

# 偏微分方程式の計算数理（共立出版，2023 年）

## 正誤表と補足コメント

齊藤 宣一

<http://www.infsup.jp/saito/>

最新更新日：2025 年 4 月 12 日 (← 2023.10.25)

### 1 正誤表

頁/行	訂正前	訂正後	更新日
15/ - 5	となる.	となる. ただし, $I \in \mathbb{R}^{N \times N}$ は単位行列である.	2023.11.02
36/9 ~ 11	$\mathbf{u}^{n-1+\theta}, \mathbf{u}^{n-1}$	$\mathbf{u}^{(n-1+\theta)}, \mathbf{u}^{(n-1)}$	2023.10.25
36/9	$k\langle A_h \mathbf{u}', A_h \mathbf{u}' \rangle$ (2 つ目の ' がボールド体)	$k\langle A_h \mathbf{u}', A_h \mathbf{u}' \rangle$	2023.11.04
68/ - 5	実際に代入することで	代入することで (“実際に” を削除)	2024.04.04
69/11	$0 \leq x \leq x + \varepsilon$	$0 \leq x \leq \varepsilon$	2023.10.25
79/1	$w = w(x)$	$u = u(x)$	2023.11.09
79/2	$J(w) = \int_0^L G(w, w_x) dx$	$J(u) = \int_0^L G(u, u_x) dx$	2023.11.09
97/ - 5	$G\mathbf{u}^{(n-1)} - i\tau H^{-1} [(1-\theta)\mathbf{f}(\mathbf{u}^{(n-1)}) + \theta\mathbf{f}(\mathbf{u}) + \mathbf{g}^{(n-1+\theta)}]$	$G\mathbf{u} - i\tau H^{-1} [(1-\theta)\mathbf{f}(\mathbf{u}) + \theta\mathbf{f}(\mathbf{u}) + \mathbf{g}^{(n-1+\theta)}]$ (2 箇所の $(n-1)$ を削除)	2023.12.13
97/ - 3	確かめられる.	確かめられる. ただし, $\mathcal{F}(\mathbf{u})$ は, (2.51) で定めたものである. (2.52) も見よ.	2023.12.13

98/3	$\ \mathbf{u}^{(n-1)}\  + \tau(1-\theta)\ \mathbf{f}(\mathbf{u}^{(n-1)})\  + \tau\theta\ \mathbf{f}(\mathbf{u})\  + \tau R$	$\ \mathbf{u}\  + \tau(1-\theta)\ \mathbf{f}(\mathbf{u})\  + \tau\theta\ \mathbf{f}(\mathbf{u})\  + \tau R$ (2箇所 of $(n-1)$ を削除)	2023.12.13
98/4	$\ \mathbf{u}^{(n-1)}\  + \tau(1-\theta)C_{1f}(\ \mathbf{u}^{(n-1)}\ ) + \tau\theta C_{1f}(\ \mathbf{u}\ ) + \tau R$	$\ \mathbf{u}\  + \tau(1-\theta)C_{1f}(\ \mathbf{u}\ ) + \tau\theta C_{1f}(\ \mathbf{u}\ ) + \tau R$ (2箇所 of $(n-1)$ を削除)	2023.12.13
140/13, 15, 16	$\ B\ $ (3箇所)	$\ E\ $ (3箇所)	2023.11.19
140/16	$\det B$	$\det E$	2023.11.19
144/-2	凸多角形ならば	凸多角形領域ならば	2023.11.02
212/4	$Bu + \rho f$	$Bv + \rho f$	2024.04.04
275/-7	$\inf_{x \in X} \frac{\ Tx\ _Y}{\ x\ _X}$	$\inf_{v \in X} \frac{\ Tv\ _Y}{\ v\ _X}$	2023.11.04
276/14	$\mathcal{R}(A)$ (2箇所)	$\mathcal{R}(T)$ (2箇所)	2023.11.03
287/-7	$\ p - p_h\ _V$	$\ p - p_h\ _Q$	2023.12.13
302/-6	$C_9\ (u, p)\ _{\mathcal{X}}$	$C_9\ (u, p)\ _{\mathcal{X}}$	2024.01.16
304/6	が成り立つ.	が, 任意の $T \in \mathcal{T}_h$ に対して, 成り立つ.	2023.10.25
304/11	$\ (v, q)\ $	$\ (v, q)\ _{\mathcal{T}_h}$	2024.01.16
305/5	$\inf_{(u_h, p_h) \in \mathcal{X}_h} \sup_{(v_h, q_h) \in \mathcal{X}_h} \frac{B_h((u_h, p_h), (v_h, q_h))}{\ (u_h, p_h)\ _{\mathcal{T}_h} \ (v_h, q_h)\ _{\mathcal{T}_h}}$	$\inf_{(u_h, p_h) \in \mathcal{X}_h} \sup_{(v_h, q_h) \in \mathcal{X}_h} \frac{B_h((u_h, p_h), (v_h, q_h))}{\ (u_h, p_h)\ _{\mathcal{T}_h} \ (v_h, q_h)\ _{\mathcal{T}_h}}$	2024.01.16
329/14	$1 \leq p \leq \infty$	$1 \leq p < \infty$ (2° は 2 つの空間が同一視できるという主張です)	2023.12.06
371/6	$\ (A^{-1})^* \mathcal{E}_h(t)^*\ $	$\ \mathcal{E}_h(t)^* (A^{-1})^*\ $	2023.11.05
402/-5 ~ -3	このような... 通りである.	この一文を削除	2025.04.12
434/-9	$\underbrace{\int_{\Omega} [\nabla \cdot (bu)] v \, dx}_{=I}$	$-\underbrace{\int_{\Omega} (bu) \cdot \nabla v \, dx}_{=I}$	2024.01.26

435/2 - 4	$I \approx \sum_{i=1}^{N+B} v_h(P_i) \int_{D_i} \nabla \cdot (b^m u_h) dx$ $= \sum_{i=1}^{N+B} v_h(P_i) \int_{\partial D_i} (b^m \cdot n_i) u_h dx$ $= \sum_{i=1}^{N+B} v_h(P_i) \sum_{j \in \Lambda_i} \int_{\Gamma_{ij}} (b^m \cdot n_{ij}) u_h dx$	$I = \int_{\Omega} [\nabla \cdot (b^m u)] v dx - \int_{\Gamma} (b^m \cdot n) uv dS$ $\approx \sum_{i=1}^{N+B} v_h(P_i) \int_{D_i} \nabla \cdot (b^m u_h) dx - \sum_{i=N+1}^{N+B} v_h(P_i) \int_{\partial D_i \cap \Gamma} (b^m \cdot n_i) u_h dS$ $= \sum_{i=1}^{N+B} v_h(P_i) \int_{\partial D_i} (b^m \cdot n_i) u_h dx - \sum_{i=N+1}^{N+B} v_h(P_i) \int_{\partial D_i \cap \Gamma} (b^m \cdot n_i) u_h dS$ $= \sum_{i=1}^{N+B} v_h(P_i) \sum_{j \in \Lambda_i} \int_{\Gamma_{ij}} (b^m \cdot n_{ij}) u_h dx$	2024.01.26
440/6	$r(x, y) = \sqrt{(x - 1/4)^2 + (y - 1/4)^2}$	$r(x, y) = (x - 1/4)^2 + (y - 1/4)^2$	2024.01.26
444/- 1	質量保存性則	質量保存則 (性を削除)	2023.10.25
450/11	$(Tu, v)_X = (u, T^*v)_Y$	$(Tu, v)_Y = (u, T^*v)_X$	2024.08.09
468/2, 5	$(q, \nabla \cdot v)$	$(q, \nabla \cdot v)_{L^2(\Omega)}$	2024.04.02
472/4	$\lambda \in \mathbb{R}$	$\mu \in \mathbb{R}$	2023.10.25
476/- 9	$\ Jv_k - Jv_n\ _{2,\Omega}$	$\ Jv_k - Jv_m\ _{2,\Omega}$	2023.10.25
515	[69] Y. Chiba and N. Saito. Nitsche's method for a Robin boundary value problem in a smooth domain. <i>Numer. Methods Partial Differential Equations</i> , 掲載予定	[69] Y. Chiba and N. Saito. Nitsche's method for a Robin boundary value problem in a smooth domain. <i>Numer. Methods Partial Differential Equations</i> , Vol. 39, No. 6, p.p. 4126–4144, 2023.	2024.04.02
535	[390] M. Tabata. A numerical algorithm for an upwind-type finite element method using exponential functions. <i>Theoretical and Applied Mechanics</i> , Vol. 34, pp. 371–376, 1986.	[390] M. Tabata. Conservative upwind finite element approximation and its applications. In <i>Analytical and numerical approaches to asymptotic problems in analysis (Proc. Conf., Univ. Nijmegen, Nijmegen, 1980)</i> , pp. 369–381 North-Holland Math. Stud., 47. Amsterdam-New York, 1981	2023.12.13
539/右-14 ~ -17	Galerkin Least Square (GLS) 安定化 408 Galerkin Least-Square (GLS) 安定化 303	Galerkin Least Square (GLS) 安定化 303, 408	2024.05.10
540/左 - 5	$\mathbb{P}_2/\mathbb{P}_1$	$\mathbb{P}_2/\mathbb{P}_1$ 要素	2023.10.25

540/右 − 4	Taylor-Hood	Taylor-Hood 要素	2023.10.25
544/ − 7	(macro elements)	削除	2023.10.25

## 2 補足コメント

1. しばしば, “次のノルムを導入する:  $\|\cdot\|^2 = \dots$ ” という表現をしているが, これは, “ $\|\cdot\|^2 = \dots$ , すなわち,  $\|\cdot\| = \sqrt{\dots}$  で定められるノルム  $\|\cdot\|$  を考える” という意味である. あまり良い習慣ではないが, しばしば, 専門的な論文の中でこのように表現することがある. (2023.10.25, 2023.11.12)
2. 研究課題 2.2 と研究課題 2.3 は, 私が学部 4 年生の時に, 藤田宏先生から出された課題である. ただし, 中川の変時間刻み幅の技巧を使えとは言われなかったし, 文献も直接は教えてはもらえなかった. その代わりに, (質問に行った際に) 陳蘊剛, 田端正久, 俣野博の名前だけ教えてもらった. その後, 以下の論文や記事を見つけ, これらが私が初めて読んだ数学の論文となった. 夏休み明けから, 冬休みまでかかったと記憶している. 幸いなことに, この三人の先生とは, その後長く (現在に至るまで) 交流を持てることになった.

[66] Y. G. Chen. Asymptotic behaviours of blowing-up solutions for finite difference analogue of  $u_t = u_{xx} + u^{1+\alpha}$ . *J. Fac. Sci. Univ. Tokyo Sect. IA Math.*, Vol. 33, No. 3, pp. 541–574, 1986.

[388] M. Tabata. A finite difference approach to the number of peaks of solutions for semilinear parabolic problems. *J. Math. Soc. Japan*, Vol. 32, No. 1, pp. 171–192, 1980.

[397] 田端正久. もう一つの数値解析—離散問題から連続問題へのフィードバック—. 数値解析と非線型現象 (山口昌哉 [編]), pp. 17–53. 日本評論社, 1996.

[281] H. Matano. Nonincrease of the lap-number of a solution for a one-dimensional semilinear parabolic equation. *J. Fac. Sci. Univ. Tokyo Sect. IA Math.*, Vol. 29, No. 2, pp. 401–441, 1982.

陳先生のことは, 今となっては, ご存知ない方が多いかもしれない.

- Y. G. Chen, Y. Giga, and S. Goto, *Uniqueness and existence of viscosity solutions of generalized mean curvature flow equations*, J. Differential Geom. Vol. 33, No. 3, pp. 749–786, 1991.

この論文の Chen さんと同一人物である. (2023.11.02)

3. [390] の参照ミスは, B<sub>A</sub>T<sub>E</sub>X からの拾い違いが原因です. (2023.12.13)
4. 定義 4.36 で述べた, 多角形領域, 多面体領域の定義は, “本書ではこのように扱う” という意味であるので, くれぐれも注意されたい (なので, “多面体とは…” という言い方はしなかった). そして, 有限要素法の数学理論の分野では, このように解釈されている, と筆者は理解している. (2023.12.19)
5. 楕円型, 放物型という用語を, あまり深く考えずに使ってしまったと反省しています. あまり良い用語ではないと思うのですが, 他にどう言えば良いのか分からなかったため, 惰性で使ってしまいました. (2023.12.19)

