

Lépésszám becslések:

- (i) $f(n) \in O(g(n))$ ha $\exists c > 0$ és $\exists n_0 \in \mathbb{N}^+$: $f(n) \leq c \cdot g(n)$ ha $n \geq n_0$.
- (ii) $f(n) \in \Omega(g(n))$ ha $\exists d > 0$ és $\exists n_0 \in \mathbb{N}^+$: $f(n) \geq d \cdot g(n)$ ha $n \geq n_0$.
- (iii) $f(n) \in \Theta(g(n))$ ha $f(n) \in O(g(n))$ és $f(n) \in \Omega(g(n))$.

$$1 \ll \log n \ll \dots \ll \log^{100} n \ll n \ll n \log n \ll \dots \ll n \log^{100} n \ll n^2 \ll 2^n \ll n! \ll n^n$$

Det hiányos VA nyelve: $L(M) = \{w \in \Sigma^* \mid w\text{-t el tudja olvasni és a végén } F\text{-beliben van}\}.$

Nemdet VA nyelve: $L(M) = \{w \in \Sigma^* \mid \text{van } w\text{-hez olyan számítás, amin elolvas végig és elfogad}\}.$

Tétel: Ha L -re van hiányos DVA, akkor van rá teljes DVA is.

Tétel: Ha L -re van nemdet VA, akkor van teljes DVA is.

Reguláris nyelv: L reguláris, ha van rá véges automata.

Tétel: $a^n b^n$ alakú szavak nyelve nem reguláris, azaz nincs rá det, teljes VA.

CF nyelvtan által generált nyelv: $L(G) = \{w \in \Sigma^* \mid S \Rightarrow \dots \Rightarrow w \text{ (azaz van levezetés } w\text{-ig)}\}.$

Amikor azt állítjuk, hogy egy CF nyelvtan egy adott nyelvet generál, akkor meg kell mutatni, hogy **azt és csak azt** a nyelvet generálja. pl:

$$\begin{cases} L(G) \subseteq \{1. \text{ betű} = \text{utolsó}\} - (\text{azaz csak ilyen szavakat tud generálni}) \\ L(G) \supseteq \{1. \text{ betű} = \text{utolsó}\} - (\text{azaz minden ilyen szót generál}) \end{cases}$$

CF nyelvtan által generált nyelv: $L(G) = \{w \in \Sigma^* \mid S \Rightarrow \dots \Rightarrow w \text{ (azaz van levezetés } w\text{-ig)}\}.$

Nemdet PDA nyelve: $L(M) = \{w \in \Sigma^* \mid \text{van olyan futás, amire } w\text{-t elolvassa és elfogadó állapotba ér}\}$

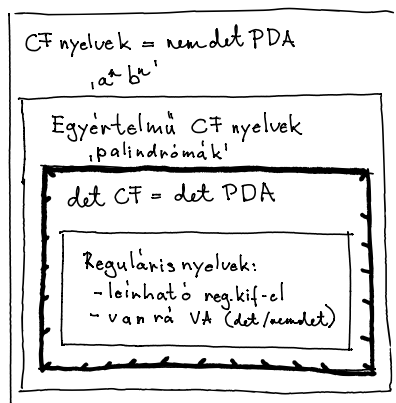
Tétel: $\{a^n b^n c^n \mid n \geq 1\}$ alakú szavak nyelvére nincs PDA.

Tétel: L -re van G CF nyelvtan: $L(G) = L \iff L$ -re van M nemdet PDA: $L(M) = L$

CF nyelv: L nyelv CF nyelv ha van rá G CF nyelvtan: $L(G) = L$ (= van rá M nemdet PDA: $L(M) = L$).

Determinisztikus CF nyelv: L nyelv det CF nyelv ha van rá det PDA.

Tétel: L -re van det PDA $\Rightarrow L$ -re van egyértelmű CF nyelvtan.



Turing - gépek - algo
 $a^* b^* c^*$

Diagonális nyelv: $L_d = \{w \in \{0,1\}^* \mid \exists M_w (w \text{ egy TG-et kódol és } w \notin L(M_w) \text{ (} w\text{-t nem fogadja el a TG)})\}$

Állítás: Nincs olyan M TG amire $L(M) = L_d$

Megállási nyelv: $L_h = \{w\#s \mid w \in \{0,1\}^*, s \in \{0,1\}^* \text{ és } \exists M_w \text{ és } M_w \text{ leáll } s\text{-en}\}$ ($w\#s$ egy szópárt jelöl)

Állítás: L_h -ra van TG de nincs **mindig leálló** TG.

Church-Turing tézis:

- (i) L nyelvre van algoritmikus eljárás, ami éppen L szavait fogadja el $\iff L$ -re van M TG: $L(M) = L$.
- (ii) L nyelvre van mindig leálló algoritmus, ami L szavait fogadja el $\iff L$ -re van mindig leálló M TG: $L(M) = L$.

Tétel: L -re van M nemdet TG: $L(M) : L \iff L$ -re van M' det TG: $L(M') : L$.

P: Azon L nyelvek, amelyekre van M polinom időkorlátos det TG: $L(M) = L$

NP: Azon L nyelvek, amelyekre van M polinom időkorlátos nemdet TG: $L(M) = L$

coNP: Azon L nyelvek, amelyeknek a komplementere NP-beli.

Tanú tétel: $L \in \text{NP}$ akkor és csak akkor, ha $\exists c_1, c_2 > 0$ és L_1 szópárokból áll:

- (i) $L_1 \in \text{P}$, azaz (x, y) párról gyorsan eldönthető, hogy jó pár-e.
- (ii) $x \in L \iff \exists y : |y| \leq c_1 \cdot |x|^{c_2} \text{ és } (x, y) \in L_1$.

Tétel: $\text{P} \subseteq \text{coNP}$

Karp redukálhatóság: L_1 és L_2 két $\{0,1\}^*$ -beli nyelv. $L_1 \prec L_2$: L_1 Karp-redukálható L_2 -re, ha $\exists f : \{0,1\}^* \rightarrow \{0,1\}^*$ és

- (i) f minden $\{0,1\}^*$ -beli szón értelmezett
- (ii) $f(x)$ gyorsan számolható: $O(|x|^{c_1})$ időben
- (iii) $x \in L_1 \iff f(x) \in L_2$.

NP teljes: Y probléma NP-teljes, ha:

- (i) $Y \in \text{NP}$
- (ii) $\forall X \in \text{NP} : X \prec Y$

Karp redukció tulajdonságai:

- (i) Ha $X \prec Y$ és $Y \in \text{P}$, akkor $X \in \text{P}$.
- (ii) Ha $X \prec Y$ és $Y \in \text{NP}$, akkor $X \in \text{NP}$.
- (iii) Ha $X \prec Y$, akkor $\overline{X} \prec \overline{Y}$.
- (iv) Ha $X \prec Y$ és $Y \in \text{coNP}$, akkor $X \in \text{coNP}$.
- (v) Ha $X \prec Y$ és $Y \in \text{NP} \cap \text{coNP}$, akkor $X \in \text{NP} \cap \text{coNP}$.
- (vi) Ha $X \prec Y$ és $Y \prec Z$, akkor $X \prec Z$.

NP-teljes nyelvek:

- (i) SAT, 3SAT
- (ii) 3-SZÍN, 4-SZÍN, ..., k -SZÍN ($3\text{-SAT} \prec 3\text{-SZÍN}$, $3\text{-SZÍN} \prec 4\text{-SZÍN}$, ...)
- (iii) HAM, HAM-ÚT ($3\text{-SAT} \prec \text{HAM}$, $3\text{-SAT} \prec \text{HAM-ÚT}$)
- (iv) MAXFTLEN ($3\text{-SZÍN} \prec \text{MAXFTLEN}$)
- (v) MAXKLIKK ($\text{MAXFTLEN} \prec \text{MAXKLIKK}$)
- (vi) RH ($\text{SAT} \prec \text{RH}$)
- (vii) PARTÍCIÓ ($\text{RH} \prec \text{PARTÍCIÓ}$)