

# 電気回路上の量子電磁気学 (ナノ科学 期末レポート)

東大物理工学科 4 年 03-153012 平松信義

2019 年 2 月 15 日

本レポートでは共振器の量子電磁気学 (cavity QED) に関して述べたあと、その応用である電気回路上の量子電磁気学 (circuit QED) を説明する [1]。

## 1 共振器の量子電磁気学 (cavity QED)

共振器の量子電磁気学は、光と原子が量子的に相互作用する系として考え出された。もっとも単純な系は図 1 に示すような、ミラーが違いに向き合った Fabry-Perot 共振器に縮退していない二準位原子 1 つが閉じ込められたものである。この共振器中を光が往復するとき光は原子に吸収される。また逆に原子が励起状態にあるとき光は放射 (自然放射) される。この吸収・放射レート (結合レート)  $g$  は原子の電気双極子モーメントと原子付近の電場に比例する。

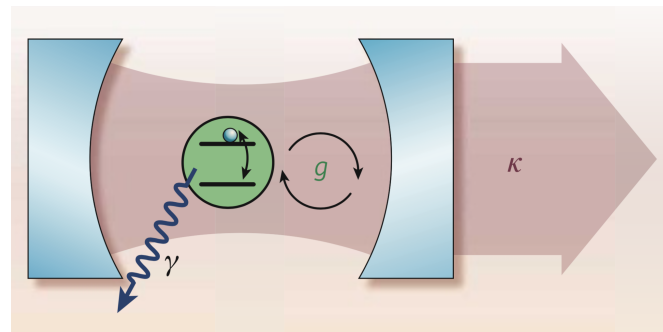


図 1 共振器の量子電磁気学

もしこの結合レート  $g$  が十分に大きければ、励起された原子が自然放出した光子が共振器中を往復し、再び吸収する現象が起こるようになる。これは通常的自然放出とは異なり、コヒーレントな振動現象であって可逆的である。これを真空 Rabi 振動と呼び、 $g$  が十分に大きな領域を強結合領域と呼ぶ。真空 Rabi 振動が観測されるとき光の量子性があらわになり、単一光子レベルでの非線形効果が観測できるようになる。真空 Rabi 振動は量子情報が原子と光の間で何回も交換されることを意味し、このとき基底状態と励起状態で量子ビットが重ね合わさった状態をとる。

付録 A に示したように、 $g$  には上限が存在する。ただし多くの場合、この系で上限近くの  $g$  を達成することはとても難しい。そのために次節で説明するような人工原子系で同様の働きをする系が考えだされた。

## 2 電気回路上の量子電磁気学 (circuit QED)

原子を用いた共振器 QED では大きな結合レートを実現できないため、量子的な電磁気現象を観測するために、散逸の小さな人工的な二準位系と Fabry-Perot 型共振器の組み合わせが用いられる。その 1 つのセットアップを模式的に図 2 に示す。

入射したマイクロ波 (3-30GHz) は超伝導体でできた Fabry-Perot 型共振器に閉じ込められ定在波をつくる。こ

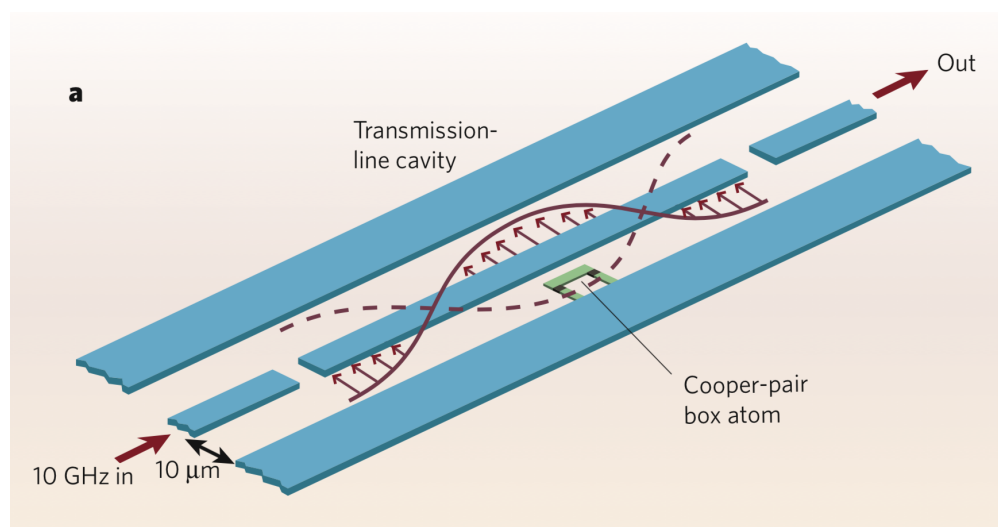


図 2 電気回路上の量子電磁気学

のとき最大で  $Q$  値は  $10^6$  (光子がロスなく 1000 回程度往復) となる。定在波の腹付近に人工原子を配置することで、電場が人工原子と相互作用する。

人工原子は図 3 に等価回路を示すような Josephson 接合からなる。Josephson 接合の等価回路のインダクタンス  $L_J$  は関係  $I = I_c \sin \psi$  と  $V = \frac{\hbar}{2e} \frac{\partial \psi}{\partial t}$  から

$$L_J = \frac{2e}{\hbar} \frac{1}{I_c \cos \psi} \quad (1)$$

で与えられる。このインダクタンスは Josephson 電流  $I = I_c \sin \psi$  に依存するため、等価回路は非線形回路である。したがって  $L_J$  として量子化をほどこした回路と異なり、エネルギー準位は等間隔とならない。しかし温度を mK 領域まで下げると、基底とその上の準位だけに着目した議論が可能である。この準位が人工原子として働く。

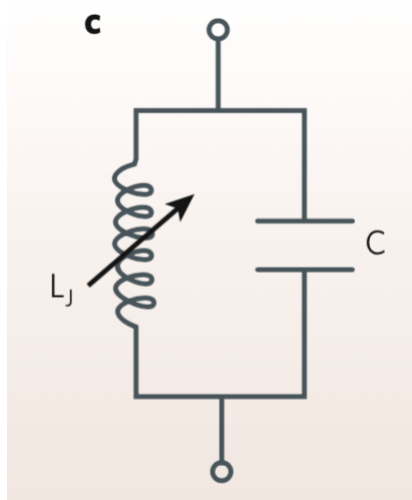


図 3 Josephson 接合の等価回路

この人工原子が真空 Rabi 振動状態にある時に、マイクロ波を入射して透過スペクトルを測定すると真空 Rabi 振動に由来した 2 つのピークが現れる。このピークを区別することで量子ビットの読み出しを行える。

人工原子の電気双極子モーメントは典型的な原子の 10000 倍程度になりうる。またこの系は集積回路技術を用いて高精度に加工できるため、空間的に電磁波を閉じ込めることも比較的容易である。さらに、原子を冷却し共振器内にトラップする必要がない。

## 付録 A 結合レート $g$ の上限

本節では結合レート  $g$  の上限に関して考察する。

まず図 1 に示したようなキャビティの実効的な半径が  $r$  で表されるとき電場を見積もる。電子の電気双極子モーメントは原子の特徴長さ  $L$  を用いて  $d = eL$  と表されているとする。また共振器の長さを波長の  $1/2$  とすると、その長さは  $\frac{\pi c}{\omega}$  で与えられる。電場のエネルギーは、電磁場の真空揺らぎの半分だから  $\frac{\hbar\omega}{4}$  である。これを電場のエネルギーの表式  $\frac{\epsilon_0}{2} E_0^2 V$  と等置すると、

$$E_0 = \frac{1}{r} \sqrt{\frac{\hbar\omega^2}{2\pi^2\epsilon_0 c}} \quad (2)$$

が得られる。

結合レート  $g$  は  $\frac{dE_0}{\hbar}$  で与えられるので、 $d = eL$  の関係を用いて上式から、無次元化された結合レートが見積もられる。

$$\frac{g}{\omega} = \left(\frac{L}{r}\right) \sqrt{\frac{e^2}{2\pi^2\epsilon_0 \hbar c}} \quad (3)$$

$$= \left(\frac{L}{r}\right) \sqrt{\frac{2\alpha}{\pi}} \quad (4)$$

$$\sim 0.068 \left(\frac{L}{r}\right) \quad (5)$$

ただし  $\alpha \sim 1/137$  を用いた。 $r$  は  $L$  より小さくなることはないので、無次元化された結合レート  $g/\omega$  の上限は 0.068 である。

## 参考文献

- [1] R. J. Schoelkopf and S. M. Girvin, Wiring up quantum systems, Nature 451, 664 (2008)