graph-based SLAM の解説

千葉工業大学 上田隆一

2017 年 4 月 16 日

1 はじめに

この文章は、[1] などのチュートリアルを見ても数式の細かいところが分からない graph-based SLAM について、実際の計算方法を細かく解説するためのものである。実装例は GitHub の `ryuichiueda/probrobo_practice` の `./graph-based_SLAM/graph-based_slam.ipynb` にあり、この文章はこの実装の数学的な解説となる。ただし、コードで使った記号と本文章の記号は一部異なる。

2 問題

平面上を移動し、向きを持ち、カメラでランドマーク観測ができるロボットで graph-based SLAM を実行する方法を考える。ランドマークは環境にいくつか存在し、ロボットからは互いに識別でき、距離と見える方角が観測できる。また、2 つの観測がどの方角から観測されたものか、相対的に分かるものとする。

2.1 ロボットの姿勢と座標系

世界座標系 Σ_w におけるロボットの姿勢（位置と向き）を

$$\boldsymbol{x} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ \theta \end{bmatrix} \tag{1}$$

で表す。また、$[x \ y]^T$ を原点として、X 軸が世界座標系で θ の方向を向いているロボット座標系 Σ_r を考える。これらの関係を図 1 に示す。

離散的な時刻 $t = 0, 1, 2, \dots, T$ を考える。時刻の集合を $\mathcal{T}$ で表す。時刻 t における世界座標系でのロボットの姿勢を $\boldsymbol{x}_t$ で表す。ロボットはデッドレコニングで $\boldsymbol{x}_t$ の推定値 $\hat{\boldsymbol{x}}_t$ を認識するが、ロボットの動作は雑音の影響を受けるため、$\boldsymbol{x}_t$ と $\hat{\boldsymbol{x}}_t$ の間には誤差が発生する。

ロボットは一つの行動ごとに $\hat{\boldsymbol{x}}_t$ を記録していく。全時刻の推定姿勢を

$$\hat{\boldsymbol{x}}_{0:T} = \{\hat{\boldsymbol{x}}_0, \hat{\boldsymbol{x}}_1, \dots, \hat{\boldsymbol{x}}_T\} \tag{2}$$

と表すこととする。

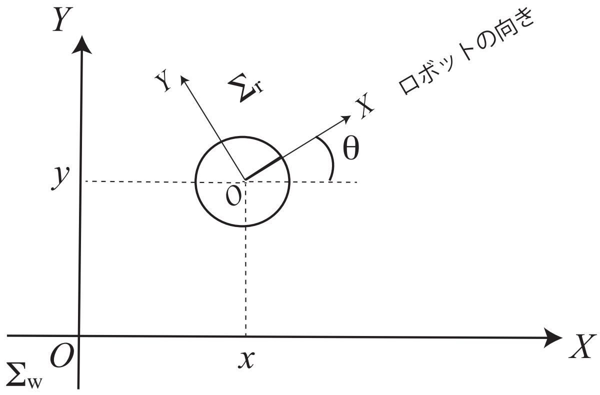

図 1　世界座標系とロボットの姿勢

2.2　観測

環境中にいくつかランドマークが存在していると仮定する。時刻 t におけるロボット座標系 Σ_{r} を $\Sigma_{\mathrm{r}t}$ と表すこととすると、ロボットには、時刻 t において、全ランドマークのうちいくつかを計測する。

2.2.1　ランドマークの識別

ロボットからは、一度観測したランドマークは、後の時刻で観測したときに、どのランドマークか識別できることとする。ロボットは観測したランドマークに ID を与えて管理することにする。ID は c と表し（番号でも文字列でもなんでも良い）、ID として c を与えられたランドマークを L_c と表す。ロボットが認識しているランドマークの ID の集合を C で表す。

2.2.2　ランドマークの姿勢計測

ロボットは $\Sigma_{\mathrm{r}t}$ においてランドマーク L_c を観測したとき、L_c までの距離 $d_{c,t}$ と、ランドマークが見える方向 $\varphi_{c,t}$ を計測値として得る。また、ランドマークも方角を持ち（ロボットの θ に相当）、ロボットに対してどの方角を向いているか分かることとする。この値を $\psi_{c,t}$ とする[*1]。図 2 にこれらの記号の関係を示す。

2.2.3　計測値の記録

ロボットが時刻 t で得るランドマーク全ての計測値の集合は、$Z_t = \{\boldsymbol{z}_{c,t} = (d_{c,t}, \varphi_{c,t}, \psi_{c,t}) | c \in C, c$: 観測したランドマークの ID$\}$ で表すことができ、これもロボットは各時刻ごとに記録する。Z_t の集合を $Z_{0:T}$ で表す。

2.2.4　計測値の誤差

ランドマーク観測から得られる計測値には正規分布に従う雑音が混入すると仮定する。また、ロボットは雑音の傾向を知っていることとする。

[*1] この仮定は実用上強すぎるが、実際には、後の計算式から分かるように、2 つの姿勢間での値 $\psi_{c,t}, \psi_{c,t'}$ の差だけが分かれば良い。例えば、2 点間で得られた画像の向きを画像処理から割り出すなどの処理で、この差は得られる。

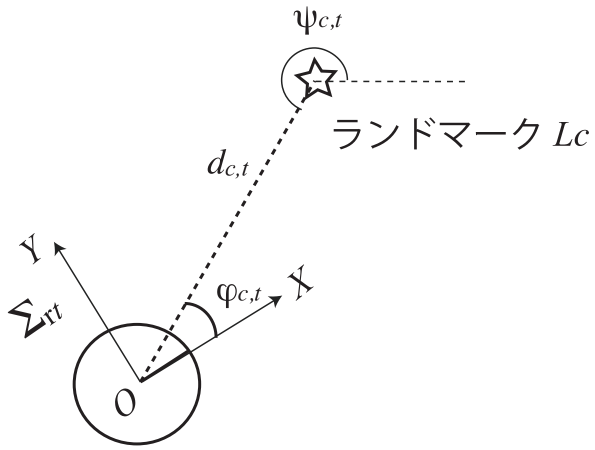

図 2　計測値

$d_{c,t}$ には、10[%] の雑音が混入する[*2]。正確には真値を $d^*_{c,t}$ とすると、

$$d_{c,t} \sim \mathcal{N}\left(d^*_{c,t}, (d^*_{c,t}/10)^2\right) \tag{3}$$

にしたがって $d_{c,t}$ が生成される。ここで $\mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$ は平均値 μ、標準偏差 σ の正規分布を表す。

また、$\varphi_{c,t}, \psi_{c,t}$ にも $3\pi/180$[rad] の標準偏差で雑音が混入する。これらの真値をそれぞれ $\varphi^*_{c,t}, \psi^*_{c,t}$ とすると、$\varphi_{c,t}, \psi_{c,t}$ は、

$$\varphi_{c,t} \sim \mathcal{N}\left(\varphi^*_{c,t}, (3\pi/180)^2\right) \tag{4}$$

$$\psi_{c,t} \sim \mathcal{N}\left(\psi^*_{c,t}, (3\pi/180)^2\right) \tag{5}$$

で生成される。

2.3　完全 SLAM 問題

ここで、$Z_{0:T}$ から、推定値 $\hat{\boldsymbol{x}}_{0:T}$ を真値 $\boldsymbol{x}_{0:T}$ に近づける最適化問題を考える。最適化のための評価関数については後述する。

3　graph-based SLAM の実装例

実装の一例を示す。

3.1　グラフのエッジを作る

問題を解くために、次のノード（頂点）、エッジ（辺、アーク）を持つグラフを考える。

- ノードの持つデータ: 各時刻のロボットの推定姿勢 $\hat{\boldsymbol{x}}_{0:T}$
- エッジの持つデータ: 次の 2 つ。
  - ランドマーク観測から分かる二つの時刻での相対姿勢 $\boldsymbol{\mu}_{c,t,t'}$ と、デッドレコニング情報から分かる二つの時刻での相対姿勢 $\hat{\boldsymbol{x}}'_t - \hat{\boldsymbol{x}}_t$ を比較した時の差 $\boldsymbol{e}_{c,t,t'}$。世界座標系のベ

[*2]「10[%]」は変数にすべきだが、記号が増えて理解の妨げになるので固定値として説明する。

クトルとして表現される。

– 2.2.4 項で述べた雑音の大きさから予測される $\boldsymbol{e}_{c,t,t'}$ の信頼性。世界座標系の共分散行列 $\Sigma_{c,t,t'}$ で表現される。

ここで、

$$\boldsymbol{e}_{c,t,t'} = \hat{\boldsymbol{x}}'_t - \hat{\boldsymbol{x}}_t - \boldsymbol{\mu}_{c,t,t'} \tag{6}$$

とする。

3.1.1 $\boldsymbol{\mu}_{c,t,t'}, \boldsymbol{e}_{c,t,t'}$ の計算

2 つの時刻 t, t' で同じランドマーク L_c を観測したときのロボットとランドマークの幾何的な関係を図 3 に示す。二つの観測を図の点線の矢印のように世界座標系にベクトルとして描くと、時刻 t の観測のベクトルに、時刻 t' の観測のベクトルの向きを反転して足せば $\boldsymbol{\mu}_{c,t,t'}$ が求まることが分かる。

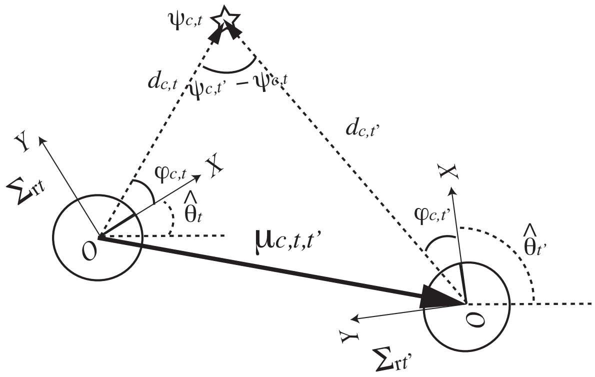

図 3 ランドマークの計測値から 2 点の相対姿勢を求める

したがって、$\boldsymbol{\mu}_{c,t,t'}$（$x, y, \theta$ 座標のベクトルとなる）は次のような単純な幾何計算で求まる[*3]。

$$\boldsymbol{\mu}_{c,t,t'} = \begin{bmatrix} d_{c,t'}\cos(\hat{\theta}_{t'} + \varphi_{c,t'}) \\ d_{c,t'}\sin(\hat{\theta}_{t'} + \varphi_{c,t'}) \\ \psi_{c,t'} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} d_{c,t}\cos(\hat{\theta}_{t} + \varphi_{c,t}) \\ d_{c,t}\sin(\hat{\theta}_{t} + \varphi_{c,t}) \\ \psi_{c,t} \end{bmatrix} \tag{7}$$

また、式 (6) から、

$$\begin{aligned} \boldsymbol{e}_{c,t,t'} &= \hat{\boldsymbol{x}}'_t - \hat{\boldsymbol{x}}_t - \begin{bmatrix} d_{c,t'}\cos(\hat{\theta}_{t'} + \varphi_{c,t'}) \\ d_{c,t'}\sin(\hat{\theta}_{t'} + \varphi_{c,t'}) \\ \psi_{c,t'} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} d_{c,t}\cos(\hat{\theta}_{t} + \varphi_{c,t}) \\ d_{c,t}\sin(\hat{\theta}_{t} + \varphi_{c,t}) \\ \psi_{c,t} \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \hat{x}'_t - \hat{x}_t - d_{c,t'}\cos(\hat{\theta}_{t'} + \varphi_{c,t'}) + d_{c,t}\cos(\hat{\theta}_{t} + \varphi_{c,t}) \\ \hat{y}'_t - \hat{y}_t - d_{c,t'}\sin(\hat{\theta}_{t'} + \varphi_{c,t'}) + d_{c,t}\sin(\hat{\theta}_{t} + \varphi_{c,t}) \\ \hat{\theta}'_t - \hat{\theta}_t - \psi_{c,t'} + \psi_{c,t} \end{bmatrix} \end{aligned} \tag{8}$$

となる。

[*3] おそらく ψ は $\hat{\theta}$ で置き換えられるので ψ を使わない実装もできるが、まだ自分自身では検証していない。

3.1.2 $\Sigma_{c,t,t'}$ の計算

共分散行列 $\Sigma_{c,t,t'}$ は、t、t' におけるランドマーク L_c の計測の誤差に関する共分散行列 $\Sigma_{c,t}, \Sigma_{c,t'}$ をそれぞれの計測座標系で求め、世界座標系に座標変換（回転）して足し合わせたものとなる。ここで言う「計測座標系」とは、ロボットからランドマークが計測された向きに引いた線を X 軸とする座標系である。図 4 に、ロボット座標系、計測座標系の関係と、ランドマークの計測値の誤差に関する共分散行列を示す。

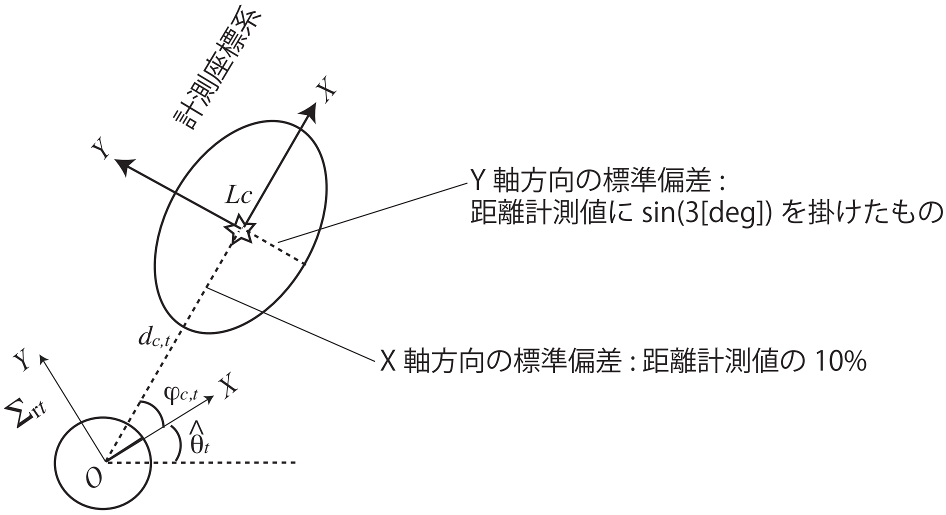

図 4　ランドマークの計測値の不確かさを表す共分散行列

時刻 t での L_c の計測に関する雑音を計測値周りのガウス分布で表すと、計測座標系におけるこの分布の共分散行列 $\Sigma_{c,t}$ は、次のようになる。

$$\Sigma_{c,t} = \begin{bmatrix} (d_{c,t}/10)^2 & 0 & 0 \\ 0 & [(d_{c,t}/10)\sin(3\pi/180)]^2 & 0 \\ 0 & 0 & (3\pi/180)^2 \cdot 2 \end{bmatrix} \tag{9}$$

対角成分はそれぞれ計測座標系での X, Y 軸、θ 方向の共分散であり、式 (3-5) の分布の分散に由来する。Y 軸の共分散は、ランドマークの向きの計測誤差に、距離の計測値を掛けたものになる[*4]。また、θ 方向の共分散については、ϕ, ψ の計測の雑音両方が不確かさの原因になるので、分散の値は一方のものの倍になる。

次に、計測座標系で計算した $\Sigma_{c,t}$ を世界座標系の誤差楕円に変換する。デッドレコニングの値、ランドマークの計測値から、計測座標系は世界座標系から $\hat{\theta}_{t'} + \varphi_{c,t'}$ だけ回転しているとみなすことができるので、$\Sigma_{c,t}$ をこの角度だけ回転してやればよい。この回転行列は、

$$R_{c,t} = \begin{bmatrix} c & s & 0 \\ -s & c & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{10}$$

となる。ここで、

$$c = \cos(\hat{\theta}_t + \varphi_{c,t})$$
$$s = \sin(\hat{\theta}_t + \varphi_{c,t})$$

[*4] 小さい角度なので、$\sin(3\pi/180)$ は $3\pi/180$ に近似しても良い。

である。この回転行列を $\Sigma_{c,t}, \Sigma_{c,t'}$ に対してそれぞれ求めると、

$$\Sigma_{c,t,t'} = R_{c,t}\Sigma_{c,t}R_{c,t}^T + R_{c,t'}\Sigma_{c,t'}R_{c,t'}^T \tag{11}$$

となる。この時点で $\Sigma_{c,t,t'}$ の各要素は、全て既知の値から計算された実数になっているはずである。

一般に、共分散行列の逆行列は情報行列と呼ばれ、graph-based SLAM の計算には $\Sigma_{c,t,t'}$ に対応する情報行列

$$\Omega_{c,t,t'} = \Sigma_{c,t,t'}^{-1} \tag{12}$$

が用いられる。

参考文献

[1] Grisetti, G., Kǹmerle, R., Stachniss, C. and Burgard, W.: A Tutorial on Graph-Based SLAM, *IEEE Intelligent Transportation Systems Magazine*, Vol. 2 (2010), 31–43.