาดของความเร่งของเด็กขณะที่เล่นกระดานลื่นจะเป็นอย่างไร
(A) ขนาดของความเร็วและความเร่งคงที่
(B) ขนาดของความเร็วและความเร่งเพิ่มขึ้น
(C) ขนาดของความเร็วเพิ่มขึ้น ขนาดของความเร่งคงที่
(D) ขนาดของความเร็วเพิ่มขึ้น ขนาดของความเร่งลดลง
- ลิฟต์ตัวหนึ่งเดิมอยู่นิ่ง จากนั้นเคลื่อนที่ขึ้นด้วยความเร่งคงตัว 2.0 m/s^2 ในทิศขึ้น เมื่อเวลาผ่านไป 2.0 s หลอดไฟซึ่งอยู่สูงจากพื้นลิฟต์ 2.95 m เริ่มหลุดจากเพดานลิฟต์ จงหาว่าหลอดไฟจะอยู่ในอากาศนานกี่วินาทีก่อนที่จะกระทบพื้นลิฟต์ ให้ใช้ $g = 9.8 \text{ m/s}^2$
(A) $\frac{1}{2}$ (B) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ (C) $\sqrt{2}$ (D) $\frac{3}{\sqrt{2}}$
- ลูกบิงปองมวล m ปริมาตร V ถูกยึดไว้ใต้น้ำด้วยเชือกเส้นหนึ่งที่กั้นภาชนะซึ่งบรรจุด้วยน้ำที่มีความหนาแน่น ρ ถ้าเชือกขาดลูกบิงปองจะลอยขึ้นมาโดยมีขนาดความเร็วมากขึ้นแต่แรงต้านของน้ำจะมากขึ้นตามขนาดของความเร็วไปด้วย จนในที่สุดลูกบิงปองจะมีความเร็วคงตัวค่าหนึ่ง จงหาขนาดของความเร็วคงตัวนี้ กำหนดให้แรงต้านของน้ำต่อการเคลื่อนที่ขึ้นของลูกบิงปองมีขนาดเท่ากับ Cv เมื่อ C เป็นค่าคงที่ และ v เป็นขนาดความเร็วของลูกบิงปองขณะลอยขึ้นมา
(A) $\frac{\rho V g}{C}$ (B) $\frac{mg + \rho V g}{C}$ (C) $\frac{mg - \rho V g}{C}$ (D) $\frac{\rho V g - mg}{C}$
- ลูกบอลสองลูกมีมวลเท่ากัน ปล่อยจากที่ระดับความสูงเดียวกัน กระทบพื้นด้วยช่วงเวลาที่เท่ากัน แต่ลูกบอลลูกที่ 1 กระดอนขึ้นจากพื้นได้สูงกว่าลูกบอลลูกที่ 2 ถ้า F_1 และ F_2 คือขนาดของแรงที่พื้นกระทำต่อลูกบอลลูกที่ 1 และลูกที่ 2 ตามลำดับ จงเปรียบเทียบขนาดของแรงทั้งสอง (ไม่ต้องคำนึงถึงแรงต้านอากาศ)
(A) $F_1 > F_2$
(B) $F_1 < F_2$
(C) $F_1 = F_2$
(D) F_1 อาจจะมากกว่าหรือน้อยกว่า F_2 ขึ้นกับขนาดของลูกบอลทั้งสอง

6. วัตถุมวล $m = 0.20 \text{ kg}$ ความเร็ว 3.0 m/s เข้าชนทรงกลมมวล $M = 1.0 \text{ kg}$ ซึ่งห้อยอยู่นิ่ง ๆ ด้วยเชือกเบาดังรูป หลังชนวัตถุมวล m ตกลงตรง ๆ ในแนวดิ่ง จงหาระยะในแนวดิ่งสูงสุดที่ทรงกลมมวล M เคลื่อนที่ขึ้นได้หลังการชน

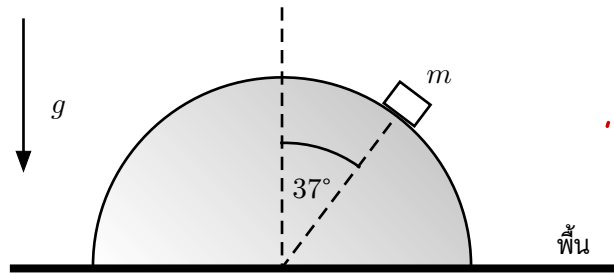


- (A) 0.092 m (B) 0.013 m (C) 0.018 m (D) 0.45 m
7. นักยิงธนูค่อย ๆ เหนี่ยวสายธนูโดยดึงลูกธนูมวล 20 g เข้าหาตัวเป็นระยะ 0.60 m และให้ธนูนิ่งขณะเล็งเป้า โดยในขณะที่เขาดึงธนูนั้น เขาต้องค่อย ๆ เพิ่มขนาดของแรงดึงขึ้น และเมื่อดึงลูกธนูเป็นระยะ 0.6 m เขาต้องใช้แรง 120 N พอดี จงหาขนาดความเร็วของลูกธนูเมื่อปล่อยสายธนู กำหนดให้ความยืดหยุ่นของคันธนูเป็นไปตามกฎของฮุก และพลังงานทั้งหมดในสายธนูส่งผ่านไปยังลูกธนู
- (A) 19 m/s (B) 27 m/s (C) 60 m/s (D) 85 m/s
8. จากรูป กราฟเส้นประแสดงเส้นทางการเคลื่อนที่แบบโพรเจกไทล์ในกรณีที่ไม่มีแรงต้านอากาศ โดยแกน x แสดงตำแหน่งในแนวระดับ แกน y แสดงตำแหน่งในแนวดิ่ง หากเปลี่ยนเงื่อนไขให้เป็นแบบที่มีแรงต้านอากาศ กราฟของเส้นทางการเคลื่อนที่จะเป็นดังเส้นใด



- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4

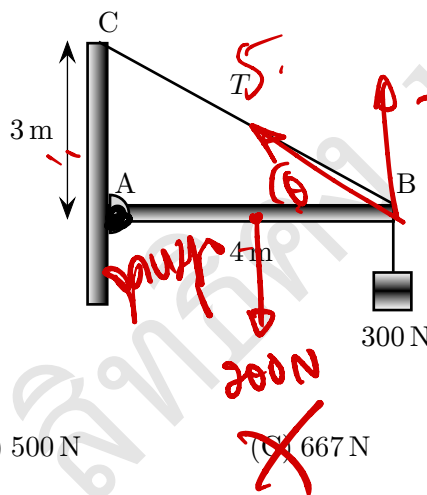
9. ปล่อยมวล m ให้ไถลงจากครึ่งทรงกลมกลิ้ง โดยเริ่มต้นไถจากหยุดหนึ่งที่มุม 37° กับแนวตั้ง ดังรูป มวล m จะหลุดจากผิวทรงกลมที่มุมใดวัดจากแนวตั้ง



$N = 0$
 $\Sigma F_r + mv^2 = \Sigma F_c$
 $mg \cos \theta = \frac{1}{2}mv^2$
 $g(\cos \theta) = \frac{1}{2}v^2$

- (A) $\arccos \frac{2}{5}$ (B) $\arccos \frac{2}{3}$ (C) $\arccos \frac{3}{10}$ (D) $\arccos \frac{8}{15}$

10. คานสม่ำเสมอ AB ยาว 4.0 m มีน้ำหนัก 200 N ปลายคาน A ตรึงด้วยบานพับเส้นติดกับกำแพง ปลายคาน B มีเชือกผูกโยงไว้กับกำแพงที่จุด C และมีน้ำหนัก 300 Nแขวนอยู่ด้วย ดังรูป จงหาขนาดของแรงดึงในเส้นเชือก T



$M_{\text{คาน}} = M_{\text{น้ำหนัก}}$

$T \sin \theta = 200(1) + 300(4)$

$T \left(\frac{3}{5} \right) = 400 + 1200$

$T \left(\frac{3}{5} \right) = 1600$

$T = \frac{1600 \times 5}{3}$

- (A) 400 N (B) 500 N (C) 667 N (D) 833 N

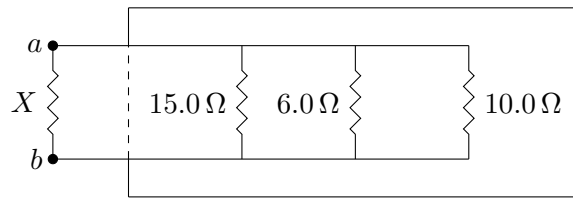
11. อนุภาคมีประจุสามอนุภาค ได้แก่ $-12 \mu\text{C}$, $+27 \mu\text{C}$ และ q วางอยู่บนแกน x โดยที่แต่ละอนุภาคอยู่ในสมดุลภายใต้แรงไฟฟ้า ถ้าอนุภาค $-12 \mu\text{C}$ อยู่ที่จุดกำเนิด และอนุภาค $+27 \mu\text{C}$ อยู่ที่ตำแหน่ง $x = +10 \text{ cm}$ จงหาตำแหน่งของประจุ q

- (A) -20 cm (B) -10 cm (C) -4 cm (D) $+20 \text{ cm}$

12. ประจุ $+2Q$ ถูกตรึงอยู่ที่จุดกำเนิดและประจุ $-Q$ ถูกตรึงอยู่ที่จุด $(6, 0)$ สนามไฟฟ้าลัพธ์เนื่องจากประจุทั้งสองที่จุด $(3, 4)$ มีทิศทางทำมุมเท่าใดกับแกน $+x$

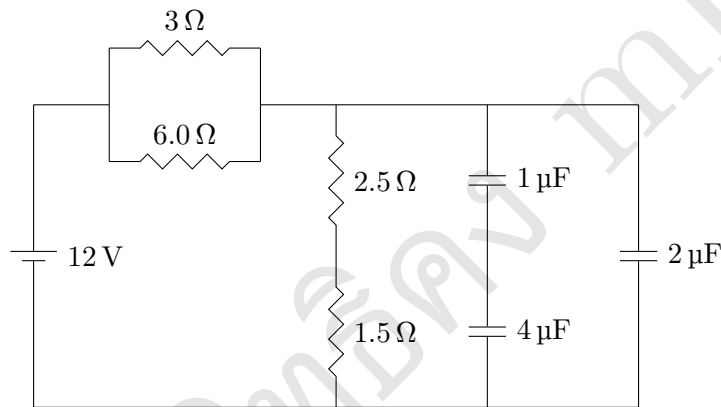
- (A) $\arctan \frac{4}{9}$ (B) $\arctan \frac{1}{2}$ (C) $\arctan \frac{3}{4}$ (D) $\arctan 2$

13. อุปกรณ์ไฟฟ้าอันหนึ่งมีตัวต้านทาน X ซึ่งต่อขนานกับตัวต้านทานอื่น ๆ อีกสามตัว ดังรูป เมื่อใช้โอมมิเตอร์วัดคร่อมจุด a และ b อ่านค่าได้ 2.0 โอห์ม ความต้านทาน X มีค่าเป็นกี่โอห์ม



- (A) 1.2 (B) 3.0 (C) 5.0 (D) 6.0

14. วงจรหนึ่งประกอบด้วยตัวต้านทานและตัวเก็บประจุ ดังรูป เมื่อต่อแหล่งจ่ายที่มีความต่างศักย์ 12 V เข้ากับวงจรและปล่อยให้ประจุเข้าไปเก็บในตัวเก็บประจุทุกตัวจนเต็ม จงหาค่าของประจุที่สะสมอยู่ในตัวเก็บประจุ $4 \mu\text{F}$ ในหน่วยไมโครคูลอมบ์



- (A) 6.4 (B) 9.6 (C) 21 (D) 40

15. ต่อเส้นลวดตัวนำอันหนึ่งที่มีความต้านทาน R เข้ากับแหล่งจ่ายไฟให้มีความต่างศักย์คงตัว หากนำลวดนี้มาดัดให้ยืดออกจนมีความยาวเป็น x เท่าของความยาวเดิม โดยที่ปริมาตรของลวดยังเท่าเดิม กำลังไฟฟ้าที่สูญเสียที่ตัวต้านทานนี้จะมีค่าเป็นกี่เท่าของเดิม

- (A) x (B) x^2 (C) $\frac{1}{x}$ (D) $\frac{1}{x^2}$

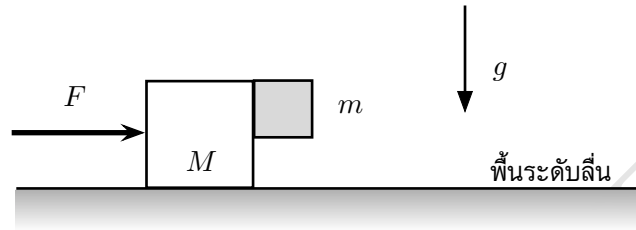
16. ทรงกลมตันสองอันทำจากวัสดุคนละชนิดกัน มีรัศมี a และ b ตามลำดับ นำทรงกลมทั้งสองไปลอยน้ำ พบว่าทรงกลมอันแรกมีปริมาตรส่วนที่พุดน้ำเป็น $\frac{\pi a^3}{3}$ และทรงกลมอีกอันมีปริมาตรของส่วนที่จมน้ำเป็น $\frac{8\pi b^3}{9}$ อัตราส่วนของความหนาแน่นของทรงกลมทั้งสองเป็นเท่าใด

- (A) 9 : 8 (B) 9 : 4 (C) 8 : 3 (D) 4 : 3

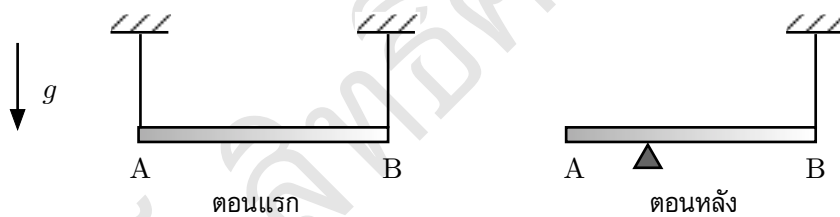
17. หลอดแก้วบรรจุปรอทอยู่ปริมาณหนึ่ง เมื่อคว่ำลงในอ่างเปิดที่บรรจุปรอทอยู่ พบว่าผิวปรอทในหลอดแก้วอยู่สูงกว่าผิวปรอทในอ่างเป็นระยะ 10 มิลลิเมตร จงหาความดันเหนือผิวปรอทในหลอดแก้วในหน่วยมิลลิเมตรปรอท กำหนดให้ความดันบรรยากาศขณะนั้นคือ 750 มิลลิเมตรปรอท
- (A) 0 (B) 740 (C) 750 (D) 760
18. ภาชนะหุ้มฉนวนความร้อนบรรจุน้ำมันอยู่ภายในจำนวน 0.075 kg เมื่อใส่น้ำ 0.250 kg อุณหภูมิ 80°C ลงไปในภาชนะ ปิดฝาให้สนิท แล้วปล่อยให้ น้ำและน้ำมันเข้าสู่สมดุลความร้อน พบว่าน้ำมันมีอุณหภูมิในหน่วยองศาเซลเซียสเพิ่มเป็นสามเท่าของอุณหภูมิเดิม จงหาอุณหภูมิเริ่มต้นของน้ำมันก่อนที่จะใส่น้ำลงในภาชนะ กำหนดให้ ความร้อนจำเพาะของน้ำมันเป็น $1.4 \times 10^3 \text{ J}/(\text{kg K})$ และความร้อนจำเพาะของน้ำเป็น $4.2 \times 10^3 \text{ J}/(\text{kg K})$
- (A) 18°C (B) 20°C (C) 25°C (D) 29°C
19. ภาชนะขนาด $0.25 \text{ m} \times 0.60 \text{ m} \times 0.50 \text{ m}$ บรรจุแก๊สไนโตรเจนที่อุณหภูมิ 27°C และมีความดันเท่ากับ 0.05 บรรยากาศ จำนวนโมเลกุลของแก๊สไนโตรเจนในภาชนะนี้มีค่าประมาณเท่าใด
- (A) 10^{24} (B) 10^{23} (C) 10^{19} (D) 10^{18}
20. นำวัตถุไปวางหน้าเลนส์นูนที่วางอยู่หน้ากระจกนูน โดยเลนส์และกระจกอยู่ห่างกัน 5 cm เมื่อเลื่อนวัตถุไปมาจนได้ภาพที่ตำแหน่งเดียวกับวัตถุ พบว่าวัตถุอยู่ห่างจากเลนส์นูน 30 cm ถ้ากระจกนูนมีรัศมีความโค้ง 15 cm เลนส์นูนจะมีความยาวโฟกัสเท่าใดในหน่วย cm
- (A) 4.3 (B) 7.5 (C) 12 (D) 20
-

ตอนที่ 2 ข้อสอบแบบเติมคำตอบ จำนวน 10 ข้อ (50 คะแนน)

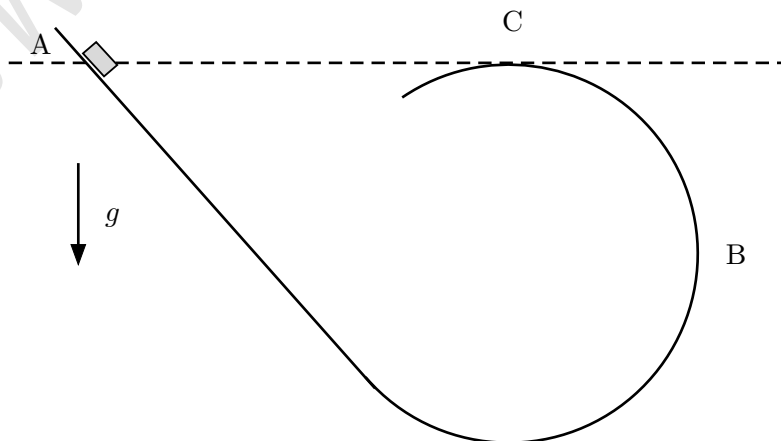
1. ขว้างก้อนหินขึ้นจากพื้นระดับ พบว่าเมื่อก้อนหินขึ้นไปได้สูงครึ่งหนึ่งของระยะสูงสุด ความเร็วของวัตถุมีทิศทำมุม 60° วัดเทียบกับแนวระดับ จงหามุมที่ก้อนหินถูกขว้างจากพื้นวัดเทียบกับพื้นระดับ
2. จะต้องออกแรง F ด้วยขนาดอย่างน้อยเท่าไร เพื่อดันมวล M ให้เคลื่อนที่บนพื้นระดับลื่น และมีมวล m ติดอยู่กับมวล M โดยที่มวล m ไม่ไถลลงมา ดังรูป กำหนดให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเสียดทานสถิตระหว่าง M และ m เท่ากับ 0.50



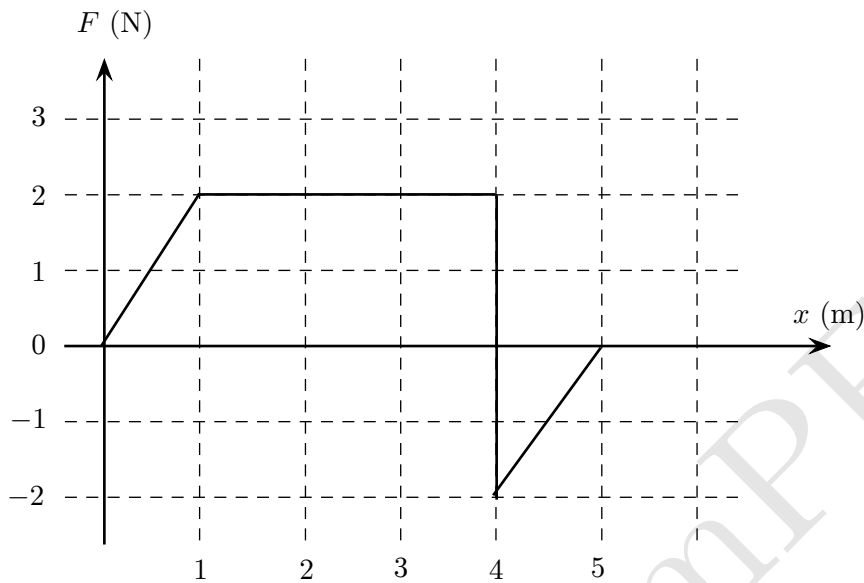
3. ท่อนวัตถุ AB มวลไม่สม่ำเสมอ ยาว $3L$ เมื่อผูกเชือกห้อยปลายทั้งสองข้างให้ท่อนวัตถุอยู่ในสมดุล โดยที่ท่อนวัตถุวางตัวในแนวระดับและเชือกทั้งสองเป็นเส้นตรงในแนวตั้ง พบว่าแรงดึงเชือกที่ปลาย A เท่ากับ T ต่อมาเมื่อนำเชือกปลายด้าน A ออก และนำลิ้มมาค้ำยันท่อนวัตถุที่ระยะห่างจากปลาย A เท่ากับ L พบว่าท่อนวัตถุยังคงอยู่ในสมดุลและวางตัวในแนวระดับและแรงดึงเชือกที่ปลาย B เท่ากับ T จงหาว่าท่อนวัตถุมีน้ำหนักเป็นกี่เท่าของ T



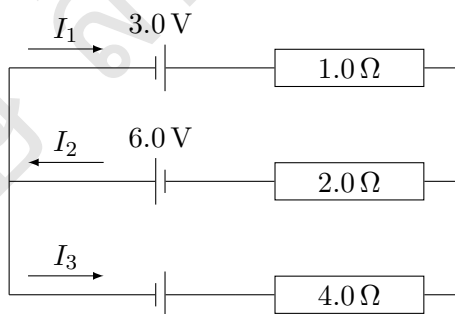
4. ปล่อยวัตถุมวล m ลงรางลื่นที่ตำแหน่ง A ซึ่งอยู่ในแนวระดับเดียวกับตำแหน่ง C ดังรูป วัตถุไถลไปตามรางจนถึงส่วนที่เป็นวงกลม เมื่อถึงตำแหน่ง B ทิศทางความเร็วของวัตถุอยู่ในแนวตั้งพอดี แรงลัพธ์ที่กระทำต่อวัตถุมีขนาดเท่าใดที่ตำแหน่ง B



5. วัตถุชิ้นหนึ่งเคลื่อนที่เป็นเส้นตรงในทิศ $+x$ โดยแรงที่กระทำต่อวัตถุมีค่าขึ้นกับตำแหน่งดังแสดงในกราฟ จงหางานเนื่องจากแรงนี้ที่กระทำต่อวัตถุในช่วง $x = 0 \text{ m}$ จนถึง $x = 5 \text{ m}$

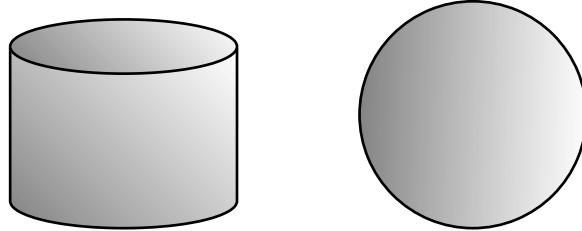


6. ทรงกลมตัวนำสองอันรัศมี a และ b แต่ละอันมีประจุ Q หากนำลวดตัวนำยาวมาเชื่อมระหว่างทรงกลมทั้งสอง พบว่าสุดท้ายทรงกลมรัศมี a มีประจุ $+\frac{Q}{3}$ จงหาอัตราส่วน $\frac{b}{a}$ (ประจุในแต่ละทรงกลมมีการกระจายตัวอย่างสม่ำเสมอทั่วผิวทรงกลม ทั้งก่อนและหลังการเชื่อมต่อ)
7. จากรูป วงจรไฟฟ้ากระแสตรงประกอบด้วยตัวต้านทาน 3 ตัว และแบตเตอรี่ 3 ตัว โดยมีค่าตามรูป และมีแบตเตอรี่ตัวหนึ่งไม่ได้บอกค่าไว้ ถ้า $I_1 = 2.0 \text{ A}$ จงหาค่าของ I_3



8. ถังทรงกระบอกรัศมี 1.0 m เป็ดฝา มีน้ำบรรจุอยู่ ถ้าเจาะรูที่ฐานล่างสุดของถัง และพบว่าน้ำไหลออกจากรูด้วยอัตราการไหลเท่ากับ $\frac{8\pi}{100} \text{ m}^3/\text{s}$ จงหาอัตราเร็วของพิน้ำในถังในหน่วย cm/s

9. ทรงกระบอกตันและทรงกลมตันทำมาจากทองแดง โดยพื้นที่หน้าตัดของทรงกระบอกมีเส้นผ่านศูนย์กลางเท่ากับเส้นผ่านศูนย์กลางของทรงกลม และทั้งคู่มีปริมาตรเท่ากัน เมื่อนำมาให้ความร้อนในปริมาณที่เท่ากัน วัตถุทั้งสองเกิดการขยายตัวตามความร้อนโดยมีปริมาตรเพิ่มขึ้นเท่ากัน และแต่ละชิ้นมีรูปทรงแบบเดิม จงหาอัตราส่วนระหว่างความสูงที่เปลี่ยนไปของทรงกระบอกเทียบกับเส้นผ่านศูนย์กลางที่เปลี่ยนไปของทรงกลม



10. วางวัตถุไว้หน้าเลนส์อันหนึ่ง ทำให้เกิดภาพคมชัดที่ฉากซึ่งอยู่ด้านหลังเลนส์และห่างจากเลนส์เป็นระยะ 45 cm ถ้าขยับเลนส์ไปไกลจากวัตถุห่างจากตำแหน่งเดิมไปอีก 6 cm จะต้องเลื่อนฉากเข้ามาใกล้เลนส์อีก 3 cm จึงจะได้ภาพคมชัดอีกครั้ง จงหาความยาวโฟกัสของเลนส์อันนี้

เฉลย ข้อสอบเข้าค่าย 1 สอวน. 2560

ตอนที่ 1

1. เราหาว่า k เป็นปริมาณชนิดใดโดยดูว่า k มีหน่วยอะไรในระบบ SI จากสมการที่ให้มาเราได้ว่า

$$k = \frac{F}{v^2 A}$$

ดังนั้น

$$\text{หน่วยของ } k \text{ คือ } \frac{\text{kg m/s}^2}{\text{m}^2/\text{s}^2 \text{ m}^2} = \text{kg/m}^3$$

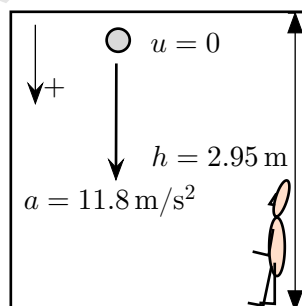
ซึ่งเราเห็นได้ว่าเป็นหน่วยของความหนาแน่นมวลต่อปริมาตร คำตอบจึงเป็นข้อ (A) ความหนาแน่น

2. เนื่องจากกระดานลื่นไม่มีแรงเสียดทานจึงไม่มีการสูญเสียพลังงาน พลังงานศักย์โน้มถ่วงของเด็กที่ลดลงจะทำให้พลังงานจลน์ของเด็กเพิ่มขึ้น อัตราเร็วของเด็กจะเพิ่มขึ้นขณะลงมา แต่ที่ขณะใด ๆ บนพื้นเอียง ความเร่งของเด็กจะมีสองส่วนประกอบ คือ

1. ความเร่งในแนวของความเร่งซึ่งมีขนาดเท่ากับ $g \sin \theta$ โดยที่ θ คือมุมที่พื้นเอียงของกระดานลื่นตรงนั้นทำกับแนวระดับ และ
2. ความเร่งในแนวที่ตั้งฉากกับความเร่งนั้น (หรือความเร่งเข้าสู่ศูนย์กลาง) ซึ่งมีขนาดเท่ากับ v^2/R โดยที่ R คือรัศมีความโค้งของกระดานลื่นที่ตำแหน่งนั้น เราจะสมมุติว่าที่ปลายล่างกระดานแทบจะเป็นระนาบแบน นั่นคือมีรัศมีความโค้งใหญ่มาก

ข้างบนของกระดานมีความชันมากความเร่งจึงมีขนาดมาก แต่เมื่อเด็กเคลื่อนที่ลงมาความลาดชันจะน้อยลงทำให้ขนาดความเร่งลดลง คำตอบจึงเป็นข้อ (D) ขนาดของความเร่งเพิ่มขึ้น ขนาดของความเร่งลดลง

3. ปัญหาข้อนี้ใช้การเคลื่อนที่ของหลอดไฟสัมพันธ์กับผู้สังเกตในลิฟต์ (พื้นลิฟต์) จะง่าย

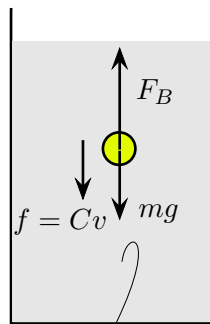


ตอนที่หลอดไฟหลุดจากเพดาน ทั้งหลอดไฟและพื้นลิฟต์มีความเร็วเท่ากัน ดังนั้นความเร็วสัมพัทธ์ตั้งต้นของหลอดไฟเทียบกับพื้นลิฟต์เป็นศูนย์ $u = 0$ เมื่อหลอดไฟหลุดจากเพดาน หลอดไฟมีความเร่งเทียบกับโลกขนาด $g = 9.8 \text{ m/s}^2$ ทิศลง แต่ลิฟต์กำลังเคลื่อนที่ขึ้นด้วยความเร่งขนาด 2.0 m/s^2 ในทิศขึ้น ดังนั้นความเร่งของหลอดไฟเทียบกับพื้นลิฟต์มีขนาดเท่ากับ 11.8 m/s^2 ในทิศลง การกระจัดของหลอดไฟเทียบกับพื้นลิฟต์ตั้งแต่หลุดจากเพดานจนกระทบพื้นลิฟต์มีขนาดเท่ากับ ความสูงของเพดานลิฟต์จากพื้นลิฟต์ ถ้าเราให้ทิศลงแทนด้วยเครื่องหมายบวก เราจะได้ว่า

$u = 0, a = +11.8 \text{ m/s}^2, \Delta y = +2.95 \text{ m}$ ในการหาเวลาที่หลอดไฟตกถึงพื้นลิฟต์เราใช้ความสัมพันธ์

$$\begin{aligned}\Delta y &= u\Delta t + \frac{1}{2}a\Delta t^2 \\ 2.95 \text{ m} &= 0 + \frac{1}{2} \times 11.8 \text{ m/s}^2 \times \Delta t^2 \\ \Delta t &= \frac{1}{\sqrt{2}} \text{ s}\end{aligned}$$

4. สถานการณ์เป็นดังรูป ขณะที่ลูกบิ๊งบอลลอยขึ้นมีแรงน้ำหนัก mg แรงพยุง $F_B = \rho Vg$ และแรงต้านจากน้ำขนาด $f = Cv$ ทำต่อลูกบิ๊งบอง เมื่อลูกบิ๊งบองมีความเร็วคงตัว ความเร่งของลูกบิ๊งบองเป็นศูนย์ และแรงทั้งหมดต้องบวก



กันเป็นศูนย์

$$\rho Vg - mg - Cv = 0 \Rightarrow v = \frac{\rho Vg - mg}{C}$$

5. ในช่วงที่ลูกบอลกระทบพื้นแรงที่กระทำต่อลูกบอลมีสองแรงคือแรงที่พื้นดันขึ้น F_N และแรงน้ำหนัก $W = mg$ ของลูกบอล ให้ v_i และ v_f เป็นอัตราเร็วของลูกบอลก่อนกระทบพื้นพอดีและหลังกระทบพื้นพอดีตามลำดับ จากกฎการเคลื่อนที่ของนิวตัน เราได้ว่า

$$F_N - mg = m \left(\frac{v_f - v_i}{\Delta t} \right) \Rightarrow F_N = mg + m \left(\frac{v_f - v_i}{\Delta t} \right)$$

ความสูง h ที่ลูกบอลกระดอนขึ้นมีความสัมพันธ์กับอัตราเร็ว v_f ที่ลูกบอลกระดอนขึ้นตามความสัมพันธ์

$$\frac{1}{2}mv_f^2 = mgh \Rightarrow v_f = \sqrt{2gh}$$

ดังนั้นเราได้ว่า

$$F_N = mg + m \left(\frac{\sqrt{2gh} - v_i}{\Delta t} \right)$$

ลูกบอลทั้งสองถูกปล่อยลงมาจากที่สูงเท่ากัน ดังนั้นมี v_i ก่อนกระทบพื้นเท่ากัน แต่ความสูงที่กระดอนขึ้น h_1 ของลูกที่ 1 สูงกว่าความสูง h_2 ของลูกที่สอง เราจึงสรุปได้ว่า $F_1 > F_2$

6. ทรงกลมจะขึ้นไปถึงแคไหนขึ้นอัตราเร็ว V ของทรงกลมหลังถูกชนพอดีซึ่งหาได้โดยใช้หลักอนุรักษ์โมเมนตัมเชิงเส้นในแนวระดับ

$$mu + 0 = m(0) + MV \Rightarrow V = \frac{m}{M}u$$

โดยที่ $u = 3.0 \text{ m/s}$ คืออัตราเร็วของวัตถุมวล m ก่อนชน เราหาความสูงที่ทรงกลมขึ้นไปได้จากหลักอนุรักษ์พลังงาน

$$Mgh = \frac{1}{2}MV^2 \Rightarrow h = \frac{1}{2g} \left(\frac{m}{M}u \right)^2 = \frac{1}{2 \times 9.8 \text{ m/s}^2} \left(\frac{0.20 \text{ kg}}{1.0 \text{ kg}} \times 3.0 \text{ m/s} \right)^2 = 0.018 \text{ m}$$

7. อัตราเร็วของลูกธนูมีค่าขึ้นกับพลังงานจลน์ของลูกธนูตอนที่หลุดจากสายธนู และจากหลักอนุรักษ์พลังงานที่โจทย์กำหนดมา เราพบว่าพลังงานจลน์ของลูกธนูมีค่าเท่ากับพลังงานศักย์ของคันธนูซึ่งมีค่าเท่ากับ $\frac{1}{2}kx^2$ โดยที่ k คือค่าคงตัวสปริงของคันธนูและ x คือระยะที่ดึงลูกธนู

$$\frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}kx^2 \Rightarrow v = \left(\sqrt{\frac{k}{m}} \right) x$$

เราหา k ได้จาก

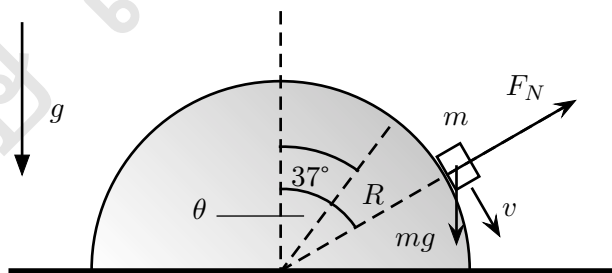
$$F = kx \Rightarrow k = \frac{F}{x}$$

เมื่อเราแทนค่า k ที่ได้ลงในสมการข้างบน เราจะได้ว่า

$$v = \left(\sqrt{\frac{F}{mx}} \right) x = \sqrt{\frac{Fx}{m}} = \sqrt{\frac{120 \text{ N} \times 0.6 \text{ m}}{20 \times 10^{-3} \text{ kg}}} = 60 \text{ m/s}$$

8. เส้นทาง ① ผิดเพราะเป็นเส้นทางรูปพาราโบลาที่มีขนาดเล็ก แต่เส้นทางแท้จริงไม่ใช่รูปพาราโบลาแน่นอน เส้นทาง ③ ผิดเพราะให้แนวการเคลื่อนที่ตอนขาขึ้นเหมือนกับกรณีที่ไม่มีแรงต้านอากาศเลยซึ่งเป็นไปไม่ได้ เส้นทาง ④ ผิดเพราะให้ระยะตามแนวระดับเท่ากับกรณีที่ไม่มีแรงต้านอากาศเลยซึ่งเป็นไปไม่ได้ ดังนั้นคำตอบที่ถูกต้องคือเส้นทาง ②

9. เราใช้ความรู้ว่าเมื่อวัตถุหลุดจากผิวครึ่งทรงกลม แรงปฏิกิริยา F_N ซึ่งเป็นแรงสัมผัสจะเป็นศูนย์ เราหาแรงปฏิกิริยาจากกฎการเคลื่อนที่ของนิวตันในแนวรัศมี



ณ ตำแหน่งที่เส้นรัศมีจากจุดศูนย์กลางไปยังวัตถุทำมุม θ กับแนวตั้ง สมการการเคลื่อนที่ในแนวรัศมีให้

$$F_N - mg \cos \theta = m \left(-\frac{v^2}{R} \right)$$

โดยที่ v คืออัตราเร็วของวัตถุที่จุดนั้น เราใช้หลักอนุรักษ์พลังงานหาอัตราเร็ว v นี้

$$\frac{1}{2}mv^2 = mg(R \cos 37^\circ - R \cos \theta) \Rightarrow \frac{v^2}{R} = 2g(\cos 37^\circ - \cos \theta)$$

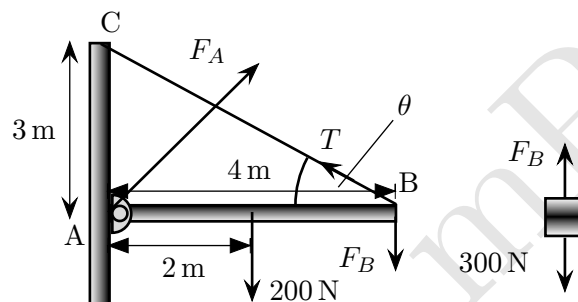
แทนค่า v^2/R ที่ได้นี้ลงในสมการการเคลื่อนที่ เราได้ว่า

$$F_N = mg \cos \theta - m [2g (\cos 37^\circ - \cos \theta)] = 3mg \cos \theta - 2mg \times \frac{4}{5}$$

ตอนที่วัตถุหลุดจากผิวทรงกลม $F_N = 0$ ณ ตำแหน่งนี้เราจึงได้ว่า

$$\cos \theta = \frac{8}{15} \Rightarrow \theta = \arccos \left(\frac{8}{15} \right)$$

10. แรงดึงเชือกทำที่ผนังกำแพงกับที่คาน เราไม่รู้อะไรเกี่ยวกับผนัง แต่เรารู้ขนาดและความยาวคาน ดังนั้นเราควรพิจารณาคานเป็นวัตถุที่เราสนใจ เราวาดรูปแผนภาพแรงที่กระทำต่อคานดังรูปข้างล่าง



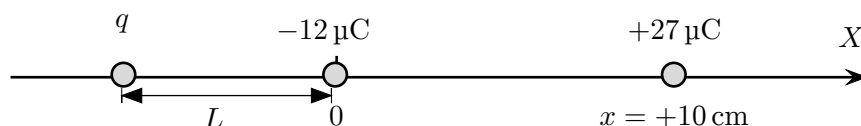
แรงที่กระทำต่อคานคือน้ำหนัก 200 N ของคานทำที่กึ่งกลางคานในทิศลง แรงดึงเชือก T ที่ปลาย B แรงขนาด F_A ที่บานพับทำที่ปลาย A เนื่องจากเราไม่รู้ขนาดและทิศทางของแรง \vec{F}_A เราจะพิจารณาความสมดุลเชิงหมุนของคานโดยเลือกคิดทอร์กรอบจุด A ถ้าเราให้ทิศทางทวนเข็มนาฬิกาเป็นบวก เราจะได้ว่า

$$(0)F_A - 2 \text{ m} \times 200 \text{ N} - 4 \text{ m} \times F_B + 4.0 \text{ m} \times T \sin \theta = 0$$

แต่จากความสมดุลของก้อนน้ำหนัก 300 N ที่แขวนที่ปลาย B เราได้ว่า $F_B = 300 \text{ N}$ เมื่อแทนค่า F_B ลงในสมการทอร์ก และแทนค่า $\sin \theta = 3/5$ เราจะได้ว่า

$$T = \frac{2 \text{ m} \times 200 \text{ N} + 4 \text{ m} \times 300 \text{ N}}{4.0 \text{ m} \times \frac{3}{5}} = \frac{2000}{3} \text{ N} = 667 \text{ N}$$

11. ก่อนอื่นสังเกตว่าประจุ q ไม่สามารถสมดุลอยู่ระหว่างประจุ $-12 \mu\text{C}$ กับประจุ $+27 \mu\text{C}$ ได้เพราะแรงที่กระทำต่อประจุจะไปทางเดียวกันทั้งสองแรง และประจุ q ไม่สามารถอยู่ทางขวาของประจุ $+27 \mu\text{C}$ ได้เพราะแรงผลักไปทางขวาจากประจุบวกจะมากกว่าแรงดึงดูดไปทางซ้ายจากประจุลบเนื่องจากประจุบวกมีขนาดมากกว่าและอยู่ใกล้กว่าประจุ q จึงต้องอยู่ทางซ้ายของประจุลบ ให้ L เป็นระยะของประจุ q จากจุดกำเนิดดังรูป



ประจุ q อยู่ในสมดุล แสดงว่าขนาดของแรงที่ประจุ $-12 \mu\text{C}$ ทำมีค่าเท่ากับขนาดของแรงที่ประจุบวก $+27 \mu\text{C}$ ทำ

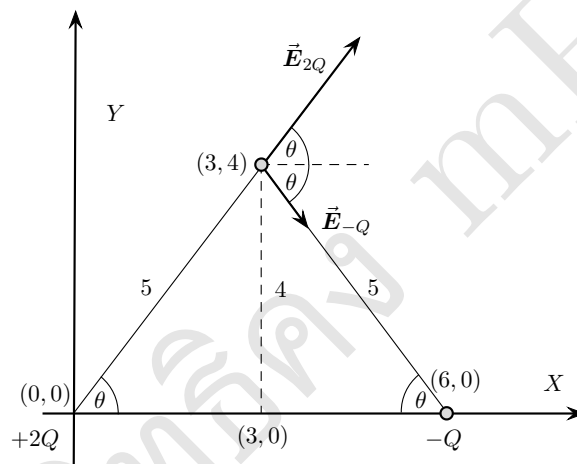
$$\frac{k12 \mu\text{C}}{L^2} = \frac{k27 \mu\text{C}}{(L + 10 \text{ cm})^2}$$

$$2(L + 10 \text{ cm}) = \pm 3L$$

$$L = 20 \text{ cm} \quad \text{หรือ} \quad L = -4 \text{ cm}$$

เราต้องเลือกค่า L ที่เป็นบวกเพราะประจุ q ต้องอยู่ทางซ้ายของประจุ $-12 \mu\text{C}$ ดังนั้นตำแหน่งของประจุ q คือ $x = -20 \text{ cm}$

12. รูปข้างล่างแสดงทิศทางของสนามไฟฟ้าจากประจุแต่ละประจุ จากเรขาคณิตเราเห็นว่า $\tan \theta = \frac{4}{3}$ เราทราบว่าสนามไฟฟ้าจากประจุจุดมีขนาด $E = kQ/r^2$ และจากเรขาคณิตเราเห็นว่าระยะจากแต่ละประจุจุดไปยังจุด $(3, 4)$ เท่าเท่ากัน ดังนั้นขนาดสนามไฟฟ้าจากประจุ $2Q$ จึงมีขนาดเป็นสองเท่าของสนามไฟฟ้าจากประจุ $-Q$



เราหาทิศทางของสนามไฟฟ้าลัพธ์ \vec{E} จากส่วนประกอบของสนามไฟฟ้า ถ้าให้ ϕ เป็นมุมที่สนามไฟฟ้าลัพธ์ทำกับแกน $+x$ เราจะได้ว่า

$$\tan \phi = \frac{E_y}{E_x} = \frac{E_{2Q,y} + E_{-Q,y}}{E_{2Q,x} + E_{-Q,x}}$$

$$= \frac{E_{2Q} \sin \theta - E_{-Q} \sin \theta}{E_{2Q} \cos \theta + E_{-Q} \cos \theta}$$

$$= \frac{E_{-Q} (2 \sin \theta - \sin \theta)}{E_{-Q} (2 \cos \theta + \cos \theta)}$$

$$= \frac{\sin \theta}{3 \cos \theta} = \frac{1}{3} \tan \theta = \frac{4}{9}$$

ดังนั้นสนามไฟฟ้าลัพธ์เนื่องจากประจุทั้งสองที่จุด $(3, 4)$ มีทิศทางทำมุม $\arctan \frac{4}{9}$ กับแกน $+x$

13. เราใช้ความรู้ว่าตัวต้านทานทั้งหมดต่อแบบขนานกัน ดังนั้น

$$\frac{1}{2.0 \Omega} = \frac{1}{X} + \frac{1}{15.0 \Omega} + \frac{1}{6.0 \Omega} + \frac{1}{10.0 \Omega}$$

เมื่อแก้สมการนี้จะได้ $X = 6.0 \Omega$

14. ตัวเก็บประจุสองตัวต่อกันแบบอนุกรม ประจุบนตัวเก็บประจุทั้งสองจึงมีขนาด Q เท่ากัน ขนาดของประจุขึ้นกับความต่างศักย์คร่อมตัวเก็บประจุซึ่งหาได้จากความต่างศักย์คร่อมตัวต้านทานขนาด 2.5Ω และ 1.5Ω ที่ต่ออนุกรมกัน ความต้านทานรวมของวงจรมีค่าเท่ากับ

$$R_{eq} = \frac{3 \Omega \times 6 \Omega}{3 \Omega + 6 \Omega} + 2.5 \Omega + 1.5 \Omega = 6 \Omega$$

กระแสที่ไหลออกจากแบตเตอรี่จึงมีค่า

$$I = \frac{12 \text{ V}}{6 \Omega} = 2 \text{ A}$$

ความต่างศักย์คร่อมตัวเก็บประจุทั้งสองจึงมีค่าเท่ากับ

$$|\Delta V| = 2 \text{ A} \times 4 \Omega = \frac{Q}{1 \mu\text{F}} + \frac{Q}{4 \mu\text{F}} \Rightarrow Q = 6.4 \mu\text{C}$$

โดยที่เราได้ใช้ความรู้ว่าสำหรับตัวเก็บประจุ $|\Delta V| = Q/C$ ประจุที่สะสมอยู่ในตัวเก็บประจุ $4 \mu\text{F}$ จึงมีขนาดเท่ากับ $6.4 \mu\text{C}$

15. กำลังไฟฟ้าที่สูญเสียไปในตัวต้านทาน R ที่ต่อกับความต่างศักย์ $|\Delta V|$ คือ

$$P = \frac{|\Delta V|^2}{R}$$

เราหาความต้านทานของลวดตัวนำได้จาก

$$R = \frac{\rho \ell}{A}$$

โดยที่ ρ, ℓ และ A คือสภาพต้านทาน ความยาว และพื้นที่ตัดขวางของลวดตัวนำตามลำดับ เนื่องจากปริมาตร $V = A\ell$ ของลวดคงตัว เมื่อลวดยาวเป็น x เท่าของความยาวเดิม พื้นที่หน้าตัดจะลดลงเป็น $1/x$ เท่าของพื้นที่หน้าตัดเดิม ทำให้ความต้านทานของลวดใหม่เป็น x^2 เท่าของความต้านทานเดิม ดังนั้นกำลังไฟฟ้าที่สูญเสียไปจะเป็น $1/x^2$ เท่าของกำลังไฟฟ้าเดิม

16. ในการแก้ปัญหาลอยตัวของวัตถุในของเหลวเราใช้สมบัติของแรงพยุง

$$F_B = V_{\text{จม}} \rho_{\ell} g$$

กับหลักความสมดุลของแรง

$$Mg = F_B \Rightarrow V \rho g = V_{\text{จม}} \rho_{\ell} g$$

โดยที่ $V, V_{\text{จม}}$ คือปริมาตรวัตถุและปริมาตรส่วนของวัตถุจมน้ำในของเหลวตามลำดับ ส่วน ρ, ρ_{ℓ} คือความหนาแน่นของวัตถุและของเหลวตามลำดับ ทรงกลมแรกมีปริมาตรส่วนจมน้ำเป็น $V_{\text{จม}1} = \frac{4}{3}\pi a^3 - \frac{1}{3}\pi a^3 = \pi a^3$ ดังนั้นสำหรับการสมดุลทรงกลมลูกแรกเราได้ว่า

$$\frac{4}{3}\pi a^3 \rho_1 g = \pi a^3 \rho_{\text{น้ำ}} \Rightarrow \rho_1 = \frac{3}{4}\rho_{\text{น้ำ}}$$

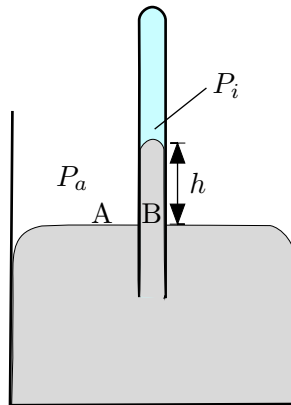
ส่วนทรงกลมสองมีปริมาตรส่วนจมนั้น $\frac{8}{9}\pi b^3$ ดังนั้น

$$\frac{4}{3}\pi b^3 \rho_2 g = \frac{8}{9}\pi b^3 \rho_{\text{น้ำ}} \Rightarrow \rho_2 = \frac{2}{3}\rho_{\text{น้ำ}}$$

อัตราส่วนของความหนาแน่นของทรงกลมแรกต่อทรงกลมสองจึงมีค่าเป็น

$$\frac{\rho_1}{\rho_2} = \frac{9}{8}$$

17. สำหรับปัญหาข้อนี้เราต้องรู้ว่าความดันเช่น 750 มิลลิเมตรปรอท มีค่าเท่ากับ $\rho_{\text{ปรอท}}g \times 750 \text{ mm}$



$$\text{ความดันล่าง} = \text{ความดันบน} + \rho gh \Rightarrow P_i = P_B - \rho_{\text{ปรอท}}g \times 10 \text{ mm}$$

แต่ $P_B = P_A = \text{ความดันบรรยากาศ} = 750 \text{ มิลลิเมตรปรอท}$ เราจึงได้ว่าความดันภายในหลอดเหนือผิวปรอทมีค่าเท่ากับ $750 \text{ มิลลิเมตรปรอท} - 10 \text{ มิลลิเมตรปรอท} = 740 \text{ มิลลิเมตรปรอท}$

18. ในระบบที่หุ้มฉนวนความร้อน ความร้อนไหลเข้าออกระบบไม่ได้ ทำให้ผลบวกพีชคณิต (เข้าเป็นบวก ออกเป็นลบ) ของความร้อนที่เข้าสู่แต่ละส่วนของระบบรวมกันเป็นศูนย์ ในที่นี้ระบบประกอบด้วยน้ำมันและน้ำ

$$Q_{\text{น้ำมัน}} + Q_{\text{น้ำ}} = 0$$

$$m_{\text{น้ำมัน}} c_{\text{น้ำมัน}} (T_f - T_{\text{น้ำมัน}}) + m_{\text{น้ำ}} c_{\text{น้ำ}} (T_f - T_{\text{น้ำ}}) = 0$$

โดยที่ $T_{\text{น้ำมัน}}, T_{\text{น้ำ}}$ เป็นอุณหภูมิตั้งต้นของน้ำมันและน้ำตามลำดับ ส่วน T_f เป็นอุณหภูมิสุดท้ายของระบบตอนสมดุลแล้ว โจทย์บอกว่า $T_f = 3T_{\text{น้ำมัน}}$ เมื่อแทนค่านี้และค่าอื่น ๆ ในสมการความร้อน เราจะได้ว่า

$$0.075 \text{ kg} \times 1.4 \times 10^3 \text{ J/(kg } ^\circ\text{C)} (3T_{\text{น้ำมัน}} - T_{\text{น้ำมัน}}) + 0.250 \text{ kg} \times 4.2 \times 10^3 \text{ J/(kg } ^\circ\text{C)} (3T_{\text{น้ำมัน}} - 80^\circ\text{C}) = 0$$

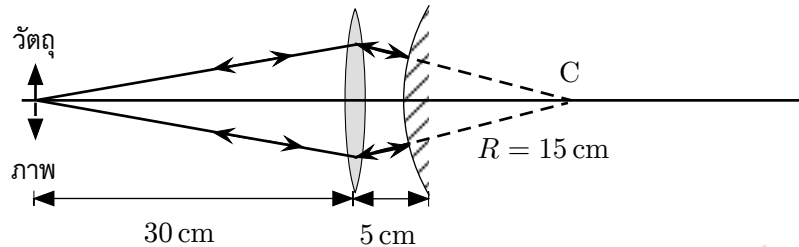
โดยที่เราได้เปลี่ยนหน่วยของความจุความร้อนจาก $\text{J/(kg } ^\circ\text{C)}$ เป็น J/(kg K) เพราะช่วงหนึ่งเคลวินมีขนาดเท่ากับช่วงหนึ่งเซลเซียส เมื่อแก้สมการนี้เราจะได้อุณหภูมิเริ่มต้นของน้ำมันมีค่า $T_{\text{น้ำมัน}} = 25^\circ\text{C}$

19. เราใช้กฎของแก๊สอุดมคติ $PV = nRT$ หาจำนวนโมล n ของแก๊สก่อน

$$n = \frac{PV}{RT} = \frac{0.05 \times 1.013 \times 10^5 \text{ Nm}^2 \times 0.25 \text{ m} \times 0.60 \text{ m} \times 0.50 \text{ m}}{8.31 \text{ J/(mol K)} \times 300 \text{ K}} = 0.15 \text{ mol}$$

ดังนั้นจำนวนโมเลกุลของแก๊สมีค่าประมาณ $N = n \times N_A = 0.15 \text{ mol} \times 6.02 \times 10^{23} / \text{mol} \approx 10^{23}$

20. เมื่อภาพอยู่ที่เดียวกับกระจกแสดงว่ารังสีที่หักเหผ่านเลนส์ตกกระทบบังฉากกับผิวกระจกนูน แล้วจึงสะท้อนย้อนแนวเดิมกลับไปตำแหน่งวัตถุได้ ดังนั้นตำแหน่งภาพจากเลนส์จะอยู่ที่ตำแหน่งจุดศูนย์กลางของกระจกนูนดังรูปข้างล่าง



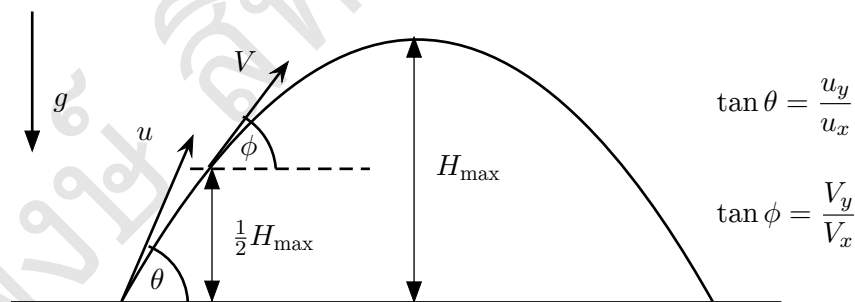
ระยะภาพของแสงที่หักเหผ่านเลนส์นูนจึงมีค่า $s' = 5 \text{ cm} + 15 \text{ cm} = 20 \text{ cm}$ เราหาความยาวโฟกัสของเลนส์นูนได้จาก

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{30 \text{ cm}} + \frac{1}{20 \text{ cm}} = \frac{1}{12 \text{ cm}}$$

เลนส์นูนจึงมีความยาวโฟกัส $f = 12 \text{ cm}$

ตอนที่ 2

1. จากข้อมูลในโจทย์ที่ให้ทิศทางความเร็วมา เราต้องหาความสัมพันธ์ระหว่างส่วนประกอบความเร็วแนวตั้งและแนวระดับที่จุดซึ่งสูงครึ่งหนึ่งของความสูงสูงสุด ให้ θ เป็นมุมที่ขวางกั้นขึ้นจากพื้นเทียบกับแนวระดับ u_x, u_y เป็นส่วนประกอบความเร็วต้นในแนวระดับและแนวตั้งตามลำดับ และ V_x, V_y เป็นส่วนประกอบความเร็วในแนวระดับและแนวตั้งของกอนหินที่ความสูงครึ่งหนึ่งของความสูงสูงสุดที่กอนหินขึ้นไปได้ตามลำดับ



พิจารณาการเคลื่อนที่ในแนวตั้ง เราใช้ $v_y^2 = u_y^2 + 2a_y \Delta y$ ระหว่างจุดสูงสุดกับจุดตั้งต้นที่พื้น จะได้ว่า

$$0 = u_y^2 - 2gH_{\max}$$

และเมื่อใช้ระหว่างจุดที่สูงสุดกับจุดที่สูงครึ่งหนึ่งของความสูงสูงสุด จะได้ว่า

$$0 = V_y^2 - 2g \frac{1}{2} H_{\max}$$

ดังนั้น

$$V_y^2 = \frac{u_y^2}{2} \Rightarrow V_y = \frac{u_y}{\sqrt{2}}$$

ถ้าให้ ϕ เป็นมุมที่ความเร็วที่ความสูงครึ่งหนึ่งของความสูงสูงสุดทำกับแนวระดับ เราได้ว่า

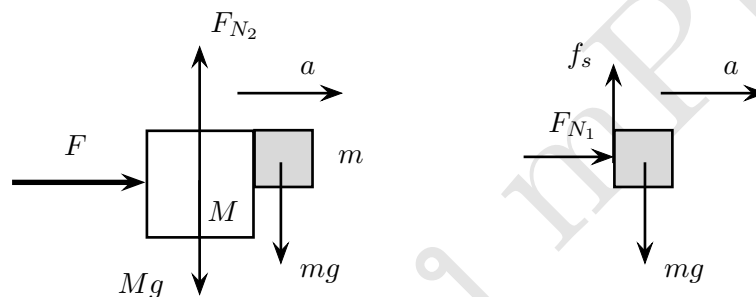
$$\tan \phi = \tan 60^\circ = \frac{V_y}{V_x} = \frac{u_y/\sqrt{2}}{u_x} = \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{u_y}{u_x} = \frac{1}{\sqrt{2}} \tan \theta$$

โดยที่เราได้ใช้ความรู้ว่าส่วนประกอบความเร็วในแนวระดับมีค่าคงตัว $V_x = u_x$ เราจึงได้ว่า

$$\tan \theta = \sqrt{2} \tan 60^\circ = \sqrt{6}$$

ดังนั้นมุมที่ขว้างก้อนหินขึ้นไปจากพื้นวัดเทียบกับแนวระดับมีค่าเท่ากับ $\arctan(\sqrt{6}) = \arccos\left(\frac{1}{\sqrt{7}}\right) = \arcsin\left(\sqrt{\frac{6}{7}}\right)$ ■

2. ในการแก้ปัญหาทางกลศาสตร์สิ่งแรกที่เราควรทำคือวาดแผนภาพวัตถุเสรีแสดงแรงภายนอกต่าง ๆ ที่ทำต่อระบบที่เราสนใจ



วัตถุมวล m ไม่ตกลงมา ทำให้เราได้ว่า

$$f_s = mg$$

แต่แรงเสียดทานสถิตมีค่าน้อยกว่าหรือเท่ากับแรงเสียดทานสถิตสูงสุด $f_s \leq \mu_s F_{N1}$ โดยที่ F_{N1} เป็นแรงที่ก้อน M ดันก้อน m เนื่องจากก้อนวัตถุทั้งสองเคลื่อนที่ไปด้วยกันด้วยความเร่ง a เดียวกัน แรงที่ดันก้อน m จึงเป็นสัดส่วนตามมวลเทียบกับแรง F ที่ดันก้อน M และ m รวมกัน นั่นคือ

$$F_{N1} = \frac{m}{M+m} F$$

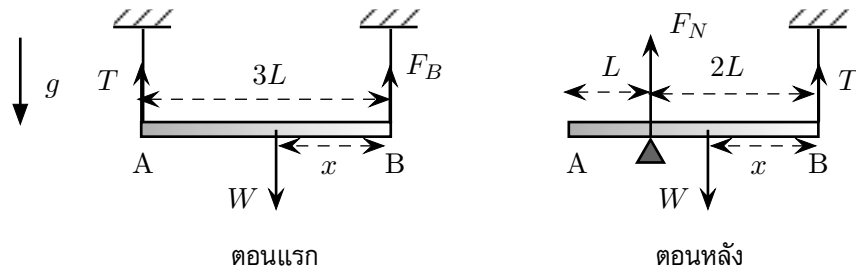
เมื่อแทนค่าต่าง ๆ เราจะได้ว่า

$$\begin{aligned} \mu_s F_{N1} &\geq f_s \\ \mu_s \frac{m}{M+m} F &\geq mg \\ F &\geq \frac{(M+m)g}{\mu_s} \end{aligned}$$

แทนค่าสัมประสิทธิ์ความเสียดทานสถิต $\mu_s = 0.50$ ที่กำหนดมาให้ เราจะได้ว่า $F \geq 2(M+m)g$ ดังนั้นจะต้องออกแรง F ด้วยขนาดอย่างน้อยเท่ากับ $2(M+m)g$ ■

3. ปัญหานี้เป็นปัญหาเกี่ยวกับความสมดุล วัตถุเป็นวัตถุมีขนาดเราจึงต้องพิจารณาทั้งความสมดุลต่อการเลื่อนตำแหน่ง (แรง) และความสมดุลต่อการหมุน (ทอร์ก) สิ่งที่เราควรทำก่อนอื่นคือการเขียนแผนภาพวัตถุเสรีแสดงแรงต่าง ๆ ที่ทำต่อก้อนวัตถุ ให้ W เป็นน้ำหนักของก้อนวัตถุและสมมุติว่าจุดศูนย์กลางมวลของวัตถุอยู่ห่างจากปลาย B เป็นระยะ x

ดังรูป สำหรับสถานการณ์ตอนแรก คัดความสมดุลของการหมุนรอบจุด B เราจะได้ว่า



$$T \times 3L = W \times x$$

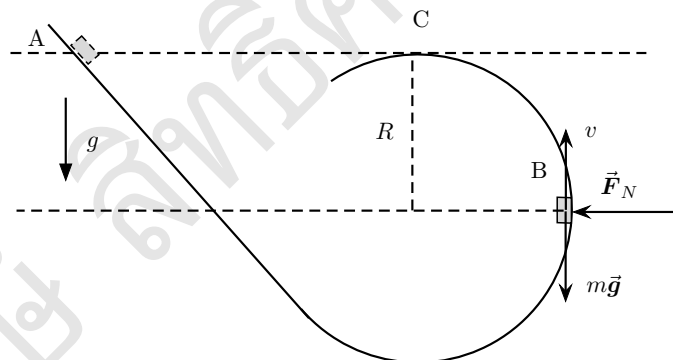
ส่วนสถานการณ์ตอนหลัง คัดสมการทอร์ครอบตำแหน่งลิ้ม เราจะได้ว่า

$$W \times (2L - x) = T \times 2L \quad \Rightarrow \quad Wx = (W - T) \times 2L$$

แก้สมการทั้งสองพร้อมกัน เราได้ว่า

$$3TL = 2WL - 2TL \quad \Rightarrow \quad W = 2.5T$$

4. ก่อนอื่นวาดรูปสถานการณ์และเขียนแรงที่กระทำต่อวัตถุที่เราสนใจ



ตำแหน่ง B ที่ทิศทางความเร็วของวัตถุอยู่ในแนวตั้งเป็นตำแหน่งที่อยู่ต่ำกว่าจุด C เท่ากับรัศมี R ของวงกลม แรงสุทธิ ซึ่งกระทำต่อวัตถุที่ตำแหน่ง B ประกอบด้วยแรง $m\vec{g}$ ในทิศลงแนวตั้ง และแรงปฏิกิริยาดังฉาก \vec{F}_N ที่รางเส้นด้นวัตถุ ในแนวระดับในทิศเข้าสู่ศูนย์กลาง จากลักษณะการเคลื่อนที่เป็นวงกลม เราได้ว่า

$$F_N = \frac{mv^2}{R}$$

และจากหลักอนุรักษ์พลังงานเราได้ว่า

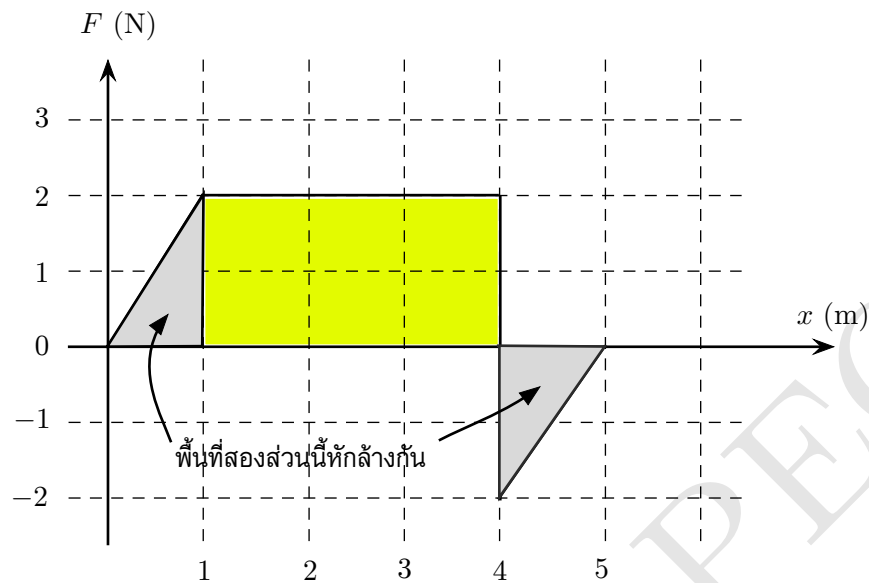
$$\frac{1}{2}mv^2 = mgR$$

ดังนั้น

$$F_N = 2mg$$

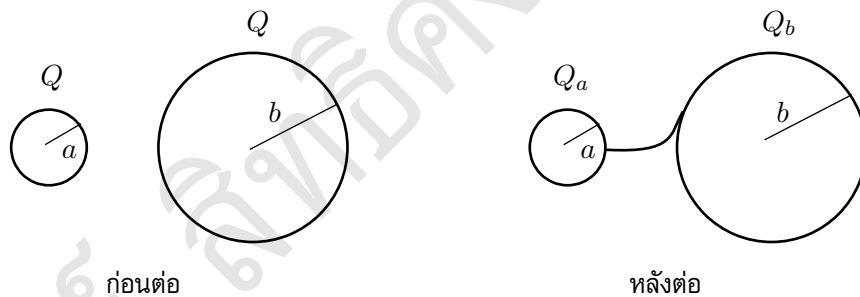
และแรงสุทธิมีขนาดเท่ากับ $\sqrt{(mg)^2 + (2mg)^2} = \sqrt{5}mg$

5. จากกราฟระหว่างแรงที่กระทำต่อวัตถุและตำแหน่งของวัตถุหางานจากพื้นที่ใต้กราฟได้ง่าย ๆ เราสังเกตว่าพื้นที่ใต้



กราฟส่วนใต้แกนที่เป็นลบมีขนาดเท่ากับส่วนเหนือแกนที่เป็นรูปสามเหลี่ยมทางซ้ายมือ และงานสุทธิมีค่าเท่ากับพื้นที่ใต้กราฟส่วนที่เป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าซึ่งมีค่าเท่ากับ 6 J

6. ในการแก้ปัญหาข้อนี้เราต้องรู้ว่าขนาดของรัศมีทรงกลมกับศักย์ไฟฟ้าบนทรงกลมตัวนำมีความสัมพันธ์กัน เมื่อต่อทรง



กลมถึงกันประจุจะถ่ายเทระหว่างกันจนในที่สุดศักย์ไฟฟ้าบนทรงกลมสองลูกเท่ากัน

$$\frac{kQ_a}{a} = \frac{kQ_b}{b} \Rightarrow Q_b = \frac{b}{a}Q_a$$

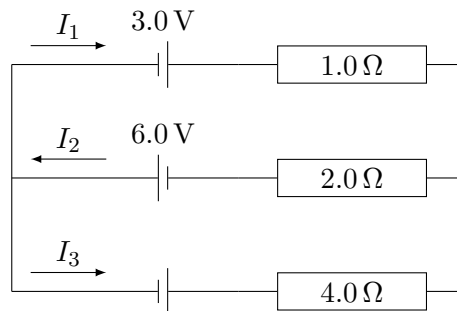
โดยที่ Q_a, Q_b เป็นประจุไฟฟ้าบนทรงกลมรัศมี a และ b หลังต่อทรงกลมเข้าด้วยกันตามลำดับ แต่ว่าจากหลักอนุรักษ์ประจุไฟฟ้าเราได้ว่า

$$Q + Q = Q_a + Q_b \Rightarrow 2Q = Q_a + \frac{b}{a}Q_a \Rightarrow Q_a = \frac{2a}{a+b}Q$$

แต่โจทย์กำหนดว่าสุดท้ายทรงกลมรัศมี a มีประจุ $\frac{Q}{3}$ ดังนั้น

$$Q_a = \frac{2a}{a+b}Q = \frac{Q}{3} \Rightarrow \frac{b}{a} = 5$$

7. เราอาจหากระแสไฟฟ้าได้จากกฎขุมทางของเคียร์ชอฟฟ์ $I_3 = I_2 - I_1$ หรือจากกฎวงของเคียร์ชอฟฟ์บวกกับกฎของโอห์ม $|\Delta V| = IR$ แต่เราไม่รู้อีเอ็มเอฟของแบตเตอรี่ในส่วนวงที่กระแส I_3 ผ่าน



จากกฎขุมทางของเคียร์ชอฟฟ์ เราได้ว่า

$$I_3 = I_2 - I_1 = I_2 - 2.0 \text{ A}$$

เราหากระแส I_2 จากกฎวงของเคียร์ชอฟฟ์เมื่อใช้วนรอบวงบน (เราไม่วนผ่านส่วนล่างเพราะเราไม่รู้อีเอ็มเอฟของแบตเตอรี่ในส่วนวงจรล่าง) เราได้ว่า

$$3.0 \text{ V} - 1.0 \Omega I_1 - 2.0 \Omega I_2 + 6.0 \text{ V} = 0 \quad \Rightarrow \quad I_2 = \frac{1}{2.0 \Omega} (9.0 \text{ V} - 1.0 \Omega \times 2.0 \text{ A}) = 3.5 \text{ A}$$

$$\text{ดังนั้น } I_3 = 3.5 \text{ A} - 2.0 \text{ A} = 1.5 \text{ A}$$

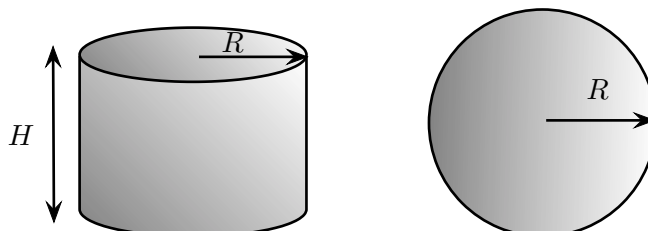
8. เราใช้หลักความต่อเนื่องตอบปัญหานี้ เราสมมุติว่าน้ำเป็นของเหลวที่บีบอัดไม่ได้ มีความหนาแน่นคงตัว อัตราการไหลเชิงปริมาตรที่ออกจากรูต้องเท่ากับอัตราการไหลเชิงปริมาตรที่ผิวด้านบน และเราใช้ความรู้ที่ว่าอัตราการไหลเชิงปริมาตรมีค่าเท่ากับ $Q = Av$ ให้ Q_1 เป็นอัตราการไหลลงมาจากผิวด้านบน และ Q_2 เป็นอัตราการไหลออกจากรู เราได้ว่า

$$Q_1 = Q_2$$

$$\text{แต่ } Q_1 = Av = \pi \times 1.0 \text{ m}^2 \times v \text{ และ } Q_2 = \frac{8\pi}{100} \text{ m}^3/\text{s} \text{ ดังนั้น}$$

$$\pi \times 1.0 \text{ m}^2 \times v = \frac{8\pi}{100} \text{ m}^3/\text{s} \quad \Rightarrow \quad v = 8 \text{ cm/s}$$

9. ให้ R เป็นรัศมีของทรงกลมและเป็นรัศมีของพื้นที่หน้าตัดของทรงกระบอกด้วย และให้ H เป็นความสูงของทรงกระบอก



เนื่องจากวัตถุทั้งสองมีปริมาตรเท่ากัน เราจึงได้ว่า

$$\pi R^2 H = \frac{4}{3} \pi R^3 \Rightarrow H = \frac{4}{3} R$$

จาก $Q = mc\Delta T$ เราเห็นว่าวัตถุทั้งสองเมื่อได้รับความร้อนเท่ากันจะมีอุณหภูมิเปลี่ยนไปเท่ากันเพราะทำจากวัสดุชนิดเดียวกันที่มีปริมาตรเท่ากันและมวลเท่ากัน และจากสูตรการขยายตัวเชิงความร้อน $\Delta L = \alpha L \Delta T$ เราได้ว่า

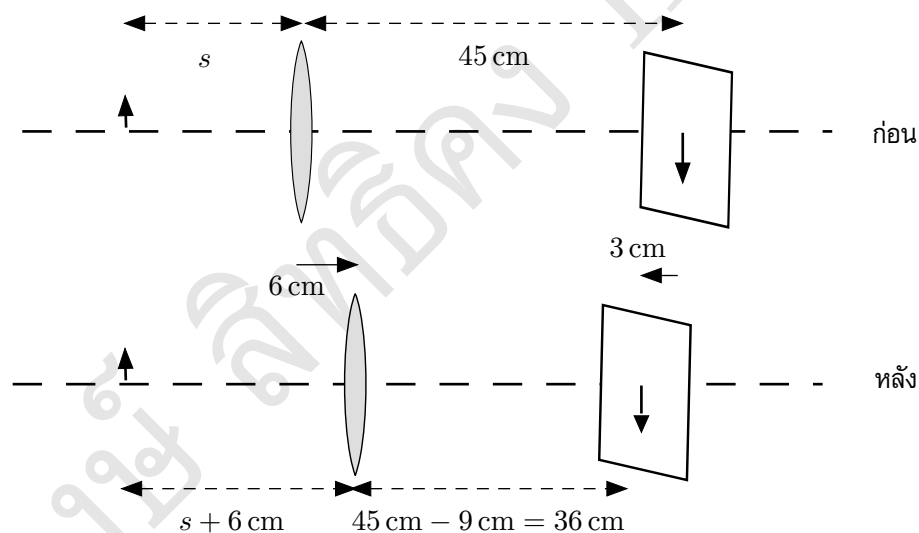
$$\frac{\Delta H}{\Delta(2R)} = \frac{\alpha H \Delta T}{\alpha(2R) \Delta T} = \frac{2}{3}$$

นั่นคือ อัตราส่วนระหว่างความสูงที่เปลี่ยนไปของทรงกระบอกเทียบกับเส้นผ่านศูนย์กลางที่เปลี่ยนไปของทรงกลม $= 2 : 3$

10. ใช้ความสัมพันธ์ระหว่างระยะวัตถุ ระยะภาพ และความยาวโฟกัสสำหรับเลนส์บาง

$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{f}$$

ตอนแรก ให้ s_1 เป็นระยะวัตถุถึงเลนส์ ระยะภาพคือ 45 cm เราได้ว่า



$$\frac{1}{s_1} + \frac{1}{45 \text{ cm}} = \frac{1}{f}$$

ตอนที่สอง ระยะวัตถุเพิ่มเป็น $s_1 + 6$ cm ส่วนระยะภาพลดเป็น $45 \text{ cm} - 9 \text{ cm} = 36 \text{ cm}$ เราจึงได้ว่า

$$\frac{1}{s_1 + 6 \text{ cm}} + \frac{1}{36 \text{ cm}} = \frac{1}{f}$$

แก้สมการสองสมการนี้พร้อมกัน จะได้ว่า

$$\begin{aligned}\frac{1}{s_1} + \frac{1}{45 \text{ cm}} &= \frac{1}{s_1 + 6 \text{ cm}} + \frac{1}{36 \text{ cm}} \\ (s_1 + 45 \text{ cm})(s_1 + 6 \text{ cm}) \times 36 \text{ cm} &= (s_1 + 42 \text{ cm}) \times s_1 \times 45 \text{ cm} \\ s_1^2 - 6 \text{ cm} s_1 - 45 \times 6 \times 4 \text{ cm}^2 &= 0 \\ (s_1 + 36 \text{ cm})(s_1 - 30 \text{ cm}) &= 0\end{aligned}$$

รากของสมการคือ $s_1 = -36 \text{ cm}, 30 \text{ cm}$ แต่ระยะวัตถุจริงเป็นลบไม่ได้ ดังนั้นเราต้องเลือก $s_1 = 30 \text{ cm}$ เมื่อแทนค่านี้ลงในสมการแรก เราจะได้ความยาวโฟกัส $f = 18 \text{ cm}$ ■