四川大学期末考试试题（闭卷）

（2018——2019 学年第 1 学期） A 卷

课程号：201137050　　课序号：　　课程名称：微积分（I）-1　　任课教师：　　成绩：

适用专业年级：理工　　学生人数：　　印题份数：　　学号：　　姓名：

考 生 承 诺

我已认真阅读并知晓《四川大学考场规则》和《四川大学本科学生考试违纪作弊处分规定（修订）》，郑重承诺：

1、已按要求将考试禁止携带的文具用品或与考试有关的物品放置在指定地点；

2、不带手机进入考场；

3、考试期间遵守以上两项规定，若有违规行为，同意按照有关条款接受处理。

考生签名：

注：考试时间为 120 分钟。请将答案写在答题纸规定的方框内，否则记 0 分。

一、填空题（每小题 4 分，共 24 分）

1.已知矢量 $|\vec{a}|=1,|\vec{b}|=2$，且 $\vec{a}\cdot\vec{b}=1$，则 $|\vec{a}\times\vec{b}|=$ _______.

2.已知 $f'(0)=1$，则极限 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{f(2x)-f(-x)}{x}=$ _______.

3.极限 $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1}{n}[\sin\dfrac{\pi}{n}+\sin\dfrac{2\pi}{n}+\cdots+\sin\dfrac{n\pi}{n}]=$ _______.

4.判断广义积分 $\int_1^{+\infty}\dfrac{1}{x^2-2x+2}\mathrm{d}x$ 的敛散性(填收敛或发散)_______.

5.设 $f(x)=x^2\cos x$，则 $f^{(5)}(0)=$ _______.

6.若 $f(x)=\begin{cases}(1+\sin x)^{\frac{1}{\ln(1+x)}}, & x\neq 0\\ a, & x=0\end{cases}$ 在 $x=0$ 处连续，则 $a=$ _______.

二、计算题（每小题 8 分，共 40 分）

1.求极限 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(1+x)-\sin x+\dfrac{x^2}{2}}{\sin^3 x}$.

2.求不定积分$\int \frac{1+2x+\arctan x}{1+x^2}\mathrm{d}x$.

3.计算定积分$\int_{-1}^{1}(x^3\sqrt{1+x^6}+\frac{|x|^3}{\sqrt{1-x^2}})\mathrm{d}x$.

4.设方程 $y=1+\int_0^{xy}e^{t^2}\mathrm{d}t$ 可确定 y 是 x 的函数 $y=y(x)$，求 $\frac{dy}{dx}|_{x=0}$ 的值.

5.设实数 $a\in(0,2]$, $f(x)=\frac{1}{3}x^3-ax$, $x\in[0,a]$，试求 $f(x)$ 在区间 $[0,a]$ 上的最小值.

三、解答题（每小题 10 分，共 20 分）

1.设有两直线 $L_1:\frac{x}{1}=\frac{y-1}{-1}=\frac{z-2}{1}$ 和 $L_2:\frac{x-1}{1}=\frac{y-2}{1}=\frac{z}{2}$，

（1）求 L_1 与 L_2 的夹角；

（2）求经过 L_1 且平行 L_2 的平面方程；

（3）求 L_1 与 L_2 之间的最短距离.

2.设平面内曲线 $y=\sqrt{2x}$ 和直线 $y=x-4$ 及 x 轴围成的图形为 D，

（1）求 D 的面积；

（2）求 D 绕 x 轴旋转一周所成立体的体积.

四、证明题（每小题 8 分，共 16 分）

1.设函数 $f(x)$ 在区间 $[a,b]$ 上可导，且 $f'(x)\geq 0$，试证明

$$2\int_a^b xf(x)\mathrm{d}x\geq(a+b)\int_a^b f(x)\mathrm{d}x.$$

2.设函数 $f(x)$ 在闭区间 $[0,1]$ 上有连续的一阶导数，且 $f(x)$ 不恒为 0，若 $f(\frac{1}{n})=0\,(n=1,2,\cdots)$

证明：　(1) $f(0)=0$；　(2) $f'_+(0)=0$.

试卷编号：