

頁/行	訂正前	訂正後	更新日
10/5	任意の反復列	反復列	2023.07.05
9/3, 4	もし, $x_N = \varphi(x_N)$ が成り立つと仮定すると, $a = x_N = \varphi(x_{N-1})$ と不動点の一意性により,	もし, φ が単射であり, $x_N = \varphi(x_N)$ が成り立つと仮定すると, 不動点の一意性により $a = \varphi(x_N) = x_N = \varphi(x_{N-1})$ となるので, (柏木雅英先生から指摘を頂きました. ありがとうございます.)	2024.08.22
26/1	アーバスの方法	アバースの方法	2023.07.05
46/2	$\frac{1}{2k}$	$\frac{1}{2k^2}$ (読者の方から指摘を頂きました. ありがとうございます.)	2019.01.28
61/2	ψ_n	ψ_k (読者の方から指摘を頂きました)	2019.01.28
77/-8	$A_m \quad O$	$A_m \quad *$	2025.04.24
79/8, 9	正值性	正定値性	2017.04.01
80/9	$\sum_{j \neq i} (2 \text{ 箇所})$	$\sum_{j \neq k} (読者の方から指摘を頂きました)$	2019.01.28
88/1	$0 \leq m \leq k-1$	$1 \leq m \leq k-1$ (読者の方から指摘を頂きました)	2019.01.28
88/2	$A\mathbf{p}_k$	$\langle \mathbf{r}_m, A\mathbf{p}_k \rangle$ (読者の方から指摘を頂きました)	2019.01.28
88/6	一方で,	同様に, $\langle \mathbf{r}_0, \mathbf{r}_{k+1} \rangle = 0$ もわかる. 一方で, (読者の方から指摘を頂きました)	2019.01.28
88/13, 14	$A\mathbf{p}^{k-1}$	$A\mathbf{p}_{k-1}$ (読者の方から指摘を頂きました)	2019.01.28
105/6	$(1-a-b)$	$(1-a-b)f$ (読者の方から指摘を頂きました)	2017.06.26
124/7	$(1-x)$	$(L-x)$ (読者の方から指摘を頂きました)	2019.01.28
133/4	$g(t) = \frac{t}{\sqrt{1-t^2}} - 1 + t^2$	$g(t) = \frac{-t}{\sqrt{1-t^2}} - 1 + t^2$ (読者の方から指摘を頂きました)	2017.07.19
133/7	$u(t) = 0.1t - 0.001 + 10.01e^{-10t}$	$u(t) = 0.1t - 0.01 + 10.01e^{-10t}$ (読者の方から指摘を頂きました)	2017.07.19
157/-11	渡辺善隆	渡部善隆 (渡部先生, 申し訳ありませんでした)	2017.04.01
193/-6	ともに, $(x, y) = (0.50001, 0.49999)$ となる.	$(x, y) = (1, 0.49999)$ (行交換なし), $(x, y) = (0.50001, 0.49999)$ (ピボット選択あり) となる. (読者の方から指摘を頂きました)	2018.12.17
196 索引	アーバスの方法	アバースの方法	2025.04.24

コメント

- 修正後の注意 1.3 (p.9) について、このような説明をわざわざ加えた意図について補足説明をします。
 $f(x) = x^2 - 1 = 0$ の解 $a = 1$ を求めるために、ニュートン法 $x_{k+1} = \varphi(x_k) = x_k - (x_k^2 - 1)/(2x_k) = \frac{1}{2}(x_k + \frac{1}{x_k})$ を適用しましょう。 $x > 1$ ならば $\varphi'(x) > 0$ 、すなわち、 $x > 1$ で $\varphi(x)$ は単調増加です。したがって、 $x_0 > 1$ ととれば、(図を書いてみれば明らかですが) $1 < \cdots < x_k < x_{k-1} < \cdots < x_2 < x_1 < x_0$ となります。しかし、 $x_0 > 1$ である限りは、あくまで、 $x_k \rightarrow 1$ であり、 $x_N = 1$ となる N は存在しません。すなわち、(因数分解のできる) 2 次方程式の解を求める場合ですら、反復法を使う限りは、解を得るためには“無限回の反復”が必要です。

一方で、一般の方程式 $f(x) = 0$ にニュートン法を適用する場合、もし求めるべき解 a が既知であるならば、例えば、 $x_3 = a$ として、 $x_k = x_{k-1} - f(x_{k-1})/f'(x_{k-1})$ ($k = 3, 2, 1$) で、 x_2, x_1, x_0 を求めれば、「ニュートン法が有限回で収束する例」を作ることができます。[2024.08.22]

- p.36 の下から 6 行目に「 t は、 x と ξ の間にある適当な数である」とあります。すなわち、 t は、 x の関数 $t = t(x)$ です。しかしながら、どんな関数であるのかは、これだけの情報からは、よくわかりません。その意味で、(2.12) にある $\int_{x_{j-1}}^{x_j} f''(t)(x - \xi)^2 dx$ は、本当は、 $\int_{x_{j-1}}^{x_j} f''(t(x))(x - \xi)^2 dx$ へと書くべきで、また、 $t(x)$ がどのような関数か全くわからないので (可測関数かどうか不明)、この積分自体、きちんと定義されていません。すなわち、(2.12) に始まり、定理 2.2 を述べるまでの議論の中では、 $f''(t)$ が x の関数として $[a, b]$ で連続であることが、暗に仮定されています。このような仮定を避けるためには、(2.11) の代わりに、

$$f(x) = f(\xi) + f'(\xi)(x - \xi) + \underbrace{\int_0^1 (1-s)(x - \xi)^2 f''(\xi + s(x - \xi)) ds}_{=\varphi(x)} \quad (2.11')$$

を用いれば大丈夫です (例えば、[1] の命題 4.1.2)。実際、 $\xi = x_{j-1}$ とすると、

$$\left| \int_{x_{j-1}}^{x_j} \varphi(x) dx \right| \leq \frac{h^3}{6} L_j$$

と評価できます。

p.43 の 4 行目に出てくる r についても、 $f^{(4)}(r)$ が x の関数として $[a, b]$ で連続であることが、暗に仮定されています。回避方法は、上と同じです。

なお、定理 2.2、定理 2.6、および定理 2.7 については、Taylor の定理を用いない証明も可能です。これについては、[1] の定理 7.4.8 を見て下さい。[2023.10.26]

— 以上 —