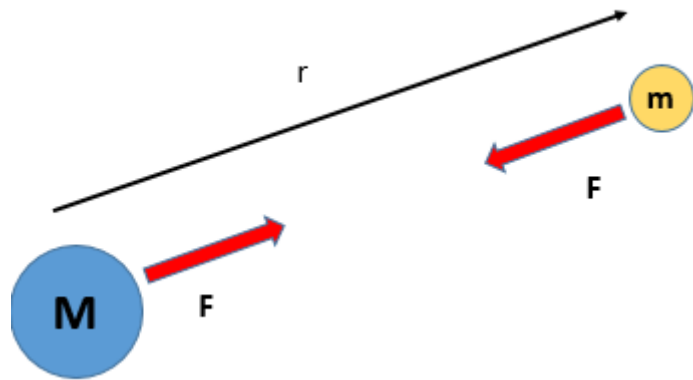


Fysiikka

viikko 3

- Teoriaa: Gravitaatiolaki
- Esim. Maa ja Kuu, joita häiritsee asteroidi
- Loppuosa ajasta käytetään tehtävän 3 tekoon

Gravitaatiolaki avaruudessa



Newtonin gravitaatiolaki v. 1667: Kappaleet vetävät toisiaan puoleensa voimalla, joka on suoraan verrannollinen massoihin ja kääntäen niiden keskipisteiden väliseen etäisyyteen:

Kaava vektorimuodossa

$$\vec{F} = -G \frac{M m}{r^2} \hat{r}$$

$G = 6.67 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2$

M ja m

r

\hat{r}

yleinen gravitaatiovakio

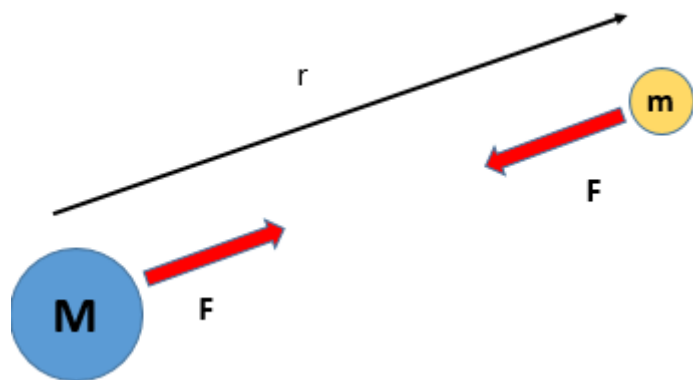
kappaleiden massat

kappaleiden keskipisteiden välimatka
(=kappaleita yhdistävän vektorin pituus)

yksikkövektori

Reaktiolain mukaan kumpikin kappaleista vetää toisiaan yhtä suurilla, vastakkaisilla voimilla

Kiihtyvyyksien laskeminen



$$\vec{F} = -G \frac{M m}{r^2} \hat{r}$$

NEWTONIN II laki : $a = F / m$

Massan m saama kiihtyvyys

$$\vec{a}_m = -G \frac{M}{r^2} \hat{r}$$

massa m supistuu pois

Massan M saama kiihtyvyys

$$\vec{a}_M = G \frac{m}{r^2} \hat{r}$$

massa M supistuu pois

Huom: eri etumerkki, koska kiihtyvyydet vastakkaiset

Esimerkkianimaatio: ”kuu kiertää maata”

Animaatio toimii vain, jos käytetään oikeita etäisyyksiä ja oikeita massoja.

Wikipedia:

Maan massa $M = 5.97 \cdot 10^{24} \text{ kg}$

Kuun massa $m = 7.32 \cdot 10^{22} \text{ kg}$

Kuun radan säde $r = 385\,000\,000 \text{ m}$

Kuun ratanopeus $v = 1022 \text{ m/s}$

Maan vastaliikkeen radan säde ja nopeus saadaan
Kertomalla kuun vastaavat arvot massasuhteella m/M

Huom: Ohjelmointikielissä **tieteelliset luvut kirjoitetaan seuraavasti:**

$5.97 \cdot 10^{24}$ kirjoitetaan **5.97e+24**

$6.67 \cdot 10^{-11}$ kirjoitetaan **6.67e-11**

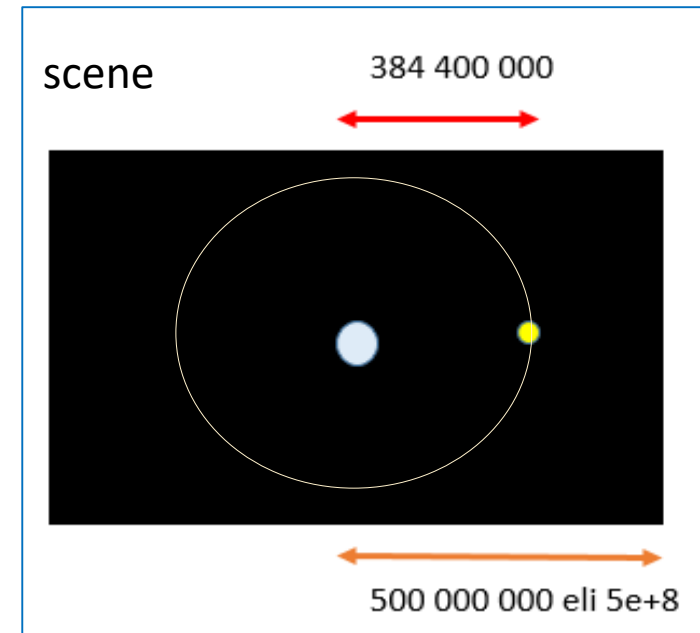
KOODI:

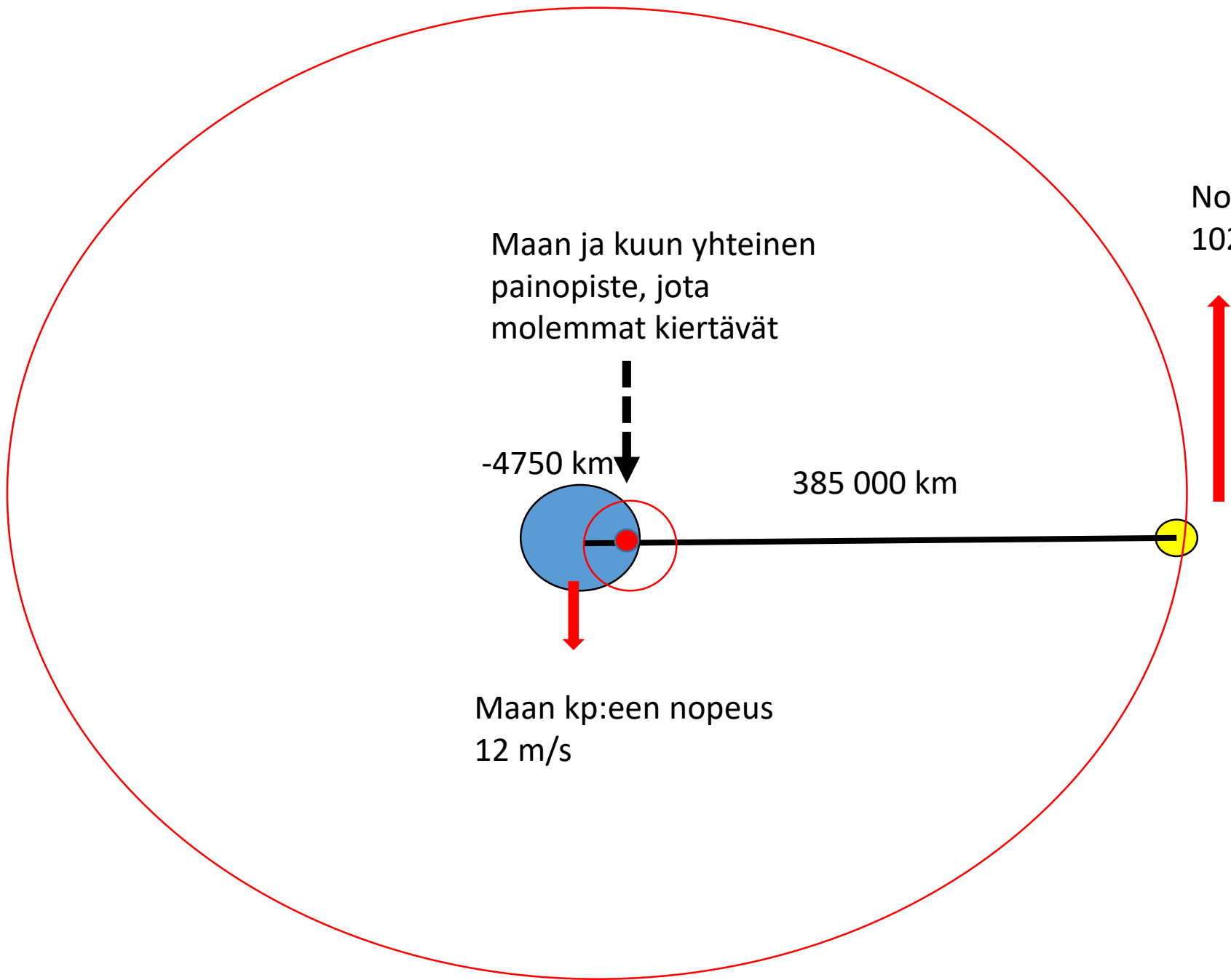
Näyttämön asetukset:

```
scene.width = 800
```

```
scene.height=600
```

```
scene.range = 6e+8
```





Maan ja kuun yhteinen
painopiste, jota
molemmat kiertävät

-4750 km

385 000 km

Nopeus
1020 m/s

Maan kp:een nopeus
12 m/s

**Todenmukainen alkuasetelma
animaatiolle:**

maan ja kuun painopiste on
origossa, Kuu 385 tkm oikealla ja
maa 4.75 tkm vasemmalla

Kuun nopeus 1022 m/s ylös
Ja maan 12 m/s alas

Koodi jatkuu vakioiden määrittelyllä

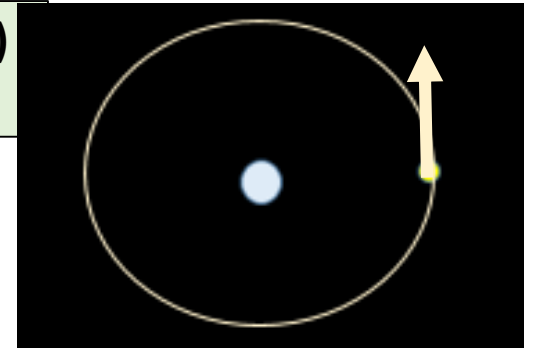
```
G = 6.67e-11    #gravitaatiovakio  
M = 5.97e24    #maan massa  
m = 7.32e22    #kuun massa  
r0 = 3.85e8    #kuun radan sade  
v0 = 1022      #kuun ratanopeus
```

Maan ja kuun oikeat säteet olisivat :
6 370 000 m ja 1 740 000 m
Animaatiossa ne tehdään monta kertaa
Suuremmiksi visuaalisuuden vuoksi

Näyttämölle tuodaan grafiikkaobjekteina Maa ja Kuu ja tekstikehys

```
Maa=sphere(pos=vec(-m/M*r0,0,0), radius=0.6e+7, color=vec(0,0.4,0.8),make_trail=True)  
Kuu= sphere(pos=vec(r0,0,0), radius=0.6e+7, color=color.yellow, make_trail=True)
```

```
naytto=label(pos=vec(0,4.2e+8,0), text='aloita klikkamalla')
```



Maalle ja Kuulle määritetään nopeusvektorit

```
Maa.velocity = vec(0,-m/M*v0,0)  
Kuu.velocity= vec(0,v0,0)
```

Alkutilanteessa on järkevää
sijoittaa kuu x-akselilla jolloin kuun
nopeus on y-akselin suuntaan

Ennen while silmukkaa määritetään aika-askel.

Kuun kiertoaika on kk, joten päivitysvälin pitää olla iso: esim. 1h

```
dt=600 # aika-askel = 10 min
t = 0   # tekstikentän aikanäyttöä varten mitataan aikaa

scene.pause() #odottaa hiiren klikkausta
```

Silmukassa päivitetään kiihtyvyyksiä, paikkoja ja nopeuksia , sekä aikaa

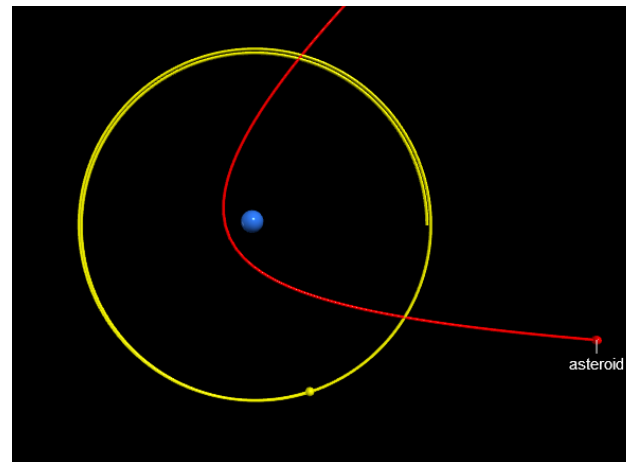
```
while True:
    rate(400)
    dist=Kuu.pos- Maa.pos # lasketaan vektori maasta kuuhun
    aKuu=-G*M/mag2(dist)*hat(dist) # lasketaan kuun kiihtyvyys
    Kuu.pos+=Kuu.velocity*dt+0.5*aKuu*dt**2 # kuun paikan paivitys
    Kuu.velocity+=aKuu*dt # kuun nopeuden paivitys
    # myös maa tekee pienta vastaliiketta, joten tehdään vastaavat paivitykset maalle
    aMaa=G*m/mag2(dist)*hat(dist)
    Maa.pos+=Maa.velocity*dt+0.5*aMaa*dt**2
    Maa.velocity+=aMaa*dt
    t+=dt #paivita aikaa (yksikkona sek)
    naytto.text= round(t/(24*3600)) + 'vrk' #aika vrk:na
```

Kolmen kappaleen probleema ratkeaa vain iteraatiotekniikalla

Kuun kiertoliikkeen suureiden arvot (nopeus, kiertoaika, ym.) ja radan yhtälöt voidaan laskea myös algebrallisesti fysiikan kaavoilla.

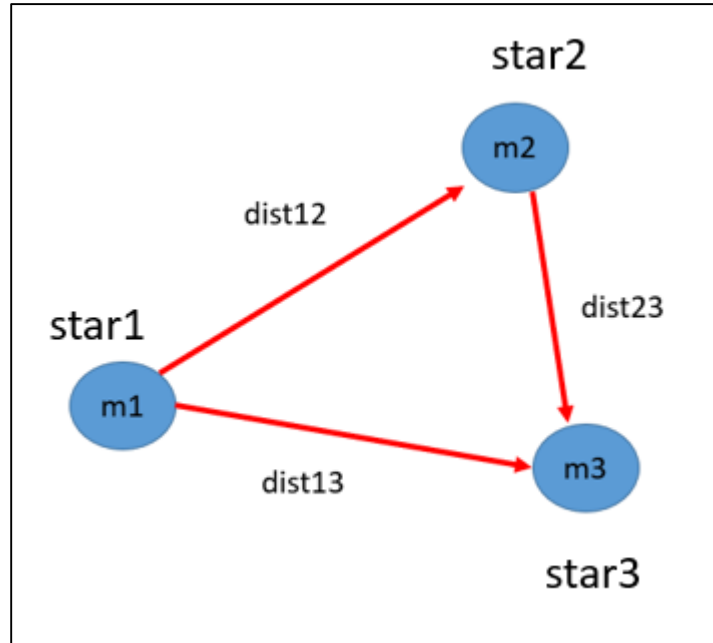
Jos samassa systeemissä on kolme taivaankappaleita, ei systeemille ole olemassa algebrallista ratkaisua. Sen sijaan animaatioissa käytettävällä iteraatiotekniikalla kaikkien kappaleiden radat voidaan konstruoida piste pisteeltä.

Moodle työtilan **tuntiesimerkit – dokumentissa** on linkki animaatioon, jossa suuri asteroidi suistaa maan ja kuun radaltaan.



Kaikki kappaleet vaikuttavat toisiinsa usean kappaleen systeemissä

Esimerkkinä star1:lle kirjoitetut liikeyhtälöt.
Vastaavat kirjoitetaan star2:lle ja star3:lle

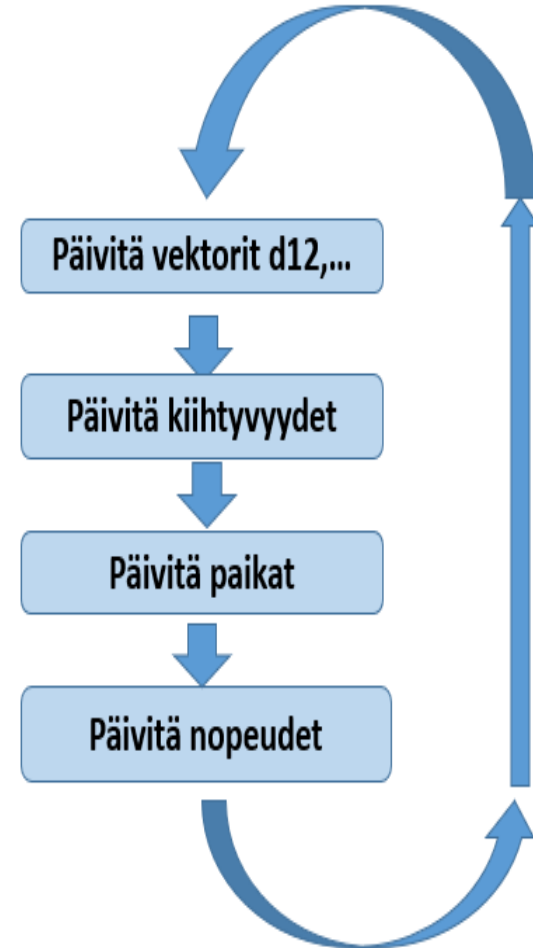


$$\text{dist12} = \text{star2.pos} - \text{star1.pos}$$

$$\text{star1.acc} = G * m2 / \text{mag2}(\text{dist12}) * \text{hat}(\text{dist12}) + G * m3 / \text{mag2}(\text{dist13}) * \text{hat}(\text{dist13})$$

$$\text{star1.pos} += \text{star1.velocity} * dt + \text{star1.acc} * dt ** 2$$

$$\text{star1.velocity} += \text{star1.acc} * dt$$



Palautettavassa tehtävässä yksi kappaleista on aurinko, joka on niin suuri, että se pysyy paikallaan origossa. Aurinkoa kiertää 4 planeettaa, joihin vaikuttava ainoa merkittävä voima on auringon vetovoima. Riittää kun päivitetään auringosta planeettoihin piirretty etäisyysvektorit. Planeettojen kiihtyvyydet määräytyvät niistä

Tehtävä 3 Koodintäydennys

Koodin alkuosa löytyy Moodlesta kansiota Teema2 nimellä **tehtava3 koodin alkuosa.txt**

Tehtävässä on annettu valmiiksi näyttämö, gravitaatiovakio ja auringon massa M ja neljän planeetan (Merkurius, Venus, Maa, Mars) sijainnit ja nopeudet alkuhetkellä

Käytä: **aika-askel $dt = 3600$ (päivitys tunnin välein)**

Täydennä while silmukka siten, että planeetat kiertävät aurinkoa radoillaan

rate(300) - muista **rate-while** silmukan alussa, arvoa voi lisätä jos liike on hidasta

1) Auringon massa on niin suuri, että se pysyy paikallaan. Tämä helpottaa animaation tekoa

2) Päivitä silmukassa seuraavia suureita:

- auringosta planeettoihin piirretty 4 vektoria **esim. $distmerc = merc.pos - sun.pos$**
- planeettojen kiihtyvyydet (4 kpl)
- planeettojen paikat
- planeettojen nopeudet
- nayton teksti, jossa on aika vuorokausina
- planeettojen mukana kulkevien nimikylttien paikat (**esim. $label1.pos = merc.pos$**)

