

頁/行	訂正前	訂正後	更新日
10/5	任意の反復列	反復列	2023.07.05
9/3, 4	もし, $x_N = \varphi(x_N)$ が成り立つと仮定すると, $a = x_N = \varphi(x_{N-1})$ と不動点の一意性により,	もし, $\varphi$ が単射であり, $x_N = \varphi(x_N)$ が成り立つと仮定すると, 不動点の一意性により $a = \varphi(x_N) = x_N = \varphi(x_{N-1})$ となるので, (柏木雅英先生から指摘を頂きました. ありがとうございます.)	2024.08.22
26/1	アバースの方法	アバースの方法	2023.07.05
46/2	$\frac{1}{2k}$	$\frac{1}{2k^2}$ (読者の方から指摘を頂きました. ありがとうございます.)	2019.01.28
61/2	$\psi_n$	$\psi_k$ (読者の方から指摘を頂きました)	2019.01.28
79/8, 9	正值性	正定値性	2017.04.01
80/9	$\sum_{j \neq i} (2 \text{ 箇所})$	$\sum_{j \neq k} (読者の方から指摘を頂きました)$	2019.01.28
88/1	$0 \leq m \leq k-1$	$1 \leq m \leq k-1$ (読者の方から指摘を頂きました)	2019.01.28
88/2	$A\mathbf{p}_k$	$\langle \mathbf{r}_m, A\mathbf{p}_k \rangle$ (読者の方から指摘を頂きました)	2019.01.28
88/6	一方で,	同様に, $\langle \mathbf{r}_0, \mathbf{r}_{k+1} \rangle = 0$ もわかる. 一方で, (読者の方から指摘を頂きました)	2019.01.28
88/13, 14	$A\mathbf{p}^{k-1}$	$A\mathbf{p}_{k-1}$ (読者の方から指摘を頂きました)	2019.01.28
105/6	$(1-a-b)$	$(1-a-b)f$ (読者の方から指摘を頂きました)	2017.06.26
124/7	$(1-x)$	$(L-x)$ (読者の方から指摘を頂きました)	2019.01.28
133/4	$g(t) = \frac{t}{\sqrt{1-t^2}} - 1 + t^2$	$g(t) = \frac{-t}{\sqrt{1-t^2}} - 1 + t^2$ (読者の方から指摘を頂きました)	2017.07.19
133/7	$u(t) = 0.1t - 0.001 + 10.01e^{-10t}$	$u(t) = 0.1t - 0.01 + 10.01e^{-10t}$ (読者の方から指摘を頂きました)	2017.07.19
157/-11	渡辺善隆	渡部善隆 (渡部先生, 申し訳ありませんでした)	2017.04.01
193/-6	ともに, $(x, y) = (0.50001, 0.49999)$ となる.	$(x, y) = (1, 0.49999)$ (行交換なし), $(x, y) = (0.50001, 0.49999)$ (ピボット選択あり) となる. (読者の方から指摘を頂きました)	2018.12.17

## コメント

1. 修正後の注意 1.3 (p.9) について, このような説明をわざわざ加えた意図について補足説明をします.

$$f(x) = x^2 - 1 = 0 \text{ の解 } a = 1 \text{ を求めるために, ニュートン法 } x_{k+1} = \varphi(x_k) = x_k - (x_k^2 - 1)/(2x_k) = \frac{1}{2}(x_k + \frac{1}{x_k})$$

を適用しましょう。  $x > 1$  ならば  $\varphi'(x) > 0$ , すなわち,  $x > 1$  で  $\varphi(x)$  は単調増加です。したがって,  $x_0 > 1$  ととれば, (図を書いてみれば明らかですが)  $1 < \cdots < x_k < x_{k-1} < \cdots < x_2 < x_1 < x_0$  となります。しかし,  $x_0 > 1$  である限りは, あくまで,  $x_k \rightarrow 1$  であり,  $x_N = 1$  となる  $N$  は存在しません。すなわち, (因数分解のできる) 2 次方程式の解を求める場合ですら, 反復法を使う限りは, 解を得るためには“無限回の反復”が必要です。

一方で, 一般の方程式  $f(x) = 0$  にニュートン法を適用する場合, もし求めるべき解  $a$  が既知であるならば, 例えば,  $x_3 = a$  として,  $x_k = x_{k-1} - f(x_{k-1})/f'(x_{k-1})$  ( $k = 3, 2, 1$ ) で,  $x_2, x_1, x_0$  を求めれば, 「ニュートン法が有限回で収束する例」を作ることができます。[2024.08.22]

2. p.36 の下から 6 行目に「 $t$  は,  $x$  と  $\xi$  の間にある適当な数である」とあります。すなわち,  $t$  は,  $x$  の関数  $t = t(x)$  です。しかしながら, どんな関数であるのかは, これだけの情報からは, よくわかりません。その意味で, (2.12) にある  $\int_{x_{j-1}}^{x_j} f''(t)(x - \xi)^2 dx$  は, 本当は,  $\int_{x_{j-1}}^{x_j} f''(t(x))(x - \xi)^2 dx$  はと書くべきで, また,  $t(x)$  がどのような関数か全くわからないので (可測関数かどうか不明), この積分自体, きちんと定義されていいません。すなわち, (2.12) に始まり, 定理 2.2 を述べるまでの議論の中では,  $f''(t)$  が  $x$  の関数として  $[a, b]$  で連続であることが, 暗に仮定されています。このような仮定を避けるためには, (2.11) の代わりに,

$$f(x) = f(\xi) + f'(\xi)(x - \xi) + \underbrace{\int_0^1 (1-s)(x - \xi)^2 f''(\xi + s(x - \xi)) ds}_{=\varphi(x)} \quad (2.11')$$

を用いれば大丈夫です (例えば, [1] の命題 4.1.2)。実際,  $\xi = x_{j-1}$  とすると,

$$\left| \int_{x_{j-1}}^{x_j} \varphi(x) dx \right| \leq \frac{h^3}{6} L_j$$

と評価できます。

p.43 の 4 行目に出てくる  $r$  についても,  $f^{(4)}(r)$  が  $x$  の関数として  $[a, b]$  で連続であることが, 暗に仮定されています。回避方法は, 上と同じです。

なお, 定理 2.2, 定理 2.6, および定理 2.7 については, Taylor の定理を用いない証明も可能です。これについては, [1] の定理 7.4.8 を見て下さい。[2023.10.26]

— 以上 —