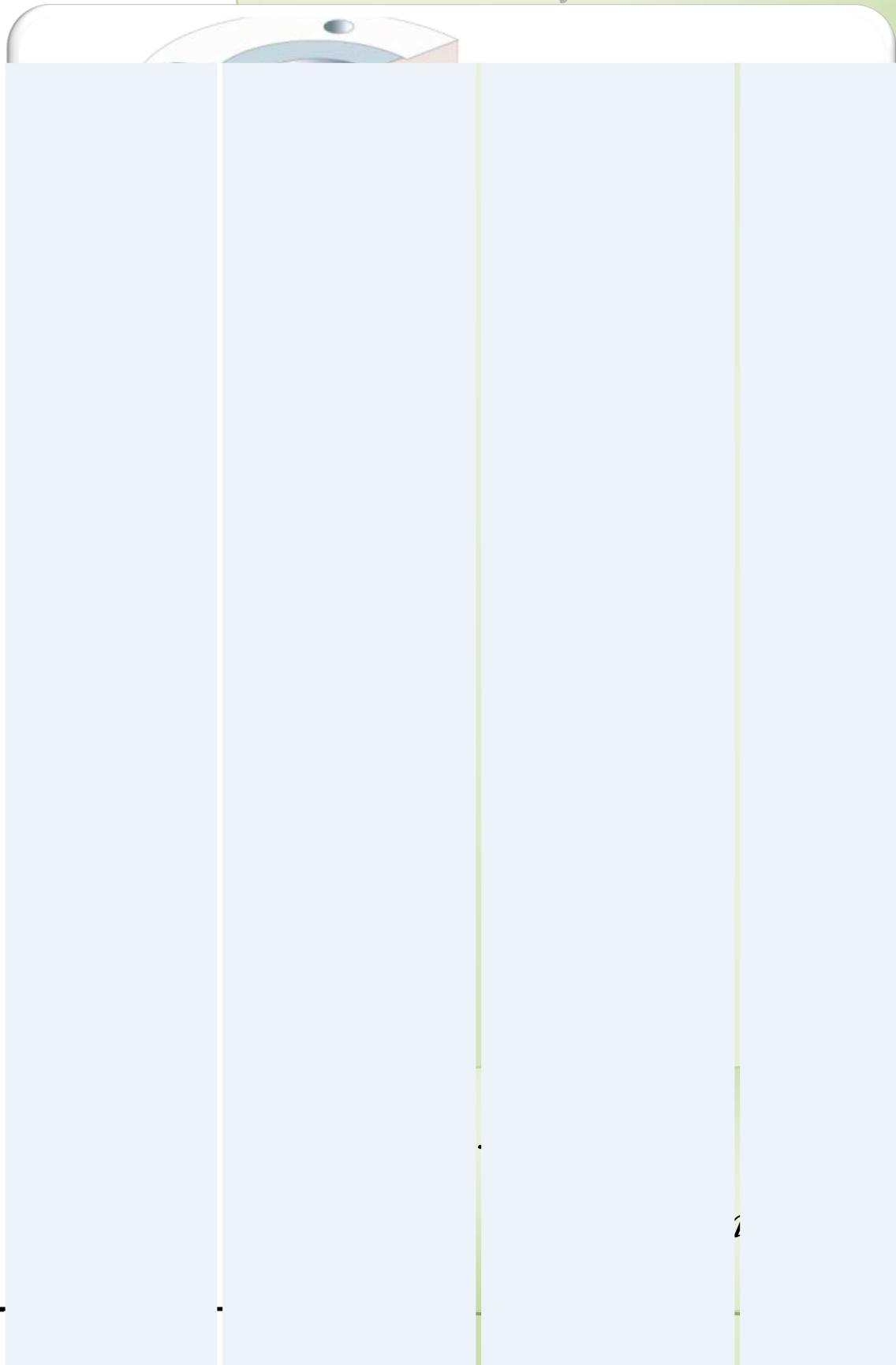


Diseño de Elementos de Máquinas //



**A mi esposa
e hijos.**

Presentación

El diseño de elementos de máquinas, es un curso orientado al campo de la industria y mecánica, principalmente en el campo de la proyección y manufactura de piezas.

Dicho curso aplica los principios físicos de la mecánica, ciencia de los materiales y análisis estructural para el análisis de los elementos utilizados en la actualidad, tales como maquinarias con diversos fines (hidráulicos, de transporte, de manufactura), así como también diversos sistemas motorizados, entre otras aplicaciones.

Su objetivo es presentar alternativas, conceptos, procedimientos para el análisis y diseño de los elementos de máquinas. Para los estudiantes que usen este libro tendrán una guía para poder realizar un diseño estructural factible, acorde y quizás original de piezas e integrarlos en un sistema más complejo.

Introducción

El libro expone las pautas para el análisis y diseño de elementos mecánicos, teniendo en cuenta consideraciones estáticas y dinámicas, para luego estudiar el proceso de fallas en los elementos mecánicos, y posterior elección de los materiales adecuados para el diseño en sí.

También se puede contar con ciertas condiciones específicas antes detalladas, y analizar una máquina o piezas desde tales datos y materiales, y deducir una decisión basado en lo teórico y que se aplique en lo práctico, que nos permita saber si dicha estructura es ideal para un determinado rango de trabajo o carga.

En el libro se pueden ver y estudiar desde elementos sencillos como lo son los árboles, así como los materiales usuales con lo que son fabricados, también se estudian vigas, elementos de unión como son los tornillos y pernos, elementos que almacenan energía como los resortes, elementos flexibles que transmiten potencia y movimiento como lo son fajas, poleas y cadenas.

Prólogo

El objetivo de la ingeniería es proporcionar a la sociedad lo que la civilización requiere en ese momento. Por tanto, la ingeniería se transforma en el “ente” que liga y convierte la naturaleza para la satisfacción del hombre. Por tanto la ingeniería aplica los conocimientos científicos para solucionar los problemas de la humanidad; entonces la ingeniería es una ciencia aplicada, que encontrando un plan funcional y significativo a los problemas los resuelve, a este plan significativo y funcional se le conoce como **diseño**.

El presente libro está dirigido para estudiantes que se inician en la ciencia del diseño mecánico, considerando que dichos estudiantes han cubierto estudios básicos de matemáticas e ingeniería básica. Orientado a aplicar los fundamentos de ingeniería a casos prácticos del diseño de elementos mecánicos que puedan lograr obtener soluciones funcionales y económicamente factibles.

Durante el desarrollo del libro se emplean procedimientos bien definidos en las soluciones de los problemas ilustrativos, empleando métodos numéricos y gráficos tratando que los alumnos puedan usar dichas técnicas a problemas no tratados en la presente obra.

En el capítulo inicial se detallan básicamente conceptos acerca de lo que es ingeniería, ciencia y proyecto, además de características de los materiales a utilizar, en el capítulo dos y tres tratan de la mecánica de los materiales, fenómenos que ocurren en ellos teniendo en cuenta determinadas cargas y esfuerzos a los que están sometidos, en el capítulo cuatro se detallan fenómenos físicos ocurridos en una estructura primordial en ingeniería mecánica como son las vigas, en tanto en el cinco, se detallan cargas y esfuerzos existentes en elementos de unión como tornillos, pernos y soldadura, en el capítulo seis tenemos elementos que recuperan su estado inicial después de haber sido deformados a causa de una carga y/o esfuerzo llamados resortes o muelles mecánicos, así como sus diferentes tipos y condiciones a los que trabajan, el capítulo final trata de elementos flexibles que primordialmente transmiten movimiento y potencia, hablamos entonces de fajas y cadenas, se estudia pues las fuerzas existentes en la hora de su trabajo, además de los materiales con los que son fabricados.

Finalmente el autor desea expresar su agradecimiento al Bach. Jorge Luis Acha N. por su primera colaboración en el inicio de este trabajo, a los señores Jaime Mogollón Espinoza y Kenny Jiménez Ruiz que me ayudaron en la tarea de organizar el material ilustrativo y a finalizarlo.

Piura , Enero del 2013.

Contenido

1

INTRODUCCIÓN AL DISEÑO (1)

INTRODUCCIÓN	1
1.1 FUNDAMENTOS DEL PROYECTO	2
1.2 DISEÑO DE INGENIERÍA	3
1.3 EL ACERO Y SUS PROPIEDADES	5
1.4 FIERRO FUNDIDO	10
1.5 ALUMINIO	11

2

ESFUERZOS SIMPLES EN ELEMENTOS SENCILLOS DE MÁQUINAS (12)

INTRODUCCIÓN	12
2.1.-DIAGRAMAS ESFUERZO – DEFORMACIÓN	13
2.2.-ESFUERZOS EN ELEMENTOS DE MAQUINAS	15
2.3.-DIAGRAMA DEL CÍRCULO DE MOHR	20
2.4.-ENERGIA DE DEFORMACIÓN EN EL CIZALLAMIENTO	32
2.5.-ENERGIA DE DEFORMACIÓN EN LA FLEXIÓN	33
2.6.-TEOREMA DE CASTIGLIANO	34
2.7.-DEFORMACIÓN DEBIDO AL MOMENTO FLECTOR	36
2.8.-VIGAS HIPERESTATICAS	43
2.9.-TENSIONES COMBINADAS	45
2.10.-TEORÍA DE LA TENSIÓN NORMAL MÁXIMA	51

3

VIGAS DISEÑO DE ELEMENTOS POR CONCENTRACIÓN DE ESFUERZOS, CARGAS CÍCLICAS Y FATIGA (56)

INTRODUCCIÓN	56
3.1.-CONCENTRACIÓN DE TENSIONES	57
3.2.-FATIGA	59
3.3.-TENSIONES FLUCTUANTES	66
3.4.-RESISTENCIA A LA FATIGA BAJO TENSIONES FLUCTUANTES	66

4**VIGAS CURVAS
EN FLEXIÓN (73)**

INTRODUCCIÓN	73
4.1 ESFUERZOS EN VIGAS CURVAS EN FLEXIÓN	74
4.2 EJES	76
4.3 CÁLCULO DE EJES	76
4.4 CÁLCULO DE EJES POR RIGIDEZ	78

5**TORNILLOS, SUJETADORES
Y UNIONES (80)**

INTRODUCCIÓN	80
5.1 SUJETADORES ROSCADOS Y TORNILLO DE POTENCIA	81
5.2 TORNILLO DE POTENCIA	81
5.3 EFICIENCIA O RENDIMIENTO DE UN TORNILLO	82
5.4 CÁLCULO DE TORNILLOS DE POTENCIA	83
5.5 EFICIENCIA DE UN MECANISMO DE TORNILLO	83
5.6 ESFUERZOS EN LA ROSCA	84
5.7 ESFUERZOS EN EL NÚCLEO	84
5.8 PRETENSADO DE LOS PERNOS	85
5.9 PAR DE APRIETE DEL PERNO	87
5.10 RESISTENCIA DEL PERNO	88
5.11 UNIONES A TRACCIÓN CON PERNOS Y JUNTAS	89
5.12 CARGA EXCÉNTRICA	94
5.13 UNIONES SOLDADAS	98
5.14 TENSIONES EN UNIONES SOLDADAS	100
5.15 RESISTENCIA DE LAS UNIONES SOLDADAS	104

6**MUELLES
MECÁNICOS (108)**

INTRODUCCIÓN	108
6.1.- MATERIAL DE LOS RESORTES	109
6.2.- TENSIONES EN LOS MUELLES HELICOIDALES	109
6.3.- DEFORMACION DE LOS MUELLES HELICOIDALES	111
6.4.- MUELLES DE BALLESTA	114
6.5.-RELACIONES ENTRE ESFUERZOS, FUERZA Y DEFORMACIÓN, EN MUELLES DE BALLESTA O DE HOJAS MÚLTIPLES	114
6.6.-OBTENCION DE LAS RELACIONES ENTRE ESFUERZO, FUERZA Y DEFORMACIÓN PARA LOS MUELLES DE BALLESTA	116

6.7.- MUELLES A TORSIÓN HELICOIDALES	120
6.8.- MUELLES BELLEVILLE	122
6.9.- MUELLES DIVERSOS	122
6.10.- FRECUENCIA CRÍTICA DE LOS MUELLES HELICOIDALES	124
6.11.- CAPACIDAD DE ALMACENAMIENTO DE LA ENERGÍA	125

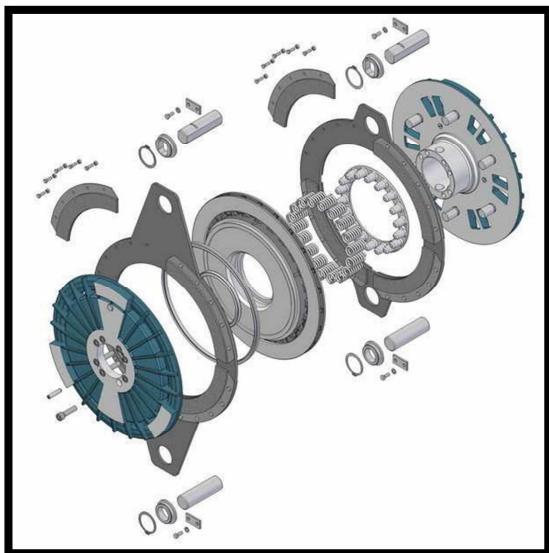
7

ELEMENTOS MÉCÁNICOS FLEXIBLES (127)

INTRODUCCIÓN	127
7.1.- IMPORTANCIA DE LOS ELEMENTOS MECÁNICO FLEXIBES	128
7.2.-CORREAS	128
7.3.-FUERZA TANGENCIAL NETA Y VARIACIÓN DE ESFUERZO EN LAS CORREAS	128
7.4.-CORREAS PLANAS	130
7.5.-CAPACIDAD DE UNA CORREA PLANA	130
7.6.-PERFIL DE LA POLEA PARA FAJA PLANA	132
7.7.-SELECCIÓN DEL TAMAÑO DE POLEA	133
7.8.-DISTANCIA ENTRE CENTROS Y LONGITUD DE CORREA	133
7.9.-CORREAS TRAPEZOIDALES O EN “V”	135
7.10.-CORREA TIMING (O DE SINCRONIZACIÓN)	136

APÉNDICE (137)

SECCIÓN 2: Tablas de propiedades de materiales como acero y aluminio	138
SECCIÓN 5: Tablas de pernos y tornillos	142
SECCIÓN 6: Tablas de muelles	145
SECCIÓN 7: Tablas de correas	147



1 INTRODUCCIÓN AL DISEÑO

"No hay que confundir nunca el conocimiento con la sabiduría. El primero nos sirve para ganarnos la vida; la sabiduría nos ayuda a vivir."

Sorcha Carey

1.0.- INTRODUCCIÓN

En este primer capítulo introductorio se trata de dar una visión general en lo referente a los fundamentos que se deben tener en cuenta en el proyecto de ingeniería mecánica, distinguir entre lo que realmente es ciencia, ingeniería y lo que es el proyecto propiamente dicho; se da de forma somera, pero comprensiva y clara, el proceso del diseño. Así mismo se nombran algunas siglas importantes y las que más se usarán en este texto, posteriormente se habla con un poco más de detalle el material que ha tenido gran significado en el desarrollo de la humanidad, como es el acero.

1.1 FUNDAMENTOS DEL PROYECTO

El proyecto de ingeniería es un estudio de los procesos en virtud de los cuales el ingeniero toma sus decisiones, a partir de la concepción original del problema y terminando con un conjunto de planos de fabricación.

La decisión a tomar depende del factor que deba prevalecer.

Ciencia, Ingeniería y Proyecto

1.1.1 **La Ciencia**, El objetivo de ésta es revelar los secretos de la naturaleza.

Un problema científico tiene solamente una respuesta.

A un científico no le conciernen los efectos humanos o morales que encierra su trabajo, busca una respuesta a un problema científico que existe únicamente debido a su curiosidad (o curiosidad de otros)

La solución de un problema científico no necesita satisfacer una necesidad humana. Por ejemplo: El número de planetas inhabitables en nuestra galaxia es un problema científico, pero el hallazgo de la respuesta no llenaría ninguna necesidad humana de hoy.

1.1.2 **La Ingeniería**, Busca satisfacer una necesidad humana. Por ejemplo: El construir un puente para cruzar un río, el almacenar de modo compacto gran cantidad de información y de tenerla instantáneamente cuando se necesite, el problema de alumbrar un pueblo joven, el transmitir información a los pueblos más alejados.

En contraposición con la ciencia, la ingeniería se caracteriza por su dinamismo y por su responsabilidad ante la sociedad.

Un ingeniero encuentra más de una respuesta, pero debe elegir la más idónea, utilizando las mejores herramientas y conocimientos científicos que tiene a su disposición, empleando y ayudándose de arte y empirismo cuando sea preciso y pensando en la economía y en la responsabilidad ante sus congéneres.

El final de la investigación científica no está aún vista, la ciencia tendrá que ir aprendiendo más y más sobre la naturaleza.

Los problemas de ingeniería continuarán necesitando soluciones, aunque no se conozca la parte científica. (El aeroplano se inventó antes de que se descubriese la ciencia de la aerodinámica) Jame Watt construyó una máquina de vapor con pleno éxito, antes de que se conociese la ciencia de la transmisión del calor. Y Marconi montó una radio antes de la existencia de la ciencia de la electrónica. Por tanto podemos concluir que el arte y el empirismo serán siempre ingredientes esenciales en las realizaciones de la ingeniería.

1.1.3 **UN PROBLEMA DE PROYECTO DE INGENIERÍA** es frecuentemente una situación compleja; la complejidad puede ser tan grande que sea incluso difícil encontrar el problema a resolver.

La primera tarea del ingeniero es darse cuenta de la existencia de una necesidad y después decidir perfectamente si hacen o no hacen nada.

Después de reconocer la necesidad se procede a formular un problema en términos generales o específicos.

Las contribuciones originales de reconocer la necesidad y formular el problema, necesitan un trabajo difícil, monótono y constancia. Es fácil presentar un desarrollo o deducción elegante y lógico después de haber pensado mucho tiempo en ello, pero debe observarse que estos desarrollos se obtuvieron inicialmente con gran dificultad y con frecuencia después de muchos intentos.

Definido el problema de ingeniería, la siguiente etapa es la síntesis.

Por síntesis se entiende una solución completa de todos los detalles de la solución o de los elementos de la máquina (las tuercas y pernos, la bancada de la máquina y los cojinetes, los engranajes, manivelas, poleas, varillas de conexión y correas, los materiales, métodos de proceso y dimensiones. El resultado de la síntesis es un plan.

La síntesis se efectúa en parte por creación y en parte por el cálculo y el análisis, debemos además emplear el juicio, la experiencia, los experimentos y la intuición.

Rara vez se completa la etapa de reconocimiento del problema definición, síntesis o de análisis. Antes de avanzar a la siguiente etapa.

Por ejemplo, un problema puede definirse, luego sintetizarse para ver si la definición del problema fue acertada o no. El análisis preliminar puede revelar que la solución sintetizada satisface pobremente la solución y deberá reestructurarse nuevamente el problema y hacer otra síntesis.

Después de la síntesis, la próxima etapa es el análisis para hallar la solución óptima. El objeto es de determinar y comparar el rendimiento probable con el que se desea obtener.

Por optimización se entiende el hallar la óptima o mejor solución entre las sintetizadas.

Otra parte importante del proyecto es la valoración de la solución. Aquí cabe preguntarse ¿Satisface realmente la necesidad o necesidades? ¿Competirá con éxito con los productos similares? ¿Es económica de fabricar y de emplear? ¿Es fácil de mantener? ¿Se venderá?

1.2 DISEÑO DE INGENIERÍA

¿Qué es el Diseño de Ingeniería?

Es la creación de planos necesarios para que las máquinas, las estructuras, los sistemas o los procesos desarrollen las funciones deseadas.

¿Cuál es el proceso del diseño?

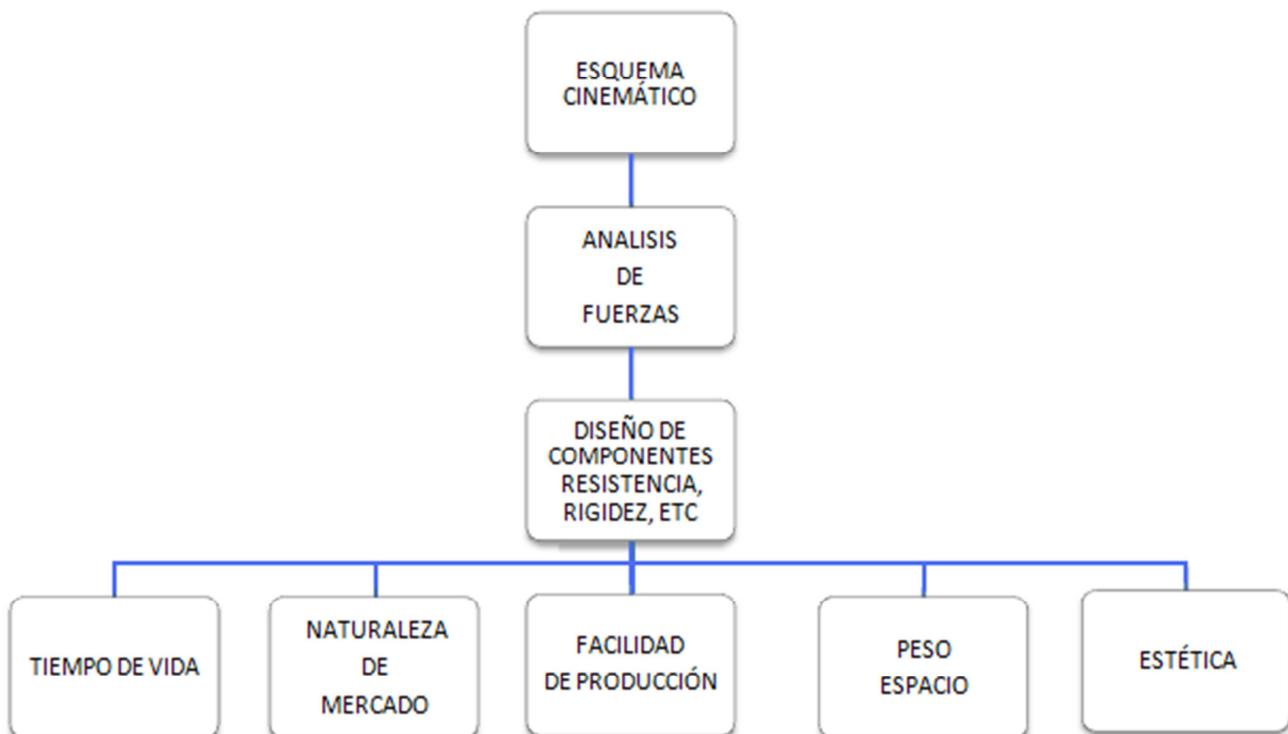
1. Definir el problema que siempre nace de una necesidad.
2. La forma o esquema para resolver la necesidad y elegir uno para analizarlo. Estudio de factibilidad.
3. Diseñar de forma preliminar la máquina, estructura, sistema o proceso seleccionado; permitiendo establecer las características globales y las específicas de cada componente.
4. Realizar el análisis de todas y cada uno de los componentes y preparar los dibujos necesarios con sus respectivas especificaciones.

El proyectista es creador y debe tener juicio para la toma de decisiones, este juicio es en base de principios científicos, suplementados con información empírica y experiencia. Las ciencias sirven de fundamentos al diseño de máquinas.

Son la matemática y la física (cinemática, estática, dinámica resistencia de materiales), pero existen muchas otras materias a considerar: El dibujo, la economía, la metalurgia, la termodinámica y la transmisión de calor, la mecánica de los fluidos y la teoría de circuitos eléctricos.

El diseño puede ser simple o enormemente complejo, fácil o difícil, matemático o no matemático, y puede implicar un problema trivial o uno de gran importancia.

- La palabra diseño, deriva del latín DESIGNARE, que significa “señalar, marcar”
- Un diccionario da las siguientes definiciones: esbozar, trazar o planear, como acción o trabajo para concebir, inventar, idear”
- El diseño de ingeniería es definido como: El proceso de aplicar las diversas técnicas y principios científicos con el objeto de determinar un dispositivo, un proceso o un sistema con detalles suficientes que permitan su realización.



A continuación se dan algunas siglas utilizadas en mecánica.

- AGMA : American Gear Manufacturers Association (Asociación Americana de Fabricantes de Engranajes)
- AISC : American Institute of Steel Construction (Instituto Americano de la Construcción del Acero)
- AISI : American Iron and Steel Institute (Instituto Americano del Hierro y del Acero)
- ASME : American Standard Association (Asociación Americana de Estándares)

- ASTM** : American Society of Mechanical Engineers (Sociedad Americana de Ingenieros Mecánicos)
- AWS** : American Society for Testing Materials (Sociedad Americana para Prueba de Materiales)
- SAE** : American Welding Society (Sociedad Americana de Soldadores)
Society of Automotive Engineers (Sociedad de Ingenieros Automotrices)

1.3 EL ACERO Y SUS PROPIEDADES

DEFINICION DEL ACERO

El acero es una aleación de hierro con pequeñas cantidades de otros elementos, es decir, hierro combinado con un 1% aproximadamente de carbono, y que hecho ascua y sumergido en agua fría adquiere por el temple gran dureza y elasticidad. Hay aceros especiales que contienen además, en pequeña proporción, cromo, níquel, titanio, volframio o vanadio.

Se caracteriza por su gran resistencia, contrariamente a lo que ocurre con el hierro. Este resiste muy poco a la deformación plástica, por estar constituida solo con cristales de ferrita; cuando se alea con carbono, se forman estructuras cristalinas diferentes, que permiten un gran incremento de su resistencia. Ésta cualidad del acero y la abundancia de hierro le colocan en un lugar preeminente, constituyendo el material básico del S.XX. Un 92% de todo el acero es simple acero al carbono; el resto es acero aleado: aleaciones de hierro con carbono y otros elementos tales como magnesio, níquel, cromo, molibdeno y vanadio.

1.3.1 PROPIEDADES DE LOS MATERIALES

Cizallamiento: En ausencia de información se puede considerar las resistencias de cizallamiento como sigue:

$$\text{Material} \quad R = \frac{\text{Límite de rotura a cizallamiento}}{\text{Límite de rotura a tracción}} = \frac{Sc}{Su} \quad (\text{Ec. 1.1})$$

ALUMINIO	0.60
ACERO	0.75
COBRE	0.90
FUNDICIÓN MALEABLE	0.90
FUNDICIÓN DE HIERRO	1.30

Ductilidad: Es la capacidad para absorber sobrecargas. La Ductilidad se mide por el porcentaje de alargamiento que sufre el material antes de romperse.

La línea divisoria normal entre Ductilidad y fragilidad es el alargamiento, si un material tiene menos del 5% de alargamiento es frágil, mientras que otro que tenga más es dúctil. Si un material es dúctil tiene la capacidad de poderse trabajar en frío (operaciones tales como: plegado, estirado, embutido, rebordeado)

Maleabilidad: Término que frecuentemente se intercambia con ductilidad. La maleabilidad es la propiedad o cualidad de ser comprimido o aplastado.

Resiliencia: Capacidad para absorber energía en la zona elástica se mide por el módulo de resiliencia que es la energía de deformación que puede absorber por unidad de volumen el material.

$$U = \frac{\sigma^2 \lambda A}{2E} \quad (\text{Ec. 1.2})$$

Tenacidad: Capacidad para absorber energía en la zona plástica. El módulo de tenacidad se obtiene integrando el diagrama tensión deformación hasta la fractura.

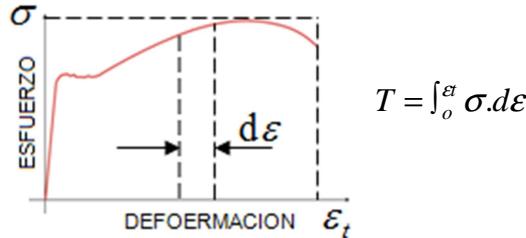


Figura 1.0 Diagrama de esfuerzo - deformación para hallar tenacidad

Un método relativamente sencillo de valorar la tenacidad, consiste en calcular el número índice de tenacidad, que se obtiene multiplicando el límite de rotura por la deformación en la rotura.

$$T = S_u \varepsilon_t \quad (\text{Ec. 1.3})$$

Otro método consiste en multiplicar la deformación en la rotura por la media del límite de rotura y del límite de fluencia.

$$T = \left(\frac{S_y + S_u}{2} \right) \varepsilon_t \quad (\text{Ec. 1.4})$$

Dureza: La dureza es importante cuando se proyecta una pieza que deba resistir el desgaste, la erosión o la deformación plástica. Los sistemas de medida de mayor uso son: Brinell, Rockwell, Vickers y la Shore.

1.3.2 DENOMINACIÓN DE ACEROS

La SAE “Society of Automotive Engineers”, fue la primera que reconoció la necesidad y adoptó un sistema para clasificar los aceros.

Después AISI (American Iron and Steel Institute) adoptó un sistema similar. Los números de especificación para el acero son iguales en SAE y AISI únicamente la diferencia radica en que AISI utiliza los prefijos B, C, D y E para indicar el método de obtención del acero.

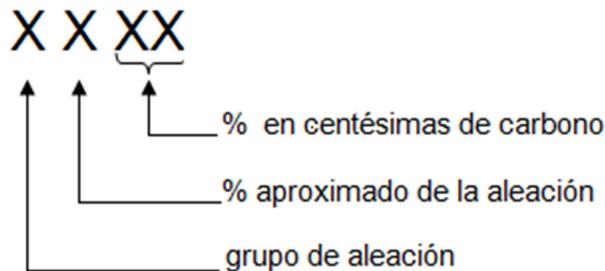
- B : Acero Bessemer Ácido al Carbono
- C : Acero Martin – Siemens Básico al Carbono
- D : Acero Martin – Siemens Ácido al Carbono
- E : Acero de Horno Eléctrico

Existen letras que se encuentran entre números, las letras B y L indican que se ha añadido Boro o Plomo respectivamente (como 94B40, 11L41). Una letra h al final indica que el material puede ser adquirido con una templabilidad especificada.

Estos aceros de Baja Aleación son ocupados para confeccionar elementos y órganos de máquinas, motores, etc., de gran resistencia.

Para trabajar con los aceros de baja aleación, existe una clasificación de la sociedad de Ingenieros Automotrices SAE y es de gran utilidad para tener un análisis aproximado al acero.

Esta clasificación consta de 4 números, que nos indica el tipo de acero.



1. Primer número: Este número indica el (los) elemento(s) principal(es) de la aleación de acuerdo a lo siguiente:

- 1) Acero al Carbono
- 2) Acero al Níquel
- 3) Acero al Níquel – Cromo
- 4) Acero al Molibdeno – Cromo
- 5) Acero al Cromo
- 6) Acero Cromo Vanadio
- 7) Acero al Tungsteno
- 8) Acero Cromo Níquel Molibdeno
- 9) Acero Silicio Manganese

Una clasificación más específica de los aceros es la que a continuación se proporciona:

Tabla 1-1

ACERO	SAE	ACERO	SAE
Acero al carbono corriente (Ordinario)	10XX	Molibdeno -Níquel	46XX
Acero al carbono de fácil mecanización con mayor % de azufre o	11XX	Molibdeno Cromo – Níquel	47XX
Manganese	13XX	Molibdeno – Níquel	48XX
Boro	14XX	Cromo	5XXX
Níquel	2XXX	Cromo resistente al calor	514XX
Níquel – Cromo	3XXX	Cromo resistente a la corrosión	515XX
Resistente al calor y a	303XXX	Cromo – Vanadio	6XXX
Molibdeno	40XX	Níquel – Cromo – Molibdeno	8XXX
Molibdeno – Cromo	41XX	Silicio – Manganese	92XX
Molibdeno – Cromo – Níquel	43XX	Níquel – Cromo-Molibdeno	94XX

2. Segundo número: Indica el porcentaje aproximado de él o los elementos predominantes de la aleación.
3. Tercer y Cuarto número: Juntos indican la cantidad aproximada de carbono en el acero.

Ejemplos:

SAE 1020 Acero al Carbono	:	0.20%C
SAE 1045 Acero al Carbono	:	0.45%C
SAE 2315 Acero al Níquel	:	3%Ni, 0.15%C
SAE 2340 Acero al Níquel	:	3%Ni, 0.40%C
SAE 3240 Acero Níquel Cromo	:	1.75%Ni, 1.0%Cr, 0.40%C
SAE 4140 Acero al Mo – Cr	:	1%Cr, 0.20%Mo, 0.40%C
SAE 4340 Acero al Mo – Cr	:	1.85%Ni, 0.80%Cr, 0.25%Mo, 0.40%C

1.3.3 ACEROS ALEADOS.

Implicancia de los componentes en los aceros aleados.

Cromo: Formación de carburos de cromo que son duros, afina también el tamaño del grano aumentando la tenacidad y dureza.

Níquel: El níquel al igual que el Cr origina que se desplace el punto eutectoide hacia la izquierda y aumenta la zona crítica de temperatura. El níquel Ni es soluble en la ferrita y no forma carburos ni óxidos, esto incrementa la resistencia sin disminuir la ductilidad. Los aceros al Ni cementados tienen un núcleo más resistente que la de un acero al carbono ordinario.

Manganoso: Se halla en todos los aceros como agente desoxidante y desulfurante pero si es superior al 1% se clasifica como una aleación de manganoso. Forma carburos y aumenta el tiempo necesario de la transformación haciendo posible el temple en aceite.

Silicio: Se añade como agente desoxidante. Cuando se añade en aceros de bajo porcentaje de carbono, produce un material frágil, con alta permeabilidad magnética y baja pérdida por histéresis. Se emplea con otros elementos como el Mn, Cr y V, para estabilizar sus carburos.

Molibdeno: Forma carburos y se disuelve en la ferrita dando al acero propiedades de dureza y tenacidad. Es el material más efectivo para hacer templos al aire y en aceite. Contribuye a afinar el grano.

Vanadio: Tiene tendencia muy fuerte a formar carburos, agente fuertemente desoxidante y afina el grano. Es muy difícil ablandar los aceros al vanadio por revenido, por ello se emplea en aceros para herramientas.

Tungsteno: El tungsteno produce una estructura fina y densa, dando tenacidad y dureza. Su efecto es similar al del Molibdeno.

1.3.4 DIAGRAMA HIERRO –C ARBONO

Transformación Austenita – Ferrita

- a) Es La transformación más importante en los aceros, que es la base para casi todos los tratamientos térmicos del acero.
- b) Ocurre esencialmente en hierro puro a $T = 1670^{\circ}\text{F}$. Si aumenta el contenido de carbono, la transformación ocurre sobre un rango de temperatura. La temperatura superior de este rango varía de 1670°F a 1335°F , a medida que aumenta el carbono. Por ejemplo, con $C = 0.10\%$, la temperatura superior (a la cual comienza la transformación) es de 1600°F , mientras que para un acero con $C = 0.50\%$, esta temperatura es de sólo 1430°F .

El rango de temperatura inferior permanece constante a 1335°F , para todos los aceros. La Austenita puede disolver hasta 2.0% de C en solución sólida. En todo caso, la Ferrita puede disolver un máximo de sólo 0.025% de C. Debajo de la temperatura inferior, la Austenita se transforma a Ferrita. Lo anterior puede ilustrarse en el conocido diagrama Hierro – Carbono.

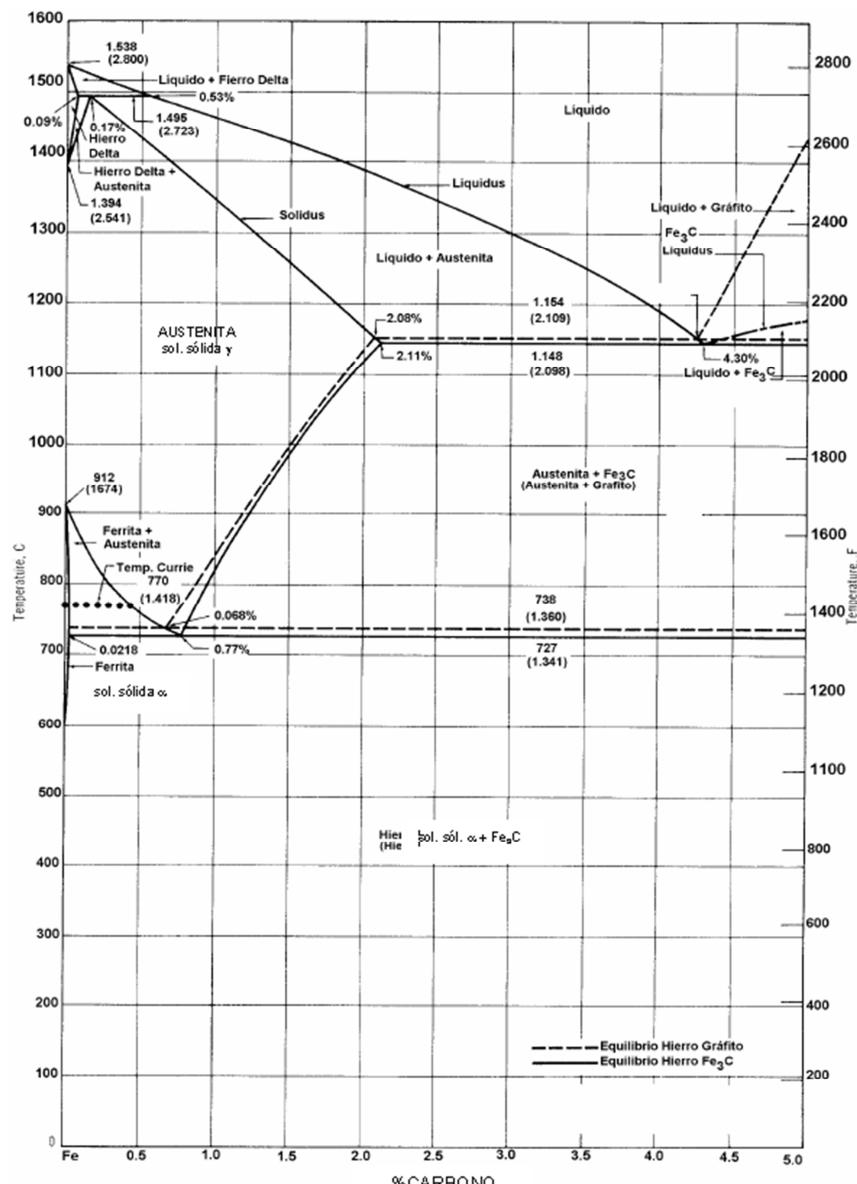


Figura 1.1 Diagrama Hierro - Carbono

1.3.5 DIAGRAMA TTT (TRANSFORMACIONES ISOTERMICAS)

El diagrama Fe-C sólo nos provee información respecto a las estructuras que se forman bajo condiciones de equilibrio. Es por ello que no nos dice nada respecto de la transformación de la Austenita a alguna de las estructuras bajo condiciones de no equilibrio (Velocidades de calentamiento y enfriamiento rápidas), como ser Austenita a vainita, Austenita a martensita, etc. Tan importante es, a la vez, conocer a qué velocidades de enfriamiento y temperaturas se producirán dichas transformaciones.

El diagrama TTT es un gráfico, en el cual se muestra a qué velocidades, tiempo y temperatura se transforma la Austenita en perlita, vainita, martensita. La figura describe un diagrama TTT para un acero al carbono de C = 0.8% (Existe un diagrama TTT para cada tipo de acero)

Hemos también mencionado el diagrama TTT como diagrama de transformación isotérmicas. Ello se debe a que las transformaciones a que se refiere este gráfico, se producen al mantener la temperatura constantemente durante tiempos específicos.

Es así como, para el caso de un acero al carbono con C = 0.8% lo sometemos primeramente a una temperatura de 1340°F (727°C) y lo mantenemos a dicha temperatura.

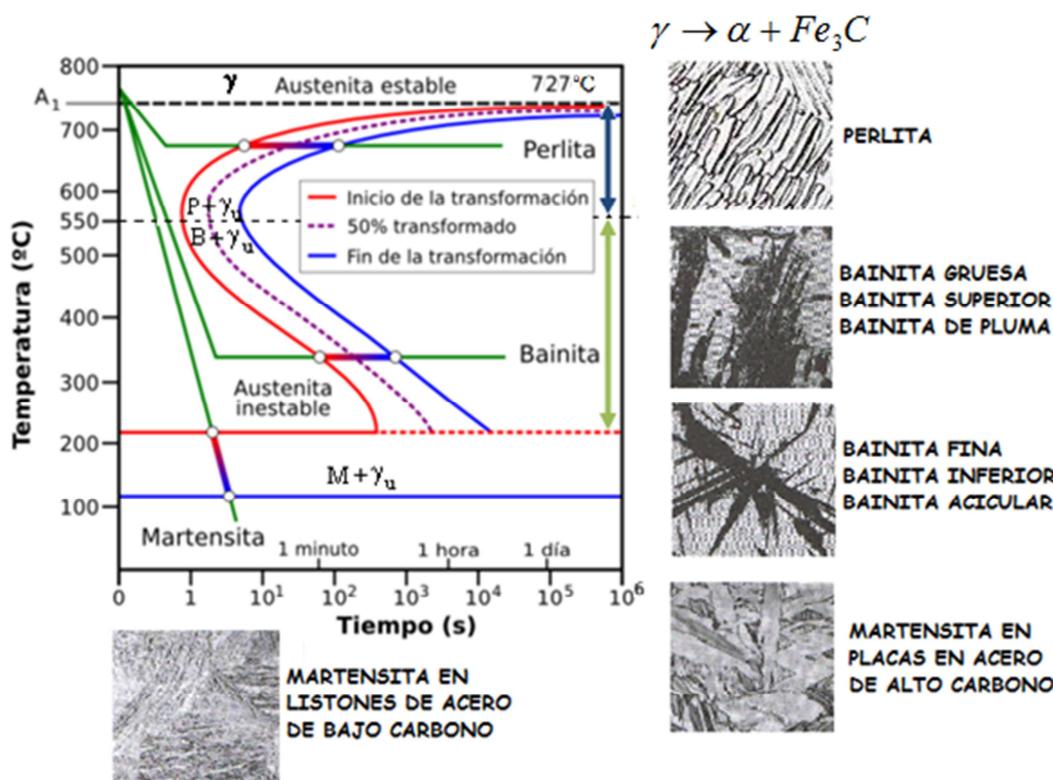


Figura 1.2 Diagrama TTT (Tiempo - Temperatura - Transformación)

1.4 FIERRO FUNDIDO

La fundición de hierro no se designa por su composición, sino por su nivel de resistencia a la tracción en unidades inglesas, según la ASTM

(American Society for Testing Materials) por ejemplo un ASTM 25, tiene aproximadamente 25,000 lb/pulg² de Su.

1.5 ALUMINIO

El aluminio y sus aleaciones forjables se designan por un sistema de cuatro dígitos.

Aluminio 99 por 100 mín o más 1xxx

Aleaciones de aluminio:

Cobre 2xxx

Manganoso 3xxx

Silicio 4xxx

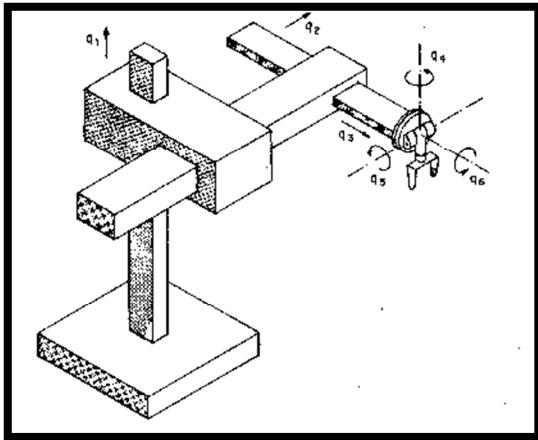
Magnesio 5xxx

Magnesio y Silicio 6xxx

Cinc 7xxx

Otros elementos 8xxx

2



ESFUERZOS SIMPLES EN ELEMENTOS SENCILLOS DE MÁQUINAS

*“La sabiduría consiste en saber cuál es el siguiente paso;
la virtud, en llevarlo a cabo.”*

David Starr Jordan

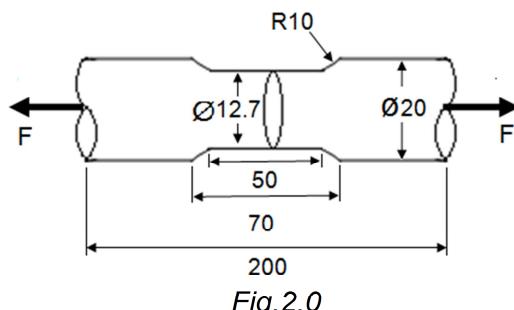
2.0 INTRODUCCIÓN

Una máquina está compuesta por una serie de elementos más simples que la constituyen, pudiendo definir como elementos de máquinas todas aquellas piezas o elementos más sencillos que correctamente ensamblados constituyen una máquina completa y en funcionamiento.

Estos elementos de máquinas, no tienen que ser necesariamente sencillos, pero si ser reconocibles como elemento individual, fuera de la máquina de la que forma parte, o de las máquinas de las que puede formar parte.

2.1.-DIAGRAMAS ESFUERZO – DEFORMACIÓN

La curva de esfuerzo – deformación a la tracción de ingeniería se obtiene por la acción de una carga estática sobre una probeta estándar



ACEROS A 370 ASTM (Ensayo destructivo)

E 8 – solo Ensayo Tracción

Fierro Fundido A 48

Aluminio B 557

Reducida (Probetas reducidas)

¢ Cabezas = 12

¢Ensayo = $\frac{1}{4}$ "

Durante el ensayo la carga que se aplica debe ser lo suficientemente lenta, para que todas las partes de la probeta estén en equilibrio en todo instante.

La norma ASTM E8 especifica una rapidez de carga de $70 \text{ kg/mm}^2/\text{min}$.

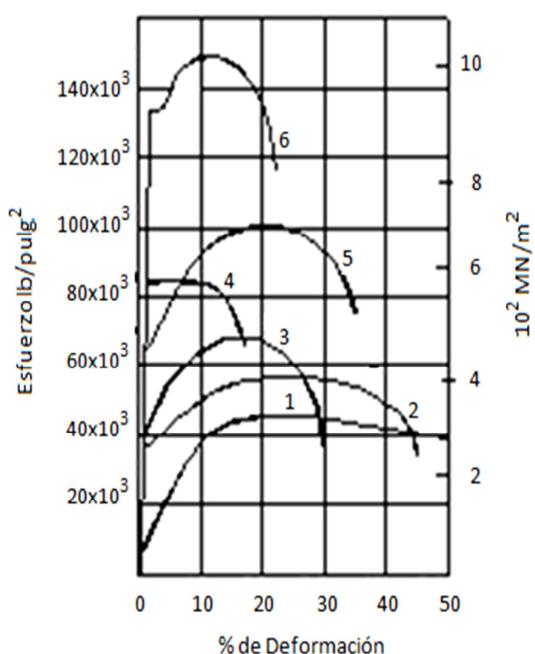


Diagrama comparativo de esfuerzo – deformación:

1- Latón blando.

2- Acero de bajo carbono.

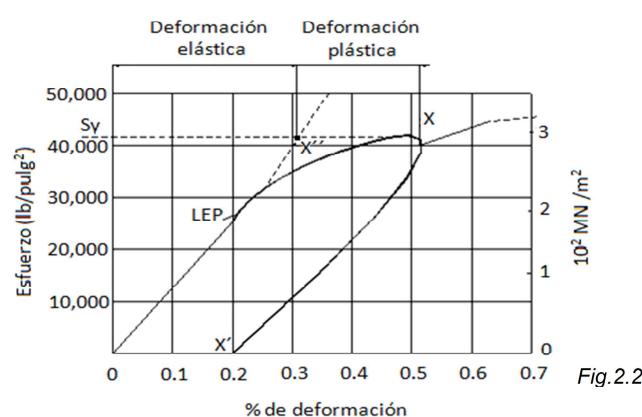
3- Bronce duro.

4- Acero laminado en frío.

5- Acero de contenido medio de carbono, recocido.

6- Acero de contenido medio de carbono, tratado térmicamente.

- Para la mayoría de los materiales la curva tienen una región elástica lineal inicial. En la cual la deformación es reversible e independiente del tiempo.



- La pendiente de esta región se conoce como Modulo de Young (E).
- El límite elástico proporcional (LEP) es el punto en donde la curva comienza a desviarse de la línea recta.
- El límite elástico es el punto sobre la curva más allá del cual está presente la deformación plástica, después que deja actuar la carga.

2.1.1.-DIAGRAMA ESFUERZO DEFORMACIÓN

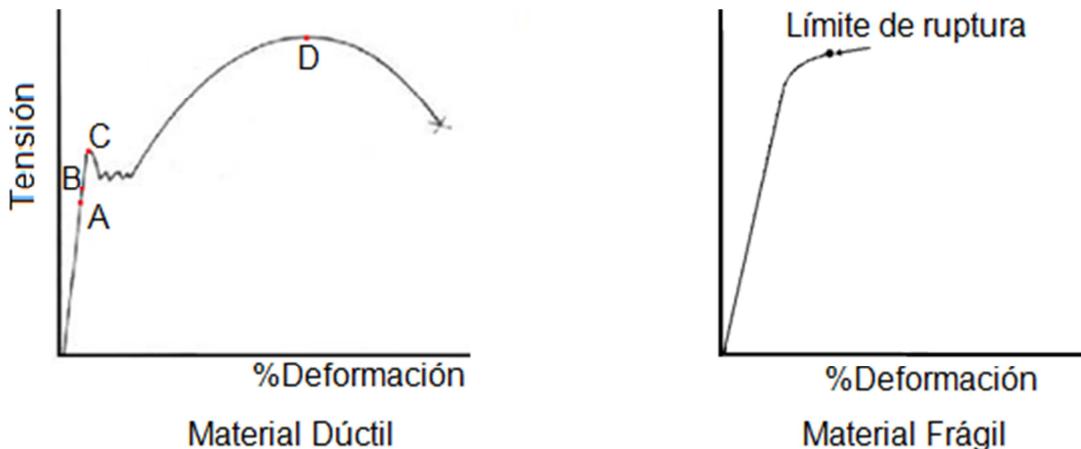


Fig.2.3: Diagrama Esfuerzo Deformación

- A) Límite de proporcionalidad, hasta donde el material obedece a la ley de Hooke. El módulo de elasticidad del material se puede determinar

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon} \rightarrow \text{Pendiente de la curva} \quad (\text{Ec. 2.1})$$

- B) Límite elástico, la tensión máxima que puede aplicarse al material sin que ocurra una deformación (al retirar la tensión).
 C) Límite de fluencia (Sy), punto donde el material pasa de elástico a plástico.
 D) Límite de rotura o resistencia a la tracción (Su), la máxima tensión que alcanza el material en el diagrama Deformación – Tensión.

$$\epsilon = \frac{\delta}{\lambda}$$

(Ec. 2.2)

$\epsilon = \text{Alargamiento}$ (deformación unitaria).

$\delta = \text{Deformación.}$

$\lambda = \text{Longitud original del cuerpo.}$

$\sigma = E \cdot \epsilon$ Ley de Hooke (Dentro de cierto límite, la tensión de un material es proporcional a la deformación que origina)

$$E = \text{Módulo de Young o de Elasticidad} \frac{Kg}{cm^2}$$

$$\delta = \frac{FL}{AE} \quad (\text{Ec. 2.3})$$

Para Aceros:

$$E = 2.1 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2$$

$$G = 1.0 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2$$

Para La fundición:
 $G = 6.4 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2$

DEFORMACIÓN DE CORTE O CIZALLAMIENTO

$$\gamma = \frac{r\theta}{l} \quad (\text{Ec. 2.4})$$

r = radio de la barra

θ = Desplazamiento angular de dos secciones rectas adyacentes de una barra circular uniforme sometida a torsión.

λ = Distancia entre las dos secciones.

$$\tau = G\gamma \quad (\text{Ec. 2.5})$$

γ = Deformación cortante (cizallamiento)

G = Módulo elástico de cizallamiento o Módulo de Rigidez

$$\left. \begin{array}{l} \tau = Tr/J \\ \gamma = \frac{r\theta}{\lambda} \end{array} \right\} \theta = \frac{T\lambda}{GJ} \quad (\text{Ec. 2.6})$$

J = Momento polar de inercia

2.2.-ESFUERZOS EN ELEMENTOS DE MAQUINAS

- El diseño de máquinas considera, entre muchas otras cosas, el dimensionamiento apropiado de un elemento de máquina para que éste soporte con seguridad la flexión, torsión, carga axiales y transversales.
- Los materiales dúctiles (aceros blandos) son débiles al esfuerzo cortante y se diseñan en base al esfuerzo cortante máximo.
- Los materiales frágiles (aceros tratados, hierro fundido) se diseñan en base al esfuerzo normal máximo de tracción o compresión.

LOS ESFUERZOS NORMALES MÁXIMO Y MÍNIMO

S_n (máx.) S_n (mín.). son esfuerzos de tracción o compresión y pueden determinarse para el caso general de una carga bidimensional sobre una partícula por:

$$S_n(\text{máx}) = \frac{S_x + S_y}{2} + \sqrt{\left(\frac{S_x - S_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2} \quad (\text{Ec. 2.7})$$

$$S_n(\min) = \frac{S_x + S_y}{2} - \sqrt{\left(\frac{S_x - S_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2} \quad (\text{Ec. 2.8})$$

Dónde:

S_x : Esfuerzo de tracción o compresión en el punto crítico perpendicular a la sección transversal considerada. Puede tener su origen en cargas axiales o de flexión (o en combinación). Cuando es tracción va con signo (+) y Cuando es compresión con signo (-).

S_y : Esfuerzo crítico en el mismo punto y en una dirección perpendicular al esfuerzo S_x .

τ_{xy} : Esfuerzo cortante en el mismo punto crítico actuando en el plano normal al eje Y y en el plano normal al eje x. Este esfuerzo cortante puede tener su origen en un momento de torsión, en una carga transversal (o una combinación)

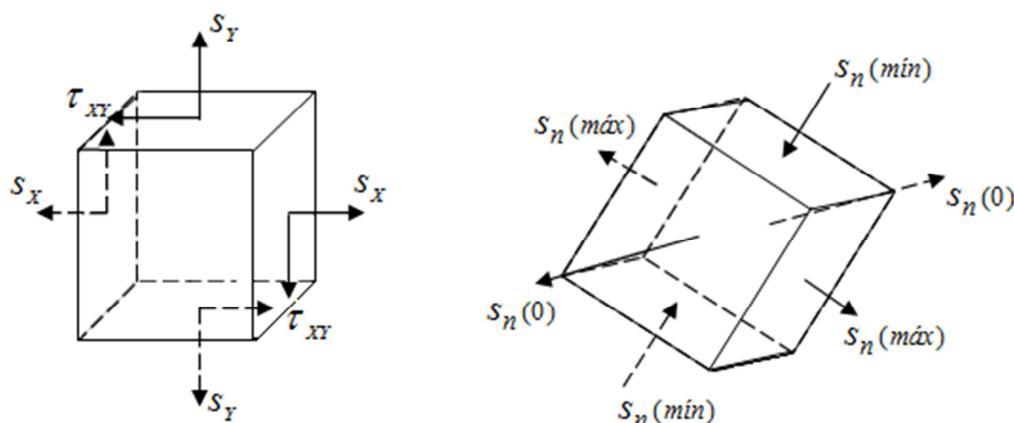
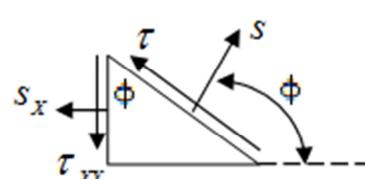


Fig. 2.4

$S_n(\max)$ y $S_n(\min)$ se les denomina **ESFUERZOS PRINCIPALES** y se representan sobre planos que forman 90° entre sí, llamados planos principales. Estos también son planos de esfuerzo cortante nulo.

$$\tan 2\phi = \frac{2\tau_{xy}}{S_x - S_y} \quad S = \frac{S_x + S_y}{2}$$



Para carga bidimensional el tercer esfuerzo principal es cero.

ESFUERZO CORTANTE MÁXIMO

τ (máx) en el punto crítico considerado es igual a la mitad de la mayor diferencia entre dos cualesquiera de los tres esfuerzos principales (no debe subestimarse ninguno de los esfuerzos principales nulos)

Por tanto, para nuestro caso bidireccional

$$\tau_{(máx)} = \frac{S_n(\text{máx}) - S_n(\text{mín})}{2} \quad ó \quad \frac{S_n(\text{máx}) - 0}{2} \quad ó \quad \frac{S_n(\text{mín}) - 0}{2}$$

(Ec. 2.9)

Se toma el mayor valor numérico que resulte.

Los planos de esfuerzo cortante máximo están inclinados 45° con respecto a los ejes principales.

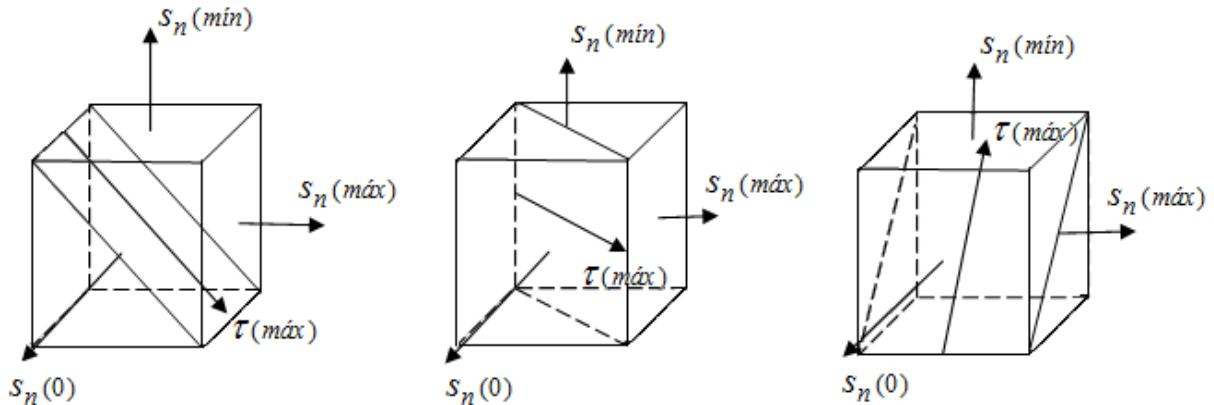


Fig.2.5

Para la aplicación de las ecuaciones anteriores se quiere determinar S_x , S_y y τ_{xy} en el punto crítico de miembro de la máquina.

El punto crítico es el punto en el cual las cargas aplicadas producen los efectos combinados para el esfuerzo máximo.

En una viga.

$$S_x \text{ y } S_y = \pm \frac{Mc}{I} \pm \frac{P}{A} \quad (\text{Ec. 2.10})$$

El signo + o - depende si es tracción o compresión.

$$\tau_{xy} = \frac{Tr}{J} + Sv. \quad (\text{Ec. 2.11})$$

Para una sección transversal circular.

M = Momento flector Kg – cm (lb – pulg).

C = Distancia del eje neutro a la superficie más alejada cm (pulg)

R = Radio de la sección transversal circular cm (pulg)

I = Momento de inercia de la sección transversal cm⁴ (pulg⁴)

P = Carga axial, kg (lb)

A = área de la sección transversal cm² (pulg²)

T = momento torsor Kg – cm (lb – pulg)

J = Momento polar de inercia de la sección transversal, cm⁴ (pulg⁴)

S_V = Esfuerzo cortante trasversal kg/cm² (psi)

$$S_V = \frac{VQ}{Ib} \quad (\text{Ec. 2.12})$$

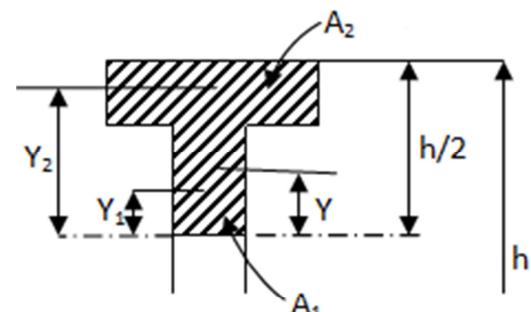
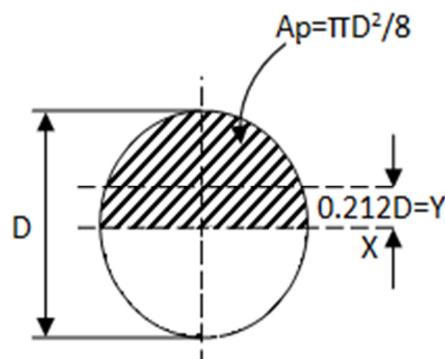
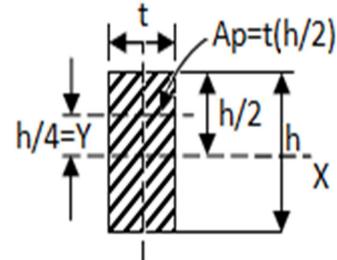
V = Carga cortante trasversal kg (lb)

b = Ancho de la sección que contiene el punto crítico cm (pulg)

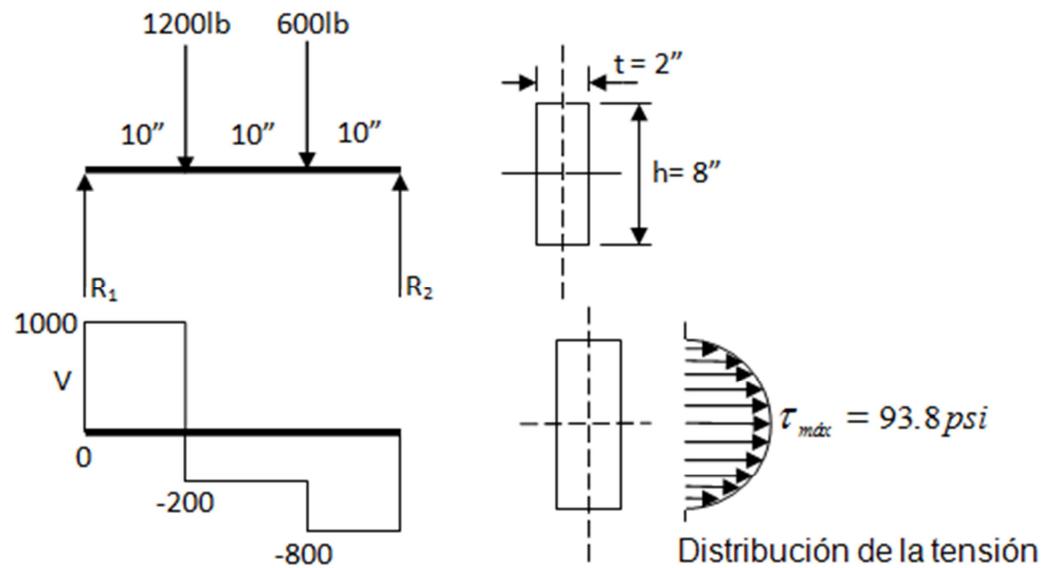
Q = momento del área de la sección transversal del elemento, por encima o debajo del punto crítico, con respecto al eje neutro. (pulg³) cm³

$$S_V = \frac{4V}{3A} \quad \text{Para una sección transversal circular}$$

$$S_V = \frac{3V}{2A} \quad \text{Para una sección transversal rectangular}$$



$$Q = A_1 Y_1 + A_2 Y_2$$

Ejemplo N°2.1:

$$R_1 + R_2 = 1800$$

$$R_1 = 12000 + 12000 - 30R_2$$

$$I = \frac{th^3}{12} = \frac{2 * 8^3}{12} = 85.3 \text{ pulg}^4$$

$$R_1 + 30 R_2 = 24000$$

$$R_1 = 1000 \text{ lb}$$

$$R_2 = 800 \text{ lb.}$$

El momento estático Q para la sección transversal

$$Q = Ap \cdot y = t \left(\frac{h}{2} \right) \left(\frac{h}{4} \right) = 2 \left(\frac{8}{2} \right) \left(\frac{8}{4} \right) = 16 \text{ pulg}^3$$

Así la tensión máxima por el esfuerzo de corte es:

$$\tau = \frac{1000 \times 16}{85.3 \times 2} = 93.8 \text{ lb/pulg}^2$$

2.3.-DIAGRAMA DEL CÍRCULO DE MOHR

Método gráfico para expresar las relaciones obtenidas de los esfuerzos, muy eficaz para visualizar el estado de esfuerzos y tener en cuenta la dirección de un sistema de coordenadas.

- Los esfuerzos normales se representan en las abscisas y los cortantes en las ordenadas.
- Los esfuerzos principales también vienen dados por:

$$S_n (\text{máx}) = \frac{S_x + S_y}{2} + \frac{S_x - S_y}{2} \cdot \cos 2\phi + \tau_{xy} \cdot \sin 2\phi \quad (\text{Ec. 2.13})$$

$$S_n (\text{mín}) = \frac{S_x + S_y}{2} - \left[\frac{S_x - S_y}{2} \cdot \cos 2\phi + \tau_{xy} \cdot \sin 2\phi \right] \quad (\text{Ec. 2.14})$$

$$\tau_{\text{máx}} = \frac{S_x - S_y}{2} \cdot \sin 2\phi + \tau_{xy} \cdot \cos 2\phi \quad (\text{Ec. 2.15})$$

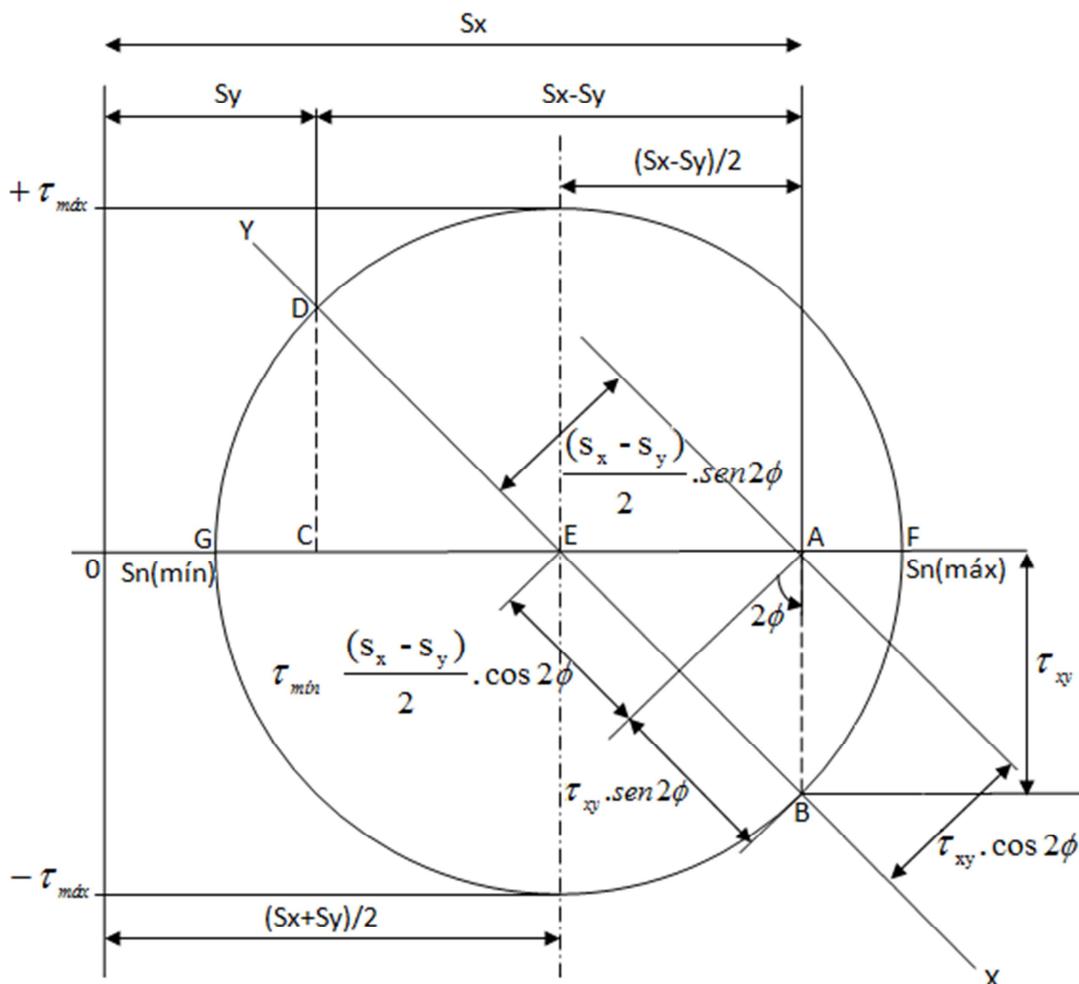


Fig.2.6

Ejemplo N°2.2:

Un elemento de esfuerzo tiene $\sigma_x = 80 \text{ MPa}$ y $\tau_{xy} = 50 \text{ MPa}$, se desea hallar:

- Los esfuerzos y las direcciones principales, e indicar en el elemento su orientación correcta (con respecto al sistema xy)
- Trazar otro elemento que muestre τ_1 y τ_2 determinando los esfuerzos normales correspondientes.

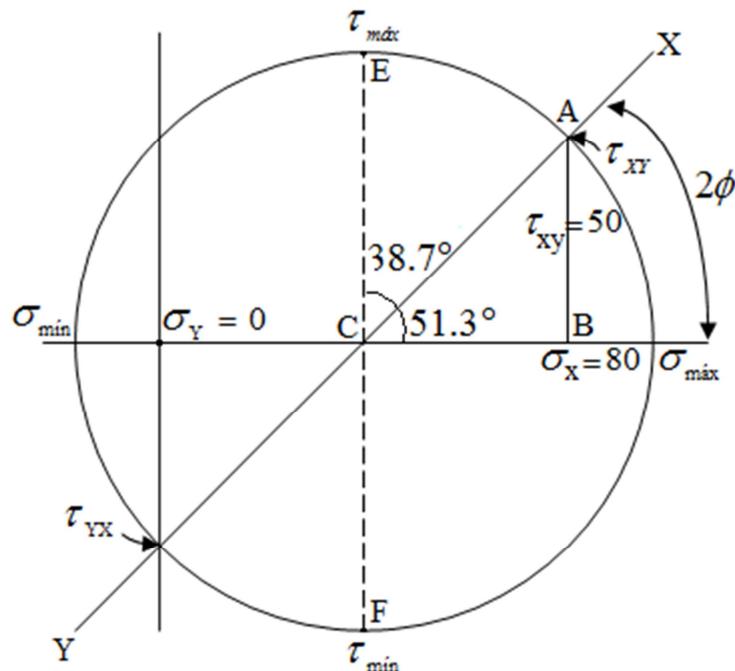
Gráficamente se pueden obtener los resultados

$$\tau_{\max} \approx 64.5 \text{ MPa}$$

$$\tau_{\min} \approx -64.5 \text{ MPa}$$

$$\tau_{\max} \approx 104 \text{ MPa}$$

$$\tau_{\min} \approx -24.5 \text{ MPa}$$



- Empleando las ecuaciones

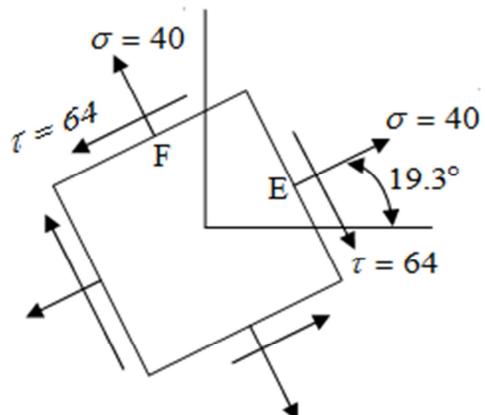
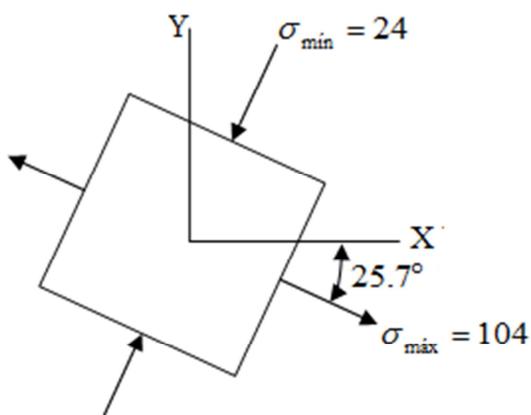
$$\sigma_{(máx, \min)} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}$$

$$\sigma_{(máx, m\acute{in})} = 40 \pm \sqrt{1600 + 2500}$$

$$\sigma_{máx} = 40 + 64.03 = 104.03 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{m\acute{in}} = 40 - 64.03 = -24.03 \text{ MPa}$$

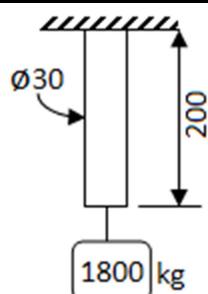
$$Tg \ 2\phi = \frac{\tau_{xy}}{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \right)} = \frac{50}{40} \quad 2\phi = \text{arc.tg } 1.25 = 51.3^\circ$$



El esfuerzo está a 45° respecto a las normales es decir $45^\circ - 25.7^\circ = 19.3^\circ$

Ejemplo N°3:

a) CARGA AXIAL



El elemento está sometido sólo a carga axial, se desprecia el peso del elemento.

En cualquier parte del cuerpo estará sometido a un mismo esfuerzo.



$$\text{Área resistente: } A = 900 \text{ mm}^2$$

Esfuerzo

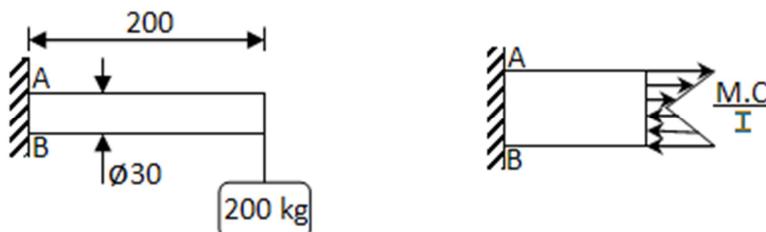
$$S_x = \frac{P}{A} = \frac{1800}{900} = 2 \text{ kg/mm}^2$$

$$S_y = 0 \quad \tau_{xy} = 0 \quad (\text{no existe torsión})$$

$$S_{n(\max)} = \frac{S_x + S_y}{2} + \sqrt{\left(\frac{S_x - S_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2} = \frac{2+0}{2} + \sqrt{\left(\frac{2-0}{2}\right)^2 + 0^2} = 2 \text{ kg/mm}^2$$

$$S_{n(\min)} = 0$$

$$\tau_{(\max)} = \frac{S_{n(\max)} - S_{n(\min)}}{2} = \frac{2-0}{2} = 1 \text{ kg/mm}^2$$

b) FLEXIÓN

Los puntos A y B son críticos, porque soportan el mayor esfuerzo flector.

$$\tau_{xy} = 0$$

$$S_x = +\frac{MC}{I} = \frac{200 \times 200 \times 15}{\frac{\pi 30^4}{64}} = 15.09 \text{ kg/mm}^2 \quad \text{para el punto A}$$

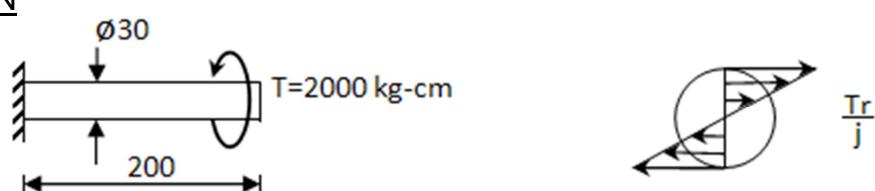
$$S_x = -\frac{MC}{I} = -15.09 \text{ kg/mm}^2 \quad \text{punto B}$$

$$S_{n(\max)} = 15.09 \text{ kg/mm}^2 \quad (\text{Tracción en A})$$

$$S_{n(\min)} = 0 \quad \text{en punto A}$$

$$S_{n(\min)} = -15.09 \text{ kg/mm}^2 \quad (\text{Compresión en B})$$

$$\tau_{\max} = \frac{15.09}{2} = 7.55 \text{ kg/mm}^2 \quad (\text{cortante en los puntos A y B})$$

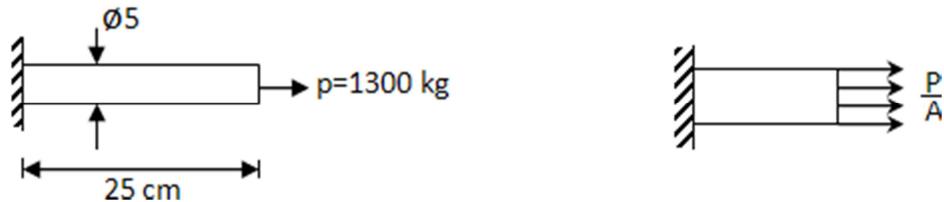
c) TORSIÓN

Los puntos críticos se presentan a todo lo largo de la superficie exterior del elemento.

$$S_x = 0$$

$$\tau_{xy} = \frac{Tr}{j} = \frac{20000 \text{ kg-mm} \times 15}{\frac{\pi 30^4}{32}} = 3.77 \text{ kg/mm}^2$$

d) CARGA AXIAL PURA



Si la barra es de sección cuadrada 4.5 cm de lado

En este caso todos los puntos del elemento están sometidos al mismo esfuerzo.

$$A = 2025 \text{ cm}^2$$

$$A = 19.63 \text{ cm}^2$$

$$S_x = \frac{P}{A} = \frac{1300}{2025} = 64.20 \text{ kg/cm}^2$$

$$S_x = \frac{P}{A} = \frac{1300}{19.63} = 66.2 \text{ kg/cm}^2$$

$$\tau_{xy} = 0$$

$$\tau_{xy} = 0$$

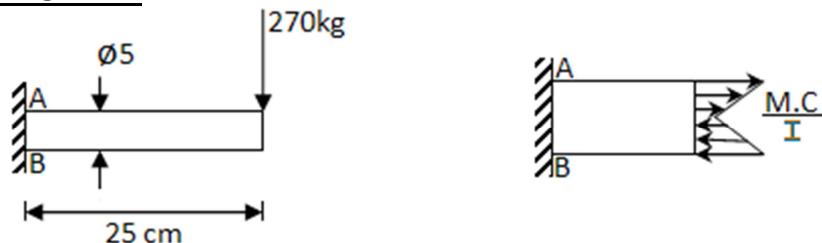
$$S_{n(\max)} = 64.20$$

$$S_{n(\max)} = \frac{66.2 + 0}{2} + \sqrt{\left(\frac{66.2 - 0}{2}\right)^2 + 0^2} = 66.2 \text{ kg/cm}^2$$

$$\tau_{\max} = 321 \text{ kg/cm}^2$$

$$\tau_{(\max)} = \frac{S_{n(\max)} - S_{n(\min)}}{2} = \frac{66.2 - 0}{2} = 33.1 \text{ kg/cm}^2$$

e) FLEXIÓN AISLADA



Momento de inercia sección cuadrada

$$I = \frac{bh^3}{12} = 34.172 \text{ cm}^2$$

$$c = 2.25$$

Los puntos A y B son puntos críticos

$$\tau_{xy} = 0$$

$$S_x = +\frac{Mc}{I} = \frac{270 \times 25 \times 2.5}{\pi \times 5^4 / 64} = 550 \text{ kg/cm}^2 \text{ pto A}$$

$$S_x = 444.44 \text{ kg/cm}^2$$

$$\text{pto B: } S_x = -444.44 \text{ kg/cm}^2$$

para pto A: (tracción)

$$S_x = -\frac{Mc}{I} = -550 \text{ kg/cm}^2 \text{ pto B}$$

$$S_{n(\max)} = 444.44 \text{ kg/cm}^2$$

$$S_{n(\max)} = +550 \text{ kg/cm}^2 \text{ (Tracción en A)}$$

$$S_{n(\min)} = 0$$

$$S_{n(\min)} = 0 \text{ en pto A}$$

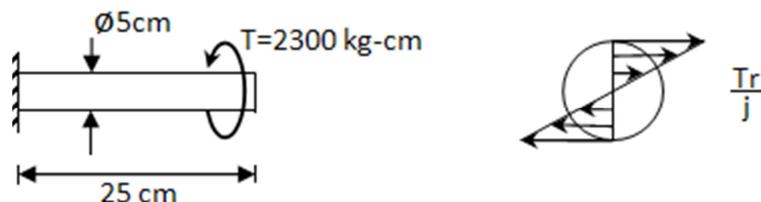
Pto B:

$$S_{n(\min)} = -550 \text{ kg/cm}^2 \text{ (compresión en B)}$$

$$S_{n(\min)} = -444.44 \text{ kg/cm}^2$$

$$\tau_{(máx)} = \frac{550}{2} = 275 \text{ kg/cm}^2 \text{ (cortante en los ptos A y B)} \quad \tau_{máx} = \frac{444.44}{2} = 222.22 \text{ kg/cm}^2$$

f) TORSIÓN PURA



Los puntos críticos se presentan a todo lo largo de la superficie exterior del elemento.

$$S_x = 0$$

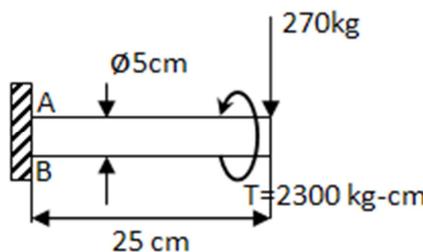
$$\tau_{xy} = \frac{Tr}{J} = \frac{2300 \times 2.5}{\pi \frac{5^4}{32}} = 93.71 \text{ kg/cm}^2$$

$$S_{n(\max)} = \frac{S_x - S_y}{2} + \sqrt{\left(\frac{S_x - S_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2} = 93.71 \text{ kg/cm}^2 \text{ (tracción)}$$

$$S_{n(\min)} = -93.71 \text{ kg/cm}^2 \text{ (compresión)}$$

$$\tau_{máx} = \frac{S_{n(\max)} - S_{n(\min)}}{2} = \frac{93.71 - (-93.71)}{2} = 93.71 \text{ kg/cm}^2 \text{ (cortante)}$$

g) FLEXIÓN Y TORSIÓN



En el punto A:

$$S_x = +\frac{Mc}{I} = \frac{270 \times 25 \times 2.5}{\pi \frac{5^4}{64}} = 550 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

En el punto B:

$$S_x = -\frac{Mc}{I} = -550 \frac{kg}{cm^2}$$

$$\tau_{xy} = 93.71 \frac{kg}{cm^2}$$

Para el Punto A:

$$S_n(\max) = \frac{550 - 0}{2} + \sqrt{\left(\frac{550 - 0}{2}\right)^2 + (93.71)^2} = 565.53 \frac{kg}{cm^2} \text{ Tracción en punto A}$$

$$S_n(\min) = \frac{550 - 0}{2} - \sqrt{\left(\frac{550 - 0}{2}\right)^2 + 93.71^2} = -15.52 \frac{kg}{cm^2} \text{ Compresión en punto B}$$

$$\tau(\max) = \frac{S_n(\max) - S_n(\min)}{2} = \frac{565.53 - (-15.52)}{2} = 290.53 \frac{kg}{cm^2} \text{ Cortante en punto A}$$

Para el Punto B

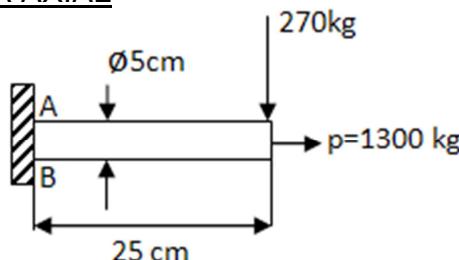
$$S_n(\max) = \frac{-550 - 0}{2} + \sqrt{\left(\frac{-550 - 0}{2}\right)^2 + 93.71^2} = +15.52 \frac{kg}{cm^2} \text{ Tracción en punto B}$$

$$S_n(\min) = \frac{-550 - 0}{2} - \sqrt{\left(\frac{-550 - 0}{2}\right)^2 + 93.71^2} = -565.53 \frac{kg}{cm^2} \text{ Compresión en punto B}$$

$$\tau(\max) = \frac{+15.52 - (-565.53)}{2} = -290.53 \frac{kg}{cm^2} \text{ Cortante en punto B}$$

- * Los signos de los esfuerzos normales máximos indican tracción o compresión, mientras que los signos de los esfuerzos cortantes máximos no tienen importancia ya que el diseño se basa en la magnitud.

h) FLEXIÓN Y CARGA AXIAL



$$\tau_{xy} = 0 \text{ no existe torsor}$$

En el Punto A

$$S_x = +\frac{P}{A} + \frac{Mc}{I} = \frac{1300}{\pi \frac{5^2}{4}} + \frac{270 \times 25 \times 2.5}{\pi \frac{5^4}{64}} = 66.21 + 550 = 616.25 \frac{kg}{cm^2} \text{ Tracción}$$

$$S_n(\max) = 616.25 \frac{kg}{cm^2}$$

$$S_n(\min) = 0$$

$$\tau_{ma\max} = \frac{1}{2} 616.25 = 308.125 \frac{kg}{cm^2} \text{ Cortante}$$

En el Punto B

$$S_x = +\frac{P}{A} - \frac{Mc}{I} = 66.21 - 550 = -483.73 \text{ Compresión}$$

$$S_n(\max) = 0$$

$$S_n(mín) = -483.79 \text{ Compresión}$$

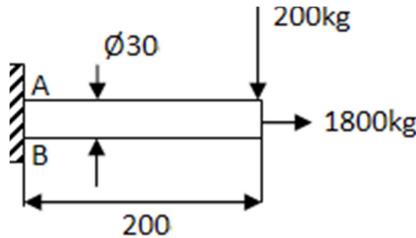
$$\tau_{máx} = \frac{1}{2} 483.79 = 241.69 \frac{kg}{cm^2} \text{ Cortante}$$

$$S_n(máx) = 3.77 \frac{kg}{mm^2} \text{ Tracción}$$

$$S_n(mín) = -3.77 \frac{kg}{mm^2} \text{ Compresión}$$

$$\tau_{máx} = \frac{S_n(máx) - S_n(mín)}{2} = \frac{3.77 - (-3.77)}{2} = 3.77 \frac{kg}{mm^2} \text{ Cortante}$$

Otro ejemplo de flexión y carga axial:



$$\tau_{xy} = 0 \text{ no existe torsor}$$

En el punto A

$$S_x = +\frac{P}{A} + \frac{Mc}{I} = \frac{1800}{\pi 30^2} + \frac{200 \times 200 \times 15}{\pi \times 30^4} = 2.55 + 15.09$$

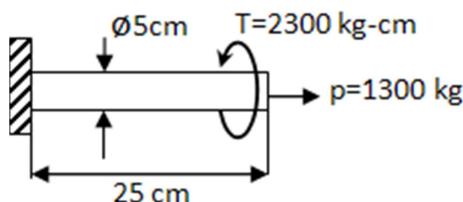
$$S_x = 17.64 \frac{kg}{mm^2} \text{ Tracción}$$

$$S_n(máx) = 17.64 \frac{kg}{mm^2}$$

$$S_n(mín) = 0$$

$$\tau_{máx} = \frac{1}{2} 17.64 = 8.82 \frac{kg}{mm^2}$$

i) TORSIÓN Y CARGA AXIAL



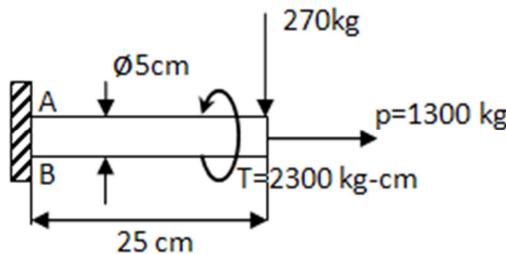
$$S_x = \frac{P}{A} = 66.21 \frac{kg}{cm^2}$$

$$\tau_{xy} = \frac{Tr}{j} = \frac{2300 \times 2.5}{\frac{\pi 5^4}{32}} = 93.71 \frac{kg}{cm^2}$$

$$S_n(máx) = \frac{66.21}{2} + \sqrt{\left(\frac{66.21}{2}\right)^2 + 93.71^2} = 33.11 + 99.39 = 132.5 \frac{kg}{cm^2} \text{ Tracción}$$

$$S_n(mín) = 33.11 - 99.39 = -66.28 \text{ Compresión}$$

$$\tau_{máx} = \frac{132.5 - (-66.28)}{2} = 99.39 \frac{kg}{cm^2} \text{ Cortante}$$

j) FLEXIÓN, CARGA AXIAL Y TORSIÓN

Los esfuerzos máximos se presentan en los puntos A y B.

En el punto A:

$$S_x = +\frac{P}{A} + \frac{Mc}{I} = \frac{1300}{\frac{\pi 5^4}{64}} = 66.21 + 550 = 616.25 \frac{kg}{cm^2} \text{ Tracción}$$

$$\tau_{xy} = \frac{Tr}{j} = \frac{2300 \times 2.5}{\frac{\pi 5^4}{32}} = 93.75 \frac{kg}{cm^2}$$

$$S_n(\max) = \frac{616.25}{2} + \sqrt{\left(\frac{616.25}{2}\right)^2 + 93.75^2} = 630.20 \frac{kg}{cm^2} \text{ Tracción}$$

$$S_n(\min) = -13.95 \frac{kg}{cm^2} \text{ Compresión}$$

$$\tau_{\max} = \frac{630.20 - (-13.95)}{2} = 322.1 \frac{kg}{cm^2} \text{ Cortante}$$

En el punto B:

$$S_x = 66.21 - 550 = -483.79 \frac{kg}{cm^2} \text{ Compresión}$$

$$\tau_{xy} = 93.75 \frac{kg}{cm^2}$$

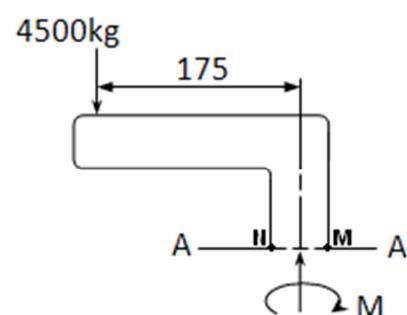
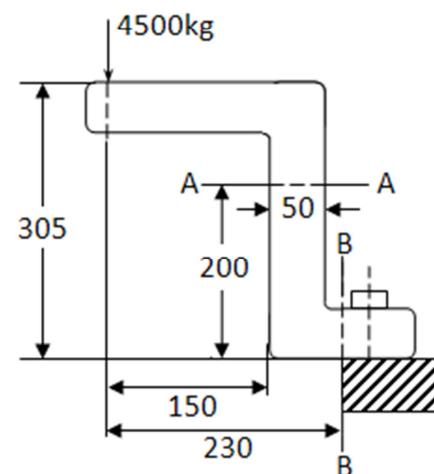
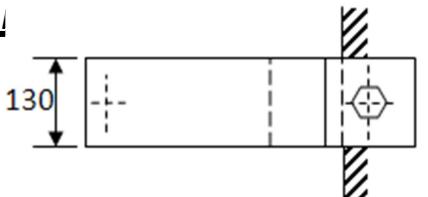
$$S_n(\max) = -\frac{483.79}{2} + \sqrt{\left(-\frac{483.79}{2}\right)^2 + 93.75^2} = -242 + 259.43 = 17.53 \frac{kg}{cm^2} \text{ Tracción}$$

$$S_n(\min) = -242 - 259.43 = -501.32 \frac{kg}{cm^2} \text{ Compresión}$$

$$\tau_{\max} = \frac{17.53 - (-501.32)}{2} = 259.43 \frac{kg}{cm^2} \text{ Cortante}$$

Ejemplo N° 2.4: Calcular el esfuerzo cortante máximo en la sección A-A y en la sección B-B

Diagrama de cuerpo libre sobre la sección A-A



En el punto N, $S_y=0$ y $T_{xy}=0$

$$\sigma_x = \frac{P}{A} + \frac{Mc}{I} = -\frac{4500}{65} - \frac{4500 \times 17.5 \times 2.5}{13 \times 5.0^3}$$

$$\sigma_x = -69.23 - 1453.85 = -1523.08 \frac{kg}{cm^2}$$

$$\tau_{máx} = \frac{-1523.08}{2} = 761.54 \frac{kg}{cm^2}$$

En la sección B-B

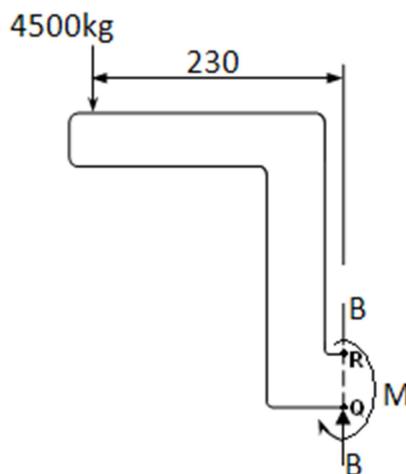


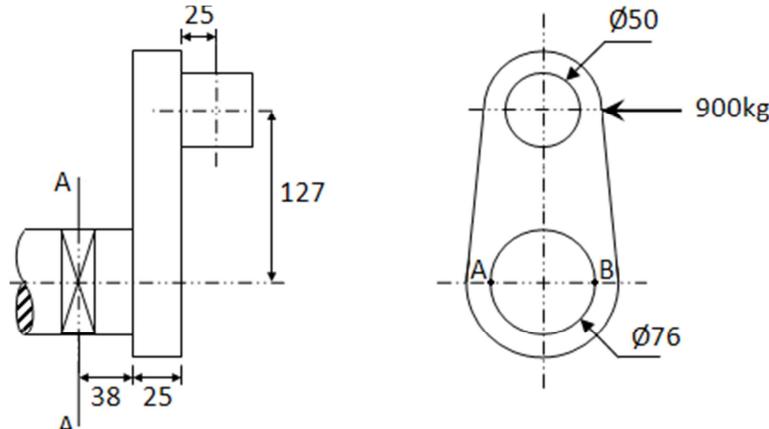
Diagrama de cuerpo libre

$$\sigma_x = \frac{Mc}{I} = \frac{4500 \times 23.0 \times 2.5}{13 \times 5^3} = 1910.17 \frac{kg}{cm^2}$$

Tracción en R
Compresión en Q

$$\tau_{máx} = \frac{1910.77}{2} = 955.36 \frac{kg}{cm^2}$$

Ejemplo N°2.5: Determinar el esfuerzo normal máximo y el esfuerzo cortante máximo en la sección A-A



Puntos críticos en A y B

$$M = 900 \times 8.8 = 7920 \frac{\text{kg}}{\text{cm}}$$

$$T = 900 \times 12.7 = 11430 \frac{\text{kg}}{\text{cm}}$$

$$\sigma_x = \frac{7920 \times 38}{\pi \frac{(7.6)^4}{64}} = 183.77 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$\tau_{xy} = \frac{11430 \times 3.8}{\pi (7.6)^4} = 132.609 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$\sigma_{\max} = \frac{183.77}{2} + \sqrt{\left(\frac{183.77}{2}\right)^2 + (132.6)^2} = 253.22 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$\sigma_{\min} = -69.45 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$\tau_{\max} = \sqrt{\left(\frac{183.77}{2}\right)^2 + 132.6^2} = 225.45 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

Ejemplo N°2.6:

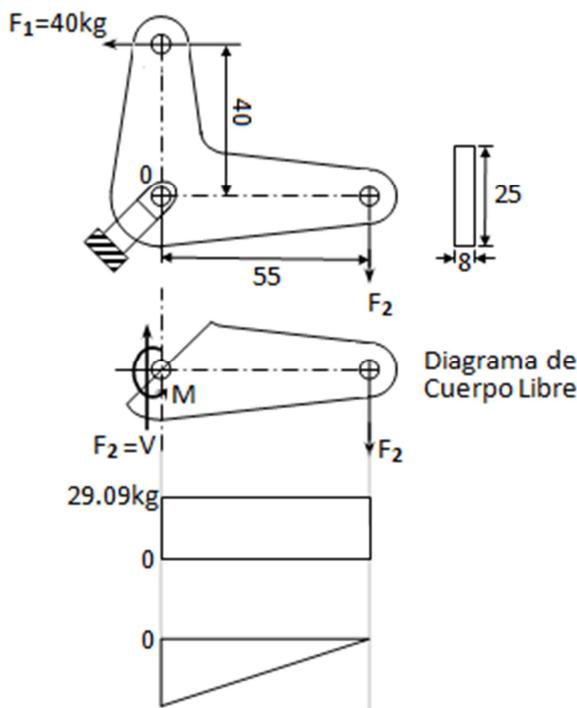
El brazo que se muestra en la figura, es parte de un eslabón en que la fuerza horizontal de 40kg es transferida a F_2 que actúa en forma vertical. La manivela puede pivotar sobre el pin 0.

Solución:

$$F_2 \times 5.5 = 40 \times 4$$

$$F_2 = 29.09 \text{ kg}$$

La fuerza descendente F_2 provoca un momento respecto a la sección del pin, existe un momento de reacción interna.



$$M = F_2 \times b = 29.09 \times 5.5 = 160 \text{ kg} \cdot \text{cm}$$

$$\text{El esfuerzo : } S_x = \frac{M \times C}{I}$$

$$I = \frac{b \times h^3}{12} = \frac{0.8 \times (2.5)^3}{12} = 1.042 \text{ cm}^4$$

$$S_x = \frac{160 \times 12.5}{1.042} = 165.60 \text{ kg/cm}^2$$

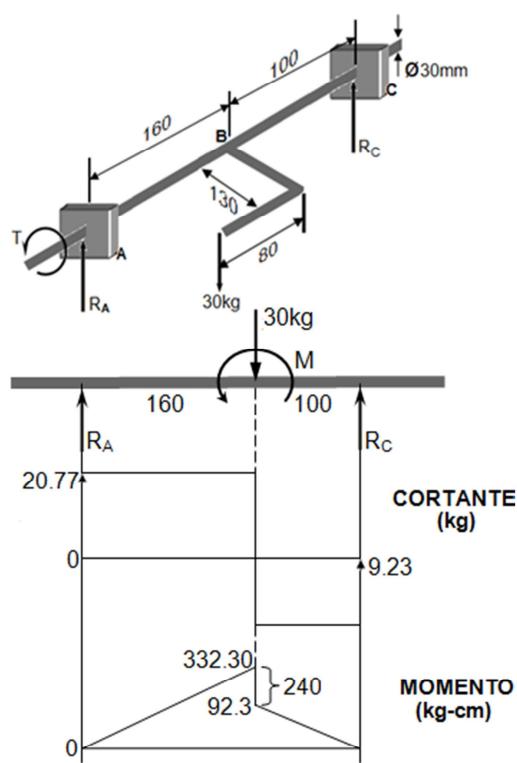
$$S_y = 0 \quad \tau_{xy} = 0$$

$$S_{n(\max)} = \frac{165.6 + 0}{2} + \sqrt{\left(\frac{165.6 - 0}{2}\right)^2 + 0^2}$$

$$S_{n(\max)} = 165.6 \text{ kg/cm}^2 \text{ (Tracción)}$$

$$S_{n(\min)} = 0$$

$$\tau_{\max} = 82.8 \text{ kg/cm}^2$$

Ejemplo N°2.7:

Momento torsor : $30 \times 13 = 390 \text{ kg - cm}$

Momento flector : $30 \times 80 = 240 \text{ kg - cm}$

$$R_A \times 26 - 240 - (30 \times 10) = 0$$

$$R_A = \frac{540}{26} = 20.77 \text{ kg}$$

$$R_A + R_C = 30$$

$$R_C = 9.23 \text{ kg}$$

Punto crítico B :

$$S_x = \frac{M \times C}{I} = \frac{332.20 \times 1.5}{(\pi \times 3^4) / 64} = \frac{498.30}{3.974}$$

$$S_x = 125.39 \text{ kg/cm}^2$$

$$\tau_{xy} = \frac{T \times r}{J} + S_V \quad S_V = \frac{4 \times V}{3 \times A}$$

$$\tau_{xy} = \frac{390 \times 1.5}{(\pi \times 3^4) / 32} + \frac{4 \times 30}{3 \times (\pi \times 3^2) / 4}$$

$$\tau_{xy} = 73.56 + 5.66 = 79.22 \text{ kg/cm}^2$$

2.4.-ENERGIA DE DEFORMACIÓN EN EL CIZALLAMIENTO

Cuando se aplica gradualmente un par a un cuerpo el trabajo realizado es $T\theta/2$ donde T es el par y θ el desplazamiento angular en rad.

También sabemos que $\theta = \frac{TL}{GJ}$

Suponiendo que el trabajo realizado sobre el cuerpo se transforma en energía de deformación y que el cuerpo es cilindro, la energía de deformación es:

$$U = \frac{T\theta}{2} = \frac{T^2 l}{2GJ} \quad \text{se sabe también } \tau = \frac{Tr}{J}$$

$$\text{La energía será } U = \frac{\tau^2 Jl}{2Gr^2} \quad (\text{Ec. 2.16})$$

Si el sólido es redondo, que es lo más común usar

$$J = \frac{\pi r^4}{2} \quad A = \pi r^2 \quad U = \frac{\tau^2 Al}{4G}$$

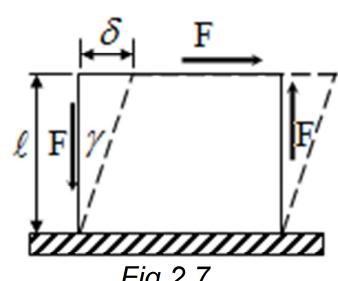


Fig.2.7

Se aprecia que la energía de deformación es proporcional al volumen del material y al cuadrado de la tensión. Por esta razón los elementos de máquinas han de soportar cargas energéticas de torsión deben proyectarse con una distribución uniforme de tensiones de forma que pueda absorberse la máxima cantidad de energía con bajos valores de la tensión. Cizallamiento puro. Para obtener una expresión para

la energía de deformación debida al cizallamiento puro, consideremos un elemento con un lado fijo. La fuerza F origina una tensión de corte pura.

El trabajo realizado es $U = \frac{F\delta}{2}$

También $\gamma = \frac{\delta}{l} = \frac{\tau}{G} = \frac{F}{AG}$

$$U = \frac{F^2 l}{2AG} \quad (\text{Ec. 2.17})$$

Si dividimos la ecuación anterior por $l \cdot A$, se obtiene una fórmula interesante, que nos da la energía de deformación por unidad de volumen en cizalladura.

$$u = \frac{\tau^2}{2G} \quad (\text{Ec. 2.18})$$

2.5.-ENERGIA DE DEFORMACIÓN EN LA FLEXIÓN

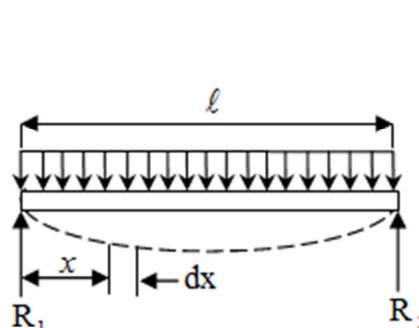
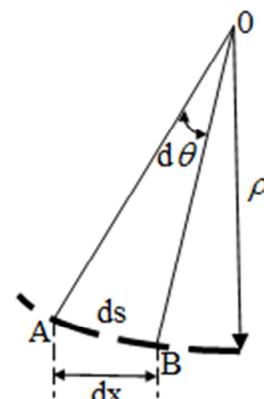


Fig.2.8



En la figura de la derecha se muestra parte de la curva elástica de longitud ds , tiene un radio ρ . La energía de deformación en esta sección elemental es $du = M \frac{d\theta}{2}$

Puesto que $d\theta = \frac{ds}{\rho}$ esta se transforma en $du = \frac{Mds}{2\rho}$

Se vio anteriormente que $\frac{1}{\rho} = \frac{M}{EI}$

De aquí resulta que la energía de deformación en la sección elemental es

$$du = \frac{M^2 ds}{2EI} \quad (\text{Ec. 2.19})$$

Se puede obtener la energía de deformación de la viga entera sumando las energías de las diferentes secciones elementales, puesto que ds es muy próximo a dx .

$$U = \int \frac{M^2 dx}{2EI} \quad (\text{Ec. 2.20})$$

Ejemplo:

Una viga en voladizo lleva una carga concentrada F en su extremo, como se aprecia en la figura. Encontrar la energía de deformación en la viga.

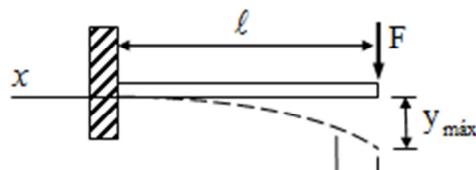


Fig.2.9

En un punto cualquiera x de la viga el momento es $M=F \cdot x$

$$U = \int \frac{M^2 dx}{2EI} = \int_0^l \frac{F^2 x^2 dx}{2EI} = \frac{F^2}{2EI} \frac{x^3}{3} \Big|_0^l$$

$$U = \frac{F^2 l^3}{6EI} \quad (\text{Sol})$$

2.6.-TEOREMA DE CASTIGLIANO

El teorema de Catigliano, establece que cuando actúan fuerzas sobre sistemas elásticos, el desplazamiento correspondiente a cualquier fuerza, puede encontrarse obteniendo la derivada parcial de la energía de deformación respecto a esta fuerza. Los términos “Fuerza” y “Desplazamiento” han de interpretarse con amplitud, ya que se aplican igualmente a momentos y a los desplazamientos angulares.

El teorema de Castigliano es una herramienta grandiosa para la determinación de deformaciones de estructuras complejas.

- * Se ha visto que la energía de deformación es $U = \frac{\sigma^2}{2E}$

Si sustituimos en esta ecuación $\sigma = \frac{F}{A}$ la ecuación resulta

$$U = \frac{F^2 l}{2AE} \quad (\text{Ec. 2.21})$$

Derivando esta expresión respecto a F

$$\frac{dU}{dF} = \frac{Fl}{AE} = \delta$$

Como se puede ver esta derivada es idéntica a la deformación.

- * También se sabe que la energía de deformación de la torsión es:

$$U = \frac{T^2 l}{2GJ} \quad (\text{Ec. 2.22})$$

La derivada de esta ecuación respecto a T es:

$$\frac{dU}{dT} = \frac{Tl}{GJ} = \theta$$

Que es la ecuación del desplazamiento angular bajo una carga de torsión

- * La energía de formación para una viga en voladizo con una carga concentrada en su extremo, es

$$U = \frac{F^2 l^3}{6EI} \quad (\text{Ec. 2.23})$$

Y la derivada respecto a F es $\frac{dU}{dF} = \frac{Fl^3}{3EI} = Y_{\max}$ que es la deformación de la viga.

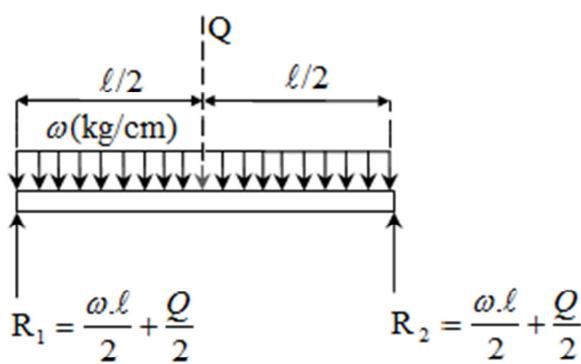
El teorema de Castigliano puede establecerse matemáticamente $\delta_n = \frac{\partial U}{\partial F_n}$,

δ_n = desplazamiento del punto de aplicación de Fn en la dirección Fn.

Puede aplicarse una fuerza imaginaria Q, si no existe realmente ninguna fuerza en este punto. Después que se haya obtenido la expresión de δ_n , la fuerza Q se hace igual a cero; la expresión resultante es el desplazamiento en el punto de aplicación de la fuerza imaginaria Q y en la dirección en la que se imaginó que actuaba Q.

Ejemplo 2.8:

Calcular la máxima deformación de una viga simplemente apoyada con una carga uniformemente distribuida



Se ha colocado una carga imaginaria Q en el centro de la viga, que es el punto de máxima deformación. Considerando sólo la parte izquierda, el momento es:

$$M = \left(\frac{wl}{2} + \frac{Q}{2}\right)x - \frac{wx^2}{2} \quad \text{Ec. 2.24}$$

La energía de deformación para la viga entera es el doble de la correspondiente a la mitad de la viga.

La deformación en el centro es

$$Y_{\max} = \frac{\partial U}{\partial Q} = 2 \int_0^{l/2} \frac{2M}{2EI} \cdot \frac{\partial M}{\partial Q} \cdot dx \quad \text{Ec. 2.25}$$

$$U = 2 \int_0^{l/2} \frac{M^2}{2EI} \cdot dx$$

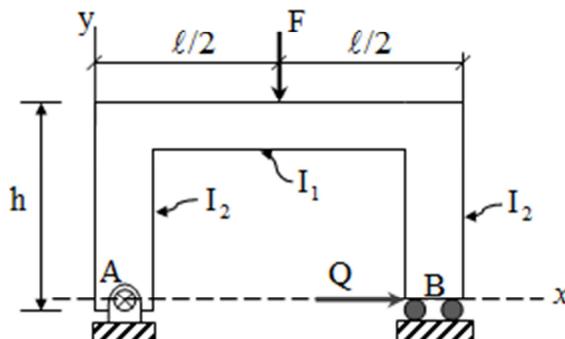
$$Y_{\max} = \frac{2}{EI} \int_0^{l/2} \left(\frac{wlx}{2} + \frac{Qx}{2} - \frac{wx^2}{2} \right) \cdot \frac{x}{2} \cdot dx$$

Puesto que Q es imaginaria podemos ahora igualarla a cero.

$$Y_{\max} = \frac{2}{EI} \left| \frac{wlx^3}{12} - \frac{wx^4}{16} \right|_0^{l/2} = \frac{2}{EI} \left[\frac{wl^4}{96} - \frac{wl^4}{256} \right] = \frac{2}{EI} \left[\frac{8wl^4 - 3wl^4}{768} \right] = \frac{5wl^4}{384EI}$$

Ejemplo N°2.9:

En la figura se muestra un pórtico y tiene una articulación en el punto A y puede moverse horizontalmente en el punto B. Encontrar la deformación horizontal del punto B originada por las cargas que se indican.



punto cualquiera de la izquierda

Se sitúa una fuerza imaginable Q en el punto B. Esta fuerza debe ser horizontal, debido a que se ha de encontrar la deformación en la dirección horizontal. Tomemos el punto A como sistema de coordenadas. En cualquier punto de las patas el momento es $M=Q.y$.

Para el travesaño el momento en un

$$M = \frac{Fx}{2} + Qh \quad (\text{Ec. 2.26})$$

La energía de deformación es la suma de las correspondientes a cada elemento.

$$U = 2 \int_0^h \frac{M^2 dy}{2EI_2} + 2 \int_0^{l/2} \frac{M^2 dx}{2EI_1}$$

Son dos patas

dos medias mitades

La deformación en el punto B es igual a la derivada parcial de esta energía respecto a la fuerza imaginaria Q .

$$\delta_x = \frac{\partial U}{\partial Q} = 2 \int_0^h \frac{M}{EI_2} \cdot \frac{\partial M}{\partial Q} \cdot dy + 2 \int_0^{l/2} \frac{M}{EI_1} \frac{\partial M}{\partial Q} dx = \frac{2}{EI_2} \int_0^h (Qy) \cdot y \cdot dy + \frac{2}{EI_1} \int_0^{l/2} \left(\frac{F \cdot x}{2} + Qh \right) h \cdot dx$$

Ahora se iguala a cero la fuerza Q y se tiene:

$$\delta_x = \frac{2}{EI_1} \left[\frac{Fx^2 h}{4} \right]_0^{l/2} = \frac{Fl^2 h}{8EI_1}$$

2.7.-DEFORMACIÓN DEBIDO AL MOMENTO FLECTOR

MÉTODO DE INTEGRACIÓN GRÁFICA; Es un método rápido para encontrar la deformación sin tener que usar el método de doble integración. Analítico.

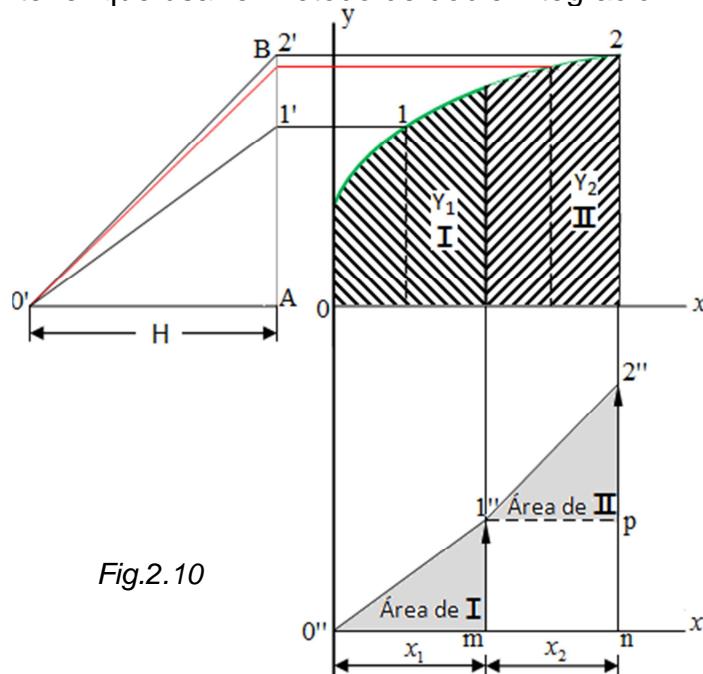


Fig.2.10

- Dividir el área por los puntos x_1, x_2, \dots (que no necesariamente son iguales) y tomar las ordenadas y_1, y_2, \dots etc. por los puntos medios.
- Desde los puntos 1, 2, ..., proyectan los puntos 1', 2', ..., sobre la vertical AB, desde cualquier punto 0' sobre el eje horizontal, trazar los segmentos 0'-1', 0'-2', etc.
- Dibujar la línea 0''-1'' paralela a 0'-1' y la línea 0''-2'' paralela a 0'-2'. La línea m-1'' es proporcional al área I y la línea p-2'' al área II, o la línea n-2'' es proporcional a la suma de las áreas I y II.
- Por triángulos semejantes, se tiene:

$$\frac{A - 1'}{0' - A} = \frac{m - 1''}{0'' - m} \quad o \quad \frac{y_1}{H} = \frac{m - 1''}{x_1} \quad o \quad m - 1'' = \frac{y_1 x_1}{H}$$

O el área $x_1 y_1 = H(m - 1'')$. Así la distancia vertical m-1'' es proporcional al área I, la cual se approxima a $x_1 y_1$. Si la distancia x_1 es pequeña la aproximación es muy cercana al área real.

- En forma similar $p - 2'' = \frac{x_2 y_2}{H}$ o $x_2 y_2 = H(p - 2'')$. Así el segmento total n-2'' es la suma de las dos áreas mostradas.

Formula General	$S_{Yn} = H_{(n-1)} \times S_{Y(n-1)} \times S_X$
-----------------	---

Ejemplo N° 2.10: Determinar la deformación por el método grafico de la siguiente figura

I. EN EL EJE:

$$S_x = \frac{50}{10} = 5 \text{ (escala)}$$

$$L = 50\text{cm}$$

$$\omega = 10\text{kg/cm} \text{ (carga)}$$

$$\phi_1 = 3.5\text{cm}$$

$$R_1 = 112.5\text{kg}$$

$$\phi_2 = 4.15\text{cm}$$

$$R_2 = 137.5\text{kg}$$

- II. DIAGRAMA DE ESFUERZO CORTANTE: Se ha obtenido el diagrama de esfuerzos cortantes por medio de las ecuaciones de equilibrio estático.
 $H_1=3\text{cm}$ (nosotros escogemos esta medida).

$S_{Y1}=75\text{kg/cm}$ (escogemos una medida como escala para graficar las reacciones R_1 , R_2 y las cargas para el diagrama de esfuerzos cortantes)

$$\text{Para el diagrama: } R1 = \frac{112.5\text{kg}}{75\text{kg/cm}} = 1.5\text{cm} \quad R2 = \frac{137.5\text{kg}}{75\text{kg/cm}} = 1.833\text{cm}$$

- III. DIAGRAMA DE MOMENTOS: Se obtiene integrando gráficamente el diagrama de esfuerzos cortantes

$$S_{Y2} = H_1 \times S_{Y1} \times S_x = 3 \times 75 \times 5 = 1125 \text{ kg-cm/cm}$$

$M_i = Y_i \times S_{Y2}$ (Se obtiene los valores numéricos del momento en puntos seleccionados a lo largo del eje, lo cual se ha hecho midiendo en el diagrama)

$$M_1 = 0.50 \times 1125 = 962.5 \text{ kg-cm} \quad M_6 = 2.00 \times 1125 = 2250.0 \text{ kg-cm}$$

$$M_2 = 1.00 \times 1125 = 1125 \text{ kg-cm} \quad M_7 = 1.70 \times 1125 = 1912.5 \text{ kg-cm}$$

$$M_3 = 1.60 \times 1125 = 1687.5 \text{ kg-cm} \quad M_8 = 1.225 \times 1125 \\ = 1375 \text{ kg-cm}$$

$$M_4 = 1.88 \times 1125 = 2115 \text{ kg-cm} \quad M_9 = 0.613 \times 1125 = 687.5 \text{ kg-cm}$$

$$M_5 = 2.03 \times 1125 = 2283.75 \text{ kg-cm} \quad M_{10} = 0 \text{ kg-cm}$$

IV. DIAGRAMA M/EI:

$$I_1 = \frac{\pi \times D_1^4}{64} = \frac{\pi \times 3.5^4}{64} = 7.37\text{cm}^4$$

$$I_2 = \frac{\pi \times D_2^4}{64} = \frac{\pi \times 4.15^4}{64} = 14.56\text{cm}^4$$

$$E = 2.1 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2$$

$$S_{Y3} = 50 \times 10^{-6} \text{ cm/cm} \text{ (lo escogemos)}$$

$$\frac{M_1}{E.I_1.S_{Y3}} = 2.18\text{cm} \quad \frac{M_1}{E.I_2.S_{Y3}} = 1.10\text{cm} \quad \frac{M_2}{E.I_2.S_{Y3}} = 1.27\text{cm} \quad \frac{M_3}{E.I_2.S_{Y3}} = 1.39\text{cm}$$

$$\frac{M_4}{E.I_2.S_{Y3}} = 1.47\text{cm} \quad \frac{M_5}{E.I_2.S_{Y3}} = 1.52\text{cm} \quad \frac{M_{10}}{E.I_2.S_{Y3}} = 1.12\text{cm} \quad \frac{M_{11}}{E.I_2.S_{Y3}} = 0.92\text{cm}$$

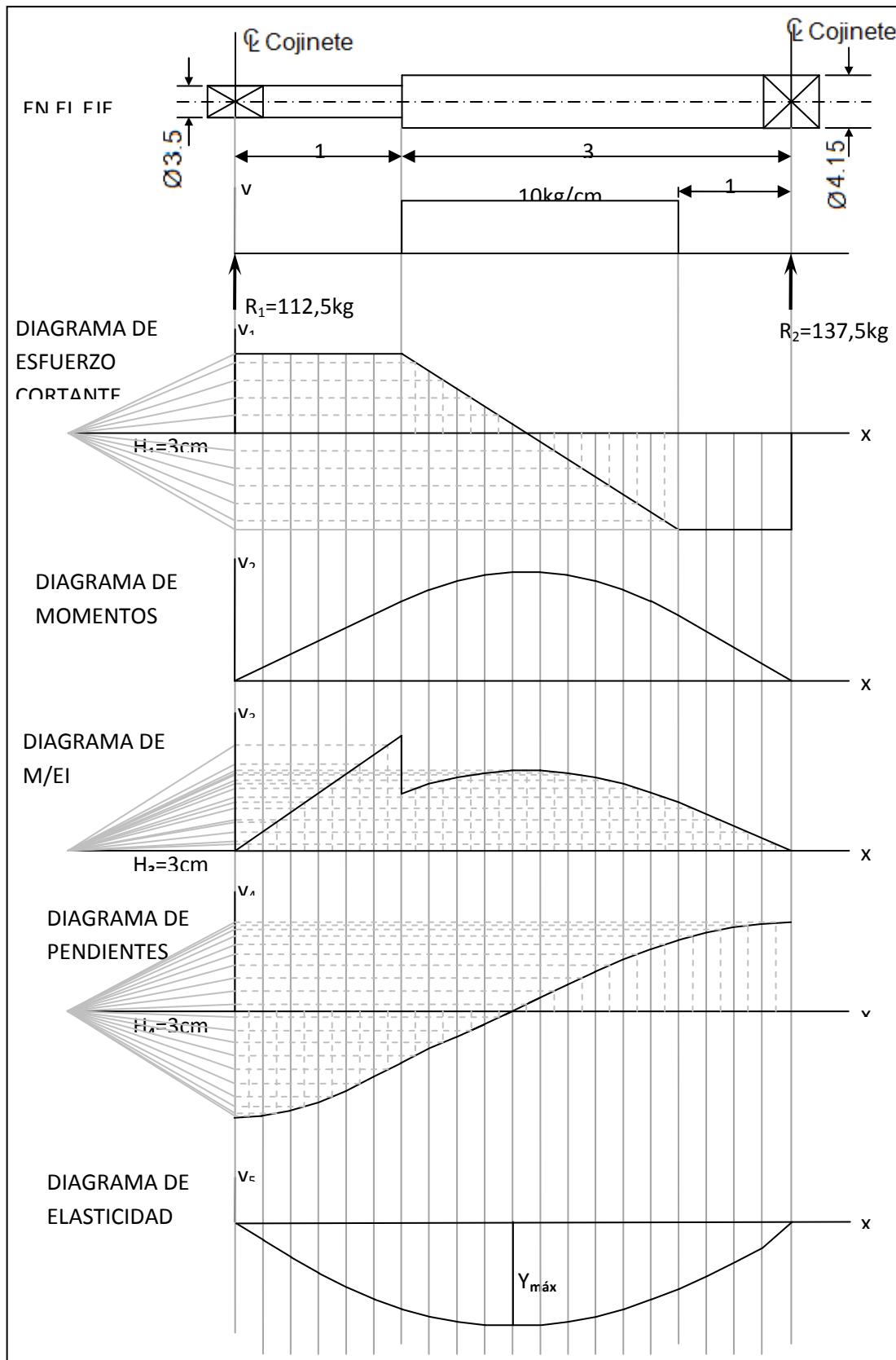
V. DIAGRAMA DE PENDIENTES:
 $H_4=3\text{cm}$

$$S_{Y4} = H_3 \times S_{Y3} \times S_X = 3 \times (50 \times 10^{-6}) \times 5 = 0.00075 \text{ rad/cm}$$

VI. DIAGRAMA DE ELASTICIDAD:

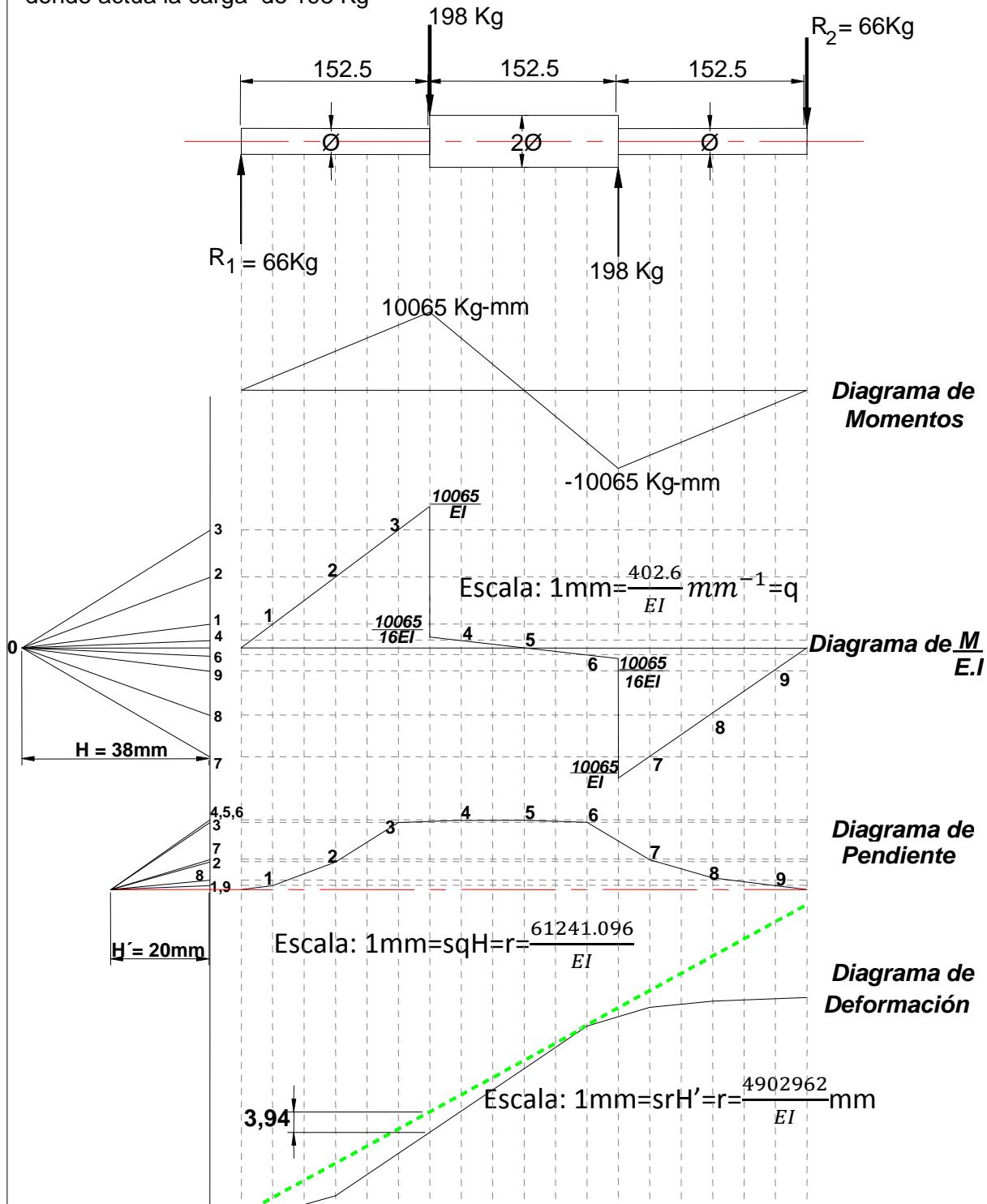
$$S_{Y5} = H_4 \times S_{Y4} \times S_X = 3 \times 0.00075 \times 5 = 0.01125 \text{ cm/cm}$$

$$Y_{\max} = 0.023 \text{ cm}$$

Ejemplo N° 2.10:

Ejemplo N°2.11: DEFORMACIÓN DE ELEMENTOS DE MAQUINA: " Integración Gráfica"

Determinar el diámetro para limitar a 0.001pulg (0.0254mm) la deformación en el punto donde actúa la carga de 198 Kg



$$\text{deformación en el pto. de } 198\text{ kg } y = 4.5 \left(\frac{4902962}{E.I} \right) = \frac{22063329}{E.I}$$

si la deformación esta limitada a 0.0254 mm $E = 2.1 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2 = 2.1 \times 10^2 \text{ kg/mm}^2$

$$0.0254 = \frac{22063329}{2.1 \times 10^2 (\pi \times d^4 / 64)} \quad d^4 = \frac{2140330}{0.0254} \quad d = 95.81\text{ mm}$$

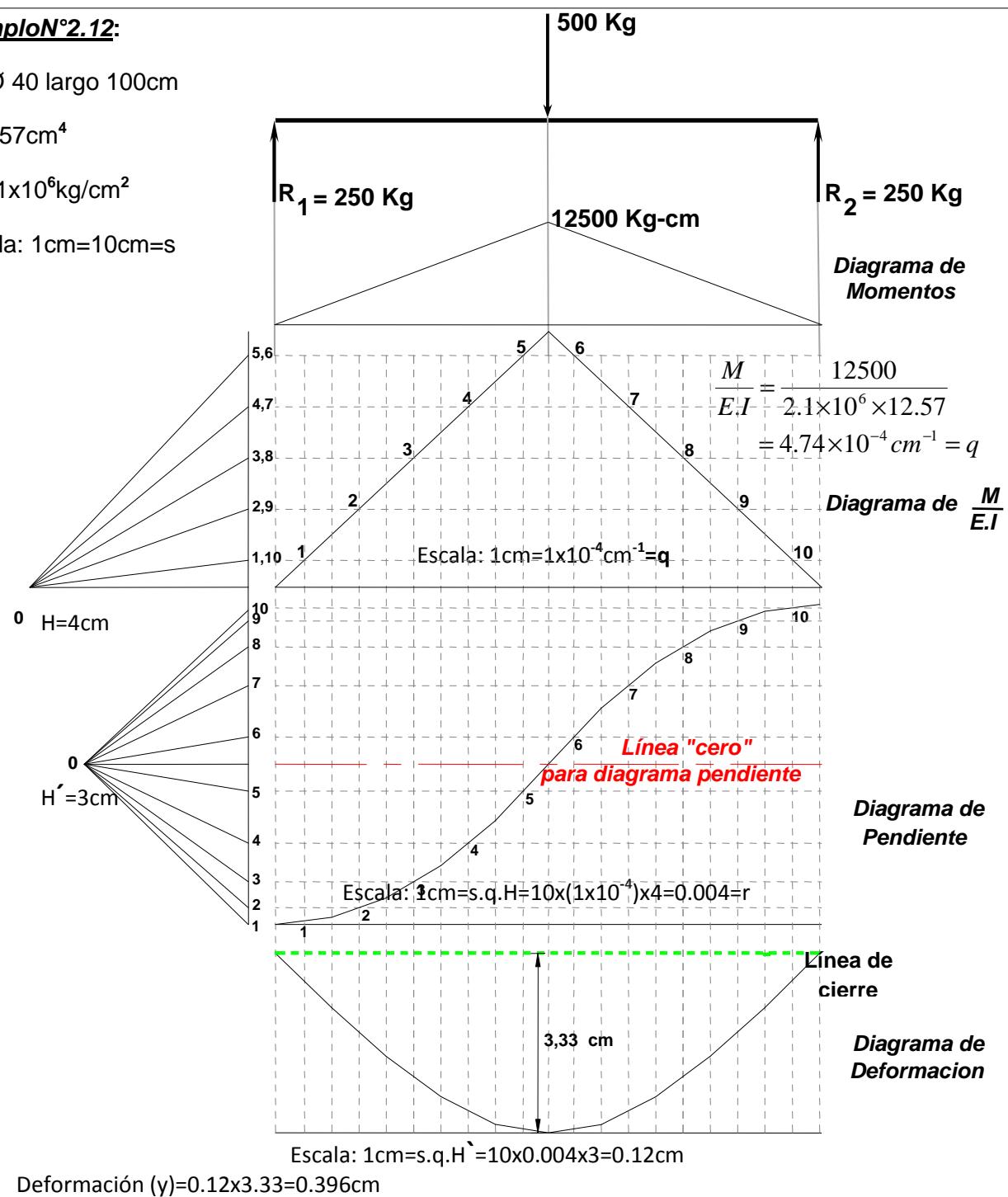
Ejemplo N°2.12:

Eje Ø 40 largo 100cm

$$I = 12.57 \text{ cm}^4$$

$$E = 2.1 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2$$

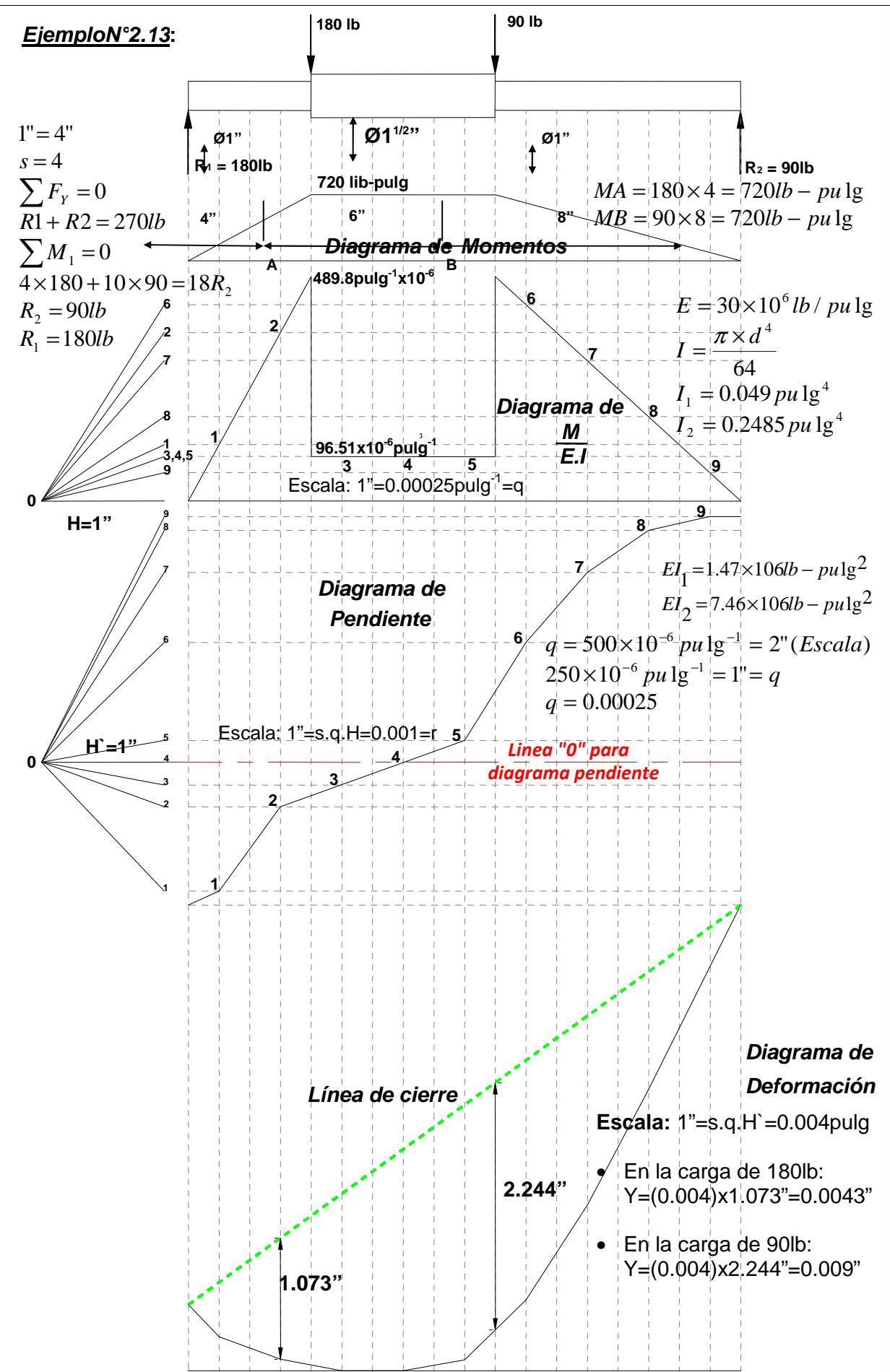
Escala: 1cm=10cm=s



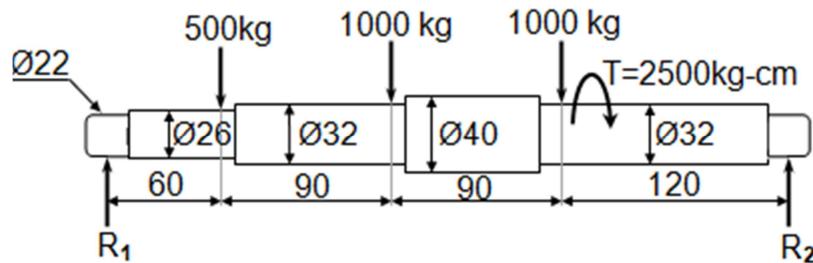
$$\text{Deformación (y)} = 0.12 \times 3.33 = 0.396 \text{ cm}$$

$$\text{Calculado mediante fórmula: } \frac{1}{48} \left(\frac{F \times \lambda^3}{E \cdot I} \right) = \frac{500 \times 100^2}{48 \times 2.1 \times 10^6 \times 12.57} = 0.395 \text{ cm}$$

Nota: Al integrar el diagrama de pendientes, es necesario conjutar la posición del cero, es decir, la posición en la que ha de colocar el eje x. Si esta suposición es errónea (y normalmente así sucede), la curva de deformaciones no se cerrará con una línea horizontal. La línea se dibujara de forma que cierre el diagrama de pendientes, y las medidas de las deformaciones se harán en dirección vertical. (No hay que medir perpendicularmente a la línea de cierre, a menos que ésta sea horizontal.) La situación correcta del cero de pendientes se encuentra del siguiente modo: Dibújese una línea paralela a la de cierre que sea tangente a la curva de deformaciones. El punto de tangencia es el de pendiente cero y también en donde la deformación es máxima.



Ejemplo N°2.14: Analizar el eje que se muestra; si resiste o no a los esfuerzos a que estará sometido.



Solución:

$$\begin{aligned}
 R_1 + R_2 &= 2500 \text{ kg} \\
 36R_1 &= 500x30 + 1000x21 + 1000x12 = 48000 \text{ kg.cm} \\
 R_1 &= 1333.33 \text{ kg} \quad R_2 = 1166.67 \text{ kg} \\
 M_1 &= 1333.33x6 = 8000 \text{ kg.cm} \\
 M_2 &= 1333.33x15 - 500x9 = 15500 \text{ kg.cm} \\
 M_3 &= 14000 \text{ kg.cm}
 \end{aligned}$$

$$\text{Acero AISI 1060} \quad S_y = 39 \text{ kg/cm}^2 \quad S_u = 80 \text{ kg/cm}^2$$

$$\begin{aligned}
 S_{xa} &= \frac{Mc}{I} = \frac{8000x1.3}{\frac{\pi 2.6^4}{64}} = \frac{10400}{2.243} = 4636.28 \text{ kg/cm}^2 \\
 S_{xb} &= \frac{Mc}{I} - \frac{F}{A} = \frac{15500x1.6}{\frac{\pi 3.2^4}{64}} - \frac{800}{\frac{\pi 3.2^2}{4}} = \frac{24800}{5.147} - \frac{800}{8.042} = 4818.17 - 99.47 \\
 &= 4718.70 \text{ kg/cm}^2 \\
 S_{xc} &= \frac{Mc}{I} = \frac{14000x1.6}{\frac{\pi 3.2^4}{32}} = \frac{4000}{10.294} = 388.56 \text{ kg/cm}^2 \\
 \tau_{xy} &= \frac{Tr}{J} = \frac{2500x1.6}{\frac{\pi 3.2^4}{32}} = \frac{4000}{10.294} = 388.56 \text{ kg/cm}^2 \\
 S_{n(\max)} &= \frac{4718.70 + 0}{2} + \sqrt{\left(\frac{4718.70}{2}\right)^2 + 388.56^2} = 2359.35 + 2391.13 \\
 &= 4750.48 \text{ kg/cm}^2
 \end{aligned}$$

$$S_{n(\min)} = 2359.35 - 2391.13 = -31.78 \text{ kg/cm}^2$$

$$\tau_{max} = 2391.13 \text{ kg/cm}^2$$

Hallar la flecha máxima del problema anterior a través del método gráfico.

$$\frac{M}{E \cdot I} = \frac{8000}{2.1 \times 10^6 \times 2.243} = 1.698 \times 10^{-3} \text{ kg.cm}^{-1}$$

$$\frac{15500}{2.1 \times 10^6 \times 5.147} = 1.434 \times 10^{-3}$$

$$1400 = 1.295 \times 10^{-3}$$

$$q = 4 \times 10^{-3}$$

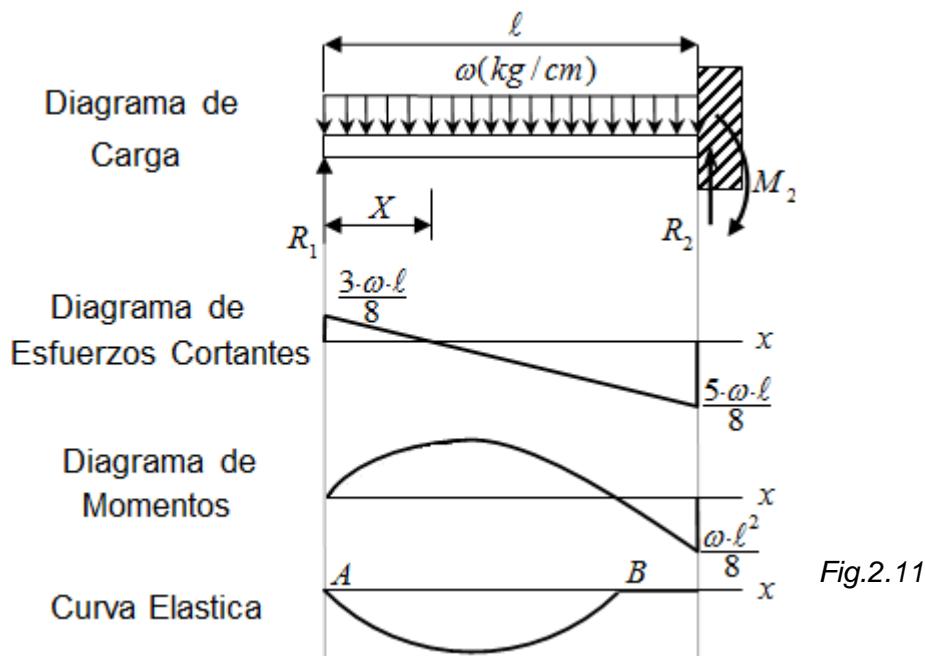
$$3.396 \quad 1.698 \times 10^{-3} \\ 1 \times 10^{-3}$$

Practiquen.....

2.8.-VIGAS HIPERESTATICAS

Con cierta frecuencia, se encuentran en el proyecto de máquinas, problemas en los que no hay suficiente información para determinar todas las reacciones desconocidas en una viga, a partir, únicamente, de consideraciones estáticas. Esto sucede cuando el número de incógnitas es superior al de ecuaciones de equilibrio. En el caso de vigas hiperestáticas, no puede determinarse el momento máximo de las condiciones de equilibrio estático, de modo que es necesario encontrar primero la deformación para que pueda determinarse el momento.

Ejemplo N°2.15: Tenemos una viga uniformemente cargada; la viga esta empotrada en un extremo y soportada en el otro por la reacción R_1 . El extremo empotrado tiene las reacciones R_2 y M_2 . Para que el sistema este en equilibrio, debe ser igual a cero la suma de las fuerzas verticales y la de los momentos respecto a cualquier eje. Así obtendremos dos ecuaciones, pero como las incógnitas son tres, no son suficientes estas condiciones.



Observado la curva elástica, emplearemos las condiciones de que la flecha es cero en los puntos **A** y **B** y que la pendiente de la curva es cero en el punto **B**. Escribiremos primero la ecuación para el valor del momento en función de una distancia x , medida desde el apoyo de la izquierda, y lo sustituiremos en la ecuación de momentos:

$$\left. \frac{d^2y}{dx^2} = \frac{M}{EI} \right\} \quad EI \frac{d^2y}{dx^2} = M_x = (R_1 \cdot x) - \frac{\omega \cdot x^2}{2} \quad \dots\dots\dots(1)$$

Integrando la ecuación de momentos obtendremos la pendiente:

$$E \cdot I \frac{dy}{dx} = \frac{R_1 \cdot x^2}{2} - \frac{w \cdot x^3}{6} + C_1 \dots \dots \dots (2)$$

Ya que debe ser cero la pendiente en el punto **B**, tenemos la condición de que cuando $x=1$, $dx/dy=0$. Cuando se sustituye esta condición en la ecuación anterior obtendremos:

$$C_1 = \frac{w \cdot \lambda^3}{6} - \frac{R_1 \cdot \lambda^2}{2}$$

Sustituyendo este valor de C_1 en la ecuación (2) e integrando, tendremos:

$$EI \cdot y = \left(\frac{R_1 \cdot x^3}{6} - \frac{w \cdot x^4}{24} \right) + \left(\frac{w \cdot l^3 \cdot x}{6} - \frac{R_1 \cdot l^2 \cdot x}{2} \right) + C_2 \dots \dots \dots (3)$$

La flecha debe ser cero en el punto **A**, de forma que $y=0$, cuando $x=0$. Sustituyendo esta condición en la ecuación (3), ésta nos dará $C_2=0$. La ecuación (3) se convierte entonces en:

$$EI \cdot y = \left(\frac{R_1 \cdot x^3}{6} - \frac{w \cdot x^4}{24} \right) + \left(\frac{w \cdot l^3 \cdot x}{6} - \frac{R_1 \cdot l^2 \cdot x}{2} \right) \dots \dots \dots (4)$$

La condición restante es que la deformación sea cero en el punto **B**, o sea, $y=0$ para $x=l$. Haciendo esta sustitución en la ecuación (4) obtendremos:

$$\frac{R_1 \cdot l^3}{6} - \frac{w \cdot l^4}{24} + \frac{w \cdot l^4}{6} - \frac{R_1 \cdot l^3}{2} = 0$$

$$R_1 = \frac{3 \cdot w \cdot l}{8} \dots \dots \dots (5)$$

Habiendo obtenido ya una reacción, las otras dos pueden obtenerse de las condiciones de equilibrio. De la suma de fuerzas de dirección vertical encontraremos:

$$R_1 = \frac{5 \cdot w \cdot l}{8}$$

El momento flector en el extremo fijo es:

$$M_2 = \frac{3wl^2}{8} - \frac{wl^2}{2} = \frac{wl^2}{8}$$

Ya disponemos de suficiente información para el cálculo del momento máximo que, a partir de este punto, puede determinarse de la forma ordinaria. En la figura 2.11 se indican los diagramas de esfuerzos cortantes y de momentos flectores. La sustitución de R_1 obtenido de la ecuación (5) en (4) nos dará la deformación elástica:

$$y = \frac{w}{48EI} (3lx^3 - 2x^4 - l^3 x)$$

La flecha máxima se encuentra en el punto de pendiente cero. Para hallar la situación de este punto, la ecuación (2) debe igualarse a cero. Por sustitución del valor de C_1 y R_1 tendremos:

$$\frac{3wlx^2}{16} - \frac{wx^3}{6} - \frac{wl^3}{48} = 0$$

$$x = 0,421\lambda$$

RESISTENCIA DE MATERIALES

Tracción, compresión y corte (o cizalladura)

$$\sigma = \frac{F}{A} \quad \tau = \frac{F}{A}$$

σ = Tensión de tracción o compresión, kg/cm²

τ = Tensión de corte kg/cm²

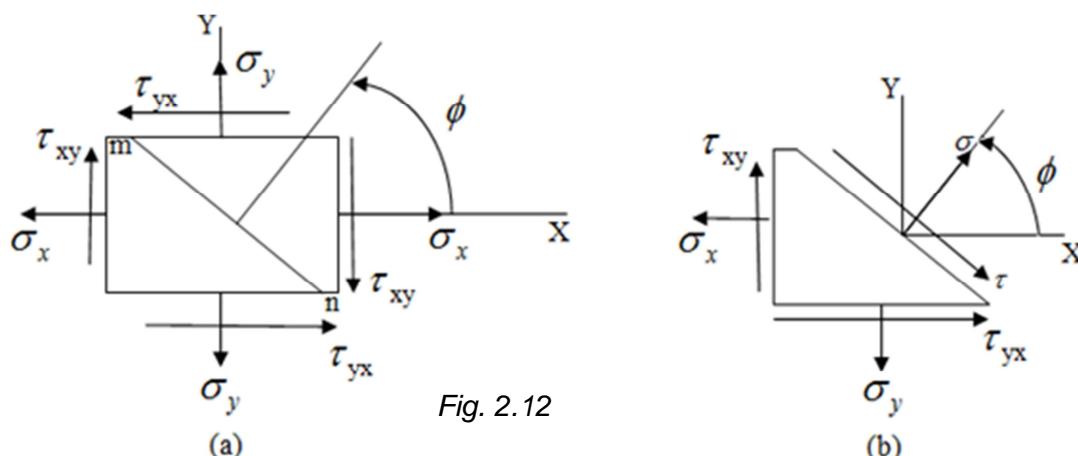
F = Carga kg

A = Área de la sección recta cm²

2.9.-TENSIONES COMBINADAS

Siempre o casi siempre en un elemento de una máquina sobre él, actúan varias cargas de diferente clase o también debido a la geometría complicada de la pieza una carga exterior no dé por resultado una tensión sencilla.

Es necesario investigar (averiguar) las condiciones de las tensiones para las que el material resulte más débil, por ejemplo: el fierro fundido es menos resistente a la tracción que a la compresión.



En (a) se observa un elemento que ha sido separado de un cuerpo, bajo un estado de tensiones.

- ✓ Tensiones de tracción σ_x, σ_y
- ✓ Tensiones cortantes τ_{xy}

El elemento puede cortarse por cualquier plano mn cuya normal forme un ángulo ϕ con el eje x.

En (b) se reemplaza tensión normal σ actuando perpendicular al plano mn y una tensión de corte τ .

Por resistencia de materiales se deduce:

$$\sigma = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \cos 2\phi - \tau_{xy} \sin 2\phi \quad (\text{Ec. 2.27})$$

$$\tau = \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \sin 2\phi + \tau_{xy} \cos 2\phi \quad (\text{Ec. 2.28})$$

Cuando se varía 2ϕ entre 0 y 360° se encuentran dos valores en que la tensión será un máximo o un mínimo.

$$\tan 2\phi = -\frac{2\tau_{xy}}{\sigma_x - \sigma_y} \quad (\text{Ec. 2.29})$$

Hay otros dos valores de 2ϕ en los que la tensión de corte τ es máxima.

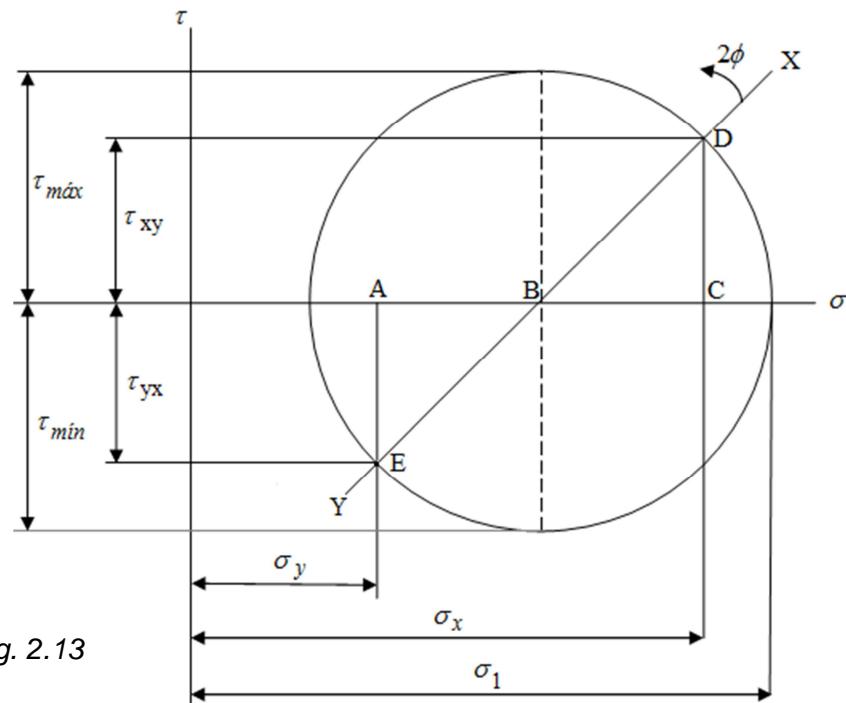
$$\tan 2\phi = -\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2\tau_{xy}} \quad (\text{Ec. 2.30})$$

Las dos tensiones σ_1 y σ_2 se denominan tensiones principales en planos principales

$$\sigma_1, \sigma_2 = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2} \quad (\text{Ec. 2.31})$$

$$\text{Tensión máxima de corte } \tau_{\max} = \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2} \quad (\text{Ec. 2.32})$$

Estas expresiones se pueden expresar gráficamente mediante el Círculo de Mohr.



2.9.1 TENSIONES DE TORSIÓN

Cuando una barra cilíndrica está sometida a la acción de un par T. Las tensiones cortantes varían linealmente desde cero en el centro hasta un máximo en la periferia.

La tensión en la superficie es: $\tau = \frac{Tr}{J}$

τ = Tensión de corte, kg/cm²

T = Par, kg-cm

r = Radio de la barra, cm

J = Momento polar de inercia, cm⁴

Para una barra maciza

$$J = \frac{\pi d^4}{32}$$

$$T = \frac{71,700 CV}{n}$$

$$CV = \frac{2\pi n T}{450,000} = \frac{F.V}{75}$$

$$T = \frac{63,000 HP}{n} \text{ lb-pulg}$$

Para una barra hueca

$$J = \frac{\pi (de^4 - di^4)}{32}$$

CV = potencia en caballos de vapor

T = par kg-cm

N = velocidad del eje rpm

2.9.2 TENSIONES DE FLEXIÓN

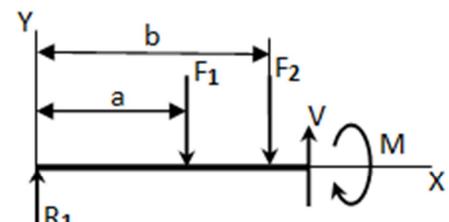
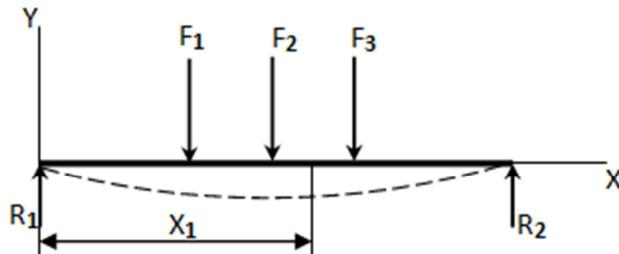


Fig. 2.14

La viga de la figura puede representar un eje en rotación con cojinetes en R_1 y R_2 y estar sometida a las cargas F_1 , F_2 y F_3 que pueden ser causadas por algún engranaje, polea o un elemento similar.

$$\begin{aligned} V &= \text{Esfuerzo cortante} & V &= \frac{dm}{dx} \\ M &= \text{Momento flector} & M &= \frac{dx}{dx} \end{aligned}$$

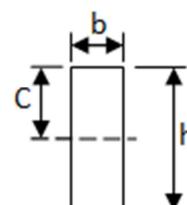
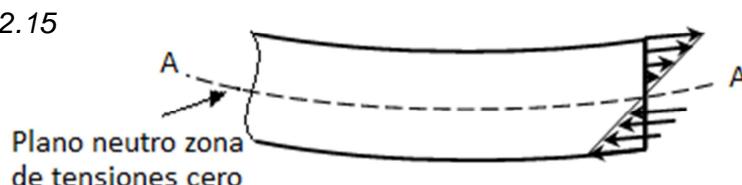
Ec. 2.33

Cuando la carga esta uniformemente repartida es útil la siguiente relación:

$$\frac{dv}{dx} = \frac{d^2M}{dx^2} = -w \quad \text{Carga repartida}$$

2.9.3 TENSIONES NORMALES

Fig. 2.15



$$\sigma = \pm \frac{Mc}{I} = \pm \frac{M}{I/c}$$

M = Momento flector de la sección en estudio kg-cm

I = Momento de inercia cm⁴

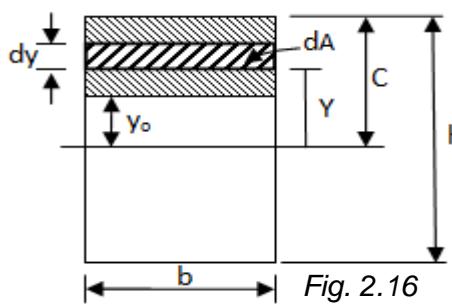
I/c = Momento resistente ó modulo de la sección

Para una sección circular el momento resistente es $\frac{\pi d^2}{32}$ (Ec. 2.34)

2.9.4 TENSIONES DE CORTE

Cuando varía el momento flector a lo largo de la viga, se originan en ella unas tensiones de corte cuyo valor es función de la ley de variación de momento.

Esta tensión viene dada por: $\tau = \frac{V}{Ib} \int_{y_o}^C y dA$ el máximo corte se alcanza cuando $y_o = 0$



Para una viga de sección rectangular $\tau_{\max} = \frac{3V}{2A}$

Para una viga sección circular el valor máx. aprox. $\tau_{\max} = \frac{4V}{3A}$

Para una sección circular hueca

$$\tau_{\max} = 2 \frac{V}{A}$$

2.9.5 SUPERPOSICIÓN

Cuando sobre un cuerpo actúan fuerzas que producen dos clases de tensiones, en la misma dirección, es posible calcular independientemente las tensiones y sumarlas después, teniendo en cuenta sus signos respectivos.

Puede utilizarse el método siempre que las cargas sean proporcionales a las tensiones que ellas originan.

2.9.6 DEFORMACIÓN UNITARIA

Se llama deformación unitaria o simplemente deformación al alargamiento por una unidad de longitud de la barra.

$$\varepsilon = \frac{\delta}{\lambda}$$

ε = Elaboración unitaria

δ = Alargamiento total (cm)

λ = Longitud de la barra (cm)

Deformación de corte o cizallamiento

$$\gamma = \frac{r\theta}{\lambda}$$

θ = Desplazamiento angular de dos secciones rectas adyacentes de una barra circular uniforme sometida a torsión.

λ = Distancia entre las 2 secciones cm.

r = Radio de la barra cm.

γ = Deformación cortante o de cizallamiento.

* La elasticidad es la propiedad a algunos materiales que permiten recuperar su forma y dimensiones originales cuando desaparece la carga.

La ley de Hooke establece que, dentro de ciertos límites, la tensión en un material es proporcional a la deformación que origina.

* La condición de que la tensión sea proporcional a la deformación puede escribirse.

$$\sigma = E\varepsilon \quad E \text{ y } G = \text{Constantes de proporcionalidad}$$

E = Módulo de elasticidad kg/cm²

$$\tau = G\gamma \quad G = \text{Módulo elástico de cizallamiento o módulo de rigidez}$$

$$\delta = \frac{F\lambda}{AE} \quad \tau = \frac{Tr}{J} \quad \gamma = \frac{r\theta}{\lambda} \quad \theta = \frac{T\lambda}{GJ}$$

- * Experimentalmente, Poisson demostró que cuando un material se somete a un esfuerzo de tracción, no solo existe una deformación axial, sino también una deformación lateral. Estas deformaciones son proporcionales entre sí, dentro del dominio de la ley de Hooke.

$$\mu = \frac{\text{deformación lateral}}{\text{deformación axial}}$$

μ = Coeficiente de Poisson

Las 3 constantes elásticas se relacionan $E = 2G(1+\mu)$ entre sí.

2.9.7 ANALISIS DE DEFORMACIONES

Anteriormente se ha analizado las tensiones ya que los elementos de las máquinas deben dimensionarse de forma que las tensiones nunca excedan a la resistencia del material. Pero las piezas deben proyectarse para que sean lo bastante rígidas como para que no aparezcan excesivas deformaciones cuando empiecen a funcionar.

2.9.8 DEFORMACIÓN DE VIGAS

Por resistencia de materiales $\frac{1}{\rho} = \frac{M}{EI} = \frac{d^2 y}{dx^2}$ (Ec. 2.35)

ρ = Radio de curvatura de una viga deformada por un momento M.

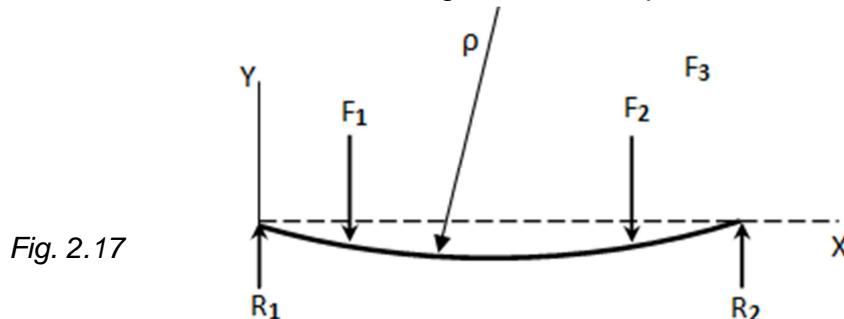


Fig. 2.17

y = deformación o flecha

$\frac{dy}{dx} = \theta$ Pendiente o inclinación

$\frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{M}{EI}$ Momento

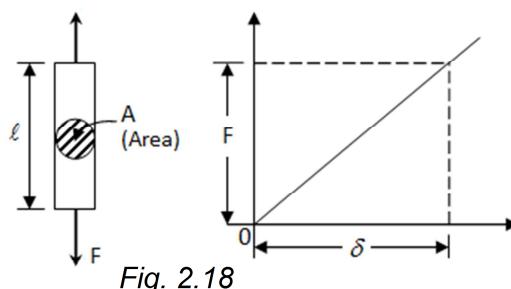
$\frac{d^3 y}{dx^3} = \frac{V}{EI}$ Esfuerzo Cortante

$\frac{d^2 y}{dx^4} = \frac{W}{EI}$ Carga

2.9.9 ENERGÍA DE DEFORMACIÓN EN LA TRACCIÓN Y COMPRESIÓN

Un elemento en movimiento tiene una energía cinética, si existe un cambio en el movimiento del cuerpo equivale un cambio en el contenido de su energía cinética.

Considerando que no existe la rigidez absoluta, las cargas dinámicas (producidas por engranajes, levas, volantes, etc. se transfieren a la estructura



como reacciones en los cojinetes, muelles y otros puntos de conexión) representan una absorción de energía.

De acuerdo con el principio de conservación de la energía, el trabajo externo realizado sobre un cuerpo o estructura se almacenará en su interior como energía de deformación.

De la figura: Puesto que la barra es deformada por F , el trabajo realizado se transforma en energía potencial de deformación.

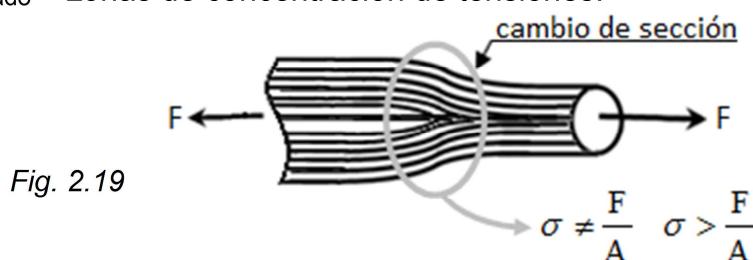
El trabajo realizado es igual a la energía potencial de deformación almacenada en la barra, igual al área del triángulo OAB.

$$\text{Puesto que } \delta = \frac{F\lambda}{AE} \quad \text{y} \quad \sigma = \frac{F}{A} \quad U = \frac{F \cdot \delta}{2}$$

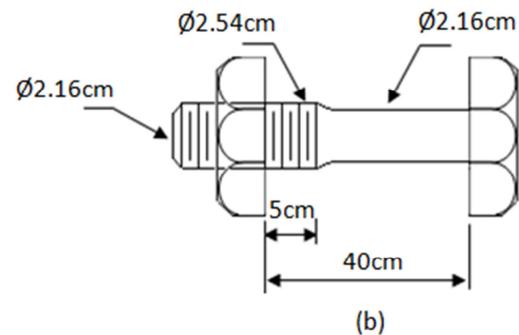
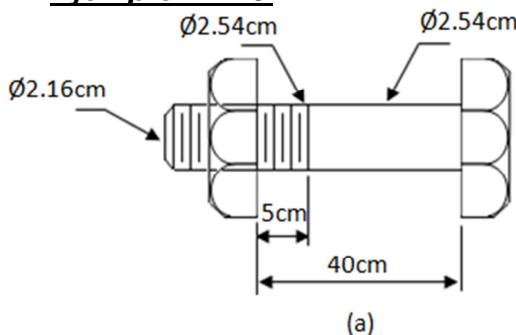
$$\text{La energía de deformación es} \quad U = \frac{\sigma^2 \lambda A}{2E}$$

- * Por tanto la capacidad de absorción de energía depende del volumen del material (λA) y del módulo de elasticidad.
- * Para que un elemento pueda absorber mayor energía tiene que ser de longitud grande y de un módulo de elasticidad bajo.
- * La mayor cantidad de absorción de energía ocurrirá en las zonas donde σ sea elevado.

σ elevado – zonas de concentración de tensiones.



- * Por esta razón, se proyectan piezas que tengan una distribución uniforme de tensiones en toda su longitud, con objeto de absorber la máxima cantidad de energía.

Ejemplo N° 2.16:

La figura muestra 2 diseños de pernos: Los pernos permiten una tensión de hasta 2800 kg/cm^2 .

Calcular la energía que puede absorber cada perno con seguridad, despreciando el efecto de las roscas.

$$A_1 = \frac{\pi D^2}{4} = \frac{\pi}{4} 2.16^2 = 3.67 \text{ cm}^2$$

$$A_2 = \frac{\pi}{4} \times 2.54^2 = 5.08 \text{ cm}^2$$

La tensión máxima permisible $\sigma = 2800 \text{ kg/cm}^2$ aplicada en A_1

$$A_1 \sigma_1 = \sigma_2 A_2$$

$$\sigma_2 = \sigma_1 \times \frac{A_1}{A_2} = 2800 \times \frac{3.67}{5.08} = 2,030 \text{ kg/cm}^2$$

La energía que puede absorber el perno (a):

$$U_a = \frac{\sigma_1^2 A_1 \lambda_1}{2E} + \frac{\sigma_2^2 A_2 \lambda_2}{2E} = \frac{2,800^2 \times 3.67 \times 5}{2 \times 2.1 \times 10^6} + \frac{2,030^2 \times 5.08 \times 35}{2 \times 2.1 \times 10^6} = 209 \text{ kg-cm}$$

En el perno (b):

$$U_b = \frac{\sigma_1^2 A_1 \lambda_1}{2E} = \frac{2800^2 \times 3.67 \times 40}{2 \times 2.1 \times 10^4} = 274 \text{ kg-cm}$$

Comparando U_a y U_b se puede observar que la reducción del área de la espiga permite un incremento de la carga F sin incrementar σ .

* Para el caso de cizallamiento o cortadura la energía está dada:

$$U = \frac{\tau^2 A \lambda}{4G} \quad \text{Para un elemento redondo}$$

2.10.-TEORÍA DE LA TENSIÓN NORMAL MÁXIMA

- * Solo tiene importancia con objeto de hacer comparaciones ya que sus resultados pueden ser faltos de seguridad.
- * Esta teoría establece que el fallo se verifica cuando la tensión principal mayor es igual al límite de fluencia o al de rotura del material.

$$\sigma_1 = S_y \quad \text{o} \quad \sigma_1 = S_u \quad (\text{según convenga aplicar})$$

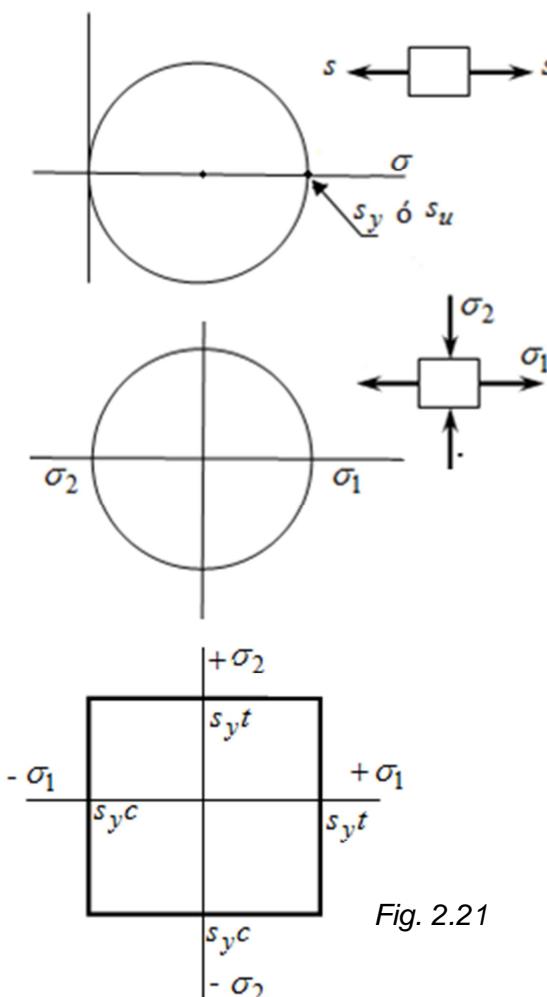


Gráfico: Diagrama de Mohr para ensayo de tracción simple.

Diagrama de Torsión Pura.

$\tau = \sigma_1$ y por consiguiente el fallo debe suceder cuando la tensión de corte llegue a ser igual a la resistencia a la tracción o a la compresión.

El diagrama muestra esta teoría:

Se ha supuesto que el límite de fluencia es igual a tracción que a compresión.

La teoría determina que el fallo se verificará para cualquier punto cuyas coordenadas σ_1 y σ_2 caigan sobre o fuera del diagrama.

Según esta teoría:

- * Los puntos que están en el interior de la figura y en el primero y tercer cuadrante están en la zona de seguridad, mientras que los puntos del segundo y cuarto cuadrante pueden estar en la zona de falta de seguridad.

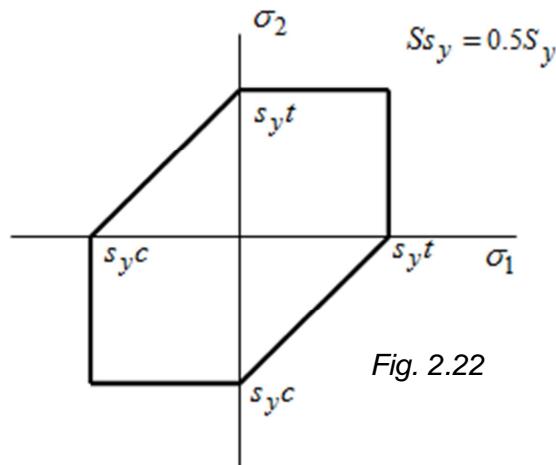
2.10.1 TEORÍA DE LA TENSIÓN DE CORTE MÁXIMA

- * Esta teoría es fácil de utilizar.
- * Siempre está en la zona de seguridad.
- * Esta teoría establece que la fluencia empieza cuando la tensión de corte máxima iguala a la tensión de corte correspondiente al límite de fluencia en el ensayo de tracción simple.

La fluencia empezará $\tau_{máx} = \frac{s_y}{2}$

- * Para un estado triaxial de tensiones las tensiones de corte máximas son:

$$\tau = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \quad \tau = \frac{\sigma_2 - \sigma_3}{2} \quad \text{ó} \quad \tau = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2}$$



Por tanto la fluencia empieza cuando la mayor de estas tres tensiones de corte llegue a ser igual a la mitad del límite de fluencia a la tracción.

Esta teoría el límite de fluencia por cizalladura de un material es a lo mucho la mitad del límite de fluencia a la tracción.

2.10.2 TEORÍA DE VON MISES-HENCKY (O DE LA ENERGÍA DE DISTORSIÓN O DE LA ENERGÍA DE CIZALLADURA)

- * Es un poco más difícil que la teoría anterior.
- * Es la más adecuada para los materiales dúctiles.
- * Surgió como consecuencia de que la fluencia no es en absoluto un simple fenómeno de tracción o compresión, sino que más bien de alguna manera se relacionaba con la deformación angular del elemento.

$$\sigma = \sigma_x^2 - \sigma_x \sigma_y + \sigma_y^2 + 3\sigma_{xy}^2$$

$$S_y^2 = \sigma_1^2 - \sigma_1 \sigma_2 + \sigma_2^2$$

σ_1, σ_2 Tensiones principales
Para torsión pura

$$\sigma_2 = -\sigma_1, \quad \tau = \sigma_1 \quad S_{sy} = 0.577S_y$$

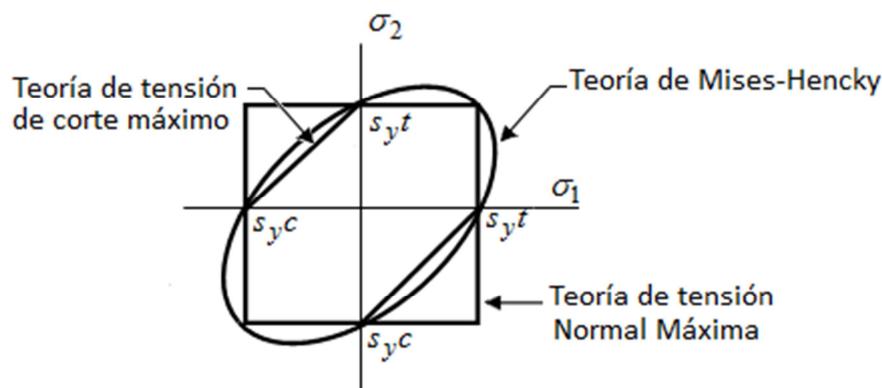
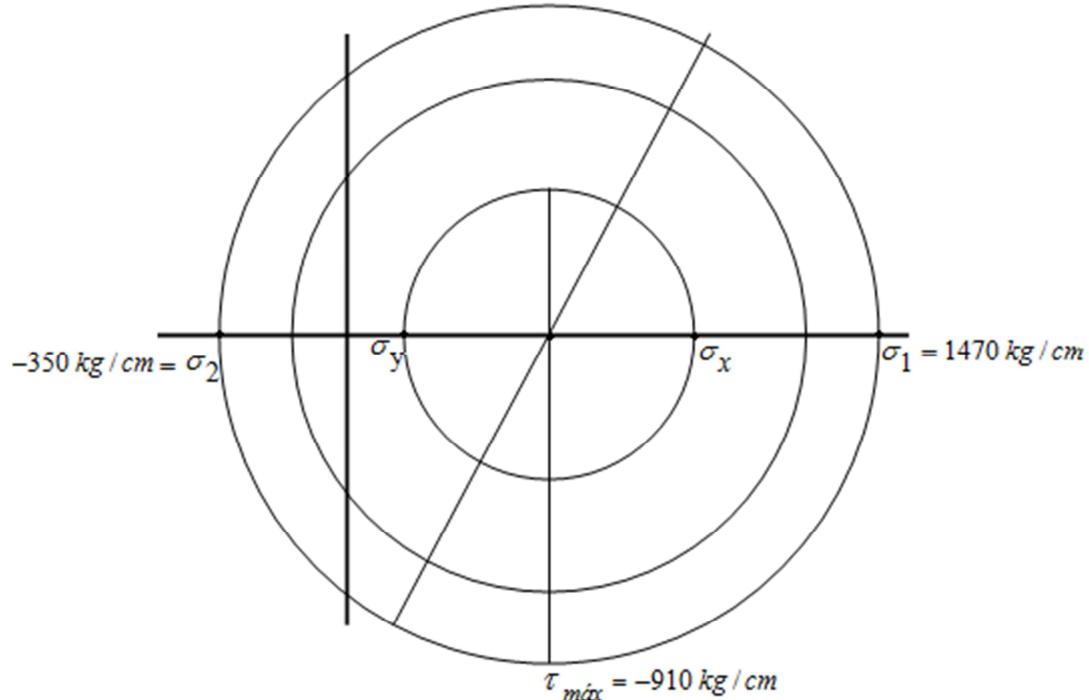


Fig. 2.23

Ejemplo N°2.17:

Las tensiones en un punto de un cuerpo son $\sigma_x = 910 \text{ kg/cm}^2$, $\sigma_y = 210 \text{ kg/cm}^2$ y $\tau_{xy} = 840 \text{ kg/cm}^2$ donde el material tiene un $S_y = 2,800 \text{ kg/cm}^2$ hallar:

- Coeficiente de seguridad por la teoría de corte máximo.
- Coeficiente de seguridad por la teoría de distorsión.

Solución:

$$\text{a)} \quad S_{sy} = \frac{S_y}{2} = \frac{2800}{2} = 1400 \text{ kg/cm}^2$$

$$Cs = \frac{S_{sy}}{\tau_{\max}} = \frac{1400}{910} = 1.54 \text{ kg/cm}^2$$

54%

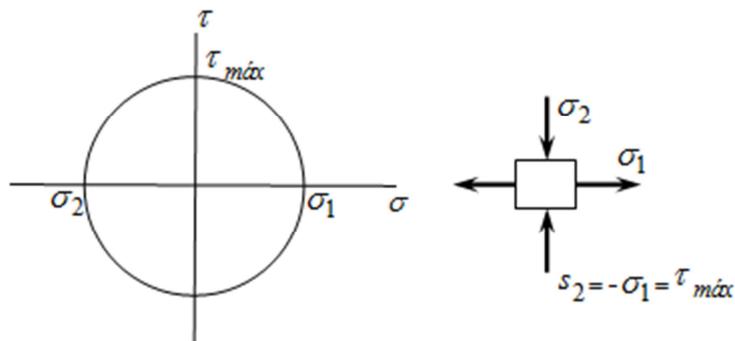
$$\text{b)} \quad -S = \sqrt{1470^2 - 1470x(-350) + 350^2}$$

$$S_y = 1672.69 \text{ kg/cm}^2$$

$$C_s = \frac{2800}{1672.69} = 1.6739$$

Ejemplo N°2.18:

Un eje de 5 cm de diámetro está cargado estáticamente por torsión pura con una torsión cortante de 700 kg/cm². Encontrar el coeficiente de seguridad si el material es acero laminado en caliente 4140. Emplear la teoría de Mises – Hencky.

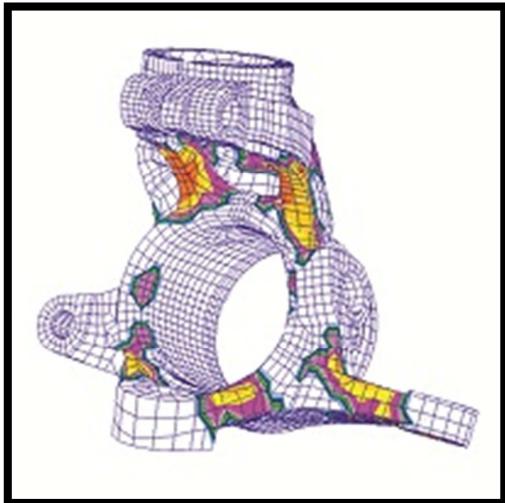


$$\sigma_{\max} = \sigma_1 = -\sigma_2 = 700 \text{ kg/cm}^2$$

$$S = 700^2 - 700(-700) + (700)^2$$

$$A = 1212 \text{ kg/cm}^2$$

$$\text{Límite de fluencia } S_y = 4400 \quad CS = \frac{4400}{1212} = 3.63$$



3

DISEÑO DE ELEMENTOS POR CONCENTRACIÓN DE ESFUERZOS, CARGAS CÍCLICAS Y FATIGA

*“Hay dos maneras de difundir la luz...
ser la lámpara que la emite, o el espejo que la refleja.”*

Filosofía china

3.0.- INTRODUCCIÓN

El concepto de concentración de esfuerzos, se refiere al estado macroscópico de esfuerzos, y tiene un significado único para problemas en el plano que involucran la definición de esfuerzo promedio. Entonces si se barrena un agujero en una placa sometida a tensión, el esfuerzo presente en el elemento es constante siempre y cuando se mida a una distancia apreciable del agujero, pero el esfuerzo tangencial en el borde del agujero se vería incrementando considerablemente.

En ingeniería y, en especial, en ciencia de los materiales, la fatiga de materiales se refiere a un fenómeno por el cual la rotura de los materiales bajo cargas dinámicas cíclicas se produce más fácilmente que con cargas estáticas. Aunque es un fenómeno que, sin definición formal, era reconocido desde la antigüedad, este comportamiento no fue de interés real hasta la Revolución Industrial, cuando, a mediados del siglo XIX comenzaron a producir las fuerzas necesarias para provocar la rotura con cargas dinámicas son muy inferiores a las necesarias en el caso estático; y a desarrollar métodos de cálculo para el diseño de piezas confiables. Este no es el caso de materiales de aparición reciente, para los que es necesaria la fabricación y el ensayo de prototipos

3.1.-CONCENTRACIÓN DE TENSIONES

Es difícil proyectar una máquina sin permitir algunos cambios en las secciones rectas de los elementos. (Los ejes giratorios tienen reborde para que el cojinete asiente adecuadamente y admita carga axial, así mismo llevan chaveteros. Un perno tiene cambio de sección en la cabeza y en la rosca).

Cuando hay variaciones en las secciones de un elemento existen zonas de concentración que se denominan acumuladores de tensión.

Para proyectar debemos tener en cuenta un “coeficiente de concentración de tensiones”

$$K_t = \frac{\text{Valor de la tensión máxima real en la discontinuidad}}{\text{Tensión nominal (dada por las ecuaciones elementales de tensión para la sección transversal mínima)}}$$

$$K_t = \frac{\sigma_{\max}}{\sigma_o} \quad (\text{Ec. 3.1})$$

$$\text{Para tensión: } K_t = \frac{\sigma_{\max}}{\sigma_o} \quad (a)$$

$$\text{Para el corte: } K_{ts} = \frac{\tau_{\max}}{\tau_o} \quad (b)$$

Los valores de K_t y K_{ts} dependen de la geometría de la pieza.

* Uso de tablas:

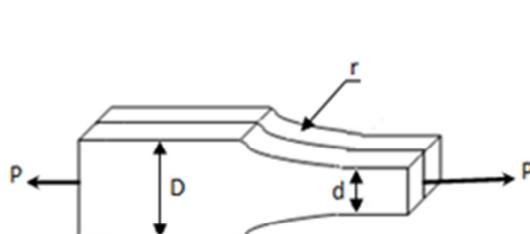
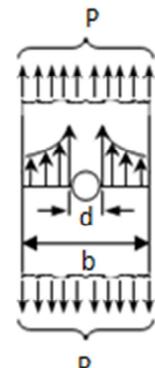
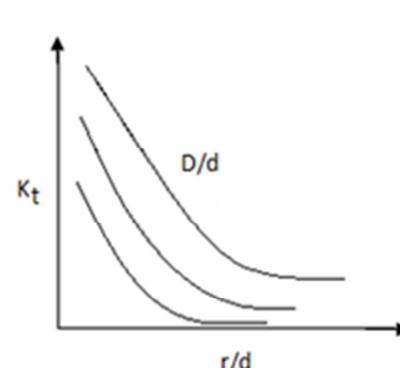


Fig. 3.0



Si: $d = 3$, $D = 5$, $r = 0.6$

$$\frac{r}{d} = \frac{0.6}{3} = 0.2$$

$$\frac{D}{d} = \frac{5}{3} = 1.66$$

$$\sigma_{\max} = K_t \frac{P}{A}$$

Tablas $K_t = 1.75$

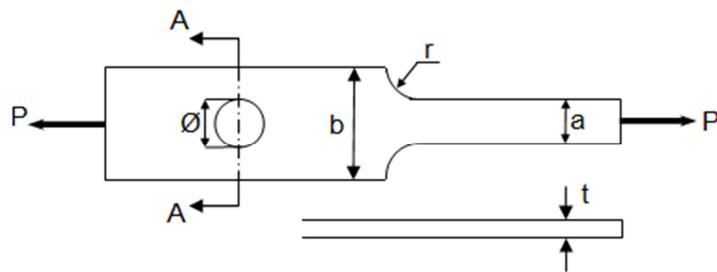
$$\sigma_{\max} = 1.75 \sigma_o$$

$$\sigma_{\max} = 1.75 \frac{P}{A}$$

K_t = Factor teórico de concentración de esfuerzos

Se determina experimentalmente con procedimiento fotoelásticos.

Ejemplo N°3.1: Barra sometida a tensión con discontinuidades en su sección transversal.



- * Utilizar los diagramas de R.E. Peterson, "Design Factors for Stress Concentration". Machine Design. 1953.

Datos: $a = 76 \text{ mm}$ $r = 3.175$

$b = 100 \text{ mm}$ $P = 3600 \text{ kg}$

$t = 13$

¿Cuál es el esfuerzo máximo en el filete?

$$\frac{r}{d} = \frac{3.175}{76} = 0.042 \quad \frac{D}{d} = \frac{100}{76} = 1.32$$

Por tablas $k_t = 2.60$

Esfuerzo Nominal: $\sigma = \frac{P}{A} = \frac{3600 \text{ kg}}{7.6 \times 1.3 \text{ cm}^2} = 364.37 \text{ kg/cm}^2$

Esfuerzo real máximo: $\sigma_{\max} = k_t \sigma = 2.60 \times 364.37 = 947 \text{ kg/cm}^2$

Si $\emptyset = 13$ calcular el esfuerzo en A-A

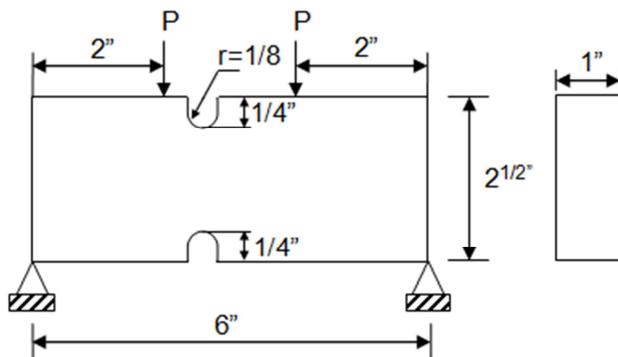
$$\sigma_{nom} = \frac{3600}{(10.0 - 1.3) \times 1.3} = 318.30 \text{ kg/cm}^2$$

Para ingresar a la tabla debemos calcular $\frac{a}{w} = \frac{13}{100} = 0.13 \rightarrow k_t = 2.65$

$$\sigma_{\max} = 2.65 \times 318.30 \text{ kg/cm}^2 = 843.50 \text{ kg/cm}^2$$

Ejemplo N°3.2:

¿Qué carga constante P puede colocarse en la barra dibujada, sin exceder la resistencia de cedencia del material en la muesca? El material es SAE 1050 laminado en caliente. $S_y = 49,500 \text{ psi}$ (por tablas en Apéndice).



Calculamos:

$$\left. \begin{aligned} \frac{r}{d} &= \frac{118}{2} = 0.0625 \\ \frac{D}{d} &= \frac{2.5}{2} = 1.25 \end{aligned} \right\} k_t = 2.45$$

$$\sigma_{máx} = S_y = 49,500 \frac{lb}{pu\lg^2} = Kt\sigma \quad \sigma_{nom} = \frac{49,500}{2.45} = 20,504 \frac{lb}{pu\lg^2}$$

$$\sigma_{nom} = \frac{MC}{I} = \frac{2P \cdot 1''}{1''(2.5 - 0.5)^3} = \frac{2P}{12} = 3P$$

$$3P = 20,204$$

$$P = 6,734.67 \text{ lb / pu\lg}^2$$

3.2.-FATIGA

- * Es la reducción de la resistencia de un material debido a que sobre él actúan cargas fluctuantes (o cíclicas).
- * Los elementos pueden fallar por acción de tensiones alternativas, aún sin llegar a valores críticos para esfuerzos estáticos, incluso a muy inferiores al límite de fluencia.
- * **La falla por fatiga** empieza por una pequeña grieta, que se desarrolla por un cambio de sección, un chavetero, un orificio, en las marcas de fábrica e incluso irregularidades originadas por la mecanización.
- * La grieta va aumentando progresivamente hasta que llega un momento en que el área o sección neta de trabajo es tan pequeña que la pieza se rompe repentinamente.

S_u = límite de rotura.

S_y = límite de fluencia. $S'n < S_y < S_u$

$S'n$ = límite de fatiga.

Para el acero:

$$S'n = 0.5S_u \quad (\text{Ec. 3.2}) \quad \text{sí} \quad S_u < 14,000 \text{ kg / cm}^2$$

$$\text{Pero si: } S'n = 7000 \text{ kg / cm}^2 \quad \text{entonces} \quad S_u \geq 14,000 \text{ kg / cm}^2$$

Para el Hierro fundido y bronce:

$$S'n = 0.4S_u \quad (\text{Ec. 3.3})$$

Para casi todos los aceros se puede determinar gráficamente el Diagrama de Fatiga o Diagrama S-N, normalmente para estos materiales ocurre que para cada:

$$10^3 \text{ ciclos} \rightarrow S = 0.9S_u \quad (a)$$

$$10^6 \text{ ciclos} \rightarrow S'n = 0.5S_u \quad (b)$$

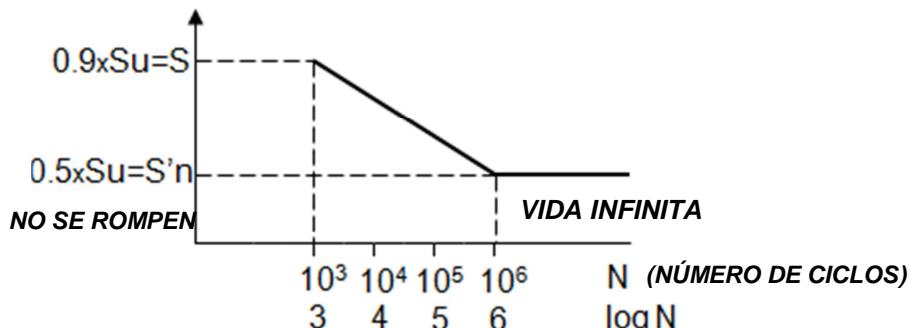


Fig.3.1 Diagrama S-N

Supóngase que estamos probando una viga giratoria que fue cargada de tal manera que el esfuerzo está muy próximo al punto de cedencia (S_u) del material, es decir, que con un esfuerzo de esta magnitud bastarían relativamente pocos ciclos para causar la falla. Pero si otra probeta se probara con un esfuerzo más bajo, veríamos que el número de ciclos necesario para romper la probeta aumentaría considerablemente.

Ejemplo N°3.3: Representar el diagrama S-N de un acero AISI C 1035, laminado en caliente del cual se ha hecho una probeta tipo viga giratoria, y encontrar la resistencia a la fatiga correspondiente a una vida de 82,000 ciclos.

Solución:

Según la tabla de propiedades el acero AISI C1035, tiene:

$$S_y = 3,800 \text{ kg/cm}^2 \text{ y } S_u = 6000 \text{ kg/cm}^2$$

Por tanto:

$$S'n = 0.5 \times S_{ut} = 0.5 \times 6000 = 3000 \text{ kg/cm}^2$$

$$S = 0.9 \times S_{ut} = 0.9 \times 6000 = 5400 \text{ kg/cm}^2$$

La resistencia a la fatiga para 82000c se obtiene a través de la siguiente relación:

$$\frac{S - S'n}{\log 10^6 - \log 10^3} = \frac{S - S_x}{\log(82000) - \log 10^3}$$

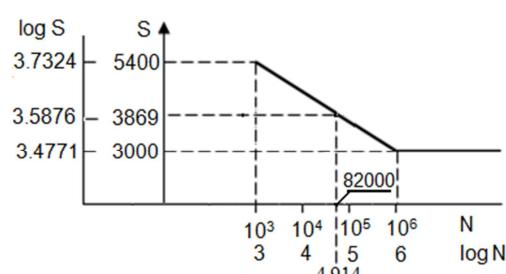
$$\frac{5400 - 3000}{6 - 3} = \frac{5400 - S_x}{4.914 - 3}$$

$$\frac{2400}{3} = \frac{5400 - S_x}{1.914}$$

$$\frac{1.914(2400)}{3} = 5400 - S_x$$

$$S_x = 5400 - 1531.05 = 3868.95 \text{ kg/cm}^2$$

$$x = \log(3868.95) = 3,5876$$



Ejemplo N°3.4: Un acero AISI 1045 tiene una resistencia a la tensión de 95 Kpsi y una resistencia de fluencia 74 Kpsi.

- a) Determinar el límite de fatiga de la viga giratoria.

- b) La resistencia a la fatiga correspondiente a 10^4 ciclos de duración.
 c) Estimar la duración correspondiente a un esfuerzo completamente invertido de 55 kpsi.

SOLUCIÓN:

- a) Para aceros

$$S'n = 0.5 \times S_{ut} = 0.5 \times 95 = 47.5 \text{ kpsi} <$$

$$S = 0.9 \times S_{ut} = 0.9 \times 95 = 85.5 \text{ kpsi}$$

- b) Para 10^4 ciclos la resistencia a la fatiga es:

$$\frac{S - S'n}{\log 10^6 - \log 10^3} = \frac{S - S_x}{\log 10^4 - \log 10^3}$$

$$\frac{85.5 - 47.5}{6 - 3} = \frac{85.5 - S_x}{4 - 3}$$

$$S_x = 72.833 \text{ kpsi}$$

- c) Para un esfuerzo de 55 Kpsi

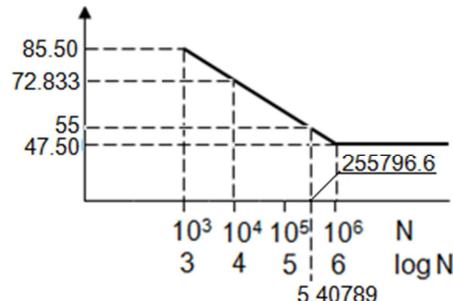
$$\frac{S - S'n}{\log 10^6 - \log 10^3} = \frac{S - S_x}{\log N - \log 10^3}$$

$$\frac{85.5 - 47.5}{6 - 3} = \frac{85.5 - 55}{\log N - 3}$$

$$12.6667(\log N - 3) = 30.5$$

$$\log N = 2.40789 + 3 = 5.40789$$

$$N = 10^{5.40789} = 255796.582 \text{ ciclos}$$

**3.2.1 COEFICIENTES MODIFICATIVOS DEL LÍMITE DE FATIGA**

El límite de fatiga de una pieza puede ser muy diferente al encontrado por el ensayo de R.R.Moore. Debido a que la pieza no tenga la superficie pulida, que tenga puntos de concentración de tensiones, o que opera a alta temperatura. Por esto se ha sugerido emplear "**coeficientes modificativos**", todos los coeficientes modificativos son menores que 1, donde mi nuevo S_n estará limitado por:

$$S_n = k_a \cdot k_b \cdot k_c \cdot k_d \cdot k_e \cdot k_g \cdot S' n \quad (\text{Ec. 3.4})$$

En donde:

S_n = Límite de fatiga conseguido (Kg/cm²).

S' n = Límite de fatiga de la probeta.

k_a = coeficiente modificativo de superficie.

k_b = coeficiente modificativo de tamaño.

k_c = coeficiente modificativo de confianza.

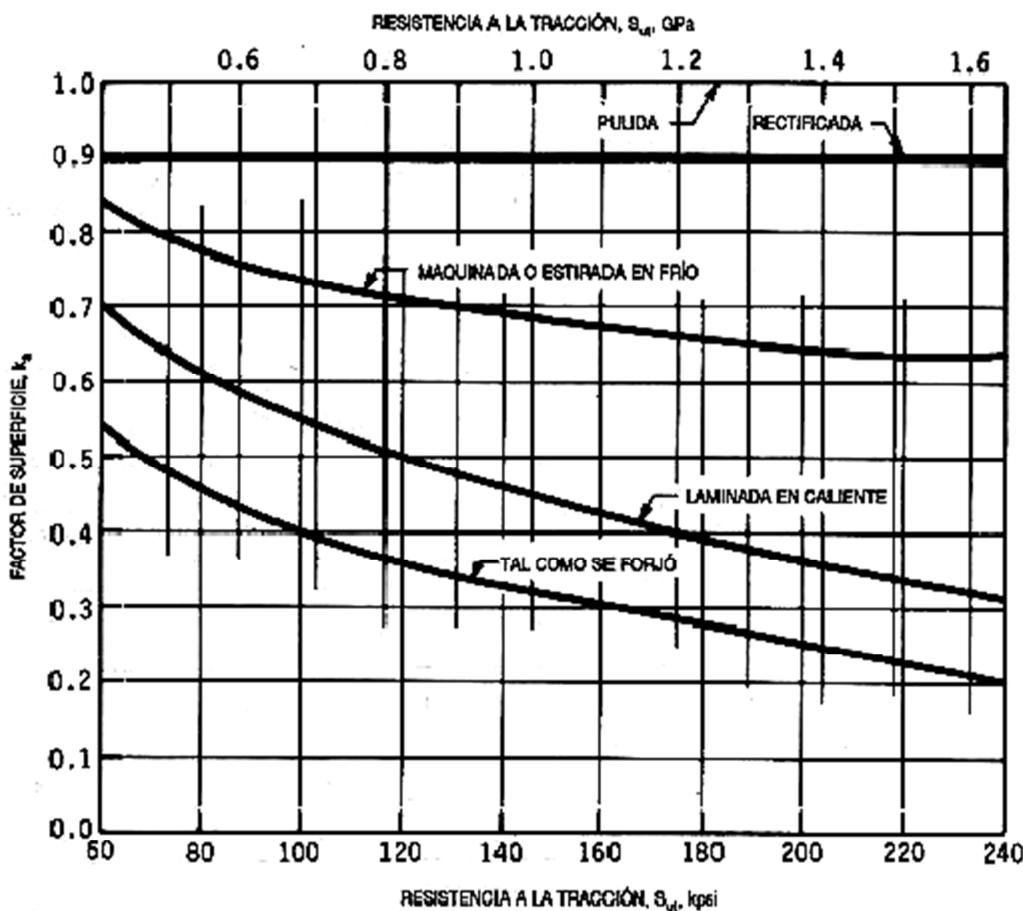
k_d = coeficiente modificativo de temperatura.

k_e = coeficiente modificativo por concentración de tensiones (no es el mismo que el coeficiente k_t de concentración de tensiones).

K_f = coeficiente modificativo por efectos diversos.

- a) **ACABADO SUPERFICIAL (K_a):** Tiene un efecto muy significativo sobre el límite de fatiga.

Tabla 3.1: Factor de Corrección K_a de acabado superficial



- b) **EFFECTOS DE TAMAÑO(K_b):** El ensayo de la viga rotativa proporciona el límite de fatiga para una probeta de 0.3" Ø

Para probetas de mayor tamaño se ha encontrado que el límite de fatiga es de un 10 a 15% menor.

- * Por tanto para flexión y torsión el coeficiente de tamaño es de $k_b=0.85$.
- * Para cargar axiales $k_b=1$.

- c) **COEFICIENTE DE CONFIANZA O SEGURIDAD FUNCIONAL(K_c):**

Stilen, Cummings y Schulte; establecieron que la distribución de la relación de las resistencias a la fatiga era normal para un número fijo de ciclos.

Factor de confianza:

$$K_c = 1 - 0.08 D \quad (\text{Ec. 3.5})$$

Relación de supervivencia por 100

Factor de multiplicación de la desviación
D

90	1.3
95	1.6
99	2.3
99.9	3.1
99.99	3.7

d) EFECTOS DE TEMPERATURA(k_d):

Piezas que trabajan a temperaturas elevadas pueden fallar por "Creep" o fluencia o por fatiga o por una combinación de ambas (o debido a una corrosión) conocido como termofluencia.

$$k_d = \frac{620}{460 + T} \quad (\text{la } T^\circ \text{ en grados Farenheit}) \text{ para } T > 160^\circ F \quad (\text{Ec. 3.6})$$

para $T \leq 160^\circ \rightarrow k_d = 1$

e) SENSIBILIDAD A LA ENTALLA(K_e)

Un fallo por fatiga casi siempre se origina en una discontinuidad, la grieta empieza en una entalla, un resalte o en el borde de un orificio puede también iniciarse en una huella de herramienta o una raya.

Hay materiales que son mucho más sensibles a la entalla que otros.

f) COEFICIENTE DE CONCENTRACIÓN DE TENSIONES EN LA FATIGA(K_f)

$$K_f = \frac{\text{límite de fluencia de probetas exentas de entalla}}{\text{límite de fluencia de probetas entalladas}} \quad (\text{Ec. 3.7})$$

El coeficiente modificativo de concentración de tensiones K_f está relacionado con K_f

$$k_e = \frac{1}{k_f} \quad (\text{Ec. 3.8})$$

La sensibilidad a la entalla q:

$$q = \frac{k_f - 1}{k_t - 1} \quad (\text{Ec. 3.9})$$

Primero se halla K_t a partir de la geometría de la pieza, y luego el q:

$$k_f = 1 + q(k_t - 1) \quad (\text{Ec. 3.10})$$

g) EFECTOS VARIOS(K_g)

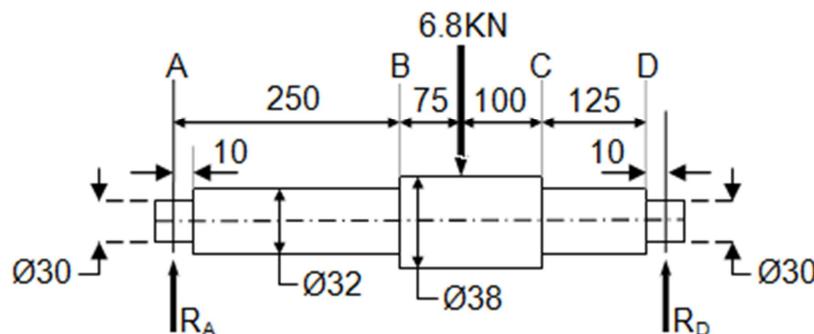
- 1) Tensiones residuales: Por tratamientos térmicos o trabaja en frío. si la tensión residual superficial es de compresión el límite de fatiga mejora (por ejemplo endurecimiento superficial mediante perdigones, el martillado y el laminado en frío).
- 2) Características direccionales del material: Las piezas laminadas, forjadas o estiradas presentan un 10 a 20 % de reducción del límite de fatiga en dirección transversal (que a lo largo de la dirección longitudinal).
- 3) Defectos internos: Inclusiones de escoria u óxidos, partículas extrañas.

- 4) Cementado: Pueden fallar en la capa exterior o en el núcleo.
- 5) Corrosión: Se debe al picado que produce la corrosión y el someter a la pieza a tensiones aumenta la corrosión.
- 6) Metalizado: Como el cromado, niquelado y cadmiado reducen el límite de fatiga hasta en un 35%.

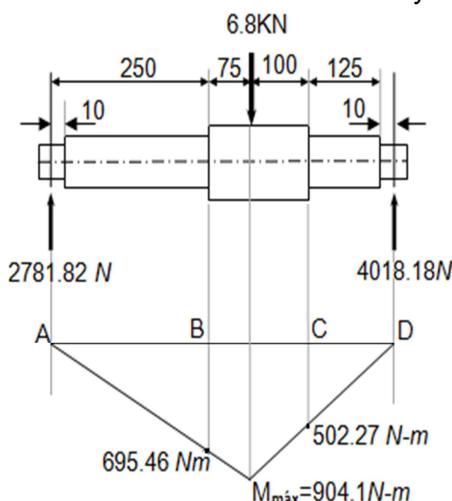
Ejemplo N°3.5:

El eje que se muestra a continuación tiene movimiento rotacional y está apoyado en cojinetes de bolas en A y D, los radios de empalme tienen 3 mm de radio y el acero es un AISI 1050 estirado en frío y tiene un acabado a máquina.

Se desea evaluar la duración de este elemento.



Características del material $S_u = 690 \text{ MPa}$
 $S_y = 580 \text{ MPa}$



Solución:

$$\begin{aligned} R_A + R_D &= 6800 \text{ N} \\ R_A \cdot 550 - 68000 \times 225 &= 0 \\ R_A &= 2781.82 \text{ N} \\ R_D &= 4018.18 \text{ N} \end{aligned}$$

$$\text{Resistencia a la fatiga: } S'_n = 0.5 \times 690 = 345 \text{ MPa}$$

Por tabla (3.1) el coeficiente de superficie para un $S_u = 690 \text{ MPa}$, es $K_a = 0.75$

Coeficiente de tamaño $K_b = 0.85$ (para flexión y torsión)

Factor de concentración de esfuerzo

$$\left. \begin{aligned} \frac{D}{d} &= \frac{38}{32} = 1.19 \\ \frac{r}{d} &= \frac{3}{32} = 0.094 \end{aligned} \right\} K_t = 1.6$$

Sensibilidad a la entalla $q = 0.84$

$$q = \frac{K_f - 1}{K_t - 1}$$

$$K_f = q(K_t - 1) + 1 = 0.84(1.6 - 1) + 1 = 1.504$$

$$K_e = \frac{1}{K_f} = \frac{1}{1.054} = 0.665$$

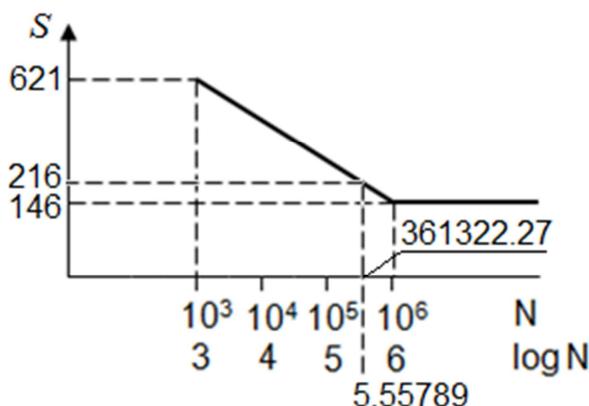
Por tanto el esfuerzo (de cálculo) para fatiga es:

$$S_n = 0.75 \times 0.85 \times 0.665 \times 645 = 146.24 \text{ MPa}$$

El máximo esfuerzo está en el punto B (que es el que tiene mayor momento):

$$M_B = 695.46 \text{ N.m.}$$

$$\text{El módulo de la sección: } Z = \frac{I}{c} = \frac{\pi(3.2)^4}{64 \left(\frac{3.2}{2}\right)} = 3.217 \text{ cm}^3$$



El esfuerzo en la sección B:

$$\sigma = \frac{695.46 \text{ N.m}}{3.217 \text{ cm}^3} = 21618.278 \frac{\text{N}}{\text{cm}^2}$$

$$\sigma = 216.2 \text{ MPa}$$

Este esfuerzo es mayor que el límite de fatiga $\sigma = 216 > 146.24 = S_n$ por lo tanto el elemento tiene una vida finita.

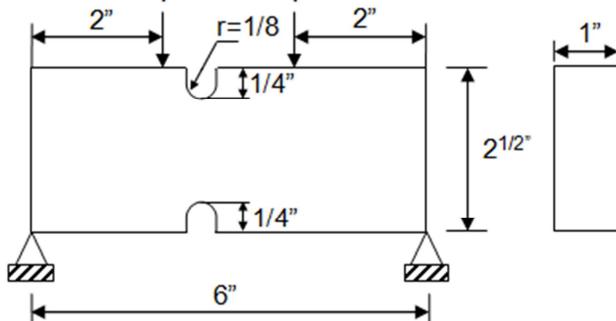
$$\frac{621 - 146}{\log 10^6 - \log 10^3} = \frac{621 - 216}{\log N - \log 10^3}$$

$$\log N = 5.55789$$

$$N = 10^{5.55789} = 361322.27 \text{ ciclos}$$

Ejemplo N°3.6:

Imaginemos que la barra soporta tanto por la parte superior como por la parte inferior de tal manera que la carga P pueda ser invertida por completo. Encuéntrese el valor numérico de la carga completamente invertida que someterá la barra en la muesca hasta el límite de duración.



Material SAE 1050: $S_y = 49,500 \text{ psi}$
 $S_u = 90,000 \text{ psi}$

Solución: $k_t = 2.45$; $q = 0.9$

Según gráfica:

$$k_f = 1 + q(k_t - 1)$$

$$k_f = 1 + 0.9(2.45 - 1) = 2.305$$

$$S = \frac{MC}{I} = \frac{2Px1''}{1(2.5 - 0.5)^3} \frac{3P}{12}$$

$$k_f \cdot \sigma = 2.305 \times 3P = 6.92P$$

$$6.92P = 45,000$$

$$P = 6508 \text{ lb}$$

3.3.-TENSIONES FLUCTUANTES

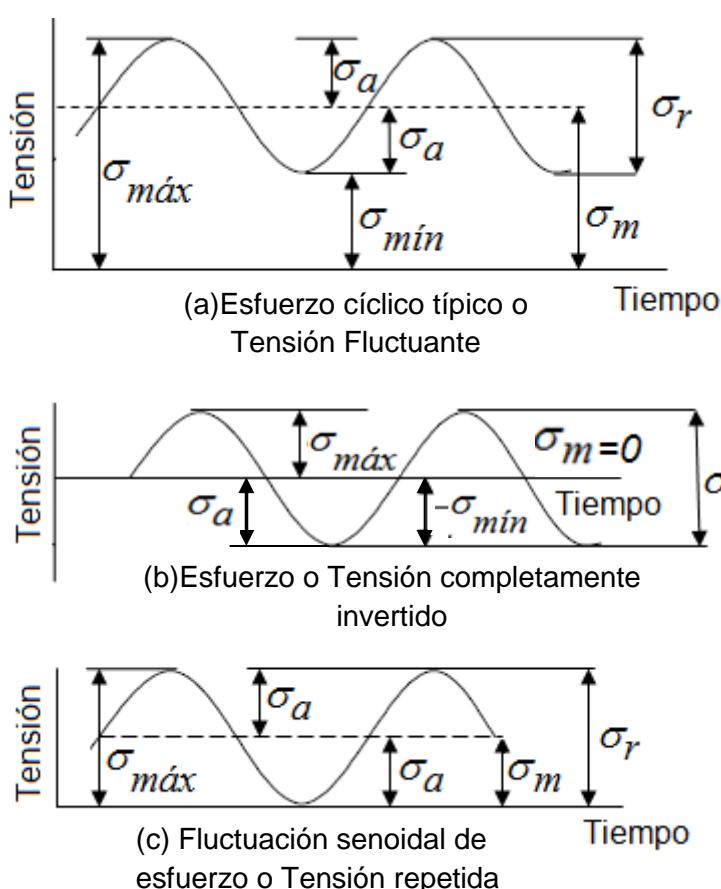


Fig. 3.1: diagrama de esfuerzo cíclico

normalmente es independientemente de la parte variable de la carga.

$$\sigma_r = \sigma_{\max} - \sigma_{\min} \quad \text{Ec. 3.11} \quad \sigma_m = \frac{\sigma_{\max} + \sigma_{\min}}{2} \quad \text{Ec. 3.12} \quad \sigma_a = \frac{\sigma_{\max} - \sigma_{\min}}{2} \quad \text{Ec. 3.13}$$

3.4.-RESISTENCIA A LA FATIGA BAJO TENSIONES FLUCTUANTES

Hasta aquí solo hemos estudiado la manera de encontrar la magnitud de un esfuerzo completamente invertido que un material puede aguantar de manera indefinida. Esto lo representamos por la onda senoidal que se muestra en la Fig. 3.1b en la que el esfuerzo promedio $\sigma_m=0$. La mayor parte del tiempo, una situación de esfuerzo se asemeja a la que se describe en la Fig.3.1c en la que $\sigma_m \neq 0$. Se emplean generalmente dos métodos:

σ_{\min} = Tensión mínima
 σ_{\max} = Tensión máxima
 σ_a = Amplitud de la tensión
o Esfuerzo Variable
 σ_m = Tensión media o promedio
 σ_r = Recorrido de la tensión
o rango de esfuerzo
 σ_s = Tensión estática (la de la estructura)

El número de repeticiones para originar la falla, depende del rango de esfuerzo (σ_r) y que el rango necesario de esfuerzo para originar falla a un número de repeticiones dado, decrece a medida que el esfuerzo promedio (σ_m) aumenta.

La tensión estática (σ_s) es debida a una carga fija previa a la pieza y

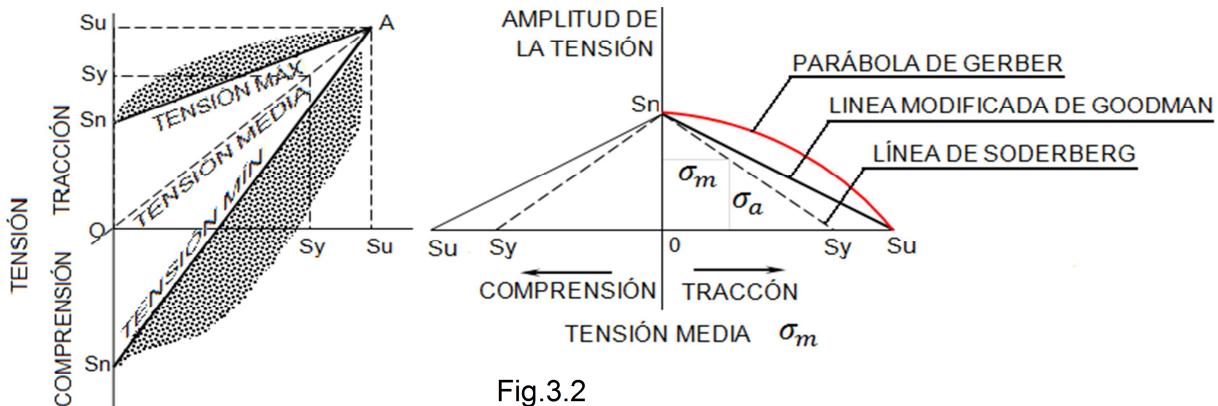


Fig.3.2

- * Diagrama modificado de Goodman: Donde muestra todos los componentes.
- * Cuando la tensión media es de compresión, el fallo se define por dos líneas paralelas gruesas
- * Cuando la tensión media es de tracción al fallo se define por la tensión máxima o por el límite de fluencia.

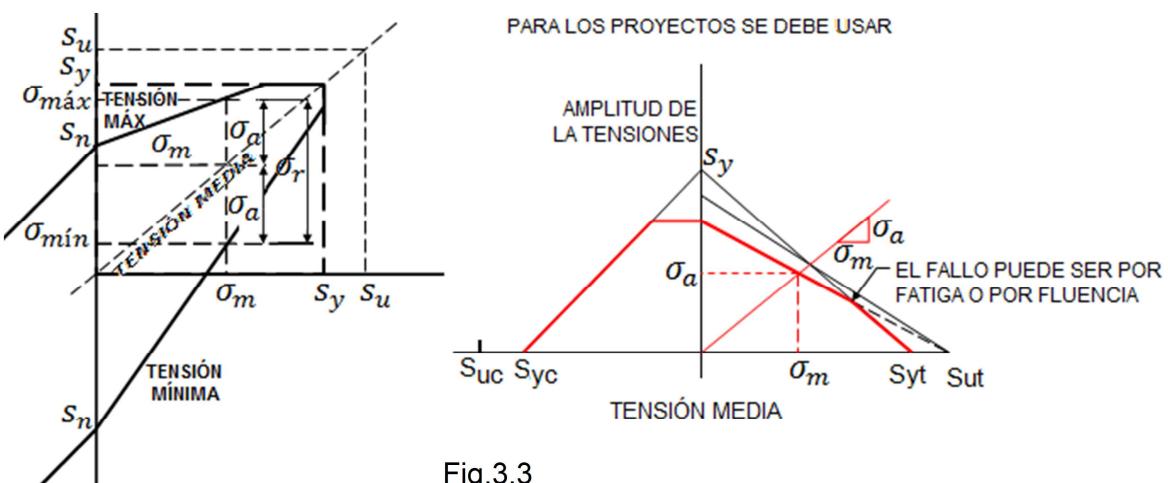


Fig.3.3

Esfuerzo que fluctúa para materiales dúctiles analizados por Gerber, Goodman y Soderberg:

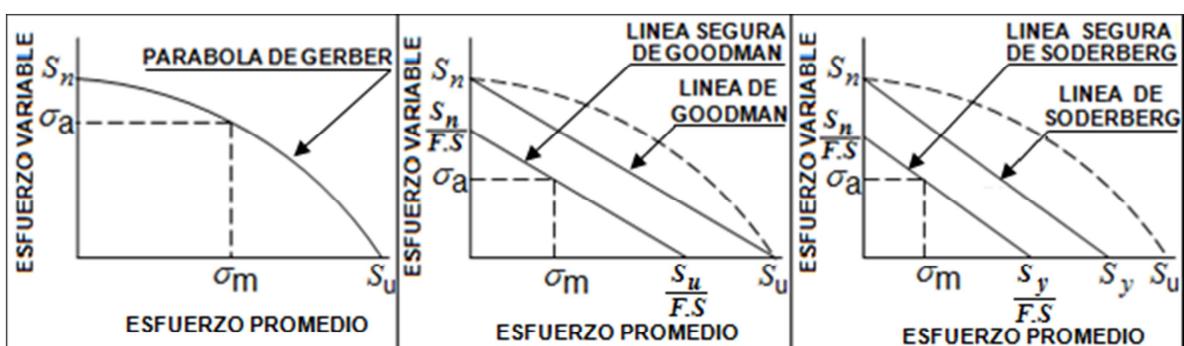


Fig.3.4

Si trazamos la componente del esfuerzo variable (σ_a) en el eje de las "y" y el esfuerzo promedio (σ_m) en el eje de las "x". Obtenemos las siguientes relaciones:

$$\text{Parabola de Gerber: } \sigma_a = S_n \left[1 - \left(\frac{\sigma_m}{S_u} \right)^2 \right] \quad \text{Ec. 3.14}$$

$$\text{Linea de Goodman: } \sigma_a = S_n \left(1 - \frac{\sigma_m}{S_u} \right)$$

$$\text{Linea segura de Goodman: } \sigma_a = S_n \left(\frac{1}{F.S} - \frac{\sigma_m}{S_u} \right) \quad \text{Ec. 3.15}$$

$$\text{Linea de Soderberg: } \sigma_a = S_n \left(1 - \frac{\sigma_m}{S_y} \right)$$

$$\text{Linea segura de Soderberg: } \sigma_a = S_n \left(\frac{1}{F.S} - \frac{\sigma_m}{S_y} \right) \quad \text{Ec. 3.16}$$

A flexión completamente invertida el esfuerzo promedio es cero y el esfuerzo variable $\sigma_a = S_n$, lo que concuerda con la representación en la Fig. 3.1b y por otro lado, el esfuerzo promedio es la resistencia a la tensión, $\sigma_a = 0$ y tenemos la condición de un carga aplicada sólo una vez para originar la falla.

De las relaciones que obtuvimos podemos observar en la Fig.3.4 que la relación de Soderberg es más segura que la de Goodman y esta a su vez es más segura que la de Gerberg. En un sentido más conservador y para estar seguros de la certeza de los valores, en la línea de Goodman y de Soderber, tanto al S_u como al S_y pueden dividirse por un factor arbitrario de seguridad ($F.S$), $\frac{S_u}{F.S}$ y $\frac{S_y}{F.S}$ respectivamente con lo cual nos dará una relación más segura de la línea de Goodman y de Soderberg, obviamente el σ_a calculado es menor que la relación sin el factor de seguridad.

Ejemplo 3.7: Una parte de una máquina tiene un esfuerzo debido a flexión que fluctúa entre un esfuerzo de tensión de 40,000 lb/pulg² y un esfuerzo de compresión de 20,000 lb/pulg² ¿Cuál será la resistencia a la tensión mínima del acero que podría soportar estas fluctuaciones indefinidamente?

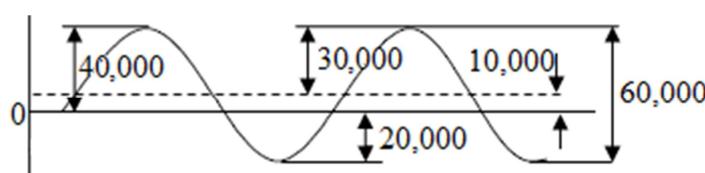
Aplique GERBER y GOODMAN

$$\sigma_r = \sigma_{\max} - \sigma_{\min} = 40,000 - (-20,000) = 60,000 \text{ lb/pulg}^2$$

$$\sigma_a = \frac{\sigma_{\max} - \sigma_{\min}}{2} = \frac{60,000}{2} = 30,000 \text{ lb/pulg}^2$$

$$\sigma_m = \frac{\sigma_{\max} + \sigma_{\min}}{2} = \frac{20,000}{2} = 10,000 \text{ lb/pulg}^2$$

$S'_n = 0.5 S_u$ (para los aceros)



Según Gerber

$$\sigma_a = S'n \left[1 - \left(\frac{\sigma_m}{S_u} \right)^2 \right]$$

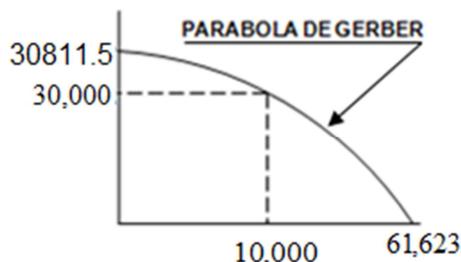
$$30,000 = 0.5S_u \left[1 - \frac{\sigma_m^2}{S_u^2} \right]$$

$$60,000 = S_u - \frac{\sigma_m^2}{S_u}$$

$$S_u^2 - 60,000S_u - (10,000)^2$$

$$S_u = \frac{60,000 \pm \sqrt{36x10^8 + 4x10^8}}{2}$$

$$S_u = \frac{60,000 \pm 63,246}{2} = 61,623 \text{ lb/in}^2$$

**Según Goodman**

$$\sigma_a = S'n \left(1 - \frac{\sigma_m}{S_u} \right)$$

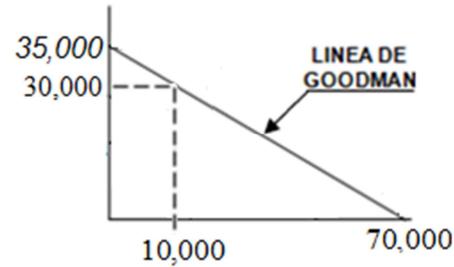
$$\sigma_a = \frac{S_u}{2} \left(1 - \frac{\sigma_m}{S_u} \right)$$

$$\sigma_a = \frac{S_u}{2} - \frac{\sigma_m}{2}$$

$$S_u = 2\sigma_a + \sigma_m$$

$$S_u = 2(30,000) + 10,000$$

$$S_u = 70,000 \text{ lb/in}^2$$

**Aplicando Goodman con factor de seguridad 2:**

$$\sigma_a = S'n \left(\frac{1}{F.S} - \frac{\sigma_m}{S_u} \right)$$

$$\sigma_a = \frac{S_u}{2} \left(\frac{1}{2} - \frac{\sigma_m}{S_u} \right)$$

$$\sigma_a = \frac{S_u}{4} - \frac{\sigma_m}{2}$$

$$S_u = 4\sigma_a + 2\sigma_m = 4(30,000) + 2(10,000) = 140,000 \text{ lb/in}^2$$

Una forma más práctica es: $S_u = F.S(S_u) = 2(70,000) = 140,000 \text{ lb/in}^2$

Ejemplo N°3.8: El mismo problema anterior, con un factor de seguridad 2 aplicando Soderberg. (Importante: Se sabe que S_y varía entre 0.55% - 0.95% de S_u .)

$$\sigma_a = 30,000 \frac{\text{lb}}{\text{in}^2} \quad \sigma_m = 10,000 \frac{\text{lb}}{\text{in}^2} \quad \sigma_a = S_n \left(\frac{1}{F.S} - \frac{\sigma_m}{S_y} \right)$$

$$\begin{aligned} \text{Para } S_y &= 0.55S_u \\ 0.5S_u \left(\frac{1}{2} - \frac{10,000}{0.55S_u} \right) &= 30,000 \\ \frac{S_u}{2} - \frac{18,182}{S_u} - S_u &= 60,000 \\ S_u &= 156,364 \frac{\text{lb}}{\text{pulg}^2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Para } S_y &= 0.95S_u \\ 0.5S_u \left(\frac{1}{2} - \frac{10,000}{0.95S_u} \right) &= 30,000 \\ \frac{S_u}{2} - 10,526 &= 60,000 \\ S_u &= 141,052 \frac{\text{lb}}{\text{pulg}^2} \end{aligned}$$

Ejemplo N°3.9: Una flecha de diámetro de 2" hecha de acero al carbono endurecida hasta 200 Brinell se sujet a una torsión que fluctúa entre 24,000 lb-pulg y -6,000 lb-pulg ¿Cuál es el factor de seguridad por el método de Soderberg?

$$\begin{aligned} \tau_{\max} &= \frac{T \cdot r}{J} = \frac{24,000 \times 1}{\frac{\pi 2^4}{32}} = 15,279 \frac{\text{lb}}{\text{pulg}^2} \\ \tau_{\min} &= \frac{-6,000 \times 1}{\frac{\pi 2^4}{32}} = -3820 \frac{\text{lb}}{\text{pulg}^2} \\ \tau_a &= \frac{\tau_{\max} - \tau_{\min}}{2} = \frac{15,279 + 3820}{2} = 9549.5 \frac{\text{lb}}{\text{pulg}^2} \\ \tau_m &= \frac{\tau_{\max} + \tau_{\min}}{2} = \frac{15,279 - 3820}{2} = 5729.5 \frac{\text{lb}}{\text{pulg}^2} \end{aligned}$$

Importante: El límite de fatiga **a torsión** cíclica es aproximadamente la mitad del límite de duración a flexión.

- Para aceros:

$$\begin{aligned} S_{ns} &= 0.5S_n = 0.25S_u \\ S_{ys} &= 0.5S_y \end{aligned}$$

- Para metales y aleaciones no ferrosas:

$$S_{ns} = 0.2S_u$$

- Para fierro fundido:

$$S_{ns} = 0.8S_u$$

- Por tablas: para acero al carbono de 200 Brinel:

$$\begin{aligned} S_u &= 100,000 \text{ psi} \\ S_y &= 55,000 \text{ psi} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \tau_a &= S_{ns} \left(\frac{1}{F.S} - \frac{\tau_m}{S_{ys}} \right) \\ 9549.5 &= 0.25S_u \left(\frac{1}{F.S} - \frac{5729.5}{0.5S_y} \right) \\ 9549.5 &= 25,000 \left(\frac{1}{F.S} - \frac{5729.5}{27,500} \right) \\ \frac{1}{F.S} &= \frac{9,549.5}{25,000} + \frac{5,729.5}{27,500} = 0.382 + 0.208 = 0.59 \\ F.S &= 1.69 \end{aligned}$$

Ejemplo N°3.10: Una barra redonda de acero AISI C1018, estirada en frío, se proyecta para resistir una carga previa de tracción de 3600 kg y una carga fluctuante de tracción que varía de 0 a 7200 kg. Debido al proyecto de sus extremos la barra tienen un coeficiente geométrico de concentración de tensiones de 2.10, que corresponde a un acuerdo de 3,20mm ¿Cuál será el radio de la barra, si el margen de seguridad nunca deberá ser menor de 100 por 100? La barra ha de proyectarse para una vida infinita.

SOLUCIÓN:

Según tablas el material tienen las siguientes propiedades mecánicas.

$$S_y = 4900 \text{ kg/cm}^2 \quad S_u = 5750 \text{ kg/cm}^2$$

Así pues el límite de fatiga será: $S'_n = 0.5 \times S_u = 2875 \text{ kg/cm}^2$

El valor del coeficiente de superficie $k_a = 0.76$

El valor del coeficiente de tamaño para cargas axiales $k_b = 1$

El valor de la sensibilidad a la entalla $q = 0.8$

El valor de $k_f = 1 + q(k_t - 1) = 1 + 0.8(2.10 - 1) = 1.88$

Dando como resultado el valor por concentración de tensiones

$$k_e = \frac{1}{k_f} = \frac{1}{1.88} = 0.531$$

El valor del límite de fatiga será $S_n = 1.76 \times 1 \times 0.531 \times 2875 = 1,165 \text{ kg/cm}^2$

Determinamos las tensiones:

- La tensión estática es:

$$\sigma_s = \frac{F_s}{A} = \frac{3600}{\frac{\pi d^2}{4}} = \frac{4580}{d^2} \text{ kg/cm}^2$$

- Recorrido de las tensiones:

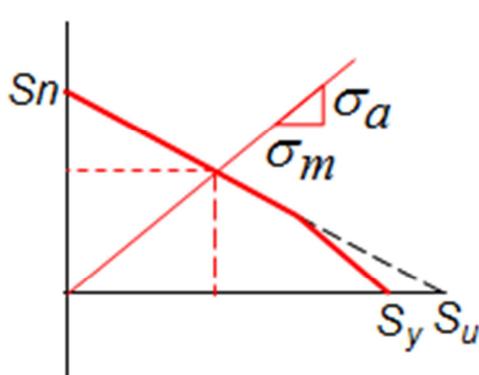
$$\sigma_r = \frac{Fr}{A} = \frac{7200}{\frac{\pi d^2}{4}} = \frac{9160}{d^2} \text{ kg/cm}^2$$

- Por tanto la amplitud:

$$\sigma_a = \frac{\sigma_r}{2} = \frac{4580}{d^2} \text{ kg/cm}^2$$

- En este caso la tensión media será:

$$\sigma_m = \sigma_s + \sigma_a = \frac{9160}{d^2} \text{ kg/cm}^2$$



$$\frac{\sigma_a}{\sigma_m} = 0.50$$

$$\sigma_a = S_n \left[1 - \frac{\sigma_m}{S_u} \right]$$

$$0.50\sigma_m = 1165 \left[1 - \frac{\sigma_m}{5750} \right]$$

$$0.50\sigma_m = 1165 - 0.2026\sigma_m$$

$$\sigma_m = 1658 \text{ kg/cm}^2$$

$$\sigma_a = 829 \text{ kg/cm}^2$$

Como nos dice que debe tener una seguridad no menor de 100%:

$$\sigma_a = \frac{829}{2} 414.50 \text{ kg/cm}^2$$

$$\sigma_a = \frac{4580}{d^2} = 414.50$$

$$d = 3.32 \text{ cm}$$



4

VIGAS CURVAS EN FLEXIÓN

“La sabiduría es un adorno en la prosperidad y un refugio en la adversidad.”

Aristóteles

4.0.- INTRODUCCIÓN

Entendemos por vigas, en general a aquellos elementos en los cuales una de sus dimensiones es mucho mayor que las otras dos que lo componen.

La viga curva en flexión constituye un importante elemento estructural de ingeniería, debido a su utilización en una amplia variedad de aplicaciones; así por ejemplo estructuras como hélices de helicópteros, ventiladores, turbinas y sub-sistemas de estructuras más complejas pueden ser modelados como vigas curvas. De igual manera dichas vigas son usadas de forma corriente en la construcción de puentes. Los ejemplos anteriores permiten afirmar que el estudio de la respuesta dinámica de este componente estructural bajo diversas condiciones, ayudaría a entender el comportamiento de ciertas estructuras reales de mayor complejidad sometidas a condiciones similares.

4.1.- ESFUERZOS EN VIGAS CURVAS EN FLEXIÓN

Para determinar la distribución del esfuerzo en un elemento curvo en flexión se que:

La sección transversal tiene un eje de simetría en un plano a lo largo de la longitud de la viga.

Las secciones transversales planas permanecen planas después de la flexión.

El módulo de elasticidad es igual en tracción que en compresión.

El eje neutro y el eje centroidal de una viga curva, no coinciden y el esfuerzo no varía en forma lineal como en una viga recta.

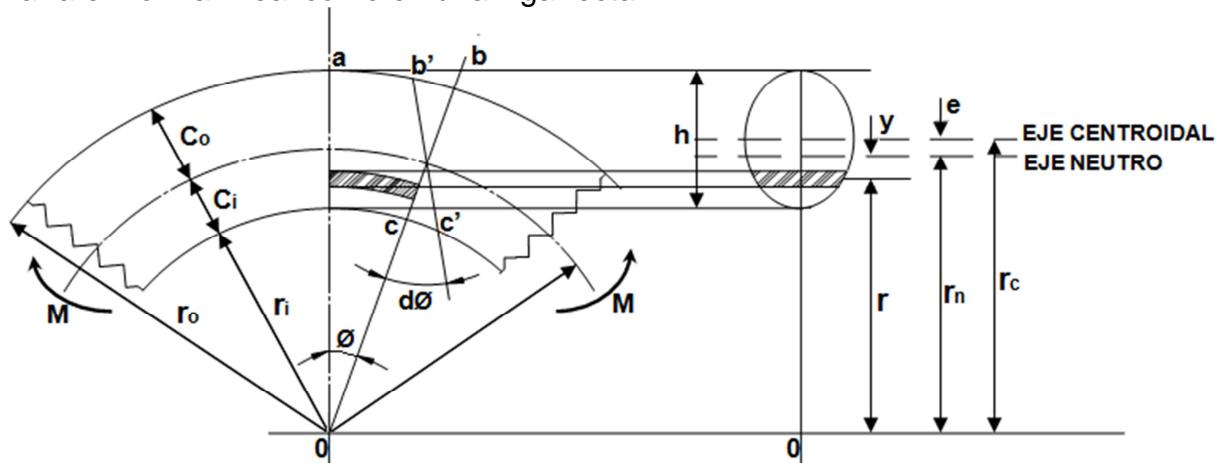


Fig.4.1 Variación lineal de los esfuerzos en una viga recta y su distribución hiperbólica en una viga curva

r_o = Radio de la fibra externa.

r_i = Radio de la fibra interna.

r_n = Radio del eje neutro.

r_c = Radio del eje centroidal.

h = Altura de la sección.

C_o = Distancia del eje neutro a la fibra externa.

C_i = Distancia del eje neutro a la fibra interna.

e = Distancia del eje neutro al eje centroidal.

M = Momento flexionante, un M positivo disminuye la curvatura.

El radio del eje neutro viene dado por:
$$r_n = \frac{A}{\int \frac{dA}{r}} \quad (Ec\ 4.1)$$

Donde: A = Área de la sección transversal

El esfuerzo se determina por:
$$\sigma = \frac{My}{Ae(r_n - y)} \quad (Ec\ 4.2)$$

La distribución del esfuerzo es hiperbólica y los esfuerzos críticos ocurren en las superficies interna y externa donde: $y = C_i$ y $y = -C_o$ respectivamente, el momento es positivo conforme está representado en la figura.

$$\sigma_i = \frac{Mc_i}{Ae_i} \quad (\text{Ec 4.3})$$

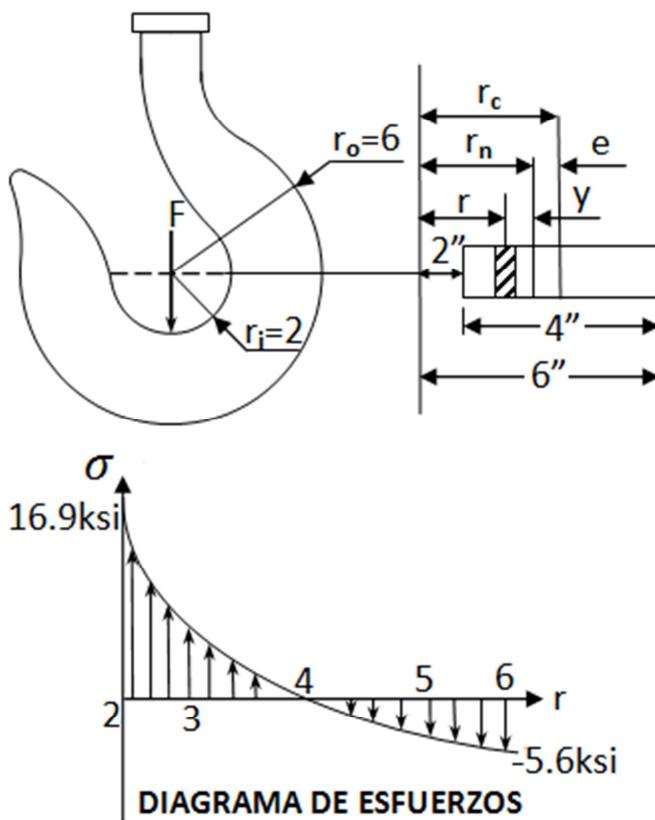
$$\sigma_o = \frac{Mc_o}{Ae_o} \quad (\text{Ec 4.4})$$

σ_i : Esfuerzo de flexión en la fibra interna.

σ_o : Esfuerzo de flexión en la fibra externa.

A este esfuerzo se debe añadir el esfuerzo de tracción.

Ejemplo N°4.1: Grafique la distribución de los esfuerzos que actúan en toda la sección A-A del gancho de grúa de la fig. La sección transversal es rectangular con $b=0.75"$ y $h=4"$ la carga a levantar es de 5000 lb.



Solución:

$$\begin{aligned} \text{Área} &= A = bh = 0.75 \times 4 = 3'' \\ &\text{pulg}^2 \\ dA &= b \cdot dr \end{aligned}$$

Se sabe que:

$$\begin{aligned} r_n &= \frac{A}{\int \frac{dA}{r}} = \frac{bh}{\int_{r_i}^{r_o} \frac{b \cdot dr}{r}} \\ r_n &= \frac{h}{\ln \frac{r_o}{r_i}} \end{aligned}$$

Reemplazando valores:

$$r_n = \frac{4}{\ln \frac{6}{2}} = \frac{4}{1.099} = 3.641 \text{ pulg}$$

Por tanto la excentricidad:

$$e = r_c - r_n = 4 - 3.641 = 0.359 \text{ pulg}$$

El momento M (positivo)

$$M = F \cdot r_c = 5000(4) = 20,000 \text{ lb-pulg}$$

El esfuerzo será:

$$\sigma = \frac{F}{A} + \frac{My}{Ae(r_n - y)}$$

$$\sigma = \frac{5000}{3} + \frac{20000(3.641 - r)}{3x(0.359)r}$$

Sustituyendo los valores de r de 2 a 6 se puede elaborar la siguiente tabla:

Tabla 4.1.- Distribución del esfuerzo para $2 < r > 6$

Radio (plg)	2.00	2.25	2.50	2.75	3.00	3.25	3.50	3.75
Esfuerzo (Psi)	16903	13147	10142	7683	5634	3901	2415	1127
Radio (plg)	4.00	4.25	4.50	4.75	5.00	5.25	5.50	5.75
Esfuerzo (Psi)	0	-994	-1878	-2669	-3381	-4025	-4610	-5145

4.2.- EJES

Son elementos que sirven para transmitir potencia y en general se llaman árboles a los ejes sin carga torsional, la mayoría de los ejes están sometidos durante su trabajo a cargas combinadas de torsión, flexibilidad y cargas axiales. Los elementos de transmisión: poleas, engranajes, volantes, etc., deben en lo posible estar localizados cerca a los apoyos.

4.3.- CÁLCULO DE EJES

El diseño de ejes consiste básicamente en la determinación del diámetro adecuado del eje para asegurar la rigidez y resistencia satisfactoria cuando el eje transmite potencia en diferentes condiciones de carga y operación.

Los ejes normalmente tienen sección transversal circular: macizos – huecos

Para el diseño de ejes, cuando están hechos de aceros dúctiles, se analizan por la teoría del esfuerzo cortante máximo.

Los materiales frágiles deben diseñarse por la teoría del esfuerzo normal máximo.

El código ASME define una tensión de corte de proyectos o permisible que es la más pequeña de los valores siguientes:

$$\tau_d = 3.30Syt \quad (Ec 4.5) \quad \text{Ó} \quad \tau_d = 0.18Sut \quad (Ec 4.6)$$

Si hay concentración de tensiones debido a un acuerdo o un chavetero, la norma dice que hay que disminuir en un 25% la tensión de corte permisible.

La tensión de corte en un eje sometido a flexión y torsión viene dado por:

$$\tau_{máx} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_x}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2} \quad (Ec 4.7)$$

EL ESFUERZO DE TORSIÓN:

$$\tau_{xy} = \frac{Tr}{J} = \frac{16T}{\pi d^3} \quad \text{Para ejes macizos} \quad (Ec 4.8)$$

$$\tau_{xy} = \frac{16Tde}{\pi(de^4 - di^4)} \quad \text{Para ejes huecos} \quad (Ec 4.9)$$

EL ESFUERZO DE FLEXIÓN:

$$\sigma_x = \frac{Mr}{I} = \frac{32M}{\pi d^3} \quad \text{Para ejes macizos} \quad (Ec 4.10)$$

$$\sigma_x = \frac{32Mde}{\pi(de^4 - di^4)} \quad \text{Para ejes huecos} \quad (Ec 4.11)$$

ESFUERZOS AXIALES (COMPRESIÓN – TRACCIÓN):

$$\sigma_e = 4F / \pi d^2 \quad \text{Para ejes macizos} \quad (Ec 4.12)$$

$$\sigma_e = 4F / \pi(de^2 - di^2) \quad \text{Para ejes huecos} \quad (Ec 4.13)$$

El código ASME da una ecuación para el cálculo de un eje hueco que combina torsión, flexión y carga axial, aplicando la ecuación del esfuerzo cortante máximo modificada mediante la introducción de factores de choque, fatiga y columna.

$$d_e^3 = \frac{16}{\pi \sigma_p (1 - K^4)} \sqrt{\left[C_f M + \frac{\alpha F di (1 + K^2)}{8} \right]^2 + (C_t T)^2} \quad (Ec 4.14)$$

Para un eje macizo con carga axial pequeña o nula.

$$d^3 = \frac{16}{\pi \sigma_p} \sqrt{(C_f M)^2 + (C_t T)^2} \quad (Ec 4.15)$$

Donde:

τ_{xy} = Esfuerzo cortante de torsión, psi. de = Diámetro exterior, pulg.

M = Momento flector, lb-pulg. di = Diámetro interior, pulg.

T = Momento torsor, lb-pulg. F = Carga axial, lb.

K = di/de

$\tau_{máx}$ = Tensión de corte máxima, psi.

σ_x = tensión de flexión

C_f = Factor de choque y fatiga, aplicado al momento flector.

C_t = Factor de choque y fatiga, aplicado al momento de torsión.

σ_f = Esfuerzo de flexión, psi.

σ_e = Esfuerzo axial (Tensión – Compresión), psi.

Tabla 4.2.- Valores de C_m y C_t

	C _m	C _t
<u>Para ejes estacionarios:</u>		
Carga aplicada gradualmente	1.0	1.0
Carga aplicada repentinamente	1.5 a 2.0	1.5 a 2.00
<u>Eje en rotación:</u>		
Carga aplicada gradual o corriente	1.5	1.0
Carga repentina (choques ligeros)	1.5 a 2.0	1.0 a 1.5
Carga repentina (choques fuertes)	2.0 a 3.0	1.5 a 3.0

El código ASME indica que para ejes con especificaciones técnicas definidas el esfuerzo permisible σ_p es el 30% del límite elástico, sin sobrepasar el 18% del esfuerzo último en tracción, para ejes sin chaveteros.

Estos valores deben reducirse en 25% si existiesen chaveteros en los ejes.

α = Factor de columna, para cargas a tracción vale igual a la unidad para compresión, se aplica:

$$\alpha = \frac{1}{1 - 0.0044(L/k)} \quad \text{para } L/K < 115 \quad (\text{Ec 4.16})$$

$$\alpha = \frac{S_y}{\pi^2 n E} \left(\frac{L}{k} \right)^2 \quad \text{para } L/K > 115 \quad (\text{Ec 4.17})$$

n = 1 para extremos articulados

n = 2.25 para extremos fijos

n = 1.6 para extremos restringidos parcialmente, como el caso de los cojinetes

k = Radio de giro $\sqrt{\frac{I}{A}}$, pulg.

I = Momento de inercia, pulg⁴

A = Área de la sección transversal, pulg²

S_y = Esfuerzo a la fluencia, psi.

4.4.- CÁLCULO DE EJES POR RIGIDEZ

El valor permisible de giro varía desde 0.026° por centímetro para máquinas de precisión hasta 0.33° por centímetro para ejes de transmisión.

$$\theta = \frac{TL}{GJ} = \frac{TL}{G \frac{\pi \cdot d^4}{32}} = \frac{10.19 TL}{Gd^4} \quad \text{Para eje macizo} \quad (\text{Ec 4.18})$$

$$\theta = \frac{10.19TL}{G(de^4 - di^2)} \quad \text{Para eje hueco} \quad (\text{Ec. 4.19})$$

DISEÑO DE EJE POR RIGIDEZ LATERAL:

$$\frac{d_y^2}{d_x^2} = \frac{M}{EI} \quad \text{Resolución gráfica} \quad (\text{Ec. 4.20})$$

MOMENTO TORSOR:

$$T = \frac{63,000xhp}{n(r.p.m.)} (lb - pulg) \quad (\text{Ec. 4.21})$$

$$T = \frac{71,620xCV}{n(r.p.m.)} (kg - cm) \quad (\text{Ec. 4.22})$$

$$F_t = \frac{33,000HP}{Vm} (lb) \quad (\text{Ec. 4.23})$$

$$F_t = \frac{4500CV}{Vm} (kg) \quad (\text{Ec. 4.24})$$

V_m = pies / min

V_m = m/min

F_t : Fuerza tangencial en el radio primitivo, lb.



5 TORNILLOS, SUJETADORES Y UNIONES

“Aprender sin pensar es inútil, pensar sin aprender es peligroso”.
(Confucio)

5.0.- INTRODUCCIÓN

Los tornillos son elementos que tienen filetes enrollados en forma de hélice sobre una superficie cilíndrica y son unos de los elementos más utilizados en las máquinas. Podemos clasificar los tornillos, de acuerdo con la función que cumplen, en tornillos de unión y tornillos de potencia. Los tornillos de unión son los que sirven para unir o asegurar dos o más partes estructurales o de maquinaria, como es el caso de los tornillos, pernos, espárragos y tornillos prisioneros o de fijación. Los tornillos de potencia son aquellos destinados a la transmisión de potencia y movimiento; generalmente convierten un movimiento de giro en un movimiento de traslación.

Los tornillos se usan en estructuras, máquinas herramientas, vehículos, prensas y elementos de elevación, entre otros. En muchos casos, los tornillos están sometidos a cargas variables combinadas, por lo que debe aplicarse una teoría de falla por fatiga. Un tornillo puede fallar en el núcleo o en los filetes; se debe tener en cuenta el diámetro del tornillo, así como el número de filetes en contacto con la tuerca.

Los sujetadores son distintos artículos de ensamblaje que se emplean para unir diversos componentes de una pieza. Un sujetador puede ser un perno y una tuerca, un tornillo, un clavo e incluso una grapa. Sin embargo, la mayoría de los sujetadores utilizados en la industria son sujetadores roscados. Estos dispositivos por lo general permiten el ensamblar y desensamblar componentes.

5.1.- SUJETADORES ROSCADOS Y TORNILLO DE POTENCIA:

Los métodos clásicos de sujeción o de unión de piezas incluyen el empleo de elementos como pernos, tuercas, tornillos de cabeza, tornillos prisioneros, remaches, retenes de resorte, sistema de bloqueo y chavetas. Las piezas pueden unirse de forma permanente mediante soldadura.

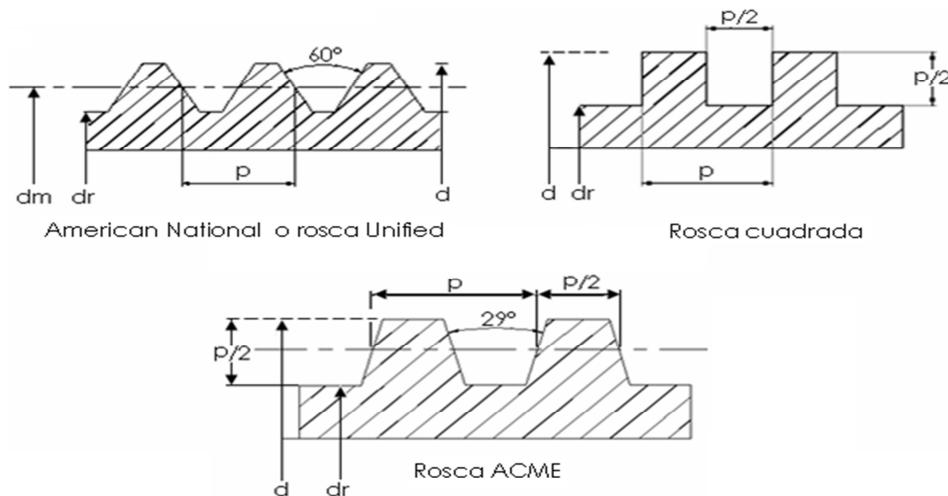


Fig. 5.0 Tipos de roscas más usadas.

5.2.- TORNILLO DE POTENCIA:

Un tornillo de potencia se usa para cambiar el movimiento angular en movimiento lineal y también para transmitir esfuerzos.

La base de este triángulo tiene una longitud igual a πdm .

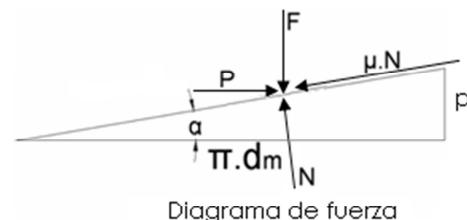


Fig. 5.1

a = Ángulo de hélice.

b = Paso o avance del tornillo.

μN = Fuerza de rozamiento.

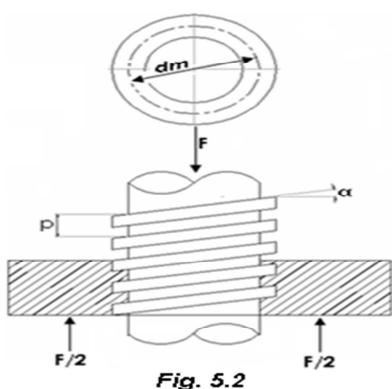
dm = Diámetro medio.

N = Fuerza normal

F = Fuerza que represente la suma de todas las fuerzas unitarias axiales que actúan sobre el área normal de la rosca.

P = Fuerza necesaria con el objeto de vencer la fuerza de rozamiento y hacer

ascender la carga por el plano inclinado.



Tornillo de Potencia (rosca cuadrada)

Ecuación de Equilibrio:

$$P - NS \text{en} \alpha - \mu N \text{Cosa} \alpha = 0$$

$$F + \mu N \text{Sen} \alpha - N \text{Cosa} \alpha = 0$$

$$P = \frac{F(\text{Sen} \alpha + \mu \text{Cos} \alpha)}{\text{Cos} \alpha - \mu \text{Sen} \alpha} \quad (\text{Ec. 5.1})$$

Dividiendo numerador y denominador por Cosa:

$$P = \frac{F(tg\alpha + \mu)}{1 - \mu tg\alpha} = \frac{F\left(\frac{p}{\pi dm} + \mu\right)}{1 - \frac{\mu p}{\pi dm}} \quad \text{porque } tg \alpha = \frac{p}{\pi dm} \quad (\text{Ec. 5.2})$$

$$P = \frac{F(tg \alpha + \mu)}{1 - \mu tg \alpha} = \frac{F\left(\frac{p}{\pi dm} + \mu\right)}{1 - \frac{\mu p}{\pi dm}} \quad \text{porque } tg \alpha = \frac{p}{\pi dm}$$

El par necesario será:

$$P^*(dm/2) \quad (\text{Ec. 5.3})$$

Entonces:

$$T = \frac{Fdm}{2} \left(\frac{p + \pi \mu dm}{\pi dm - \mu p} \right) \quad (\text{Ec. 5.4})$$

Estas ecuaciones son para roscas cuadradas, (las cargas normales son paralelas al eje del tornillo). En roscas ACME, la carga normal está inclinada respecto al eje en una cantidad θ_n (igual a la mitad del ángulo de la rosca) Su efecto es incrementar la fuerza de rozamiento.

Por tanto la ecuación del par deben dividirse por $\cos \theta_n$ los términos en que interviene el rozamiento.

$$T = \frac{Fdm}{2} \left(\frac{p + \pi \mu dm \sec \theta_n}{\pi dm - \mu p \sec \theta_n} \right) \quad (\text{Ec. 5.5})$$

5.3.- EFICIENCIA O RENDIMIENTO DE UN TORNILLO

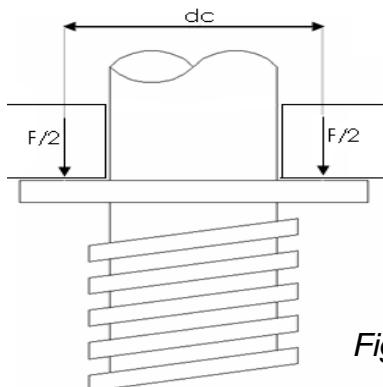


Fig. 5.3

$$\text{Si } \mu = 0 \quad To = \frac{Fp}{2\pi}$$

El rendimiento es por tanto:

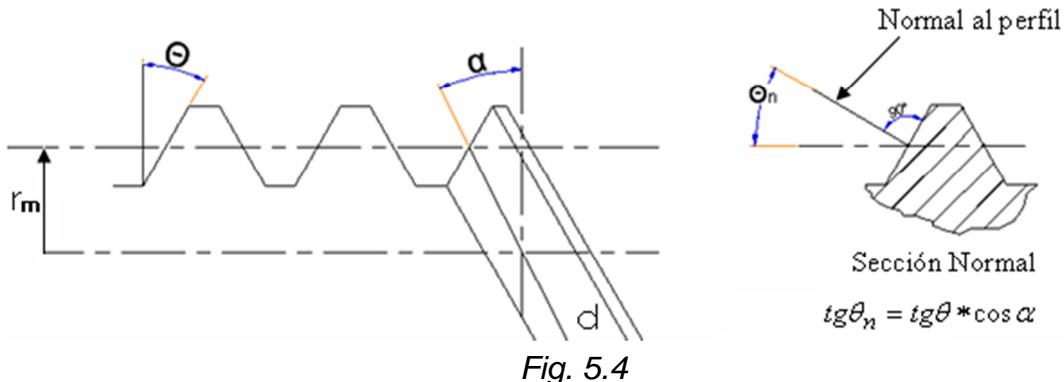
$$\eta = \frac{To}{T} = \frac{Fp}{2\pi T} \quad (\text{Ec. 5.6})$$

Cuando se carga axialmente el tornillo debe emplearse un cojinete axial o un collar entre el elemento giratorio y estacionario para transmitir la carga axial.

El par necesario para vencer la fuerza de rozamiento en el collar será:

$$T_c = \frac{F \cdot \mu_c \cdot d_c}{2} \quad (\text{Ec. 5.7})$$

5.4.-CÁLCULO DE TORNILLOS DE POTENCIA



Momento de giro:

$$T = W \left[r_m \left(\frac{tg\alpha + \frac{f}{cos\theta_n}}{1 - \frac{ftg\alpha}{cos\theta_n}} \right) + f_c r_c \right] \quad (\text{Ec. 5.8})$$

T = Momento aplicado para girar el tornillo

W = Carga paralela al eje del tornillo

r_m = Radio medio de la rosca

r_c = Radio efectivo de la superficie de rozamiento contra la cual se apoya la carga, llamado radio del collar

f = Coeficiente de rozamiento entre las roscas del tornillo y la tuerca

f_c = Coeficiente de rozamiento en el collar

α = Ángulo de la hélice de la rosca en el radio medio

θ_n = Ángulo entre la tangente al perfil del diente y una línea radial, medido en un plano normal a la hélice de la rosca en el radio medio.

El momento requerido para avanzar el tornillo (o la tuerca) en el sentido de la carga:

$$T = W \left[r_m \left(\frac{-tg\alpha + \frac{f}{cos\theta_n}}{1 + \frac{ftg\alpha}{cos\theta_n}} \right) + f_c r_c \right] \quad (\text{Ec. 5.9})$$

Este valor puede ser positivo o negativo. Si es positivo, debe efectuarse trabajo para avanzar el tornillo. Si es negativo, la carga axial aisladamente producirá rotación.

5.5.-EFICIENCIA DE UN MECANISMO DE TORNILLO

$$\text{Eficiencia} = \frac{100W(\text{avance})}{2\pi T} \% = \frac{100\tan\alpha}{\left(\frac{\tan\alpha + \frac{f}{cos\theta_n}}{1 - \frac{ftan\alpha}{cos\theta_n}} \right) + \frac{f_c r_c}{r_m}} \% \quad (\text{Ec. 5.10})$$

5.6.-ESFUERZOS EN LA ROSCA

$$S_b = \frac{Mc}{I} = \frac{W \frac{h}{2} x \frac{b}{2}}{\frac{2\pi n r_m b^3}{12}} = \frac{3Wh}{2\pi n r_m b^2} \quad (\text{Ec. 5.11})$$

Esfuerzo cortante transversal

$$Sc = \frac{F}{A} = \frac{W}{2\pi n r_m b} \quad (\text{Ec. 5.12})$$

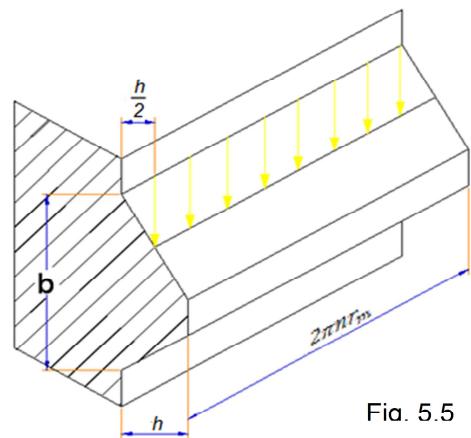


Fig. 5.5

5.7.-ESFUERZOS EN EL NÚCLEO

Esfuerzo cortante:

$$\tau = \frac{Tr}{J} = \frac{T x \frac{d_i}{2}}{\frac{\pi d_i^4}{32}} = \frac{16T}{\pi d_i^3} \quad (\text{Ec. 5.13})$$

di = Diámetro raíz

Esfuerzo axial:

$$\sigma = \frac{F}{A} = \frac{F}{\frac{\pi d_i^2}{4}} = \frac{4F}{\pi d_i^2} \quad (\text{Ec. 5.14})$$

Cuando el movimiento de rotación ha de transformarse en lineal con un gran rendimiento, se recomienda el tornillo con tuerca de bolas recirculantes. Para ángulos de hélice mayores a 2° el rendimiento es del 90% (el de roscas ACME es del 25%).

Los tornillos deben tratarse térmicamente hasta una dureza de 58 RC mínimo.

Ejemplo N°5.1: El tornillo mostrado se opera por medio de un momento aplicado al extremo inferior, la tuerca está cargada y su movimiento está restringido median guías. Suponer que el rozamiento en el cojinete de bolas es despreciable. El tornillo tiene un diámetro exterior de 2" y una rosca triple ACME, de 3 filetes por pulgada. El coeficiente de rozamiento de la rosca es de 0.15. Determinar la carga que puede levantarse con un momento T de 400 lb-pulg (sel F= 1290lb)

Solución:

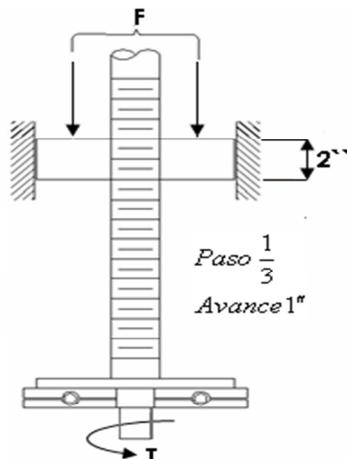
$$T = W \left[r_m \left(\frac{-tg\alpha + \frac{f}{Cos\theta n}}{1 + \frac{ftg\alpha}{Cos\theta n}} \right) + f_c r_c \right]$$

Donde:

Profundidad de la rosca = 0.18"

$$r_m = 1 - 0.18 = 0.91" \\ avance = \frac{1}{2\pi r_m} = \frac{1}{2\pi 0.91} = 0.175 \quad \alpha = 9.92^\circ$$

$$\theta = 14.5^\circ \text{ para rosca acme} \\ tg\theta n = tg\theta \cos \alpha \\ tg\theta n = tg14.5^\circ \cos 9.92 = 0.255 \\ \theta n = 14.2^\circ$$



Determinar la presión media de contacto entre las superficies del tornillo y la tuerca

$$P = \frac{F}{2\pi h r_m h} = \frac{1290}{2\pi(6)0.91x0.18} = 210 \text{ psi}$$

$$n = \frac{\text{longitud carrera}}{\text{paso}} = \frac{2}{\frac{1}{3}} = 6 \text{ vueltas}$$

Se observa que la diferencia entre $\theta_n = 14.2^\circ$ y $\theta = 14.5^\circ$ para rosca acme es tan pequeña que se hubiera podido utilizar $\theta = 14.5^\circ$ para rosca acme. Entonces:

$$400 = W [0.91 \left(\frac{0.175 + 0.15/0.968}{1 - (0.15)(0.175)/0.968} \right) + 0]$$

$$W=1290 \text{ lb}$$

5.8.-PRETENSADO DE LOS PERNOS

Cuando se desea una conexión que pueda desmontarse y que sea lo bastante sólida como para resistir cargas exteriores de tracción, de cizallamiento o de una combinación de ambas, resulta que las uniones con simples pernos, son una buena solución. En la figura 5.6, en la que el perno se ha estirado o tensado para producir una carga previa inicial de tracción F_i , después de lo cual se aplican las cargas exteriores de tracción F_t y de cizallamiento F_s .

Para determinar la parte de la carga externa que corresponde soportar a las piezas conectadas y la parte que corresponde soportar al perno, es necesario definir la expresión constante de rigidez.

Empleando la ecuación de la deformación debida a las cargas de tracción o compresión $\delta = F \cdot l / A \cdot E$, y ordenando obtendremos:

$$k = \frac{F}{\delta} = \frac{AE}{l} \quad \dots (\text{a})$$

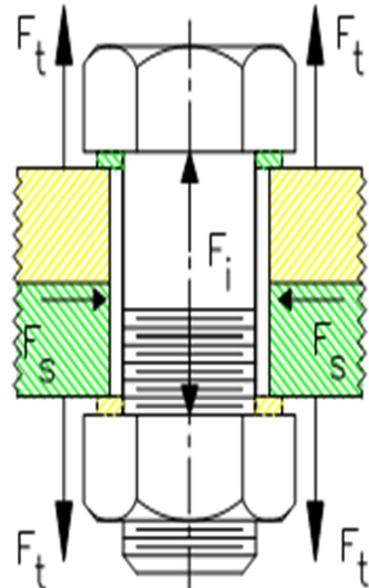


Fig.5.6: conexión con pernos

En donde k es la constante de rigidez en kg/cm. Con objeto de hacer la siguiente discusión tan clara como sea posible, definiremos ahora las siguientes magnitudes de fuerzas:

F_t = Carga de tracción externa total sobre el conjunto empernado.

F_i = Carga previa inicial sobre el perno debida solo a su tensado y que existe antes de que se aplique F_t .

F_b = Parte de F_t correspondiente al perno.

F_m = Parte de F_t correspondiente a los elementos.

Cuando se aplica la carga externa F_t al conjunto pretensado, hay un cambio en la deformación del perno y de los elementos conectados. Puesto que el perno

está inicialmente a tracción, debe experimentar un aumento en su deformación, que vale $\Delta\delta_m = F_b/k_b$. El subíndice b se refiere al perno y F_b es, por tanto, la parte de la carga externa que corresponde soportar al perno. Los elementos conectados experimentarán una disminución en su deformación, de valor $\Delta\delta_m = F_m/k_m$. El subíndice m se refiere a los elementos o piezas que se conectan juntos. En la hipótesis de que los elementos no se hayan separado, el aumento en la deformación del perno deberá igualar a la disminución en la deformación de los elementos y, por consiguiente:

$$\frac{F_b}{k_b} = \frac{F_m}{k_m} \quad (a) \quad (\text{Ec. 5.15})$$

Puesto que $F_t = F_b + F_m$, tendremos

$$F_b = \frac{k_b F_t}{k_b + k_m} \quad (b) \quad (\text{Ec. 5.16})$$

Por tanto, el esfuerzo resultante sobre el perno

$$F = F_b + F_i = \frac{k_b F_t}{k_b + k_m} + F_i \quad (7 - 10) \dots (b)$$

Del mismo modo, la compresión resultante de los elementos conectados resulta ser

$$F = \frac{k_m F_t}{k_b + k_m} - F_i \quad (7 - 11) \dots (c)$$

Las ecuaciones (b) y (c) son válidas en tanto que se mantenga algo de la compresión inicial en los elementos. Si la fuerza exterior es lo bastante grande como para eliminar completamente esta compresión, los elementos se separarán y la carga entera deberá ser soportada por el perno.

Ejemplo 5.2: En la figura 5.6 sea $k_m = 4k_b$ la rigidez de los elementos respecto a la del perno. Si la carga previa inicial en el perno es $F_i = 1,000$ kg y la exterior de tracción es $F_t = 1,200$ kg calcular la tracción resultante en el perno y la compresión de los elementos.

Solución:

La tracción resultante en el perno se encuentra por medio de la ecuación:

$$F = \frac{k_b F_t}{k_b + k_m} + F_i = \frac{k_b (1.200)}{k_b + 4k_b} + 1.000 = 1.240 \text{ kg a tracción}$$

La compresión en los elementos se calcula por la ecuación:

$$F = \frac{k_m F_t}{k_b + k_m} - F_i = \frac{4k_b (1.200)}{k_b + 4k_b} - 1.000 = -40 \text{ kg de compresión}$$

Esto indica que la proporción de la carga que le corresponde soportar al perno es pequeña y que depende de la rigidez relativa de los dos materiales. Puesto que los elementos están todavía comprimidos, no hay separación de las piezas, aunque la carga externa, en este ejemplo, sea mayor que la pretensión del perno.

La importancia del pretensado de los pernos no puede sobreestimarse. Tiene los dos efectos deseables siguientes:

1. **Mejora la resistencia a la fatiga.** Cuando un conjunto empernado con pretensión se somete a la acción de cargas de fatiga, solo se aplica al perno una pequeña proporción del cambio total en la tensión. Por tanto, el efecto es el de mejorar la resistencia a la fatiga del perno. Debe señalarse que esta resistencia se debe únicamente a la pretensión y no incluye los efectos de la concentración de tensiones o de otras irregularidades superficiales que puedan originar el fallo.

2. **Mejora en el efecto de apriete.** Se ha demostrado que una tuerca se afloja por causa de la variación de tensiones dentro de la sujeción. El pretensado reduce la magnitud del cambio de tensiones y mejora, por tanto, considerablemente el efecto de apriete.

Con el objeto de obtener los beneficiosos efectos del pretensado, los elementos sujetos deben ser rígidos y el perno debe tener una elevada carga previa. Esta condición se obtiene a menudo cuando las piezas entran en contacto metal contra metal, esto es sin juntas, y se empernan después. En este caso, la rigidez de los elementos es a menudo mucho mayor que la del perno y la proporción de la carga externa que corresponde soportar al perno puede despreciarse.

Cuando se emplea una junta, los efectos beneficiosos del pretensado pueden preservarse parcialmente, empleando una junta rígida. Una junta blanda o el empleo de materiales blandos, como el aluminio o magnesio, destruirán completamente este efecto y harán que el perno soporte prácticamente la carga entera. Cuando se emplea una junta, puede despreciarse frecuentemente la constante de rigidez de los elementos (ya que su rigidez es mucho mayor) y calcularse la constante para la junta sola. Se utiliza la ecuación (a), haciendo a ℓ igual al grosor de la junta.

5.9.-PAR DE APRIETE DEL PERNO

El pretensado de un perno es la fuerza con la que éste mantiene juntos a los elementos, si es necesario apretar el perno exactamente hasta una pretensión determinada, el mejor modo de hacerlo es calcular la deformación del perno empleando la fórmula $\delta = F_i/EA$.

$$T = \frac{F_i d_m}{2} \left(\frac{1 + \pi \mu d_m \sec \alpha}{\pi d_m - \mu l \sec \alpha} \right) + \frac{F_i \mu_c d_c}{2} \quad (\text{Ec. 5.17})$$

La cara que mira a la arandela de una tuerca hexagonal es $1 \frac{1}{2}$ veces el diámetro nominal del perno. Por tanto, el diámetro medio del collar es de $d_c = 1,25d$. La ecuación puede ahora reagruparse dando:

$$T = \left[\left(\frac{d_m}{2d} \right) \left(\frac{\tan \psi + \mu \sec \alpha}{1 - \mu \tan \psi \sec \alpha} \right) + 0,625 \mu_c \right] F_i d \quad (\text{Ec. 5.18})$$

Definamos ahora un coeficiente de par K como

$$K = \left(\frac{d_m}{2d} \right) \left(\frac{\tan \psi + \mu \sec \alpha}{1 - \mu \tan \psi \sec \alpha} \right) + 0,625 \mu_c \quad (\text{Ec. 5.19})$$

Y por tanto,

$$T = K F_i d \quad (\text{Ec. 5.20})$$

Para pernos sin lubricar de tipo medio, k vale alrededor de 0,20.

Los coeficientes de rozamiento de la rosca y del collar para pernos varían entre 0,10 y 0,20, dependiendo del acabado de la rosca, de su exactitud y del grado de lubricación. Pernos y tuercas de tipo medio pueden emplearse un valor de 0,15 para μ y μ_c .

Tabla 5-1: Coeficientes de Par

Tamaño Perno	K	Tamaño Perno	K
1/4-20 NC	0,210	9/16-12NC	0,198
1/4-28 NF	0,205	9/16-18NF	0,193
5/16 -18 NC	0,210	5/8-11NC	0,199
5/16-24 NF	0,205	5/8-18NF	0,193
3/8-16 NC	0,204	3/4-10NC	0,194
3/8-24 NF	0,198	3/4-16NF	0,189
7/16-14 NC	0,205	7/8-9NC	0,194
7/16 -20 NF	0,200	7/8-14NF	0,189
1/2 -13 NC	0,201	1-8NC	0,193
1/2 -20 NF	0,195	1-12NF	0,188

El par de apriete calculado o correcto debe ser alrededor del 75 por 100 del par medio que origina la rotura.

5.10.-RESISTENCIA DEL PERNO

Ya se ha señalado la importancia del pretensado y se ha encontrado un método de calcular el par necesario para producir una fuerza dada de sujeción. Es, pues, apropiado que investiguemos ahora la resistencia de los pernos y que averigüemos qué pretensión puede resistir con éxito un perno de cierto tamaño y material.

Tabla 5-2: Especificaciones SAE para pernos, tornillería y ésparragos.

Grado SAE	Resistencia a la tracción kg/cm ²	Carga de Prueba kg/cm ²	Dureza Brinell Bhn	Diámetro plg	Material
0	---	---	---	---	Bajo en Carbono sin requisitos
1	3,86	---	207 máx.	---	Acero ordinario
2	4,85	3,86	241 máx.	Hasta 1/2	Bajo en carbono
	4,5	3,65	241 máx.	1/2 - 3/4	
	3,86	---	207 máx.	3/4 - 1 1/2	
3	7,73	5,98	207-269	Hasta 1/2	Medio en carbono, trabajado en frío
	7,03	5,625	207-269	Aprox. 5/8	Medio en carbono, templado y revenido
5	8,43	5,975	241-302	Hasta 3/4	
	8,08	5,48	235-302	3/4 - 1	
	7,38	5,2	233-285	1 - 1 1/2	Medio en carbono, templado y revenido
6	9,84	7,73	285-331	Hasta 5/8	
	9,35	7,38	269-331	---	
7	9,14	7,38	269-321	Hasta 1 1/2	Aleado, medio en carbono, templado y revenido
8	10,55	8,44	302-352	Hasta 1 1/2	Aleado, medio en carbono, templado y revenido

La "Society of Automotive Engineers" (SAE) ha publicado durante muchos años especificaciones de materiales para muchos productos roscados. El proyectista,

naturalmente, es libre de especificar un material escogido por él para los pernos o especificar un perno hecho según las normas SAE.

Las especificaciones SAE comprenden todos los sujetadores roscados exteriormente e incluyen ocho grados de aceros.

La carga de prueba de un perno es la carga máxima a tracción que un perno puede soportar sin deformación permanente.

El área para la tensión de tracción de un elemento roscado es el área de un círculo cuyo diámetro es la media de los diámetros del núcleo y primitivo.

En uniones metal contra metal ordinarias, la rigidez k_m de los elementos es tan grande, comparada con la rigidez de los pernos k_b , que, para todas las aplicaciones, el perno resulta cargado estáticamente, aunque la carga exterior de tracción en la conexión pueda ser del tipo de fatiga. Para estas condiciones, la pretensión mínima en el perno debe ser el 90 por 100 de la carga de prueba. La tensión de torsión en un perno desaparece después de su apriete.

El par aplicado a la tuerca alrededor del 50 por 100 del mismo se emplea para vencer el rozamiento entre la cara de contacto de la tuerca y el elemento del 40 por 100 del restante se emplea para vencer el rozamiento de la rosca y el resto produce la tracción en el perno.

5.11.-UNIONES A TRACCIÓN CON PERNOS Y JUNTAS

Frecuentemente se pueden emplear cierres herméticos en las uniones, manteniendo, además el contacto metal contra metal. Esto se debe hacer siempre que sea posible, ya que origina una unión mucho más fuerte.

La figura 5.6 muestra una unión con pernos a tracción empleando una junta. La ecuación anterior, que da la carga resultante sobre el perno, cuando se conoce la carga inicial y la carga a tracción externa, puede ordenarse como se indica a continuación.

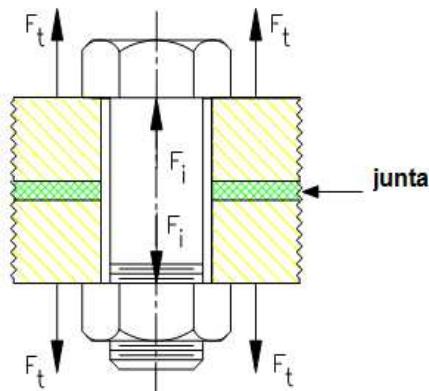


Fig.5.6: unión empernada

$$F = CF_t + F_i \quad (\text{Ec. 5.21})$$

En donde:

$$C = \frac{k_b}{k_b + k_m} \quad (\text{Ec. 5.22})$$

Tabla 5-3: Hilos por pulgada de uso común en los tornillos de potencia.

Diámetro exterior, pulg	1/4	5/16	3/8	1/2	5/8	3/4	1	1 1/2
Diámetro exterior, cm	0,0635	0,0794	0,0953	0,1270	0,1588	0,1905	2,540	3,810
Hilos por	16	14	12	10	8	6	5	4

El coeficiente de rigidez (C) tiene valores entre 0 y 1. Doughtie y Carter establecieron que cuando no se emplea junta C debe hacerse igual a cero y que, en las aplicaciones normales, empleando los materiales más blandos y flexibles para juntas, los ensayos demuestran que C raramente excede de 0,50.

Se ha visto que, cuando el perno está adecuadamente pretensado, la fatiga no es un problema serio en uniones sometidas a tracción que emplean materiales rígidos. Puesto que los materiales de los pernos son relativamente dúctiles, esto significa que también tiene menos importancia la concentración de tensiones. Sin embargo cuando se utiliza una junta relativamente blanda, aumenta la variación de tensiones en el perno y deben considerarse tanto la fatiga como la concentración de tensiones. En la tabla 5.5 se relacionan los valores de los coeficientes de reducción de la resistencia a la fatiga K_F , para roscas laminadas y mecanizadas en aceros recocidos o con tratamiento térmico.

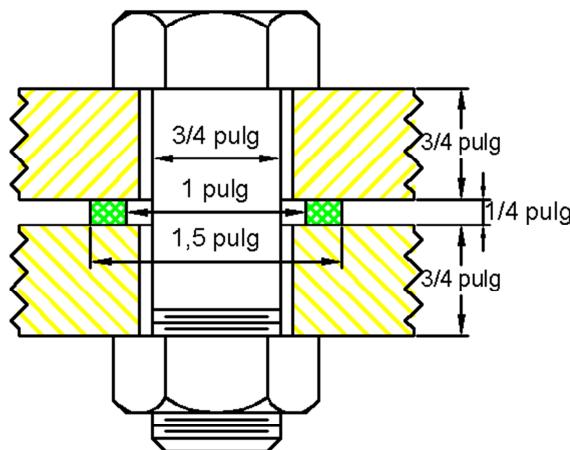
Tabla 5-4 Diámetro y áreas de tornillos de rosca unificados, UNC y UNF

Designación del tamaño	Diámetro Nominal		Series Bastas UNC			Series Finas UNF		
	Pulg	Cm	Hilos por pulgada N	Área para la tensión de tracción At, cm ²	Área del núcleo Ar, cm ²	Hilos por pulgada N	Área para la tensión de tracción At, cm ²	Área del núcleo Ar, cm ²
0	0,0600	0,1524	---	---	---	80	0,01161	0,00974
1	0,0730	0,1854	64	0,01697	0,01406	72	0,01794	0,01529
2	0,0860	0,2184	56	0,02387	0,02000	64	0,02542	0,02187
3	0,0990	0,2515	48	0,03142	0,02619	56	0,03374	0,02910
4	0,1120	0,2845	40	0,03897	0,03200	48	0,04265	0,03652
5	0,1250	0,3175	40	0,05135	0,04335	44	0,05355	0,04619
6	0,1380	0,3505	32	0,05864	0,04806	40	0,06548	0,05639
8	0,1640	0,4166	32	0,09032	0,07716	36	0,09510	0,08290
10	0,1900	0,4826	24	0,1129	0,09355	32	0,1290	0,1129
12	0,2160	0,5486	24	0,1561	0,1329	28	0,1665	0,1458
1/4	0,2500	0,6350	20	0,2051	0,1735	28	0,2348	0,2103
5/16	0,3125	0,7937	18	0,3380	0,2929	24	0,3742	0,3380
3/8	0,3750	0,9525	16	0,5000	0,4374	24	0,5665	0,5219
7/16	0,4375	1,1112	14	0,6858	0,6019	20	0,7658	0,7032
1/2	0,5000	1,2700	13	0,9155	0,8110	20	1,032	0,9587
9/16	0,5625	1,4287	12	1,174	1,045	18	1,310	1,219
5/8	0,6250	1,5875	11	1,458	1,303	18	1,652	1,548
3/4	0,7500	1,9050	10	2,155	1,948	16	2,406	2,265
7/8	0,8750	2,2225	9	2,980	2,703	14	3,284	3,097
1	1,0000	2,5400	8	3,910	3,555	12	4,277	4,032
1 1/4	1,2500	3,1750	7	6,252	5,742	12	6,923	6,606
1 1/2	1,5000	3,8100	6	9,064	8,348	12	8,484	8,129

Tabla 5-5: Coeficientes de Reducción de la Resistencia a la fatiga para elementos roscados sometidos a tracción o flexión

Tipo de Acero	Laminado	Mecanizado
Recocido	2,2	2,8
Templado y revenido	3,0	3,8

Ejemplo 5.3: El conjunto empernado de la figura emplea un anillo de cobre como junta. Calcúlese el coeficiente de rigidez del conjunto.



Solución: El área de la junta es:

$$A = \frac{\pi}{4} (D^2 - d^2) = \frac{\pi}{4} [(1,5)^2 - (1)^2] = 0,982 \text{ plg}^2 = 6,335 \text{ cm}^2$$

La longitud de la junta es $\frac{1}{4}$ plg. (0,635 cm) y para el cobre $E=1'200,000 \text{ kg/cm}^2$. Resolviendo se obtiene:

$$k_m = \frac{AE}{l} = \frac{(6,335)(12)(10)^5}{0,635} = 12,0(10)^6 \text{ kg por cm}$$

El área del perno es $2,845 \text{ cm}^2$. La constante rigidez del perno se encuentra de modo similar:

$$k_b = \frac{AE}{l} = \frac{(2,845)(21)(10)^5}{4,445} = 1,35(10^5) \text{ kg por cm}$$

El coeficiente de rigidez se obtiene a partir de la ecuación:

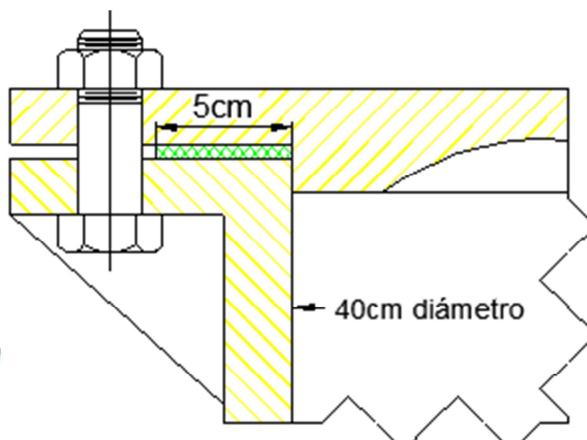
$$C = \frac{k_b}{k_b + k_m} = \frac{1,35}{1,35 + 1,20} = 0,101 \text{ Solución}$$

Obsérvese que la rigidez de los dos elementos combinados es tan grande comparada con la de la junta, que puede despreciarse.

Ejemplo N°5.4: La figura muestra el proyecto de una tapa – cubierta para el cilindro de un reactor. El proceso exige que la presión varíe de 0 a un máximo de 20 kg/cm^2 . La junta es de asbestos reforzada con cobre que necesita una presión mínima de asiento de 280 kg/cm^2 . Determinar las especificaciones para los pernos que se han de emplear.

Solución: El área de cierre se toma en el centro de la junta, lo que da un diámetro efectivo de 45 cm. Por tanto, la carga exterior sobre los pernos es:

$$F_t = pA = 20 \left[\frac{\pi(45)^2}{4} \right] = 32.000 \text{ kg}$$



El área de la junta es:

$$A = \frac{\pi[(25)^2 - (20)^2]}{4} = 707 \text{ cm}^2$$

Y así la pretensión mínima de los pernos será:

$$F_i = pA = (280)(707) = 198.000 \text{ kg}$$

Estimado el coeficiente de rigidez como 0,30 (probablemente por exceso) se obtiene la carga máxima de los pernos:

$$F_{\max} = CF_t + F_i = (0,30)(32.000) + 198.000 = 207.600 \text{ kg}$$

Si no es aplicable la norma para el proyecto y construcción de recipientes a presión, puede emplearse un coeficiente de seguridad adecuado para condiciones de funcionamiento moderadas tal como 1,50. Ahora seleccionaremos (no supondremos) un perno SAE grado 5 y además decidiremos basar el proyecto en la resistencia de prueba. Pero hay tres resistencias de prueba tabuladas en la Tabla 5-2 que dependen del diámetro del perno. Si el perno es menor de $\frac{3}{4}$ de plg.

$$\frac{Sp}{n} = \frac{F_{\max}}{A} \quad \text{o} \quad \frac{5.975}{1,50} = \frac{207.600}{A}$$

Lo que da para el área total de pernos $A=52,1 \text{ cm}^2$ si el perno es menor de $\frac{3}{4}$ plg (1,905 cm). Si el perno está en la zona de $\frac{3}{4}$ a 1 plg (1,905 a 2,54 cm), $Sp=5,480 \text{ kg/cm}^2$ y un cálculo similar de $A=55,6 \text{ cm}^2$. Y si la zona es de 1 a $1\frac{1}{2}$ plg (2,54 a 3,81 cm), $A=59,8 \text{ cm}^2$.

El número de pernos necesario se obtiene dividiendo estas áreas por las áreas para la tensión de tracción de la Tabla 5-4. Cuando se hace así para pernos desde $9/16$ a $1\frac{1}{2}$ plg (1,429 a 3,81 cm) en la serie de rosca basta, encontraremos el número de pernos correspondientes a cada tamaño como se ve en la Tabla 5-6.

Tabla 5-6: Número y separación de diámetros de pernos según su tamaño.

Tamaño de perno (d) (plg)	9/16	5/8	3/4	7/8	1	1 1/4	1 1/2
(cm)	1,429	1,588	1,905	2,223	2,540	3,175	3,810
Número necesario, N...	45	36	26	19	15	10	7
Separación en diámetros	2,56	2,89	3,36	3,96	4,41	5,35	6,45

En las uniones con juntas los pernos deben espaciarse entre sí de $3\frac{1}{2}$ a 7 diámetros de perno. Si se colocan más juntos de $3\frac{1}{2}$ diámetros, no se puede emplear una llave inglesa para su apriete. Si la separación es mayor de 7 diámetros es dudoso que la rigidez de los elementos sea suficiente para mantener la presión en la junta.

Como se ve en la figura del ejemplo 5.4, la circunferencia de los pernos depende del diámetro de los mismos, puesto que deberán estar lo más cerca posible de la junta. Admitiendo un espacio libre de 0,5 cm entre el perno y la junta, se tiene que la longitud de la circunferencia de los pernos es $C=\pi(51+d)$. La separación de los pernos, expresada en diámetros de los mismos, es:

$$\text{Separación en diámetros} = \frac{\pi(51 + d)}{Nd}$$

Esta separación se ha calculado y relacionado en la Tabla 5-6. Vemos que el tamaño de 7/8 plg (2,223 cm) es el perno más pequeño que puede emplearse, si se ha de utilizar una llave inglesa para su apriete. Refiriéndonos a la tabla de los pesos vemos que 19 pernos y tuercas de 7/8 plg pesan menos que 15 de una plg. Por tanto, se justifica que el tamaño de 7/8 de pulgada sea el óptimo, tanto por el corte como por la resistencia. Es dudoso que el costo de apretar 19 pernos de 7/8 plg sea mayor que el de apretar 15 de una plg. La especificación final para los pernos es, por consiguiente, la de 20 pernos y tuercas SAE grado 5, 7/8 plg NC.

Tendremos ahora que $F_i = 198.00 / 19 = 10.400 \text{ kg}$ de pretensión por perno, que deberá ser menor que el 90 por 100 de la carga de prueba recomendada, pero la recomendación del 90 por 100 no es válido para uniones con juntas blandas. El par de apriete mínimo especificado deberá ser, por tanto,

$$T = 0,20F_id = \frac{(0,20)(10,400)(2,223)}{100} = 46,3 \text{ kg-m}$$

5.12.-CARGA EXCÉNTRICA

En la figura 5-7 se muestra un ejemplo de carga excéntrica de sujetadores. Es una parte de una bancada de una máquina conteniendo una viga A sometida a

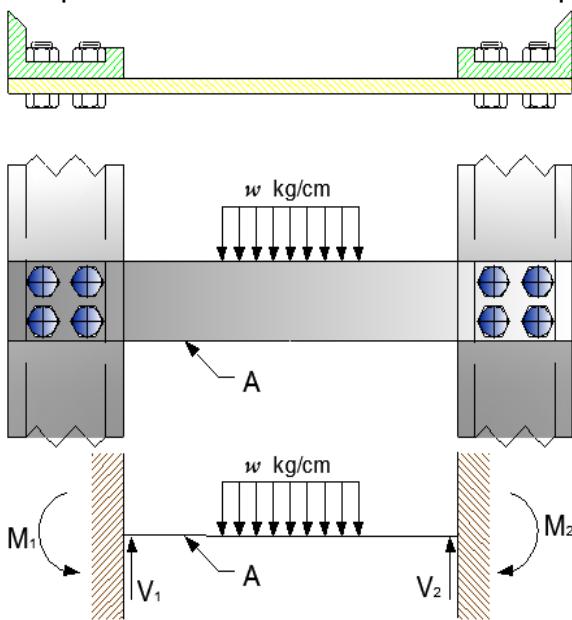


Fig.5.7: Carga excéntrica de los diámetros.

La carga total que corresponde a cada perno puede calcularse en tres etapas.

En la primera, el esfuerzo cortante V se divide por igual entre los pernos, de modo que a cada uno de ellos le corresponde $F' = V/n$, en la que n es el número de pernos en cada grupo y la fuerza F' se llama *carga directa o esfuerzo cortante primario*.

la acción de una carga de flexión. En este caso, la viga se ha sujetado por sus extremos a los elementos verticales con pernos.

El lector reconocerá en la representación esquemática de la figura 5-7 una viga hiperestática con ambos extremos empotrados y con el momento reacción M y el esfuerzo cortante reacción V en sus extremos. Por conveniencia así, se ha dibujado los centros de los pernos de un extremo a una escala mayor en la figura 5-8. El punto O representa el centro de gravedad del grupo, habiéndose supuesto este ejemplo en que todos los pernos tienen el mismo

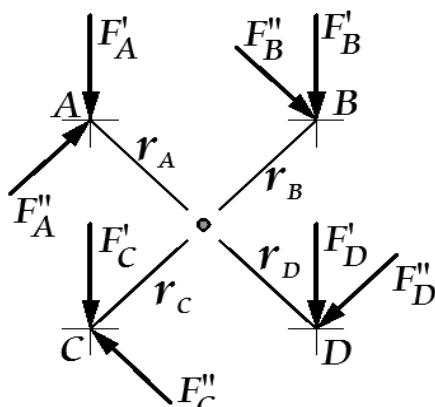


Fig.5.8: Diagrama de

Debe observarse que la equidistribución de la carga directa supone que el elemento es totalmente rígido. La distribución de los pernos o la forma y tamaño de los elementos, a veces justifica el empleo de otra hipótesis para la división de la carga. Las cargas directas F' se indican como vectores en el diagrama de carga (Fig. 5-8).

La carga de momentos o esfuerzo cortante secundario es la carga adicional sobre cada perno, debida al momento M . Si r_A , r_B , r_C , etcétera, son las distancias radiales desde el centro de gravedad al centro de cada perno, el momento y la carga de momentos se relacionan entre sí como sigue:

$$M = F''_A r_A + F''_B r_B + F''_C r_C + \dots \quad (a)$$

Donde F'' es la carga de momentos. La fuerza correspondiente a cada perno depende de su radio; esto es, al perno más alejado del centro de gravedad le corresponde la carga mayor, mientras que al más cercano le corresponde la menor. Podemos, por tanto, escribir:

$$\frac{F''_A}{r_A} = \frac{F''_B}{r_B} = \frac{F''_C}{r_C} \dots \quad (b)$$

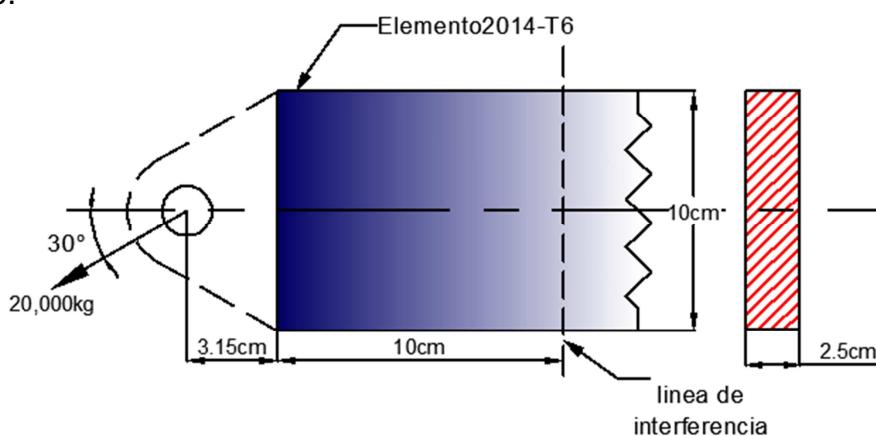
Resolviendo simultáneamente las ecuaciones (a) y (b), obtendremos:

$$F''_n = \frac{Mr_n}{r_A^2 + r_B^2 + r_C^2 + \dots}$$

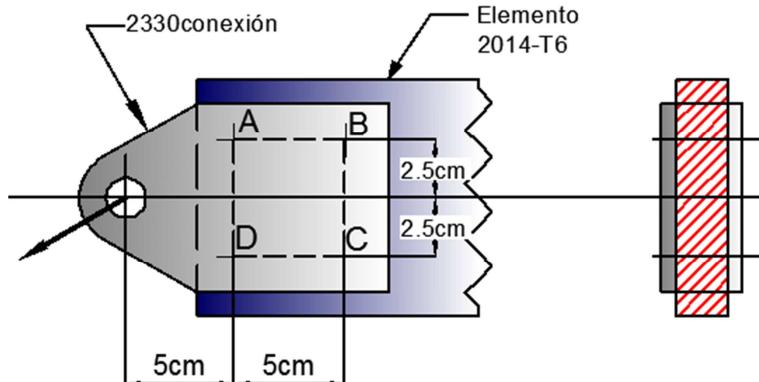
En la que el subíndice n se refiere al perno particular cuya carga se quiere encontrar. Estas cargas de momentos se indican también como vectores sobre el diagrama de carga.

En la tercera etapa se suman vectorialmente las cargas directas y de momentos, obteniéndose la carga resultante sobre cada perno. Puesto que todos los pernos y remaches son normalmente del mismo tamaño, solo se necesita considerar aquel que soporta la carga máxima. Una vez encontrada la carga máxima, la resistencia puede determinarse empleando los diversos métodos ya descritos.

Ejemplo 5.5: Proyectar el sistema de sujeción para el extremo del elemento indicado en la siguiente figura que ha de transferir la carga de 20,000 kg hacia el mismo.



Solución. De acuerdo con la Tabla 1-x, el límite de fluencia de la aleación de aluminio 2014-T4 es $2,800 \text{ kg/cm}^2$, pero este valor es para un redondo de $\frac{1}{2}$ plg (2.54 cm). La resistencia de una chapa de 2,5 cm será un poco menor; seleccionaremos, aunque arbitrariamente, el valor $2,700 \text{ kg/cm}^2$.



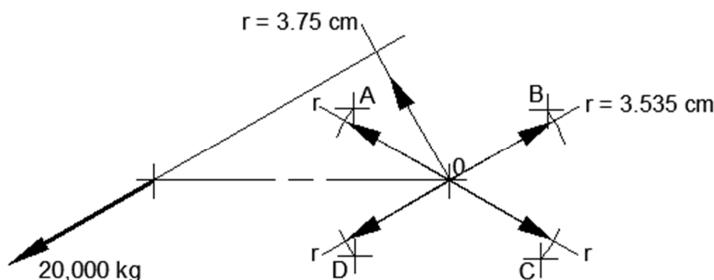
como se indica en la figura. Como sujetadores se escogen pernos SAE grado 8 con arandelas.

Se eligen también los siguientes coeficientes de seguridad: Cizalladura de los pernos, 1,3; contacto sobre la conexión, 1,3; contacto sobre el perno 1,3; contacto sobre el elemento 1,5; cizalladura por desgarramiento, 1,4; resistencia de la conexión 1,3.

Carga sobre los pernos. La carga directa se reparte igualmente entre los pernos, correspondiendo a cada uno de ellos.

$$F' = \frac{V}{N} = \frac{20.000}{4} = 5.000 \text{ kg}$$

Con objeto de determinar la carga de momentos, se ha dibujado el grupo de pernos y las fuerzas a una cierta escala. Se sitúa fácilmente el centro de gravedad y se determinan los radios.

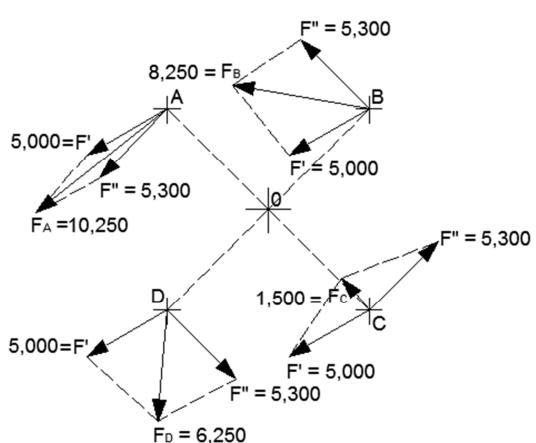


El momento es $M=(20,000)(3.75)=75,000 \text{ kg-cm}$. la carga de momentos sobre cada perno se determina por la siguiente ecuación:

$$F'_A = \frac{Mr_A}{r_A^2 + r_B^2 + r_C^2 + r_D^2} = \frac{(75.000)(3,535)}{4(3,535)^2} = 5.300 \text{ kg}$$

Todos los pernos tienen la misma carga de momentos debido a que los radios son iguales.

En la siguiente figura se han dibujado a una cierta escala las cargas directas y de momentos y obtenido las resultantes gráficamente. La carga mayor es de 10,250 kg sobre el perno en A. En este ejemplo emplearemos pernos en B, C y D, del mismo tamaño que el anterior.



Tamaño de los pernos. Los pernos pueden dimensionarse según una de las dos bases siguiente: (1) el rozamiento entre las chapas soporta la carga de cizalladura o (2) el perno soporta la carga de cizalladura. En este ejemplo, proyectaremos siguiendo el primer caso y después comprobaremos según el segundo para garantizar su seguridad.

Para el coeficiente de rozamiento entre los elementos de la unión empernada, ya que las caras están limpias y sin lubricar y con las superficies de laminación en bruto, puede aceptarse un valor medio de 0,35, aunque en los ensayos de laboratorio pueden encontrarse valores tan bajos como 0,20. Escogeremos $\mu = 0,25$, que es un valor moderado, incluso aunque los elementos estén laminados en frío en vez de en caliente. Designando al esfuerzo cortante por F , observaremos que $F = 2\mu F_i$, puesto que existe una fuerza de rozamiento en las dos superficies. Por consiguiente:

$$F_i = \frac{F}{2\mu} = \frac{10.250}{(2)(0,25)} = 20.500 \text{ kg}$$

La carga de prueba para los pernos de grado 8 (Tabla 5-2) es 7,380 kg y, por tanto, la pretensión recomendable es:

$$F_i = 0,90 S_p \left(\frac{\pi d^2}{4} \right)$$

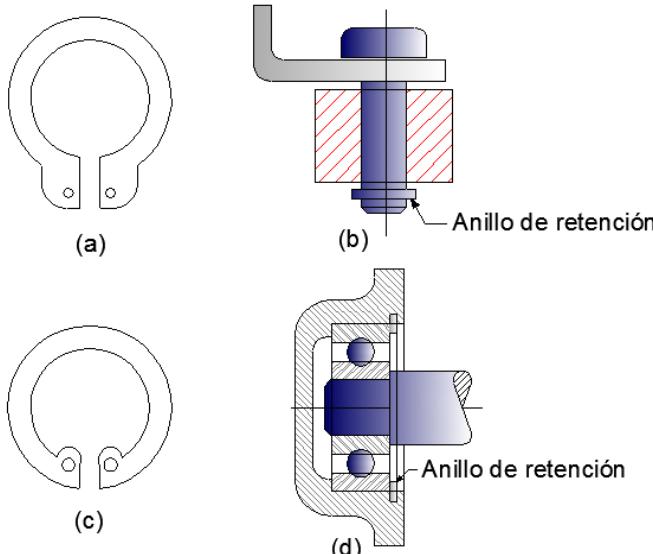
Donde d es el diámetro. La sustitución de valores da:

$$d = \sqrt{\frac{(4)(20.500)}{(0,90)(8,440)\pi}} = 1,853 \text{ cm}$$

Escogeremos, por tanto, en un primer tanteo un perno de diámetro $\frac{3}{4}$ plg (1,905 cm). Obsérvese que aún no se ha aplicado ningún coeficiente de seguridad.

Comprobemos ahora la seguridad con la hipótesis de que el perno soporta la carga de cizalladura total. Puesto que el perno está sometido a cizalladura por dos partes, la tensión es:

$$\tau = \frac{F}{2A} = \frac{10.250}{2 \left[\pi \left(\frac{1.905^2}{4} \right) \right]} = 1,840 \text{ kg/cm}^2$$



Empleando la teoría de la energía de distorsión y suponiendo que el límite de fluencia es el mismo que la resistencia de prueba (realmente es algo mayor), obtendremos para el coeficiente de seguridad:

$$n = \frac{0,577 S_p}{\tau} = \frac{(0,577)(8.440)}{1.840} = 2,65$$

Fig.5.9: empleos típicos de anillos de retención (a) anillo externo: (b) anillo

5.13.-UNIONES SOLDADAS

La soldadura se emplea extensamente en la fabricación de elementos de máquinas. Siempre que un proceso de moldeo o de forja parece ser una elección lógica, es probable que deba considerarse también la soldadura. Cuando solo han de fabricarse algunas piezas, la soldadura es sin duda más económica que el moldeo. Cuando se han de producir muchas piezas, debe considerarse cuidadosamente la economía de ambos procesos. Por ejemplo, las piezas de acero soldadas son más fuertes que las fundiciones de hierro y también de menor peso.

Las piezas soldadas se fabrican sujetando por medio de grapas, plantillas o montajes adecuados una colección de perfiles, laminados en caliente, de acero bajo o medio en carbono, cortados con formas particulares, mientras se van soldando las diversas piezas.

Se muestran dos ejemplos en la figura 5-10. Un proyectista ingenioso, familiarizado con los diversos perfiles de laminación y con los métodos de corte, podrá proyectar conjuntos soldados fuertes y ligeros que se suelden fácil y rápidamente con sistemas de montaje sencillos.

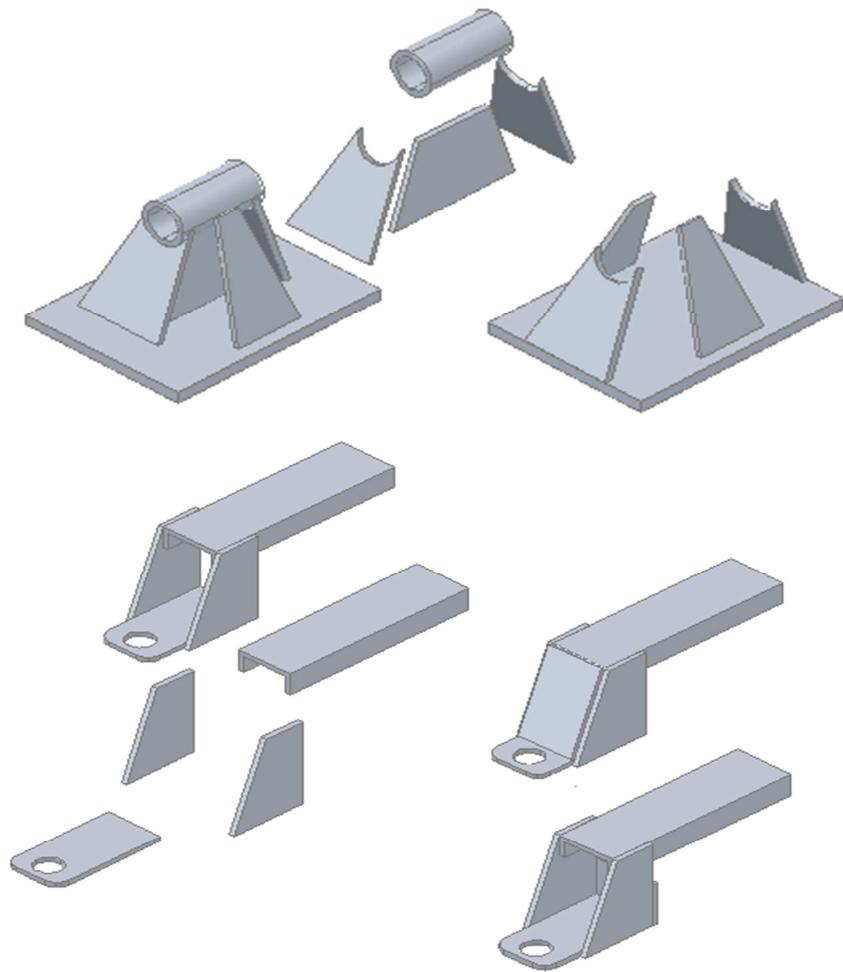


Fig. 5.10: Ejemplo de elementos soldados. (a) Un soporte de cojinete; puede hacerse de piezas relativamente delgadas, aunque proporcionando una buena rigidez en las dos direcciones; (b) otro detalle de un basamento; hecho de una sección de un perfil en U laminado en caliente y de un conjunto de chapas cortadas.

Las figuras 5.11 a 5.13 ilustran los tipos de soldaduras empleados con más frecuencia por los proyectistas. Para los elementos de máquina en general, la mayoría de las soldaduras serán en ángulo, pero las soldaduras a tope se emplean en gran proporción en los proyectos de recipientes a presión.

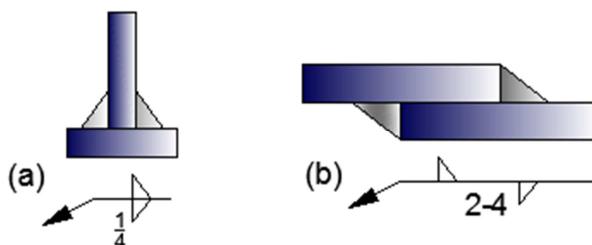


Fig. 5.11: Soldadura de filete. (a) La fracción indica el tamaño de las caras; la flecha señala solo una soldadura cuando ambos lados sean iguales. (b) El símbolo indica que las soldaduras son intermitentes y escalonadas en dos pulgadas, estando separados sus centros cuatro pulgadas.

Naturalmente, las piezas que hay que unir deben estar dispuestas de modo que exista la holgura suficiente para la operación de soldadura. Si se necesitan uniones poco corrientes, debido a una holgura insuficiente o por la forma de la sección, el proyecto puede resultar deficiente y el proyectista debe replantear las diversas fases del proyecto y estudiar otra posible solución.

Puesto que durante la operación de la soldadura se emplean elevadas temperaturas, existe la posibilidad de cambios metalúrgicos del metal matriz en la vecindad de la soldadura. Además, pueden introducirse tensiones residuales debido a la sujeción o sistema de montaje o incluso debido al sentido en que se hace la soldadura.

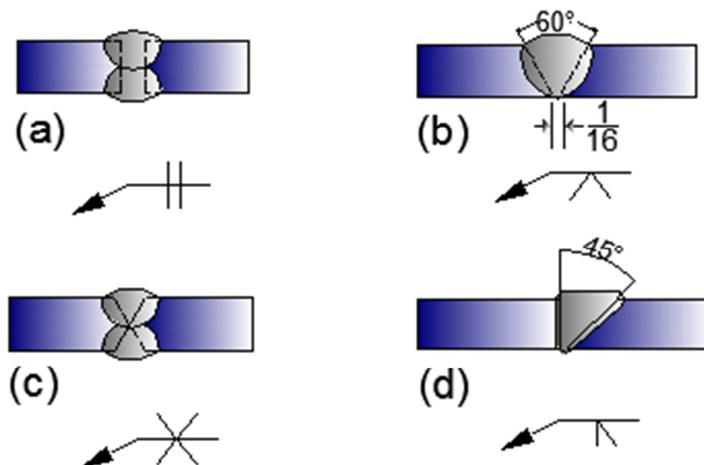


Fig. 5.12: Soldaduras a tope o con ranura. (a) Soldadura a tope con ambos lados rectos; (b) en V sencilla con bisel a 60° y en la base una abertura de 1/16 de pulgada (0.159cm); (c) doble V; (d) en bisel simple.

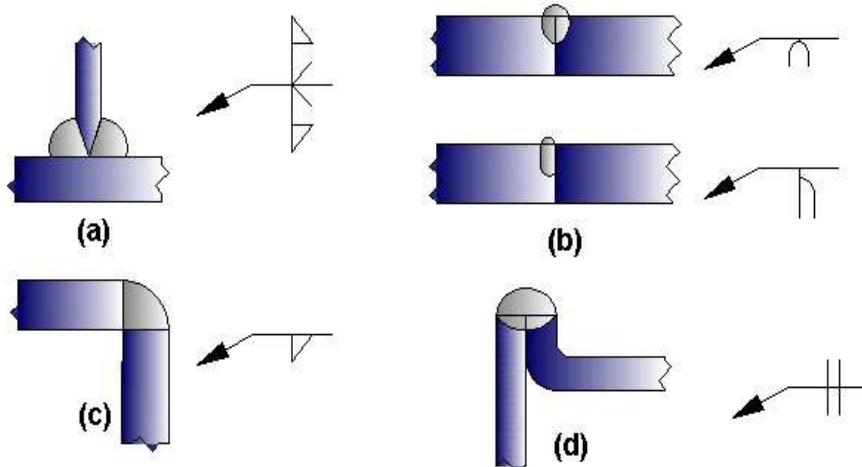


Fig. 5.13: Soldaduras con ranura especiales. (a) Unión en T para chapas gruesas; (b) soldaduras en U y J para chapas gruesas. (c) La soldadura de la esquina puede llevar también unos puntos de soldadura en el interior para obtener una mayor resistencia, pero no deberá emplearse para cargas grandes. (d) Soldadura de una arista para láminas de metal y esfuerzos ligeros.

Normalmente estas tensiones residuales no son lo bastante severas como para originar preocupaciones; en algunos casos bata un ligero tratamiento térmico para eliminarlas. Cuando las piezas que ha de soldarse son muy grandes, un precalentamiento también resulta beneficioso. Si la fiabilidad del componente ha de ser muy alta, debe establecerse un programa de ensayos con objeto de averiguar qué cambios o adiciones a las operaciones son necesarios, y para asegurar la mejor calidad posible.

5.14.-TENSIONES EN UNIONES SOLDADAS

Uniones a tope. En la figura 5.14 puede verse una soldadura sencilla con el surco en V, sometida a la tracción F . Para la carga de tracción o compresión, la tensión normal media es:

$$\sigma = \frac{F}{hl} \quad (\text{Ec. 5.23})$$

En donde h es la garganta de la soldadura y l , su longitud. Obsérvese que el valor de h no incluye el refuerzo, que resulta conveniente con objeto de compensar los defectos o grietas pero, como resulta variable, produce concentración de tensiones en el punto A de la figura.

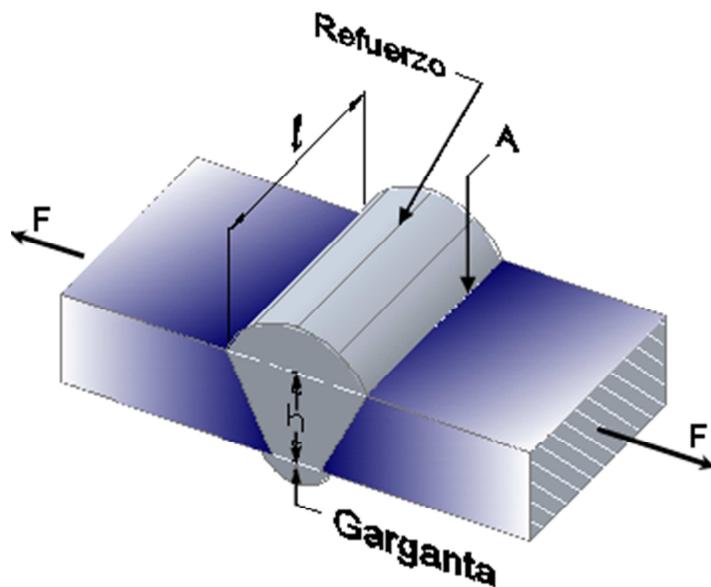


Fig. 5.14: Unión a tope, típica.

Si existen las cargas de fatiga, es buena práctica el eliminar por mecanizado o rectificado dicho refuerzo. La tensión media en una soldadura a tope debido a la carga de cizalladura es:

$$\tau = \frac{F}{hl} \quad (\text{Ec. 5.24})$$

Soldaduras en ángulo o de filete. La distribución de las tensiones en las soldaduras en ángulo se ha investigado por procedimientos fotoelásticos, pero los intentos de resolver el problema por los métodos de la teoría de la elasticidad no han tenido apenas éxito. El modelo de la soldadura transversal en ángulo de la figura 5.15 se construye fácilmente para ensayos fotoelásticos y tiene la ventaja de una condición de carga equilibrada.

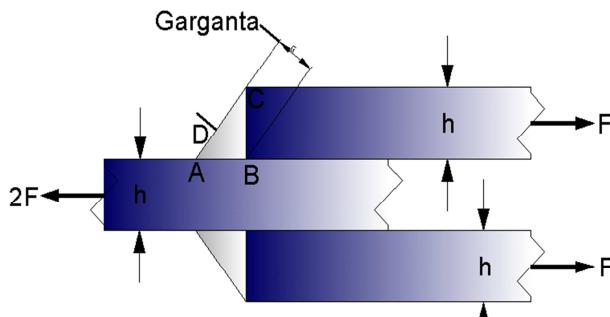


Fig. 5.15: Soldadura de filete transversal

Norris construyó este modelo y anotó la distribución de tensiones a lo largo de las caras AB y BC de la soldadura. Un gráfico aproximado de los resultados que obtuvo se muestra en la figura 5.16. Obsérvese que existe concentración de tensiones en A y B, en la cara horizontal, y en B en la vertical. Norris indicó que no podía determinar las tensiones en A y B con certidumbre.

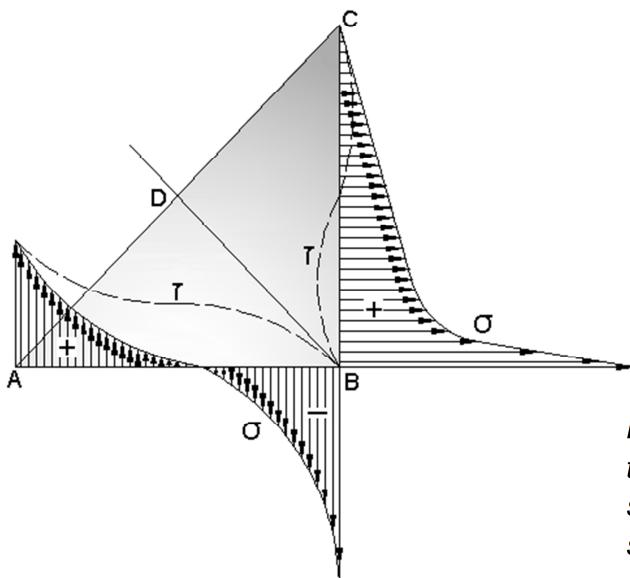


Fig.5.16: Distribución aproximada de tensiones sobre las caras de la soldadura de filete de la figura 5.15, según Norris.

Salakian ha presentado datos de la distribución de tensiones a través de la garganta de la soldadura (fig. 5.17). Este gráfico es de interés particular, porque los proyectistas y analistas de tensiones suponen normalmente que el fallo se verifica en la garganta al determinar la resistencia de una soldadura. De nuevo, la figura muestra concentración de tensiones en el punto B. Obsérvese que la figura 5.16 se aplica al metal de la soldadura o al metal matriz. La figura 5.17, naturalmente, da la distribución de tensiones solo en la soldadura.

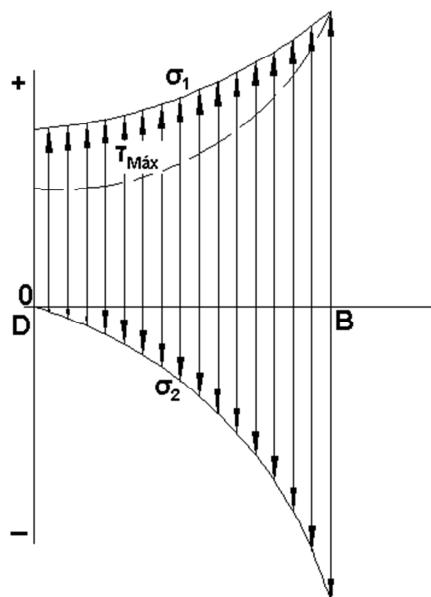


Fig.5.17: Distribución aproximada de las tensiones principales y de la tensión máxima de corte a lo largo de la garganta de una soldadura de filete, según Salakian.

La tensión media es entonces:

$$\tau = \frac{F}{1,414 \cdot h l} \quad (\text{Ec. 5.25})$$

Nótese especialmente que las palabras “tensión media” significan que hemos supuesto que esta tensión está uniformemente distribuida en el área total.

No existe ningún método analítico de obtener las tensiones a partir de estas dos figuras. Por consiguiente utilizaremos los métodos desarrollados anteriormente en este libro, es decir, dimensionando las secciones rectas a las áreas, de modo que resulten unas tensiones nominales o medias satisfactorias y, cuando las uniones están sometidas a cargas de fatiga, por aplicación de los coeficientes de reducción de resistencia, por fatiga K_f a la resistencia del metal de soldadura o de los elementos matrices, según para qué conjunto se hayan hecho los cálculos.

La unión a solape sometida a tracción de la figura 5.18 tiene un área de garganta de $0,707 h l$ por cada soldadura. El método empleado más a menudo para este problema es el de suponer que la sección de la garganta está sometida a cizalladura.

Además, puesto que ésta es la tensión empleada para dimensionar la soldadura, el empleo de esta ecuación implica que se ha supuesto que todas las tensiones normales en la garganta son cero. Esto está lejos de ser cierto, como se evidencia por los resultados experimentales de la figura 5.17. Sin embargo, si la ecuación se emplea con las tensiones máximas permitidas por las diversas normas de construcción, las soldaduras resultantes son perfectamente seguras.

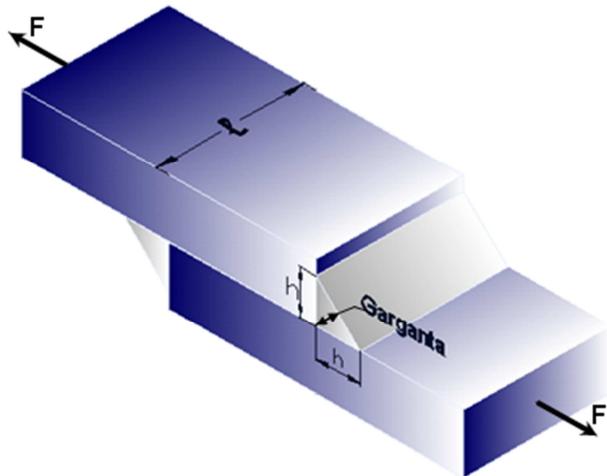


Fig. 5.18: Unión a solapa de doble filete

No obstante, pueden obtenerse economías, si se estudian otras aproximaciones racionales.

En el caso de soldaduras de filete paralelas (fig. 5.19), la suposición de una tensión de corte a lo largo de la garganta es más real. Puesto que hay dos soldaduras, el área de la garganta para ambas es $A=(2)(0,707h)l=1,414 h l$. La tensión de corte media es pues, $\tau=F/1.414hl$. Es muy probable que la distribución de tensiones a lo largo de la longitud de las soldaduras no sea uniforme.

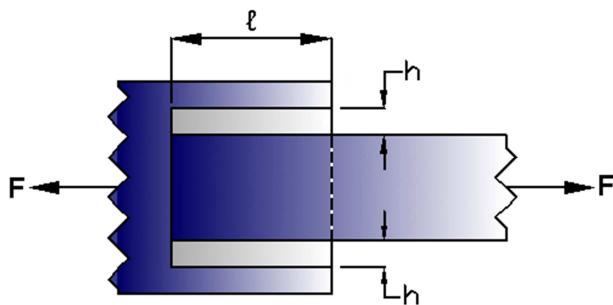


Fig. 5.19: Soldaduras de filetes paralelos.

Un tipo de conexión soldada que se encuentra con mucha frecuencia en el proyecto de máquinas es el que se ilustra en el voladizo de la figura 5.20. Las reacciones en el soporte son un esfuerzo cortante V y un momento M . El efecto de estas reacciones es el de producir tensiones de corte primarias y secundarias en las soldaduras. Estas tensiones deben sumarse vectorialmente, como en las conexiones remachadas cargadas excéntricamente, con objeto de obtener la tensión resultante que actúa sobre cada soldadura.

Las tensiones primarias se obtienen como se ha descrito previamente. La tensión secundaria se obtiene independientemente para cada soldadura del grupo. Sea el punto O en la figura 5.20 el centro de gravedad del grupo con r como el radio de cualquier punto de una de las soldaduras.

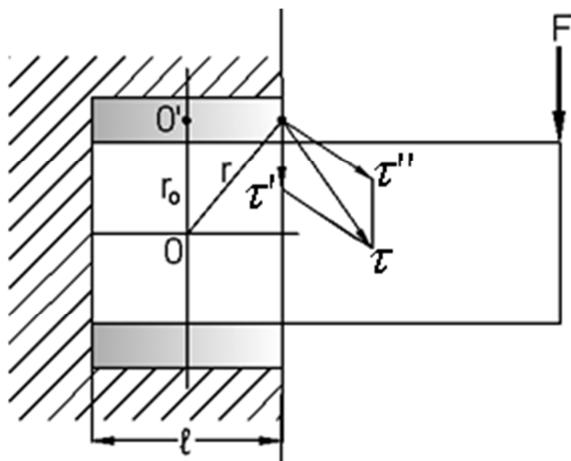


Fig.5.20: Conexión con momento

La tensión secundaria se obtiene de la fórmula de la torsión y puede escribirse:

$$\tau'' = \frac{Mr}{J} \quad (\text{Ec. 5.26})$$

En la que J es el momento polar de inercia de la soldadura respecto al punto O . La tensión máxima, naturalmente, aparecerá donde r sea máximo. El momento polar de inercia se obtiene de la fórmula de Steiner,

$$J = J_o + Ar^2 = \frac{Al^2}{12} + Ar_0^2 = A \left(\frac{l^2}{12} + r_0^2 \right) \quad (\text{Ec. 5.27})$$

En la que:

A = Área de la garganta de cada soldadura

J_o = Momento polar de inercia de la soldadura alrededor de su propio centro de gravedad O'

r_0 = Distancia desde O' al centro de gravedad O del grupo.

5.15.-RESISTENCIA DE LAS UNIONES SOLDADAS

La adaptación de las propiedades de los electrodos a las del metal matriz no es tan importante como la velocidad, la habilidad del operador y el aspecto de la unión completa. Las propiedades de los electrodos varían considerablemente, pero la tabla 5-7 relaciona las propiedades mínimas para algunas clases de electrodos.

Es preferible, al proyectar componentes soldados, seleccionar un acero que produzca una rápida y económica soldadura, aunque esto pueda exigir el sacrificio de otras cualidades, tales como su aptitud de mecanización. Bajo condiciones apropiadas, todos los aceros pueden soldarse, pero se obtendrán los mejores resultados si se escogen aceros que tengan unas especificaciones AISI entre C1014 y C1023. Todos estos aceros, cuando están laminados en caliente, tienen una resistencia a la tracción comprendida entre 4.200 y 5.000 k/cm².

El proyectista podrá escoger coeficientes de seguridad o tensiones de trabajo permisibles con más confianza, si está al tanto de los valores que emplean otros. Una de las mejores especificaciones que se puede emplear es la norma para la construcción de edificios del American Institute of Steel Construction (AISC), que se ha revisado recientemente.

Tabla 5-7. Propiedades mínimas del metal de soldadura.

Número de electrodo	Resistencia a la tracción		Límite de fluencia		Alargamiento por 100
	AWS*	kg/cm ²	psi	kkg/cm ²	psi
E60xx	4,350	62,000	3,520	50,000	17-25
E70xx	4,920	70,000	4,000	57,000	22
E80xx	5,620	80,000	4,700	67,000	19
E90xx	6,330	90,000	5,400	77,000	14-17
E100xx	7,030	100,000	6,000	87,000	13-16
E120xx	8,440	120,000	7,500	107,000	14

*Sistemas de numeración especificados por la American Welding Society (AWS) para los electrodos. Este sistema emplea un prefijo E delante de un sistema de numeración de cuatro o cinco dígitos, en los que las dos o tres primeras filas designan la resistencia a la tracción aproximada. El último dígito indica ciertas variables en la técnica de la soldadura, como el tipo de corriente. El penúltimo dígito indica la posición de la soldadura como, por ejemplo, plana, vertical o superior.

Las tensiones permisibles se basan ahora en el límite de fluencia en vez de en el límite de rotura, y la norma permite el empleo de una diversidad de aceros estructurales ASTM, con límites de fluencia variables desde 2.300 a 3.500 kg/cm². Con tal de que los esfuerzos sean los mismos, la norma permite la misma tensión en el metal de la soldadura y en el metal base. Para estos aceros ASTM $S_y=0,5 S_u$. La tabla 5-8 relaciona las fórmulas especificadas por la norma para poder calcular estas tensiones permisibles en diversas condiciones de carga. Los coeficientes de seguridad que emplea esta norma se calculan fácilmente. Para tracción $n=1/0,60=1,67$. Para cizalladura $n=0,577/0,40=1,44$, si aceptamos la teoría de la energía de distorsión como criterio de fallo.

Tabla 5-8: Tensiones permitidas por la norma AISC para el metal de soldadura

Tipo de carga o esfuerzo	Tipo de soldadura	Tensión permisible
Tracción	A tope	$0,60S_y$
Contacto	A tope	$0,90S_y$
Flexión	A tope	$0,60S_y - 0,66S_y$
Compresión simple.....	A tope	$0,60S_y$
Cizalladura	A tope o de filete	$0,40S_y$

Tanto la norma AISC como la AWS incluyen las tensiones permisibles cuando están presentes cargas de fatiga. El proyectista no tendrá dificultades en emplear estas normas, pero su naturaleza empírica tiende a oscurecer el hecho de que se han obtenido por medio de los mismos conocimientos sobre el fallo por fatiga, que se discutieron en la unidad 3. Naturalmente, para las estructuras a las que se refieren estas normas, las tensiones reales no pueden exceder a las tensiones permisibles; de otro modo, el proyectista es legalmente responsable. Pero en general, las normas tienden a disimular el margen real de seguridad empleado. Por otra parte, si se emplea el conocimiento total disponible para proyectar, digamos, una máquina, se sabe el margen de seguridad real con cierta precisión y también la dispersión que ha de esperarse. Por tanto, con

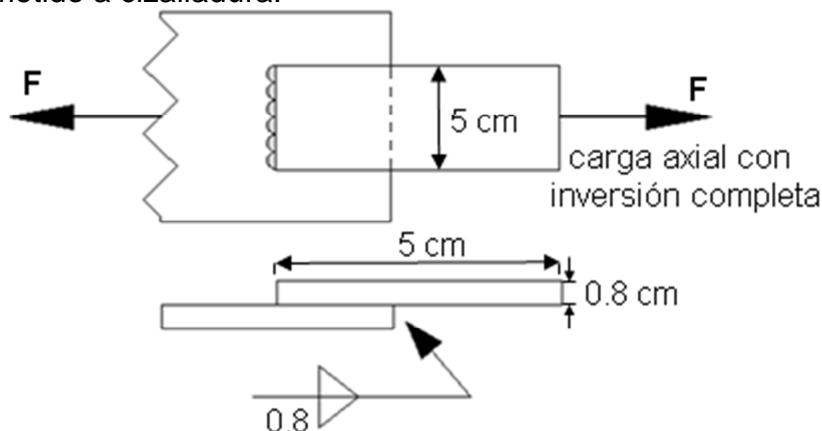
objeto de recalcar y reforzar las nociones fundamentales, utilizaremos también los métodos de la unidad 3 en el proyecto de elementos soldados frente a la fatiga.

Los coeficientes de reducción de la resistencia a la fatiga, relacionados en la tabla 5-9, fueron propuestos por Jennings y se sugiere su empleo

Tabla 5-9: Coeficientes de reducción de resistencia a la fatiga

TIPO DE SOLDADURA	K_f
A tope reforzada.	1,2
Pie de soldadura de filete transversal.	1,5
Extremo de soldadura de filetes paralelos	2,7
Unión en T a tope con esquinas agudas.	2,0

Ejemplo 5.6: En la siguiente figura se muestra una unión por soldadura de un acero AISI C1018 laminado en caliente, sometido a una carga axial con inversión completa. Además observamos que el metal de la soldadura en ambas uniones, está sometido a cizalladura.



Solución:

Por tabla 1-1x: acero AISI C1018 laminado en caliente:

$$S_y = 3380 \text{ kg/cm}^2 \quad S_u = 4850 \text{ kg/cm}^2$$

Por tabla 5-7: Material de aporte E60:

$$S_y = 3520 \text{ kg/cm}^2 \quad S_u = 4350 \text{ kg/cm}^2$$

$$K_a = 0.65 \text{ metal base}$$

Por tabla 2.x: $K_a = .068$ para soldadura

Coeficiente de tamaño: $K_b = 1$

En el coeficiente modificativo de concentración de tensiones, se usa el coeficiente de reducción de resistencia a la fatiga (tabla 5-9)

$$K_e = \frac{1}{K_f} = \frac{1}{1.5} = 0.67 \quad \text{Fig.5.21a}$$

$$K_e = \frac{1}{2.7} = 0.37 \quad \text{Fig.5.21b}$$

El metal de la soldadura en ambas uniones está sometido a cizalladura por consiguiente $S_{se} = 0.577 S_e$

$$\text{Fig.5.21a} \quad S_{se} = 0.68 \times 1 \times 0.67 \times 0.577 \times 0.5 \times 4350 = 573 \text{ kg/cm}^2$$

$$\text{Fig.5.21b} \quad S_{se} = 0.68 \times 1 \times 0.37 \times 0.577 \times 0.5 \times 4350 = 316 \text{ kg/cm}^2$$

Para el metal de la soldadura, la ecuación $\tau = \frac{F}{1.414 h \lambda}$ se aplica en ambos casos:

$$h = 0.8\text{cm} \quad \lambda = 5\text{cm}$$

$$\text{Por consiguiente: } \tau = \frac{F}{1.414h\lambda} = \frac{F}{1.414 \times 0.8 \times 5} = 0.177F$$

Igualando la tensión a la resistencia y despejando F, tendremos:

$$\text{Fig.5.21a} \quad F = \frac{573}{0.177} = 3240\text{kg}$$

$$\text{Fig.5.21b} \quad F = \frac{316}{0.177} = 1785\text{kg}$$

Tabla 5-10: Especificaciones SAE para pernos de acero.

Grado SAE núm.	Intervalo de tamaños, inclusive, (pulg)	Resistencia de prueba mínima,* (kpsi)	Resistencia mínima a la tensión,* (kpsi)	Resistencia mínima a la fluencia,* (kpsi)	Material	marca en la cabeza
1	$\frac{1}{4} - 1\frac{1}{2}$	33	60	36	acero de bajo o medio carbono	
2	$\frac{1}{4} - \frac{3}{4}$	55	74	57	acero de bajo o medio carbono	
	$\frac{7}{8} - 1\frac{1}{2}$	33	60	36		
4	$\frac{1}{4} - 1\frac{1}{2}$	65	115	100	acero de medio carbono, estirado en frio	
5	$\frac{1}{4} - 1$	85	120	92	acero de medio carbono, T y R	
	$1\frac{1}{8} - 1\frac{1}{2}$	74	105	81		
5.2	$\frac{1}{4} - 1$	85	120	92	acero martensítico de bajo carbono, T y R	
7	$\frac{1}{4} - 1\frac{1}{2}$	105	133	115	acero de aleación de medio carbono, T y R	
8	$\frac{1}{4} - 1\frac{1}{2}$	120	150	130	acero de aleación de medio carbono, T y R	
8.2	$\frac{1}{4} - 1$	120	150	130	acero martensítico de bajo carbono, T y R	

*Las resistencias mínimas son resistencias que excede 99% de los sujetadores.

Esta tabla es símil a la tabla 5-2, pero en unidades inglesas

6

MUELLES MECÁNICOS



“Aquel que pregunta es un tonto por cinco minutos, pero el que no pregunta permanece tonto por siempre.”

Proverbio chino

6.0.- INTRODUCCIÓN

Los muelles son elementos mecánicos que pueden recuperar su estado inicial una vez que ha cesado la deformación a la que han estado sometidos.

Como consecuencia de esta deformación, los muelles o resortes ejercen una fuerza o un momento de recuperación que se puede considerar en la mayoría de los casos proporcional al desplazamiento lineal o angular sufrido.

Para su fabricación se emplean aceros de gran elasticidad (acero al carbono, acero al silicio, acero al cromo vanadio, acero al cromo-silicio, etc.), aunque para algunas aplicaciones especiales pueden utilizarse el cobre endurecido y el latón. Los resortes se utilizan con gran frecuencia en los mecanismos para asegurar el contacto entre dos piezas, acelerar movimientos que necesitan gran rapidez, limitar los efectos de choques y vibraciones, etc.

6.1.- MATERIAL DE LOS RESORTES

Los muelles mecánicos sirven para ejercer esfuerzos, proporcionar flexibilidad, almacenar o absorber energía. Pueden dividirse en muelles de alambre o de lámina, los muelles de alambre comprenden los resortes helicoidales y alambre redondo o cuadrado y sirven para resistir esfuerzos de tracción, compresión o torsión. Los muelles de láminas pueden ser de tipo elíptico o de voladizo.

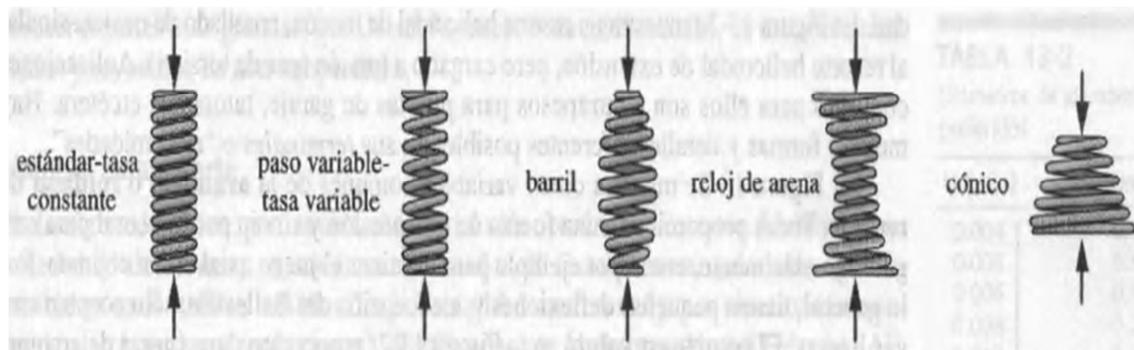


Fig 6.0: Tipos de resortes.

6.2.- TENSIONES EN LOS MUELLES HELICOIDALES.

Antes de todo definamos la constante del muelle como $k = \frac{F}{y}$
 y = deformación
 F = fuerza ejercida para dicha deformación

Esta ecuación es válida mientras no se exceda el límite elástico de material.

La figura 6-2 muestra un muelle helicoidal o resorte cargado axialmente donde
 F = fuerza de compresión
 D = diámetro medio del resorte
 d = diámetro del alambre

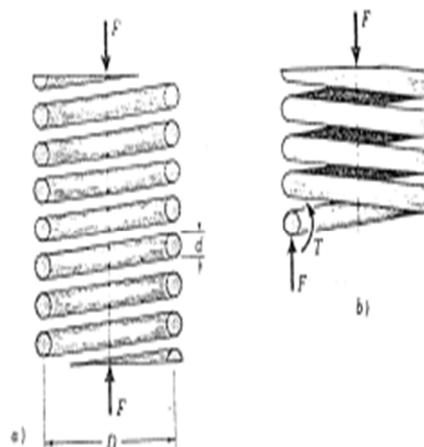


Fig. 6.1

El efecto de la fuerza axial es producir una porción en el hilo como se ve en la figura B.

Hay dos factores que originan que las tensiones de corte difieran de una barra recta cargada a tensión. Debe señalarse que la longitud de las fibras interiores del alambre es más corta que las exteriores y que esta fibra tiene mayor tensión de corte. La tensión de corte pura debida a la fuerza F se suma a la tensión de corte de torsión en la fibra más interna y se resta en la masa externa.

Analíticamente Wahl da una fórmula fundamental de torsión empleando un coeficiente de concentración de tensiones:

$$\tau = K \frac{Tr}{J} = K \frac{8FD}{\pi d^3} \quad (\text{Ec. 6-1})$$

Donde:

$$J = \pi d^4 / 32$$

$$r = d / 2$$

$$T = FD / 2$$

K = coeficiente de concentración de tensiones o coeficiente de corrección de Wahl.

El valor de K puede obtenerse por la ecuación:

$$K = \frac{4C-1}{4C-4} + \frac{0.615}{C} \quad (\text{Ec. 6-2})$$

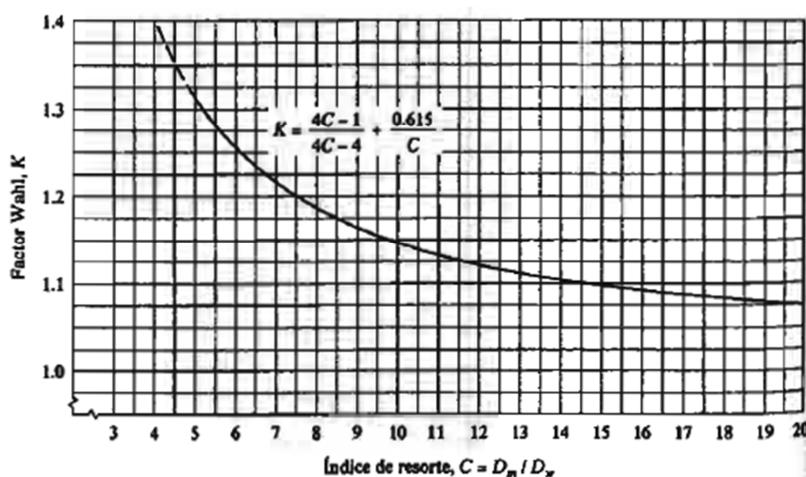


Fig. 6-2: Factor de Wahl en función para alambre redondo

$$C = D/d \quad \text{llamado índice de muelle.}$$

La fórmula se muestra en la figura 6-2

La ecuación anterior trata al muelle de manera parecida a una viga curva. El coeficiente K de Wahl corrige dos cosas: 1) La concentración de tensiones debido a la curvatura de las fibras más interiores del resorte, y 2) La tensión de corte pura debido a la carga axial F.

Si, prescindimos de la concentración de tensiones debido a la curvatura la tensión sería igual a:

$$\tau = \frac{Tr}{J} \pm \frac{F}{A} = \frac{8FD}{\pi d^3} \pm \frac{4F}{\pi d^2} \quad (\text{Ec. 6-3})$$

El signo más es para las fibras internas y el menos para las fibras externas; por tanto la tensión en la fibra interna es su máximo y la ecuación puede escribirse de la siguiente forma:

$$\tau = \frac{8FD}{\pi d^3} \left(1 + \frac{0.5}{C} \right) \quad (\text{Ec. 6-4})$$

Por tanto, el coeficiente de multiplicación de la tensión cortante resulta:

$$K_s = 1 + \frac{0.5}{C} \quad (Ec. 6-5)$$

Este factor tiene en cuenta los efectos debidos al cizallamiento puro, pero no los producidos por la curvatura de la barra. Estos valores se indican en la figura 8-3. Cuando los resortes se someten a cargas estáticas puede despreciarse el efecto de curvatura, y la ecuación resulta de la siguiente manera:

$$\tau = K_s \frac{8FD}{\pi d^3} \quad (Ec. 6-6)$$

El coeficiente de concentración de tensiones por la curvatura es:

$$K_c = \frac{K}{K_s} \quad (Ec. 6-7)$$

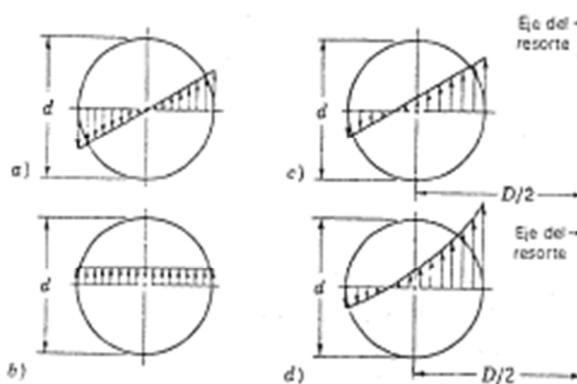


Fig.6-3: Superposición de tensiones en un resorte helicoidal. a) Esfuerzo cortante torsional puro. b) esfuerzo cortante directo. c) Resultante de los esfuerzos cortante directo y torsional. d) resultante de los esfuerzos cortante directo, torsional y por curvatura.

6.3.- DEFORMACION DE LOS MUELLES HELICOIDALES

Con objeto de obtener la ecuación de la deformación de un muelle helicoidal, consideraremos un elemento de alambre limitado por dos secciones rectas adyacentes. En la figura 6-3 se ve este elemento, de longitud dx , cortado de un alambre de diámetro d . Consideraremos una línea ab en la superficie del alambre, que sea paralela al eje del muelle. Después de la deformación girará el ángulo γ y ocupará la nueva posición ac. Según la ley de Hooke, para la torsión tenemos:

$$\gamma = \frac{\tau}{G} = \frac{8FD}{\pi d^3 G} \quad (Ec. 6-8)$$

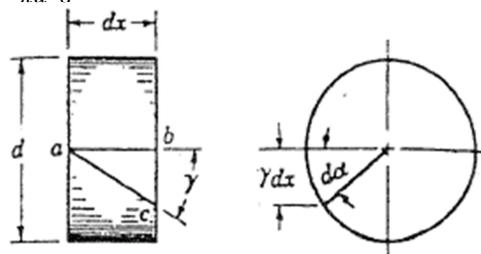


Fig 6-4 Elemento de un alambre de un resorte helicoidal

En donde el valor de τ se obtiene utilizando la unidad como valor del coeficiente de corrección de Wahl. La distancia bc es γdx y el ángulo que gira una sección respecto a la otra, dx , es:

$$dx = \frac{\gamma dx}{d/2} = \frac{2\gamma dx}{d} \quad (\text{Ec. 6-9})$$

Si el número de espiras activas se representa por N , la longitud total del alambre es πDN . Después de sustituir γ de la ecuación (6-8) en la ecuación (6-9) e integrar, se tiene la deformación angular de uno de los extremos del alambre respecto al otro, que es:

$$\alpha = \int_0^{\pi DN} \frac{2\gamma}{d} dx = \int_0^{\pi DN} \frac{16FD}{\pi d^4 G} dx = \frac{16FD^2 N}{d^4 G} \quad (\text{Ec. 6-10})$$

La carga F tiene un brazo de momento de $D/2$ y, por consiguiente, la deformación es:

$$y = \alpha \frac{D}{2} = \frac{8FD^3 N}{d^4 G} \quad (\text{Ec. 6-11})$$

La deformación puede también obtenerse empleando los métodos de energía – deformación. La energía de deformación para la torsión es:

$$U = \frac{T^2 l}{2GJ} \quad (\text{Ec. 6-12})$$

Sustituyendo $T = FD/2$, $l = \pi DN$ y $J = \pi d^3/32$ resulta:

$$U = \frac{4F^2 D^3 N}{d^4 G} \quad (\text{Ec. 6-13})$$

Y por tanto, la deformación es:

$$y = \frac{\partial U}{\partial F} = \frac{8FD^3 N}{d^4 G} \quad (\text{Ec. 6-14})$$

Para encontrar la constante de muelle, empléese la ecuación (6-1) y sustitúyase el valor de y de la ecuación (6-14). Así se obtiene.

$$k = \frac{d^4 G}{8D^3 N} \quad (\text{Ec. 6-15})$$

Las ecuaciones demostradas en esta sección son válidas para los muelles de compresión y a extensión. Los muelles helicoidales largos cargados a compresión pueden estar sometidos a pandeo y fallar por este motivo. Esta condición puede corregirse si se monta el muelle sobre una barra redonda o en un tubo.

Tabla 6.-1: Resistencia a la tracción de aceros seleccionados para muelles

Diámetro alambre		Cuerda de Piano	Alambre Templado al aceite	Estirado en Frío	Cromo Vanadio	Cromo Silicio
Plg	Mm					
0,004	0,102	308				
0,005	0,127	299				
0,006	0,152	292				
0,007	0,178	286				
0,008	0,203	280				
0,009	0,229	276				
0,010	0,254	271				
0,012	0,305	265				
0,014	0,356	263				
0,016	0,406	258				
0,018	0,457	254				
0,020	0,508	252	206			
0,022	0,559	250				
0,024	0,610	247				
0,026	0,660	244				
0,028	0,711	241	201	191		
0,032	0,813	237	197	186	211	
0,035	0,889	233	192	183		
0,040	1,102	228	187	179	204	
0,047	1,194	223	182	174		
0,054	1,372	219	178	171	197	
0,063	1,600	213	174	167	190	193
0,072	1,829	209	169	163		
0,080	2,032	205	165	160	183	
0,091	2,311	201	162	155		186
0,105	2,667	196	158	152	176	
0,120	3,048	192	155	148		
0,135	3,429	188	151	145	169	179
0,162	4,115	182	144	141	162	
0,177	4,496	...	141	137		
0,192	4,877	...	137	135	158	
0,207	5,258	...	134	134		
0,225	5,715	172	132	...	151	
0,250	6,350	169	130	128	...	165
0,312	7,925	...	129	122	...	162
0,375	9,525	...	127	117	...	158
0,437	11,100	...	123	116	141	
0,500	12,700	...	120	110		
0,562	14,275	...	116	107		
0,625	15,875	...	116	103		

6.4.- MUELLES DE BALLESTA

Pueden ser del tipo voladizo simple o de hojas semielípticas

6.5.- RELACIONES ENTRE ESFUERZOS, FUERZA Y DEFORMACIÓN, EN MUELLES DE BALLESTA O DE HOJAS MÚLTIPLES

Considerar una viga en voladizo de resistencia constante y espesor uniforme t (forma triangular) cortada en n franjas de espesor b . El esfuerzo de flexión es igual en todas las secciones de la viga triangular; suponemos que esta situación prevalece después que se han apilado las franjas (aunque esto no es completamente cierto)

El esfuerzo:

$$\sigma = \frac{Mc}{I}$$

$$\sigma = \frac{FL\left(\frac{t}{2}\right)}{n \cdot \frac{bt^3}{12}} = \frac{6FL}{nbt^2}$$

La deformación de una viga de resistencia constante y espesor uniforme es:

$$y = \frac{FL^3}{2EI_{máx}} = \frac{6FL^3}{Enbt^3}$$

Estas ecuaciones se aplican igualmente a resortes de hojas semielípticas (compuesto por dos voladizos soportados en su centro)

El agregar una o más hojas adicionales de longitud completa, n_e , de ancho y espesor constante sobre la pila graduada, equivale aproximadamente a tener una viga e de ancho constante, cargada en paralelo con una viga g de resistencia constante, como muestra la figura.

Las deformaciones en las vigas e y g son:

$$y_e = \frac{F_e L^3}{3EI_{\max e}} \quad y \quad y_g = \frac{F_g L^3}{2EI_{\max g}}$$

Sean n_g y n_e el número de hojas graduadas y el número de hojas adicionales con longitud completa. Entonces:

$$I_{\max e} = \frac{n_e b t^3}{12} \quad y \quad I_{\max g} = \frac{n_g b t^3}{12}$$

F_e y F_g representan las porciones de la fuerza total F absorbidas por las vigas e y g. Como las deformaciones son iguales $Y_e = Y_g$

$$\frac{F_e l^3}{3EI_{\max e}} = \frac{F_g}{2EI_{\max g}}$$

Reemplazando los valores de I_{\max}

$$\frac{F_e}{3n_e} = \frac{F_g}{2n_g} \rightarrow F_n = \frac{3n_e F_g}{2n_g}$$

También:

$$\begin{aligned} F &= F_e + F_g \\ F &= \frac{3n_e F_g}{2n_g} \\ F_g &= \frac{2n_g}{(3n_e + 2n_g)} \cdot F \\ F &= F_e + \frac{2n_g}{3n_e} F_e = \left(\frac{3n_e + 2n_g}{3n_e}\right) F_e \\ F_e &= \frac{3n_e}{3n_e + 2n_g} \cdot F \end{aligned}$$

El esfuerzo:

$$\begin{aligned} \sigma_e &= \frac{6F_e l}{n_e b t^2} = \frac{15FL}{bt^2(3n_e + 2n_g)} \\ \sigma_g &= \frac{6F_g}{n_g b t^2} = \frac{12FL}{bt^2(3n_e + 2n_g)} \end{aligned}$$

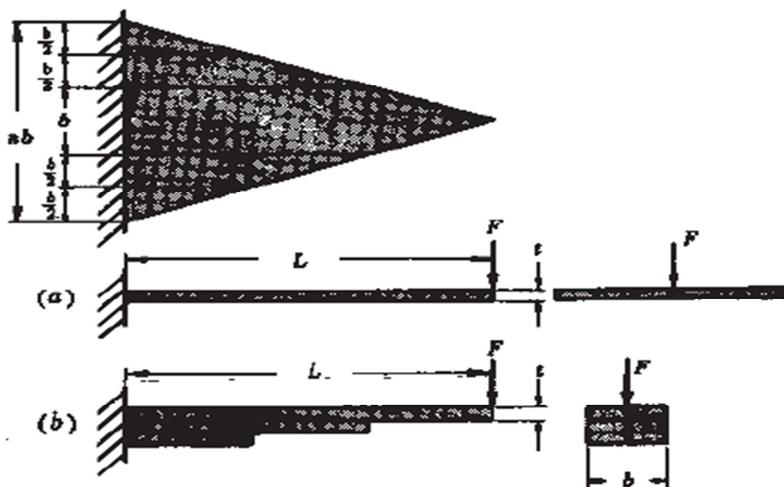
La deformación del resorte compuesto:

$$y = \frac{12Fl^3}{bt^3 E (3n_e + 2n_g)}$$

6.6.-OBTENCION DE LAS RELACIONES ENTRE ESFUERZO, FUERZA Y DEFORMACIÓN PARA LOS MUELLES DE BALLESTA

En la figura se tiene una viga en voladizo de resistencia constante y espesor uniforme t , cortada en n franjas de espesor b , apiladas de forma gradual.

El esfuerzo de flexión es igual en todas las secciones de la viga triangular.



Ejemplo:

Un muelle helicoidal a compresión ha de proyectarse para trabajar en un agujero de $5/8$ " plg de diámetro. El muelle ha de montarse con una carga previa de 10 lb, y, durante el funcionamiento, ha de someterse a una carga máxima de 50 lb. La seguridad funcional ha de ser del 99 por 100 para una vida 50.000 ciclos de operación. Además, el muelle ha de montarse en un espacio no superior a las 3 plg de longitud y ha de tener una rigidez de 50 lb por plg. Hay que especificar todos los detalles del proyecto.

Solución:

El proyecto de muelles es esencialmente un tipo de problema de aproximaciones sucesivas. Cuando se esté familiarizado con los métodos de proyecto de muelles y se tenga, además, una amplia experiencia, se podrán advertir muchos métodos abreviados de obtener proyectos óptimos. El principiante, sin embargo, debe aprender primero los fundamentos y por ello es mejor utilizar los métodos más sencillos de tanteo al demostrar los principios fundamentales.

El tamaño del orificio de $5/8$ " de plg junto con el hueco necesario restringe el diámetro exterior del muelle a unos $9/16$ " de plg. Probablemente se necesitará una relación D/d no demasiado pequeña y, puesto que $D/d = 6$ no es grande, tendremos:

$$\begin{array}{lll} d = 0,072 \text{ plg} & D = 0,4905 \text{ plg} & D/d = 6,82 \\ d = 0,080 \text{ plg} & D = 0,4825 \text{ plg} & D/d = 6,04 \\ d = 0,091 \text{ plg} & D = 0,4715 \text{ plg} & D/d = 5,19 \end{array}$$

Puesto que $D = 9/16$ " - d . La sustitución de cada uno de estos valores de ensayo o tanteo en las respectivas ecuaciones nos dirá si sirven para obtener la

constante del muelle correcta. Para muelles de acero empleese siempre $G = 11.500.000 \text{ lb/plg}^2$. En este ejemplo, $k = 50 \text{ lb (plg)}$. Resolviendo la ecuación para hallar el número de vueltas correspondientes a cada diámetro del hilo, tendremos:

$$d = 0,072 \text{ plg.}$$

$$N = \frac{d^4 G}{8D^3 k} = \frac{(0,072)^4 (11.500.000)}{(8)(0,4905)^3 (50)} = 6,55 \text{ vueltas}$$

$$d = 0,080 \text{ plg.}$$

$$N = \frac{(0,080)^4 (11.500.000)}{(8)(0,4825)^3 (50)} = 10,5 \text{ vueltas}$$

$$d = 0,091 \text{ plg.}$$

$$N = \frac{(0,091)^4 (11.500.000)}{(8)(0,4715)^3 (50)} = 18,9 \text{ vueltas}$$

En los terminales planos rebajados existe una vuelta inerte en cada extremo y, por ello, la altura con las espiras juntas de cada muelle será:

$$d = 0,072 \text{ plg.}$$

$$l_s = d(N + 2) = (0,072)(8,5) = 0,612 \text{ plg.}$$

$$d = 0,080 \text{ plg.}$$

$$l_s = (0,080)(12,5) = 1,00 \text{ plg.}$$

$$d = 0,091 \text{ plg.}$$

$$l_s = (0,091)(21) = 1,91 \text{ plg.}$$

Obsérvese que hemos redondeado el número de vueltas. También el planificado reduce la altura del muelle con las espiras en contacto, pero hemos empleado el número total de vueltas para deducir las variaciones en los diámetros del hilo.

La carga máxima de trabajo es de 50 lb. Añadamos 10 lb y supongamos que la fuerza total de 60 lb es la cantidad necesaria para comprimir el muelle hasta que sus espiras se junten. Entonces la longitud libre de cada muelle será:

$$l_F = l_s + \frac{F}{k} = l_s + \frac{60}{50} = l_s + 1,2$$

Por tanto:

$$d = 0,072 \text{ plg.}$$

$$l_F = 0,612 + 1,2 = 1,812 \text{ plg.}$$

$$d = 0,080 \text{ plg.}$$

$$l_F = 1,00 + 1,2 = 2,2 \text{ plg.}$$

$$d = 0,091 \text{ plg.}$$

$$l_F = 1,91 + 1,2 = 3,11 \text{ plg.}$$

Obsérvese que todavía no se han analizado los muelles para comprobar la tensión. Con objeto de obtener una aproximación rápida del tamaño del alambre para los tanteos o para

Calcular aproximadamente la tensión, si se ha seleccionado previamente el tamaño del alambre, se puede emplear la siguiente ecuación sin los coeficientes de corrección, de modo que se aplica convenientemente en la forma siguiente:

$$\tau = \frac{2,55FD}{d^3}$$

Así pues,

$$d = 0,072 \text{ plg.}$$

$$\tau = \frac{(2,55)(60)(0,4905)}{(0,072)^3} = 201.000 \text{ lb/plg}^2$$

$$d = 0,080 \text{ plg.}$$

$$\tau = \frac{(2,55)(60)(0,4825)}{(0,080)^3} = 144.000 \text{ lb/plg}^2$$

$$d = 0,091 \text{ plg.}$$

$$\tau = \frac{(2,55)(60)(0,4715)}{(0,091)^3} = 95.800 \text{ lb/plg}^2$$

En donde se ha calculado la tensión a espiras juntas empleando $F = 60$ lb. Examinando rápidamente la figura 8-9 se ve que el muelle con $d = 0,072$ plg experimentará una deformación permanente cuando las espiras se pongan en contacto. La curva indica la existencia de un pequeño margen de seguridad para el alambre de 0,080 plg y un margen mayor para el de 0,091 plg (No. 13 calibre W & M) construidos de cuerda de piano para muelles. Nuestro paso siguiente es comprobar la resistencia. Si excede a la tensión por un margen de un 30 ó 40 por 100, el muelle puede considerarse satisfactorio.

Según la ecuación (6-5) el coeficiente de multiplicación para la tensión de corte es:

$$K_s = 1 + \frac{0,5}{C} = 1 + \frac{0,5}{5,19} = 1,097$$

Según la figura 6-2, $K = 1,30$ y, por lo tanto, el coeficiente de curvatura es:

$$K_c = \frac{K}{K_s} = \frac{1,30}{1,097} = 1,185$$

La Tabla 8-2 da como límite de rotura el de 286.000 lb/plg² y según la figura 8-9 el límite de fluencia a la torsión es de 145.000 lb/plg².

Fig. 8-11. Determinación gráfica de la resistencia a la fatiga con 50.000 aplicaciones de la carga y una seguridad funcional del 99 por 100

Empleando la Tabla 5-2, encontramos que el coeficiente de desviación para el 99 por 100 de seguridad funcional es 2,3. Así pues, la ecuación (5-14) da:

$$k_c = 1 - (0,08)(2,3) = 0,816$$

Ahora bien,

$$K_f = K_c = 1,185 \text{ y } K_e = 1/1,185 = 0,844. \text{ Por tanto}$$

$$S_{se} = k_c k_e S'_{se} = (0,816)(0,844)(45.000) = 31.000 \text{ lb/plg}^2$$

Además:

$$S_{su} = 0,60S_u = (0,60)(286.000) = 172.000 \text{ lb/plg}^2.$$

Y así:

$$0,90S_{su} = (0,90)(172.000) = 155.000 \text{ lb/plg}^2.$$

Nuestra próxima etapa es la de construir el diagrama S-N, con objeto de obtener la resistencia a la fatiga correspondiente a la vida solicitada de 50,000 ciclos. Esto se hace exactamente igual como se indicó en la sección 5-13 y puede verse en la figura 8-11. El resultado es $S_{sf} = 62.400 \text{ lb/plg}^2$.

Ahora que se conocen la resistencia estática y la resistencia a la fatiga, podemos proceder a una determinación de las tensiones. Primero, según las ecuaciones (8-12) y (8-13),

$$F_a = \frac{F_{\max} - F_{\min}}{2} = \frac{50 - 10}{2} 20 \text{ lb.}$$

$$F_m = \frac{F_{\max} + F_{\min}}{2} = \frac{50 + 10}{2} 30 \text{ lb.}$$

Entonces las ecuaciones (8-14) y (8-15) dan las componentes de la tensión como:

$$\tau_a = K_s \frac{8F_a D}{\pi d^3} = 1,097 \frac{(8)(20)(0,4715)}{\pi(0,091)^3} = 34.900 \text{ lb/plg}^2$$

$$\tau_m = K_s \frac{8F_a D}{\pi d^3} = 1,097 \frac{(8)(30)(0,4715)}{\pi(0,091)^3} = 52.400 \text{ lb/plg}^2$$

Los coeficientes de seguridad se obtienen empleando los criterios de fallo representados por las ecuaciones (8-16) y (8-17). Para un fallo de fatiga el coeficiente de seguridad es:

$$n = \frac{S_{sf}}{\tau_a} = \frac{62.400}{34.900} = 1,79$$

O un margen de seguridad del 79 por 100. El coeficiente de seguridad para un fallo estático es:

$$n = \frac{S_{sy}}{\tau_a + \tau_m} = \frac{145.000}{34.900 + 52.400} = 1,66$$

Y, por tanto, el proyecto es satisfactorio. Es dudoso que el hilo de 0,080 plg origine tensiones dentro de un margen seguro.

6.7.- MUELLES A TORSIÓN HELICOIDALES

Los muelles a torsión que se indican en la figura 8-12 se emplean en bisagras de puertas y en los starters de los automóviles y, de hecho, en cualquier aplicación en la que se necesite un par.

Un muelle a torsión se somete a la acción del momento flector $M=Fr$, como se muestra en la figura 8-13, produciendo una tensión normal en el alambre. Nótese que ello contrasta con los muelles helicoidales a compresión o extensión, en los que la carga produce una tensión de torsión en el alambre.

Esto significa que las tensiones residuales que surgen durante el arrollamiento están en la misma dirección que las tensiones de trabajo que se producen durante su utilización. Estas tensiones residuales son de utilidad para conseguir que el muelle sea más fuerte, oponiéndose a la tensión de trabajo, siempre que la carga se aplique de modo que haga que el muelle se arrolle aún más. Debido a que la tensión residual se opone a la de trabajo, los muelles a torsión pueden proyectarse para funcionar con unos límites de tensión que igualen o excedan al límite de fluencia del alambre.

La tensión de flexión puede obtenerse empleando la teoría de la viga curva que se explicó en la sección 2-11. Es conveniente escribir la expresión en la forma:

$$\sigma = K \frac{Mc}{I}$$

En donde K es el coeficiente de concentración de tensiones y, en este caso, se considera como tal y no como un coeficiente de reducción de la resistencia. El valor de k depende de la forma del alambre y de si se desea o no la tensión en la fibra interna del arrollamiento o en la externa. Wahl determinó analíticamente los siguientes valores de K para los alambres cilíndricos:

$$K_i = \frac{4C^2 - C - 1}{4C(C - 1)} \quad K_o = \frac{4C^2 + C - 1}{4C(C + 1)}$$

En la que C es el índice del muelle y los subíndices i u o se refieren, respectivamente, a la fibra interna o externa. Cuando se sustituyen en la ecuación (a) el momento flector $M=Fr$ y el módulo de la sección $I_c = \pi d^3 / 32$, se obtiene:

$$\sigma = K \frac{32Fr}{\pi d^3}$$

Que da la tensión debida a la flexión para un muelle a torsión de alambre redondo.

Deformación. La energía de deformación es, según la ecuación (3-14)

$$U = \int \frac{M^2 dx}{2EI}$$

En el muelle de torsión $M=Fr$, y la integración debe extenderse a toda la longitud del alambre. La fuerza F se deformará a través de la distancia $r\theta$, siendo θ la deformación angular total del muelle. Aplicando el teorema de Castigliano.

$$r\theta = \frac{\partial U}{\partial F} = \int_0^{\pi DN} \frac{\partial}{\partial F} \left(\frac{F^2 r^2 dx}{2EI} \right) = \int_0^{\pi DN} \frac{Fr^2 dx}{EI}$$

Sustituyendo $I = \pi d^4 / 64$ para el hilo redondo y despejado θ de (C) se obtiene:

$$\theta = \frac{64FrDN}{d^4 E}$$

En la que θ es la deformación angular del muelle en radianes. La constante del muelle se expresa, pues, en kg-cm por radián. El coeficiente del muelle:

$$k = \frac{Fr}{\theta} = \frac{d^4 E}{64DN}$$

Puede expresarse también como el par necesario para arrollar el muelle una vuelta. Este nuevo coeficiente se obtiene multiplicando la ecuación (8-22) por 2π . Así pues:

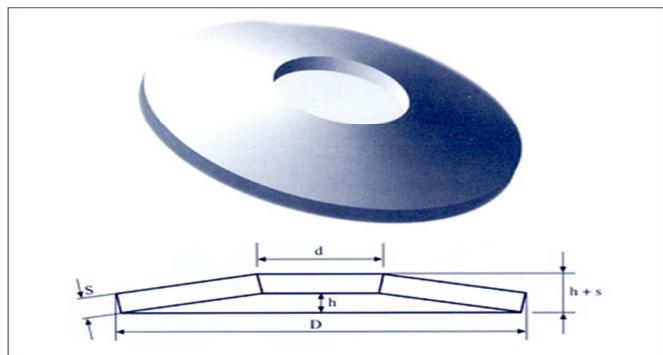
$$k' = \frac{d^4 E}{10,2DN}$$

Estas ecuaciones de la deformación se han deducido sin tener en cuenta la curvatura del hilo. Ensayos reales muestran que la constante 10,2 debe aumentarse ligeramente. Por tanto la ecuación:

$$k' = \frac{d^4 E}{10,8 D N}$$

Da mejores resultados. Pueden hacerse las correcciones correspondientes, si se desea, en las ecuaciones (8-21) y (8-22).

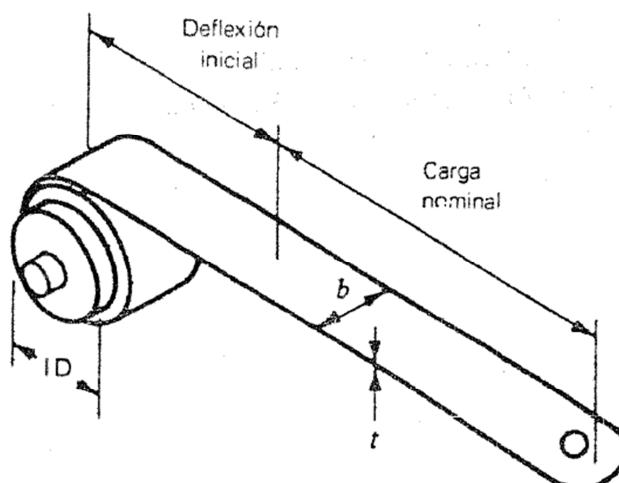
6.8.- MUELLES BELLEVILLE

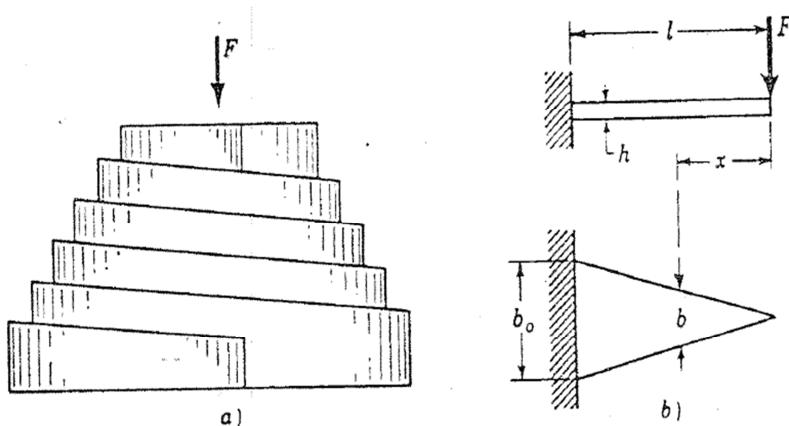


En el interior de la figura 8-14 se ve un muelle de forma de disco con una cierta conicidad, que se denomina comúnmente muelle Belleville. Aunque su estudio matemático se aleja de los propósitos de este libro, el lector debe, al menos familiarizarse con las características más señaladas de estos muelles. Junto a la obvia ventaja de ocupar un pequeño espacio, una variación de la relación h/t produce una amplia variedad de formas de las curvas esfuerzo – deformación, como se ve en la misma figura 8-14. Por ejemplo, empleando una relación h/t de 2,83 o mayor, se obtiene una curva en S que puede ser útil para mecanismos de acción repentina. Disminuyendo esta relación a un valor entre 1,41 y 2,1, la parte central de la curva se hace horizontal, lo que indica que la carga es constante dentro de un considerable margen de deformaciones.

Puede obtenerse una mayor carga para una deformación alojando los muelles unos dentro de otros, esto es, apilándolos en paralelo. Por otro lado, colocándolos en serie se consigue una mayor deformación para la misma carga, pero en este caso existe el peligro de la inestabilidad.

6.9.- MUELLES DIVERSOS





Un muelle en espiral es una tira ancha y de poco espesor o una lámina de acero enrollada de modo que las espiras encajan unas dentro de otras. Puesto que las espiras no se apilan unas sobre otras, la altura del muelle totalmente comprimido es la anchura de la tira. En un muelle espiral a compresión se obtiene una constante de muelle variable, permitiendo que las espiras estén en contacto con el soporte. Así pues, cuando aumenta la deformación, el número de espiras activas disminuye. El muelle espiral que se ve en la figura 8-15 tiene otra importante ventaja, que no puede obtenerse con los muelles de alambre redondo: si las espiras se arrollan de modo que entren en contacto o se deslicen unas sobre otras durante el funcionamiento, el rozamiento servirá para amortiguar las vibraciones u otras perturbaciones transitorias indeseables.

Un muelle cónico, como el nombre indica, es un muelle arrollado con la forma de un cono. La mayoría de los muelles cónicos son muelles a compresión y se hacen con alambre de sección circular. Un muelle espiral es también un muelle cónico. Probablemente la principal ventaja de este tipo de muelles es que puede hacerse el arrollamiento de modo que la altura, cuando está totalmente comprimido, vale únicamente el diámetro del alambre.

Se emplean las láminas para una gran variedad de muelles, como los de reloj, muelles motores, de torsión, en voladizo y ballestas. Frecuentemente se les da una forma especial para crear ciertas características de muelle, para clips fusibles, muelles relay, arandelas muelle, muelles de acción repentina y sujetadores.

Al proyectar a partir de láminas muchos de los muelles, resulta a menudo económico y de interés por el valor del material que se ahorra, el conseguir una tensión constante en todo el muelle.

$$\sigma = \frac{M}{I/c} = \frac{Fx}{I/c}$$

Un muelle en voladizo de sección uniforme, como el de la figura 8-16^a, tiene una tensión que es proporcional a la distancia x, si l/c es constante. Pero no hay ninguna razón por la que l/c necesite ser constante. Por ejemplo, se puede

proyectar dicho muelle como el que se indica en la figura 8-16b, en la que el espesor h es constante, pero la anchura b es variable. Puesto que, para una sección rectangular, $I/c = bh^2/6$, tendremos, a partir de la ecuación (a),

$$\frac{bh^2}{6} = \frac{Fx}{\sigma} \quad \text{O} \quad b = \frac{6Fx}{h^2\sigma}$$

Puesto que b es función lineal de x , la anchura b_0 en la base del muelle es:

$$b_u = \frac{6Fl}{h^2\sigma}$$

Sin embargo, la deformación de este muelle plano triangular es más difícil de calcular, ya que el momento de inercia es ahora una variable. Probablemente puede obtenerse la solución del modo más rápido, si se emplea el método de integración gráfica discutido en los capítulos anteriores.

Los métodos de análisis de tensiones y deformaciones, explicados en las secciones anteriores de este capítulo, han servido para aclarar que los muelles pueden analizarse y proyectarse utilizando los fundamentos discutidos en los capítulos iniciales de este libro. Esto es cierto también para la mayoría de los diversos muelles mencionados en esta sección, y el lector no experimentará ahora ninguna dificultad en la lectura y comprensión de la literatura que trate sobre tales muelles.

6.10.- FRECUENCIA CRÍTICA DE LOS MUELLES HELICOIDALES

Los muelles de espiras se emplean frecuentemente en aplicaciones que imponen al arrollamiento un movimiento alternativo muy rápido, como por ejemplo, en los muelles de las válvulas de los motores de automóvil. En estos casos el proyectista debe asegurarse de que las dimensiones físicas del muelle no sean tales que creen una frecuencia natural de vibración próxima a la de la fuerza aplicada. Tal condición significaría que el muelle resonaría a la misma frecuencia que el movimiento aplicado. Puesto que los muelles helicoidales carecen prácticamente de fuerzas de amortiguamiento, las tensiones internas en la resonancia serían elevadas.

Wahl ha demostrado que la frecuencia crítica de un muelle helicoidal es en la que se encuentra la frecuencia fundamental para $m=1$, el segundo armónico para $m=2$ y así sucesivamente, y en la que k es la constante del muelle, como se definió por la ecuación (8-8). La frecuencia f se da en los ciclos por segundo. El peso del muelle es:

$$W = AL\rho = \frac{\pi d^2}{4}(\pi DN)(\rho) = \frac{\pi^2 d^2 DN\rho}{4}$$

En la que ρ es la densidad ($7,65 \text{ kg/dm}^3$ para el acero) y las otras magnitudes ya se definieron anteriormente.

La frecuencia crítica fundamental debe ser de 15 a 20 veces la frecuencia de la fuerza, con objeto de evitar la resonancia con los armónicos. Si la frecuencia no es bastante alta, entonces debe volverse a proyectar el muelle incrementando k o disminuyendo W .

6.11.- CAPACIDAD DE ALMACENAMIENTO DE LA ENERGÍA

Con mucha frecuencia, al seleccionar y proyectar muelles, es de la mayor importancia la capacidad de un muelle para almacenar energía. A veces el proyectista está interesado en absorber cargas de choques e impacto; otras, está interesado sencillamente en almacenar la máxima energía en el menor espacio. Pueden ser de particular utilidad para el proyectista las ecuaciones de la energía de deformación en el momento de escoger una forma particular de muelle. Estas ecuaciones son, o pueden escribirse, como:

$$u = \frac{\sigma^2}{2E} \quad u = \frac{\tau^2}{2G}$$

En donde u es la energía de deformación por unidad de volumen en kilogramos – centímetro por centímetro cúbico. Naturalmente, la ecuación particular a emplear depende de si el muelle se somete a tensión axialmente, esto es, a tracción o a compresión o de si la tensión es de cizalladura. Maier prefiere dividir los muelles en dos clases, que llama muelles E o muelles G, dependiendo de qué fórmula sea aplicable. Puesto que la tensión no es corrientemente uniforme, se define un coeficiente de forma C_F como sigue:

$$u = C_F \frac{\sigma^2}{2E} \quad u = C_F \frac{\tau^2}{2G}$$

En donde $C_F=1$, que es el valor máximo, si la tensión se distribuye uniformemente, lo que significa que el material se emplea con la máxima eficacia. En la mayoría de los muelles, la tensión no se distribuye uniformemente y por ello C_F será menor que la unidad. Así pues, el valor del coeficiente de forma es una medida de la capacidad del muelle para almacenar energía.

Nombre del Muelle	Tipo	C_F
Barra o tracción.....	E	1,0
Muelle de reloj.....	E	0,33
Muelle a torsión.....	E	0,25
Arandelas Belleville.....	E	0,05-0,20
Viga en voladizo	E	0,11
.....	G	0,90 aprox.
Tubo a torsión	G	0,50
.....	G	0,35 aprox.
Barra a torsión		
Muelle a compresión		

Para calcular el coeficiente de forma para un muelle helicoidal a tracción o compresión, escribiremos:

$$u = \frac{U}{v} = \frac{Fy}{2v}$$

En donde F es la fuerza, y la deformación y v el volumen del alambre activo. Puesto que $y=8^3 F D N / d^4 G$, $\tau=8 F D K / \pi d^3$ y $v=I A=(\pi D N)(\pi d^2 / 4)$ tendremos, a partir de la ecuación(a):

$$u = \frac{l}{2K^2} \left(\frac{\tau^2}{2G} \right)$$

Y, por tanto, $C_F=1/2K^2$. Obsérvese que, para $K=1,20$. $C_F=0,35$. Para una barra a torsión, emplearemos la relación:

$$u = \frac{U}{v} = \frac{T\theta}{2v}$$

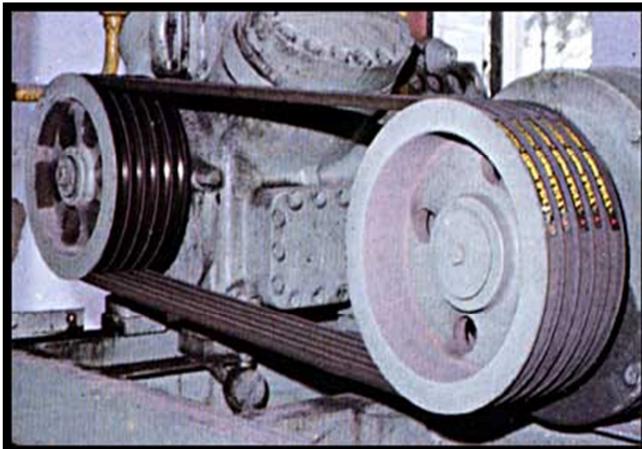
En donde θ es el ángulo de giro. Aquí $\tau=16T/\pi d^3$, $\theta=32TI/\pi d^2/4$. La energía de deformación por unidad de volumen es:

$$u = \frac{1}{2} \frac{\tau^2}{2G}$$

Y, por consiguiente, $C_F=0,50$.

La tabla 8-5 contiene una lista de los coeficientes de forma calculados por Maier, que será de gran utilidad en la selección de muelles con fines de almacenamiento de energía.

7



ELEMENTOS MECÁNICOS FLEXIBLES

"Exígete mucho a ti mismo y espera poco de los demás. Así te ahorrarás disgustos."

Confucio

7.0.- INTRODUCCIÓN

Las correas se utilizan para transmitir, mediante un movimiento de rotación, potencia entre árboles normalmente paralelos, entre los cuales no es preciso mantener una relación de transmisión exacta y constante.

El hecho de no poder exigir una relación de transmisión exacta y constante se debe a que en estas transmisiones hay pérdidas debido al deslizamiento de las correas sobre las poleas.

Dicho deslizamiento no es constante sino que varía en función de las condiciones de trabajo, es decir, de los valores de par transmitido y de la velocidad de la correa.

Las transmisiones por medio de correas son denominadas de tipo flexible pues absorben vibraciones y choques de los que sólo tienden a transmitir un mínimo al eje arrastrado.

Son estas transmisiones adecuadas para distancias entre ejes relativamente grandes, actuando bajo condiciones adversas de trabajo (polvo, humedad, calor, etc.), son además silenciosos y tienen una larga vida útil sin averías ni problemas de funcionamiento.

7.1.- IMPORTANCIA DE LOS ELEMENTOS MECÁNICO FLEXIBES

Para la transmisión de potencia a través de distancias relativamente grandes, se utilizan los elementos mecánicos flexibles, como correas, cables o cadenas.

Se emplean estos elementos para reemplazar a un grupo de engranajes, ejes y cojinetes. De ésta manera se simplifica la máquina y son por consiguiente.

Elementos importantes en la reducción de costos.

Por ser estos elementos elásticos y generalmente largos absorben las cargas de choques y amortiguan los efectos de las fuerzas vibratorias.

7.2.-CORREAS

Las correas de ordinario se utilizan para transmitir potencia entre dos ejes paralelos.

Las correas tienen las siguientes características.

1. Se utilizan para largas distancias entre centros.
2. Debido al deslizamiento de las correas, la razón de velocidades angulares no es constante.
3. En correas planas, puede obtenerse el efecto de embrague trasladando la correa de una polea suelta a otra conectada.
4. En correas trapezoidales se puede obtener alguna variación en la razón de velocidades angulares mediante una polea con lados apretados por un muelle.
5. Se necesita algún ajuste de la distancia entre centros.
6. La relación de velocidades angulares se puede cambiar mediante el empleo de poleas escalonadas.

7.3.-FUERZA TANGENCIAL NETA Y VARIACIÓN DE ESFUERZO EN LAS CORREAS

$$F = F_1 - F_2 \quad (\text{Ec. 7.1})$$

$$T_s = F \times \frac{d}{2} = (F_1 - F_2) \frac{d}{2} \quad (\text{Ec. 7.2})$$

$$T_l = F \times \frac{D}{2} = (F_1 - F_2) \frac{D}{2} \quad (\text{Ec. 7.3})$$

La potencia:

$$CV = \frac{T * n}{71620} \quad HP = \frac{T * n}{63,000} \quad (\text{Ec. 7.4})$$

$$CV = \frac{F * Vm}{4500} ; \quad HP = \frac{F * Vm}{33000} \quad (\text{Ec. 7.5})$$

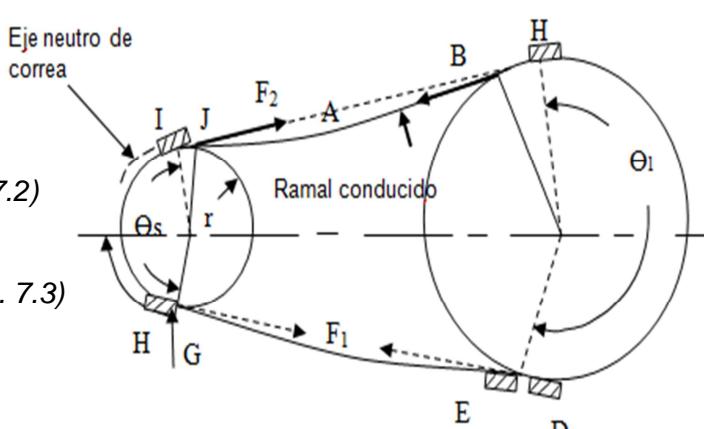


Fig.7.0 Fuerzas existente en las correas

Donde:

- F : Fuerza tangencial neta de la correa (kg).
- T_s : Par de torsión resistente (kg-cm ó pulg-lb).
- T_l : Par motor sobre la polea mayor.
- D : Diámetro de la polea mayor (cm ó pulg).
- d : Diámetro de la polea menor.
- V_m : Velocidad media (m/min ó pie/min).
- CV : Caballos de vapor.
- HP : Caballos de fuerza.
- n : Las revoluciones del motor (rpm).

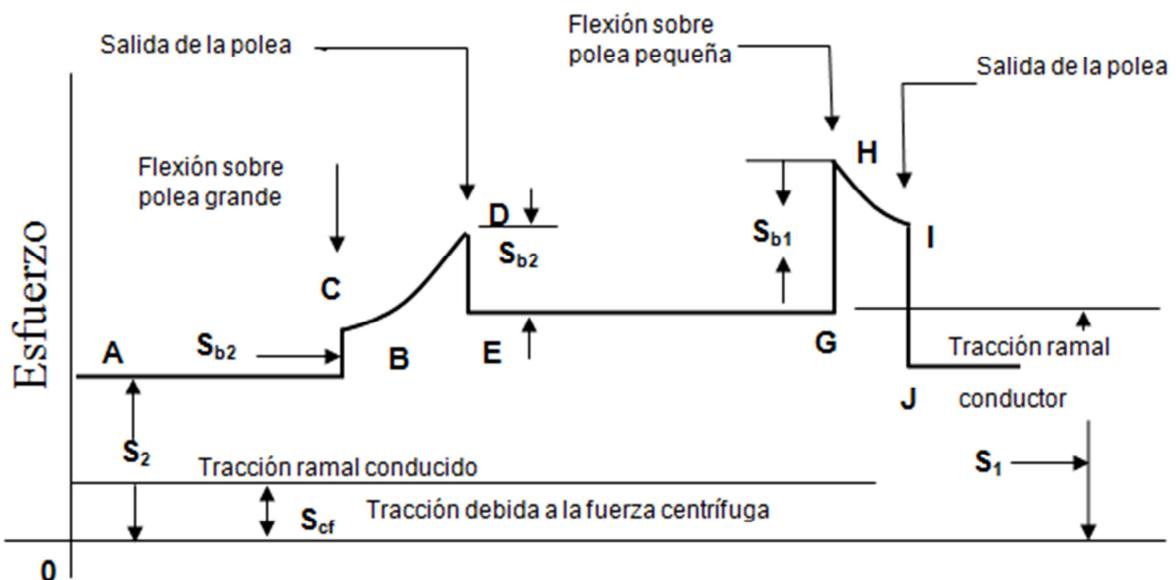


Fig. 7.2. Variación del esfuerzo sobre la correa.

Existe una fuerza centrífuga en la correa cuando recorre la trayectoria curva de la polea, que induce un esfuerzo S_{cf} .

S_2 esfuerzo debido a la tracción F_2 originada en el ramal conducido.

Entre B y C el elemento se desplaza en la polea grande curvándose con un radio $D/2$ lo cual induce un esfuerzo de tracción por flexión S_{b2} en los puntos exteriores al plano neutro.

Cuando el elemento se desplaza en la polea mayor hasta D, la fuerza inducida en ella debido a la potencia transmitida aumenta más o menos gradualmente hasta el valor F_1 , el esfuerzo total es $S_1 + S_{b2}$.

Entre D y E, el esfuerzo de flexión disminuye y solo existe S_1 debido a la fuerza en el ramal conductor.

Cuando el elemento se desplaza desde H hasta I, la fuerza debida a la potencia disminuye hasta F_2 y el ciclo se repite.

7.4.-CORREA PLANAS

Las correas planas están hechas generalmente de cuero curtido con tanino de roble o de un tejido como el algodón o nylon impregnado de caucho.

Se emplea principalmente cuando la distancia es muy grande.

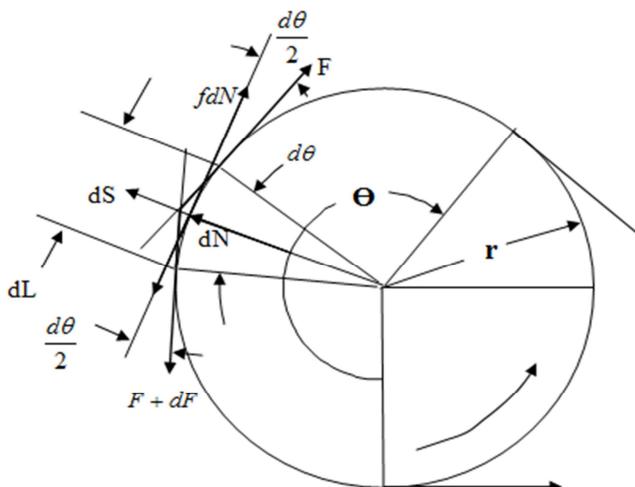
Las correas planas son muy útiles en instalaciones con un motor común.

La mayor parte de las máquinas fabricadas en la actualidad llevan incluido su motor, por ello a disminuido mucho en los últimos años el empleo de correas planas.

Para proyectar una transmisión por correa, debe disponerse de la siguiente información:

1. Potencia y velocidad de la unidad conductora.
2. La velocidad de la unidad conducida.
3. La distancia entre centros deseada.
4. Las condiciones de funcionamiento.

7.5.-CAPACIDAD DE UNA CORREA PLANA



Consideraremos como cuerpo libre un elemento de correa.

$$dl = r \cdot d\theta$$

F_2 La fuerza de fricción: fdN

dN : Es la fuerza normal de la polea sobre el elemento

F : Fuerza en el ramal conducido.

$F + dF$ = fuerza en el ramal tirante.

ds : Fuerza centrímpula (actúa radialmente hacia fuera).

$$\sum F_n = ds + dN - F \operatorname{sen} \frac{d\theta}{2} - (F + dF) \operatorname{sen} \frac{d\theta}{2} = ds + dN - F d\theta = 0 \quad (\text{Ec. 7.6})$$

Consideramos que:

$$\operatorname{sen}(d\theta/2) = d\theta/2 \quad \text{y despreciando el producto de dos infinitésimos.}$$

$$\cos(d\theta/2) = 1$$

$$dN = F \cdot d\theta - ds \quad (a)$$

$$\sum F_t = fdN + F \cos \frac{d\theta}{2} - (F + dF) \cos \frac{d\theta}{2} = 0 \quad (Ec. 7.7)$$

$$f(F \cdot d\theta - ds) + F(1) - (F + dF)(1) = 0$$

$$f \cdot F \cdot d\theta - f \cdot ds - dF = 0 \quad (b)$$

La fuerza centrífuga ($F = m \cdot a$) sobre el elemento.

$$\left\{ \begin{array}{l} a_n = V_s^2 / (r/100) \\ a_n = V_s^2 / (r/12) \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} V_s = m/s^2 \\ r = cm \\ g_0 = 9.81 \frac{m}{s^2} \\ V_s = f.p.s \\ r = pulg. \\ g_0 = 32.2 \text{ } fps^2 \end{array} \right.$$

El volumen del elemento para un espesor de correa de b (cm ó pulg)

$$btdL = bt rd\theta \quad (cm^3 \text{ o pulg}^3) \quad (Ec. 7.8)$$

- El peso $= \rho \cdot v = \rho \cdot b \cdot t \cdot r \cdot d\theta$ (Ec. 7.9)

- La masa: $\left\{ \begin{array}{l} \text{Para unidades métricas: } \frac{\rho}{9.81} b \cdot t \cdot r \cdot d\theta \quad (\text{kg-masa}) \\ \text{Para unidades inglesas: } \frac{\rho}{32.2} b \cdot t \cdot r \cdot d\theta \quad (\text{slugs}) \end{array} \right.$

$$ds = dm \cdot a_n = \frac{\rho b t r d\theta V_s^2}{g_0 (r/100)} = \frac{100 \rho b t V_s^2}{g_0} d\theta = K d\theta \quad (Ec. 7.10)$$

$$ds = dm \cdot a_n = \frac{\rho b t r d\theta}{g_0 (r/12)} V_s^2 = \frac{12 \rho b t V_s^2}{g_0} d\theta = K' d\theta \quad (Ec. 7.11)$$

Reemplazando en (b)

$$fFd\theta - fk d\theta - dF = 0$$

$$fd\theta(F - K) = dF \rightarrow \frac{1}{F - K} dF = fd\theta \quad (Ec. 7.10)$$

Integrado.

$$\int_{F_2}^{F_1} \frac{dF}{F - K} = \int_0^\theta f d\theta \rightarrow \ln \frac{F_1 - K}{F_2 - K} = f \cdot \theta \quad (\text{Ec. 7.11})$$

$$\frac{F_1 - K}{F_2 - K} = e^{f\theta} \dots (1)$$

Donde K es la carga sobre la correa debida a la fuerza centrífuga muchas veces esta se expresa en función de la masa por unidad a longitud.

$$W \text{ (Kg/m)} \quad w = 100bt\rho \text{ Kg.} \quad \text{Siendo } 100\text{cm} = 1\text{m ó bien}$$

$$W \text{ (lb/pie)} \quad w = 12 bt\rho \text{ lb.} \quad 12 \text{ pulg} = 1 \text{ pie}$$

$$K = \frac{100 \rho b t v^2}{g_0} = \frac{w V s^2}{9.81} \quad K = \frac{12 \rho b t V s^2}{g_0} = \frac{w V s^2}{32.2}$$

Para unidades métricas $\rho = 0.00097 \text{ Kg/cm}^3$ Correa de cuero

$$\rho = 0.00125 \text{ Kg/cm}^3 \text{ Correa de caucho plana}$$

Unidades inglesas $\rho = 0.035 \text{ lb/pulg}^3$ Correa de cuero

$$\rho = 0.045 \text{ lb/pulg}^3 \text{ Correa de caucho plana}$$

La ecuación (1) se utiliza frecuentemente en el proyecto de correas.

En tracción máxima F_1 queda limitada por el material empleado para el cuero el esfuerzo de cálculo 17.5 Kg/cm^2 o (248.5 psi)

El coeficiente de razonamiento:

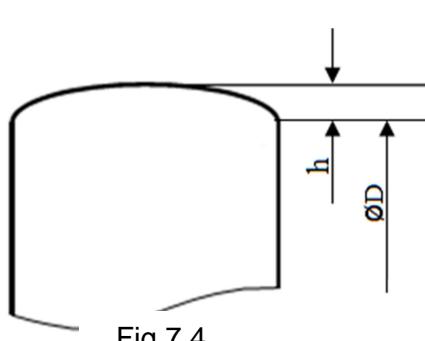
Cuero sobre fundición o acero 0.30

Cuero sobre madera o acero 0.45

Cuero sobre papel o acero 0.55

7.6.-PERFIL DE LA POLEA PARA FAJA PLANA

La parte bombeada permite a la correa centrarse de por sí



.Tabla 7.1.-Relación entre Diámetro y Flecha h

Diámetro D	Flecha h
40 a 112	0.3
125 a 140	0.4
160 a 180	0.5
200 a 224	0.6
250 a 280	0.8
315 a 355	1.0

Tabla 7.2.-Velocidades periféricas máximas, para evitar el efecto de la fuerza centrífuga en las correas planas.

Material	Velocidad periférica máxima
Cuero	25 m/s
Algodón	25 a 30 m/s
Rilsan	50 a 80 m/s
Acero	10 a 15 m/s

7.7.-SELECCIÓN DEL TAMAÑO DE POLEA

El tamaño mínimo de la polea está limitado por el alargamiento de las fibras externas de la correa cuando se dobla o enrrolla alrededor de la circunferencia de la polea.

Los tamaños pequeños de poleas hacen que este alargamiento sea mayor y por lo tanto se acorte la vida de la correa.

Tabla 7.3.- diámetros mínimos de poleas para correas planas de acero (American leather belting association)

Espesor	pulg cm	Número de capas						
		Sencilla		Doble			Triple	
		11/64	13/64	18/64	20/64	23/64	30/64	34/64
Hasta 20 cm de ancho	0.436	0.516	0.714	0.794	0.913	1.190	1.349	
Más de 20 cm de ancho	—	—	7.6	12.7	15.25	20.30	30.5	50.8 61

La velocidad recomendada para las correas puede ser de 750 a 1350 m/min.

Cuando las exigencias de espacio lo permita se recomienda la velocidad más alta.

7.8.-DISTANCIA ENTRE CENTROS Y LONGITUD DE CORREA

a) Correa abierta

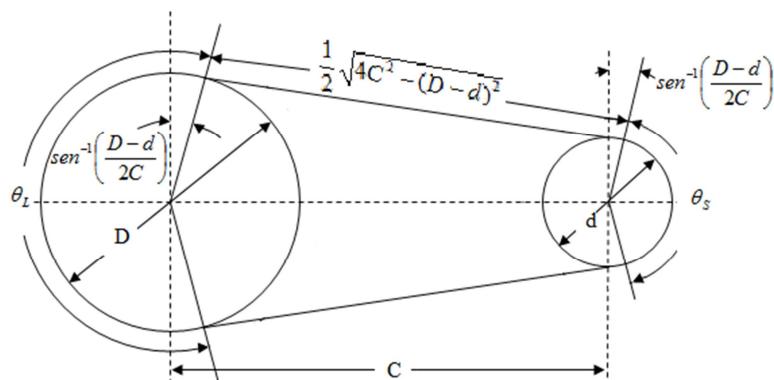


Fig.7.5

$$\theta_s = \pi - 2 \operatorname{Sen}^{-1} \frac{D-d}{2c} \quad (\text{Ec. 7.12})$$

$$\theta_l = \pi + 2 \operatorname{Sen}^{-1} \frac{D-d}{2c} \quad (\text{Ec. 7.13})$$

$$L = \sqrt{4C^2 - (D-d)^2 + \frac{1}{2}(D\theta_2 + d\theta_s)} \quad (\text{Ec. 7.14})$$

Donde:

Θ_s y Θ_l son los ángulos de contacto de la faja con la polea.

C: distancia entre centros.

L: longitud de la correa.

b) Correa cruzada

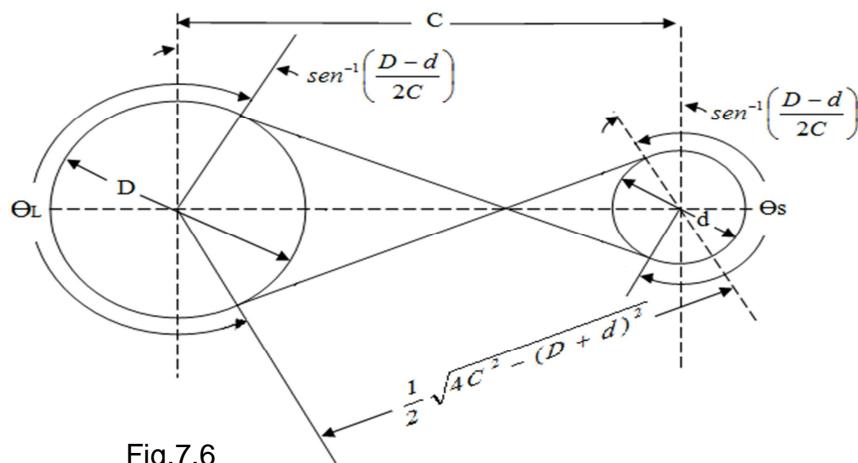


Fig.7.6

$$\theta_s = \theta_l = \theta \quad (\text{Ec. 7.15})$$

$$\theta = \pi + 2 \operatorname{sen}^{-1} \frac{D+d}{2c} \quad (\text{Ec. 7.16})$$

$$L = \sqrt{4C^2 - (D+d)^2 + \frac{\theta}{2}(D+d)} \quad (\text{Ec. 7.17})$$

Cuando se coloca horizontalmente una correa abierta, se debe hacer girar la polea de modo que la parte floja quede arriba, así se determina que exista mayor ángulo de contacto.

El fallo de una correa puede ser por rotura o por fallo de la unión, esta rotura se debe probablemente por fatiga. El fallo por fatiga de un material elástico no debe compararse con el de los metales.

Una correa fallará finalmente por fatiga cuando se presenten alguna de las siguientes causas:

1. Gran tracción en la correa, producida por sobrecarga.
2. Excesivo deslizamiento.
3. Una acumulación de los efectos debilitadores debido a cargas momentáneas causadas por vibración, choque y sacudidas de la correa.
4. Condiciones ambientales adversas, presencia de aceite o humedad, lugares polvorrientos.

7.9.-CORREAS TRAPEZOIDALES O EN “V”

Hechas generalmente con tejido de algodón o nylon, impregnadas con caucho.

En contraste con las correas planas, las correas trapezoidales pueden ser utilizadas con poleas más pequeñas, acanaladas y distancias más cortas.

Además se pueden utilizar varias de ellas con una sola polea acanalada.

Son continuas, eliminándose así las juntas que debe hacerse en las correas planas.

Las secciones rectas de las correas trapezoidales han sido normalizadas, estando cada sección designada por una letra del alfabeto.

Tabla 7.4.-Secciones normalizadas de correas trapezoidales

Sección	Ancho a		Espesor b		Diámetro mín. de polea (cm)	Gama de potencia (CV)
	Pulg	cm	Pulg	cm		
A	1/2	1.27	11/32	0.873	7.62	1/4 – 10
B	21/32	1.667	7/16	1.111	13.7	1 – 25
C	7/8	2.224	17/32	1.349	22.9	15 – 100
D	1 1/4	3.275	3/4	1.905	33.0	50 – 250
E	1 1/2	3.81	1	2.540	54.9	100 y más

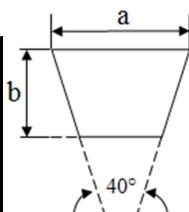


Fig.7.7

Para especificar una correa trapezoidal se da la letra de la sección seguida por la circunferencia interior en pulg.

Ej.: B – 75: correa trapezoidal con sección B circunferencia interior 75 pulg.

La velocidad para obtener buenos resultados es de aprox. 1200 m/min.

La distancia entre centros se obtiene de igual modo que una correa plana.

7.10.-CORREA TIMING (O DE SINCRONIZACIÓN)

Correa patentada hecha de tejido reencauchado y alambre de acero y tiene dientes.

La correa Timing no se estira, ni resbala transmite la potencia con razón de velocidad constante.

Son de mayor costo y mayor costo de poleas.

APÉNDICE

SECCIÓN 2: Tablas de propiedades de materiales como acero y aluminio.

TABLA 2-1A: Propiedades representativas a la tracción de aceros aleados y al carbón.

Material	Dimensiones	Tratamiento (Temperatura en °C)	Límite de fluencia (kg/cm²)	Resistencia a la tracción (kg/cm²)	A largamiento en probeta de 2 pulg (%)	Reucción de la sección (%)	Dureza brinell (Bhn)
Acero bajo en carbono	Redondo, 1 plg	Laminado en caliente Estirado en frío	3230 4570	4430 5410	38 20	62 60	126 156
Acero AISI C1015	Redondo, 1 plg	Laminado en caliente Estirado en frío	3195 4360	4290 5200	39 24	61 57	126 143
Acero AISI C1018	Redondo, 1 plg	Laminado en caliente Estirado en frío cementado (propiedades del nucleo)	3380 4900 3940	4850 5750 6470	38 20 27	62 57 48	143 163 197
Acero AISI C1019	Redondo, 1 plg	Laminado en caliente Estirado en frío	3590 5060	4490 5900	27 20	60 56	149 170
Acero AISI C1020	Redondo, 1 plg Redondo, 1 plg Redondo, $1\frac{1}{16}$ plg Redondo, 5/8 plg Redondo, 2 plg	Laminado en caliente Estirado en frío Recocido Estirado en frío Estirado en frío	3020 4650 2880 5600 5550	4570 5480 4360 5980 5620	36 20 40 17 14	59 55 69 60 50	143 156 112 156 163
Acero AISI B1112	Redondo, 1 plg	Estirado en frío	4990	5800	15	43	170
Acero AISI B1113	Redondo, 1 plg	Estirado en frío	5060	5870	14	40	170
Acero AISI C1117	Redondo, 1 plg	Laminado en caliente Estirado en frío	3110 4650	4960 5500	33 20	63 55	137 156
Acero AISI C1213	Redondo, 1 plg	Estirado en frío	4780	5340	18	53	156
Acero RYCASE	Redondo, 1 plg	Laminado en caliente Estirado en frío cementado (propiedades del nucleo)	3110 5200 4170	4960 5900 6790	33 21 23	63 52 53	137 170 192
Acero AISI C1035	Redondo, 1 plg	Laminado en caliente Estirado en frío Revenido a 425°C Revenido a 530°C Revenido a 650°C	3800 5550 5690 5060 4360	6000 6470 7730 7250 6430	30 25 18 23 27	53 50 51 59 66	183 201 220 201 180
Acero AISI C1040	Redondo, 1 plg	Laminado en caliente Estirado en frío Revenido a 538°C	4080 6180 6040	6430 7030 7750	27 17 23	50 42 62	201 207 235
Acero AISI C1042	Redondo, 1 plg	Laminado en caliente Estirado en frío Revenido a 538°C	4150 6250 6330	6540 7170 8150	26 16 22	50 40 60	201 207 235
Acero AISI C1045	Redondo, 1 plg Redondo, 2 plg Redondo, 4 plg Redondo, 6 plg Redondo, 1 plg Redondo, 1 plg	Laminado en caliente Estirado en frío Revenido a 315°C Revenido a 425°C Revenido a 425°C Revenido a 425°C Revenido a 538°C Revenido a 650°C	4150 6330 8010 7310 4640 4430 4430 5630 5130	6890 7240 10470 10190 7590 7170 7170 8440 7310	24 14 8 14 15 16 16 19 24	45 40 33 44 45 46 46 52 60	212 217 312 290 216 200 200 240 208
Acero AISI C1095	Redondo, 1 plg	Laminado en caliente Revenido a 425°C	5830 9700	9980 14060	8 12	18 37	293 388

TABLA 2-1B: Propiedades representativas a la tracción de aceros aleados y al carbón.

Material	Dimensiones	Tratamiento (Temperatura en °C)	Límite de fluencia (kg/cm ²)	Resistencia a la tracción (kg/cm ²)	A largamiento en probeta de 2 pulg (%)	Reucción de la sección (%)	Dureza brinell (Bhn)
Acero AISI C1137	Redondo, 1 plg	Laminado en caliente	4010	6470	27	61	192
		Estirado en frío	6330	7380	15	38	207
		Revenido a 538°C	6180	7680	21	56	255
Acero AISI C1141	Redondo, 1 plg	Laminado en caliente	4150	6820	25	52	201
		Estirado en frío	6540	7730	14	40	223
		Revenido a 538°C	7030	8860	19	54	277
Acero Rytense AA	Redondo, 1 plg	Laminado en caliente	4220	6820	25	51	201
		Estirado en frío	6540	7730	14	40	223
Acero AISI 2015	Redondo, 13/16plg	Laminado en caliente	3090	4500	34	66	130
	Redondo 0,762plg	Estirado en frío	5340	5920	17	60	168
Acero AISI 2317	Redondo, 1 plg	Laminado en caliente	3940	5980	29	60	163
		Estirado en frío	5270	6680	25	58	197
		cementado (propiedades del nucleo)	7080	9770	22	52	285
Acero AISI 2320	Redondo, 11/16plg	Laminado en caliente	4423	6580	23	44	170
	Redondo, 1 ¹¹ / ₃₂ plg	Laminado en caliente	4430	6750	27	65	183
	Redondo, 1 ⁹ / ₁₆ plg	Laminado en caliente	4030	5650	29	61	163
	Redondo, 5/8 plg	Estirado en frío	8010	8440	13	50	220
	Redondo, 1 ⁹ / ₃₂ plg	Estirado en frío	7015	7320	15	57	223
	Redondo, 1 ¹ / ₂ plg	Estirado en frío	6430	6820	16	55	207
Acero AISI 2330	Redondo, 1 plg	Laminado en caliente	4780	7380	21	50	207
		Estirado en frío	8360	8720	12	43	223
		Revenido a 205°C	13720	15570	11	40	425
		Revenido a 315°C	12020	13790	14	49	382
		Revenido a 425°C	9210	11240	18	56	327
		Revenido a 538°C	6820	8930	23	61	268
		Revenido a 650°C	4920	7600	27	64	222
Acero AISI 2340	Redondo, 1 plg	Revenido a 425°C	11520	12510	23	53	368
Acero AISI 2345	Redondo, 1 plg	Revenido a 425°C	12440	13210	20	51	388
Acero AISI 2350	Redondo, 1 plg	Revenido a 425°C	12650	13650	17	50	402
Acero AISI 3115	Redondo, 1 plg	Laminado en caliente	4220	5340	32	69	156
		Estirado en frío	5500	6110	25	62	163
Acero AISI 3120	Redondo, 1 plg	Revenido a 315°C	10190	11380	12	45	320
		Revenido a 538°C	6430	7870	22	68	222
Acero AISI 3130	Redondo, 1 plg	Revenido a 315°C	12510	14700	10	37	404
		Revenido a 538°C	84440	9770	20	62	276
Acero AISI 3140	Redondo, 1 plg	Laminado en caliente y Recocido	4500	6750	26	56	197
		Estirado en frío	6420	7310	17	48	212
		Revenido a 425°C	11380	13630	14	52	400
		Revenido a 425°C	11030	13210	15	50	376
		Revenido a 425°C	9000	10330	15	47	296
		Revenido a 425°C	9410	9560	16	45	276
		Revenido a 650°C	6820	8080	20	64	236
		Revenido a 650°C	4850	7040	25	60	196

TABLA 2-1C: Propiedades representativas a la tracción de aceros aleados y al carbón.

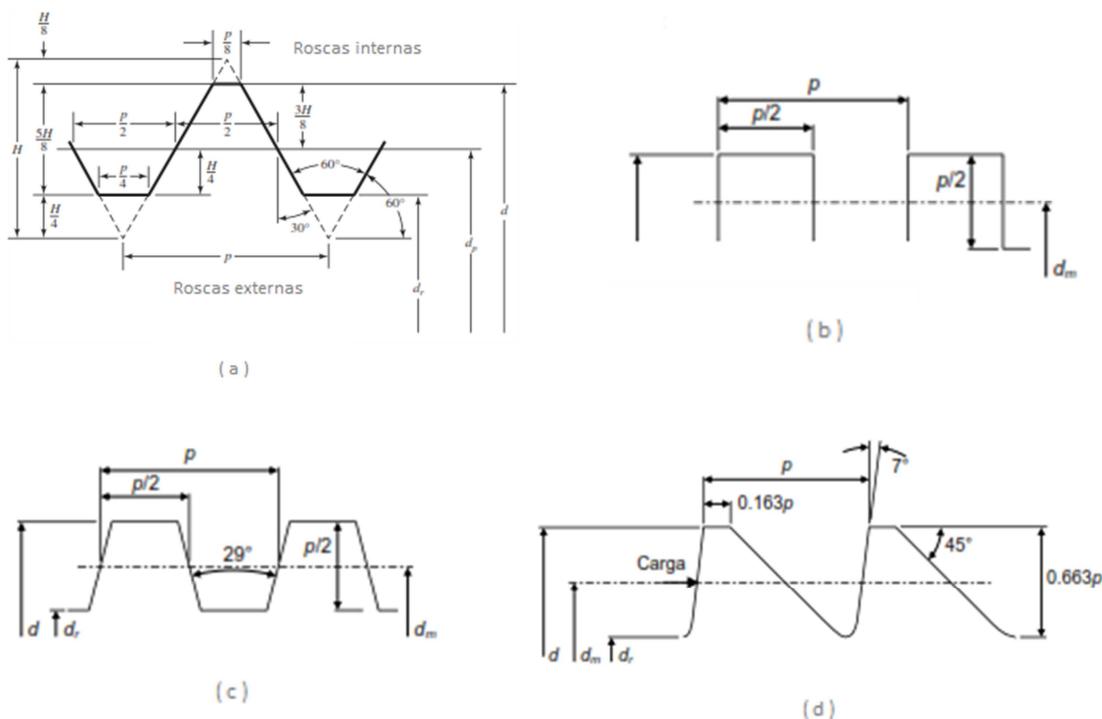
Material	Dimensiones	Tratamiento (Temperatura en °C)	Límite de fluencia (kg/cm ²)	Resistencia a la tracción (kg/cm ²)	Alargamiento en probeta de 2 pulg (%)	Reucción de la sección (%)	Dureza brinell (Bhn)
Acero AISI 3145	Redondo, 1 plg	Revenido a 425°C	11520	13720	12	47	380
Acero AISI 3150	Redondo, 1 plg	Revenido a 425°C	12020	14240	12	44	396
Acero AISI 3240	Redondo, 1 plg	Revenido a 315°C	14770	16640	10	40	466
Acero AISI 3250	Redondo, 1 plg	Revenido a 315°C	15030	17110	9	37	477
Acero AISI 3340	Redondo, 1 plg	Revenido a 425°C	12860	14770	13	47	394
Acero AISI 3435	Redondo, 1 plg	Revenido a 425°C	11240	12930	15	55	362
Acero AISI 4130	Redondo, 1 plg	Laminado en caliente y recocido	4220	6330	30	45	183
	Redondo, 1 plg	Establecido en frío y recocido	6120	6890	21	52	201
	Redondo, 1 plg	Revenido a 538°C	9350	10260	17	60	293
	Lámina, 1/4 plg	Revenido a 538°C	9510	10660	12	—	302
Acero AISI 4140	Redondo, 1 plg	Laminado en caliente y recocido	4430	6330	27	58	187
	Redondo, 1 plg	Establecido en frío	6330	7170	18	50	223
	Redondo, 1 plg	Revenido a 538°C	9210	10730	16	45	302
Acero AISI TS4140	Redondo, 1 plg	Revenido a 538°C	9350	11100	16	43	311
Acero AISI 4340	Redondo, 1 plg	Laminado en caliente y recocido	4850	7100	21	45	207
	Redondo, 1 plg	Establecido en frío	6960	7800	16	42	223
	Redondo, 1 plg	Revenido a 315°C	16430	18300	12	43	498
	Redondo, 1 plg	Revenido a 538°C	11240	13140	15	57	377
Acero AISI 4620	Redondo, 1 plg	Revenido a 425°C	6610	9140	23	66	256
Acero AISI 4640	Redondo, 1 plg	Revenido a 425°C	11950	13140	13	54	378
Acero AISI 4650	Redondo, 1 plg	Revenido a 425°C	12580	13930	13	49	410
Acero AISI E52100	Redondo, 1 plg	Laminado en caliente y recocido	5690	7040	25	57	192
Acero AISI E6150	Redondo, 1 plg	Laminado en caliente y recocido	4080	6400	22	53	183
Acero AISI 8620	Redondo, 1 plg	Revenido a 205°C	7870	9840	17	52	282
	Redondo, 1 plg	Revenido a 425°C	6890	8580	22	63	246
	Redondo, 1 plg	Revenido a 650°C	5410	6890	26	70	194
Acero AISI 8630	Redondo, 1 plg	Revenido a 425°C	9630	11380	14	54	316
Acero AISI 8742	Redondo, 1 plg	Revenido a 315°C	1550	17270	12	39	492
	Redondo, 1 plg	Revenido a 538°C	10120	11800	15	53	336
	Redondo, 2 plg	Revenido a 538°C	8300	9980	17	55	288
	Redondo, 4 plg	Revenido a 538°C	7590	9210	18	56	264
Acero AISI 9255	Redondo, 1 plg	Laminado en caliente y recocido	5480	8080	22	45	223
	Redondo, 1 plg	Revenido a 538°C	11240	12650	15	32	352
Acero AISI 9442	Redondo, 1 plg	Revenido a 425°C	12650	14170	12	43	404
Acero AISI 9840	Redondo, 1 plg	Revenido a 425°C	14030	15260	12	47	436

TABLA 2-1D: Propiedades representativas a la tracción de aleaciones de aluminio.

Material	Dimensiones	Tratamiento (Temperatura en °C)	Límite de fluencia (kg/cm ²)	Resistencia a la tracción (kg/cm ²)	Alargamiento en probeta de 2 pulg (%)	Reucción de la sección (%)	Dureza brinell (Bhn)
1100-O(2S)	Redondo, 1/2 plg	FORJADO	370	915	45	—	23
1100-H12(2S)	Redondo, 1/2 plg	FORJADO	950	1090	25	—	28
1100-H14(2S)	Redondo, 1/2 plg	FORJADO	1125	1265	20	—	32
1100-H16(2S)	Redondo, 1/2 plg	FORJADO	1335	1470	17	—	38
1100-H18(2S)	Redondo, 1/2 plg	FORJADO	1550	1690	15	—	44
2011-T3(11S)	Redondo, 1/2 plg	FORJADO	3380	3870	15	—	95
2011-T8(11S)	Redondo, 1/2 plg	FORJADO	3160	4150	12	—	100
2014-O(14S)	Redondo, 1/2 plg	FORJADO	985	1900	18	—	45
2014-T4(14S)	Redondo, 1/2 plg	FORJADO	2800	4360	20	—	105
2014-T6(14S)	Redondo, 1/2 plg	FORJADO	4200	4920	13	—	135
2017-O(17S)	Redondo, 1/2 plg	FORJADO	700	1830	22	—	45
2017-T4(17S)	Redondo, 1/2 plg	FORJADO	1690	3090	22	—	105
2117-T4(A17S)	Redondo, 1/2 plg	FORJADO	1690	3090	27	—	70
2018-T61(18S)	Redondo, 1/2 plg	FORJADO	3230	4290	12	—	120
2218-T72(B18S)	Redondo, 1/2 plg	FORJADO	2600	3380	11	—	95
2024-0(24S)	Redondo, 1/2 plg	FORJADO	770	1900	22	—	47
2024-T3(24S)	Lámina, 1/16 plg	FORJADO	3500	4900	16	—	120
2024-T4(24S)	Lámina, 1/16 plg	FORJADO	3380	4780	20	—	120
2024-T36(24S)	Lámina, 1/16 plg	FORJADO	4010	5130	13	—	130
2025-T6(25S)	Redondo, 1/2 plg	FORJADO	2600	3890	19	—	110
3003-O(3S)	Redondo, 1/2 plg	FORJADO	420	1125	40	—	28
3003-H12(3S)	Redondo, 1/2 plg	FORJADO	1190	1335	20	—	35
3003-H14(3S)	Redondo, 1/2 plg	FORJADO	1400	1550	16	—	40
3003-H16(3S)	Redondo, 1/2 plg	FORJADO	1690	1830	14	—	47
3003-H18(3S)	Redondo, 1/2 plg	FORJADO	1900	2040	10	—	55
3004-O(4S)	Redondo, 1/2 plg	FORJADO	704	1830	25	—	45
3004-H32(4S)	Redondo, 1/2 plg	FORJADO	1550	2180	17	—	52
3004-H34(4S)	Redondo, 1/2 plg	FORJADO	1900	2390	12	—	63
3004-H36(4S)	Redondo, 1/2 plg	FORJADO	2180	2600	9	—	70
3004-H38(4S)	Redondo, 1/2 plg	FORJADO	2390	2810	6	—	77
4032-T6(32S)	Redondo, 1/2 plg	FORJADO	3230	3870	9	—	120
5154-0(54S)	Redondo, 1/2 plg	FORJADO	1170	2410	27	—	
5154-H32(54S)	Redondo, 1/2 plg	FORJADO	2070	2690	15	—	
5154-H38(54S)	Redondo, 1/2 plg	FORJADO	2690	3310	10	—	
6061-0(61S)	Redondo, 1/2 plg	FORJADO	550	1240	30	—	
6061-T4(61S)	Redondo, 1/2 plg	FORJADO	1450	2410	25	—	
6061-T6(61S)	Redondo, 1/2 plg	FORJADO	2760	3100	17	—	
7075-0(75S)	Redondo, 1/2 plg	FORJADO	1030	2280	16	—	
7075-T6(75S)	Redondo, 1/2 plg	FORJADO	5030	5720	11	—	

Modulo de elasticidad para la mayoría de aleaciones de aluminio, $E=10 \times 10^6 \text{lb/plg}^2$ (69GPa), para 2014: $E=10.6 \times 10^6 \text{lb/plg}^2$ (73GPa); Para 5154: $E=10.2 \times 10^6 \text{lb/plg}^2$ (70GPa); Para 7075: $E=10.4 \times 10^6 \text{lb/plg}^2$ (72GPa).

SECCIÓN 5: Tablas de pernos y tornillos.
Figura 5.0: Tipos de roscas normalizadas



Cuatro tipos de roscas normalizadas de empleo más frecuente. (a) Rosca Unificada; (b) Rosca cuadrada; (c) Rosca Acme; (d) Rosca diente de sierra

Tabla 5.1: Hilos por pulgada de uso común en los tornillos de potencia

Diámetro mayor d (in)	Diámetro medio d_m (in)	Diámetro menor d_r (in)	Paso p (in)	Hilos por pulgada	Área de esfuerzo a tracción A_t (in ²)
0.250	0.219	0.188	0.063	16	0.032
0.313	0.277	0.241	0.071	14	0.053
0.375	0.333	0.292	0.083	12	0.077
0.438	0.396	0.354	0.083	12	0.110
0.500	0.450	0.400	0.100	10	0.142
0.625	0.563	0.500	0.125	8	0.222
0.750	0.667	0.583	0.167	6	0.307
0.875	0.792	0.708	0.167	6	0.442
1.000	0.900	0.800	0.200	5	0.568
1.125	1.025	0.925	0.200	5	0.747
1.250	1.150	1.050	0.200	5	0.950
1.375	1.250	1.125	0.250	4	1.108
1.500	1.375	1.250	0.250	4	1.353
1.750	1.625	1.500	0.250	4	1.918
2.000	1.875	1.750	0.250	4	2.580
2.250	2.083	1.917	0.333	3	3.142
2.500	2.333	2.167	0.333	3	3.976
2.750	2.583	2.417	0.333	3	4.909
3.000	2.750	2.500	0.500	2	5.412
3.500	3.250	3.000	0.500	2	7.670
4.000	3.750	3.500	0.500	2	10.32
4.500	4.250	4.000	0.500	2	13.36
5.000	4.750	4.500	0.500	2	16.80

Tabla 5.2: Especificaciones SAE para pernos.

Clase	Intervalo de tamaños (inclusive) (mm)	Resistencia límite mínima a la tracción S_p (MPa)	Resistencia de fluencia mínima a la tracción S_y (MPa)	Resistencia última mínima a la tracción S_u (MPa)	Características del acero
4.6	M5-M36	225	240	400	Medio o bajo carbono
4.8	M1.6-M16	310	340	420	Medio o bajo carbono
5.8	M5-M24	380	420	520	Medio o bajo carbono
8.8	M16-M36	600	660	830	Medio o bajo carbono, templado y revenido
9.8	M1.6-M16	650	720	900	Medio o bajo carbono, templado y revenido
10.9	M5-M36	830	940	1040	Martensítico de bajo carbono, templado y revenido
12.9	M1.6-M36	970	1100	1220	De aleación, templado y revenido

Tabla 5.3: Especificaciones ASTM para pernos de acero.

Designación ASTM	Rango del diámetro [pulg]	Resistencia de prueba mínima [kpsi]	Resistencia elástica mínima [kpsi]	Resistencia a la tracción mínima [kpsi]	Material	Marcado de la cabeza
A307	¼ - 1 ½	33	60	36	Acero bajo carbono	
A325 Tipo 1	½ - 1 1 1/8 - 1 ½	85 74	120 105	92 81	Acero de mediano o bajo carbono, templado y revenido	
A325 Tipo 2	½ - 1 1 1/8 - 1 ½	85 74	120 105	92 81	Acero martensítico de bajo carbono, templado y revenido	
A325 Tipo 3	½ - 1 1 1/8 - 1 ½	85 74	120 105	92 81	Acero intemperizado, templado y revenido	
A354 Grado BD	¼ - 4	120	150	130	Acero de aleación, templado y revenido	
A449	¼ - 1 1 1/8 - 1 ½ 1 ¼ - 3	85 74 55	120 105 90	92 81 58	Acero de mediano carbono, templado y revenido	
A490 Tipo 1	½ - 1 ½	120	150	130	Acero intemperizado, templado y revenido	

Tabla 5.4: Clases métricas de propiedad mecánica de pernos, tornillos y birlos de acero.

Número de Clase	Rango del diámetro [mm]	Resistencia de prueba mínima [MPa]	Resistencia elástica mínima [MPa]	Resistencia a la tracción mínima [MPa]	Material	Marcado de la cabeza
4.6	M5-M36	225	240	400	Acero de mediano o bajo carbono	
4.8	M1.6-M16	310	340	420	Acero de mediano o bajo carbono	
5.8	M5-M24	380	420	520	Acero de mediano o bajo carbono	
8.8	M16-M36	600	660	830	Acero de mediano o bajo carbono, templado y revenido	
9.8	M1.6-M16	650	720	900	Acero de mediano o bajo carbono, templado y revenido	
10.9	M5-M36	830	940	1040	Acero martensítico de bajo carbono, templado y revenido	
12.9	M1.6-M36	970	1100	1220	Acero de aleación, templado y revenido	

SECCIÓN 6: Tablas de muelles.

Tabla 6.1: Aceros para muelles aleados y altos en carbono.

Material	Designaciones	Descripción
Alambre estirado en frio (estirado duro) (0.60 - 0.70 C)	UNS G10660 AISI/SAE 1066 ASTM A227-47	Es el acero de resorte de uso general de menor costo. Se usa cuando la exactitud, la deformación y la duración no son muy importantes (no adecuado para cargas variables o de impacto). Diámetros de 0.8 a 12 mm ^[3] (o 0.8 a 16 mm ^[11]). Rango de temperaturas 0 a 120 °C.
Alambre revenido en aceite (0.60 - 0.70 C)	UNS G10650 AISI/SAE 1065 ASTM A229-41	Mayor costo que el del SAE 1066 pero menor que el del SAE 1085. No es adecuado para cargas variables o de impacto. Diámetros de 3 a 12 mm ^[3] , aunque es posible obtener otros tamaños (0.5 a 16 mm ^[11]). Rango de temperaturas 0 a 180 °C.
Alambre para cuerda musical (0.80 - 0.95 C)	UNS G10850 AISI/SAE 1085 ASTM A228-51	Es el mejor, más resistente a la tracción, más resistente a la fatiga, más tenaz, y más utilizado para resortes pequeños. Diámetros de 0.12 a 3 mm ^[3] (o 0.10 a 6.5 mm ^[11]). Rango de temperaturas 0 a 120 °C.
Alambre revenido en aceite	AISI/SAE 1070 ASTM A230	Calidad de resorte de válvula. Adecuado para cargas variables.
Al cromo-vanadio	UNS G61500 AISI/SAE 6150 ASTM A231-41	Es el acero aleado más utilizado para aplicaciones con esfuerzos más elevados que los que soportan los aceros duros al carbono, y aquellas donde se necesiten altas resistencia a la fatiga y durabilidad. Soportan cargas de impacto. Ampliamente utilizado en válvulas de motores de avión. Diámetros de 0.8 a 12 mm. Temperaturas hasta 220 °C.
Al cromo-silicio	UNS G92540 AISI/SAE 9254 ASTM A401	Es excelente para aplicaciones con altos esfuerzos, en las que se requiera tenacidad y gran duración. El segundo más resistente después del alambre para cuerda musical. Dureza Rockwell aproximadamente entre C50 y C53. Diámetros de 0.8 a 12 mm. Temperaturas hasta 220/250 °C.
Acero inoxidable	SAE 30302 ASTM A313 (302)	Adecuado para carga variable.

Figura 6.2: Tensión de torsión máxima de un muelle a compresión.

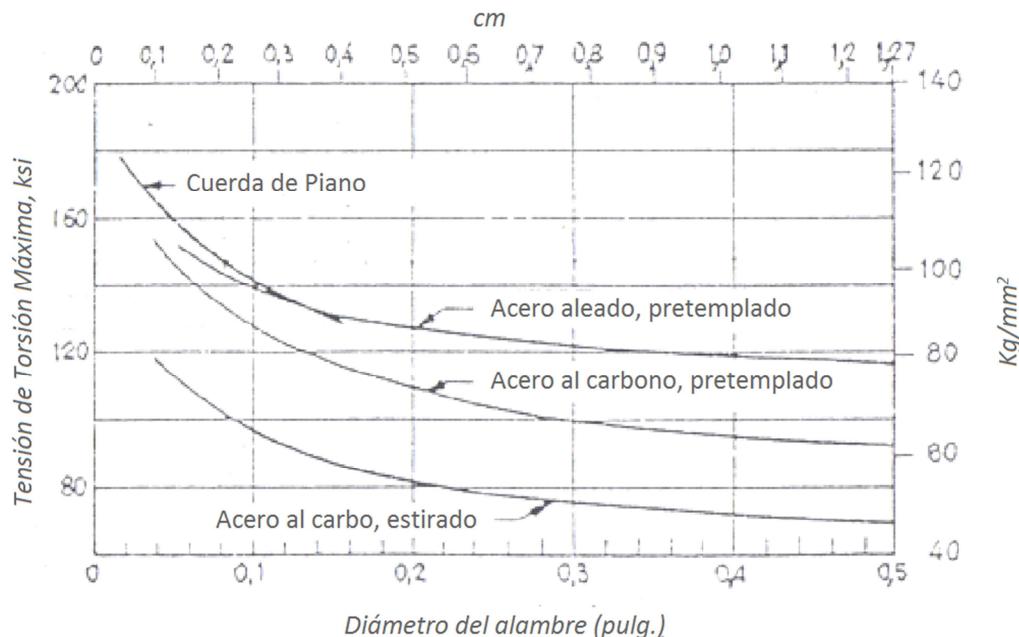


Tabla 6.3: Tolerancias en los diámetros de los alambres comerciales.

Tipo de Alambre	Diámetro del Alambre En mm.	Tolerancia En mm.
Cuerda de Piano	Hasta 0,660	0,0075
	0,686-1,600	0,0127
	1,600-6,350	0,0254
Acero al carbono templado o estirado	Hasta 1,905	0,0254
	1,930-9,525	0,0508
	Más de 9,525	0,0762
Acero aleado y para muelles de válvulas	Hasta 3,759	0,0254
	3,785-4,496	0,0381
	4,521-9,525	0,0508
	Más de 9,525	0,0762

Tabla 6.4: Tolerancia en los diámetros del arrollamiento.

Diámetro alambre En mm	Índice del muelle D/d						
	4	6	8	10	12	14	16
0,381	0,051	0,051	0,076	0,102	0,127	0,152	0,178
0,584	0,051	0,076	0,102	0,152	0,178	0,203	0,254
0,889	0,051	0,102	0,152	0,178	0,229	0,279	0,330
1,295	0,076	0,127	0,178	0,254	0,305	0,381	0,432
1,930	0,102	0,178	0,254	0,330	0,406	0,483	0,559
2,896	0,152	0,229	0,330	0,457	0,533	0,635	0,737
4,343	0,208	0,305	0,432	0,584	0,711	0,838	0,965
6,350	0,279	0,381	0,533	0,711	0,889	1,067	1,245
9,525	0,406	0,508	0,660	0,940	1,168	1,372	1,626
12,700	0,533	0,762	1,016	1,575	2,032	2,540	3,175

SECCIÓN 7: Tablas de correas.

Tabla 7.1: Potencias estimadas de las correas trapezoidales normalizadas en USA.
(Potencia dada en hp; para obtenerla en CV, multiplicar por 1,014)

Sección de la correa	Diámetro primitivo de la polea		Velocidad de la correa En metros por segundo				
	plg	cm	5	10	15	20	25
A	2.6	6.60	0.47	0.62	0.53	0.15	
	3.0	7.62	0.66	1.01	1.12	0.93	0.38
	3.4	8.64	0.81	1.31	1.57	1.53	1.12
	3.8	9.65	0.93	1.55	1.92	2.00	1.71
	4.2	10.67	1.03	1.74	2.20	2.38	2.19
	4.6	11.68	1.11	1.89	2.44	2.69	2.58
	5.0 y más	12.70	1.17	2.03	2.64	2.96	2.89
B	4.2	10.67	1.07	1.58	1.68	1.26	0.22
	4.6	11.68	1.27	1.99	2.29	2.08	1.24
	5.0	12.70	1.44	2.33	2.80	2.76	2.10
	5.4	13.72	1.59	2.62	3.24	3.34	2.82
	5.8	14.73	1.72	2.87	3.61	3.85	3.45
	6.2	15.75	1.82	3.09	3.94	4.28	4.00
	6.6	16.76	1.92	3.29	4.23	4.67	4.48
	7.0 y más	17.78	2.01	3.46	4.49	5.01	4.90
C	6.0	15.24	1.84	2.66	2.72	1.87	
	7.0	17.78	2.48	3.94	4.64	4.44	3.12
	8.0	20.32	2.96	4.90	6.09	6.36	5.52
	9.0	22.86	3.34	5.65	7.21	7.86	7.39
	10.0	25.40	3.64	6.25	8.11	9.06	8.89
	11.0	27.94	3.88	6.74	8.84	10.0	10.1
	12.0 y más	30.48	4.09	7.15	9.46	10.9	11.1
D	10.0	25.40	4.14	6.13	6.55	5.09	1.35
	11.0	27.94	5.00	7.83	9.11	8.50	5.62
	12.0	30.48	5.71	9.26	11.2	11.4	9.18
	13.0	33.02	6.31	10.5	13.0	13.8	12.2
	14.0	35.56	6.82	12.4	14.6	15.8	14.8
	15.0	38.10	7.27	11.5	15.9	17.6	17.0
	16.0	40.54	7.66	13.2	17.1	19.2	19.0
	17.0 y más	43.18	8.01	13.9	18.1	20.6	20.7
E	16.0	40.54	8.68	14.0	17.5	18.1	15.3
	18.0	45.72	9.92	16.7	21.2	23.0	21.5
	20.0	50.80	10.9	18.7	24.2	26.9	26.4
	22.0	55.88	11.7	20.3	26.6	30.2	30.5
	24.0	60.96	12.4	21.6	28.6	32.9	33.8
	26.0	66.04	13.0	22.8	30.3	35.1	36.7
	28.0 y más	71.12	13.4	23.7	31.8	37.1	39.1

Tabla 7.2: Cantidades para conversión de la circunferencia interior a paso de longitud.

Sección de la Correa	A	B	C	D	E
Cantidad a añadir (pulg.)	1.3	1.8	2.9	3.3	4.5

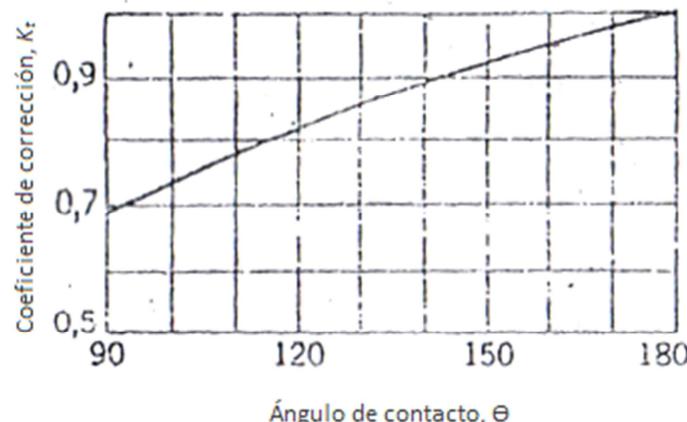
Figura 7.3: Coeficiente k_1 de corrección por el ángulo de contacto.

Tabla 7.4: Coeficientes de Servicio a sobrecarga

Tanto por ciento de Sobre carga.....	100	125	150	175	200	250
Coeficiente de Servicio.....	1,0	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5

Tabla 7.5: Coeficiente de corrección por longitud de la correa, K_2

Coeficiente de longitud	Longitud nominal de la correa en cm				
	Correas A	Correas B	Correas C	Correas D	Correas E
0,85	Hasta 89	Hasta 116	Hasta 190	Hasta 325	
0,90	94-116	122-152	205-244	365-413	
0,95	122-140	157-190	266-305	440-533	
1,00	152-190	198-247	325-400	610	
1,05	198-228	266-305	412-495	687-840	
1,10	244-284	325-365	533-610	915-1.035	1.035-1.220
1,15	305 en adelante	400-457	687-762	1.220	1.370-1.520
1,20	495 en adelante	840 en adelante	1.370 en adelante	1.680

BIBLIOGRAFÍA

- 1- Faires, *DISEÑO DE MÁQUINAS*
- 2- French y Vierck , *DIBUJO DE INGENIERÍA*
- 3- James H. Earle, *DISEÑO GRÁFICO EN INGENIERÍA*
- 4- C.H. Jenssen, *DIBUJO Y DISEÑO EN INGENIERÍA*
- 5- Hall, Holowenko, Laughlin, *DISEÑO DE MÁQUINAS*
- 6- Shigley Joseph E. – Charles R, Mischke *DISEÑO DE INGENIERÍA MECÁNICA*
- 7- R.R. Slaymaker, *DISEÑO Y ANÁLISIS DE ELEMENTOS DE MÁQUINA*