

$$P(X=3) = \binom{5}{3} \cdot 0,6^3 \cdot 0,4^2 = 34,6\%$$

$$P(X=2) = \binom{5}{2} \cdot 0,6^2 \cdot 0,4^3 = 23,04\%$$

$$P(X=1) = \binom{5}{1} \cdot 0,6^1 \cdot 0,4^4 = 7,7\%$$

$$P(X=0) = \binom{5}{0} \cdot 0,6^0 \cdot 0,4^5 = 1,02\%$$

2.196/3 $n=5, p=0,41$

$$P(X=0) = \binom{5}{0} \cdot 0,41^0 \cdot 0,59^5 = 7,1\%$$

$$P(X=1) = \binom{5}{1} \cdot 0,41^1 \cdot 0,59^4 = 24,8\%$$

$$P(X=2) = \binom{5}{2} \cdot 0,41^2 \cdot 0,59^3 = 34,5\%$$

$$P(X=3) = \binom{5}{3} \cdot 0,41^3 \cdot 0,59^2 = 24,9\%$$

$$P(X=4) = \binom{5}{4} \cdot 0,41^4 \cdot 0,59^1 = 8,3\%$$

$$P(X=5) = \binom{5}{5} \cdot 0,41^5 \cdot 0,59^0 = 1,2\%$$

4) $n=20, p=0,05, k=2$

$$\binom{20}{2} \cdot 0,05^2 \cdot 0,95^{18} = 18,9\%$$

Da WK unter 20 Wahrscheinl. 2 Jährigke zu finden, ist bei 5% Mängel nur 18,9%, nicht sehr wahrscheinlich.

2) $n=10, p=0,7$

a) (1) $P(X=10) = \binom{10}{10} \cdot 0,7^{10} \cdot 0,3^0 = 2,8\%$

(2) $P(X \geq 5) = P(X=5) + P(X=6) + P(X=7) + \dots + P(X=10)$

$$P(X=5) = \binom{10}{5} \cdot 0,7^5 \cdot 0,3^5 = 10,3\%$$

$$P(X=6) = \binom{10}{6} \cdot 0,7^6 \cdot 0,3^4 = 20,0\%$$

$$P(X=7) = \binom{10}{7} \cdot 0,7^7 \cdot 0,3^3 = 26,7\%$$

$$P(X=8) = \binom{10}{8} \cdot 0,7^8 \cdot 0,3^2 = 23,3\%$$

$$P(X=9) = \binom{10}{9} \cdot 0,7^9 \cdot 0,3^1 = 12,1\%$$

$$P(X=10) = \binom{10}{10} \cdot 0,7^{10} \cdot 0,3^0 = 2,8\%$$

95,3%

(3) $P(X < 7) = 1 - P(X \geq 7)$
 $= 1 - (P(X=7) + \dots + P(X=10))$
 $\approx 1 - 0,65 = 35,0\%$

b) $P(X=0) = 0,0006\%$

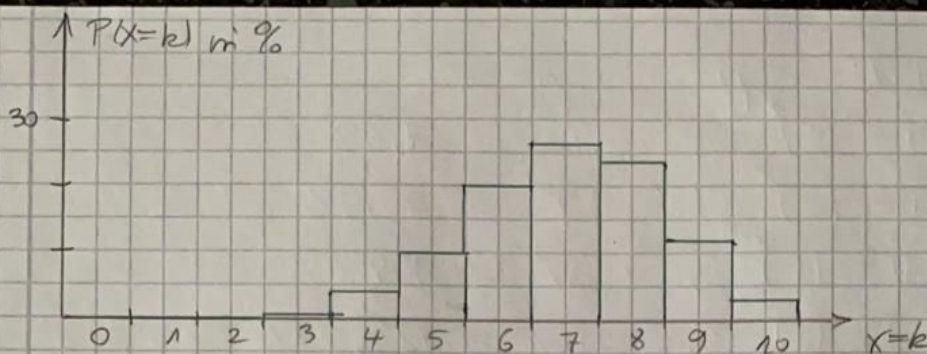
$P(X=1) = 0,014\%$

$P(X=2) = 0,144\%$

$P(X=3) = 6,9\%$

$P(X=4) = 3,7\%$

BRUNNEN



→ dass sich nur 0-3 an die Richtgeschw. halten, kommt kaum vor

→ dass sich 6-8 auch daran halten kommt häufig vor

Exa) mit d. WK aus c)

$$n=3 \quad p=0,513 \quad (\text{Jungen geburt})$$

$$(1) \quad P(X=3) = \binom{3}{3} \cdot 0,513^3 \cdot 0,487^0 = 13,5\%$$

$$(2) \quad P(X=1) = \binom{3}{1} \cdot 0,513^1 \cdot 0,487^2 = 36,5\%$$

$$(3) \quad P(X \geq 2) = P(X=2) + P(X=3) = 51,9\%$$

Erwartungswert einer binomial verteilten Zufallsgröße

5.198 durcharbeiten

allg. Herleitung: p Erfolgswahrscheinlichkeit
 $q = 1-p$ Misserfolgswahrscheinlichkeit

Erwartungswert $E(X) =$ Summe d. Produkte aus Werten der Zufallsgröße und d. WK

$n=1:$

Wkt d. ZG	0	1
WK	$\binom{1}{0} \cdot p^0 \cdot q^1 = 1 \cdot q = q$	$\binom{1}{1} \cdot p^1 \cdot q^0 = p$

$$E(X) = 0 \cdot q + 1 \cdot p = 1 \cdot p$$

$n=2$

0	1	2
$\binom{2}{0} \cdot p^0 \cdot q^2 = q^2$	$\binom{2}{1} \cdot p^1 \cdot q^1 = 2pq$	$\binom{2}{2} \cdot p^2 \cdot q^0 = 1 \cdot p^2 \cdot 1 = p^2$

$$E(X) = 0 \cdot q^2 + 1 \cdot 2pq + 2 \cdot p^2 = 2pq + 2p^2 = 2p \quad \left(\underbrace{q+p}_{=1} \right)$$

$n=3$

0	1	2	3
$\binom{3}{0} \cdot p^0 \cdot q^3 = q^3$	$\binom{3}{1} \cdot p^1 \cdot q^2 = 3p \cdot q^2$	$\binom{3}{2} \cdot p^2 \cdot q = 3p^2 \cdot q$	$\binom{3}{3} \cdot p^3 \cdot q^0 = p^3$

$$E(X) = 0 \cdot q^3 + 1 \cdot 3p \cdot q^2 + 2 \cdot 3p^2 \cdot q + 3 \cdot p^3 = 3pq^2 + 6p^2q + 3p^3 = 3p(q^2 + 2pq + p^2) = 3p \cdot 1 = 3p$$

Erwartungswert mit d. WK aus c)

$$n=3 \quad p=0,513 \quad (\text{Jungen geburt})$$

$$(1) \quad P(X=3) = \binom{3}{3} \cdot 0,513^3 \cdot 0,487^0 = 13,5\%$$

$$(2) \quad P(X=1) = \binom{3}{1} \cdot 0,513^1 \cdot 0,487^2 = 36,5\%$$

$$(3) \quad P(X \geq 2) = P(X=2) + P(X=3) = 51,9\%$$

Erwartungswert einer binomial verteilten Zufallsgröße

S. 198 durcharbeiten

allg. Herleitung:

$$p = \text{Erfolgswahrscheinlichkeit} \\ q = 1-p = \text{Misserfolgswahrscheinlichkeit}$$

Erwartungswert $E(X) =$ Summe d. Produkte aus Werten der Zufallsgröße und d.H. WK

$n=1$:

Wkt d. ZG	0	1
WK	$\binom{1}{0} \cdot p^0 \cdot q^1 = 1 \cdot q = q$	$\binom{1}{1} \cdot p^1 \cdot q^0 = p$

$$E(X) = 0 \cdot q + 1 \cdot p = 1 \cdot p$$

$n=2$

0	1	2
$\binom{2}{0} \cdot p^0 \cdot q^2 = q^2$	$\binom{2}{1} \cdot p^1 \cdot q^1 = 2pq$	$\binom{2}{2} \cdot p^2 \cdot q^0 = 1 \cdot p^2 \cdot 1 = p^2$

$$E(X) = 0 \cdot q^2 + 1 \cdot 2pq + 2 \cdot p^2 = 2pq + 2p^2 = 2p(p+q) = 2p \quad (\text{da } p+q=1)$$

$n=3$

0	1	2	3
$\binom{3}{0} \cdot p^0 \cdot q^3 = q^3$	$\binom{3}{1} \cdot p^1 \cdot q^2 = 3p \cdot q^2$	$\binom{3}{2} \cdot p^2 \cdot q = 3p^2 \cdot q$	$\binom{3}{3} \cdot p^3 \cdot q^0 = p^3$

$$E(X) = 0 \cdot q^3 + 1 \cdot 3p \cdot q^2 + 2 \cdot 3p^2 \cdot q + 3 \cdot p^3 = 3pq^2 + 6p^2q + 3p^3$$
$$= 3p(q^2 + 2pq + p^2) = 3p(p+q)^2 = 3p \cdot 1^2 = 3p$$

→ $E(X) = n \cdot p$

S. 199/14

8.) $p = 0,6$

$$P(X \geq 8) = P(X=8) + \dots + P(X=15)$$

$$\begin{aligned} &= \binom{15}{8} \cdot 0,6^8 \cdot 0,4^7 (= 0,177) \\ &+ \binom{15}{9} \cdot 0,6^9 \cdot 0,4^6 (= 0,207) \\ &+ \binom{15}{10} \cdot 0,6^{10} \cdot 0,4^5 (= 0,1859) \\ &+ \binom{15}{11} \cdot 0,6^{11} \cdot 0,4^4 (= 0,127) \\ &+ \binom{15}{12} \cdot 0,6^{12} \cdot 0,4^3 (= 0,063) \\ &+ \binom{15}{13} \cdot 0,6^{13} \cdot 0,4^2 (= 0,022) \\ &+ \binom{15}{14} \cdot 0,6^{14} \cdot 0,4^1 (= 0,0047) \\ &+ \binom{15}{15} \cdot 0,6^{15} \cdot 0,4^0 (= 0,0005) \end{aligned} \quad \left. \vphantom{\begin{aligned} &= \binom{15}{8} \cdot 0,6^8 \cdot 0,4^7 (= 0,177) \\ &+ \binom{15}{9} \cdot 0,6^9 \cdot 0,4^6 (= 0,207) \\ &+ \binom{15}{10} \cdot 0,6^{10} \cdot 0,4^5 (= 0,1859) \\ &+ \binom{15}{11} \cdot 0,6^{11} \cdot 0,4^4 (= 0,127) \\ &+ \binom{15}{12} \cdot 0,6^{12} \cdot 0,4^3 (= 0,063) \\ &+ \binom{15}{13} \cdot 0,6^{13} \cdot 0,4^2 (= 0,022) \\ &+ \binom{15}{14} \cdot 0,6^{14} \cdot 0,4^1 (= 0,0047) \\ &+ \binom{15}{15} \cdot 0,6^{15} \cdot 0,4^0 (= 0,0005) \end{aligned}} \right\} \underline{\underline{78,7\%}}$$

9) $p = \frac{4}{3}$

-10-

$$P(X \geq 6) = 1 - P(X \leq 5) \\ = 1 - (P(X=5) + P(X=4) + \dots + P(X=0))$$

$$P(X=5) = \binom{12}{5} \cdot \left(\frac{4}{3}\right)^5 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^7 = 0,1908$$

$$P(X=4) = \binom{12}{4} \cdot \left(\frac{4}{3}\right)^4 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^8 = 0,2384$$

$$P(X=3) = \binom{12}{3} \cdot \left(\frac{4}{3}\right)^3 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^9 = 0,2112$$

$$P(X=2) = \binom{12}{2} \cdot \left(\frac{4}{3}\right)^2 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{10} = 0,1272$$

$$P(X=1) = \binom{12}{1} \cdot \left(\frac{4}{3}\right)^1 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{11} = 0,0462$$

$$P(X=0) = \binom{12}{0} \cdot \left(\frac{4}{3}\right)^0 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{12} = 0,0077$$

0,8215

$$\rightarrow P(X \geq 6) = 1 - 0,8215 = \underline{\underline{17,85\%}}$$

11) a) $P(X=2) = \binom{10}{2} \cdot \left(\frac{4}{3}\right)^2 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^8 = 17,5\%$