

| 頁/行       | 訂正前   | 訂正後   | 更新日        |
|-----------|---|---|------------|
| 10/5      | 任意の反復列  | 反復列   | 2023.07.05 |
| 9/3, 4    | もし, $x_N = \varphi(x_N)$ が成り立つと仮定すると, $a = x_N = \varphi(x_{N-1})$ と不動点の一意性により, | もし, $\varphi$ が単射であり, $x_N = \varphi(x_N)$ が成り立つと仮定すると, 不動点の一意性により $a = \varphi(x_N) = x_N = \varphi(x_{N-1})$ となるので, | 2024.08.22 |
| 26/1      | アバスの方法  | アバースの方法   | 2023.07.05 |
| 46/2      | $\frac{1}{2k}$  | $\frac{1}{2k^2}$ (読者の方から指摘を頂きました. ありがとうございます.)  | 2019.01.28 |
| 61/2      | $\psi_n$  | $\psi_k$ (読者の方から指摘を頂きました)   | 2019.01.28 |
| 79/8, 9   | 正值性   | 正定値性  | 2017.04.01 |
| 80/9      | $\sum_{j \neq i} (2 \text{ 箇所})$  | $\sum_{j \neq k} (読者の方から指摘を頂きました)$  | 2019.01.28 |
| 88/1      | $0 \leq m \leq k-1$   | $1 \leq m \leq k-1$ (読者の方から指摘を頂きました)  | 2019.01.28 |
| 88/2      | $A\mathbf{p}_k$   | $\langle \mathbf{r}_m, A\mathbf{p}_k \rangle$ (読者の方から指摘を頂きました)  | 2019.01.28 |
| 88/6      | 一方で,  | 同様に, $\langle \mathbf{r}_0, \mathbf{r}_{k+1} \rangle = 0$ もわかる. 一方で, (読者の方から指摘を頂きました)                                 | 2019.01.28 |
| 88/13, 14 | $A\mathbf{p}^{k-1}$   | $A\mathbf{p}_{k-1}$ (読者の方から指摘を頂きました)  | 2019.01.28 |
| 105/6     | $(1-a-b)$   | $(1-a-b)f$ (読者の方から指摘を頂きました)   | 2017.06.26 |
| 124/7     | $(1-x)$   | $(L-x)$ (読者の方から指摘を頂きました)  | 2019.01.28 |
| 133/4     | $g(t) = \frac{t}{\sqrt{1-t^2}} - 1 + t^2$                                       | $g(t) = \frac{-t}{\sqrt{1-t^2}} - 1 + t^2$ (読者の方から指摘を頂きました)   | 2017.07.19 |
| 133/7     | $u(t) = 0.1t - 0.001 + 10.01e^{-10t}$   | $u(t) = 0.1t - 0.01 + 10.01e^{-10t}$ (読者の方から指摘を頂きました)   | 2017.07.19 |
| 157/-11   | 渡辺善隆  | 渡部善隆 (渡部先生, 申し訳ありませんでした)  | 2017.04.01 |
| 193/-6    | ともに, $(x, y) = (0.50001, 0.49999)$ となる.   | $(x, y) = (1, 0.49999)$ (行交換なし), $(x, y) = (0.50001, 0.49999)$ (ピボット選択あり) となる. (読者の方から指摘を頂きました)                       | 2018.12.17 |

## コメント

- 修正後の注意 1.3 (p.9) について, このような説明をわざわざ加えた意図について補足説明をします.  
 $f(x) = x^2 - 1 = 0$  の解  $a = 1$  を求めるために, ニュートン法  $x_{k+1} = \varphi(x_k) = x_k - (x_k^2 - 1)/(2x_k) = \frac{1}{2}(x_k + \frac{1}{x_k})$  を適用しましょう.  $x > 1$  ならば  $\varphi'(x) > 0$ , すなわち,  $x > 1$  で  $\varphi(x)$  は単調増加です. したがって,  $x_0 > 1$

ととれば、(図を書いてみれば明らかですが)  $1 < \cdots < x_k < x_{k-1} < \cdots < x_2 < x_1 < x_0$  となります。しかし、 $x_0 > 1$  である限りは、あくまで、 $x_k \rightarrow 1$  であり、 $x_N = 1$  となる  $N$  は存在しません。すなわち、(因数分解のできる) 2 次方程式の解を求める場合ですら、反復法を使う限りは、解を得るためには“無限回の反復”が必要です。

一方で、一般の方程式  $f(x) = 0$  にニュートン法を適用する場合、もし求めるべき解  $a$  が既知であるならば、例えば、 $x_3 = a$  として、 $x_k = x_{k-1} - f(x_{k-1})/f'(x_{k-1})$  ( $k = 3, 2, 1$ ) で、 $x_2, x_1, x_0$  を求めれば、「ニュートン法が有限回で収束する例」を作ることができます。[2024.08.22]

2. p.36 の下から 6 行目に「 $t$  は、 $x$  と  $\xi$  の間にある適当な数である」とあります。すなわち、 $t$  は、 $x$  の関数  $t = t(x)$  です。しかしながら、どんな関数であるのかは、これだけの情報からは、よくわかりません。その意味で、(2.12) にある  $\int_{x_{j-1}}^{x_j} f''(t)(x-\xi)^2 dx$  は、本当は、 $\int_{x_{j-1}}^{x_j} f''(t(x))(x-\xi)^2 dx$  はと書くべきで、また、 $t(x)$  がどのような関数か全くわからないので(可測関数かどうか不明)、この積分自体、きちんと定義されていない。すなわち、(2.12) に始まり、定理 2.2 を述べるまでの議論の中では、 $f''(t)$  が  $x$  の関数として  $[a, b]$  で連続であることが、暗に仮定されています。このような仮定を避けるためには、(2.11) の代わりに、

$$f(x) = f(\xi) + f'(\xi)(x - \xi) + \underbrace{\int_0^1 (1-s)(x-\xi)^2 f''(\xi + s(x-\xi)) ds}_{=\varphi(x)} \quad (2.11')$$

を用いれば大丈夫です(例えば、[1] の命題 4.1.2)。実際、 $\xi = x_{j-1}$  とすると、

$$\left| \int_{x_{j-1}}^{x_j} \varphi(x) dx \right| \leq \frac{h^3}{6} L_j$$

と評価できます。

p.43 の 4 行目に出てくる  $r$  についても、 $f^{(4)}(r)$  が  $x$  の関数として  $[a, b]$  で連続であることが、暗に仮定されています。回避方法は、上と同じです。

なお、定理 2.2、定理 2.6、および定理 2.7 については、Taylor の定理を用いない証明も可能です。これについては、[1] の定理 7.4.8 を見て下さい。[2023.10.26]

— 以上 —