

四川大学期末考试试题（闭卷）
(2015——2016 学年第 1 学期) A 卷

课程号：201137050 课序号： 课程名称：微积分（I）-1 任课教师： 成绩：
适用专业年级： 学生人数： 印题份数： 学号： 姓名：

考 生 承 诺

我已认真阅读并知晓《四川大学考场规则》和《四川大学本科学生考试违纪作弊处分规定（修订）》，郑重承诺：

- 1、已按要求将考试禁止携带的文具用品或与考试有关的物品放置在指定地点；
- 2、不带手机进入考场；
- 3、考试期间遵守以上两项规定，若有违规行为，同意按照有关条款接受处理。

考生签名：

注：考试时间 120 分钟。请将答案写在答题纸规定的方框内，否则记 0 分。

一、填空题(每小题 3 分，共 21 分)

1. 设函数 $f(x) = \begin{cases} \frac{e^x - 1}{x}, & x \neq 0 \\ a, & x = 0 \end{cases}$ ，若 $f(x)$ 在 $x = 0$ 处连续，则 $a = (\quad)$.

2. 若 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x} = 4$ ，则 $f'(0) = (\quad)$.

3. 设 $f(x) = xe^{-x}$ ，则 $f(x)$ 的单调减少的凸区间是() .

4. $\int \frac{x^2}{x^2 + 1} dx = (\quad)$.

5. 由曲线 $y = \sqrt{x}$, $x = 1$, $y = 0$ 围成的平面区域绕 x 轴旋转一周得到的旋转体的体积是() .

6. 将函数 $y = x(-\pi \leq x \leq \pi)$ 展开成傅立叶级数，则展开式中 $\cos 2x$ 项的系数 a_2 是() .

7. 若级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{a^n n!}{n^n}$ ($a > 0$) 发散，则 a 的取值范围是() .

二、计算题 (每小题 9 分, 共 45 分)

1. 计算极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e - e^{\cos x}}{\sqrt{1+x^2} - 1}$.
2. 由方程 $ye^{xy} = 1 - x$ 确定函数 $y = y(x)$, 计算 $y''(0)$.
3. 计算不定积分 $\int \ln(1 + \sqrt{x}) dx$.
4. 计算定积分 $\int_0^1 \frac{x+1}{\sqrt{1+x^2}} dx$.
5. 求曲线 $y = \frac{1}{x} + \ln(1 + e^x)$ 的所有渐近线.

三、解答题 (每小题 10 分, 共 20 分)

1. 求幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} x^{2n}$ 的收敛域与和函数.
2. 已知曲线 $y = x^2$ 与 $y = ax$ ($0 < a < 1$) 所围成图形的面积为 S_1 , 曲线 $y = x^2$, $y = ax$ 与 $x = 1$ 所围成图形的面积为 S_2 , 确定 a 的值, 使 $S_1 + S_2$ 达到最小, 并求出 $S_1 + S_2$ 的最小值.

四、证明题 (每小题 7 分, 共 14 分)

1. 设级数 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n^2$ 收敛, 求证: 级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n}{n}$ 也收敛.
2. 设 $f(x)$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 内有二阶连续导数, 且 $f(0) = f(1) = 0$, 求证: 存在 $\xi \in (0, 1)$, 使得 $\xi f''(\xi) + 2f'(\xi) = 0$.