

四川大学期末考试试题（闭卷）
（2017——2018 学年第 1 学期） A 卷

课程号：201137050 课序号： 课程名称：微积分 1-1 任课教师： 成绩：
适用专业年级：理工 学生人数： 印题份数： 学号： 姓名：

考 生 承 诺

我已认真阅读并知晓《四川大学考场规则》和《四川大学本科学生考试违纪作弊处分规定（修订）》，郑重承诺：

- 1、已按要求将考试禁止携带的文具用品或与考试有关的物品放置在指定地点；
- 2、不带手机进入考场；
- 3、考试期间遵守以上两项规定，若有违规行为，同意按照有关条款接受处理。

考生签名：

一、填空题（每小题 3 分，共 18 分）

1. 幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^2} x^n$ 的收敛域是_____；

2. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{1+x}-1}{\ln(1+x)}, & x \neq 0 \\ a, & x = 0 \end{cases}$ 在 $x=0$ 处连续，则 $a =$ _____；

3. 定积分 $\int_{-1}^1 (x^3 e^{x^2+1} + \frac{1}{1+x^2}) dx =$ _____；

4. 已知 $f(x) = (x-1)^2 e^x$ ，则 $f^{(2018)}(1) =$ _____；

5. 周期为 2π 的周期函数在 $[-\pi, \pi)$ 上的表达式为 $f(x) = |x|$ ，将其展开为傅里叶级数，则展开式中 $\cos x$ 项的系数 $a_1 =$ _____；

6. 设 $y = f(x)$ 的反函数为 $y = g(x)$ ， $f(1) = 2$ ， $f'(1) = 1$ ，则 $y = g(1+x^2)$ 在 $x=1$ 处的导数值为_____。

二、计算题（每小题 8 分，共 48 分）

1. 计算不定积分 $\int (\frac{\ln x}{x} + x(x-1)^{2018}) dx$ 。

2. 设 $f''(x)$ 在 $[0, 2]$ 上连续, 且 $f(0)=1$, $f(2)=7$, $f'(2)=5$, 求 $\int_0^1 x f''(2x) dx$.

3. 求极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_0^x \ln(1+t) dt}{(e^x - 1) \sin x}$.

4. 已知函数 $f(u)$ 可导, $f(0)=0$, 且由方程 $f(x^2 y) + e^{x+y} = e - x$ 可确定 y 是 x 的函数, 求

$$\frac{dy}{dx} \Big|_{x=0}.$$

5. 将函数 $f(x) = \ln \frac{1+x}{1-x}$ 展开成麦克劳林级数, 并求 $f^{(2017)}(0)$.

6. 判断无穷限广义积分 $\int_0^{+\infty} \frac{2x}{x^4 + 2x^2 + 1} dx$ 的敛散性.

三、解答题 (每小题 10 分, 共 20 分)

1. 设两曲线为 $l_1: y = x^2$, $l_2: x + y = 2$.

(1) 求 l_1 在点 $x=0$ 处的曲率;

(2) 求 l_1 与 l_2 所围成图形的面积;

(3) l_1 与 l_2 围成的图形绕 x 轴旋转一周, 求旋转体的体积.

2. 讨论方程 $k - e^{-x} x^2 = 0$ (其中 k 为参数) 有几个实根, 并说明理由.

四、证明题 (每小题 7 分, 共 14 分)

1. 证明正项级数 $\sum_{n=1}^{\infty} (\cos \frac{1}{\sqrt{n}})^{n^2}$ 收敛.

2. 设 $f(x)$ 在 $[0, 1]$ 上连续, 在 $(0, 1)$ 内二阶可导, 且 $|f''(x)| \geq 1$, 又 $f(0) = f(1) = 0$,

(1) 设 $|f(x_0)| = \max_{0 \leq x \leq 1} |f(x)|$, 证明 $x_0 \in (0, 1)$; (2) 证明 $|f(x_0)| \geq \frac{1}{8}$.