

共線条件式 基礎的な事項

国土地理院 小白井 亮一

筆者は「写真測量の基礎数学」と題して、平成22年10月から平成24年4月まで、本誌の連載において、写真測量の基本となる部分を解説しました。具体的には、三角関数の基礎から、写真測量の基本的な関係式である共線条件式の導出やその意義といったところまでの内容です。

今回の連載では、共線条件式やそれに関わる計測の幾何学などを基軸にして、解析写真測量やデジタル写真測量を理解する上で必要となる数学的な内容などについて、できるだけ分かりやすく解説したいと考えています。大学(学部)などの教育の場で扱うと思われる写真測量の基礎的な考え方(理論)が中心ですので、測量に関する学校教育のほか、技術者の新人研修、個人的な独習(復習)において役立つでしょう。

今回も、内容の理解を促進するためにオリジナルの図解を多用したいと思います。また、数式事項については、できるだけ基礎にさかのぼって解説したいところですが、誌面の制約もあり、本誌における筆者の過去の連載(「数学の物語(平成16年10月から平成17年12月)」や前出の「写真測量の基礎数学」あるいは拙著(書籍)で説明済みの事項については、それを参照できるように該当する巻、号などを明示するようにします。しかし、オーバーラップしてでも書いた方がよいと思われる重要な部分については、随時触れたいと思いますし、このような観点から、今回の連載を始めるにあたっては、前回連載の要諦となる部分の復習が必要でしょう。ということで、最初の3回は、前回の内容を再構成し、共線条件式の何たるかをコンパクトに語ります。

ピンホールカメラ

写真測量の基本的な考え方は、図-1.1のようなピン

ホールカメラを使って説明されますし、逆にいえば、写真測量では、カメラをピンホールカメラと見立てることが前提となります。

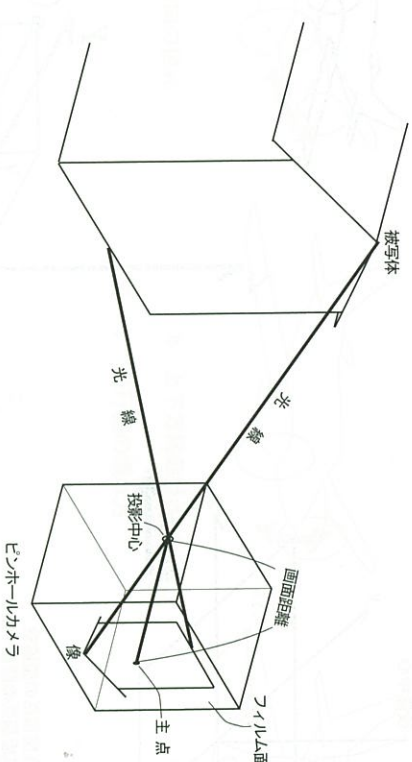
ピンホールカメラでは、被写体である実物からの光線は、カメラの投影中心を通過して、フィルム面で(被写体の)像として写ります。このとき、実物、投影中心、像は一直線上にあります。写真測量では、これらが一直線上にあるという条件を「共線条件」といいます。この共線条件を数式で表したものが「共線条件式」です。写真測量を数学的に考える場合、この共線条件式が基本になります。前回連載のゴールは、この共線条件式を導出して意義を語るところにありました。

なお、図-1.1で留意すべき点は、実物は3次元空間にある立体であり、その一方で、像は2次元空間(平面)にあることです。当たり前かもしれませんが、忘れないでください。

空中写真 ネガとポジ

ところで、図-1.1の本質は、被写体、投影中心、像(の関係)であり、ピンホールカメラの箱形にはありません。このほかの重要な要素としては、図-1.1に描いた「主点」や「画面距離」です。主点は、投影中心からフィルム面(像を結ぶ面)に垂線を下ろしたところ、画面距離は、投影中心と主点の間の長さです。

ということ、空中写真を撮影した状況について、これらの重要な要素で描けば、図-1.2のようになります。この図のフィルム面には、投影中心から見ると、反転した像が写ります。このようなものを「ネガネイフ(略してネガ)」といいます。これに対して、図-1.3のように投影中心を挟んでちょうど反対側にある空中写真を考えることもでき、ここには反転していない像が写ります。これを「ポジネイフ(略してポジ)」といい



被写体、投影中心、像は一直線上に並ぶ

図-1.1 ピンホールカメラ

標定について

写真測量を行う上では、図-1.3のように、空中写真を撮影した状態に再現することが必要です。空中写真をこのような状態にすることを(空中写真の)「標定」といいます。そのためには、撮影時のカメラの位置と傾きを知り、またカメラ内では投影中心と像の位置関係を明らかにしておく必要があります。写真測量では、前者を知ることが「外部標定」、後者を明らかにすることを「内部標定」といいます。なお、前回連載では第6回(2011年9月号)において標定について説明してあります。

座標系 それぞれの意義

共線条件式を導くには、いくつかの座標系を設定します。写真座標系、カメラ座標系、地上座標系といったものです。それらを紹介します。

写真座標系は、像の側、つまりフィルム面に設定される2次元の座標系です。計測したい地点の像が空中写真上のどこに写っているのか、これを明らかにしなければ写真測量の話は始まりません。この要件を満たすために設定するものが写真座標系です。この際、投影中心と像の位置関係が容易に把握できるよう、写真座標系の原点は主点に置かれます。また、飛行方向と平行な空中写真の辺をx軸に、それと直交する方向をy軸にとります(図-1.4)。写真座標系は2次元であり、座標は(x,y)のように表されます。

カメラ座標系は、カメラの内部全体で見たときに像がどこに写っているのかを示す3次元の座標系です。投影中心を原点とし、x軸とy軸は写真座標のそれら

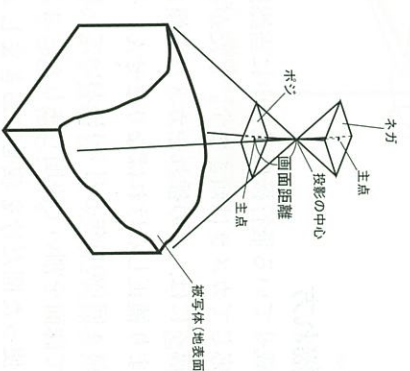


図-1.3 ネガとポジ

ます。共線条件式、もつといえは写真測量全般の議論は、ネガだけでなくポジに対しても同じに適用することができます。写真測量では通常ポジの方を使って議論しますので、以下でもそのようにしましょう。