

Ещё пример задания:

P-00 (демо-2021). Квадрат разлинован на $N \times N$ клеток ($1 < N < 17$). Исполнитель Робот может перемещаться по клеткам, выполняя за одно перемещение одну из двух команд: вправо или вниз. По команде вправо Робот перемещается в соседнюю правую клетку, по команде вниз – в соседнюю нижнюю. При попытке выхода за границу квадрата Робот разрушается. Перед каждым запуском Робота в каждой клетке квадрата лежит монета достоинством от 1 до 100. Посетив клетку, Робот забирает монету с собой; это также относится к начальной и конечной клетке маршрута Робота. Определите максимальную и минимальную денежную сумму, которую может собрать Робот, пройдя из левой верхней клетки в правую нижнюю. В ответе укажите два числа – сначала максимальную сумму, затем минимальную.

Исходные данные записаны в файле **18-0.xls** в виде электронной таблицы размером $N \times N$, каждая ячейка которой соответствует клетке квадрата.

Решение (электронные таблицы):

- 1) откроем электронную таблицу и увидим следующую таблицу размером 10 на 10:

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1	51	21	93	48	45	100	67	39	18	29	
2	57	43	97	51	92	10	93	32	19	58	
3	63	16	31	16	78	88	90	72	37	67	
4	10	57	64	25	96	50	81	65	91	69	
5	99	43	95	7	40	76	18	34	5	65	
6	35	19	71	77	64	38	62	56	10	2	
7	100	57	27	26	51	33	100	11	53	1	
8	11	79	49	46	37	69	80	31	25	39	
9	22	71	20	23	11	12	39	16	64	34	
10	4	25	87	84	30	48	77	13	40	33	
11

Робот начинает движение из верхнего левого угла (из ячейки A1) и перемещается в правый нижний (то есть в J10)

- 2) при использовании метода динамического программирования требуется выделить для вычислений дополнительную таблицу такого же размера; проще всего сделать так:
 - скопировать исходную таблицу вниз
 - обвести её рамкой (и/или выделить фоном), чтобы запомнить исходный размер;
 - стереть все данные в копии.

Вот что должно получиться:

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	
1	51	21	93	48	45	100	67	39	18	29	
2	57	43	97	51	92	10	93	32	19	58	
3	63	16	31	16	78	88	90	72	37	67	
4	10	57	64	25	96	50	81	65	91	69	
5	99	43	95	7	40	76	18	34	5	65	
6	35	19	71	77	64	38	62	56	10	2	
7	100	57	27	26	51	33	100	11	53	1	
8	11	79	49	46	37	69	80	31	25	39	
9	22	71	20	23	11	12	39	16	64	34	
10	4	25	87	84	30	48	77	13	40	33	
11
12
13
14
15
16
17
18
19
20
21
22

- 3) дальше мы будем работать только с областью, выделенной жёлтым фоном

- 4) предположим, что робот уже находится в правом нижнем углу; в этом случае он может получить только сумму в этой ячейке, то есть величину J10; записываем в J22 формулу $=J10$; после ввода формулы видим в ячейке J22 значение 33, как и ожидалось:

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	
1	51	21	93	48	45	100	67	39	18	29	
2	57	43	97	51	92	10	93	32	19	58	
3	63	16	31	16	78	88	90	72	37	67	
4	10	57	64	25	96	50	81	65	91	69	
5	99	43	95	7	40	76	18	34	5	65	
6	35	19	71	77	64	38	62	56	10	2	
7	100	57	27	26	51	33	100	11	53	1	
8	11	79	49	46	37	69	80	31	25	39	
9	22	71	20	23	11	12	39	16	64	34	
10	4	25	87	84	30	48	77	13	40	33	
11
12
13
14
15
16
17
18
19
20
21
22

- 5) рассмотрим нижний ряд: если Робот находится в одной из ячеек последней строки 10, то он может идти только вправо, собирая монеты в последней строке; например, начав движение из ячейки I10 он соберёт монету в этой ячейке и во всех (в данном случае – в одной) следующих, то есть формула в ячейке I22 должна быть $=I10+J22$; обратите внимание, что первая ссылка в формуле (I10) обращается к исходной таблице (берёт из неё одно значение), а вторая (J22) – к рабочей (берёт всё накопленное далее); неудивительно, что в I22 появляется число 73:

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	
1	51	21	93	48	45	100	67	39	18	29	
2	57	43	97	51	92	10	93	32	19	58	
3	63	16	31	16	78	88	90	72	37	67	
4	10	57	64	25	96	50	81	65	91	69	
5	99	43	95	7	40	76	18	34	5	65	
6	35	19	71	77	64	38	62	56	10	2	
7	100	57	27	26	51	33	100	11	53	1	
8	11	79	49	46	37	69	80	31	25	39	
9	22	71	20	23	11	12	39	16	64	34	
10	4	25	87	84	30	48	77	13	40	33	
11
12
13
14
15
16
17
18
19
20
21
22

- 6) эту формулу копируем (протаскиваем за маркер заполнения) по всей строке 22:

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	51	21	93	48	45	100	67	39	18
2	57	43	97	51	92	10	93	32	19
3	63	16	31	16	78	88	90	72	37
4	10	57	64	25	96	50	81	65	91
5	99	43	95	7	40	76	18	34	5
6	35	19	71	77	64	38	62	56	10
7	100	57	27	26	51	33	100	11	53
8	11	79	49	46	37	69	80	31	25
9	22	71	20	23	11	12	39	16	64
10	4	25	87	84	30	48	77	13	40
11									
12									
13									
14									
15									
16									
17									
18									
19									
20									
21									
22	441	437	412	325	241	211	163	86	73

здесь хорошо видно, что для того чтобы сумма накапливалась, вторая ссылка в формуле должна указывать на строку 22, а не на строку 10

- 7) аналогично если Робот находится в последнем столбце, он может двигаться только вниз, собирая по пути все монеты; вводим в ячейку J21 формулу =J9+J22 и протаскиваем (копируем) её вверх на весь столбец J вспомогательной таблицы:

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	51	21	93	48	45	100	67	39	18
2	57	43	97	51	92	10	93	32	19
3	63	16	31	16	78	88	90	72	37
4	10	57	64	25	96	50	81	65	91
5	99	43	95	7	40	76	18	34	5
6	35	19	71	77	64	38	62	56	10
7	100	57	27	26	51	33	100	11	53
8	11	79	49	46	37	69	80	31	25
9	22	71	20	23	11	12	39	16	64
10	4	25	87	84	30	48	77	13	40
11									
12									
13									397
14								368	
15								310	
16								243	
17								174	
18								109	
19								107	
20								106	
21								67	
22	441	437	412	325	241	211	163	86	73

- 8) займёмся центральными ячейками жёлтой таблицы, которые пока не заполнены; пусть Робот находится в ячейке I9; тогда для того, чтобы получить максимальную сумму, ему нужно выбрать лучший из двух путей – пойти в I10 или в J9; из второй таблицы видим, что в первом случае дополнительно к значению I9 он получит сумму 73, а во втором – только 67. поэтому выгоднее первый вариант; в формуле нужно выбрать максимум из значений ячеек I10 и J9, получаем =I9+МАКС(I22;J21); обратите внимание, что оба аргумента функции МАКС находятся в рабочей таблице

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	51	21	93	48	45	100	67	39	18
2	57	43	97	51	92	10	93	32	19
3	63	16	31	16	78	88	90	72	37
4	10	57	64	25	96	50	81	65	91
5	99	43	95	7	40	76	18	34	5
6	35	19	71	77	64	38	62	56	10
7	100	57	27	26	51	33	100	11	53
8	11	79	49	46	37	69	80	31	25
9	22	71	20	23	11	12	39	16	64
10	4	25	87	84	30	48	77	13	40
11									
12									
13									397
14								368	
15								310	
16								243	
17								174	
18								109	
19								107	
20								106	
21								67	
22	441	437	412	325	241	211	163	86	73

- 9) для всех оставшихся ячеек принцип вычисления максимальной суммы тот же самый: нужно добавить к значению этой ячейки в исходной таблице максимум из накопленных сумм, которые Робот собирает в случае двух возможных шагов; копируем формулу из I21 на весь диапазон A13 : I21 (сначала можно растянуть формулу на диапазон-столбец I13 : I21, а затем этот диапазон – на нужный диапазон A13 : I21)

Первый ответ к задаче – это максимальная сумма, накопленная при движении из левого верхнего угла; она записана в левом верхнем углу рабочей таблицы, то есть в ячейке A13 (она выделена зелёным фоном):

13	1204	1153	1132	990	938	893	793	542	415	397
14	1139	1082	1039	942	891	736	726	503	390	368
15	1004	926	884	815	799	721	633	471	371	310
16	941	910	853	729	704	608	543	399	334	243
17	931	832	789	630	598	558	462	316	230	174
18	779	713	694	623	546	482	444	282	225	109
19	744	644	519	492	466	415	382	226	215	107
20	598	587	483	434	388	351	282	193	162	106
21	530	508	432	348	252	223	202	153	137	67
22	441	437	412	325	241	211	163	86	73	33

- 10) чтобы найти наименьшую возможную сумму, нужно в формуле в п. 9 заменить функцию МАКС на МИН: =I9+МИН(I22;J21)

13	502	451	532	439	537	495	395	328	289	397
14	487	430	468	391	492	400	396	303	271	368
15	450	387	371	340	466	390	347	295	252	310
16	455	445	388	324	388	302	257	223	215	243
17	493	402	394	299	292	252	176	158	124	174
18	394	359	354	336	316	275	237	175	119	109
19	411	340	283	259	252	255	244	144	160	107
20	311	335	256	233	201	222	213	133	131	106
21	300	278	207	187	164	153	141	102	131	67
22	441	437	412	325	241	211	163	86	73	33

11) Ответ: 1204 502

12) заметим, что решение никак не зависит от того, что таблица квадратная; этот метод так же хорошо работает и для любых прямоугольных таблиц

13) видеоразбор решения этой задачи сделал А. Сидоров (<https://www.youtube.com/watch?v=xoKzzj5QX18>)

14) можно обойтись вообще одной формулой, если добавить к рабочей таблице дополнительно нулевую строку внизу и нулевой столбец справа (Д.Ф. Муфаззолов, М.В. Кузнецова):

12											
13	1204	1153	1132	990	938	893	793	542	415	397	0
14	1139	1082	1039	942	891	736	726	503	390	368	0
15	1004	926	884	815	799	721	633	471	371	310	0
16	941	910	853	729	704	608	543	399	334	243	0
17	931	832	789	630	598	558	462	316	230	174	0
18	779	713	694	623	546	482	444	282	225	109	0
19	744	644	519	492	466	415	382	226	215	107	0
20	598	587	483	434	388	351	282	193	162	106	0
21	530	508	432	348	252	223	202	153	137	67	0
22	441	437	412	325	241	211	163	86	73	33	0
23	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

15) в этом случае во все ячейки можно скопировать ту формулу, которую мы внесли в ячейку I21

16) поскольку функции **МАКС** и **МИН** игнорируют пустые ячейки, записывать в дополнительные ячейки нули вообще не нужно!;

17) удобнее всего вписать в ячейку J22, соответствующую конечной точке маршрута, аналогичную формулу **=J10+МАКС (J23;K22)**

и затем скопировать её во все остальные ячейки рабочей таблицы

18) (**М.В. Кузнецова**) если вам удобнее заполнять таблицу слева направо и сверху вниз, можно найти стоимость обратного маршрута (из правой нижней ячейки в левую верхнюю), ведь в данной задаче они одинаковы; для этого освобождаем строку выше и столбец, левее рабочей таблицы и вводим в её левый верхний угол формулу **=A1+МАКС (A13;B12)**; эту формулу копируем на всю таблицу, и считываем ответ в правом нижнем углу рабочей таблицы:

1	51	21	93	48	45	100	67	39	18	29	
2	57	43	97	51	92	10	93	32	19	58	
3	63	16	31	16	78	88	90	72	37	67	
4	10	57	64	25	96	50	81	65	91	69	
5	49	43	95	7	40	76	18	34	5	65	
6	34	19	71	77	64	38	62	56	10	2	
7	100	57	27	26	51	33	100	11	53	1	
8	11	79	49	46	37	69	80	31	25	39	
9	22	71	20	23	11	12	39	16	64	34	
10	4	25	87	84	30	48	77	13	40	33	
11											
12											
13	51	72	165	213	258	358	425	464	482	511	
14		151	262	313	405	415	518	550	569	627	
15		17	4	243	279	483	571	661	733	770	837
16						629	742	807	898	967	
17						705	760	841	903	1032	
18						800	822	897	913	1034	
19						743	822	897	913	1034	
20						776	922	933	986	1035	
21						845	1002	1035	1058	1097	
22						1041	1057	1122	1156		
23						1118	1131	1171	1204		