

Fysiikka

viikko 2

26.9 12.30 – 15 aiheet

- Teoria: Muiden voimien kuin vakiopainovoiman huomioiminen liikkeessä
- Esim.: ilmanvastuksen vaikutus lentorataan (1. viikon esimerkin täydennys)
- Tehtävien 1 ja 2 tekemiseen varataan puolet ajasta

Voimia

1. Ilmanvastus
2. Gravitaatio avaruudessa
3. Kitkavoima
4. Jousivoima

Kertaus 1. viikon teemasta

Miten kappaleen paikka päivitetään , kun nopeus v ja kiihtyvyys a tunnetaan?

$$\bar{r}_2 = \bar{r}_1 + \bar{v}_1 dt + \bar{a} dt^2$$

$$\bar{v}_2 = \bar{v}_1 + \bar{a} dt$$

Miten tämä kirjoitetaan VPythonilla kappaleelle pallo?

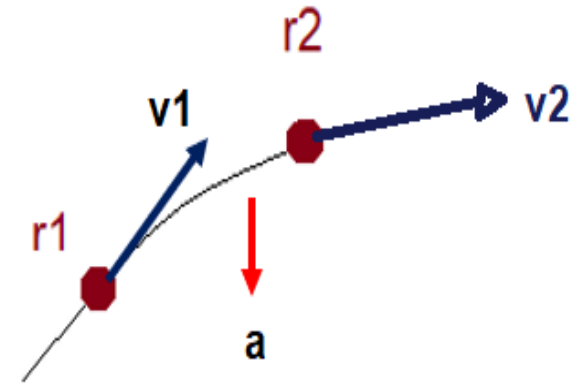
```
pallo.pos += pallo.velocity * dt + 0.5 * pallo.acc * dt ** 2
```

```
pallo.velocity += pallo.acc * dt
```

Mikä on vapaasti putoavan pallon kiihtyvyys vektorina (Vpythonilla) ?

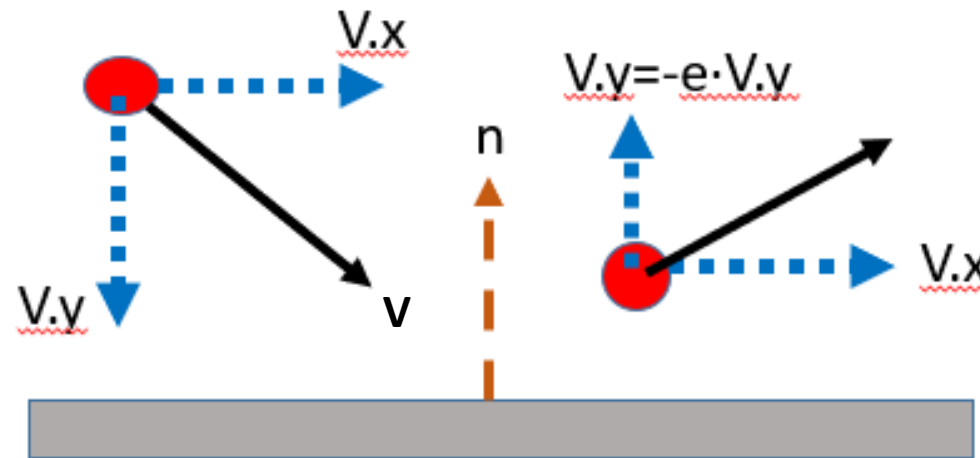
```
pallo.acc = vec(0, -9.81, 0)
```

aikaväli = dt



Määrittele pallon ja tason törmäyksen elastisuuskerroin e . Jos $e = 0.8$, mitä se tarkoittaa?

Pallon nopeusvektori voidaan jakaa tason suuntaiseen ja tasoa vastaan kohtisuoraan **normaalikomponenttiin**. Jos $e = 0.8$, pallon kimmotessa tasosta sen **normaalikomponentti kääntyy ja pienenee kertoimella 0.8**.



Kun pallo kimpoaa lattiasta, nopeuden muutos kirjoitetaan muodossa

$$\text{pallo.velocity.y} = -e * \text{pallo.velocity.y}$$

Pystysuorasta tasosta kimmotessa kirjoitettaisiin vastaava rivi komponentille pallo.velocity.x

Dynamiikan peruslaki $F = m a$

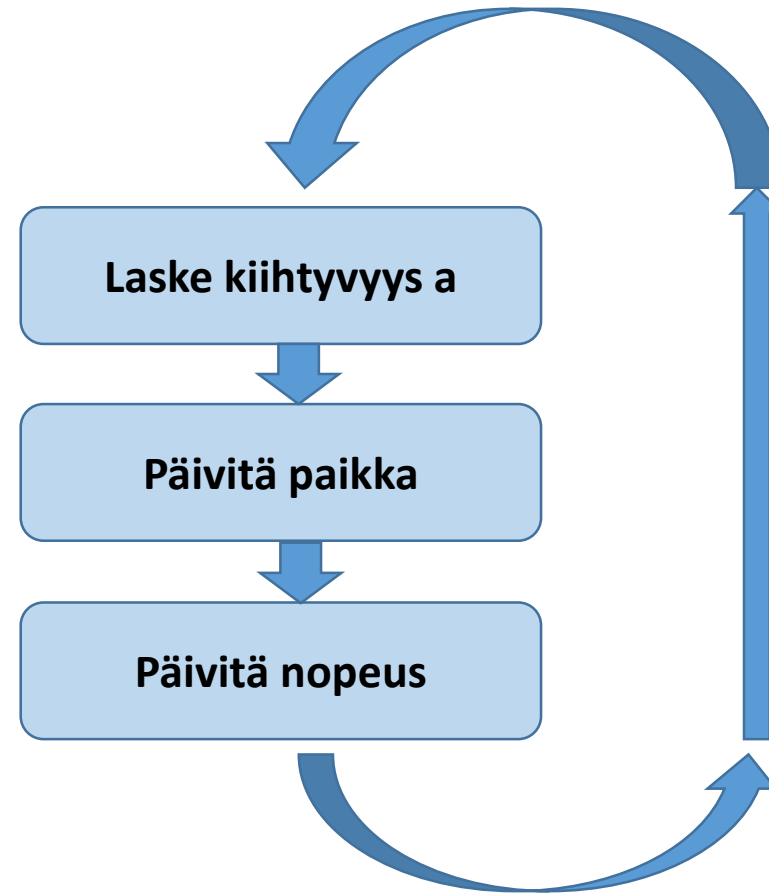
Kappaleen kiihtyvyys = kappaleeseen vaikuttava kokonaisvoima/ kappaleen massa

$$\bar{a} = \frac{\bar{F}}{m}$$

Kun kappaleeseen vaikuttaa useita voimia, on kappaleen kiihtyvyys näistä johtuvien kiihtyvyyksien summa

$$\bar{a} = \bar{a}_1 + \bar{a}_2 + \dots = \frac{\bar{F}_1}{m} + \frac{\bar{F}_2}{m} + \dots$$

Päivitysjärjestys while - silmukassa



Taulukko: tavallisimpia voimia ja kiihtyvyyksiä

	<i>voiman kaava</i>	<i>massan m kiihtyvyys</i>
Gravitaatio avaruudessa	$\vec{F} = -G \frac{M m}{r^2} \hat{r}$	$\vec{a} = -G \frac{M}{r^2} \hat{r}$
Ilman vastus	$\vec{F} = -\frac{1}{2} c_w \rho A v^2 \hat{v}$	$\vec{a} = -\frac{1}{2} c \rho A \frac{v^2}{m} \hat{v}$
Kitka vaakatasolla	$\vec{F} = -\mu m g \hat{v}$	$\vec{a} = -\mu g \hat{v}$
Jousen palauttava voima	$\vec{F} = -k x \hat{u}$	$\vec{a} = -\frac{k}{m} x \hat{u}$

Kaavassa 1 G = gravitaatiovakio = $6.67 \cdot 10^{-11}$, \vec{r} on vektori M:stä massaan m , \hat{r} on \vec{r} :n suuntainen yksikkövektori

Kaavassa 2 c_w = kappaleen muodosta riippuva vakio, ρ = ilman tiheys 1.25 kg/m^3 , A = kappaleen pinta-ala edestä katsottuna, v = nopeus, \hat{v} on nopeuden suuntainen yksikkövektori

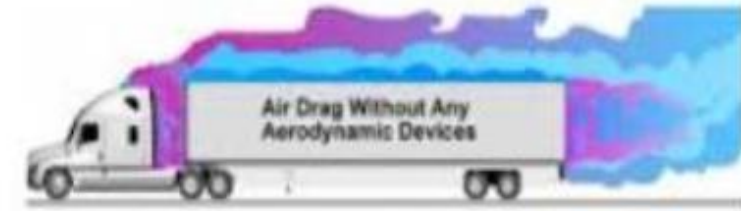
Kaavassa 3 μ = kappaleen ja pinnan välinen kitkakerroin, $g=9.81$, m = kappaleen massa, \hat{v} on yksikkövektori

Kaavassa 4 k = jousen jäykkyyttä kuvaava jousivakio, x = poikkeama tasapainoasemasta, m = jousen päässä oleva massa, \hat{u} on jousen akselin suuntainen yksikkövektori

Ilmanvastus (air drag)

$$F = \frac{1}{2} c_w \rho \cdot A \cdot v^2$$






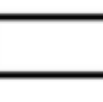


c_w = kappaleen aerodynaaminen muotovakio
 ρ = väliaineen tiheys (ilmalle 1.25 kg/m³)
 A = kappaleen pinta-ala edestäpäin katsottuna
 v = kappaleen nopeus



Kaava on voimassa ns. turbulentsille virtaukselle, jossa esiintyy pyörteitä (ks. Kuva)

Esim. aerodynaamisista vakioista c_w

Lyhenne: COD = Drag Coefficient = c_w

Shape		Drag Coefficient
Sphere	→ 	0.47
Half-sphere	→ 	0.42
Cone	→ 	0.50
Cube	→ 	1.05
Angled Cube	→ 	0.80
Long Cylinder	→ 	0.82
Short Cylinder	→ 	1.15
Streamlined	→ 	0.04

Kulkuneuvojen C_w vakioita

VW X1	0.189
Toyota Prius	0.24
Tesla model S	0.24
Mazda 3	0.29
Ford Focus	0.32
Citroen CX	0.36
Transit	0.37
Boeing 787	0.024
Airbus 380	0.0265
Laskuvarjo	1.5
Polkupyöräilijä	1.0



Esim1. Laske Priuksen ilmanvastus, kun sen nopeus on 100 km/h

$$F = \frac{1}{2} c_w \rho \cdot A \cdot v^2$$

$$F = \frac{1}{2} 0.24 \cdot 1.25 \cdot 2.3 \cdot 27.78^2 \text{ N} = 266 \text{ N}$$

Fysiikassa työ $W = F s$ (F=voima, s = matka) yks. 1 Nm = 1 Joule = J

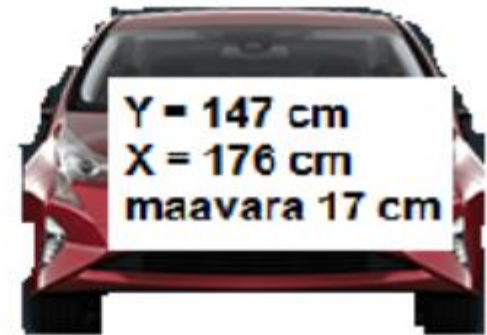
Kuinka suuren työn Prius tekee 100 km:llä?

$$W = 266 \text{ N} \cdot 100\,000 \text{ m} = 26\,600\,000 \text{ J} = \mathbf{26.6 \text{ MJ}}$$

Bensiinimoottoriautojen hyötysuhde on ajossa keskim. 20 -25%

Loput 75% menee "hukkalämmöksi".

Ts. bensaa kuluu n 4 ltr/100 km



$$C_w = 0.24$$

$$\rho = 1.25$$

$$A = 1.3 \cdot 1.76 = 2.3 \text{ m}^2$$

$$v = 27.78 \text{ m/s}$$

Bensiinin lämpöarvo
= 32 MJ/ltr

LASKE JALKAPALLON ILMANVASTUS, KUN SE POTKAISTAAN NOPEUDELLA 40 m/s

$$F = \frac{1}{2} c_w \rho \cdot A \cdot v^2$$

$$= 0.01116 \cdot 40^2 \text{ N} = 17.9 \text{ N}$$

Sijoitetaan:

$C_w = 0.47$ (COD of sphere)

$\rho = 1.25 \text{ kg/m}^3$

$A = \pi r^2 = (\pi \cdot 0.11 \text{ m})^2 = 0.038 \text{ m}^2$

Vakiot nopeuden neliön edessä yht.

$K = 0.5 \cdot 0.47 \cdot 1.25 \cdot 0.038 = 0.01116$

FIFA:n sääntöjen mukaan jalkapallon massa on 430 g, joten

Jalkapallon paino $m \cdot g = 0.43 \text{ kg} \cdot 9.8 \text{ m/s}^2 = 4.2 \text{ N}$

Ilmanvastus on siis n. 4 –kertainen voima pallon painoon nähden
maalipotkun alkuvaiheessa, pienenee nopeasti nopeuden aletessa

Heittoliikeanimaatio, jossa ilmanvastus on mukana, tarvitsee Vpythonin vektoriluokasta seuraavat metodit:

a = vec(4,5,3)

mag(a) -laskee vektorin pituuden $\sqrt{4^2 + 5^2 + 3^2} = \sqrt{50} = 7.07$

mag tulee sanasta *magnitude*

mag2(a) -laskee vektorin pituuden neliön $4^2 + 5^2 + 3^2 = 50$

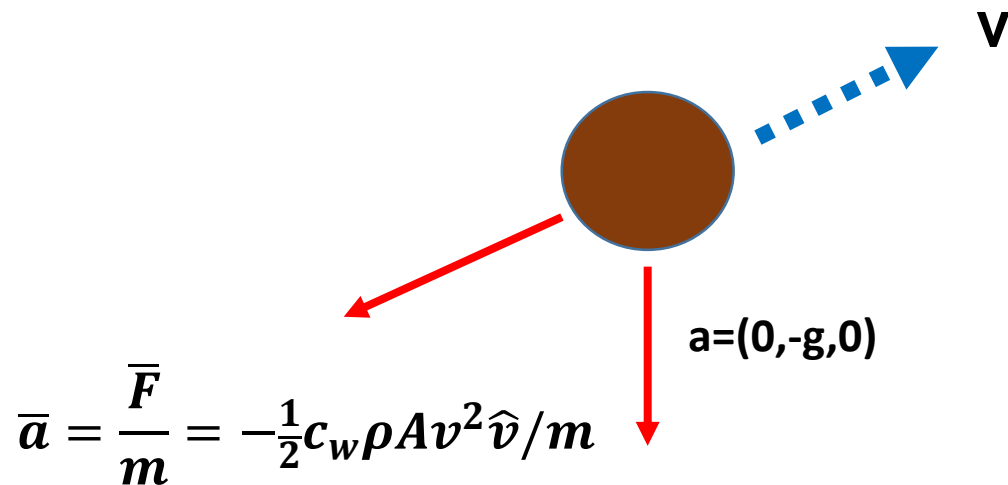
hat(a) -laskee a:n suuntaisen yksikkövektorin $\hat{a} = \frac{\bar{a}}{\text{mag}(a)} = (\frac{4}{\sqrt{50}}, \frac{5}{\sqrt{50}}, \frac{3}{\sqrt{50}})$

Ilmanvastuksesta johtuva hidastuvuus $\bar{a} = -K \cdot v^2 \cdot \hat{v}$, missä K on vakio

Kun palloon vaikuttaa painovoima ja ilmanvastus, kirjoitetaan Vpythonilla kiihtyvyydeksi:

`pallo.acc = vec(0, -g, 0) - K * mag2(pallo.velocity) * hat(pallo.velocity)`

Tehtävässä 2 tehdään animaatio jalkapallon maalipotkusta, jossa otetaan huomioon sekä painovoimasta johtuva kiihtyvyys, että ilmanvastuksesta johtuva kiihtyvyys, jonka suunta on nopeudelle vastakkainen



Ohjelman vakioiden määrittelyosassa on annettu:

mass=0.43 #jalkapallon massa kg

cw=0.4 #pallon muotovakio

ro=1.25 #ilman tiheys kg/m³

r= 0.11 #pallon sade

#yo. vakioista laskettu kerroin $\frac{1}{2} c_w * r_o * A$

K=0.5*cw*ro*pi*r**2

Vektorifunktioita:

mag2(v) -vektorin v pituuden neliö

hat(v) -vektorin v suuntainen

yksikkövektori

Pallon kokonaiskiihtyvyys "Pythoniksi":

```
pallo.acc = vec(0,-g,0) - K*mag2(pallo.velocity)*hat(pallo.velocity)/mass
```

Koska pallon nopeus muuttuu koko ajan, on tämä rivi sisällytettävä while silmukkaan