
CONTOH PERMASALAHAN RISET OPERASI

SOAL 1 (MAKSIMASI)

BAYU FURNITURE memproduksi 2 jenis produk yaitu meja dan kursi yang harus diproses melalui perakitan dan finishing. Proses perakitan memiliki 60 jam kerja sedang proses finishing memiliki 48 jam kerja. Untuk menghasilkan satu meja dibutuhkan 4 jam perakitan dan 2 jam finishing, sedangkan satu kursi membutuhkan 2 jam perakitan dan 4 jam finishing. Laba untuk tiap meja \$8 dan tiap kursi \$6. Sekarang kita harus menentukan kombinasi terbaik dari jumlah meja dan kursi yang harus diproduksi, agar menghasilkan laba maksimal.

SOAL 2 (MAKSIMASI)

Perusahaan tas “**HANIF**” membuat 2 macam tas yaitu tas merk **DORA** dan merk **SPONGEBOB**. Untuk membuat tas tersebut perusahaan memiliki 3 mesin. Mesin 1 khusus untuk memberi logo DORA, mesin 2 khusus untuk memberi logo SPONGEBOB dan mesin 3 untuk menjahit tas dan membuat ritsleting. Setiap lusin tas merk DORA mula-mula dikerjakan di mesin 1 selama 2 jam, kemudian tanpa melalui mesin 2 terus dikerjakan di mesin 3 selama 6 jam. Sedang untuk tas merk SPONGEBOB tidak diproses di mesin 1, tetapi pertama kali dikerjakan di mesin 2 selama 3 jam kemudian di mesin 3 selama 5 jam. Jam kerja maksimum setiap hari untuk mesin 1=8 jam, mesin 2=15 jam, dan mesin 3=30 jam. Sumbangan terhadap laba untuk setiap lusin tas merk DORA \$3, sedang merk SPONGEBOB \$5. Masalahnya adalah menentukan berapa lusin sebaiknya tas merk DORA dan merk SPONGEBOB yang dibuat agar bisa memaksimalkan laba.

SOAL 3 (MINIMASI)

Sebuah toko “**TO MING SE**” menyediakan dua merk pupuk, yaitu Standard dan Super. Setiap jenis mengandung campuran bahan nitrogen dan fosfat dalam jumlah tertentu.

Jenis	Kandungan Bahan Kimia	
	Nitrogen (kg/sak)	Fosfat Kg/sak)
Standard	2	4
Super	4	3

Seorang petani membutuhkan paling sedikit 16 kg nitrogen dan 24 kg fosfat untuk lahan pertaniannya. Harga pupuk Standar dan Super masing-masing \$3 dan \$6. Petani tersebut ingin mengetahui berapa sak masing-masing jenis pupuk harus dibeli agar total harga pupuk mencapai minimum dan kebutuhan pupuk untuk lahannya terpenuhi.

SOAL 6 (MAKSIMASI)

HMJ Teknik Informatika UPN akan memproduksi dua jenis jaket, yaitu jaket Standard dan jaket super. setiap jenis jaket menggunakan sumber daya sebagai berikut :

sumber daya	jenis jaket		Kapasitas
	Standard	Super	
Bahan baku	4	6	1200
jumlah jam	4	2	800

Diperkirakan permintaan Produk standard maksimum 250 unit per bulan, sedang produk super 300 unit per bulan.

Sumbangan keuntungan untuk produk standard sebesar Rp 400 per unit sedangkan produk Super Rp 300 per unit.

Berapa kapasitas produksi optimum untuk kedua jenis produk tersebut supaya diperoleh keuntungan maksimum ?

BAB I. PENDAHULUAN

1. Pengertian Riset Operasi

Riset Operasi adalah metode untuk memformulasikan dan merumuskan permasalahan sehari-hari baik mengenai bisnis, ekonomi, sosial maupun bidang lainnya ke dalam pemodelan matematis untuk mendapatkan solusi yang optimal.

2. Pemodelan Matematis

Bagian terpenting dari Riset Operasi adalah bagaimana menerjemahkan permasalahan sehari-hari ke dalam model matematis. Faktor-faktor yang mempengaruhi pemodelan harus disederhanakan dan apabila ada data yang kurang, kekurangan tersebut dapat diasumsikan atau diisi dengan pendekatan yang bersifat rasional. Dalam Riset Operasi diperlukan ketajaman berpikir dan logika. Untuk mendapatkan solusi yang optimal dan memudahkan kita mendapatkan hasil, kita dapat menggunakan komputer. Software yang dapat digunakan antara lain: LINDO (Linear, Interactive and Discrete Optimizer) dan POM For Windows.

BAB II. PROGRAM LINEAR

Program linear adalah salah satu model matematika yang digunakan untuk menyelesaikan masalah optimisasi, yaitu memaksimumkan atau meminimumkan fungsi tujuan yang bergantung pada sejumlah variabel input.

Hal terpenting yang perlu kita lakukan adalah mencari tahu tujuan penyelesaian masalah dan apa penyebab masalah tersebut.

Dua macam fungsi Program Linear:

- ◆ Fungsi tujuan : mengarahkan analisa untuk mendeteksi tujuan perumusan masalah
- ◆ Fungsi kendala : untuk mengetahui sumber daya yang tersedia dan permintaan atas sumber daya tersebut.

1. Masalah Maksimisasi

Maksimisasi dapat berupa memaksimalkan keuntungan atau hasil.

Contoh:

PT LAQUNATEKSTIL memiliki sebuah pabrik yang akan memproduksi 2 jenis produk, yaitu kain sutera dan kain wol. Untuk memproduksi kedua produk diperlukan bahan baku benang sutera, bahan baku benang wol dan tenaga kerja. Maksimum penyediaan benang sutera adalah 60 kg per hari, benang wol 30 kg per hari dan tenaga kerja 40 jam per hari. Kebutuhan setiap unit produk akan bahan baku dan jam tenaga kerja dapat dilihat dalam tabel berikut:

Jenis bahan baku dan tenaga kerja	Kg bahan baku & Jam tenaga kerja		Maksimum penyediaan
	Kain sutera	Kain wol	
Benang sutera	2	3	60 kg
Benang wol	-	2	30 kg
Tenaga kerja	2	1	40 jam

Kedua jenis produk memberikan keuntungan sebesar Rp 40 juta untuk kain sutera dan Rp 30 juta untuk kain wol. Masalahnya adalah bagaimana menentukan jumlah unit setiap jenis produk yang akan diproduksi setiap hari agar keuntungan yang diperoleh bisa maksimal.

Langkah-langkah:

1) Tentukan variabel

X_1 =kain sutera

X_2 =kain wol

2) Fungsi tujuan

$$Z_{\max} = 40X_1 + 30X_2$$

3) Fungsi kendala / batasan

1. $2X_1 + 3X_2 \leq 60$ (benang sutera)

2. $2X_2 \leq 30$ (benang wol)

3. $2X_1 + X_2 \leq 40$ (tenaga kerja)

4) Membuat grafik

1. $2X_1 + 3X_2 = 60$

$X_1=0, X_2=60/3 = 20$

$X_2=0, X_1=60/2 = 30$

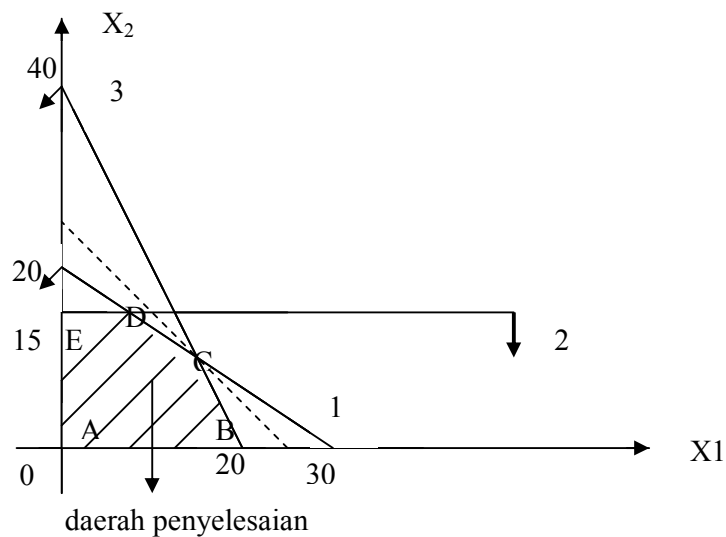
2. $2X_2 \leq 30$

$X_2=15$

3. $2X_1 + X_2 \leq 40$

$X_1=0, X_2=40$

$X_2=0, X_1=40/2 = 20$



Cara mendapatkan solusi optimal:

1. Dengan mencari nilai Z setiap titik ekstrim.

Titik A

$$X_1=0, X_2=0$$

masukkan nilai X_1 dan X_2 ke Z

$$Z = 40 \cdot 0 + 30 \cdot 0 = 0$$

Titik B

$$X_1=20, X_2=0$$

masukkan nilai X_1 dan X_2 ke Z

$$Z = 40 \cdot 20 + 30 \cdot 0 = 800$$

Titik C

Mencari titik potong (1) dan (3)

$$2X_1 + 3X_2 = 60$$

$$2X_1 + X_2 = 40$$

$$\hline 2X_2 = 20 \Leftrightarrow X_2 = 10$$

Masukkan X_2 ke kendala (1)

$$2X_1 + 3X_2 = 60$$

$$2X_1 + 3 \cdot 10 = 60$$

$$2X_1 + 30 = 60$$

$$2X_1 = 30 \Leftrightarrow X_1 = 15$$

masukkan nilai X_1 dan X_2 ke Z

$$40X_1 + 30X_2 = 40 \cdot 15 + 30 \cdot 10 = 600 + 300 = 900 \text{ (optimal)}$$

Titik D

$$2X_2 = 30$$

$$X_2 = 15$$

masukkan X_2 ke kendala (1)

$$2X_1 + 3 \cdot 15 = 60$$

$$2X_1 + 45 = 60$$

$$2X_1 = 15 \Leftrightarrow X_1 = 7,5$$

masukkan nilai X_1 dan X_2 ke Z

$$Z = 40 \cdot 7,5 + 30 \cdot 15 = 300 + 450 = 750$$

Titik E

$$X_2 = 15$$

$$X_1 = 0$$

masukkan nilai X_1 dan X_2 ke Z

$$Z = 40 \cdot 0 + 30 \cdot 15 = 450$$

Kesimpulan :

untuk memperoleh keuntungan optimal, maka $X_1 = 15$ dan $X_2 = 10$ dengan keuntungan sebesar Rp 900 juta.

2. Dengan cara menggeser garis fungsi tujuan.

Solusi optimal akan tercapai pada saat garis fungsi tujuan menyinggung daerah feasible (daerah yang diliputi oleh semua kendala) yang terjauh dari titik origin.

Pada gambar, solusi optimal tercapai pada titik C yaitu persilangan garis kendala (1) dan (3).

Titik C

Mencari titik potong (1) dan (3)

$$2X_1 + 3X_2 = 60$$

$$2X_1 + X_2 = 40$$

$$\hline 2X_2 = 20$$

$$X_2 = 10$$

Masukkan X_2 ke kendala (1)

$$2X_1 + 3X_2 = 60$$

$$2X_1 + 3 \cdot 10 = 60$$

$$2X_1 + 30 = 60$$

$$2X_1 = 30 \Leftrightarrow X_1 = 15$$

masukkan nilai X_1 dan X_2 ke Z

$$40X_1 + 30X_2 = 40 \cdot 15 + 30 \cdot 10 = 600 + 300 = 900$$

2 . Masalah Minimisasi

Minimisasi dapat berupa meminimumkan biaya produksi. Solusi optimal tercapai pada saat garis fungsi tujuan menyinggung daerah fasible yang terdekat dengan titik origin.

Contoh :

Perusahaan makanan ROYAL merencanakan untuk membuat dua jenis makanan yaitu Royal Bee dan Royal Jelly. Kedua jenis makanan tersebut mengandung vitamin dan protein. Royal Bee paling sedikit diproduksi 2 unit dan Royal Jelly paling sedikit diproduksi 1 unit. Tabel berikut menunjukkan jumlah vitamin dan protein dalam setiap jenis makanan:

Jenis makanan	Vitamin (unit)	Protein (unit)	Biaya per unit (ribu rupiah)
Royal Bee	2	2	100
Royal Jelly	1	3	80
minimum kebutuhan	8	12	

Bagaimana menentukan kombinasi kedua jenis makanan agar meminimumkan biaya produksi.

Langkah – langkah:

1. Tentukan variabel

X_1 = Royal Bee

X_2 = Royal Jelly

2. Fungsi tujuan

$$Z_{\min} = 100X_1 + 80X_2$$

3. Fungsi kendala

1) $2X_1 + X_2 \geq 8$ (vitamin)

2) $2X_1 + 3X_2 \geq 12$ (protein)

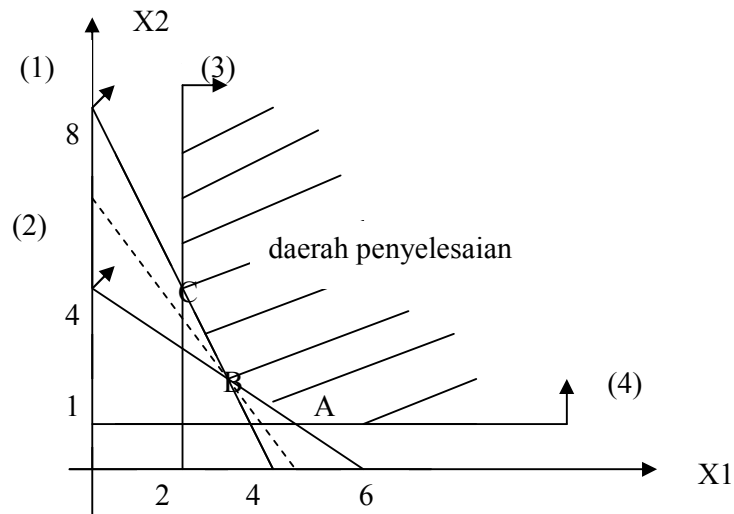
3) $X_1 \geq 2$

4) $X_2 \geq 1$

4. Membuat grafik

1) $2X_1 + X_2 = 8$

-
- $X_1 = 0, X_2 = 8$
 $X_2 = 0, X_1 = 4$
 2) $2X_1 + 3X_2 = 12$
 $X_1 = 0, X_2 = 4$
 $X_2 = 0, X_1 = 6$
 3) $X_1 = 2$
 4) $X_2 = 1$



Solusi optimal tercapai pada titik B (terdekat dengan titik origin), yaitu persilangan garis kendala (1) dan (2).

$$2X_1 + X_2 = 8$$

$$2X_1 + 3X_2 = 12$$

$$-2X_2 = -4 \Leftrightarrow X_2 = 2$$

masukkan X_2 ke kendala (1)

$$2X_1 + X_2 = 8$$

$$2X_1 + 2 = 8$$

$$2X_1 = 6 \Leftrightarrow X_1 = 3$$

masukkan nilai X_1 dan X_2 ke Z

$$Z_{\min} = 100X_1 + 80X_2 = 100 \cdot 3 + 80 \cdot 2 = 300 + 160 = 460$$

Kesimpulan :

Untuk meminimumkan biaya produksi, maka $X_1 = 3$ dan $X_2 = 2$ dengan biaya produksi 460 ribu rupiah.

SOAL LATIHAN

1. Maksimumkan $Z = 3X_1 + 5X_2$

Kendala : 1) $2X_1 \leq 8$

2) $3X_2 \leq 15$

3) $6X_1 + 5X_2 \leq 30$

$X_1 \geq 0, X_2 \geq 0$

2. Minimumkan $Z = 5X_1 + 2X_2$

Kendala: 1) $6X_1 + X_2 \geq 6$

2) $4X_1 + 3X_2 \geq 2$

3) $X_1 + 2X_2 \geq 4, X_1 \geq 0$

3. PT BAKERY memproduksi tiga jenis roti kering, yaitu pia, bolukismis dan coklatkeju dengan keuntungan tiap jenis produk masing-masing Rp 150, Rp 400 dan Rp 600. Setiap minggu ditetapkan minimum produksi roti pia 25 unit, bolukismis 130 unit dan coklatkeju 55 unit. Ketiga jenis roti memerlukan pemrosesan tiga kali yaitu penyiapan bahan, peracikan dan pengovenan seperti terlihat pada tabel berikut:

Pemrosesan	Jenis roti			Penyediaan max (jam)
	pia	bolukismis	coklatkeju	
penyiapan bahan	4	2	6	130
peracikan	3	4	9	170
pengovenan	1	2	4	52

Bagaimana formulasi program linear masalah PT Bakery tersebut dan hitung solusi optimalnya!

BAB III. METODE SIMPLEX

Metode grafik tidak dapat menyelesaikan persoalan linear program yang memiliki variabel keputusan yang cukup besar atau lebih dari dua, maka untuk menyelesaikannya digunakan Metode Simplex.

Beberapa ketentuan yang perlu diperhatikan, antara lain:

1. Nilai kanan (NK / RHS) fungsi tujuan harus nol (0).
2. Nilai kanan (RHS) fungsi kendala harus positif. Apabila negatif, nilai tersebut harus dikalikan -1 .
3. Fungsi kendala dengan tanda " \leq " harus diubah ke bentuk " $=$ " dengan menambahkan variabel *slack/surplus*. Variabel *slack/surplus* disebut juga variabel dasar.
4. Fungsi kendala dengan tanda " \geq " diubah ke bentuk " \leq " dengan cara mengalikan dengan -1 , lalu diubah ke bentuk persamaan dengan ditambahkan variabel *slack*. Kemudian karena RHS-nya negatif, dikalikan lagi dengan -1 dan ditambah *artificial variabel* (M).
5. Fungsi kendala dengan tanda " $=$ " harus ditambah *artificial variabel* (M).

Pembuatan Tabel Simplex

Contoh soal:

$$Z = 3X_1 + 5X_2$$

Kendala:

$$1) 2X_1 \leq 8$$

$$2) 3X_2 \leq 15$$

$$3) 6X_1 + 5X_2 \leq 30$$

Langkah-langkah:

1. Mengubah fungsi tujuan dan fungsi kendala (*lihat beberapa ketentuan yang harus diperhatikan di atas!*)

Fungsi tujuan

$$Z = 3X_1 + 5X_2 \quad \Rightarrow \quad Z - 3X_1 - 5X_2 = 0$$

Fungsi kendala

$$1) 2X_1 \leq 8 \Rightarrow 2X_1 + X_3 = 8$$

$$2) 3X_2 \leq 15 \Rightarrow 3X_2 + X_4 = 15$$

$$3) 6X_1 + 5X_2 \leq 30 \Rightarrow 6X_1 + 5X_2 + X_5 = 30$$

(X_3 , X_4 dan X_5 adalah variabel slack)

2. Menyusun persamaan-persamaan ke dalam tabel

Var.Dsr	Z	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	NK	index
Z	1	-3	-5	0	0	0	0	
X_3	0	2	0	1	0	0	8	
X_4	0	0	3	0	1	0	15	
X_5	0	6	5	0	0	1	30	

3. Memilih kolom kunci

Kolom kunci adalah kolom yang mempunyai nilai pada baris Z yang bernilai negatif dengan angka terbesar.

Var.Dsr	Z	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	NK	index
Z	1	-3	-5	0	0	0	0	
X_3	0	2	0	1	0	0	8	
X_4	0	0	3	0	1	0	15	
X_5	0	6	5	0	0	1	30	

4. Memilih baris kunci

$$\text{Index} = \frac{\text{Nilai kanan (NK)}}{\text{Nilai kolom kunci}}$$

Baris kunci adalah baris yang mempunyai index terkecil

Var.Dsr	Z	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	NK	index
Z	1	-3	-5	0	0	0	0	
X_3	0	2	0	1	0	0	8	~
X_4	0	0	3	0	1	0	15	5
X_5	0	6	5	0	0	1	30	6

angka kunci

koef angka kolom kunci

5. Mengubah nilai-nilai baris kunci

=> dengan cara membaginya dengan angka kunci

Baris baru kunci = baris kunci : angka kunci

sehingga tabel menjadi seperti berikut:

Var.Dsr	Z	X ₁	X ₂	X ₃	X ₄	X ₅	NK	index
Z	1	-3	-5	0	0	0	0	
X ₃	0	2	0	1	0	0	8	~
X ₂	0	0	1	0	1/3	0	5	5
X ₅	0	6	5	0	0	1	30	6

6. Mengubah nilai-nilai selain baris kunci sehingga nilai-nilai kolom kunci

(selain baris kunci) = 0

Baris baru = baris lama – (koefisien angka kolom kunci x nilai baris baru kunci)

Baris Z

Baris lama	[-3	-5	0	0	0	0]	
NBBK	-5	[0	1	0	1/3	0	5]
Baris baru	-3	0	0	5/3	0	25	—

Baris X₃

Baris lama	[2	0	1	0	0	8]	
NBBK	0	[0	1	0	1/3	0	5]
Baris baru	2	0	1	0	0	8	—

Baris X₅

Baris lama	[6	5	0	0	1	30]	
NBBK	5	[0	1	0	1/3	0	5]
Baris baru	6	0	0	-5/3	1	5	—

Masukkan nilai di atas ke dalam tabel, sehingga tabel menjadi seperti berikut:

Var.Dsr	Z	X ₁	X ₂	X ₃	X ₄	X ₅	NK	index
Z	1	-3	0	0	5/3	0	25	
X ₃	0	2	0	1	0	0	8	
X ₂	0	0	1	0	1/3	0	5	
X ₅	0	6	0	0	-5/3	1	5	

7. Melanjutkan perbaikan-perbaikan (langkah 3-6) sampai baris Z tidak ada nilai negatif

Var.Dsr	Z	X ₁	X ₂	X ₃	X ₄	X ₅	NK	index
Z	1	-3	0	0	5/3	0	25	
X ₃	0	2	0	1	0	0	8	4
X ₂	0	0	1	0	1/3	0	5	~
X ₅	0	6	0	0	-5/3	1	5	5/6

Z	1	0	0	0	5/6	1/2	27½	Zmax
X ₃	0	0	0	1	5/9	-1/3	6 1/3	
X ₂	0	0	1	0	1/3	0	5	
X ₁	0	1	0	0	-5/18	1/6	5/6	

Diperoleh hasil: $X_1 = 5/6$, $X_2 = 5$, $Z_{\max} = 27 \frac{1}{2}$

SOAL LATIHAN

1. Selesaikan linear program berikut ini dengan metode Simplex

Maksimumkan $Z = 400X_1 + 300X_2$

Fungsi kendala/ batasan:

1) $4X_1 + 6X_2 \leq 1200$

2) $4X_1 + 2X_2 \leq 800$

3) $X_1 \leq 250$

4) $X_2 \leq 300$

2. Selesaikan linear program berikut ini dengan metode Simplex

$$\text{Maksimumkan } Z = 2X_1 + 3X_2 + X_3$$

Dengan fungsi kendala:

$$1) X_1 + X_2 + X_3 \leq 9$$

$$2) 2X_1 + 3X_2 \leq 25$$

$$3) X_2 + 2X_3 \leq 10$$

$$4) X_1, X_2, X_3 \geq 0$$

PENYIMPANGAN - PENYIMPANGAN BENTUK STANDAR

1. Fungsi batasan dengan tanda sama dengan (=)

=> ditambah dengan variabel buatan

Contoh :

Fungsi kendala:

$$1) 2X_1 \leq 8 \Rightarrow 2X_1 + X_3 = 8$$

$$2) 3X_2 \leq 15 \Rightarrow 3X_2 + X_4 = 15$$

$$3) 6X_1 + 5X_2 = 30 \Rightarrow 6X_1 + 5X_2 + X_5 = 30$$

Fungsi tujuan:

$$Z = 3X_1 + 5X_2 \Rightarrow Z - 3X_1 - 5X_2 + MX_5 = 0$$

Nilai setiap variabel dasar (X_5) harus sebesar 0, sehingga fungsi tujuan harus dikurangi dengan M dikalikan dengan baris batasan yang bersangkutan (3). Nilai baris Z sebagai berikut:

$$\begin{array}{cccccc} & [-3 & -5 & 0 & 0 & M, 0] \\ M & [6 & 5 & 0 & 0 & 1, 30] \\ \hline & (-6M-3) & (-5M-5) & 0 & 0 & 0, -30M \end{array}$$

Tabel:

Var.Dsr	Z	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	NK	index
Z	1	-6M-3	-5M-5	0	0	0	-30M	
X_3	0	2	0	1	0	0	8	4
X_4	0	0	3	0	1	0	15	~
X_5	0	6	5	0	0	1	30	5

VD	Z	X ₁	X ₂	X ₃	X ₄	X ₅	NK	index
Z	1	0	-5M-5	3M+3/2	0	0	-6M+12	
X ₁	0	1	0	1/2	0	0	4	~
X ₄	0	0	3	0	1	0	15	5
X ₅	0	0	5	-3	0	1	6	6/5

Z	1	0	0	-3/2	0	M+1	18	
X ₁	0	1	0	1/2	0	0	4	8
X ₄	0	0	0	9/5	1	-3/5	19/3	5/27
X ₂	0	0	1	-3/5	0	1/5	6/5	-2

Z	1	0	0	0	5/6	M+1/2	27 1/2	max
X ₁	0	1	0	0	-5/18	1/6	5/6	
X ₃	0	0	0	1	5/9	-1/3	6 1/3	
X ₂	0	0	1	0	1/3	0	5	

Diperoleh hasil : $X_1 = 5/6$, $X_2 = 5$ dan $Z_{\max} = 27 \frac{1}{2}$

2. Fungsi tujuan : Minimisasi

Soal minimisasi harus diubah menjadi maksimisasi dengan cara mengganti tanda positif dan negatif pada fungsi tujuan.

Contoh:

Minimumkan $Z = 3X_1 + 5X_2$

Fungsi batasan:

- 1) $2X_1 = 8$
- 2) $3X_2 \leq 15$
- 3) $6X_1 + 5X_2 \geq 30$

Penyelesaian:

Fungsi batasan:

- 1) $2X_1 + X_3 = 8$
- 2) $3X_2 + X_4 = 15$
- 3) $6X_1 + 5X_2 - X_5 + X_6 = 30$

Fungsi tujuan menjadi:

maksimumkan $(-Z) = -3X_1 - 5X_2 - MX_3 - MX_6$

diubah menjadi fungsi implisit $\Rightarrow -Z + 3X_1 + 5X_2 + MX_3 + MX_6 = 0$

Nilai – nilai variabel dasar (X_3 dan X_6) harus = 0, maka:

$$\begin{array}{r}
 [\quad 3 \quad 5 \quad M \quad 0 \quad 0 \quad M \quad , \quad 0 \quad] \\
 -M [\quad 2 \quad 0 \quad 1 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad , \quad 8 \quad] \\
 -M [\quad 6 \quad 5 \quad 0 \quad 0 \quad -1 \quad 1 \quad , \quad 30 \quad] \\
 \hline
 (-8M+3) \quad (-5M+5) \quad 0 \quad 0 \quad M \quad 0 \quad , \quad -38M
 \end{array}$$

Tabel:

VD	Z	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	NK	index
Z	-1	$-8M+3$	$-5M+5$	0	0	0	0	$-38M$	
X_3	0	2	0	1	0	0	0	8	4
X_4	0	0	3	0	1	0	0	15	
X_6	0	6	-5	0	0	-1	1	30	5

Z	-1	3	$-5M+5$	$4M-3/2$	0	M	0	$-6M-12$	
X_1	0	1	0	$\frac{1}{2}$	0	0	0	4	
X_4	0	0	3	0	1	0	0	15	5
X_6	0	0	5	-3	0	-1	1	6	$6/5$

Z	-1	0	0	$M+3/2$	0	1	$M+1$	-18	min
X_1	0	1	0	$\frac{1}{2}$	0	0	0	4	
X_4	0	0	1	$9/5$	1	$3/5$	$-3/5$	$5 \frac{2}{5}$	
X_2	0	0	1	$-3/5$	0	$-1/5$	$1/5$	$6/5$	

(karena $-Z = -18$, maka $Z=18$)

Penyelesaian optimal: $X_1 = 4$, $X_2 = 6/5$ dan $Z_{\min} = 18$

SOAL LATIHAN

1. Minimumkan $Z = 3X_1 + 2X_2$

Fungsi batasan : 1) $X_1 + 2X_2 \geq 20$

$$2) 3X_1 + X_2 \geq 20 \quad , \quad X_1 \geq 0, X_2 \geq 0$$

2. Maksimumkan $Z = 4X_1 + 10X_2 + 6X_3$

Fungsi batasan: 1) $X_1 + 3X_2 + 3X_3 \leq 6$

$$2) 2X_1 - X_2 + 4X_3 = 4$$

$$X_1, X_2, X_3 \geq 0$$

BAB III. DUALITAS

Dalam sebuah pemodelan Pemrograman Linear, terdapat dua konsep yang saling berlawanan. Konsep yang pertama kita sebut Primal dan yang kedua Dual. Bentuk Dual adalah kebalikan dari bentuk Primal. Hubungan Primal dan Dual sebagai berikut:

Masalah Primal (atau Dual)	Masalah Dual (atau Primal)
Koefisien fungsi tujuan	Nilai kanan fungsi batasan
Maksimumkan Z (atau Y)	Minimumkan Y (atau Z)
Batasan i	Variabel y_i (atau x_i)
Bentuk \leq	$y_i \geq 0$
Bentuk $=$	$y_i \geq$ dihilangkan
Variabel X_j	Batasan j
$X_j \geq 0$	Bentuk \geq
$X_j \geq 0$ dihilangkan	Bentuk $=$

Contoh 1:

Primal

Minimumkan $Z = 5X_1 + 2X_2 + X_3$

Fungsi batasan:

$$\begin{array}{lcl} 1) & 2X_1 + 3X_2 + X_3 & \geq 20 \\ 2) & 6X_1 + 8X_2 + 5X_3 & \geq 30 \\ 3) & 7X_1 + X_2 + 3X_3 & \geq 40 \end{array}$$

$$X_1, X_2, X_3 \geq 0$$

Dual

Maksimumkan $Y = 20y_1 + 30y_2 + 40y_3$

Fungsi batasan:

$$\begin{array}{lcl} 1) & 2y_1 + 6y_2 + 7y_3 & \leq 5 \\ 2) & 3y_1 + 8y_2 + y_3 & \leq 2 \\ 3) & y_1 + 5y_2 + 3y_3 & \leq 1 \end{array}$$

$$y_1, y_2, y_3 \geq 0$$

Contoh 2 :

Primal

Minimumkan $Z = 2X_1 + X_2$

Fungsi batasan: 1) $X_1 + 5X_2 \leq 10$

 2) $X_1 + 3X_2 \leq 6$

 3) $2X_1 + 2X_2 \leq 8$

$X_1, X_2 \geq 0$

Dual

Maksimumkan $Y = 10y_1 + 6y_2 + 8y_3$

Fungsi batasan : 1) $y_1 + y_2 + 2y_3 \geq 2$

 2) $5y_1 + 3y_2 + 2y_3 \geq 1$

$y_1, y_2 \geq 0$

Contoh 3:

Primal

Maksimumkan $Z = X_1 + 3X_2 - 2X_3$

Fungsi batasan: 1) $4X_1 + 8X_2 + 6X_3 = 25$

 2) $7X_1 + 5X_2 + 9X_3 = 30$

$X_1, X_2, X_3 \geq 0$

Dual

Minimumkan $Y = 25y_1 + 30y_2$

Fungsi batasan: 1) $4y_1 + 7y_2 \geq 1$

 2) $8y_1 + 5y_2 \geq 3$

 3) $6y_1 + 9y_2 \geq -2$

SOAL LATIHAN

1. Primal

Maksimumkan $Z = 5X_1 + 7X_2$

Fungsi batasan: 1) $2X_1 + X_2 \leq 8$

2) $X_1 + 2X_2 \leq 8$

3) $6X_1 + 7X_2 \leq 42$

$X_1, X_2, X_3 \geq 0$

2. Primal

Maksimumkan $Z = X_1 + 3X_2 - 2X_3$

Fungsi batasan: 1) $4X_1 + 8X_2 + 6X_3 = 25$

2) $7X_1 + 5X_2 + 9X_3 = 30$

$X_1, X_2, X_3 \geq 0$

3. Primal

Minimumkan $Z = 3X_1 + 2X_2 + X_3 + 2X_4 + 3X_5$

Fungsi batasan: 1) $2X_1 + 5X_2 + 4X_4 + X_5 \geq 6$

2) $4X_2 - 2X_3 + 2X_4 + 3X_5 \geq 5$

3) $X_1 - 6X_2 + 3X_3 + 7X_4 + 5X_5 \leq 7$

$X_1, X_2, X_3, X_4, X_5 \geq 0$

4. Primal

Minimumkan $Z = X_1 + 2X_2 + X_3$

Fungsi batasan: 1) $X_2 + X_3 = 1$

2) $3X_1 + X_2 + 3X_3 = 4$

$X_1, X_2, X_3 \geq 0$