

KATAPULTIN/TYKIN
KUULA KAATAA
PYLVÄÄN

KÄYTETTÄVÄÄ MATEMATIIKKAA/FYSIIKKAA

LINEAARIALGEBRASTA:

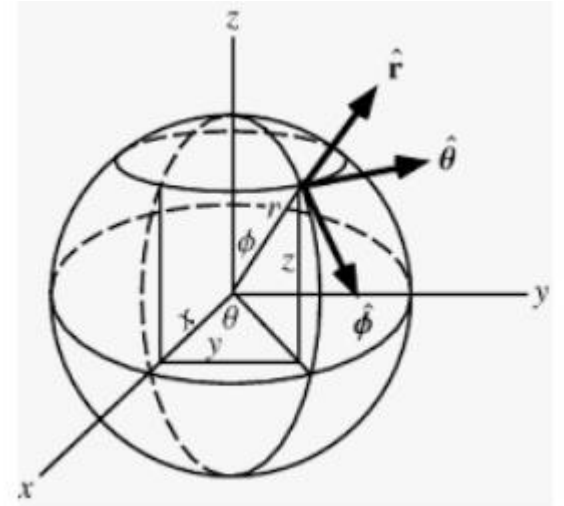
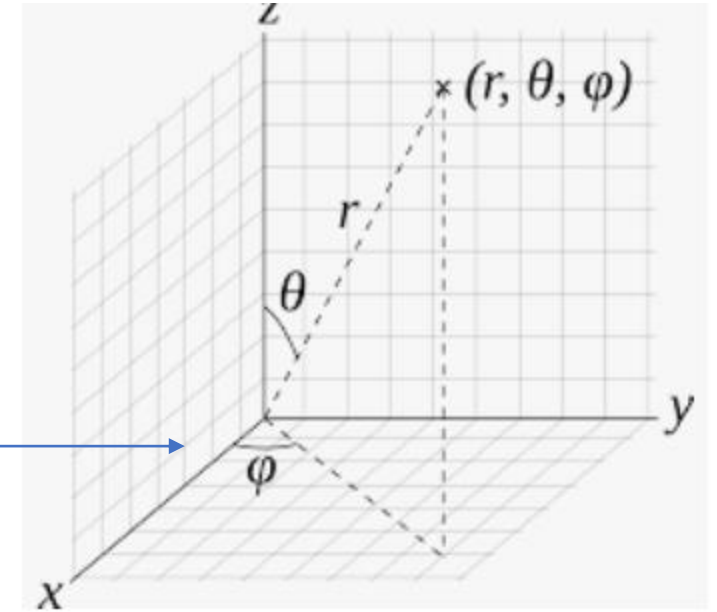
1. Vektori $\mathbf{AB} = (b_1, b_2, b_3) - (a_1, a_2, a_3) = \mathbf{B.pos} - \mathbf{A.pos}$
2. Vektoriprojektio $\bar{a}_b = \text{proj}(\mathbf{a}, \mathbf{b})$

3D pallokoordinaatisto:

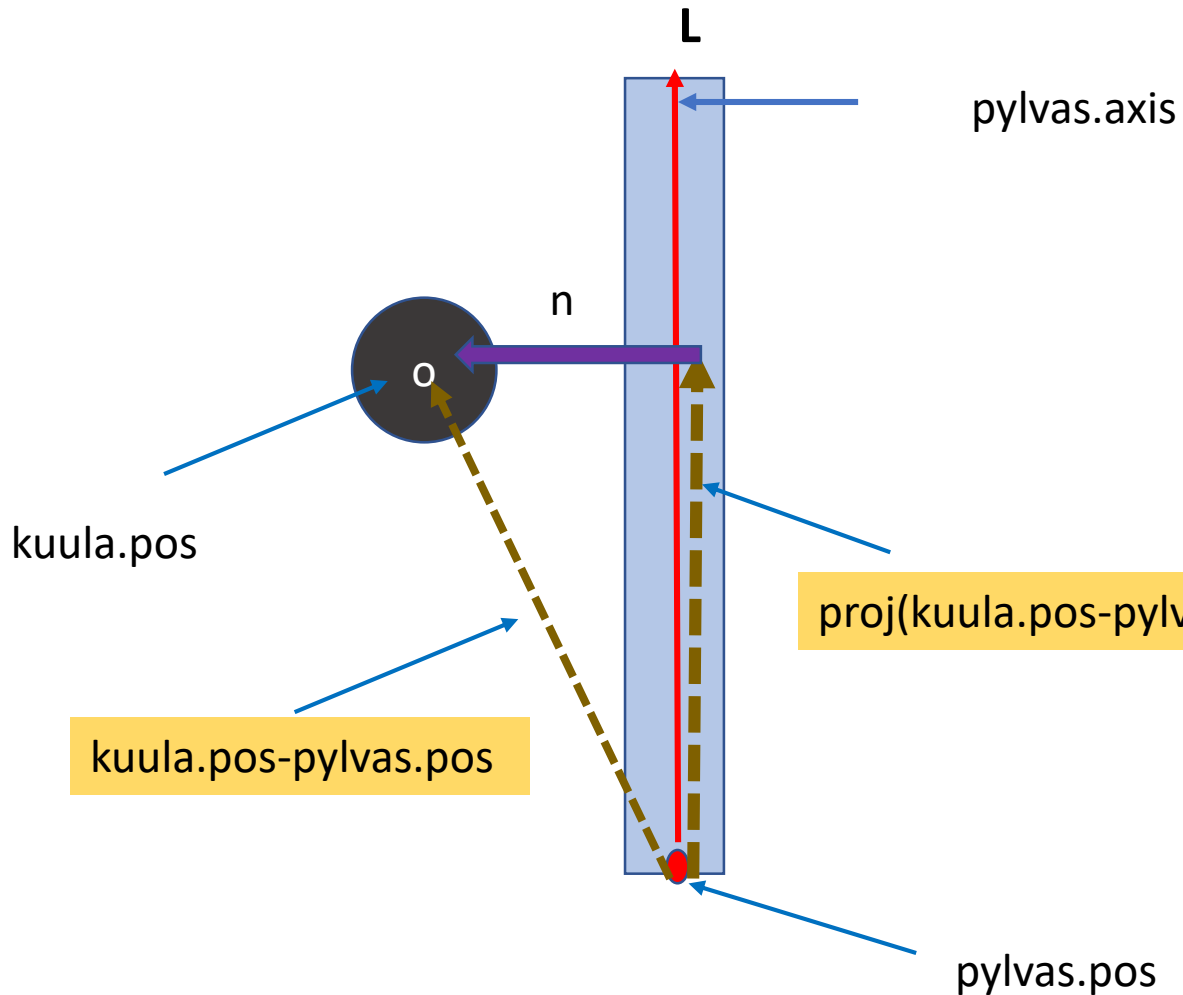
$$(x, y, z) = (r \cos \theta \cos \varphi, r \cos \theta \sin \varphi, r \sin \theta)$$

FYSIIKASTA

1. Pylvään **kulmakiihtyvyyden** laskeminen $\alpha = M/J$
2. Painovoiman **momentin** laskeminen $M = \frac{1}{2} m g L \cos \theta$
3. Pylvään **hitausmomentin** kaava $J = \frac{1}{3} m L^2$
4. **Kulman ja kulmanopeuden päivitysyhtälöt**



Vaihe1: Kuulan ja pylvään törmäyksen havaitseminen



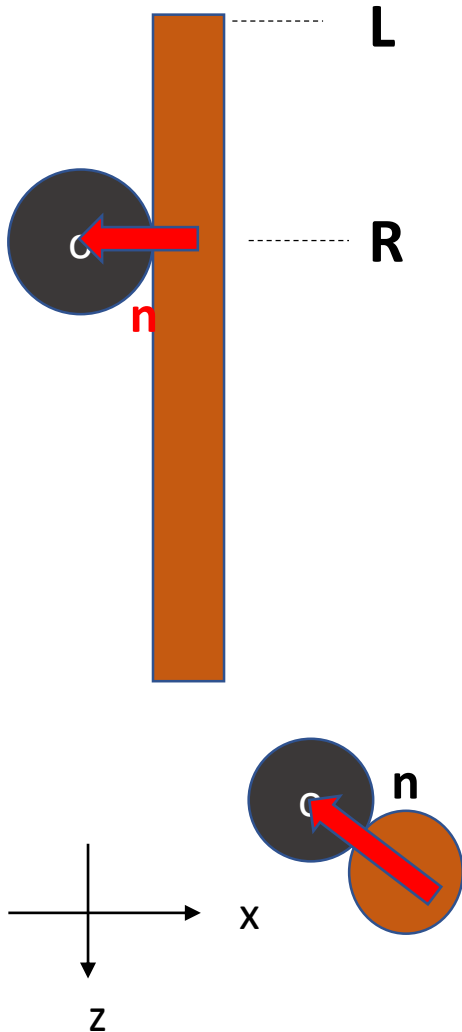
Silmukassa tarkkaillaan vaakavektoria n pylvään keskeltä kuulan keskelle.

Vektorin n lauseke on vaikea johtaa:

$$n = \text{kuula.pos} - \text{proj}(\text{kuula.pos} - \text{pylvas.pos}, \text{pylvas.axis})$$

Jos vektorin n pituus $<$ kuulan säde + pylvään säde, törmäys on tapahtunut

Vaihe2: Laskut kuulan osuessa



1. Rekisteröidään osumakorkeus (palkin saama kulmanopeus riippuu siitä)

$$R = \text{pallo.pos.y}$$

2. Lasketaan kuulan nopeuden vektorin n suuntainen komponentti

$$\text{vnorm} = \text{proj}(\text{kuula.velocity}, n)$$

3. Normaalivektorin n komponentit törmäyshetkellä ovat $(n.x, 0, n.z)$

Palkki lähtee kaatumaan xz -tasossa suuntaan joka on normaalivektorille vastakkainen. Lasketaan kulma (θ) x -akseliin nähden:

$$\theta = \text{atan}(n.z/n.x)$$

tangenttifunktio jakso on 180 astetta eli π radiaania, josta syystä ym. kaavaa pitää korjata lisäämällä perään toinen komento

$$\text{If } n.x < 0: \theta += \pi$$

4. Lopuksi lasketaan kuulan saama rekyylinopeus ja palkin kulmanopeus w

$$\text{kuula.velocity} += -(1+e) * M * L / (3 * R * R * m + M * L * L) * \text{vnorm2}$$

$$w = -3 * (1+e) * m * R / (3 * R * R * m + M * L * L) * \text{mag}(\text{vnorm2})$$

M = palkin massa, m = kuulan massa, e = törmäyksen elastisuus

Vaihe3: Palkki kaatuu

Tässä vaiheessa päivitetään (niin kauan kuin palkin kulma $\text{angle} > 0$)

1) palkin kulmakiihtyvyyttä

$$\alpha = -3 * g * \cos(\text{angle}) / L$$

2) palkin kaltevuuskulmaa maahan

$$\text{angle} += w * dt + 0.5 * \alpha * dt ** 2$$

3) palkin kulmanopeutta

$$w += \alpha * dt$$

4) Palkin akselia (perustuu 3D pallokoordinaatistoon, angle ja theta kuten "leveysaste" ja "pituusaste")

$$\text{palkki.axis} = \text{vec}(L * \cos(\text{angle}) * \cos(\text{theta}), L * \sin(\text{angle}), L * \cos(\text{angle}) * \sin(\text{theta}))$$