## 偏微分方程式の計算数理(共立出版,2023年) 正誤表と補足コメント

齊藤 宣一

http://www.infsup.jp/saito/

最新更新日:2024年8月9日(← 2023.10.25)

## 1 正誤表

頁/行	訂正前	訂正後	更新日
15/-5	となる.	となる.ただし, $I \in \mathbb{R}^{N  imes N}$ は単位行列である.	2023.11.02
$36/9 \sim 11$	$u^{n-1+ heta},\ u^{n-1}$	$u^{(n-1+ heta)},\ u^{(n-1)}$	2023.10.25
36/9	$k\langle A_h u', A_h u' \rangle$ (2つ目の'がボールド体)	$k\langle A_h u', A_h u' \rangle$	2023.11.04
68/-5	実際に代入することで	代入することで("実際に"を削除)	2024.04.04
69/11	$0 \le x \le x + \varepsilon$	$0 \le x \le \varepsilon$	2023.10.25
79/1	w = w(x)	u = u(x)	2023.11.09
79/2	$J(w) = \int_0^L G(w, w_x) \ dx$	$J(\mathbf{u}) = \int_0^L G(\mathbf{u}, \mathbf{u}_x) \ dx$	2023.11.09
97/-5	$G\boldsymbol{u}^{(n-1)} - i\tau H^{-1} \left[ (1-\theta)\boldsymbol{f}(\boldsymbol{u}^{(n-1)}) + \theta \boldsymbol{f}(\boldsymbol{u}) + \boldsymbol{g}^{(n-1+\theta)} \right]$	$G\mathbf{u} - i\tau H^{-1}\left[(1-\theta)\mathbf{f}(\mathbf{u}) + \theta\mathbf{f}(\mathbf{u}) + \mathbf{g}^{(n-1+\theta)}\right]$ (2 箇所の	2023.12.13
		(n-1) を削除)	
97/-3	確かめられる.	確かめられる. ただし, $\mathcal{F}(u)$ は, $(2.51)$ で定めたものである.	2023.12.13
		(2.52) も見よ.	

98/3	$\ u^{(n-1)}\  + \tau(1-\theta)\ f(u^{(n-1)})\  + \tau\theta\ f(u)\  + \tau R$		2023.12.13
98/4	$\ \boldsymbol{u}^{(n-1)}\  + \tau(1-\theta)C_{1f}(\ \boldsymbol{u}^{(n-1)}\ ) + \tau\theta C_{1f}(\ \boldsymbol{u}\ ) + \tau R$	$\ \mathbf{u}\  + \tau(1-\theta)C_{1f}(\ \mathbf{u}\ ) + \tau\theta C_{1f}(\ \mathbf{u}\ ) + \tau R$ (2 箇所の $(n-1)$ を削除)	2023.12.13
140/13, 15, 16	B   (3 箇所)	<mark>E</mark>    (3 箇所)	2023.11.19
140/16	$\det B$	$\det E$	2023.11.19
144/-2	凸多角形ならば	凸多角形 <mark>領域</mark> ならば	2023.11.02
212/4	$Bu + \rho f$	$B\mathbf{v} + \rho f$	2024.04.04
275/-7	$\inf_{x \in X} \frac{\ Tx\ _Y}{\ x\ _X}$	$\inf_{v \in X} \frac{\ Tv\ _Y}{\ v\ _X}$	2023.11.04
276/14	<b>R</b> (A) (2 箇所)	$\mathcal{R}(T)$ (2 箇所)	2023.11.03
287/-7	$  p-p_h  _V$	$  p-p_h  _{Q}$	2023.12.13
302/-6	$C_9 (u,p)  _{\mathcal{X}}$	$C_9 \ (u,p)\ _{\mathcal{X}}$	2024.01.16
304/6	が成り立つ.	が、任意の $T \in \mathcal{T}_h$ に対して、成り立つ、	2023.10.25
304/11	$\ (v,q)\ $	$\ (v,q)\ _{\mathcal{T}_h}$	2024.01.16
305/5	$\inf_{(u_h, p_h) \in \mathcal{X}_h} \sup_{(v_h, q_h) \in \mathcal{X}_h} \frac{B_h((u_h, p_h), (v_h, q_h))}{\ (u_h, p_h)\ _{\mathcal{T}_h} \ (v_h, q_h)\ _{\mathcal{T}_h}}$	$\inf_{(u_h, p_h) \in \mathcal{X}_h} \sup_{(v_h, q_h) \in \mathcal{X}_h} \frac{B_h((u_h, p_h), (v_h, q_h))}{\  (u_h, p_h)\  _{\mathcal{T}_h} \  (v_h, q_h)\  _{\mathcal{T}_h}}$	2024.01.16
329/14	$1 \le p \le \infty$	$1 \le p < \infty$ (2° は 2 つの空間が同一視できるという主張で	2023.12.06
		す)	
371/6	$\ (A^{-1})^*\mathcal{E}_h(t)^*\ $	$\ \mathcal{E}_h(t)^*(A^{-1})^*\ $	2023.11.05
434/ - 9	$\underbrace{\int_{\Omega} [\nabla \cdot (bu)] v \ dx}_{=I}$	$\underbrace{-\int_{\Omega} (bu) \cdot \nabla v  dx}_{=I}$	2024.01.26

435/2 - 4	$I \approx \sum v_h(P_i) \int_{P_i} \nabla \cdot (b^m u_h) dx$	$I = \int_{\mathbb{R}} [\nabla \cdot (b^m u)] v \ dx - \int_{\mathbb{R}} (b^m \cdot n) uv \ dS$	2024.01.26
	$I \approx \sum_{i=1}^{N+B} v_h(P_i) \int_{D_i} \nabla \cdot (b^m u_h) \ dx$ $= \sum_{i=1}^{N+B} v_h(P_i) \int_{\partial D_i} (b^m \cdot n_i) u_h \ dx$ $= \sum_{i=1}^{N+B} v_h(P_i) \sum_{j \in \Lambda_i} \int_{\Gamma_{ij}} (b^m \cdot n_{ij}) u_h \ dx$	$I = \int_{\Omega} [\nabla \cdot (b^m u)] v  dx - \int_{\Gamma} (b^m \cdot n) uv  dS$ $\approx \sum_{i=1}^{N+B} v_h(\mathbf{P}_i) \int_{D_i} \nabla \cdot (b^m u_h)  dx - \sum_{i=N+1}^{N+B} v_h(\mathbf{P}_i) \int_{\partial D_i \cap \Gamma} (b^m \cdot n_i) u_h  dx - \sum_{i=N+1}^{N+B} v_h(\mathbf{P}_i) \int_{\partial D_i \cap \Gamma} (b^m \cdot n_i) u_h  dx - \sum_{i=N+1}^{N+B} v_h(\mathbf{P}_i) \int_{\partial D_i \cap \Gamma} (b^m \cdot n_i) u_h  dx - \sum_{i=N+1}^{N+B} v_h(\mathbf{P}_i) \int_{\partial D_i \cap \Gamma} (b^m \cdot n_i) u_h  dx - \sum_{i=N+1}^{N+B} v_h(\mathbf{P}_i) \int_{\partial D_i \cap \Gamma} (b^m \cdot n_i) u_h  dx - \sum_{i=N+1}^{N+B} v_h(\mathbf{P}_i) \int_{\partial D_i \cap \Gamma} (b^m \cdot n_i) u_h  dx - \sum_{i=N+1}^{N+B} v_h(\mathbf{P}_i) \int_{\partial D_i \cap \Gamma} (b^m \cdot n_i) u_h  dx - \sum_{i=N+1}^{N+B} v_h(\mathbf{P}_i) \int_{\partial D_i \cap \Gamma} (b^m \cdot n_i) u_h  dx - \sum_{i=N+1}^{N+B} v_h(\mathbf{P}_i) \int_{\partial D_i \cap \Gamma} (b^m \cdot n_i) u_h  dx - \sum_{i=N+1}^{N+B} v_h(\mathbf{P}_i) \int_{\partial D_i \cap \Gamma} (b^m \cdot n_i) u_h  dx - \sum_{i=N+1}^{N+B} v_h(\mathbf{P}_i) \int_{\partial D_i \cap \Gamma} (b^m \cdot n_i) u_h  dx - \sum_{i=N+1}^{N+B} v_h(\mathbf{P}_i) \int_{\partial D_i \cap \Gamma} (b^m \cdot n_i) u_h  dx - \sum_{i=N+1}^{N+B} v_h(\mathbf{P}_i) \int_{\partial D_i \cap \Gamma} (b^m \cdot n_i) u_h  dx - \sum_{i=N+1}^{N+B} v_h(\mathbf{P}_i) \int_{\partial D_i \cap \Gamma} (b^m \cdot n_i) u_h  dx - \sum_{i=N+1}^{N+B} v_h(\mathbf{P}_i) \int_{\partial D_i \cap \Gamma} (b^m \cdot n_i) u_h  dx - \sum_{i=N+1}^{N+B} v_h(\mathbf{P}_i) \int_{\partial D_i \cap \Gamma} (b^m \cdot n_i) u_h  dx - \sum_{i=N+1}^{N+B} v_h(\mathbf{P}_i) \int_{\partial D_i \cap \Gamma} (b^m \cdot n_i) u_h  dx - \sum_{i=N+1}^{N+B} v_h(\mathbf{P}_i) \int_{\partial D_i \cap \Gamma} (b^m \cdot n_i) u_h  dx - \sum_{i=N+1}^{N+B} v_h(\mathbf{P}_i) \int_{\partial D_i \cap \Gamma} (b^m \cdot n_i) u_h  dx - \sum_{i=N+1}^{N+B} v_h(\mathbf{P}_i) \int_{\partial D_i \cap \Gamma} (b^m \cdot n_i) u_h  dx - \sum_{i=N+1}^{N+B} v_h(\mathbf{P}_i) \int_{\partial D_i \cap \Gamma} (b^m \cdot n_i) u_h  dx - \sum_{i=N+1}^{N+B} v_h(\mathbf{P}_i) \int_{\partial D_i \cap \Gamma} (b^m \cdot n_i) u_h  dx - \sum_{i=N+1}^{N+B} v_h(\mathbf{P}_i) \int_{\partial D_i \cap \Gamma} (b^m \cdot n_i) u_h  dx - \sum_{i=N+1}^{N+B} v_h(\mathbf{P}_i) \int_{\partial D_i \cap \Gamma} (b^m \cdot n_i) u_h  dx - \sum_{i=N+1}^{N+B} v_h(\mathbf{P}_i) \int_{\partial D_i \cap \Gamma} (b^m \cdot n_i) u_h  dx - \sum_{i=N+1}^{N+B} v_h(\mathbf{P}_i) \int_{\partial D_i \cap \Gamma} (b^m \cdot n_i) u_h  dx - \sum_{i=N+1}^{N+B} v_h(\mathbf{P}_i) \int_{\partial D_i \cap \Gamma} (b^m \cdot n_i) u_h  dx - \sum_{i=N+1}^{N+B} v_h(\mathbf{P}_i) \int_{\partial D_i \cap \Gamma} (b^m \cdot n_i) u_h  dx - \sum_{i=N+1}^{N+B} v_h(\mathbf{P}_i) u_h  dx - \sum_{i=N+1}^{N+B} v_h(\mathbf{P}_i) u_h  dx - \sum_{i=N+1}^{N+B} v_h(\mathbf{P}_i) u_$	$(n_i)u_h dS$
	$= \sum_{i=1}^{N+B} v_h(\mathbf{P}_i) \sum_{j \in \Lambda_i} \int_{\Gamma_{ij}} (b^m \cdot n_{ij}) u_h \ dx$	$= \sum_{i=1}^{N+B} v_h(\mathbf{P}_i) \int_{\partial D_i} (b^m \cdot n_i) u_h  dx - \sum_{i=N+1}^{N+B} v_h(\mathbf{P}_i) \int_{\partial D_i \cap \Gamma} (b^m \cdot n_i) u_h  dx$ $= \sum_{i=1}^{N+B} v_h(\mathbf{P}_i) \sum_{j \in \Lambda_i} \int_{\Gamma_{ij}} (b^m \cdot n_{ij}) u_h  dx$	$(n_i)u_h dS$
440/6	$r(x,y) = \sqrt{(x-1/4)^2 + (y-1/4)^2}$	$r(x,y) = (x - 1/4)^2 + (y - 1/4)^2$	2024.01.26
444/-1	質量保存性則	質量保存則(性を削除)	2023.10.25
450/11	$(Tu, v)_X = (u, T^*v)_Y$	$(Tu, v)_{\mathbf{Y}} = (u, T^*v)_{\mathbf{X}}$	2024.08.09
468/2, 5	$(q,  abla \cdot v)$	$(q, \nabla \cdot v)_{L^2(\Omega)}$	2024.04.02
472/4	$\lambda \in \mathbb{R}$	$\mu \in \mathbb{R}$	2023.10.25
476/-9	$  Jv_k - Jv_n  _{2,\Omega}$	$  Jv_k - Jv_m  _{2,\Omega}$	2023.10.25
515	[69] Y. Chiba and N. Saito. Nitsche's method for a Robin	[69] Y. Chiba and N. Saito. Nitsche's method for a Robin	2024.04.02
	boundary value problem in a smooth domain. Numer.	boundary value problem in a smooth domain. Numer.	
	Methods Partial Differential Equations, 掲載予定	Methods Partial Differential Equations, Vol. 39, No. 6, p.p. 4126–4144, 2023.	
535	[390] M. Tabata. A numerical algorithm for an upwind-type finite element method using exponential functions. <i>Theoretical and Applied Mechanics</i> , Vol. 34, pp. 371–376, 1986.	[390] M. Tabata. Conservative upwind finite element approximation and its applications. In Analytical and numerical approaches to asymptotic problems in analysis (Proc. Conf., Univ. Nijmegen, Nijmegen, 1980), pp. 369–381  North-Holland Math. Stud., 47. Amsterdam-New York, 1981	2023.12.13
539/右-14~	Galerkin Least Square (GLS) 安定化 408 Galerkin Least-	Galerkin Least Square (GLS) 安定化 303, 408	2024.05.10
-17	Square (GLS) 安定化 303		
540/左 - 5	$\mathbb{P}_2/\mathbb{P}_1$	$\mathbb{P}_2/\mathbb{P}_1$ 要素	2023.10.25

540/右 - 4	Taylor-Hood	Taylor-Hood 要素	2023.10.25
544/-7	(macro elements)	削除	2023.10.25

## 2 補足コメント

- 1. しばしば,"次のノルムを導入する: $\|\cdot\|^2 = \cdots$ " という表現をしているが,これは," $\|\cdot\|^2 = \cdots$ ,すなわち, $\|\cdot\| = \sqrt{\cdots}$  で定められるノルム  $\|\cdot\|$  を考える"という意味である.あまり良い習慣ではないが,しばしば,専門的な論文の中でこのように表現することがある.(2023.10.25, 2023.11.12)
- 2. 研究課題 2.2 と研究課題 2.3 は、私が学部 4 年生の時に、藤田宏先生から出された課題である。ただし、中川の可変時間刻み幅の技巧を使えとは言われなかったし、文献も直接は教えてはもらえなかった。その代わりに、(質問に行った際に) 陳蘊剛、田端正久、侯野博の名前だけ教えてもらった。その後、以下の論文や記事を見つけ、これらが私が初めて読んだ数学の論文となった。夏休み明けから、冬休みまでかかったと記憶している。幸いなことに、この三人の先生とは、その後長く(現在に至るまで)交流を持てることになった。
  - [66] Y. G. Chen. Asymptotic behaviours of blowing-up solutions for finite difference analogue of  $u_t = u_{xx} + u^{1+\alpha}$ . J. Fac. Sci. Univ. Tokyo Sect. IA Math., Vol. 33, No. 3, pp. 541–574, 1986.
  - [388] M. Tabata. A finite difference approach to the number of peaks of solutions for semilinear parabolic problems. J. Math. Soc. Japan, Vol. 32, No. 1, pp. 171–192, 1980.
- [397] 田端正久. もう一つの数値解析―離散問題から連続問題へのフィードバック―. 数値解析と非線型現象(山口昌哉[編]), pp. 17-53. 日本評論社, 1996.
- [281] H. Matano. Nonincrease of the lap-number of a solution for a one-dimensional semilinear parabolic equation. J. Fac. Sci. Univ. Tokyo Sect. IA Math., Vol. 29, No. 2, pp. 401–441, 1982.

陳先生のことは、今となっては、ご存知ない方が多いかもしれない.

• Y. G. Chen, Y. Giga, and S. Goto, Uniqueness and existence of viscosity solutions of generalized mean curvature flow equations, J. Differential Geom. Vol. 33, No. 3, pp. 749–786, 1991.

この論文の Chen さんと同一人物である. (2023.11.02)

- 3. [390] の参照ミスは、BibTeX からの拾い違いが原因です。(2023.12.13)
- 4. 定義 4.36 で述べた, 多角形領域, 多面体領域の定義は, "本書ではこのように扱う"という意味であるので, くれぐれも注意されたい(なので, "多面体とは…"という言い方はしなかった). そして, 有限要素法の数学理論の分野では, このように解釈されている, と筆者は理解している. (2023.12.19)
- 5. 楕円型,放物型という用語を,あまり深く考えずに使ってしまったと反省しています。あまり良い用語ではないと思うのですが,他にどう言えば良いのか分からなかったため,惰性で使ってしまいました。(2023.12.19)