

Летний коллоквиум по математическому анализу

hse-ami-open-exams

Содержание

- 1 Первообразная и неопределенный интеграл. Определение и основные свойства (до замены переменной и интегрирования по частям). 2
- 2 Первообразная и неопределенный интеграл. Определение и основные правила интегрирования: метод замены переменной и метод интегрирования по частям. 2
- 3 Понятие элементарной функции и интегрируемости в элементарных функциях. Примеры функций, неинтегрируемых в элементарных функциях (без доказательства). Классы функций, интегрируемых в элементарных (без доказательства). 2
- 4 Многочлены и рациональные функции и интегрируемости в элементарных функциях. Примеры функций, неинтегрируемых в элементарных функциях (без доказательства). Классы функций, интегрируемых в элементарных (без доказательства). 2
- 5 Теорема о разложении рациональной функции в сумму простейших дробей (формулировка для общего случая, доказательство достаточно привести для случая, когда знаменатель не содержит неприводимых квадратных множителей). 2
- 6 Алгоритм интегрирования функций вида $\frac{Mx+N}{(x^2+bx+c)^n}$, где $b^2 - 4c < 0, n \in \mathbb{N}$. 2
- 7 Рационализируемые интегралы. Алгоритм интегрирования функций вида $R(\cos x, \sin x)$ и $R(x, \sqrt[n]{\frac{ax+b}{cx+d}})$, где $R(u, v)$ – рациональная функция, $n \in \mathbb{N}, ad - bc \neq 0$. 3
- 8 Рационализируемые интегралы. Алгоритм интегрирования функций вида $R(x, \sqrt{ax^2 + bx + c})$, где $R(u, v)$ – рациональная функция. Нужно либо дать определение подстановок Эйлера, и объяснить, почему они работают, либо доказать, что у квадратики существует рациональная параметризация. 3
- 9 Определенный интеграл. Основные определения: разбиение отрезка, размеченное разбиение, интегральная сумма Римана, определенный интеграл Римана, верхняя и нижняя суммы Дарбу. Необходимое условие интегрируемости функции на отрезке. Пример ограниченной функции, которая интегрируема по Риману. 3
- 10 Критерий интегрируемости функции на отрезке (с доказательством и определением необходимых понятий). 3
- 11 Теорема об интегрируемости монотонной функции (с доказательством). Теорема об интегрируемости кусочно непрерывной функции (определение кусочно непрерывной функции и формулировка теоремы). 3
- 12 Теорема Кантора о функции, непрерывной на отрезке (с доказательством). Теорема об интегрируемости непрерывной функции на отрезке (с доказательством). 4

- 1 Первообразная и неопределенный интеграл. Определение и основные свойства (до замены переменной и интегрирования по частям).
—
- 2 Первообразная и неопределенный интеграл. Определение и основные правила интегрирования: метод замены переменной и метод интегрирования по частям.
—
- 3 Понятие элементарной функции и интегрируемости в элементарных функциях. Примеры функций, неинтегрируемых в элементарных функциях (без доказательства). Классы функций, интегрируемых в элементарных (без доказательства).
—
- 4 Многочлены и рациональные функции и интегрируемости в элементарных функциях. Примеры функций, неинтегрируемых в элементарных функциях (без доказательства). Классы функций, интегрируемых в элементарных (без доказательства).
—
- 5 Теорема о разложении рациональной функции в сумму простейших дробей (формулировка для общего случая, доказательство достаточно привести для случая, когда знаменатель не содержит неприводимых квадратных множителей).
—
- 6 Алгоритм интегрирования функций вида $\frac{Mx+N}{(x^2+bx+c)^n}$, где $b^2 - 4c < 0, n \in \mathbb{N}$.
—

- 7 Рационализируемые интегралы. Алгоритм интегрирования функций вида $R(\cos x, \sin x)$ и $R(x, \sqrt[n]{\frac{ax+b}{cx+d}})$, где $R(u, v)$ – рациональная функция, $n \in \mathbb{N}$, $ad - bc \neq 0$.
- 8 Рационализируемые интегралы. Алгоритм интегрирования функций вида $R(x, \sqrt{ax^2 + bx + c})$, где $R(u, v)$ – рациональная функция. Нужно либо дать определение подстановок Эйлера, и объяснить, почему они работают, либо доказать, что у квадратики существует рациональная параметризация.
- 9 Определенный интеграл. Основные определения: разбиение отрезка, размеченное разбиение, интегральная сумма Римана, определенный интеграл Римана, верхняя и нижняя суммы Дарбу. Необходимое условие интегрируемости функции на отрезке. Пример ограниченной функции, которая интегрируема по Риману.
- 10 Критерий интегрируемости функции на отрезке (с доказательством и определением необходимых понятий).
- 11 Теорема об интегрируемости монотонной функции (с доказательством). Теорема об интегрируемости кусочно непрерывной функции (определение кусочно непрерывной функции и формулировка теоремы).

- 12 Теорема Кантора о функции, непрерывной на отрезке (с доказательством). Теорема об интегрируемости непрерывной функции на отрезке (с доказательством).
-